

Leg 9 P. 29 No. 16

DISCURSO

784

LEIDO EN

LA UNIVERSIDAD CENTRAL

POR EL LICENCIADO

D. Ambrosio Moya de la Torre,

catedrático de Matemáticas de dicha Universidad,

EN EL ACTO

DE RECIBIR LA INVESTIDURA DE DOCTOR

EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS.

MADRID :

Imprenta de JOSÉ MARIA DUCAZCAL, Plaza de Isabel II, núm. 6.

1854.

UVA. BHSC. LEG.09-2 n°0784

16

UVA. BHSC. LEG.09-2 n°0784

DISCURSO

LEIDO EN

LA UNIVERSIDAD CENTRAL

POR EL LICENCIADO

D. Ambrosio Moya de la Torre,

catedrático de Matemáticas de dicha Universidad,

EN EL ACTO

DE RECIBIR LA INVESTIDURA DE DOCTOR

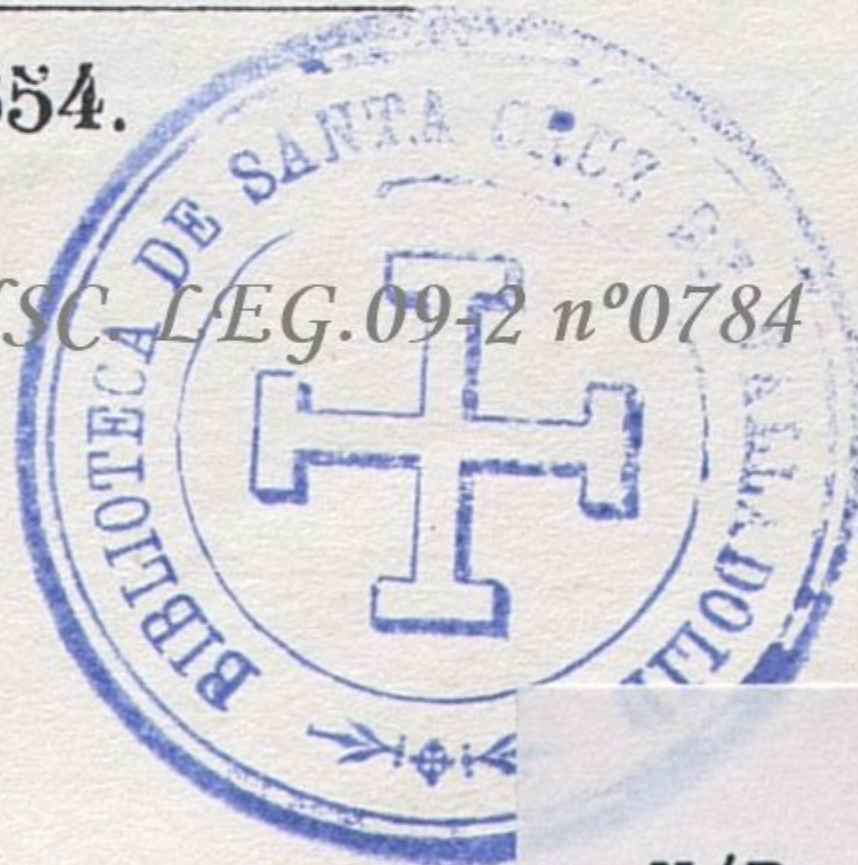
en ciencias físico-matemáticas.

MADRID

Imprenta de JOSÉ MARIA DUCAZCAL, Plaza de Isabel II, núm. 6.

1854.

