

Estudio de un alumno con síndrome de Down en la comprensión del sistema de numeración decimal

Alicia Bruno Castañeda

Universidad de La Laguna, abruno@ull.es

María Aurelia Noda Herrera

Universidad de La Laguna, mnoda@ull.es

Fecha de recepción: 3-12-2012

Fecha de aceptación: 16-12-2012

Fecha de publicación: 27-12-2012

RESUMEN

Este trabajo presenta una evaluación de la comprensión del sistema de numeración decimal de un joven con síndrome de Down. Para ello, se utiliza un marco que consta de cuatro componentes (contar, agrupar, particionar y establecer relaciones numéricas) y cinco niveles de pensamiento en cada una de ellas. Los niveles de pensamiento se organizan de manera jerárquica, en función del tamaño de los números y el razonamiento empleado. Los resultados de este estudio indican que el sujeto se sitúa básicamente en el primer nivel de pensamiento, ya que razona en términos de unidades individuales y no muestra habilidades para agrupar. Sin embargo, demuestra saber escribir, leer y sumar números de varias cifras. Esto indica que su dominio en los procedimientos no se corresponde con una adecuada comprensión de las reglas del sistema de numeración decimal, como el valor posicional.

Palabras clave: Síndrome de Down, sistema de numeración decimal, contar, agrupar, particionar, relaciones numéricas.

A study on the understanding of decimal number system of a child with Down syndrome

ABSTRACT

This work presents an assessment of the understanding of the decimal numeral system of a young with Down syndrome. For this, it is used a framework of four components (counting, grouping, partitioning and numerical relationships) and five levels of thinking for each one. The levels of thinking are organized hierarchically, depending on the size of the numbers and the reasoning used. The results of this study indicate that the individual is located mainly in the first level of thinking since he reasons in terms of individual units and does not show ability to group. However, he shows knowing how to write, read and add up multiple digit numbers. This indicates that his domain in procedures does not correspond to a proper understanding of the rules of the decimal numeral system, especially of place value.

Key words: Down syndrome, Decimal numeral system, counting, grouping, partitioning, numerical relationships.

1. Introducción

Una comprensión de los principios que estructuran y dan sentido al sistema de numeración decimal permite usar los números con flexibilidad en situaciones cotidianas y establecer relaciones entre las cantidades, los datos o las medidas. Adquirir esta comprensión constituye uno de los objetivos esenciales que se aspira a desarrollar en las personas con síndrome de Down (SD, a partir de ahora), tanto en las primeras edades, como más adelante, en la edad adulta cuando continúan con su aprendizaje, ya que un buen uso de los números les lleva a tener mayor autonomía.

Las investigaciones sobre cómo las personas sin discapacidad construyen las ideas asociadas al sistema de numeración decimal son numerosas. Algunas de ellas indican la existencia de dificultades en el uso flexible de los números de varios dígitos y, en especial, en el aprendizaje del valor posicional (Baroody, 1990; Bednarz y Janvier, 1982; Fuson, 1990; Kamii, 1986).

Sin embargo, si nos centramos en las investigaciones sobre educación matemática en alumnos con SD, dominan las realizadas sobre la adquisición del concepto de número, la cardinalidad y el conteo, siendo las relacionadas con la comprensión del sistema de numeración casi inexistentes (Abdelhameed y Porter, 2006; Buckley, 2007; Gelman y Cohen, 1988; Nye, Buckley, Bird, 2005; Sloper, Cunningham, Turner y Knussen, 1990).

Este trabajo forma parte de un proyecto que aspira a dar respuesta a cuestiones como: ¿las personas con SD manifiestan comprensión de las estructuras conceptuales que subyacen al sistema de numeración decimal?; siguiendo estrategias de enseñanza adecuadas a sus características cognitivas, ¿se puede conseguir una comprensión de las estructuras del sistema de numeración decimal?

Presentamos un acercamiento a la primera cuestión, a través de un estudio de caso de un joven de 16 años con SD. Analizamos su comprensión del sistema de numeración, utilizando un marco o modelo de evaluación del aprendizaje del sistema de numeración que ha sido validado con alumnado sin discapacidad (Jones, Thornton y Putt, 1994; Jones y otros, 1996).

2. Síndrome de Down y matemáticas

Las personas con SD manifiestan dificultades en el proceso de aprendizaje, debido principalmente a alteraciones en la estructura y función del cerebro, como consecuencia del exceso de material genético del cromosoma 21. Estas alteraciones cerebrales no son las mismas en todos los individuos, ni en intensidad ni en su localización, lo que hace que estas personas sean cualitativa y cuantitativamente diferentes. Estas diferencias, además de las influencias familiares, sociales y educativas, son causa de una gran variabilidad en sus capacidades cognitivas, incluso mayor que en la población general (Pueschel, 2002; Buckley, 2007).

Las investigaciones realizadas sobre cómo y qué matemáticas aprenden las personas con SD son escasas, sobre todo en comparación a otras disciplinas, como es el caso de la lengua, área en la que han conseguido un mayor desarrollo en el aprendizaje de la población con SD. Como se ha dicho anteriormente, las principales investigaciones realizadas sobre SD y matemáticas se refieren a conceptos numéricos iniciales, probablemente porque es esencial para un avance matemático posterior.

Las personas con SD tienen menos éxito en tareas numéricas que en las habilidades de lectura (Carr, 1988), además, se ha observado, que la pérdida de conocimiento en matemáticas a lo largo de los años es mayor que en lengua (Shepperdson, 1994).

Para desarrollar el concepto de número es necesario manejar ciertas habilidades numéricas como saber la serie numérica, contar, reconocer el cardinalidad de una colección, reconocer y escribir la grafía de los números, etc. Los procesos de conteo requieren respetar los principios de abstracción, orden estable, irrelevancia en el orden, correspondencia uno a uno y cardinalidad (Gelman y Gallistel, 1978). Muchos trabajos realizados con la población con SD se basan en el análisis de estos principios (Gelman y Cohen, 1988; Abdelhameed y Porter, 2006; Nye, Fluck y Buckley, 2001; Caycho, Gun y Siegal, 1991). Mientras que en algunas de estas investigaciones los resultados son poco alentadores en cuanto a los logros matemáticos, en otras se muestran avances de los estudiantes, especialmente cuando han recibido una instrucción temprana. Otro aspecto destacable se refiere a la importancia de la integración de los niños en escuelas ordinarias para la mejora de sus resultados académicos, y en especial, de los matemáticos (Sloper, Cunningham, Turner y Knussen, 1990).

