



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Administración y Dirección de
Empresas

Publicidad cooperativa en una cadena de distribución con un fabricante y dos minoristas

Presentado por:

Alejandro Hervás García

Valladolid, 6 de julio de 2022

Resumen:

En este Trabajo Fin de Grado se analizan y estudian aspectos de Teoría de Juegos, y en particular se estudia en detalle el modelo y los resultados obtenidos en Wang et. al. (2011), relacionados con la publicidad cooperativa en cadenas de distribución. En primer lugar, se explican brevemente los modelos analizados en Wang et. al. (2011), para posteriormente profundizar en el análisis de la sensibilidad de los resultados ante variaciones positivas o negativas de distintos valores de los parámetros del modelo. Los distintos estudios se realizan utilizando Microsoft Excel y las fórmulas de las diferentes expresiones presentadas en Wang et. al. (2011).

Abstract:

In this Final Degree Project, aspects of Game Theory are analyzed and studied and, in particular, the model and the results obtained in Wang et. al. (2011), related to cooperative advertising in distribution chains. First, the models analyzed in Wang et. al. (2011) are briefly explained, then go deeper to the sensitivity analysis of the results to positive or negative variations of different values of the model parameters. These different studies have been carried out using Microsoft Excel, and the formulas of the different expressions presented in Wang et. al. (2011).

Palabras clave:

Teoría de Juegos, publicidad cooperativa, cadenas de distribución

Keywords:

Theory of Games, cooperative advertising, supply chain

Códigos de la Clasificación JEL (Journal of Economic Literature):

C71: Juegos cooperativos

C72: Juegos no cooperativos

M37: Publicidad

Índice

1. INTRODUCCIÓN	4
2. MODELOS DE PUBLICIDAD COOPERATIVA CON COMPETENCIA EN ALGUNO DE LOS NIVELES DE LA CADENA DE DISTRIBUCIÓN	6
3. EL TRABAJO DE WANG ET. AL. (2011) Y SUS MODELOS	8
3.1. Modelo Stackelberg	8
3.2. Modelo Cournot	9
3.3. Modelo Nash Vertical	9
3.4. Modelo cooperativo/Colusión	10
3.5. Juego Stackelberg-Cournot	11
3.6. Juego Stackelberg-Colusión	11
3.7. Juego Nash Vertical-Cournot	12
3.8. Juego Nash Vertical-Colusión	12
3.9. Funciones de demanda y beneficios. Variables de decisión y parámetros del modelo	13
4. ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD DE LOS RESULTADOS ANTE CAMBIOS EN LOS PARÁMETROS	15
4.1. Cambios en el beneficio marginal unitario de cada minorista (ρ)	16
4.2. Cambios en la demanda potencial máxima del minorista (α)	24
4.3. Cambios en los parámetros ρ y α de forma conjunta.	26
5. CONCLUSIONES	30
6. BIBLIOGRAFÍA	31
7. ANEXO	33

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo sobre publicidad cooperativa en cadenas de distribución se utiliza la Teoría de Juegos para poder explicar las distintas situaciones en las que pueden interactuar los distintos agentes decisores (los integrantes de la cadena de distribución), dependiendo de su posición en el mercado y de sus intereses. Las distintas decisiones que pueden tomar los miembros de la cadena de distribución se describen en el modelo a través de diferentes variables. Por tanto, a medida que se añaden variables y/o características al modelo, este se irá haciendo cada vez más y más complejo, volviéndose así más complicado el poder realizar un análisis profundo del mismo.

La Teoría de Juegos es una herramienta matemática que permite estudiar las diferentes interacciones que pueden darse en distintos escenarios, con el fin de conocer qué decisiones son más beneficiosas para cada agente decisor en el escenario dado. Uno de los ejemplos más conocidos de la Teoría de Juegos es el dilema del prisionero, en el cual, dependiendo de las decisiones de cada uno de los jugadores, los resultados finales pueden ser mejores o peores para cada uno de ellos. El dilema principal, por tanto, puede radicar en la falta de comunicación y/o confianza entre los jugadores que intervienen en el modelo.

Cuando se aplica la Teoría de Juegos a un escenario de inversión publicitaria en cadenas de distribución se trabaja, en líneas generales, con un modelo en el que los jugadores son tanto fabricantes como minoristas, y son los miembros de la cadena de distribución. Cuando se considera la denominada publicidad cooperativa los fabricantes cubren parte de los gastos realizados por los minoristas en publicidad local (Jørgensen & Zaccour (2014), Aust & Buscher (2014)). En este escenario, se trata de utilizar la publicidad local con el fin principal de incrementar las ventas que van a realizar los minoristas, con intención de conseguir mayores beneficios. El número de miembros del canal no es fijo, siendo lógicamente más sencillos aquellos modelos donde solamente interaccionen un único fabricante y un único minorista.

La literatura sobre publicidad cooperativa y Teoría de Juegos ha diferenciado dos tipos distintos de modelos: los modelos estáticos y los modelos dinámicos.

Los modelos estáticos son aquellos en los que, una vez se establecen las condiciones del modelo, los miembros del canal deciden una única vez, por lo que se obtendrán solamente los resultados de esa decisión. Los modelos dinámicos, sin embargo, son aquellos en los que las decisiones de los miembros del canal se repiten, mínimo, en una ocasión, de forma que, tanto los fabricantes como los minoristas, pueden aprender de sus errores, para así intentar conseguir mejores resultados a la hora de tomar sus decisiones futuras. Por ello, los resultados se van modificando a medida que se van sucediendo las rondas de decisiones. En este Trabajo de Fin de Grado nos centramos en los modelos estáticos.

