



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SEGOVIA

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO DE FIN DE GRADO

***PROPUESTA DE INNOVACIÓN EN EL ÁREA
DE MATEMÁTICAS BASADA EN LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS***

*INNOVATION PROPOSAL IN THE AREA OF
MATHEMATICS BASED ON PROBLEM SOLVING*

Autor: Ales Postiguillo Llorente



CAMPUS PÚBLICO
MARÍA ZAMBRANO
SEGOVIA

Tutor académico: Roberto Soto Varela

Universidad de Valladolid

Resumen

Los problemas matemáticos son un elemento principal en la materia. Son situaciones que plantean una pregunta para la cual, los alumnos deben hallar la solución. Este Trabajo de Fin de Grado trata en trabajar con estos problemas para enseñar los contenidos del área de Matemáticas. La propuesta, tiene como base fundamental de la metodología el uso de los problemas matemáticos. Estos problemas matemáticos se utilizan como recurso para dar respuesta a las carencias que pueden sufrir algunos alumnos y de esta forma poder superar estas dificultades de la materia.

Palabras clave

Problemas matemáticos, creatividad, toma de decisiones, Polya, ABN y Matemáticas.

Abstract

Mathematical problems are a main element in the subject. They are situations that raise a question for which students must find the solution. This Final Degree Project deals with working with these problems to teach the contents of the area of Mathematics. The proposal has as a fundamental basis of the methodology the use of mathematical problems. These mathematical problems are used as a resource to respond to the deficiencies that some students may suffer and thus be able to overcome these difficulties of the subject.

Keywords

Math problems, creativity, decision making, Polya, ABN and Mathematics.

ÍNDICE

1. Introducción	6
2. Objetivos	7
3. Justificación	8
4. Marco teórico	9
4.1. Legislación	9
4.2. Los modelos pedagógicos	11
4.3. La heurística de Polya	12
4.4. El método ABN	14
4.5. El modelo de Guzmán	16
4.6. La creatividad	18
5. Revisión literaria	20
6. Metodología	23
6.1. Las potencias	23
6.2. Las fracciones	26
6.3. Las Unidades de Medida	28
6.4. Los porcentajes	30
7. Evaluación	32
8. Resultados	33
9. Conclusiones	34
10. Bibliografía	36

11. Anexos	37
Anexo 1	37

1. Introducción

Este Trabajo de Fin de Grado se ha inspirado en solucionar los problemas que les surgen a los alumnos en el campo de las matemáticas. Lo que se busca en esta propuesta didáctica es hacer un poco más atractivo esta área, para que sea más fácil entender y retener los conocimientos, además de que no se haga tedioso tanto tener que enseñar esta materia al profesor, como que los alumnos la tengan que cursar. El objetivo es hacer una propuesta que trate los contenidos a través de los problemas matemáticos y que llame la atención del alumnado, con esto facilitaremos el proceso enseñanza-aprendizaje.

Con bastante frecuencia surgen dificultades en el área de Matemáticas y es debido a esto lo que ha inspirado a realizar el Trabajo de Fin de Grado, ya que las matemáticas es un campo muy importante que se estudia a lo largo de toda la vida. Es por ello por lo que se han propuesto una serie de guías y pautas que puedan ayudar a todos los estudiantes y docentes en esta área. Es en los problemas matemáticos donde surgen la mayoría de dificultades en el alumnado, por lo cual, se deben trabajar más y mejor si se quieren formar alumnos realmente competentes.

Hay bastantes aspectos y conceptos matemáticos que se han tenido en cuenta para la realización de este Trabajo de Fin de Grado junto con algunos estudios, que vienen desarrollados en el Marco Teórico y en la Revisión Literaria, además de trabajar también tres competencias claves, como son la competencia matemática, la competencia de aprender a aprender y la competencia de la comunicación lingüística.

2. Objetivos

Principal:

- Diseñar una propuesta de intervención para trabajar en la resolución de problemas matemáticos en 5° de Educación Primaria.

Secundarios:

- Investigar en la literatura existente, a cerca de la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes durante la etapa de Educación Primaria.
- Identificar cuáles son las mayores dificultades de los alumnos a la hora de realizar un problema matemático.
- Conocer cuáles son las principales causas que conducen al alumnado a la no resolución del problema.

3. Justificación

El hecho de hacer esta propuesta didáctica es por el motivo que supone la importancia de las matemáticas en el desarrollo de la vida académica de todos los estudiantes, independientemente de lo que quieran estudiar después de los estudios obligatorios. Conocer cuál es la mejor forma de enseñar esta área puede significar un antes y un después en la enseñanza, ya que formará estudiantes mejor preparados y con mejor predisposición para estudiar a lo largo de su vida. Varias encuestas avalan que la parte de problemas matemáticos es lo que más cuesta al alumnado, es por ello por lo que se debe tratar específicamente para que se dé la vuelta a la situación y sea un punto fuerte. Es muy importante salvar este problema porque es causante de que muchos alumnos suspendan esta materia y le tengan cierto rechazo, que en muchas ocasiones llega a provocar el abandono escolar.

Entender las mecánicas de los problemas matemáticos genera mucha seguridad en el alumnado, además que representa un aprendizaje significativo. Esta comprensión les ayuda a pensar y a comprender mejor muchos conceptos matemáticos. La competencia clave de Aprender a aprender se ve claramente desarrollada en este proyecto porque favorece varios aspectos como la creatividad y otros elementos que tiene que ver con el aprendizaje como la gestión, el inicio y la persistencia sobre este propio aprendizaje.

Otra competencia clave que se trabaja es la competencia matemática, ya que esta propuesta trata de solventar todas las dificultades que puedan surgir al alumnado en lo relacionado con la asignatura. Se trabajan conceptos de la asignatura de manera que estos se afiancen en el alumnado. También se trabajan otras dos competencias claves, la competencia lingüística, ya que hay interacción entre el alumnado, se desarrolla la comunicación y la transmisión de información; y la competencia digital, pues se usa material específico como tablets u ordenadores.

Este proyecto deja mucha autonomía al alumnado y con esto permite que resuelvan muchas dudas que les surjan por sí mismos. Esto es un aspecto clave para la comprensión de muchos contenidos que se tratan. Por todo esto, es un proyecto muy llamativo para el alumnado que genera interés y motivación.

4. Marco teórico

4.1. Legislación

Según la Ley Orgánica de Mejora de Calidad Educativa (2020), en las competencias matemáticas se han de trabajar la resolución de problemas matemáticos como una parte fundamental de esta área. En este tipo de problemas se dan una serie de datos los cuales el alumno debe ser capaz de planificar una hoja de ruta y llevarla a cabo para llegar a la solución del problema. En ellos se encuentran presentes algunos conceptos matemáticos como la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones. Los discentes deben de ser capaces de aplicar estos conocimientos en situaciones cotidianas de la vida.

Según otros documentos legislativos como el BOCYL(2016):

“Los procesos de resolución de problemas constituyen uno de los ejes principales de la actividad matemática y deben ser fuente y soporte principal del aprendizaje matemático a lo largo de la etapa, puesto que constituyen la piedra angular de la educación matemática. En la resolución de un problema se requieren y se utilizan muchas de las capacidades básicas: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado y comunicar los resultados.”