Las personas con SD demuestran dificultad para realizar abstracciones, generalizar procedimientos y transferir las ideas aprendidas de una situación a otra. Esto provoca que el aprendizaje de las matemáticas les resulte especialmente complejo. Sin embargo, siguiendo metodologías adecuadas, pueden conseguir avances en el conocimiento matemático (Barrón, 1999; De Graaf y De Graaf, 2006; Ortega, 2004). Estas metodologías implican principalmente, secuencias de aprendizaje adaptadas individualmente, numerosa práctica con una variedad de tareas, apoyos con materiales concretos y/o visuales o el uso del ordenador.

En trabajos previos de las autoras de este trabajo, se ha analizado la comprensión de aspectos numéricos en alumnado con SD, en concreto sobre el concepto de número, adición, sustracción y resolución de problemas (Bruno y Noda, 2010; Bruno y otros, 2006; Noda y Bruno, 2010, Noda y otros, 2007; Noda, Bruno, González, Moreno y Sanabria 2011). En las investigaciones referidas a las operaciones de suma y resta de números con dos dígitos, encontramos que detrás de los errores que cometían los alumnos se reflejaba una débil flexibilidad para hacer razonamientos y una escasa comprensión del valor posicional. Es por ello que, como continuidad de nuestra línea de investigación, nos planteamos profundizar en la comprensión de las ideas básicas que subyacen al sistema de numeración decimal por parte de esta población. El objetivo general de la investigación es conocer los logros y las principales dificultades que presentan en este tema, y posteriormente, diseñar secuencias de aprendizajes adaptadas a sus necesidades.

3. El sistema de numeración decimal

El dominio del sistema de numeración decimal se desarrolla lentamente a lo largo de la escolaridad y exige una instrucción cuidadosamente diseñada que tenga en cuenta los diferentes principios que rigen su funcionamiento. Entre ellos, es fundamental comprender el significado del valor posicional de las cifras. Kamii (1986) citó resultados de una investigación realizada en diferentes países en la que encontraron que la mayoría de los niños sin discapacidad, de primer y segundo año, no comprendían que el 1, en el número 16, significa una decena. De hecho, ser capaz de separar 16 objetos no implica comprender el valor posicional de las cifras, ya que se puede concebir como 16 unidades individuales (simples) que van desde 1 hasta 16, y no entenderlo como la composición de una decena y seis unidades. Steffe, Cobb y Von Glasersfeld (1988) resaltaron que en la comprensión del valor posicional es necesario adquirir estructuras conceptuales que lleven a considerar 10 como una unidad. Estas estructuras permiten a los niños considerar una colección de 10 objetos como una unidad, al tiempo que mantiene su numerosidad, es decir, entenderla como una unidad compuesta numérica. Posteriormente se adquiere la idea de unidad compuesta abstracta que es la que permite coordinar decenas y unidades.

La investigación ha identificado cuatro componentes que son centrales para desarrollar el conocimiento numérico de varios dígitos:

- Contar.
- Agrupar.
- Particionar (o descomponer).
- Establecer relaciones numéricas (ordenar).

En los trabajos de Jones, Thornton y Putt (1994) y Jones y otros (1996) se presenta un marco de instrucción y de evaluación del sistema de numeración decimal que consta de cinco niveles de pensamiento, en cada uno de los cuales se abordan las cuatro componentes (contar, agrupar, particionar, y establecer relaciones numéricas). Este marco permite, por un lado, describir y predecir la comprensión de los niños sobre los números de varios dígitos, y por otro lado, desarrollar instrucciones de aula. A continuación describimos brevemente las características del marco.

- *Nivel 1: Pre-valor posicional* (uso de unidades individuales).
Los niños piensan en términos de unidades individuales, en lugar de en términos de unidades compuestas abstractas. Al contar no usan una aproximación coordinada de decenas-unidades, sino que cuentan a "partir de" o "cuentan todo". Pueden contar informalmente por decenas. Carecen de estructuras de agrupamiento (no ven la necesidad de formar grupos de diez cuando representan un número). No son capaces de construir diferentes particiones de un número, lo que inhibe su capacidad para realizar comparaciones con estrategias adecuadas.
- *Nivel 2: Inicial-valor posicional* (comprensión inicial del valor posicional de las cifras, lo que lleva a pasar de un uso individual de las unidades, a un uso de las decenas como una unidad).
Los niños demuestran evidencias de coordinación de sus conteos de decenas y unidades, pero parecen estar en una transición entre lo que son las estructuras conceptuales de "unidad compuesta numérica" y "unidad compuesta abstracta". Comienzan a pensar en términos de grupos, es decir, reconocen 10 como una unidad al representar números de dos dígitos y cuando colocan objetos, de manera que el conteo sea más "rápido y fácil". Pueden coordinar la construcción de dos números en forma de "decenas-unidades" e interpretar estas representaciones, a efectos comparativos. Han logrado el significado de "decenas" como elemento clave para ordenar números de dos dígitos.
- *Nivel 3: Desarrollo del valor posicional* (se extiende el uso de los números de dos dígitos a la suma y resta mental).
Los estudiantes en este nivel muestran haber adquirido la estructura de "unidad compuesta abstracta", al coordinar el conteo de decenas y unidades en tareas de contar y en problemas de partición. El pensamiento de este nivel requiere la capacidad para pensar en dos números de dos dígitos y operar o compararlos mentalmente. Los estudiantes de nivel 3 piensan con flexibilidad cuando cuentan, combinan, separan y comparan números de dos dígitos.
- *Nivel 4: Extensión del valor posicional* (se amplía el conocimiento a los números de tres dígitos).
Reconocen una colección de 100 elementos como una sola unidad, mientras que mantienen la numerosidad de la colección de 100 unidades. Son capaces de coordinar el conteo por centenas, decenas y unidades. Han desarrollado tanto la "unidad compuesta numérica" como la "unidad compuesta abstracta" para estructuras de 100. Sin embargo, su pensamiento en relación a 100 no está completo, porque no siempre mantienen 10 decenas o 100 unidades como medida de la numerosidad de una centena. Este es el rasgo distintivo que diferencia el nivel 4 y nivel 5 de pensamiento.
- *Nivel 5: Valor posicional esencial* (incluye el desarrollo de problemas numéricos de sumas y restas mentales con números hasta 1000).
Construyen representaciones equivalentes de números de tres dígitos y demuestran facilidad en el movimiento entre representaciones estándar y no estándar de casi cualquier complejidad.

Muestran una comprensión coordinada de las cuatro componentes y demuestran su preferencia por la representación mental antes que por las representaciones de papel y lápiz o las físicas.

El citado estudio evaluó la consistencia de cada alumno de forma individual a través de las componentes y las diferencias entre los niños que estaban en diferentes niveles de aprendizaje. Los resultados muestran que los niveles son jerárquicos y que las cuatro componentes son igual de importantes para evaluar el conocimiento de los números de varios dígitos. Este marco que ha sido validado con alumnado sin discapacidad lo estamos utilizando para evaluar y diseñar una secuencia de aprendizaje para estudiantes con SD.