UVA. BHSC LEG.09-2 n°0784



HTCA

U/Bc LEG 9-2 n°784



1>0 0 0 0 2 9 4 8 2 5

DISCURSO

LEIDO EN

LA UNIVERSIDAD CENTRAL

POR EL LICENCIADO

D. JOSE MARIA BUCENAFI

en el acto de apertura de las clases

EN EL AÑO

DE DOCTOR EN CIENCIAS

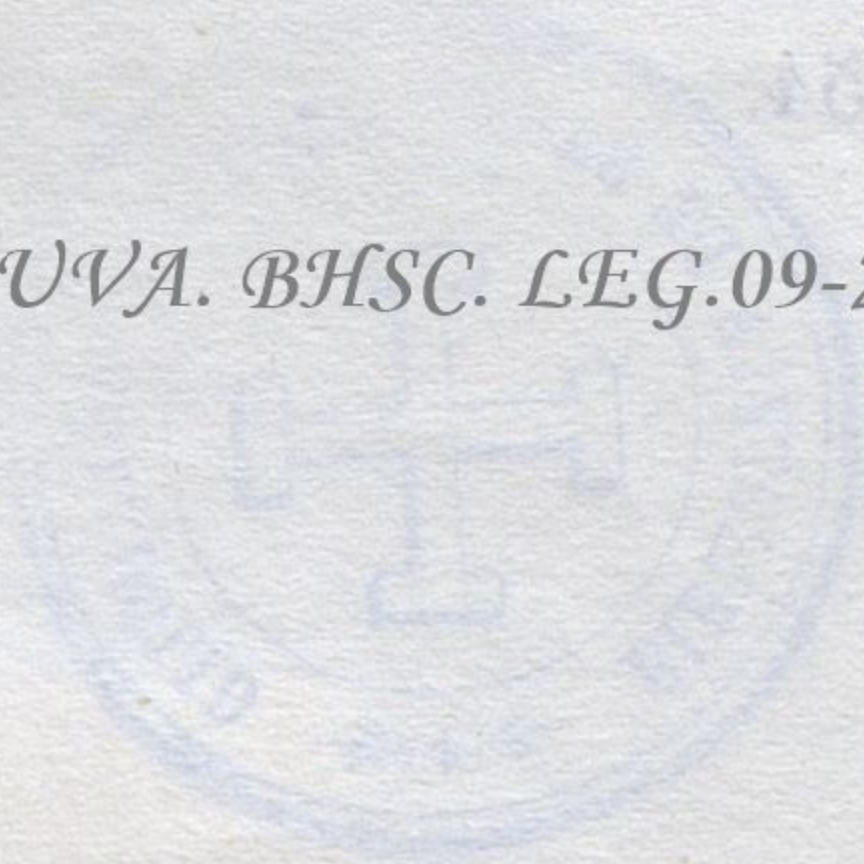
en las clases de matemáticas

MADRID

propiedad de JOSE MARIA BUCENAFI, Plaza de Isabel II, núm. 11.

1884

UVA. BHSC. LEG.09-2 n°0784



SOBRE LA IMPORTANCIA FILOSÓFICA

DEL

CÁLCULO DE LAS PROBABILIDADES.

SOBRE LA IMPORTANCIA FILOSÓFICA

DE

CÁLCULO DE LAS PROBABILIDADES.

UVA. BHSC. LEG.09-2 nº0784

Excmo. é Ilmo. Sr.

Al cumplir en este momento con una prescripción académica, y al dirigir mi voz con tal motivo á este ilustre Claustro, donde todos los ramos del saber están legítimamente representados, he juzgado oportuno llamar vuestra atención hácia una teoría de transcendencia suma en la marcha progresiva de todos los conocimientos humanos, y cuya importancia real contrasta lastimosamente con el sensible abandono en que se halla entre nosotros.

La grandeza del asunto exige dotes de elocuencia de que yo no puedo decorarle; pero los rasgos imperfectos del rápido bosquejo que voy á delinear, bastarán á la penetracion de tan ilustrado auditorio, para dar relieve y manifiesta claridad á la *importancia filosófica del cálculo de las probabilidades*.

No voy á hacer el encomio de una teoría que funde su importancia en la fecha remota de su origen; porque en va-

no sería buscar aplicaciones del cálculo á la probabilidad entre las densas nubes de los primitivos tiempos. La edad primera de la historia social no podia engendrar en la infancia de la civilizacion una ciencia que se ve nacer de las grandes teorías, cuya posesion caracteriza el período moderno; y sin necesidad de sumergirnos en el caos misterioso de la fábula, encontramos la cuna del cálculo de las probabilidades ocupando el alto rango de las conquistas mas notables que ilustraron al siglo xvii. Bajo este aspecto tiene la ciencia que nos ocupa sobre el mérito real de ser moderna el de haber nacido en aquella época de la historia que hace mas honor al espíritu humano.