Este párrafo destaca la importancia de los problemas matemáticos de una manera muy reseñable, hace alusión a estos con unos nombres como una “piedra angular” o “ejes principales de la actividad matemática” para que se haga una idea de la trascendencia de este tipo de ejercicios matemáticos. También se resalta el hecho de que los alumnos deben comprender y reflexionar, procesos indispensables a la hora de realizar un problema matemático. Además, es notable la notoriedad de los problemas matemáticos a lo largo de toda la vida académica. Por todo esto, los problemas son un elemento crucial en el proceso enseñanza-aprendizaje del área de matemáticas.

Para investigar acerca de cuáles son los pasos a seguir por los estudiantes a la hora de resolver un problema matemático debemos tener en cuenta los diferentes

modelos pedagógicos, las estrategias, los problemas que pueden surgir y en general todo lo relacionado con los problemas matemáticos para determinar que problemas son más frecuentes, y cuáles son los tipos de problemas que más les cuestan y saber el porqué.

4.2. Los modelos pedagógicos

Es fundamental saber a cerca de los modelos pedagógicos más importantes a la hora de enseñar matemáticas. Estos modelos consisten en determinar la forma de poner en práctica un modelo educativo, en el cual se tienen en cuenta todos los aspectos inherentes a la educación. Un modelo que debemos tener en cuenta es el modelo constructivista propuesto por Chadwick en 2001. Este método se basa en que el conocimiento se debe construir en base a la experiencia y a la información que se recibe y según Camalejo (2006):

“El individuo no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano.”

Todos los autores defensores de este método destacan la importancia de los conocimientos previos para obtener nuevos aprendizajes. Es muy importante relacionar los conceptos nuevos con los ya adquiridos para lograr que el aprendizaje sea significativo. Los alumnos retienen mejor la información sobre algo que ya saben y dominan y lo aprenden a modo de ampliación. El no partir desde cero es algo es conveniente porque a los alumnos les resulta mucho más sencillo.

4.3. La heurística de Polya

Para la observación de los procesos matemáticos que realiza un alumno hay que tener en cuenta a Polya y la heurística. Según Polya (1962) *“un problema es una situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de manera inmediata.”*

Hay que saber diferenciar entre un problema y un ejercicio matemático. En esta diferenciación es clave la cuestión de la inmediatez, ya que un problema involucra más conceptos y un ejercicio tan solo hace referencia a operaciones con símbolos matemáticos. Además, el problema se resuelve mediante un desarrollo y en el ejercicio matemático mediante un proceso rutinario. El desarrollo para resolverle problema puede no ser único y puede que haya varios caminos para llegar a la solución.

En el libro que Polya publicó en 1965 *“Cómo plantear y resolver problemas”* introduce el concepto de heurística. Esto lo define como el arte de resolver un problema matemático. La heurística trata de entender el proceso que sigue un alumno para resolver un problema. Según Polya (1965), es necesario seguir una serie de pasos que hay que dar sí o sí para resolver el problema. El primero es comprender el problema, es la fase de cuestionamiento y de identificación (saber qué nos están preguntando, localizar los datos útiles que nos aporta el problema y tener en cuenta las condiciones que pone el enunciado del problema), el segundo es concebir un plan, que corresponde a la elaboración de un proceso creativo (tener en cuenta problemas parecidos o relacionados, saber los teoremas que pueden ser aplicables en el contexto determinado, pensar otra forma de enunciar el problema y saber cómo usar todos los datos útiles), el tercero es ejecutar el plan (comprobar los pasos anteriores para comprobar si es correcto y realizarlo acorde al planteamiento) y por último la visión retrospectiva (verificar el resultado y confirmar si tiene sentido el resultado final, además de todos los pasos que se han dado).

Ampliando el modelo de Polya, es muy importante en el proceso de toma de decisiones según Monero (1998), que para él, debe de ser una serie de toma de decisiones con sentido, conscientes e intencionales. Debe ser el mismo alumno el que elige los pasos que va a seguir de forma coordinada con el fin de lograr el objetivo, siempre dependiendo del problema que se encuentre. Es importante para ello el análisis

previo que se hace para dar sentido a cada decisión que tome el alumno. Nuestra labor como docentes es también analizar este proceso y darnos cuenta de la resolución que ofrece el alumno, de cómo ha llegado a ella, si está bien o mal; y en este segundo caso, dónde se ha originado el fallo para poder corregirlo y reconducir al alumno. En resumen, la heurística de Polya, es un modelo, tanto para quien resuelve el problema como para quien enseña a resolverlos.

4.4. El modelo ABN

Otra parte muy importante en es el método Algoritmo Basado en Números (ABN), un método “novedoso” que tiene muy buena recepción entre los estudiantes en el área de matemáticas, tanto en la etapa de Educación Infantil como en Educación Primaria. Esta metodología se aleja de la forma tradicional para enseñar matemáticas, y consiste en usar objetos que usamos en la vida cotidiana y situaciones que se dan a diario para aprender a hacer cálculos. Se caracteriza por no ser una metodología cerrada y que haya solo un camino para llegar a la solución, sino más bien todo lo contrario, quiere transmitir que hay varias opciones siempre para llegar a la solución. Los cálculos son abiertos, de ahí que el alumno siempre puede decidir qué pasos son los más convenientes. También es importante destacar que el método ABN quiere introducir siempre actividades de tipo manipulativas para que sean más visuales, y por tanto, más sencillas para los alumnos; sobre todo los más pequeños. De esta forma al ser visuales y manipulativas tienen un plus de atracción y eso fomenta la motivación del alumnado y que el proceso enseñanza-aprendizaje sea más dinámico y ameno. Por todo esto, es normal que las investigaciones acerca de este método aconsejen a los docentes llevarlo a su clase gracias al éxito que ha tenido y sigue teniendo en las aulas. Es un gran refuerzo para el futuro y sirve de gran ayuda para preparar la Educación Secundaria.

El método ABN categoriza a los problemas en base a las operaciones que sean necesarias y la especificidad de estos. En el caso de los problemas con una operación, existen hasta 38 tipos diferentes de problemas teniendo en cuenta la división por categorías semánticas: las 5 categorías diferentes en las estructuras aditivas y 4 en las multiplicativas. Dentro de los problemas de dos operaciones existen 4 tipos mediante la división de las estructuras subyacentes: aditiva-aditiva, aditiva-multiplicativa, multiplicativa-aditiva y multiplicativa-multiplicativa. Esto nos da una cifra superior a 3000 problemas de diferente tipo y composición.

Por último, están los problemas específicos, los cuales podemos diferenciar en los que son de Educación Primaria (contemplamos los porcentajes, las potencias, geometría...) y los que son propios de Educación Secundaria.

A todo esto, le podemos sumar la capacidad de estimación y el cálculo mental para que el alumno aporte con mayor rapidez la respuesta de la solución. Esto es muy

significativo porque es la confirmación de que los alumnos comprenden más rápido y mejor los problemas y saben lo que tienen que hacer para llegar a la solución.

4.5. El modelo de Guzmán

Otro método muy importante para la resolución de problemas que se debe tener en cuenta siempre que se hable de este tema es el propuesto por Guzmán (1992), el cual tiene cierta relación con el de Polya (1962). El método de Guzmán defiende que las matemáticas son un pilar fundamental en la sociedad, por estas se han formulado las leyes y los teoremas generales que construyen nuestra sociedad, de ahí la importancia de la matemática y su influencia. Este matemático y filósofo defiende que la educación matemática sustenta a la sociedad, y por ello, debemos educar de la forma más adecuada para inculcarles todos los procesos matemáticos y su comprensión. Las matemáticas se deben enseñar en un ambiente que favorezca este modelo de enseñanza, así como la resolución de problemas; algo fundamental en este ámbito. Los problemas elevan la dificultad, ya que entra en juego otros factores como la comprensión, gracias a esto, se fomenta el interés y con ello el alumno aprenderá motivado y de forma lúdica. Este método se basa en el descubrimiento y la creatividad mediante la práctica para resolver problemas basados en experiencias y conocimientos previos. Según Guzmán (1992):

“Indica que el método de enseñanza por resolución de problemas se trata de armonizar adecuadamente la componente heurística siendo la atención a los procesos de pensamiento y los contenidos específicos del pensamiento matemático; sin embargo, en este sentido critica la falta de modelos adecuados que orienten al profesor en la integración de los contenidos y los procesos en un todo armonioso en la dirección del aprendizaje.”