Los estudios realizados sobre las habilidades numéricas de personas con SD demuestran que muchos de los déficits encontrados son un reflejo de una enseñanza inadecuada, más que una ausencia de habilidades por parte de los estudiantes que no puedan ser potenciadas (Porter, 1999). En un estudio reciente, realizado por Gaunt, Moni y Jobling (2012), implementaron un programa de enseñanza, seguido por jóvenes con SD, para mejorar las habilidades numéricas, y especialmente, la comprensión del valor posicional de los números. Este programa se basó en una instrucción directa, con práctica repetida, uso de materiales concretos y una selección juegos. Entre las conclusiones destacan la importancia de una instrucción adaptada a cada individuo. Señalan además, la necesidad de realizar más investigaciones en este tópico, de modo que se pueda contrastar con otras muestras de población con SD.

4. Objetivos y metodología

En el presente trabajo se muestran los resultados de una entrevista realizada a un estudiante con SD, con los siguientes objetivos:

- Evaluar el conocimiento sobre el sistema de numeración decimal que posee, y situarlo en uno de los niveles del marco descrito (Jones y otros, 1996).
- Analizar sus logros, destrezas y dificultades en las componentes: contar, agrupar, particionar y establecer relaciones numéricas.

Se realizaron tres sesiones de entrevistas en las que se presentaron tareas correspondientes a los niveles y componentes del marco utilizado en la investigación. Algunas de las tareas se tomaron del trabajo de Jones y otros (1996) y el resto se diseñaron en esta investigación.

Las entrevistas se videograbaron en sesiones de 45 a 60 minutos. El tiempo se adaptó a la actitud del estudiante (básicamente, se observaba la motivación y el cansancio por parte del estudiante en el desarrollo de cada sesión). El protocolo de las entrevistas tuvo dos partes:

Parte 1

Ejercicios numéricos no contextualizados, que tenían como objeto evaluar un conocimiento numérico procedimental (escribir y leer números, ordenar varios números, algoritmo de la suma y resta) (ver cuestiones en la tabla 1).

Parte 2

Actividades presentadas principalmente con materiales o en contextos concretos, correspondientes a cada nivel en sus cuatro componentes. Los materiales utilizados fueron cotidianos (caramelos, lápices, monedas de céntimos, etc.), material estructurado (bloques encajables, material numérico Herbinière-Lebert, cartas con números), además de tareas de resolución de problemas de enunciado verbal que se ejemplificaban a través de dibujos.

Las actividades se secuenciaron por niveles, con un número mínimo de tres actividades para cada componente de los correspondientes niveles. Si el alumno respondía correctamente a la mayoría de las tareas de un nivel se continuaba la entrevista con las tareas correspondientes al nivel siguiente.

Las entrevistas fueron semiestructuradas, es decir, se siguió un protocolo básico que en algunos momentos se amplió con otras cuestiones, al considerar que las preguntas diseñadas no eran suficientes para evaluar el objetivo o para comprobar si una respuesta errónea se debía a un problema de atención o de comprensión del enunciado, o del tamaño de los números utilizados.

4.1 Estudio de un caso: Pedro

Pedro (nombre ficticio) es un joven con SD de 16 años, integrado en un aula enclave de un Instituto de Secundaria de Tenerife (España) (un aula enclave es una unidad de escolarización ubicada en centros escolares ordinarios en las que se proporciona respuesta educativa exclusivamente al alumnado con necesidades educativas especiales, que requieren de adaptaciones que se apartan significativamente del currículo en la mayor parte o todas las áreas o materias, y precisa de la utilización de recursos extraordinarios). Además, pertenece a la Asociación Tinerfeña de Trisómicos XXI (en La Laguna, Tenerife), organización en la que realiza actividades relativas a aspectos sociales y de refuerzos académicos. Es en el marco de esta Asociación en la que realizamos las entrevistas de esta investigación, en concreto, en sesiones que correspondían a su trabajo académico.

En estos últimos años, los objetivos planteados con Pedro en la integración han sido reconducir su comportamiento dentro y fuera del aula; aumentar sus niveles de madurez; y la aceptación de su síndrome. En la actualidad, estos objetivos se están consiguiendo con bastante éxito. Ahora el trabajo con Pedro se está enfocando a mejorar sus aprendizajes académicos, sus destrezas manuales y los procesos de trabajo, y aumentar su integración en el instituto y en la vida social.

Para entrevistar a Pedro tuvimos en cuenta las características que comentamos a continuación:

- Presenta un buen desarrollo de las funciones del lenguaje; posee un vocabulario suficiente para comunicarse y una buena comprensión de los mensajes, cuando estos se expresan con oraciones simples.
- Manifiesta mejor percepción visual que auditiva y tiene déficit con la memoria a corto y largo plazo.
- Tiene dificultades para transferir los aprendizajes de una situación concreta a otra y para generalizar las adquisiciones, es decir, requiere de tiempo para consolidar su aprendizaje.
- Manifiesta problemas de concentración e impulsividad en sus respuestas; en ocasiones responde por intuición y sin haber reflexionado sobre la tarea pedida, y otras veces, puede responder con lentitud, sobre todo cuando se enfrenta a tareas que no domina con autonomía (en estos casos, su motivación desciende y su inseguridad aumenta). Este último aspecto se pone de manifiesto en tareas de matemáticas, con las que tiene menos interés que con las de lengua.

La programación de matemáticas, en aspectos numéricos, prevista para Pedro en el curso escolar en el que se realizó esta investigación, contenía los siguientes epígrafes:

- Repasar la serie numérica del 0 al 99.
- Adquirir y afianzar la serie numérica del 100 al 999.
- Entender el concepto de unidad, decena y centena.
- Escribir el anterior y posterior de un número, de series numéricas de las presentadas anteriormente.
- Realizar conteos rápidos de elementos y anotar el número.
- Entender el concepto de menor, mayor e igual de los números y el concepto de “más” y “menos”.
- Realizar sumas sin, y con, llevadas. Restas sin llevadas. Resolver problemas de suma y resta.

Observando la programación que se aspira desarrollar con Pedro, en la que el trabajo principal es extender el sistema de numeración hasta el 1000, nos planeamos *a priori* que Pedro podría responder con éxito a las tareas de nivel 2 e incluso algunas de nivel 3 del marco presentado anteriormente.

5. Resultados

A continuación, mostramos los resultados de las entrevistas realizadas a Pedro, distinguiendo la evaluación numérica que hemos denominado procedimientos (parte 1 de la entrevista) y la referida a su situación en los niveles del marco (parte 2).

5.1 Evaluación de procedimientos

La parte 1 de la entrevista, es decir, las cuestiones procedimentales, comenzaban, en general, con números de un dígito y, si la respuesta era satisfactoria se continuaba con números mayores, hasta comprobar que no se podía seguir con un determinado procedimiento. En la tabla 1 se exponen las preguntas básicas y las respuestas de Pedro.