Por otro lado, los modelos publicitarios en cadenas de distribución también pueden diferir en las variables que se tienen en cuenta para el estudio, ya sea solamente la publicidad local, como también el precio de venta, la calidad del producto, el inventario, las normas relacionadas con la devolución del producto o incluso el servicio ofrecido. A medida que aumenten el número de variables que se consideran en el modelo, la complejidad del estudio del mismo irá aumentando. No obstante, los modelos más populares y más sencillos en la actualidad, dentro de este ámbito, son aquellos en los que sólo se tiene en cuenta la publicidad local, seguidos de aquellos que consideran la publicidad local y el precio de venta del producto de forma conjunta.

Es importante hacer notar que puede existir más de un tipo de publicidad en la cadena de distribución. Por un lado, se tiene la publicidad local, en la que, como se ha señalado anteriormente, tanto los fabricantes como los minoristas participan. Esta publicidad es realizada únicamente por los minoristas, pero son los fabricantes quienes, a través de la denominada publicidad cooperativa, cubren parte del gasto. Por otro lado, se encuentra la publicidad global. Este tipo de publicidad (no aplicable en todos los modelos), es publicidad realizada solamente por parte de las empresas fabricantes, con el fin de potenciar la marca del producto que fabrican. Además de beneficiarse los fabricantes de este tipo de publicidad, indirectamente los minoristas también se ven beneficiados, ya que la publicidad global del producto aumentará sin inversión necesaria por parte de los minoristas, lo que implicará una mayor demanda de su producto.

Por consiguiente, el interés de estudio para este Trabajo de Fin de Grado es profundizar y entender algunos de los modelos de publicidad cooperativa en cadenas de distribución. En particular, el objetivo principal será estudiar en profundidad un modelo de publicidad cooperativa en el que haya competencia en alguno de los niveles de la cadena de distribución. Se busca estudiar el efecto en los esfuerzos publicitarios de los miembros del canal y en sus beneficios de cambios en alguno de los parámetros del modelo. Así, como comprender que situaciones y escenarios benefician a cada miembro del canal.

2. MODELOS DE PUBLICIDAD COOPERATIVA CON COMPETENCIA EN ALGUNO DE LOS NIVELES DE LA CADENA DE DISTRIBUCIÓN

En el marco de los modelos de publicidad cooperativa analizados con herramientas de Teoría de Juegos, nos centramos en algunos de aquellos modelos en los cuales no exista monopolio en, al menos, uno de los dos niveles de la cadena de distribución o equivalentemente, en aquellos modelos en los que va a existir competencia en alguno de los niveles de la cadena. Se resumen a continuación tres contribuciones previas pertenecientes a esta literatura.

Karray & Zaccour (2007): En este artículo los autores analizan un modelo que considera dos fabricantes y dos minoristas dentro de la cadena de distribución, y como principales variables considera la publicidad y el precio de venta (determinado de forma exógena y externa), y donde los fabricantes no realizan publicidad global, y por lo tanto, únicamente se incluye publicidad local.

En este caso, la demanda de cada uno de los minoristas dependerá de la publicidad realizada por cualquiera de los miembros del canal, por lo que unas mejores condiciones publicitarias por parte de alguna de las empresas minoristas supondrán un incremento de la demanda del producto en el mercado. Además, estos autores también consideran variables como la sustituibilidad de la tienda o del producto.

El modelo concluye con que la puesta en práctica de un acuerdo de publicidad cooperativa en la cadena de distribución supone distintas ventajas para los

jugadores, ya que proporcionará mayor visibilidad para el producto y un incremento de la demanda.

Ghadimi et. al. (2013): En este trabajo se plantea un modelo que considera que la cadena de distribución está compuesta por un fabricante y dos minoristas. Las principales variables a tener en cuenta son la publicidad y el precio de venta (determinado de forma externa), y donde tampoco se realiza publicidad global, únicamente publicidad local.

El trabajo estudia distintas situaciones dependiendo de la relación entre los minoristas y el fabricante, analizando así el modelo no cooperativo (en el que ninguno de los minoristas del canal coopera y por lo tanto, juegan un juego de Nash Vertical), así como modelos cooperativos, ya sea una cooperación entre minoristas, una cooperación entre un minorista y un fabricante, y una cooperación entre todos los miembros del canal. Por último, se estudian también modelos de cooperación parcial.

El modelo concluye que la aplicación de una mayor publicidad cooperativa por parte del fabricante a los minoristas en la cadena de distribución proporcionará mayores beneficios a los miembros del canal.

Wang et. al. (2011): En este artículo se estudia un modelo en el que la cadena de distribución está compuesta por un fabricante y dos minoristas, y la principal variable a considerar es la publicidad. Además, se realiza tanto publicidad local como publicidad global, esta última por parte del fabricante.

En este modelo, los beneficios de las empresas pertenecientes a la cadena de distribución se verán influidos por los distintos cuatro escenarios analizados, en los cuales puede existir liderazgo, simultaneidad o cooperación entre los miembros del canal a la hora de tomar sus decisiones. Además, los modelos se estudian tanto cuando se considera que ambos minoristas toman decisiones iguales, como para decisiones distintas por parte de cada uno de ellos, lo cual hace que los resultados de los modelos difieran.