Esto quiere decir que muchas veces el docente tiene una grave falta de recursos para incluir los contenidos en los problemas matemáticos para poder trabajarlos y aplicar los conceptos dados previamente. Esto es un gran problema en la educación, por ello, este matemático y docente español, plantea una problemática que va más allá. Los futuros docentes deben saber cómo salvar este problema y poder aplicar todos los conocimientos a modo de problemas matemáticos para que el alumnado los pueda resolver.

Al igual que Polya, Guzmán (1992) defiende que hay cuatro pasos a la hora de resolver un problema matemático: la familiarización con el problema, la búsqueda de estrategias, llevar a delante la estrategia y revisar el proceso y sacar consecuencias de él.

La familiarización con el problema consiste en leer detenidamente el problema, observar y comprender el enunciado. Una vez entendido, el alumno es capaz de hacerse una idea clara y precisar los datos, las relaciones que existen entre ellos y la incógnita que se debe de hallar. La búsqueda de estrategias hace referencia a construir un plan de ruta en base a los conocimientos e ideas sacadas del paso anterior que le lleve a la solución. En esta fase se estimula su exploración y su creatividad. Trata de juntar estructuras matemáticas sencillas para llegar a dar una respuesta al planteamiento del problema de forma progresiva.

Hay seis formas de buscar la estrategia con la que poder resolver el problema: empezar por lo más sencillo; hacer una figura, esquema o diagrama; escoger un lenguaje adecuado y una anotación propia; buscar un problema semejante; suponer el problema resuelto o lo contrario y considerar un caso particular. No necesariamente se utiliza solo una estrategia en un problema, sino que se pueden usar varias estrategias en un problema e incluso cada estrategia puede conducir por un camino diferente, pero que al final ambos caminos resultan en una misma solución válida. La siguiente fase es la de llevar adelante la estrategia, la cual consiste en poner en práctica la estrategia elegida del paso anterior. En caso erróneo, se debe buscar otra estrategia o revisar la que se ha usado tantas veces como sea necesario. La última fase es la de revisar todo el proceso y sacar consecuencias de él. Se debe analizar en perspectiva el proceso para verificar todos los pasos que se han llevado a cabo para la resolución del problema o para saber si existen otras formas de resolverlo. Tras ello, se sacan las conclusiones pertinentes para la resolución del problema.

4.6. La creatividad

Una parte que es inherente a la resolución de los problemas y no se puede pasar por alto es la creatividad. Es una habilidad que tiene el alumnado, y todo el mundo, la cual tenemos que favorecer siempre su desarrollo. En los problemas matemáticos se puede trabajar de manera muy sencilla, ya que muchos problemas tienen varias formas de resolverse. Una puesta en común de todos los alumnos puede dar lugar a una lluvia de ideas para resolver algún problema porque cada alumno puede tener una idea diferente de la resolución. Hay varios estudios que confirman esta teoría como los de Getzels y Jackson (1962) y Balka (1974), siguiendo los mismos pasos. Estas investigaciones también abarcan el hecho de inventar los enunciados. Según Poincaré (1908): *“La creatividad como proceso hace referencia a las fases necesarias por las que se ha de pasar para alcanzar un producto creativo.”* Esta cita hace alusión a lo importante que es la creatividad en el proceso de resolución de problemas. Según este autor hay 3 fases, las cuales son: preparación, incubación e iluminación. La primera se define como el trabajo consciente por resolver el problema o buscar el modo de poder resolverlo, siendo este un trabajo intenso. La fase de incubación se refiere al descanso entre una y otra para agrupar ideas y dejar que el cerebro ponga todas las ideas en orden. La última fase es la de iluminación, la cual consiste en el trabajo inconsciente del cerebro y donde surgen las ideas.

Existe otro método que ha evolucionado del anterior, desarrollado por Goleman, Kaufman y Ray en 1992. En este método para tratar la parte creativa de la resolución de problemas, añaden una fase que se denomina “de traducción”. En 1998, García renombra estas fases. Estas 4 fases son: el encuentro con el problema, en la cual interviene el pensamiento crítico del alumno y es ahí cuando siente la necesidad de resolverlo porque se le plantea como un reto mental con una solución al su propio alcance. La segunda es la generación de ideas, que es donde se puede apreciar la creatividad del alumno, que dependiendo de su inspiración, puede buscar posibles soluciones y generar nuevas ideas. La tercera fase es la de generar esa idea, elabora un mapa mental que se ha de seguir con el fin de hallar la solución. Tras ello, se materializa la idea. La última fase es la de la transferencia creativa, que consiste en relacionar esa idea ya concebida con nuevas ideas. Estas son las fases de proceso creativo, que más

tarde se asemejarían a las propuestas por Hadamard (1945) y el ya mencionado método definido y propuesto por Polya (1965).

5. Revisión literaria

Existen varios estudios a cerca de la resolución de problemas matemáticos y de cómo se han de resolver de la forma más oportuna. En un estudio realizado por Bravo (2006), este nos confirma que al 70% del alumnado le surgen ciertas dificultades a la hora de resolver un problema matemático. Se denota una falta de comprensión y el no haber adquirido los conceptos básicos para llegar a la consecución del problema.

De esta investigación, Bravo ha llegado a la conclusión de que existen cinco tendencias diferentes en cuanto a la relación de comprensión del problema y las actuaciones que lleva a cabo el alumno. La primera es la acomodación operativa con necesidad de solución; la cual consiste en que el alumno entiende el problema como un conjunto de operaciones presentadas de manera más compleja. El alumno coge los datos y hace operaciones con tal de llegar a un resultado cualquiera, no al resultado que nos está pidiendo el enunciado del problema. No se llega a cuestionar si lo que ha hecho está bien o mal. Estos alumnos entienden los problemas como “una frase que se responde con números” o “el enunciado que se resuelve con operaciones”.

La segunda es la reflexión operativa. Los alumnos que se encuentran en esta categoría saben que en los problemas matemáticos hay que pensar y razonar. Dentro de esta categoría existen dos subclases, la reflexión operativa consciente y la reflexión operativa inconsciente. En el primer grupo están los alumnos creativos y que razonan el porqué hay que hacer cada paso, y por lo general lo saben explicar. En la segunda subclase, los alumnos saben que hay que razonar, pero no lo llevan a la práctica, y dan la solución como los de la primera categoría (acomodación operativa). Estos entienden los problemas matemáticos como “una situación difícil que hay que resolver”.

La tercera categoría es la de sustitución del contenido; estos alumnos entienden el problema como un ejercicio muy complicado, es muy usual que lo dejen a medias sin llegar a dar la solución. Estos alumnos definen los problemas matemáticos como “unas operaciones muy difíciles” o “un lío de operaciones muy complicadas”.