Tabla 1. Evaluación de los conocimientos procedimentales de Pedro

| Tipo de actividad | Respuesta de Pedro |
|--|---|
| Escribir números Escribe 10, 100, 1000. Escribe 5, 94, 384,... | Escribió correctamente los números 10 y 100, pero no supo escribir 1000. Escribió de manera correcta números inferiores a 100. Presentó dificultades con los números superiores a 100 en algunos casos (ej.: el número 215 lo escribió como 20015). |
| Leer números Lee los siguientes números: 8, 35, 456... (presentados escritos) | Leyó correctamente números inferiores a 1000. Presentó dificultades con los números superiores a 1000. |
| Número anterior y posterior ¿Qué número es el anterior a 9? ¿Qué número es posterior al 9? ¿Qué número es el anterior a 99? ¿Qué número es posterior a 99?... | Identificó el número anterior y posterior a 9. Identificó el número posterior a 99, pero no el anterior a 99. Escribió la serie de 95 a 100. |
| Operaciones sin llevadas $47+52$; $487+312$; $57-34$; $563-342$; | Sumó sin dificultad sin llevadas. Utilizó una recta numérica para realizar restas con números menores de 10. No supo restar números dos dígitos |
| Operaciones con llevadas Efectúa las operaciones: $36+67$ $497+348$ | Manifestó conocer el algoritmo de la suma con llevadas, pero presentó dificultades en algunos pasos. |
| Orden Ordena de menor a mayor: 4, 8 y 11; 23, 55, 89. | Ordenó tres números de uno y dos dígitos de menor a mayor. Tuvo dificultades para ordenar cuatro números de dos dígitos. |
| Reconocer el significado de las palabras decenas, centenas | No reconoció el significado de unidades, decenas y centenas. |

El éxito en las respuestas de Pedro a las tareas denominadas "de procedimiento" es variable. Demuestra escribir números de dos dígitos, y leer hasta números de tres dígitos, aunque tiene problemas con el 0.

Tiene dificultades para buscar el número anterior a uno dado. Probablemente sea la palabra "anterior" o "antes" la que le provoca dificultad.

Sabe sumar sin llevadas números de hasta 4 dígitos (es decir, ha extendido el algoritmo de la suma hasta cuatro dígitos, a pesar de que éstos últimos números no los sabe leer y escribir con corrección). Se está iniciando en la resta con números de un dígito, a través del uso del conteo en una recta numérica con forma de escalera.

Ordena hasta tres números de dos dígitos; cuando se le escribe el cuarto número para ordenar, ya sólo fija la atención en dos de ellos y no lo hace globalmente.

Muestra no entender el significado de decena y centena. Indica que una decena son 10 y una centena 100, pero al pedirle que escriba una decena y una centena escribe sólo el número 1. Por otra parte, en números de dos y tres dígitos, asocia las unidades al primer dígito de la derecha y las decenas al primero de la izquierda.

E: En 43 ¿Cuántas decenas hay?
Pedro: Cuatro.
E: En 537 ¿cuántas decenas hay?
Pedro: Cinco.
E: ¿Y centenas?
Pedro: Tres.

Similares respuestas dio en otros números que se le presentaron.

5.2 Evaluación del nivel 1

En este apartado se expone la parte 2 de la entrevista, en concreto, la tabla 2 muestran los resultados de Pedro a las preguntas pertenecientes al protocolo del nivel 1.

Tabla 2. Resultados de Pedro en las actividades de nivel 1

| Contar | | | | Agrupar | | | | | Particionar | | | | Relacionar | | |
|--------|----|----|----|---------|----|----|----|----|-------------|----|----|----|------------|----|----|
| C1 | C2 | C3 | C4 | A1 | A2 | A3 | A4 | A5 | P1 | P2 | P3 | P4 | R1 | R2 | R3 |
| E | E | E | E | F | E | E | E | E | E | E | E | E | E/F | E | E |

E: Éxito; F: Fracaso; E/F: Parte de la actividad con éxito y parte con fracaso

En la tabla 2 se ha señalado con éxito (o fracaso) cuando el estudiante llega a la respuesta correcta (o no), con independencia de la estrategia seguida. A continuación, analizamos sus estrategias en cada actividad, lo que ayudará a determinar su nivel de pensamiento en el marco.

5.2.1 Contar

En este nivel, las tareas de esta componente implicaban contar objetos (bloques), a partir de diferentes preguntas (tabla 3). Las diferentes actividades permiten observar si se aplica la estrategia de "contar todo" o "contar a partir de". Al mismo tiempo, ayudan a evaluar la componente de agrupar, ya que se puede observar si el alumno tiende a realizar agrupaciones de manera espontánea para facilitar el recuento.

Observamos que Pedro cuenta y construye las colecciones de los cardinales pedidos (C1 y C2). Al añadir dos objetos a una colección pequeña de 9 bloques (cuestión C3), no necesita empezar el recuento, y de forma súbita dice "11". Hizo lo mismo con la cantidad de 27 bloques, diciendo "29" sin necesidad de empezar el recuento.

Tabla 3. Actividades de contar de nivel 1

- C1) Poner un montón de 27 bloques en la mesa y pedirle que estime cuántos hay. A continuación, decirle que lo compruebe. (Esta actividad es común al componente Agrupar).
- C2) Enseñarle el número 9 escrito en un papel y pedirle "Dame esta cantidad de bloques".
- C3) A continuación, poner 2 bloques más en la cantidad que ponga y preguntarle ¿Cuántos hay ahora?
- C4) Presentarle el material Herbinière-Lebert, que compruebe el número de huecos de cada ficha.



Cuando se le muestra una placa de tamaño 10 del material de Herbinière-Lebert, y le pedimos que compruebe cuántos agujeros tiene, hace un movimiento con los dedos, señalando cuatro puntos y dice "4, 6, 7, 8, 9 y 10" (puede ocurrir que tenga memorizada la imagen de cuatro puntos, o bien que los contare muy rápido).

5.2.2. Agrupar

La componente de agrupar se analiza también con las actividades de conteo, aunque en este caso, proponemos ciertas agrupaciones cuando el alumno no las realiza de manera espontánea (tabla 4). Es necesario decir que Pedro no tuvo dificultades con el recuento en estas actividades, por ello, hemos calificado las respuestas de forma correcta en la tabla 2, sin embargo, las realizó sin agrupamientos, por lo tanto su actuación en esta componente corresponde al nivel 1.

Tabla 4. Actividades de agrupar de nivel 1

- A1) Darle un montón de bloques (27) y pedirle que estime cuántos hay.
- A2) Pedirle que lo compruebe ¿Cuántos hay? (ver si utiliza algún tipo de agrupamiento. En caso contrario apartado 3).
- A3) Delante del alumno, preparar un grupo de 29 objetos en cinco montones de 5 y 4 unidades sueltas, y preguntarle: ¿Cuántos hay?
- A4) Con la misma cantidad, preparar dos montones de 10 y 9 unidades sueltas), y pedirle ¿Cuántos hay?
- A5) Darle 26 y pedirle que haga grupos para contar.