En medio de la lucha que el principio del exámen estableció en el órden moral y en el científico, y mientras la famosa guerra de los treinta años desolaba la Europa entera con sus calamitosos desastres, la elocuencia y la poesía, lozanas ya el siglo anterior en España y en Italia, empiezan á florecer en el resto de la Europa; las matemáticas despiertan de su letargo; la física sale de las tinieblas; la sana filosofía penetra en las escuelas para imprimir un gran movimiento á la marcha intelectual del mundo, rompiendo el viejo yugo del dogmatismo escolástico y de la pedantesca escuela de la filosofía aristotélica, y libre de su esclavitud el pensamiento dá principio la gloriosa revolucion que Galileo y Descartes habian preparado. Pero en el mundo intelectual, lo mismo que en la sucesion de los seres físicos, todo está sometido á la ley de continuidad; no se marcha por saltos en el camino del sólido progreso; deslizándose el genio de una verdad á la verdad siguiente, recorre la cadena de los principios y de las consecuencias, cuyos eslabones puede modificar el raciocinio, pero le es imposible el destruirlos; porque á veces una idea que parece contenida en un espacio fijo y determi-

nado se aumenta gradualmente por la reflexion y llega á formar el núcleo de un cuerpo de ciencia que no tiene límites. De este modo el problema de las tangentes fué la piedra fundamental del nuevo análisis, y un problema sobre los juegos de azar el fundamento del cálculo de las probabilidades.

Desde su origen mismo en el famoso problema de *las senas* y en el mucho mas célebre de las *reglas de los partidos*, halló Pascal en esta teoría el medio de pasar del método de los indivisibles, que estaba entonces en uso, á la noción de las diferencias parciales que habia de originar poco despues el *Methodus incrementorum* de Taylor, y las séries recurrentes de Moivre: al mismo tiempo que Fermat en la resolución general de estos mismos problemas, encontraba la ocasion de perfeccionar las combinaciones estableciendo su verdadera teoría, y preparando á Newton el descubrimiento de su bello teorema el binomio; así como mejorando sus métodos para determinar las subtangentes y los puntos singulares de las curvas (en lo que han querido ver sus compatriotas el verdadero descubrimiento del cálculo diferencial), le ofrecia el gérmen de su método de las fluxiones.

Armonizándose desde su infancia esta teoría con los progresos simultáneos del análisis infinitesimal, somete sin resistencia al nuevo cálculo numerosas cuestiones estrañas ó rebeldes á los anteriores métodos; aproxima bajo el mismo punto de vista teorías que parecian aisladas ó independientes, por medio de la generalidad de los nuevos procedimientos, y levanta sobre una base sólida un edificio regular y magnífico, que mantiene todas sus partes en justa proporcion y perfecto equilibrio.

Desde entonces se reconoce y se consigna entre las elucubraciones matemáticas que la probabilidad se halla comprendida en la noción general de la cantidad mensurable;

que se puede espresar su generacion en algoritmo y que le son completamente aplicables las leyes de los números. Desde entonces queda constituida la ciencia de las probabilidades, determinado el carácter transcendental de su fina lógica y manifiesto su método analítico por escelencia.