La cuarta categoría es la de imitación de iniciativas, la cual consiste en resolver los problemas mediante intuición por la repetición de la estructura. Hacen bien los problemas que saben hacer, pero denotan gran falta de creatividad y si se les saca de lo

rutinario no logran dar una respuesta. A menudo echan la culpa al profesor por no proponer problemas similares a los resueltos previamente. Muchos tienen muy interiorizadas las preguntas, incluso argumentan que un problema es decir “cuánto dinero le falta”.

Por último, está la negación consciente, que se refiere a los alumnos que se rinden y no dan la solución porque creen que no tienen las capacidades necesarias para resolverlo de forma correcta. Muchas veces, ni lo intentan y dejan el hueco para responder en blanco. Lo describen como “un lío” o “una cosa muy difícil”. Tras este análisis tan solo llegan a la solución lógica y argumentada los alumnos que se encuentran en el grupo de la reflexión operativa consciente. Bravo hace mucho hincapié en esto porque remarca que el alumno desarrolla su sentido creativo y fomentamos que el alumno aprenda a pensar.

Este estudio enfatiza en la aparición de la creatividad, y que por ello los alumnos más creativos suelen ser los que lleguen a la solución. Insiste mucho en proponer situaciones que tengan varias posibilidades de resolución para que de esta manera al alumno pueda explorar todas ellas y quedarse con la que más adecuada la parezca bajo su propio criterio.

Existen infinidad de situaciones problemáticas que pueden generar dudas a los alumnos a partir de un enunciado matemático. Una situación muy compleja para estos se da cuando en el enunciado no viene ningún dato numérico. Los alumnos comienzan a hacerse más preguntas que no vienen respondidas de forma implícita en el enunciado.

Otra situación que les cuesta debido a su complejidad es que busquen o intuyan si lo que se les está dando en el enunciado tiene sentido y es lógico o como ha podido determinarse. En caso de ser necesario, deben ser ellos mismos los que se planteen el cómo se ha llegado a ello.

En relación a las operaciones, es muy diferente, por ejemplo, saber sumar que saber el qué sumar. Siempre se tiene claro que el resultado de la suma es mayor a los dos sumandos siempre y cuando estos no sean cero. Los alumnos tienden a ser muy dubitativos y no responden con claridad. En el estudio se les propone un problema el cual es: “En una caja de canicas hay un número de canicas. Se echan 5 canicas más,

¿cuántas canicas hay ahora?”. Los alumnos no saben dar una respuesta concreta y siempre aparece el que ya es un tópico para ellos, que es el “depende”. Depende, efectivamente, del número de canicas que hubiera previamente. Los alumnos no saben cuántas canicas hay, solo saben que hay más de 5.

En los casos de resta, es interesante la tipología. Existen problemas de cambio, de combinación, de comparación y de igualación. Los alumnos no se deben guiar por hacer uno y mecanizarlo porque no todos se solucionarán con el mismo procedimiento, El aprendizaje de estos problemas se debe sustentar en el criterio y selección de los métodos que se han de dar para lograr llegar a la solución del problema mediante una dinámica de relaciones lógicas.

En la multiplicación pasa algo muy curioso, y es que si se interpretan los problemas como una situación donde haya que sumar ciertas veces la misma cantidad (el procedimiento de una multiplicación) puede llegar a generar confusión. La idea de la multiplicación se extiende a una relación proporcional entre dos o más elementos, de esta forma el alumno expresa el número de elementos de cualquier cosa mediante esta relación.

La división es una interpretación de la multiplicación de forma opuesta. Trata de llegar a saber solo uno de los elementos apartando uno de los factores. Se puede decir que la división es causada por la multiplicación, es por ello que no es una operación independiente. Al igual que la multiplicación, esta se basa en las relaciones de los elementos entre sí.

En lo referido al ABN, este método también es aplicable a la resolución de problemas. Un estudio realizado por Montero (2018) afirma que un alumno resuelve problemas matemáticos de forma tres veces más eficaz si usa el método ABN que si no lo usa. Esto se debe precisamente a la comprensión del problema y mostrando una actitud positiva frente al área de matemáticas en lugar de ser frustrante y de rechazo.

6. Metodología

Para realizar la propuesta didáctica, he decidido escoger varios contenidos del Boletín Oficial de Castilla y León del Decreto 26/2016. El objetivo es introducir, enseñar y/o afianzar estos contenidos mediante la resolución de problemas matemáticos.

Estas sesiones se dan en diferentes unidades didácticas en las cuales se trabajan diferentes contenidos de la asignatura como son las potencias, las fracciones, las unidades del sistema métrico decimal y los porcentajes.

6.1. Las potencias

Tabla 1.

Sesión 1.

Introducción de las potencias		Sesión	1
Objetivos	-Introducir el concepto de potencia. -Realizar potencias sencillas. -Entender el mecanismo de las potencias (producto de factores iguales).		
Contenidos	- Las potencias como productos de factores iguales. -Cuadrados y cubos.		
Actividad			
-Se empieza la sesión distribuyendo a los alumnos por grupos de 4 ó 5. Se les plantea un problema matemático como si fuera un reto. El problema es el siguiente: <i>“Marta ha preparado 6 bandejas con 6 panecillos en cada bandeja. ¿Cuántos panecillos ha preparado en total?”</i> Se les comunica a los grupos que hay que expresar el resultado en forma de potencia. Pasado un tiempo para que los alumnos razonen el resultado se comparan los resultados de unos grupos y otros. -Tras ello se les explica que esta multiplicación que han hecho en realidad es una potencia y en qué consiste esta operación matemática. -Para seguir trabajando con esta operación matemática se les plantean más problemas sencillos del estilo del anterior pero con algo más de complejidad y pidiendo siempre el resultado en forma de potencia, como por ejemplo: <i>“¿Cuántos huevos habrá en 12 cajas si en cada caja hay 12 docenas?”</i> . En caso de ser necesario, es muy recomendable el uso del método ABN, ya que les servirá para contarlo mejor y esto hace que el ejercicio les sea más sencillo por la forma manipulativa y visual de realizarlo.			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Grupos de clase.		Presentación y primer problema: 15 minutos. Explicación: 10 minutos. Segunda tanda de problemas: 20 minutos.	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.	

Tabla 2.