Cuando se le presenta una cantidad de objetos, Pedro no tiene ningún criterio de estimación y dice un número al azar. Así, a la pregunta ¿Cuántos crees que hay en este montón?, contesta: "muchos" y cuando le insistimos en que los observe bien y nos diga una cantidad, dice impulsivamente y sin criterio: "20". Sabemos que no está habituado a hacer estimaciones en sus tareas matemáticas escolares.

En determinadas actividades, observamos que utiliza los dos primeros agrupamientos de "dos en dos", es decir, dice: "dos, cuatro", separando los objetos de dos en dos, para luego continuar contando de uno en uno. En otras ocasiones separa los objetos de "dos en dos", pero dice en voz alta: "uno-dos", "tres-cuatro".

Al mostrarle una cantidad de 29 objetos agrupados de 5 en 5 y 4 sueltos, y pedirle que los cuente, no utiliza los agrupamientos ya preparados, sino que cuenta de una en una las 29 unidades de forma correcta (Figura 1).



Figura 1. Pedro "cuenta todo" (Actividad A3)

Posteriormente, agrupamos los 29 objetos como 10, 10 y 9, pero, nuevamente cuenta de uno en uno. Le preguntamos cuánto es 10 y 10, y responde: "20"; le pedimos que cuente de nuevo las 29 bloques y dice "10, 20 y 30" (señalando el grupo de 9 como si fuese otro grupo de 10). Parece haber recordado el recuento por decenas, pero lo aplica de forma impulsiva, sin reflexionar en lo que se le pide. Repetimos la pregunta con 23 objetos, formados en dos grupos de 10 y 3 unidades. Pedro señala las unidades y dice "3" por subitización (es decir, dijo el número de objetos sin contar el número) y, a partir de ahí, cuenta las restantes, de una en una, hasta 23.

5.2.3. Particionar

Las actividades de particionar se muestran en la tabla 5 y corresponden tareas con objetos (P1, P2 y P4) y una tarea abstracta (P3).

Tabla 5. Actividades de particionar de nivel 1

| | | | | | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|
| <p>P1) Darle un número con el material Herbinère-Lebert (por ejemplo, 10) y pedirle diferentes formas de construirlo.</p>  | | | | | | | | | | |
| <p>P2) Se le presentan diferentes bolsas de caramelos con 1, 2, 3, 4, 5, 6, y 7 y se le dice que separe una cantidad igual de caramelos (5, 8, 9,...).</p> | | | | | | | | | | |
| <p>P3) Juego de cartas de números. Colocar sobre la mesa tarjetas de números del 1 al 9 y colocar un juego de cartas boca abajo (números del 4 al 9).</p> <table border="1" data-bbox="354 1335 1238 1397"><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr></table> <p>Se coge una carta del montón que está boca abajo y el alumno debe elegir cartas del 1 al 9 las que formen una partición del número dado. Por ejemplo, si sale el 8 retirar 4 y 4 o 5 y 3.</p> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | |
| <p>P4) Con monedas de céntimos de euros (de 1, 2 y 5 céntimos), pedirle que separe una cantidad concreta de céntimos (6, 8, 9...).</p> | | | | | | | | | | |

Pedro realizó las particiones de números menores que diez ($5=3+2$; $8=4+4$ y $5+3$; $2+2+2=6$...) en todas las actividades que se le presentaron, con el material de Herbinère-Lebert, con las bolsas de caramelos que contenían diferentes cantidades, e incluso con las monedas de céntimos.

También observamos que realizó sin dificultad la tarea más abstracta de elegir tarjetas de números cuya suma fuera un número dado (P3), buscando los números adecuados, por ejemplo, nunca cogía un número mayor al que se le daba. En general, no tenía memorizadas las particiones y las realizaba comprobando la suma de los números con los dedos, contando a partir del primer número que elegía.

5.2.4. Relacionar y ordenar

La tabla 6 contiene las actividades básicas correspondientes al orden. De nuevo fueron concretas y abstractas.

Tabla 6. Actividades de relacionar y ordenar de nivel 1

- R1) Dar "más" o "menos" que una cantidad de 8 bloques (o 10 bloques...). Dar "muchos más" o "mucho menos" de una cantidad de objetos.
R2) Escribir un número mayor o menor al número dado (por ejemplo, 13).
R3) Decir quién es mayor 4 o 6 (con y sin bloques).

Pedro escribió números mayores y menores que uno dado, sin embargo, mostró dificultades con las palabras "mucho mayor" y "mucho menor", ya que ambas las asocia a escribir un número mayor o dar más cantidades (R1). Al darle 8 bloques, y pedirle:

- "Dame más de 8 bloques", Pedro cogió todo el montón, diciendo "más".
- "Dame muchos más de 8 bloques", Pedro añade un montón de bloques a los ya dados.
- "Dame menos de 8 bloques", Pedro separa 4, y nos da 4.
- "Dame muchos menos que 8", Pedro nos da "todos" los que están en la mesa.

Por otra parte, escribe correctamente un número mayor y menor a uno dado (R2), y de nuevo, no distingue entre "mucho mayor" y "mucho menor", ya que en ambos casos escribe un número mayor.

En general, observamos que Pedro piensa en términos de unidades individuales, no usa en el conteo una aproximación coordinada de decenas-unidades, sino que cuenta casi siempre a "partir de" y, en ocasiones, "cuenta todo". Sin embargo, muestra estar iniciado en las decenas, porque es capaz de contar informalmente decenas en algunos casos. Carece de estructuras de agrupamiento (no ve la necesidad de formar grupos de diez cuando representa un número), aunque presenta un pequeño indicio de agrupamiento "de dos en dos" hasta el número cuatro. Destaca en Pedro su capacidad para construir diferentes particiones de un número y para realizar comparaciones.

5.3. Evaluación del nivel 2

En este apartado continuamos con la parte 2 de las entrevistas. La tabla 7 muestra los resultados de Pedro a las actividades correspondiente al nivel 2 en sus cuatro componentes. En ella se observa que el estudiante presenta más dificultades que éxitos para realizarlas.

Tabla 7. Resultados de Pedro en las actividades de nivel 2

| C1 | C2 | C3 | C4 | A1 | A2 | A3 | P1 | P2 | P3 | R1 | R2 | R3 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|----|-----|-----|----|
| F | E | F | F | F | E | F | F | F/E | F | E/F | E/F | E |

E: Éxito; F: Fracaso; E/F: Parte con éxito y parte con fracaso

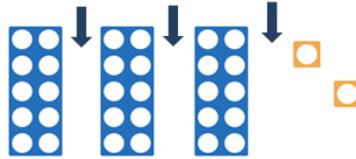
5.3.1. Contar

A continuación exponemos las actividades que utilizamos para evaluar el conteo en este nivel (tabla 8), aunque las observaciones sobre cómo cuenta Pedro, también se realizan en actividades de otras componentes a través de tareas en las que necesita contar.