El espíritu filosófico de esta teoría está fundado, como el de todos los ramos de las matemáticas, en la aplicacion de las leyes del saber puras, transcendentales y lógicas, á las cuestiones especulativas sobre la forma del mundo físico; pero la deduccion subjetiva de los principios fundamentales de su aplicacion al objeto de esta ciencia, constituye por sí un sistema peculiar de leyes especiales que rije las funciones de la inteligencia sobre la probabilidad realizable en el tiempo y en el espacio. Los demas ramos de las ciencias exactas reciben los primeros fundamentos, que segun su objeto particular les marca la filosofía general de las matemáticas, y sin remontarse jamás á la organizacion intelectual, deducen de ellos por vías puramente objetivas el conjunto de proposiciones ciertas de que constan; pero la ciencia de las probabilidades, dejando á la filosofía transcendente el cuidado de resolver su verdadero problema de la certidumbre absoluta, lleva el escalpelo de su fino análisis hasta las mismas funciones intelectuales, para deducir de este exámen crítico las diversas y frecuentes causas de ilusion en la determinacion de la probabilidad; porque los resultados transcendentales del cálculo, como todas las abstracciones del entendimiento, son únicamente signos generales cuya verdadera estension solo puede conocerse remontándose por un análisis metafísico á los principios elementales que los han motivado. Esta delicada crítica presenta en general grandes inconvenientes; porque la mente humana sufre menos al avanzar, que al replegarse sobre sí misma; pero es tan necesaria para corre-

gir las ilusiones del espíritu, como el tacto para corregir las de la vista.

Para establecer con certeza que un fenómeno observado un cierto número de veces es el efecto de una ley, admitiéndolo por consiguiente entre las uniformidades de la naturaleza consideradas solo como leyes empíricas, es necesario tener en cuenta que la generalidad inferior de las leyes derivativas, respecto á las primordiales de donde se derivan, no solo afecta á la estension de las proposiciones mismas, sino á su grado de certeza: y al examinar el método mas adecuado para determinar dicha ley, cuando el fenómeno es producido por la concurrencia de varios hechos simples, deben analizarse mucho los resultados que puede ocasionar la combinacion habitual de los efectos de una causa constante, con los efectos casuales de las causas variables que ejercen su accion simultáneamente. Estos casos de composicion de causas, que nos presentan un efecto constante, modificado siempre por la accion continua de una série de causas variables, de las que no puede aislarse para examinarle aparte, imposibilitan la determinacion de la ley de la causa constante y patentizan la necesidad de un medio supletorio á la investigacion experimental. El cálculo entonces neutraliza los efectos casuales, y sin eliminar directamente ninguna causa asignable, hace desaparecer la multitud flotante de variables y presenta el resultado final libre de todos sus efectos. Pero al remontarse luego por la escala de la induccion, de los fenómenos á las leyes y de las leyes á las fuerzas, no debe olvidarse nunca que la probabilidad, deducida de un conocimiento incompleto de los efectos frecuentes de causas hipotéticas, que pueden ser imaginarias, se antepone generalmente á una probabilidad mayor, pero que no es mas, que un frio resultado del cálculo; pues impaciente la imagi-

nacion por elevarse á las causas, suele recrearse en fundar hipótesis que necesitan desfigurar los hechos para llegar á ser admisibles.

Por último, hasta la marcha misma del raciocinio por las vías inductivas, que hacen descubrir los principios generales de las ciencias, es insuficiente por sí para establecer con rigor estos mismos principios, que deben estar siempre confirmados *á posteriori* por demostraciones ó experimentos decisivos.

El descuido con que algunos matemáticos han mirado el exámen crítico de los fundamentos de la probabilidad, ha motivado viciosas aplicaciones del cálculo que algunos han querido convertir en oprobio de las ciencias exactas; y el desprecio en que algunos filósofos han tenido los resultados del cálculo, dejándose llevar en brazos del raciocinio inductivo, ha precipitado en el absurdo á los hombres mas eminentes. El célebre Bacon, elocuente promovedor del verdadero método filosófico, hizo de la induccion un abuso muy extraño para probar la inmovilidad de la Tierra, y el ilustre Leybnitz, conducido por una metafísica singular, creyó ver en la suma fraccionaria de una série infinita, que esta fraccion nacia, segun las reglas de la probabilidad, de un conjunto de infinitos ceros, imaginándose que el Ser Supremo, representado por la unidad, habia sacado de la nada todos los séres de la creacion, á la manera que la unidad con el cero puede representar todos los números en su aritmética binaria, y prometiéndose que el jesuita Grimaldi convertiría al Cristianismo, con este emblema de la creacion, al Emperador de la China.