Sesión2

Cuadrados y cubos. Potencias de base 10		Sesión	2
Objetivos	-Realizar potencias sencillas. -Entender el mecanismo de las potencias (producto de factores iguales). -Saber cuáles son los cuadrados de los números del 1 al 10. -Interiorizar el funcionamiento de las potencias de base 10.		
Contenidos	- Las potencias como productos de factores iguales. -Cuadrados y cubos. Potencias de base 10.		
Actividad			
<p>-Se hace una breve explicación sobre el funcionamiento de las potencias para recordar lo visto en la anterior clase. Se plantea un problema sencillo, el cual es el siguiente: <i>“Fernando ha comprado 5 sobres de cromos con 5 cromos cada uno. ¿Cuántos cromos ha comprado en total?”</i></p> <p>-Tras razonar y explicar el porqué del proceso se hacen varias preguntas para introducir variantes como: <i>“¿Y si hubiera comprado 4 sobres con 4 cromos cada sobre?”</i>. Y esto se repetiría por todos los números del 1 al 10. De esta forma repasamos todos los cuadrados de los números del 1 al 10.</p> <p>-Después de esto se van a estudiar los cubos, y para ello se les introduce mediante el siguiente problema: <i>“Alejandra ha preparado 5 bandejas con 5 filas de 5 gofres. ¿Cuántos gofres ha preparado en total?”</i>. Tras un tiempo para pensar la respuesta y todo el proceso que llevan a cabo, se les pide que explique todo el razonamiento. Se pueden formar ciertos debates incluso porque cada alumno lo puede pensar de diferente forma pero llegar a la solución correcta. Del mismo modo que antes, se les plantean variables como: <i>“¿Y si hubieran sido 4 bandejas de 4 filas y en cada fila solo 4 gofres?”</i>. Se pregunta por todas las variables desde el 1 hasta el 10.</p> <p>-Para terminar la sesión incidimos en el cuadrado y en el cubo de 10 para que los alumnos se fijen. Tras esto se les pregunta que cuánto creen que será 10 elevado a 4. Los que se hayan dado cuenta responderán 10.000. Para trabajar las potencias de base 10 les podemos plantear el siguiente problema: <i>“Miguel ha comprado 10 paquetes de 10 libros, los cuales tienen 10 capítulos cada uno y cada capítulo tiene 10 páginas ¿Cuántas páginas se tendrá que leer Miguel para leerse todos los libros?”</i>. Los alumnos deben expresar el resultado tanto en forma de potencia como 10^4 como el resultado de 10.000 y explicar cómo han llegado hasta este resultado. Tiene que quedar claro el concepto de que las potencias de base 10, su resultado es un 1 seguido de tantos 0 como el número que indique el exponente. Se puede aplicar el mismo procedimiento de las variantes de los números para que el resultado sea 10^5 o cualquier otro en caso de que sea necesario.</p>			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual.		Explicación: 5 minutos. Problemas de cuadrado: 12 minutos. Problemas de cubos: 15 minutos. Problemas de base 10: 13 minutos	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.	

Tabla 3.

Sesión 3.

Asimilar los procesos de las potencias		Sesión	3
Objetivos	-Asentar los conocimientos de las potencias de los cuadrados, los cubos y las potencias de base 10. -Realizar potencias sencillas. -Realizar problemas con potencias. -Entender el mecanismo de las potencias (producto de factores iguales). -Saber hacer un problema de potencias		
Contenidos	- Las potencias como productos de factores iguales. -Cuadrados y cubos. Potencias de base 10.		
Actividad			
<p>Esta sesión no es la continuación de las otras, sino que se debe hacer para finalizar la unidad didáctica a modo de repaso.</p> <p>-Esta sesión trata de que los alumnos inventen sus propios problemas y el resto de la clase los resuelva. Es interesante ver cómo plantean ellos los problemas.</p> <p>Cada alumno tendrá pensado y resuelto su problema en su cuaderno. De forma aleatoria se escoge un problema de un alumno y otro alumno tendrá que salir a la pizarra a resolverlo y explicando cada decisión que tome para ver la manera de la que ha decidido solucionar el problema.</p> <p>Mientras el alumno lo resuelve en la pizarra, el resto de alumnos lo resolverán en su cuaderno en su sitio.</p> <p>Se intenta escoger alumnos que hayan hecho problemas variados para evitar que sea monótono y siempre sea el mismo tipo de problema. El docente puede incluso plantear un problema de otro tipo para que los alumnos razonen la solución y argumenten todo el proceso. Al final de la clase se recoge el problema que ha propuesto cada alumno para corregirlo y valorarlo, junto a su correspondiente resolución. Este se valorará mediante una serie de ítems como la originalidad, la dificultad, la claridad y el proceso para resolverlo.</p>			
Espacio y agrupamiento		Recursos	Temporalización
Aula. Individual.			Resolución de problemas: 45 minutos
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa. Valoración del problema propuesto.		CCL, CMCT, AA.	

6.2. Las fracciones

Tabla 4.

Sesión 4.

Introducción de las fracciones		Sesión	4
Objetivos	-Introducir las fracciones. -Comprender que una fracción es una división. -Comprender que una fracción es una relación entre las partes y la unidad.		
Contenidos	-Fracciones. Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo. -Operaciones de suma y resta de fracciones.		
Actividad			
-Esta sesión es la primera de la unidad de las fracciones, por ello, empezamos planeando una situación cotidiana a modo de problema la cual es la siguiente: <i>“Si partimos una pizza en 6 trozos y yo me como dos, ¿cuál es la fracción que me he comido?”</i> . Tras la resolución y la explicación con varios ejemplos como variantes en los cuales se parte la pizza en un número de trozos distinto de 6; se plantean otros problemas sencillos que intervengan operaciones matemáticas sencillas, como por ejemplo: <i>“Si Juan se come 2/9 de la tarta, ¿Cuál será la fracción restante de tarta?”</i> . Se resuelve el problema en la pizarra argumentando todos los pasos y explicando cómo funcionan las sumas y las restas de fracciones -Después de esta explicación, se propone una batería de 3 ó 4 problemas con operaciones de fracciones con el mismo denominador. Estos problemas deben hacerlos por parejas. -Se corrigen en la pizarra cuando se hayan acabado. Salen los alumnos aleatoriamente y van corrigiendo los problemas de uno en uno.			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual y por parejas.		Explicación: 15 minutos. Realización de problemas: 20 minutos. Corrección: 10 minutos.	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.	

Tabla 5.

Sesión 5.

Operaciones con fracciones		Sesión	5
Objetivos	-Saber resolver problemas de operaciones de fracciones. -Comprender que una fracción es una división. -Comprender que una fracción es una relación entre las partes y la unidad. -Entender cómo funciona la fracción de una cantidad.		
Contenidos	-Fracciones. Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo. -Operaciones de fracciones de una cantidad.		
Actividad			
<p>-Primero se plantea a los alumnos que si las fracciones pueden utilizarse para señalar la cantidad de algo. Tras un pequeño debate que hagan se les plantea el siguiente problema: <i>“En una clase de 20 alumnos, $\frac{2}{5}$, son chicos, ¿Cuántos chicos hay en clase? ¿Y chicas?”</i>. Se les explica el proceso de dividir entre el denominador y multiplicar por el numerador, que es el proceso que deben de seguir en este tipo de problemas para lograr llegar a la solución y calcular cuánto es la fracción de una cantidad. Se plantea otro problema el cual ya deben de hacer ellos por sí mismos en su cuaderno: <i>“En un depósito de 3000 litros se han vaciado las $\frac{6}{10}$. ¿Cuántos litros quedan?”</i>. Se deja un tiempo para que puedan resolverlo y después se hace una puesta en común.</p> <p>-Se dispone la clase por parejas y se propone una batería de 4 ó 5 problemas de fracciones, intercalando los tipos de problemas como la fracción de una cantidad y problemas de operaciones de suma y resta de fracciones. Un ejemplo de cada uno es: de cantidad de una fracción; <i>“En un supermercado se han repartido 5000 cupones de descuento, de los cuales solo se han canjeado $\frac{17}{20}$. ¿Cuántos cupones no se han canjeado?”</i>. Y de operaciones de fracciones: <i>“Dos bizcochos se han partido cada uno en 10 trozos iguales. En un día se comieron trozos, al día siguiente otros 5 y al siguiente 3. ¿Cuántos trozos quedan?”</i>. Obviamente se les pide a los alumnos que expresen el resultado en forma de fracción. Al corregir estos ejercicios pueden surgir debates sobre cómo han resuelto el problema; como en el segundo que se puede hacer sumando todo y luego restándolo al total o ir restando cada cantidad de forma individual al total.</p>			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual y por parejas.		Explicación: 15 minutos. Realización y corrección del problema del depósito: 5 minutos. Realización de la batería de problemas: 25 minutos.	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.	