En este nivel las actividades de contar se ampliaron a números mayores, y se realizaron con distintos materiales, Herbinière-Lebert, paquetes de golosinas agrupados de 10 en 10 y bloques encajables.

Tabla 8. Actividades de contar de nivel 2

C1) Presentarle un número con material Herbinère-Lebert; primero mostrar las unidades, posteriormente, de una en una mostrar las decenas, hasta llegar a 32. Preguntarle qué número hay en cada paso.



C2) A la cantidad anterior añadir 3 unidades y preguntar ¿Cuántos círculos hay ahora?



C3) Darle el número 54 escrito en papel y pedirle que lo construya con el material Herbinère-Lebert.

C4) Se le muestran 6 paquetes de chicles con 10 unidades, y se le plantea el siguiente problema: Ana compró 6 paquetes de chicles. Cada paquete tiene 10 ¿Cuántos chicles tiene Ana? Su madre le regaló un paquete más de chicles ¿Cuántos chicles tiene ahora?

Como ya observamos en el nivel 1, Pedro muestra conocer el recuento por decenas de una manera informal, porque lo hace de manera espontánea, pero en ocasiones no comprende la numerosidad de las decenas. Veamos esto en la respuesta a la cuestión C1, en la que empieza aplicando con corrección el conteo por decenas y unidades hasta el último paso en que confunde las unidades con las decenas (Figuras 2, 3 y 4).



Pedro: "Diez, once y doce".



Pedro: "Diez, veinte, veintiuno y veintidós".



Pedro: "Diez, veinte, treinta, cuarenta y cincuenta"

Figura 2-4. Imágenes de Pedro a la actividad C1 de nivel 2

En la cuestión C2, Pedro cuenta "a partir de". Al decirle: "aquí te damos 32 y añadimos 3, ¿cuánto tenemos ahora?", contesta: "32, 33, 34 y 35". Ahora las unidades "vuelven a ser unidades".

La cuestión C3 requería que diera una cantidad de 54 con el material de Herbinière-Lebert. En este caso toma fichas de 10 y cuenta: "10, 20, 30, 40, 50, 51, 52 53" (las tres últimas decenas las cuenta como unidades), se para, y toma una unidad y dice 54 (Figura 5).



Pedro construye el número 54, diciendo: "10, 20, 30, 40, 50, 51, 52, 53 y 54"

Figura 5. Respuesta de Pedro a la actividad C3 de nivel 2

Al pedirle que construyese el número 23 con el material de Herbinière-Lebert recurre a una placa de 10 y placas de números menores que 10 (placas de 1, de 3 y de 10), luego las va sumando hasta llegar a 23. Esto es una muestra de que se siente más seguro con particiones menores que 10 que con la partición en decenas y unidades.

En la actividad C4, referida al problema de los paquetes de chicles, Pedro cuenta los paquetes diciendo: "10, 20, 30, 40, 50, 60". De nuevo parece que usa la decena como unidad de conteo. Sin embargo, al añadir un paquete más dice: "61 chicles"; le damos otro paquete más y dice "62 chicles" (es decir, un paquete de 10, ahora es una unidad).

En definitiva, aunque Pedro conoce parte la secuencia numérica de 10 en 10, el recuento por decenas, no lo aplica correctamente, y puede contar las decenas como unidades, o las unidades como decenas, indistintamente.

Es necesario recordar que Pedro presenta problemas de atención e impulsividad. Es por eso que en muchas ocasiones ampliamos las preguntas, le insistimos en que se fije bien, o cambiamos los números para confirmar que no son estos aspectos las causas de sus respuestas erróneas.

5.3.2. Agrupar

Aunque las respuestas a las actividades de agrupar del nivel 1 fueron incorrectas, planteamos también las de nivel 2, más aun viendo que en estas últimas parecía utilizar el recuento por decenas (tabla 9).

Tabla 9. Actividades de agrupar de nivel 2

- | |
|---|
| <p>A1) Mostrarle 53 bloques y preguntar: ¿Cuántas bloques crees que hay? A2) Pedirle que lo compruebe ¿Cuántas hay? A3) ¿Cómo harías para que sea más fácil y rápido a contarlas?</p> |
|---|

En la actividad A1 observamos nuevamente que Pedro no tiene criterio para decir una cantidad al estimar (criterios del tipo: hacer una separación de las fichas en grupos menores, contar unas pocas y buscar una aproximación, etc.). La respuesta rápida muestra su impulsividad, al dar una cantidad al azar, en este caso, dice: "hay 24".

En la cuestión A2 cuenta de uno en uno, y no realiza ningún agrupamiento. A pesar de indicarle que forme agrupamientos para contarlos de manera más fácil (actividad A3), comienza de nuevo con el

mismo criterio unitario. Le decimos que no es necesario que continúe, ya que observamos que conoce la serie numérica y el conteo con corrección.

5.3.3. Particionar

La tabla 10 muestra las actividades de particionar de nivel 2, componente en la que Pedro había tenido éxito en el nivel 1.

Tabla 10. Actividades de particionar de nivel 2

P1) Hacer bolsitas de caramelos y pedirle que coja 35 caramelos o 65 caramelos (diferentes bolsas de caramelos que contienen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, y 10 caramelos).

P2) Juego de cartas. Se presentan en la mesa tarjetas de números del 1 al 9 (dos de cada) y 20 tarjetas del número 10 y además se pone un montón de cartas de números de dos dígitos: 24, 16, 45, 58...

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|

Se destapa una carta del montón de los números dos dígitos. El alumno debe coger cartas de entre las de 1 y 10, cuya suma sea el número de dos dígitos.

P3) Con monedas de 1, 2, 5 y 10 céntimos. Pedro compra golosinas y tiene que pagar 68 céntimos de euro. ¿Puedes dármelos?

Aunque ya vimos en la componente de contar de nivel 2 que Pedro conoce las decenas y que, en ocasiones, cuenta de 10 en 10, en la actividad P1 de este nivel, no utiliza grupos de 10 para particionar el número 35 ni el 65. Entrega la cantidad de caramelos pedida, pero cogiendo bolsas con cantidades de caramelos menores que 10. Eso le lleva a equivocarse, ya que debe contar o sumar con los dedos gran cantidad de números.

En la actividad P2 destapó la tarjeta del número 45 y lo forma con 4 cartas de 10 y una de 5; en esta ocasión, parece que lo hace de manera correcta, pero al hacer el recuento de nuevo confunde decenas y unidades dice: "10, 20, 30, 40 y 50" (Figura 6).