La naturaleza de la induccion analógica está fundada en la probabilidad de que los hechos semejantes tengan causas análogas y produzcan efectos idénticos; y por su medio vemos á esta teoría reconocer y señalar en la conciencia trans-

condicional del hombre el principio incondicional de lo absoluto, siendo ella misma en rigor la tendencia de la humanidad hácia este objeto supremo de la inteligencia, cifrada en fórmulas matemáticas. Bajo este aspecto patentiza que los sistemas filosóficos y los matemáticos están necesaria é invariablemente unidos, como deducciones de un solo principio comun; reviste sus aplicaciones del carácter transcendente y de la autoridad de las altas especulaciones filosóficas; y somete á la filosofía, en la investigacion de la verdad, á la precision matemática, prestando á sus enunciados el carácter de evidencia y certidumbre que distingue á las ciencias exactas.

Tal es la importancia filosófica del cálculo de las probabilidades, considerado del modo mas abstracto. Si fijamos ahora la consideracion en sus grandes relaciones con todos los ramos del saber, y atendemos á la favorable influencia que puede ejercer en sus progresos, le veremos comunicando á unos las mejores bases para fundar sus métodos, suministrando á otros los principios exactos en que estriba su filosofía, é ilustrando á todos en la perfeccion de sus procedimientos.

La investigacion de los métodos necesarios para someter al cálculo los principios fundamentales de la probabilidad, ha dado origen á muchas ramas del análisis, además de la teoría de las combinaciones y el cálculo de las diferencias finitas; y aunque puede decirse que las diversas cuestiones de probabilidad carecen en rigor de un método adaptable á todos sus asuntos, porque su inmensa variedad dificulta mucho, si es que no imposibilita, el referirlos á casos generales y determinados, esta misma falta de que adolece, sirve de justificacion á su importancia. ¿Qué estudio hay en realidad mas adecuado para profundizar el espíritu y el enlace de las diversas partes del análisis matemático,

que una ciencia que poniendo alternativamente en juego todos sus procedimientos, nos familiariza con sus dificultades y nos coloca en situación de dominarlas? Todas las derivaciones del método de exhaustión de los antiguos, que ha servido de origen, así á los indivisibles de Cabalieri, como á los límites y á las fluxiones de Newton, y tanto á las indeterminadas de Descartes, como á las funciones analíticas de Lagrange y al análisis Leybniciano, constituyen, con las diferencias finitas, las funciones generatrices y la teoría completa de las series, el inmenso arsenal del cálculo de las probabilidades. Y la comparación que por medio de este cálculo puede hacerse entre los métodos rigurosos y los aproximativos, considerando á las ecuaciones de las diferencias parciales infinitamente pequeñas, como ecuaciones de las diferencias parciales finitas, en que nada se desprecia, puede aclarar muchos puntos oscuros de la metafísica del cálculo infinitesimal.

Siendo además la utilidad primera y el principal objeto del estudio de las ciencias exactas el ejercitar y perfeccionar en los hombres sus modos de discurrir, asegurando en lo posible su infalibilidad al raciocinio, reclama la enseñanza de estas ciencias el cálculo de las probabilidades, como indispensable complemento de los otros cursos de matemáticas: y el profesorado puede sacar de esta teoría ventajas considerables en provecho de la misma enseñanza; pues reconociendo todos la imposibilidad de que sea buen profesor de Aritmética el que desconozca el Algebra; de Geometría elemental el que no entienda la Analítica y la Descriptiva; de Algebra el que ignore el cálculo infinitesimal, habremos de convenir con Lamé, en que numerosos ramos del análisis, como las combinaciones, las factoriales, las potencias de los polinomios, las teorías de las

aproximaciones, de las series, de los límites de error, el cálculo de las diferencias finitas, etc., no pueden ser completamente desarrollados por quien no esté provisto del fecundo cálculo de las probabilidades.