6.3. Las Unidades del Sistema Métrico Decimal

Tabla 6.

Sesión 6.

Introducción de las Unidades de Sistema Métrico decimal		Sesión	6
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> -Saber qué unidad es la más adecuada para dar una cantidad. -Cambiar de una unidad de medida a otra. -Hacer operaciones sencillas con las unidades de medida. 		
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> -Unidades del Sistema Métrico Decimal y equivalencias entre múltiplos y submúltiplos de uso cotidiano. - Suma y resta medidas de longitud, capacidad y masa dadas en forma simple. - Elección de la unidad más adecuada para la expresión de una medida. 		
Actividad			
<p>-Primero se introduce el contenido planteando un problema sencillo que sea una situación cotidiana que ellos conocen, por ejemplo: “¿En qué medida expresarías la longitud de Barcelona a Sevilla? ¿Y vuestra altura?”. Cuando reflexionen sobre esto y digan que la primera distancia se expresa en kilómetros y la segunda en metros, se hace una explicación con ejemplos de que no todo lo expresamos de la misma forma y se les explica además como cambiar de una unidad a otra y sus equivalencias. Se explican solo las medidas de capacidad, longitud y peso (litros, metros y gramos; respectivamente).</p> <p>-Para comprobar que lo han entendido el cambio de unidades se les plantea el siguiente problema: “Un árbol mide 368 centímetros, y el edificio que está al lado mide 0’0652 hectómetros. ¿Cuál es más alto? ¿Cuántos metros hay de diferencia entre uno y otro?”. Después de un tiempo para realizar el ejercicio, un alumno saldrá a la pizarra a resolverlo argumentando los pasos que ha dado para llegar a la solución. Este problema de ejemplo sirve para poder observar si saben pasar de una unidad a otra y los pasos que tienen que dar, por ello, hay una parte de aprendizaje por descubrimiento en la que se pregunta que qué es lo que deben hacer en lugar de pasar de centímetros a metros si fuera al revés y de la forma inversa de hectómetros a metros. Ellos mismos deben de ser conscientes de hacer la operación inversa; de que en lugar de multiplicar han de dividir y viceversa.</p> <p>-Tras hacer este problema, proponemos otro problema pero esta vez de capacidad, por ejemplo: “De una garrafa de agua de 5 litros se llenan 5 vasos de 125 mililitros. ¿Cuánto agua queda en la garrafa?”. Del mismo modo que en el anterior, dejaremos un tiempo para que los alumnos puedan hacer el ejercicio en su cuaderno y luego sale un alumno a corregirlo en la pizarra.</p> <p>-Por último, se hace otro problema con la unidad de medida que nos falta: el peso. Se plantea el siguiente problema: “Lola ha comprado un kilo de peras, 1250 gramos de carne, 50 decagramos de manzanas y 6 tetrabrik de leche los cuales pesa 10 hectogramos cada uno. ¿Cuánto pesa la compra de Lola?”. Se repite lo mismo del problema anterior y se deja un tiempo para que los alumnos hagan el problema y uno de ellos sale a la pizarra a corregirlo. Mientras que se hacen los tres problemas el docente debe ir resolviendo dudas que puedan ir surgiendo al alumnado.</p>			
Espacio y agrupamiento		Recursos	Temporalización
Aula. Individual.			Explicación: 15 minutos. Realización y corrección del problema de longitud: 10 minutos. Problema de capacidad: 10 minutos. Problema de peso: 10 minutos.
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.	

Tabla 7.

Sesión 7.

Las unidades de medida		Sesión	7
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> -Afianzar el manejo de cambio de una unidad a otra. -Saber escoger la unidad correcta para expresar cierta cantidad. -Entender perfectamente el mecanismo de los problemas matemáticos que tienen que ver con las unidades de medida. -Idear un problema matemático en el que intervengan las unidades de medida. 		
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> -Unidades del Sistema Métrico Decimal y equivalencias entre múltiplos y submúltiplos de uso cotidiano. - Suma y resta medidas de longitud, capacidad y masa dadas en forma simple. - Elección de la unidad más adecuada para la expresión de una medida. 		
Actividad			
<p>-En esta sesión vamos a proponer a alumnado que plantee sus propios problemas. Esto les hace ser conscientes sobre todos los pasos que hay en el proceso para realizar un problema. Les dejamos un rato para que preparen ellos sus propios problemas. Deben de hacer tres problemas, uno de peso, otro de longitud y otro de capacidad. También deben de resolverlos. Estos tres problemas los entregan al docente al final de la clase para ser calificados mediante una tabla con ítems, en la cual se valora la originalidad, la sencillez o dificultad, la expresión y la claridad y la forma de la que lo han resultado. En caso de que algunos alumnos tengan dificultades, los alumnos que ya hayan terminado deben ayudar a sus compañeros.</p> <p>-Después de que hayan elaborado sus tres problemas cada uno, se van escogiendo problemas de algunos alumnos al azar y estos los resuelven todos los alumnos. Cuando los hayan resuelto se procede a corregirlos en la pizarra. No da tiempo a hacer y a corregir todos, sol da tiempo a 6/7 problemas.</p>			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual y por parejas.		Elaboración del problema: 20 minutos. Realización de los problemas de los compañeros: 25 minutos.	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa. Valoración de los problemas propuestos.		CCL, CMCT, AA.	

6.4. Los porcentajes

Tabla 8.

Sesión 8.

Introducción a los porcentajes		Sesión	8
Objetivos	-Saber qué son los porcentajes y cómo funcionan -Iniciarse en los procesos de los porcentajes		
Contenidos	-Porcentajes. Significado y aplicación		
Actividad			
<p>-Para introducir los porcentajes en el aula, lo primero es ponerle un ejemplo que vean a diario donde haya porcentajes. Un ejemplo muy claro es en las tiendas con las rebajas, pero gracias a las TIC's, los alumnos entienden mejor el porcentaje de la batería del aparato electrónico que cualquier otra cosa. Se les puede plantear cualquier reto para que empiecen a razonar, como por ejemplo: "¿Cuánta batería nos queda en el teléfono si el porcentaje de la batería marca un 50%?". Esta pregunta les hará pensar un rato hasta que se den cuenta de que es la mitad. El % indica que 100 es el total y esta es la idea que se busca que asimilen. La pregunta que les hemos planteado está enfocada al aprendizaje por descubrimiento y que sean los propios alumnos los que se den cuenta de que los porcentajes indican una parte de un todo.</p> <p>-Tras este ejercicio podemos proponer un problema más numérico, pero muy sencillo: "En una asamblea de 100 personas, el 60% son mujeres, ¿Cuántas mujeres han asistido a la asamblea?". Cuando se den cuenta de que son 60 es porque la mayoría ha entendido que el 100% es el total. Haremos una variante sobre el mismo ejemplo diciendo que en la asamblea solo hay 50 personas en lugar de 100, pero el porcentaje de mujeres sigue siendo el mismo. Tras un tiempo de reflexión responderán que son 30 las mujeres que hay en la asamblea. Siguiendo el mismo juego de las variables les podemos proponer aumentando la cantidad, de forma inversa a como lo hemos hecho justo antes. Diremos que en lugar de haber 50 hay 200 personas. Cuando se den cuenta de que hay 120 mujeres es hora de explicarles exactamente el mecanismo para saber realizar un porcentaje de una cantidad. Hay que mecanizar que los alumnos multipliquen por el número que se les indique en el % y luego dividir entre 100.</p> <p>-Después de este problema guiado le podemos presentar más problemas para que calculen ellos mismos los porcentajes los cuales es interesante que resuelvan por parejas para que puedan ayudarse entre ellos. Un problema que podemos proponer es: "En un tejado hay 750 tejas. Después del invierno se han deteriorado el 42%. ¿Cuántas tejas hay en buen estado?". Es interesante ver qué camino escoge cada alumno, si por ejemplo calcula el porcentaje de tejas deterioradas y luego se lo resta al total, o por el contrario, resta 42 a 100 para ver el porcentaje de tejas que todavía están en buen estado y luego lo calcula. Le pediremos a algún alumno que salga a la pizarra a resolverlo. Después de que lo haya resuelto, preguntamos si a algún otro alumno se le ha ocurrido resolverlo de otra forma y lo resolveremos por la forma que no lo haya resuelto.</p> <p>-Por último, vamos a proponer un último problema y les pediremos a los alumnos que lo resuelvan de las dos maneras que hemos resuelto el problema de antes. Les diremos: "En la piscina municipal se ha llenado el 74%. En total caben 84.000. ¿Cuántos litros quedan por rellenar?". Tras haber dejado un tiempo para resolverlo, sacamos a dos alumnos a la pizarra y cada uno lo resolverá de una manera distinta.</p>			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual y por parejas.		Introducción: 10 minutos. Problema de las personas y la asamblea: 15 minutos. Problema de las tejas: 10 minutos. Problema de la piscina: 10	