Figura 6. Respuesta de Pedro a la pregunta P2

A continuación, salió el número 24 y lo formó sumando cartas de números menores que 10 y contando con los dedos hasta obtener el 24. Es decir, de nuevo no particiona con unidades y decenas, sino que va contando poco a poco hasta llegar al número pedido. Una acción similar realizó con la actividad P3, con las monedas de céntimos, en la que fue cogiendo diferentes monedas, y las sumaba, hasta llegar a 65.

En definitiva, Pedro tiene dificultad para particionar los números mayores correspondientes a este nivel. Aunque se observan indicios de que puede realizarlas, no presenta aún buenas estrategias y no usa correctamente las decenas como unidad de partición.

Las personas con SD suelen realizar con más éxito las tareas rutinarias y repetitivas y les cuesta generalizar o extrapolar a situaciones diferentes el aprendizaje adquirido. En este ejemplo, vemos que aunque podría realizar las particiones utilizando las decenas, porque así lo hace en el juego de cartas en una ocasión, en el resto de actividades prefiere, o si siente más seguro, contando y sumando números menores que 10 hasta llegar al que busca.

5.3.4. Relacionar y ordenar

Las tareas de orden en este nivel fueron de tres tipos: dar números mayores y menores a uno dado (R1); comparar cantidades de bloques o haces de lápices (R2); y por último, comparar dos cantidades al cambiar el orden de las unidades que lo forman (R3) (tabla 11).

Tabla 11. Actividades de relacionar de nivel 2

R1) Escribe un número mayor que el 53 y escribe un número menor que el dado 53. (Poner varios ejemplos).

R2) Tú tienes 10 bloques y yo tengo 4 bloques ¿Quién tiene más bloques?



Tú tienes 14 y yo tengo 24. ¿Quién tiene más bloques?



Se le presentan colecciones de lápices con haces de 10 y lápices sueltos:



¿En qué grupo hay más lápices? Pon lápices en el primer grupo para tener más que en el segundo.

R3) Con tarjetas de números, leer y comparar números al invertir el orden de las unidades

| | |
|---|---|
| 4 | 3 |
|---|---|

¿Qué número es?

Si cambias el orden de las unidades

| | |
|---|---|
| 3 | 4 |
|---|---|

¿Quién es mayor?

Se repite con otros números (61 y 67).

Pedro parece conocer el orden de los números cuando se le enseña de manera escrita, como ya observamos en las preguntas de procedimiento. Al pedirle un número mayor al 53, escribió el 100 y como número menor, escribió el 1. No comprende el significado de "mucho mayor" y "mucho menor". Siempre da un número mayor, es decir, asocia "mucho" a mayor número, como ya lo observamos en el nivel 1 con cantidades de objetos concretos.

En las actividades con objetos de R2, cuenta correctamente a partir de 10 e identifica quién es la cantidad mayor en los números menores (10 y 4; 14 y 24). Las dificultades en esta actividad surgen al contar cantidades mayores. En el caso de los lápices cuenta de 10 en 10 con independencia de que

sean haces de 10 lápices o lápices sueltos. Al repetir con otros números mayores observamos de nuevo este hecho.

La actividad R3 la realiza correctamente con los números representados en las tarjetas, pero mentalmente tiene dificultad para invertir el orden de las unidades e indicar si es mayor o menor. Decidimos no continuar la evaluación de Pedro con las actividades del nivel 3, ya que observamos que no manifiesta un nivel de pensamiento característico del nivel 2.

5.4. Evaluación de Pedro

Las expectativas de aprendizaje de Pedro a nivel curricular, planteadas en los centros en los que recibe su formación académica, requieren que sus conocimientos numéricos se sitúen en el nivel 3 del marco presentado, que implican un dominio de los números hasta 100.

El análisis de las cuestiones procedimentales planteadas, ponen de manifiesto que efectivamente, "conoce" los números hasta 100, ordena hasta tres números de dos dígitos y suma números de varios dígitos. De hecho al plantearle una suma con cuatro dígitos la realizó con corrección. Es decir, demuestra que puede realizar un algoritmo estándar, a pesar de no comprender el significado de decena y centena.

Sin embargo, el análisis de las cuestiones diseñadas para evaluar las cuatro componentes en los diferentes niveles de pensamiento, ponen de manifiesto que Pedro se sitúa en el nivel de pensamiento 1, aunque hay evidencias de que está en transición hacia el nivel 2 (por ejemplo, realiza particiones menores que 10, ordena con corrección).

En Pedro domina un pensamiento basado en las unidades individuales (recurre a recuentos por unidades) y en algunas situaciones utiliza para contar la unidad compuesta numérica (conoce la secuencia por decenas 10, 20, 30,... pero la utiliza para contar de manera incorrecta). Es decir, aunque su pensamiento está principalmente basado en las unidades individuales, ha iniciado la transición de éstas a la unidad compuesta numérica.

Carece de estructura de agrupamiento. Pedro no tiene predisposición para usar grupos al contar, ni de 5 en 5 ni de 10 en 10. Solo observamos indicios de conteo de dos en dos que utilizaba en algunas actividades. La consulta con sus educadores nos confirma que en las actividades escolares no suele realizar agrupaciones.

Es capaz de particionar correctamente números menores que 10, aspecto que consideramos importante porque son trazos de que un alumno con SD puede realizar actividades que impliquen la búsqueda de una estrategia adecuada. Observamos como Pedro movía sus dedos sobre las tarjetas entre 1 y 10 y buscaba siempre números menores que el dado y descartaba los mayores. Consideramos que es un indicio de un cálculo mental adecuado.

Este razonamiento le capacita para hacer comparaciones, por lo que se observa un relativo éxito en las tareas de orden, aunque no de manera mental, sino que requiere de la utilización de representaciones gráficas o simbólicas.

6. Conclusiones

En este trabajo hemos utilizado, con un alumno con SD (Pedro), un marco teórico que permite analizar el conocimiento de los principios que estructuran y dan sentido al sistema de numeración decimal y marca las pautas para desarrollar instrucciones de aula.

El uso del marco nos ha ayudado a evaluar el conocimiento de Pedro sobre el sistema de numeración decimal, permitiendo observar sus logros y sus deficiencias. El situarlo en un nivel de pensamiento concreto, implica conocer aquellos aspectos en los que no tiene una comprensión conceptual, otros en los que prevalece en lo procedimental, o bien, en los que desconoce tanto lo procedimental como lo conceptual. Todo ello, junto con sus características cognitivas específicas, nos permitirá diseñar secuencias de aprendizaje individualizadas, que le ayuden a superar sus deficiencias conceptuales y trabajar los aspectos necesarios para lograr un avance en la comprensión del sistema de numeración decimal.