3. EL TRABAJO DE WANG ET. AL. (2011) Y SUS MODELOS

En esta sección repasamos en detalle uno de los trabajos citados en la sección anterior. En particular, el trabajo de Wang et al. (2011) en el que se estudia un modelo en el cual existe un solo fabricante y dos minoristas. Por tanto, existirá monopolio en la relación fabricante-minorista al existir un único proveedor, y existirá duopolio entre los minoristas, pudiendo cooperar o competir entre ellos con el objetivo de conseguir los mejores resultados posibles.

En el marco de este modelo, podemos encontrar cuatro juegos no cooperativos distintos, en los cuales, dependiendo del comportamiento de cada uno de los participantes en el juego, los resultados finales conseguidos por los miembros de la cadena de distribución se verán afectados de una u otra forma.

3.1. Modelo Stackelberg

El modelo Stackelberg, aplicado al comercio entre la empresa fabricante y los minoristas, indica que existe una relación de líder (el fabricante) y de seguidores (los minoristas). En estos casos, la empresa fabricante, en su papel de líder en el juego, es la que determina las condiciones del mismo y su oferta correspondiente, mientras que las empresas minoristas, como seguidoras, aceptan las reglas del juego y se adaptan a las condiciones iniciales. A diferencia de lo que se podría pensar en primera instancia, los fabricantes no centran su liderazgo en posicionar los precios de venta o la cantidad adecuada de venta del producto, sino que se centran en la inversión en su marca nacional y en la fracción del gasto en publicidad local que realizan los minoristas que va a reembolsar a los mismos. Esta fracción se denomina en la literatura publicidad cooperativa.

En este último apartado, a pesar de que la empresa fabricante sea líder, el hecho de que las propias empresas minoristas también realicen publicidad local que afecta a la venta de los productos comercializados, hace que la empresa fabricante deba ser cuidadosa con su inversión en su marca nacional, ya que el exceso o falta de publicidad puede acarrear resultados mucho menos satisfactorios. Consecuentemente, la empresa fabricante deberá estudiar muy

bien la situación en el mercado para intentar conocer de la mejor manera posible la inversión en publicidad local que se vaya a realizar por parte de cada uno de los dos minoristas, con el fin de invertir entonces lo justo y necesario para acercarse a la cantidad deseada de publicidad realizada de forma global, y así obtener mayores beneficios.

Como hemos mencionado en el párrafo anterior, los minoristas, en este caso, siguen las acciones del líder (el cual ha indicado anteriormente su inversión en la marca y la publicidad cooperativa que va a aplicar a los minoristas), con el fin de determinar su publicidad local fijada para sacar el máximo partido a la situación inicial. Según el modelo Wang et al. (2011), los márgenes que utilizarán los minoristas para la comercialización de los productos y el margen del fabricante en su venta a los minoristas son constantes y no podrán ser modificados a lo largo del juego.

3.2. Modelo Cournot

El modelo Cournot, aplicado a la relación entre los minoristas de la cadena de distribución, indica que ambos participantes actúan y toman sus decisiones de manera simultánea, buscando su máximo beneficio individual. Por tanto, en su toma de decisiones deben predecir las decisiones tomadas por la otra empresa minorista, para sacar así el mayor rendimiento.

Esta predicción es necesaria ya que no se van a comunicar con el otro minorista en cuestión. Sin embargo, sí conocerán la cantidad invertida por el mayorista (empresa fabricante), lo cual puede ayudar a que cada minorista puede elegir adecuadamente la inversión individual en publicidad local que debe tomar.

3.3. Modelo Nash Vertical

El modelo Nash Vertical, aplicado al comercio entre la empresa fabricante y los minoristas, indica que existe una relación de simultaneidad a la hora de tomar decisiones entre todos los miembros del canal de distribución, buscando cada uno de ellos su máximo beneficio individual. En este caso, la relación vertical entre el fabricante y los minoristas no implica una jerarquización en la toma de decisiones, como en el modelo Stackelberg. Por lo contrario, en el modelo Nash

Vertical, en la relación fabricante-minoristas no existe líder y seguidor como tal, sino que las decisiones se toman sin tener información sobre la decisión tomada por los miembros del otro nivel del canal de distribución.

Podría pensarse que con esta relación, en primera instancia, los resultados pueden ser más desfavorecedores para las empresas o para el fabricante. Sin embargo, esto no siempre será así, ya que se pueden dar distintas situaciones donde, tanto el fabricante como alguno de los minoristas puedan obtener unos beneficios individuales muy elevados (a pesar de que el beneficio global pueda ser reducido), debido a decisiones erróneas desde el punto de vista del beneficio global de sus “competidores”.

3.4. Modelo cooperativo/Colusión

El modelo cooperativo o Colusión, aplicado a la relación de los minoristas del mercado, indica que ambos participantes actúan de manera conjunta, buscando el máximo beneficio total de ambos minoristas. En este escenario, los minoristas juegan de forma cooperativa, buscando obtener el máximo beneficio global. Deberán negociar entre ellos la forma de repartir los beneficios globales, para poder así sacar el máximo partido a su rendimiento y/o beneficio individual.