La filosofía natural encuentra en este cálculo el complemento necesario al método de las ciencias de observacion. Como que son insuficientes la acertada eleccion de los sistemas, la precision de los instrumentos y el cuidado de observar bien, es necesario determinar por la teoría de las probabilidades los resultados medios que den menos lugar al error, y es menester además, si no se quiere tener un conocimiento imperfecto del grado de aproximacion obtenido, apreciar la probabilidad de que los errores de estos resultados se hallen siempre comprendidos entre límites fijos. El análisis que exige la determinacion de las fórmulas necesarias para este objeto, que quizá sea el mas delicado y difícil de la teoría de las probabilidades, contribuye poderosamente á la rectificacion de la gran serie de errores de que progresivamente se viene depurando la filosofía natural.

Por la consideracion de las probabilidades con aplicacion á numerosas observaciones celestes, se reconoció la causa de la ecuacion secular de la Luna, de la irregularidad entre Saturno y Júpiter, y se determinó la ley notable de los movimientos medios de los tres primeros satélites de este planeta. Estos hechos que han convertido en certidumbre la probabilidad de sus causas, hablan mas alto que todas las elocuencias en favor de esta teoría.

Las ciencias conjeturales tienen en las probabilidades el medio de apreciar las ventajas y los inconvenientes de sus métodos peculiares. Con su auxilio se reconoce el mejor de los tratamientos en uso para la curacion de una enfermedad; y el cálculo manifiesta la probabilidad de su ventaja y la razon

de su excelencia sobre los otros. Hasta se puede comprobar por el análisis de las probabilidades la existencia de ciertas causas, cuya acción imperceptible se ha entrevisto en el sistema nervioso; y descubrir por este medio agentes naturales de aplicación importante para conocer la influencia que ejerce en las afecciones nerviosas el magnetismo animal y el ordinario, la proximidad de las corrientes, el estado atmosférico, la posición del sol y de la luna, etc.: del mismo modo que la esquisita sensibilidad nerviosa reveló la existencia de la débil electricidad desarrollada por el contacto de dos metales, que tan vasto y fecundo campo abrió á la física y á la química.

El conjunto importante de las ciencias administrativas halla en el cálculo de las probabilidades el medio de comprobar el valor real de sus experimentos, de sus teorías y de sus sistemas. La Aritmética política no es en rigor otra cosa que el conjunto de diversas aplicaciones de la probabilidad á ciertas clases de sucesos morales. El espíritu científico de la Estadística, cuyo objeto es deducir de términos numéricos análogos las leyes de la sucesión de los hechos sociales, recibe de la teoría de las probabilidades su principio fundamental y su método propio. Y la Economía política que sin descender de su esfera tiene absoluta necesidad de reclamar con frecuencia el apoyo de la estadística, nos revela á cada paso que si los resultados del análisis numérico de los datos estadísticos, no son para el economista el único medio seguro de llegar al descubrimiento de sus principios, le ayudan cuando menos á completar su demostración.

Las tablas de mortalidad no son mas que estados de la probabilidad de la vida humana. Su exacta determinación requiere el que se tomen en cuenta numerosos nacimientos, y el análisis da en este caso fórmulas muy sencillas para

apreciar la probabilidad de que los números que contienen estas tablas solo disten de la verdad cantidades comprendidas entre límites muy próximos. Con su auxilio se construyen las tablas de la población correspondiente, se fija la duración media de los matrimonios y se determinan las diferencias sensibles que ofrecen las diversas clases de la sociedad, relativas á las fatigas y al trabajo de cada ocupación: así puede colegirse la cantidad de vida que á cada profesión se sacrifica.

Por el empleo de este análisis se determina la ventaja que resultaría de la extinción de una enfermedad, y por este medio encontró Duvilard que el aumento de la duración media de la vida debido á la inoculación de la vacuna, es algo mas de tres años; lo cual ha producido un aumento tan considerable en la población, que llegaría á ser superior á los medios de existencia, si no hubiera otras causas que tienen la misión de impedir este incremento.