Se observa que Pedro tiene dificultades con la noción de decena; conoce la palabra decena, pero no sabe utilizarla de forma flexible en tareas de las cuatro componentes del marco utilizado. Por otra parte, la evaluación también ha mostrado la necesidad de trabajar con las agrupaciones como una tarea numérica esencial.

En definitiva, se observa que Pedro manifiesta un distanciamiento entre los procedimientos empleados al trabajar con los números y la comprensión conceptual del sistema de numeración decimal, que es necesario conectar.

Aspiramos a establecer puentes a través de secuencias de aprendizaje que retomen tareas básicas de los cuatros constructos desde el nivel 1.

Aunque en este trabajo se ha comentado el caso de Pedro, las entrevistas se realizaron a siete jóvenes con SD y hemos iniciado una secuencia de aprendizaje siguiendo el marco presentado, con alumnos que se encuentran en el nivel 1. La inquietud de este equipo investigador es ampliar el estudio con una población mayor con SD, y poder determinar si es consistente, al igual que ocurre con la población de desarrollo típico para continuar con programas de intervención que ayuden a ampliar el conocimiento de las personas con SD y superar las dificultades más destacadas de estas personas en el aprendizaje matemático.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte del proyecto EDU2011-29324: Modelos de competencia formal y cognitiva en pensamiento numérico y algebraico de alumnos de primaria, de secundaria y de profesorado de primaria en formación. Ministerio de Ciencias e Innovación, Madrid.

Referencias

- Abdelhameed, H. y Porter, J. (2006). Counting in Egyptian children with Down syndrome. *International Journal of Special Education*, 21(3), 176-187.
- Baroody, A. J. (1990). How and when should place-value concepts and skills be taught? *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 281-286.
- Barrón, I. (1999). La enseñanza de las matemáticas en un caso de deficiencia mental SD. *Uno*, 21, 7-17.
- Bednarz, N. y Janvier, B (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 13(1), 33-57.
- Bruno, A. y Noda, A. (2010). Necesidades educativas especiales en matemáticas. El caso de personas con síndrome de Down. En Moreno, M.M. Estrada, A.; Carrillo, J. y Sierra, T.A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV*, 141-162. Lleida: SEIEM.
- Bruno, A., Noda, A., Aguilar, R., González, C., Moreno, L. y Muñoz, V. (2006) Análisis de un tutorial inteligente sobre conceptos lógico-matemáticos en alumnos con Síndrome de Down. *RELIME, Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(2), pp. 211-226.
- Buckley, S. (2007). Teaching numeracy. *Down Syndrome Research and Practice*, 12(1), 11-14.

- Carr, J. (1988). Six weeks to twenty-one years old: A longitudinal study of children with Down's syndrome and their families. *Journal of child psychology and psychiatry*, 29(4), 407-431.
- Caycho, L., Gun, P. & Siegal, M. (1991). Counting by children with Down' Syndrome. *American Journal on mental Retardation*, 95(5), 575-583.
- De Graaf, E. y De Graaf, M. (2006). Aprendiendo matemáticas elementales: estudio de caso de un niño holandés. *Uno*, 43, 57-67. (Traducción de M^a Rosa Latorre. Workshop presentado en Down Syndrome World Conference. Madrid, 1997).
- Fuson, K. C. (1990). Issues in place-value and multidigit addition and subtraction learning and teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 273-280.
- Gaunt, L., Moni, K., Jobling, A. (2012). Developing numeracy in young adults with Down syndrome: a preliminary investigation of specific teaching strategies. *Journal on Developmental Disabilities*, 18(2), 10-25.
- Gelman, R. y Cohen, M. (1988). Qualitative differences in the way Down syndrome and normal children solve a novel counting problem, In Nadel, L. (Ed.) *The Psychology of Downs' Syndrome* (pp. 51-99). Cambridge, MA: MIT Press.
- Gelman, R. y Gallistel, (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Jones, G., Thornton, C. y Putt, I. (1994). A model for nurturing and assessing multidigit number sense among first grade children. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 117-143.
- Jones, G., Thornton, C., Putt, I., Hill, K., Mogill, A., Rich, B. y Van Zoest, L.R. (1996). Multidigit Number sense: a Framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 310-336.
- Kamii, C. (1986). Place Value: An Explanation of Its Difficulty and Educational Implications for the Primary Grades. *Journal of Research in Childhood Education*, 1(2), 75-86.
- Noda, A. y Bruno, A. (2010). Operaciones básicas en alumnos con síndrome de Down. *Revista de investigación en Didáctica de la Matemática PNA*, 4(4), 143-159.
- Noda, A., Bruno, A., Aguilar, R., Moreno, L., Muñoz, V. y González, C. (2007). Un estudio sobre habilidades de conteo en alumnado con síndrome de Down. *Educación Matemática*, 19(3), 31-63.
- Noda, A., Bruno, A., González, C., Moreno L. y Sanabria, H. (2011). Addition and subtraction by students with Down syndrome. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(1), 13-35.
- Nye, J., Buckley, S. y Bird, G. (2005). Evaluating the Numicon system as a tool for teaching number skills to children with Down syndrome. *Down Syndrome News and Update* 5(1), 2-13
- Nye, J., Fluck, M. & Buckley, S. (2001) Counting and cardinal understanding in children with Down syndrome and typically developing children. *Down Syndrome Research and Practice*, 7(2), 68-78.
- Ortega, J. M. (2004). *Nuevas tecnologías y aprendizaje matemático en niños con síndrome de Down*. Tesis Doctoral publicada en el Boletín Oficial de la Universidad de Jaén.
- Porter, J. (1999). Learning to count: A difficult task? *Down Syndrome Research and Practice*, 6(2), 85-94.
- Shepperdson, B. (1994). Attainments in reading and number of teenagers and young adults with Down's syndrome. *Down Syndrome Research and Practice*, 2(3), 97
- Sloper, P., Cunningham, C., Turner, S. y Knussen, C. (1990). Factors relating to the academic attainments of children with Down' syndrome. *British Journal of Educational Psychology*, 60, 284-298.
- Steffe, L.P., Cobb, P., y Von Glasersfeld, E. (1988). *Construction of Arithmetical Meanings and Strategies*. Springer-Verlag, New York.

Alicia Bruno Castañeda. Doctora en Ciencias Matemáticas, profesora titular de Didáctica de la Matemática de la Universidad de La Laguna. Sus investigaciones se centran en enseñanza y aprendizaje de los números en diferentes niveles educativos y en el aprendizaje matemático de personas con necesidades educativas especiales.
Email: abruno@ull.es

María Aurelia Noda Herrera. Doctora en Ciencias Matemáticas, profesora titular de Didáctica de la Matemática de la Universidad de La Laguna. Sus investigaciones se centran en resolución de problemas y en el aprendizaje matemático de personas con necesidades educativas especiales.
Email: mnoda@ull.es