Una vez conocidas las distintas relaciones comerciales entre los miembros del canal de distribución que pueden darse según el estudio de Wang et al. (2011), procedemos a explicar las diferentes combinaciones que estos autores estudian.

Es importante conocer que la demanda de cada minorista no tiene por qué ser idéntica, ni la demanda global es infinita. Por tanto, en caso de que el minorista A dedique una mayor cantidad de presupuesto que el minorista B a la publicidad local, el minorista B verá como su demanda total disminuye. Si bien este ejemplo parece mostrarnos que, a mayor inversión en publicidad, mayores ventas, los beneficios no tienen por qué verse incrementados, ya que un exceso de inversión hará difícil el llegar a cubrir los costes totales con la cantidad de ventas realizadas (debemos recordar que la demanda es limitada).

3.5. Juego Stackelberg-Cournot

Según el modelo Stackelberg-Cournot, la empresa fabricante actuará en primer lugar, precisando el dinero destinado a la inversión de marca y a la publicidad cooperativa, invirtiendo en esta última exactamente la misma cantidad para ambos minoristas. Posteriormente, cada uno de los dos minoristas, de manera individual, decidirá la cantidad a invertir en publicidad local que cada uno de ellos crea necesaria para así alcanzar los beneficios que más se acerquen a sus intereses. Como es lógico, una mayor inversión en su marca por parte del fabricante supondrá que los minoristas realicen unos esfuerzos menores en cuanto a la cantidad invertida en publicidad local, ya que la demanda crecerá por la inversión del fabricante y los minoristas obtendrán el mismo resultado con menor esfuerzo monetario.

Esto podría determinar que el fabricante redujese al máximo la cantidad invertida en publicidad de su marca, para así forzar a los minoristas a realizar mayores esfuerzos inversores en publicidad local. En este caso, el fabricante habría destinado menos presupuesto a inversión, y por tanto, obtendría más beneficio. Sin embargo, esta proposición no tendría por qué cumplirse, ya que, en un modelo Stackelberg, los minoristas conocerían la inversión realizada por el fabricante.

3.6. Juego Stackelberg-Colusión

Según el modelo Stackelberg-Colusión, la empresa fabricante actuará en primer lugar, precisando el dinero destinado a la inversión de marca y a la publicidad cooperativa, invirtiendo en esta última exactamente la misma cantidad para ambos minoristas. Posteriormente, los minoristas trabajarán de forma conjunta y cooperativa para poder obtener el mayor beneficio total conjunto posible.

Dado que el margen de los minoristas está dado, el fabricante cubre la misma cantidad de publicidad local de cada uno de los minoristas, y la demanda es limitada (por lo que un aumento de publicidad por parte de un minorista, reduce las ventas del otro minorista), ambos minoristas deberán tomar las mismas decisiones en un modelo de Colusión. Por lo tanto, ambos minoristas trabajarán

de forma conjunta para poder conseguir el mayor beneficio global, debido a que éste será repartido a partes iguales (y, por tanto, cada minorista obtendrá el mayor beneficio individual en ese caso, que es lo que verdaderamente interesa).

3.7. Juego Nash Vertical-Cournot

En el modelo Vertical Nash-Cournot, tanto la relación fabricante-minoristas, como la relación de duopolio entre los minoristas se considera en el mismo nivel, y por lo tanto, los tres agentes decidirán de forma simultánea.

En este caso de Vertical Nash, el fabricante no apoyará la inversión publicitaria en cuanto a publicidad local de los minoristas, por lo que la totalidad de la inversión del fabricante será en su marca. La cantidad que invertirá la empresa fabricante será mayor cuanto mayor sea su beneficio marginal, lo que conllevará una reducción de la cantidad invertida por parte de los minoristas.

Al tomarse todas las decisiones de forma simultánea, los resultados esperados serán más diversos, ya que cada empresa deberá predecir cual va a ser el movimiento que van a realizar las otras dos. No obstante, esto no significa que los beneficios individuales de algunas de las empresas se vean muy reducidos, ni tampoco respecto al beneficio global (aunque sí es cierto que será poco probable que se dé en esta especificación del juego, ya que en este marco ninguna empresa coopera, ni ninguna empresa sigue una relación líder-seguidor).

3.8. Juego Nash Vertical-Colusión

En el modelo Vertical Nash-Colusión, el fabricante y los minoristas tomarán sus decisiones de forma simultánea, y el duopolio de minoristas colaborará entre ellos con el fin de poder obtener, de forma global, el mayor beneficio posible.

Las condiciones dadas en este caso de Vertical Nash-Colusión son idénticas a las dadas en el Vertical Nash-Cournot: Por lo tanto, el fabricante tampoco apoyará la inversión en cuanto a publicidad local de los minoristas, y sólo

realizará inversión publicitaria en su marca. La inversión será mayor cuanto mayor sea su beneficio marginal, lo que implica una reducción de la inversión en publicidad local por parte de los minoristas.

En este juego, el fabricante conoce que los minoristas trabajan de forma conjunta, y lo que puede influir en su decisión en cuanto a la inversión en su marca. Por otro lado, los minoristas, al colaborar entre ellos, realizarán al menos las mismas inversiones en cuanto a publicidad local se refiere que realizarían en el caso no cooperativo (Cournot), ya que evitarán interferirse entre ellos (debemos recordar que, debido a la simetría del modelo, a los minoristas les interesa actuar ambos de la misma manera en caso de encontrarse en un escenario Colusión).