La utilidad y la importancia moral y política de los establecimientos que se fundan en la probabilidad de numerosos hechos, como las cajas de ahorros, las rentas vitalicias y las compañías de seguros, están subordinadas á las reglas que dictan los resultados del análisis: el cálculo fija los límites que han de comprender siempre la expresión analítica de la probabilidad de la ganancia, y demuestra palpablemente que los establecimientos de esta especie tienen de favorables á las costumbres y de ventajosos á las inclinaciones mas dulces de la naturaleza, todo lo que los juegos tienen de inmorales. El cuidado excesivo que se pone en acrecentar la funesta afición á las loterías con la incitante publicidad de los premios, debiera emplearse en proteger y fomentar estos centros de moralidad y de orden que deben ser muy respetados en las vicisitudes del Erario.

La aplicación de la probabilidad á las ciencias morales, en las que cada consecuencia se deduce de la precedente solo de un modo verosímil, patentiza que por muy probables que sean estas deducciones, crece con su número la causa del error y acaba por esceder á los fundamentos de la verdad en las consecuencias muy lejanas del principio: discutiendo la série de sucesos que el tiempo trae consigo, demuestra las ventajas de que la administracion pública registre con exactitud en cada uno de sus ramos, los efectos producidos por los diversos medios que va empleando; y sometidas al cálculo estas grandes experiencias hechas por los gobiernos, dictan preceptos administrativos que nunca debieran ser desatendidos. Así prescribe la necesidad de evitar los cambios repentinos, que tanto en el órden moral, como en el órden físico, jamás se verifican sin grandes pérdidas de fuerza viva.

La fé que otorgamos á los testimonios, que constituyen el criterio de la verdad subjetivamente considerada, y en los cuales estriba el valor lógico de nuestros juicios, debe siempre someterse al cálculo, para no estraviarnos en vanas especulaciones; y cuando sea imposible verificarlo directamente por la índole misma del objeto, se debe buscar, en las soluciones de los problemas mas análogos al caso propuesto, medios aproximativos que nos libren de los errores á que nos esponen los razonamientos mas especiosos.

El análisis demuestra que la influencia del tiempo sobre la probabilidad de los hechos transmitidos por la cadena tradicional, la debilita sin cesar, á la manera que se estingue la claridad de los objetos por la interposicion de muchos vidrios: y si la crítica histórica, que no siempre atiende lo necesario á esta degradacion de la probabilidad de los hechos cuando se ven á través de numerosas generaciones sucesivas, la sometiera en todos los casos al cálculo, algunos hechos histó-

ricos que hoy admite como ciertos, saldrian muy dudosos de la prueba.