		minutos
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas
Observación directa.		CCL, CMCT, AA.

Tabla 9.

Sesión 9.

Los porcentajes		Sesión	9
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> -Afianzar el cálculo de porcentajes. -Comprender el aumento y el descuento de una cantidad con porcentajes. -Calcular un porcentaje de una cantidad. -Idear Problemas en los que intervengan los porcentajes. 		
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> - Porcentajes. Significado y aplicación. - Descuentos y aumentos. 		
Actividad			
<p>-En esta sesión vamos a hacer especial hincapié en los porcentajes de descuentos y aumentos. Para empezar, les vamos a presentar a los alumnos que también existen los porcentajes superiores al 100%. Para ello les plantearemos el siguiente problema: “<i>Alicia medía hace un año 1’20 metros, a día de hoy ha crecido un 30%. ¿Cuánto mide actualmente Alicia?</i>”. En este problema hay que aplicar el 130% de 1.20, lo cual da que pensar al alumnado. Tras haberlo calculado y corregido en la pizarra de forma conjunta, pondremos otro ejemplo para que termine de quedar claro. Esta vez el ejemplo será con dinero para conectarlo con el siguiente ejercicio. El ejemplo es el siguiente: “<i>Un jersey vale 48€, debido a la demanda, su precio ha subido un 20%. ¿Cuánto vale ahora el jersey?</i>”. Una vez pasado el tiempo para realizarlo se corrige en la pizarra.</p> <p>-Tras haber hecho estos problemas que sirven a modo de ejemplo, vamos a proponer una tarea, la cual va a ser que sean los propios alumnos los que diseñen un problema con un descuento o un aumento. Les vamos a ir ayudando de forma individual en caso de que surja alguna dificultad a alguno. Cada alumno debe de tener resuelto su propio problema.</p> <p>-El resto de tiempo de la clase se destina a resolver los problemas de los compañeros de forma conjunta y saliendo un alumno a la pizarra a corregirlo.</p>			
Espacio y agrupamiento	Recursos	Temporalización	
Aula. Individual.		Explicación y primer problema: 10 minutos. Problema del jersey: 10 minutos. Elaboración de su problema: 15 minutos. Corrección de problemas de compañeros: 10 minutos.	
Instrumentos de evaluación		Competencias clave trabajadas	
Observación directa. Valoración de los problemas propuestos.		CCL, CMCT, AA.	

7. Evaluación

Para evaluar a los alumnos es importante tener en cuenta la adquisición de conceptos. Valoraremos si los alumnos resuelven los problemas de forma correcta y siguiendo todos los pasos utilizando los aprendizajes recibidos en clase. Además de ello, es fundamental la originalidad y la creatividad, que son conceptos muy ligados entre sí. Por supuesto, se evaluará el interés y la participación en clase y el comportamiento en general de cada alumno. Otra parte muy importante a tener en cuenta en la evaluación es el cómo se desenvuelve trabajando en grupo y en parejas, ya que el trabajo en equipo es una habilidad muy considerable. Para evaluar al alumno se ha hecho una tabla por cada contenido propuesto a modo de rúbrica de 4 ítems, que viene adjunta en el Anexo 1 teniendo en cuenta lo anterior y los estándares de aprendizaje.

También es importante evaluar, tanto la propuesta como la intervención del docente. Hay que tener en cuenta que si no se alcanzan los objetivos, puede no ser solo problema del alumnado. En las introducciones de contenidos con los problemas es muy importante que quede claro para todos los alumnos el contenido que se está enseñando en clase. Hay que saber adaptarse e incluso bajar el listón con ciertos alumnos que no lleguen y plantearles unos objetivos más asequibles para su nivel. Por todo esto, la propuesta y la intervención docente puede que sea deficiente en caso de que la mitad o más del alumnado no alcancen los objetivos propuestos previamente y habrá que hacer una revisión para ver exactamente dónde se encuentra el fallo.

8. Resultados

De esta propuesta didáctica se esperan unos resultados positivos y acordes con los objetivos. Teniendo en cuenta la literatura, es necesario conectar aprendizajes nuevos con unos ya adquiridos y asentados; en la propuesta didáctica siempre se intenta empezar desde elementos que ya conocen y les resultan familiares para llegar a los conceptos matemáticos más abstractos. También se tienen en cuenta los tipos de problemas y con ellos, las dificultades que pueden surgir. Eso nos da una gran ventaja para saber cómo debemos intervenir en cada situación, ya que cada alumno puede tener distintas dificultades. Una forma de resolver estos problemas es con el método ABN, que es una herramienta muy útil que podemos y debemos incluir cuando sea necesario gracias a su eficiencia en esta área. Además, en esta propuesta se trabaja mucho la comprensión de todos los procedimientos que se llevan a cabo para la resolución del problema, algo fundamental para el presente y el futuro de los alumnos en su vida académica. Por último, se ha tenido en cuenta la creatividad, que es algo intrínseco a la resolución de los problemas matemáticos y cómo desarrollarla de la mejor forma posible.

Por todo esto y teniendo en cuenta la literatura, podemos esperar que esta sea una propuesta muy válida para llevarla a cabo en un aula real y que sea un éxito. Se espera que los alumnos estén motivados y dispuestos a participar en clase, a la vez que adquieren los contenidos de la asignatura. Es importante que los alumnos se sientan los protagonistas de su propio aprendizaje, por ello hay parte de aprendizaje por descubrimiento y se les da la libertad de proponer a ellos sus propios problemas.

9. Conclusiones

Esta propuesta didáctica podemos pensar que es un éxito ya que cumple con los objetivos fijados previamente y da respuesta a un problema que viene de muchos años atrás en la educación. Es una propuesta que se basa en la resolución de problemas como pilar fundamental para que se dé el aprendizaje. Además de todo, es una propuesta que apuesta por generar interés con retos, y esto favorece mucho la motivación y por consecuencia el esfuerzo y la dedicación del alumnado.