En principio, este modelo no resulta tan beneficioso para la empresa fabricante, ya que es el único juego de los cuatro considerados donde no actúa como líder y los minoristas sí colaboran entre ellos. Es lógico pensar entonces que los minoristas buscarán incrementar al máximo su beneficio global, reduciendo así indirectamente el beneficio del fabricante.

3.9. Funciones de demanda y beneficios. Variables de decisión y parámetros del modelo

En este estudio, nos vamos a centrar en el caso especial en el que la demanda potencial y el beneficio marginal de los minoristas son idénticos. Las funciones de demanda potencial y de beneficio vienen dadas por las siguientes fórmulas:

Función de demanda potencial de los minoristas:

$$S_i(r_i, r_j, m) = \alpha_i - \beta r_i^{-u} r_j^v (1+m)^{-\delta} \quad (i, j = 1, 2).$$

Función de beneficio del minorista 1:

$$\Pi_{r1} = \rho_1 [\alpha_1 - \beta r_1^{-u} r_2^v (1+m)^{-\delta}] - (1 - t) r_1.$$

Función de beneficio del minorista 2:

$$\Pi_{r2} = \rho_2 [\alpha_2 - \beta r_2^{-u} r_1^v (1+m)^{-\delta}] - (1 - t) r_2.$$

Función de beneficio del fabricante:

$$\Pi_m = \rho_m [(\alpha_1 + \alpha_2) - \beta (r_1^{-u} r_2^v + r_2^{-u} r_1^v) (1+m)^{-\delta}] - t(r_1 + r_2) - m.$$

Función de beneficio de la cadena de distribución:

$$\Pi_s = \Pi_{r1} + \Pi_{r2} + \Pi_m =$$

$$(\rho_1 + \rho_m) [\alpha_1 - \beta r_1^{-u} r_2^v (1+m)^{-\delta}] + (\rho_2 + \rho_m) [\alpha_2 - \beta r_2^{-u} r_1^v (1+m)^{-\delta}] - r_1 - r_2 - r_m.$$

Los parámetros y las variables utilizadas se recogen en las Tablas 1 y 2:

Tabla 1. Notaciones y rango de los parámetros del modelo

Símbolo	Significado	Rango
ρ_m	Beneficio marginal unitario del fabricante	[20, 300]
ρ	Beneficio marginal unitario de cada minorista	[20, 100]
u	Sensibilidad de las ventas del minorista A ante cambios en su publicidad local	[0.4, 2.5]
v	Sensibilidad de las ventas del minorista A ante cambios en la publicidad local del minorista B	[0.2, 1]
δ	Sensibilidad de la demanda de cada minorista ante cambios en la inversión del fabricante en su marca	[0.4, 2.5]
β	Impacto de las inversiones realizadas por las empresas en la demanda total del mercado	[0.5*10 ⁷ , 10*10 ⁷]
α	Demanda potencial máxima del minorista	[500, 8000]

Tabla 2. Notaciones variables de decisión y beneficios

Símbolo	Significado
t	Porcentaje de publicidad local que el fabricante abona a cada uno de los minoristas
m	Inversión del fabricante en su marca
r_i	Gastos de publicidad local del minorista i
Π_{ri}	Beneficios del minorista i
Π_m	Beneficios del fabricante
Π_s	Beneficios totales de la cadena de distribución

Cabe destacar que, debido a que estamos estudiando el caso en el que $\rho_1 = \rho_2 = \rho$ y $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, los valores r_i y Π_{ri} pueden denotarse como r y Π_r , ya que los resultados de ambos minoristas serán idénticos entre ellos, al tratarse de una situación totalmente simétrica.

En el marco del modelo Stackelberg, se considerarán tres posibilidades distintas:

1) $\rho_m / \rho u \geq [1+1/(u-v)]$. En este caso, el fabricante sí que realizará inversiones en publicidad cooperativa, destinadas a ambos minoristas en igual medida.

2) $1 < \rho_m / \rho u < \rho_m / [\rho(u-v)] < [1+1/(u-v)]$. En este caso, el fabricante no realizará ninguna inversión en publicidad cooperativa destinada a minoristas, ya que considerará que no le es rentable destinar ese dinero como “ayuda” a los minoristas.

3) $1 < \rho_m / \rho u < [1+1/(u-v)]$ y $\rho_m / [\rho(u-v)] \geq [1+1/(u-v)]$. En este caso, el fabricante solo realizará inversiones en publicidad cooperativa destinadas a cubrir parte de los gastos de los minoristas en publicidad local en el modelo de Stackelberg-Colusión, pero no lo hará en el modelo Stackelberg-Cournot. Este tercer caso puede considerarse como una mezcla de los anteriores, donde, en el modelo Stackelberg-Colusión, se daría en la situación del primer caso (y, por tanto, se obtendrían los mismos resultados), y en el modelo Stackelberg-Cournot, se daría en la situación del segundo caso (obteniéndose también los mismos resultados correspondientes).

4. ANÁLISIS DE LA SENSIBILIDAD DE LOS RESULTADOS ANTE CAMBIOS EN LOS PARÁMETROS

En este apartado, que constituye el objetivo principal de este trabajo fin de grado, estudiamos los efectos que se pueden producir en los resultados finales, tanto decisiones óptimas como beneficios de los miembros del canal de distribución, modificando solamente algunos de los valores de los parámetros del modelo.