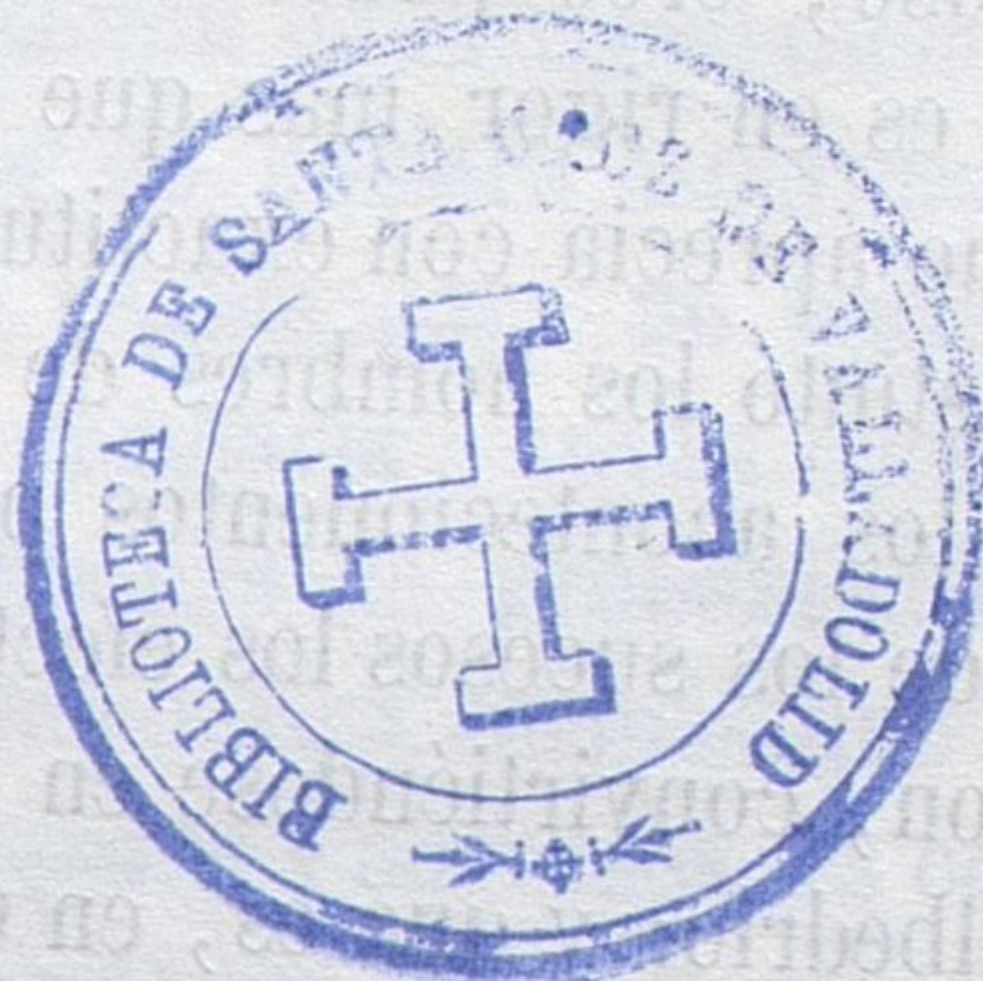
Sometiendo al cálculo la probabilidad de las decisiones de una asamblea, á pesar de la variedad de opiniones, de ilustracion y de imparcialidad de sus miembros, en la que ejercen su influencia numerosas pasiones é intereses personales, nos hace ver las ventajas del método de eleccion por mayoría absoluta; determina el modo mas acertado de ordenar varias proposiciones relativas á un mismo objeto, y dicta el sistema que debe seguirse en la renovacion de las corporaciones electivas que han de cambiar en su totalidad despues de un número fijo de años.

Por el análisis se confirma que la justicia de los fallos de un tribunal es tanto mas probable cuanto mas numerosos é ilustrados sean los jueces, y se establecen las condiciones á que han de satisfacer los tribunales de apelacion, para que sus ejecutorias tengan la máxima probabilidad del acierto. En materia criminal sobre todo, en que para condenar al acusado son necesarias las pruebas mas patentes de su delito, debe tenerse en cuenta que una prueba moral nunca es mas que una probabilidad; y sin el auxilio del análisis no puede en muchos casos resolverse de un modo satisfactorio el problema fundamental del fallo de las causas, cuyo objeto es averiguar si la prueba del delito tiene el alto grado de probabilidad necesario para que la sociedad tenga menos que temer de los errores del tribunal, si el acusado es inocente y condenado, que de los daños que puede traer consigo la impunidad, si es delincuente y absuelto: el cálculo determina la magnitud de este mal, y prescribe que la pena dependa del producto de la gravedad del delito por la probabilidad de su prueba.

La comparacion de los diversos tribunales por la proba-

probabilidades, la verdad de los principios que le sirven de base, la lógica fina y delicada que exige su uso en la resolución de los problemas, los establecimientos de utilidad pública que se apoyan en ella, y la estension que ha recibido y que puede recibir aun por su aplicacion á las cuestiones mas importantes de la filosofía natural y de las ciencias morales; si se observa en seguida, que hasta en las cosas que no pueden someterse al cálculo, nos indica el camino mas seguro que debemos seguir en nuestros juicios, y nos preserva de las ilusiones que generalmente nos estravían, se verá que no hay ciencia mas digna de nuestras meditaciones, ni que mas ventajosamente deba entrar en el sistema de instruccion pública.»—HE DICHO.

Madrid, junio de 1854.



UVA. BHSC. LEG.09-2 n°0784

UVA. BHSC. LEG.09-2 n°0784