El objetivo principal que se busca es desarrollar esta propuesta didáctica, de la cual hay programadas 9 sesiones para diferentes contenidos que establece el currículum de Matemáticas. Este objetivo se ha llevado a cabo porque la principal herramienta para enseñar los contenidos son los problemas matemáticos, a través de estos, se introducen, se explican y se afianzan estos contenidos. La metodología de usar problemas matemáticos para enseñar los contenidos se puede aplicar a cualquier contenido, yo, en este caso, solo he seleccionado cuatro.

Es importante destacar la función de los problemas matemáticos porque tienen diferentes funciones, pero en todos ellos se busca generar motivación e interés. Lo que se busca es que los alumnos lo afronten como un reto y que ellos mismos demuestren que son capaces de superarlo. Es muy importante valorar también el hecho de que ellos mismos sean capaces de plantear un problema, ya que no podemos dar cuenta de en qué nivel de comprensión están y de cómo tienen interiorizados los mecanismos para resolverlo. Además de esto, también favorece la creatividad y la originalidad, incluso pueden plantear el problema con varios caminos para solucionarlo.

Sobre los objetivos secundarios, podemos decir que se han alcanzado. El primero de ellos tiene que ver con la investigación que ya está hecha sobre este tema, la cual ha sido de gran utilidad y se ha tenido en cuenta para hacer la propuesta. Se usa el método ABN para facilitar la comprensión y se estudia los tipos de alumnos que hay a la hora de resolver un problema junto a la dificultad que les surge.

Llegados a este punto, podemos lograr los otros dos objetivos porque tendremos la capacidad para detectar la dificultad que surge en el alumnado y saber lo que hay que hacer para solucionarlo o dónde debemos trabajar más. Estos objetivos se consiguen

valorando el trabajo diario en clase a la hora de resolver estos problemas. También es importante la valoración de los problemas propuestos por ellos mismos, porque con ellos podemos evaluar al alumnado y ver en qué punto se encuentra. No solo debemos quedarnos ahí, sino que debemos saber cómo solucionar estas dificultades.

En esta propuesta se valora mucho la creación propia, como se puede comprobar en varias sesiones que se pide a los alumnos que creen sus propios problemas matemáticos y que el resto de clase los resuelva, de esta manera pueden aprender los unos de los otros y son ellos los protagonistas de su propio aprendizaje. También es importante proponer problemas que les resulten familiares y no lo vean como algo lejano a ellos ni algo que no tiene relación con su entorno

10. Bibliografía

- Ayllón, M. F., Gómez, I. A., & Ballesta-Claver, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, 4(1), 169-218.
- Blanco Nieto, L. J., & Cárdenas Lizarazo, J. A. (2013). La Resolución de Problemas como contenido en el Currículo de Matemáticas de Primaria y Secundaria. *Campo Abierto*.
- Bravo, J. A. F. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. *Sigma-Revista de matemáticas*, 30.
- del Pilar Díaz-López, M., López, N. D. M. T., & Segura, M. C. L. (2017). Nuevo enfoque en la enseñanza de las matemáticas, el método ABN. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 3(1), 431-434.
- Lozada, J. A. D., & Fuentes, R. D. (2018). Los métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32, 57-74.
- Mieles, M. M. B., & Montero, K. L. K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. *Escenarios*, 10(2), 7-19.
- Montero, J. M. (2018). El cálculo ABN. Un enfoque diferente para el aprendizaje del cálculo y las matemáticas. *Padres y Maestros/Journal of parents and teachers*, (376), 52-59.
- Montero, J. M. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón: revista de pedagogía*, 63(4), 95-110.
- Ocaña, A. O. (2013). *Modelos pedagógicos y teorías del aprendizaje*. Ediciones de la U.
- Oicatá Ojeda, L., & Castro Miguez, L. (2013). Secuencias didácticas en matemáticas para educación básica primaria.
- Real Decreto 126/2014, de 28/02/2014, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.

11. Anexos

Anexo 1

Contenidos (40%)	No sabe realizar los problemas de potencias	Se equivoca mucho y solo hace los problemas más fáciles	Se equivoca de vez en cuando	Domina los problemas que intervienen operaciones con potencias
Originalidad (20%)	No sabe plantear un problema	Plantea mal los problemas o con errores	Plantea bien los problemas, pero muy parecidos a los vistos en clase	Plantea problemas novedosos y originales
Comportamiento y participación (20%)	Molesta en clase y no hace los problemas	Hace los problemas solo si está el docente pendiente de él	Hace los problemas, no molesta en clase y participa de vez en cuando	Siempre hace los problemas y se ofrece a participar en clase a menudo
Trabajo en equipo (20%)	No colabora nada con su grupo	Interviene muy poco	Interviene con su grupo	Es el "líder" del grupo y el que más participa

Tabla X. Rúbrica de las potencias.

Contenidos (40%)	No sabe realizar los problemas de fracciones	Se equivoca mucho y solo hace los problemas más fáciles	Se equivoca de vez en cuando	Resuelve problemas reales en los que intervengan fracciones, con orden y siguiendo los pasos
Originalidad (20%)	No sabe plantear un problema	Plantea mal los problemas o con errores	Plantea bien los problemas, pero muy parecidos a los vistos en clase	Plantea problemas novedosos y originales
Comportamiento y participación (20%)	Molesta en clase y no hace los problemas	Hace los problemas solo si está el docente pendiente de él	Hace los problemas, no molesta en clase y participa de vez en cuando	Siempre hace los problemas y se ofrece a participar en clase a menudo
Trabajo en equipo (20%)	No colabora nada con su grupo	Interviene muy poco con su grupo	Interviene con su grupo	Es el "líder" del grupo y el que más participa

Tabla X. Rúbrica de las fracciones.

Contenidos (40%)	No sabe realizar los problemas de unidades de medida	Se equivoca mucho y solo hace los problemas más fáciles	Se equivoca de vez en cuando	Resuelve problemas de medida explicando la serie de pasos que le ha llevado a la solución
Originalidad (20%)	No sabe plantear un problema	Plantea mal los problemas o con errores	Plantea bien los problemas, pero muy parecidos a los vistos en clase	Plantea problemas novedosos y originales
Comportamiento y participación (20%)	Molesta en clase y no hace los problemas	Hace los problemas solo si está el docente pendiente de él	Hace los problemas, no molesta en clase y participa de vez en cuando	Siempre hace los problemas y se ofrece a participar en clase a menudo
Trabajo en equipo (20%)	No colabora nada con los demás	Ayuda muy poco a los compañeros	Ayuda a los compañeros	Ayuda a los compañeros e intervine en clase bastante

Tabla X. Rúbrica de las Unidades de Medida.

Contenidos (40%)	No sabe realizar los problemas de porcentajes	Se equivoca mucho y solo hace los problemas más fáciles	Se equivoca de vez en cuando	Sabe hacer problemas de aumentos y disminuciones porcentuales
Originalidad (20%)	No sabe plantear un problema	Plantea mal los problemas o con errores	Plantea bien los problemas, pero muy parecidos a los vistos en clase	Plantea problemas novedosos y originales
Comportamiento y participación (20%)	Molesta en clase y no hace los problemas	Hace los problemas solo si está el docente pendiente de él	Hace los problemas, no molesta en clase y participa de vez en cuando	Siempre hace los problemas y se ofrece a participar en clase a menudo
Trabajo en equipo (20%)	No colabora nada con su pareja	Interviene muy poco en la pareja	Interviene con su pareja	Es el "líder" de la pareja y el que más participa

Tabla X. Rúbrica de los porcentajes.