Para comenzar, modificaremos ρ (beneficio marginal de cada uno de los minoristas), y α (máxima demanda potencial de cada uno de los minoristas), y finalmente, cambiaremos los valores de ρ y α de forma conjunta.

4.1. Cambios en el beneficio marginal unitario de cada minorista (ρ)

Los valores iniciales considerados se recogen en la Tabla 3:

Tabla 3. Valores iniciales de los parámetros.

ρ_m		80
ρ ($\rho_1=\rho_2$)		50
u		1,2
v		0,3
δ		1
β		50000000
α ($\alpha_1=\alpha_2$)		6000

Los valores de las variables de decisión de los jugadores (inversiones en los distintos tipos de publicidad) y los beneficios de cada uno de los miembros del canal en cada uno de los cuatro escenarios considerados se recogen en las diferentes tablas que conforman la Tabla 4. Para elaborar estas tablas y todas las que se recogen en esta situación se han utilizado las expresiones presentadas en Wang et. al. (2011), y que se recogen por completitud en el Anexo de este trabajo.

Tabla 4. Inversiones publicitarias y beneficios para los valores iniciales de los parámetros en la Tabla 3

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,18055556	0,38888889
m	3523,16155	3852,27407		m	2063,7878	2503,27287
r_i	1321,56058	1083,73333		r_i	929,15451	1126,92279
Π_{ri}	297577,139	297712,119		Π_{ri}	294321,834	296601,344
Π_m	952952,677	952294,452		Π_m	954013,115	952738,609
Π_s	1548106,95	1547718,69		Π_s	1542656,78	1545941,3
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,38888889
m	3126,36406	2831,01871		m	3126,36406	2503,27287
r_i	1407,31383	1274,40842		r_i	1407,31383	1126,92279
Π_{ri}	297419,925	297309,582		Π_{ri}	297419,925	296601,344
Π_m	953120,799	952637,751		Π_m	953120,799	952738,609
Π_s	1547960,65	1547256,92		Π_s	1547960,65	1545941,3

Se observa como las columnas Stackelberg 2)-Cournot y Stackelberg 3)-Cournot son idénticas, igual que ocurre con Stackelberg 1)-Colusión y Stackelberg 3)-Colusión. No se trata de un error, sino que Stackelberg 3) se compone como una mezcla de resultados de los dos anteriores, como ya se ha señalado.

Consideramos un incremento de ρ de 50 a 60. Debemos tener en cuenta que el valor ρ no puede incrementarse por encima del valor de ρ_m / u , ya que en caso contrario, la diferencia de $(\rho_m - \rho^*u)$ será negativa, lo que lleva a que algunos de los resultados no sean válidos.

Con este valor modificado de ρ se tienen estos nuevos resultados recogidos en la Tabla 5:

Tabla 5. Inversiones publicitarias y beneficios para $\rho=60$

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,01388889	0,26388889
m	3329,29204	3640,29957		m	1504,40978	2259,30079
r_i	1498,63142	1228,9386		r_i	677,4344	1017,13535
Π_{ri}	357252,509	357405,574		Π_{ri}	347580,369	355044,725
Π_m	953340,416	952718,401		Π_m	955635,312	953446,128
Π_s	1667845,43	1667529,55		Π_s	1650796,05	1663535,58
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,26388889
m	3329,29204	3014,78235		m	3329,29204	2259,30079
r_i	1498,63142	1357,10206		r_i	1498,63142	1017,13535
Π_{ri}	357252,509	357135,007		Π_{ri}	357252,509	355044,725
Π_m	953340,416	952964,175		Π_m	953340,416	953446,128
Π_s	1667845,43	1667234,19		Π_s	1667845,43	1663535,58

A continuación, reducimos ρ de 50 a 40, y obtenemos estos nuevos resultados que se resumen en la Tabla 6.

Tabla 6. Inversiones publicitarias y beneficios para $\rho=40$

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,34722222	0,51388889
m	3775,86386	4128,5756		m	2427,07237	2708,89343
r_i	1133,05916	929,15451		r_i	1092,63256	1219,45204
Π_{ri}	237922,725	238038,452		Π_{ri}	236661,4	237659,637
Π_m	952447,272	951741,849		Π_m	952959,59	952142,309
Π_s	1428292,72	1427818,75		Π_s	1426282,39	1427461,58
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,51388889
m	2894,75087	2621,27885		m	2894,75087	2708,89343
r_i	1303,08789	1180,02548		r_i	1303,08789	1219,45204
Π_{ri}	237611,006	237508,835		Π_{ri}	237611,006	237659,637
Π_m	952761,623	952134,163		Π_m	952761,623	952142,309
Π_s	1427983,63	1427151,83		Π_s	1427983,63	1427461,58

En la Tabla 7 indicamos el efecto de un aumento (reducción) de ρ en las inversiones en publicidad de todos los agentes y sus beneficios.

De los resultados obtenidos, podemos observar fácilmente como estos son simétricos o, lo que es lo mismo, la tendencia tras un aumento de ρ es la contraria tras una disminución. Cabe destacar que, en esta parte del estudio, el beneficio del fabricante (Π_m) no se modifica prácticamente nada en cada una de las situaciones, por lo que su importancia a la hora de obtener conclusiones será muy reducida.

Tabla 7. Efecto de la variación de ρ

Variación de ρ	Efecto en las variables y beneficios	Nash	Stackelberg (caso 1)	Stackelberg (caso 2)	Stackelberg (caso 3) Cournot Colusión	
Aumento de ρ	¿Qué valores aumentan?	r, Π_r, Π_m, Π_s	Π_r, Π_m, Π_s	$m, r, \Pi_r, \Pi_m, \Pi_s$	$m, r, \Pi_r, \Pi_m, \Pi_s$	Π_r, Π_m, Π_s
	¿Qué valores se reducen?	m	t, m, r	-----	-----	t, m, r

En el modelo Nash, ρ (beneficio marginal de cada uno de los minoristas):

Tiene relación directa (aumentan cuando ρ aumenta) con los gastos de publicidad local de cada minorista (en mayor medida en el modelo Nash-Cournot), con el beneficio de fabricante y minoristas, y con el beneficio total de la cadena de distribución.

Tiene relación inversa (disminuyen cuando ρ aumenta) con la inversión del fabricante en su marca.

Ya que el modelo considera que el beneficio marginal unitario de las empresas es constante, un incremento del beneficio marginal unitario (ρ) implicará, en la mayoría de las ocasiones, un incremento del beneficio total de cada minorista. Este incremento/disminución del beneficio total es, prácticamente, el resultado de la cantidad de variación de ρ multiplicado por la demanda potencial máxima del minorista α , al no haberse modificado ninguno de los otros parámetros del modelo. En este caso, $\pm 10 \cdot 6000 = 60000$, valor casi idéntico a la variación de Π_r tras la variación de ρ . El valor del incremento no es exacto debido a que en el cálculo de los beneficios también interviene el valor ρ en otros términos, aunque el efecto predominante es el ya señalado.

La variación del beneficio del fabricante (Π_m), es insignificante respecto a otros valores (variaciones de 400-500 unidades, frente a 60000 de Π_r). El valor de Π_m casi no varía debido a que, prácticamente la totalidad del valor de Π_m consiste en $2 \cdot \rho_m \cdot \alpha$, y ninguno de estos parámetros se modifica en este caso. La variación del beneficio total dentro de la cadena de distribución, por tanto, se corresponde simplemente con la variación del beneficio total de los minoristas. Este razonamiento se puede aplicar para los cuatro modelos que estamos estudiando, ya que Π_r , Π_m y Π_s se ven incrementados.

En cuanto a los gastos de publicidad local de cada minorista (r) y la inversión en su marca del fabricante (m) en el modelo Nash, podemos observar que, cuando aumenta el valor de ρ , se reduce la inversión de marca por parte del fabricante y aumentan los gastos de publicidad de los minoristas. Esto es debido a que, al incrementar el beneficio marginal unitario de los minoristas, el fabricante estará interesado en disminuir las inversiones dedicadas a su producto (m), ya que, sabiendo que los minoristas van a conseguir beneficios mayores con sus ventas, preferirá que sean los propios minoristas quienes dediquen mayores inversiones

a la publicidad local. Por tanto, serán estos minoristas quienes, cuando se incrementa p , tengan mayor interés que anteriormente en conseguir atraer a toda la demanda esperada posible, teniendo que subir así para ello su inversión en publicidad local (r).

Las variaciones (en % respecto del total) de cada valor en este primer modelo son idénticas tanto en Nash-Cournot como en Nash-Colusión. No obstante, podemos observar que, si bien los beneficios de cada empresa se mantienen prácticamente idénticos, en Colusión el valor de la inversión del fabricante en su marca (m) es considerablemente más alto que en Cournot, y los gastos en publicidad local de cada minorista (r) son más reducidos. Esto se debe a que en el modelo Colusión, los minoristas trabajarán conjuntamente con el fin de tratar de conseguir los mejores resultados posibles en lo relativo a la inversión en publicidad, lo cual consecuentemente hará que la inversión del fabricante en su marca deba subir.

Si nos fijamos en los resultados finales de Π_r y Π_m , nos damos cuenta de que, independientemente de cómo de grande sea la variación del beneficio unitario, los minoristas estarán más interesados en jugar según un modelo Nash-Colusión para incrementar un poco sus beneficios totales. Sin embargo, la empresa fabricante obtendría unos ligeramente mejores resultados en un modelo Nash-Cournot. Este resultado es lógico, ya que las empresas minoristas, al cooperar entre ellas, conseguirán unos beneficios algo mayores que si son competidoras la una de la otra. Por consiguiente, será una peor situación para el fabricante, quien siempre preferirá que sus competidores, los minoristas, no cooperen.

En el primer modelo Stackelberg ($\rho_m / \rho_u \geq [1+1/(u-v)]$), a diferencia del modelo Nash, la tasa de publicidad cooperativa (t) y los gastos de publicidad local de cada minorista (r) (además de la inversión del fabricante en su marca (m)) disminuyen cuando p aumenta.

El porcentaje de publicidad local que el fabricante pagará a los minoristas, se ve reducido cuando p aumenta. La razón es la misma que la que hemos dado en el modelo Nash respecto a la inversión del fabricante en su marca (m): el fabricante busca reducir sus gastos destinados a publicidad, con el fin de que estos gastos

sean cubiertos por los minoristas, quienes tienen un beneficio marginal unitario superior al que tenían anteriormente.

No obstante, en este modelo, a diferencia del modelo Nash, los minoristas también deciden reducir sus gastos en publicidad (r), a pesar de conocer que el fabricante ha reducido su inversión en publicidad de la marca (recordemos que estamos considerando un modelo Stackelberg donde el fabricante es el líder y los minoristas los seguidores). Y es que, aunque una reducción de inversión en su marca por parte del fabricante supone un aumento de la publicidad local por parte de los minoristas para contrarrestarlo, el hecho de que se reduzca el porcentaje de publicidad local que el fabricante va a pagar a los minoristas, supone que los minoristas no quieran realizar inversiones tan altas (que conseguirían más fácilmente con una ayuda mayor por parte del fabricante), por lo que finalmente los minoristas reducen su publicidad local. Este ejemplo nos muestra que, al menos en este modelo en concreto, la publicidad cooperativa (t) tiene mucha más influencia en los gastos en publicidad por parte de los minoristas (r) que la inversión del fabricante en su marca (m).

Al igual que en el modelo Nash, el modelo que más interesa a los minoristas en este caso es el modelo Stackelberg-Colusión, donde sus beneficios serán algo superiores a los conseguidos en el modelo Cournot. Los beneficios de la empresa fabricante son menores en el modelo Colusión, por lo que para el fabricante este modelo no es la mejor opción.

En el segundo modelo Stackelberg ($1 < \rho_m / \rho_u < \rho_m / [\rho(u-v)] < [1+1/(u-v)]$), la situación es similar a la del modelo Nash, con la única diferencia de que la publicidad local de los minoristas (r) también se incrementa cuando aumenta ρ .

En teoría, en un modelo Stackelberg, cuando existe aumento de la inversión de marca (m) por parte del fabricante, y la tasa de publicidad cooperativa (t) no se reduce, el valor de la publicidad local de los minoristas debería reducirse, ya que, al existir mayor inversión por parte del fabricante, las empresas minoristas no estarán interesadas en invertir tanto en publicidad local. Sin embargo, en este caso concreto de Stackelberg, donde la empresa fabricante (líder del canal de distribución) no destina, en ningún caso, presupuesto para la publicidad

cooperativa, entonces la expresión de la inversión en publicidad local de los minoristas, r , varía. Se observa que un aumento de ρ , ceteris paribus, resultará siempre en un aumento de la publicidad local (r). Esto se debe a que la expresión de r en este caso da mucha importancia al beneficio marginal unitario del fabricante. De esta manera, a mayor beneficio marginal por parte de los minoristas, las empresas minoristas estarán interesadas en incrementar la demanda potencial mediante el uso de publicidad local, a pesar de que la empresa fabricante no realizará ninguna inversión en publicidad cooperativa destinada a los minoristas. La diferencia, por tanto, con el modelo Nash, sería que los minoristas toman esta decisión porque saben previamente la decisión del fabricante de no dedicar inversión a publicidad local (t), y en Nash todas las decisiones se toman de forma simultánea.

En el marco de este modelo, no siempre sucede que un aumento de ρ implique un aumento de los beneficios del fabricante (Π_m) (aunque ya hemos indicado anteriormente que las variaciones de Π_m son muy poco significativas). Si observamos la fórmula del beneficio del fabricante, se compone principalmente de $2 \cdot \rho_m \cdot \alpha$ (lo cual supone el beneficio marginal del fabricante multiplicado por la máxima demanda potencial), menos un segundo término formado por varios componentes que modifican de forma muy reducida el valor inicial ($2 \cdot \rho_m \cdot \alpha$). Sin embargo, existen casos en los que, con determinados valores de los parámetros, el valor de este segundo término crece al aumentar ρ , lo que supone una pequeña reducción del montante de los beneficios del fabricante (Π_m).

A diferencia de los dos primeros modelos, en este tercer modelo, tanto los minoristas como el fabricante prefieren el modelo Cournot antes que Colusión, ya que para todos los agentes sus beneficios se incrementan. Este resultado puede justificarse con el siguiente argumento. Los minoristas, sabiendo que la empresa fabricante va a mantener t como constante 0, es decir, no van a recibir ninguna ayuda por parte del fabricante para cubrir parte de sus gastos en publicidad local, acaban realizando mayores gastos en publicidad local en el modelo Cournot (a diferencia del primer modelo Stackelberg), lo cual lleva a que se incremente el beneficio total.

El modelo Stackelberg ($1 < \rho_m / \rho_u < [1+1/(u-v)]$ y $\rho_m / [\rho(u-v)] \geq [1+1/(u-v)]$), como ya se ha señalado anteriormente, puede entenderse como un modelo basado en la mezcla de los dos anteriores, donde el modelo Stackelberg-Cournot obtiene resultados idénticos a los del modelo 3, y el modelo Stackelberg-Colusión obtiene resultados idénticos a los del modelo 2. Por tanto, el estudio respecto al aumento/reducción de los valores de los parámetros ya estaría realizado en los párrafos anteriores.

Para esta última situación, los beneficios de las empresas acabarán siendo mayores o menores en un modelo u otro dependiendo del valor del beneficio marginal unitario de los minoristas. A medida que se va incrementando el valor ρ , el porcentaje de publicidad local que se ofrece a pagar el fabricante a los minoristas se reduce en gran medida, lo que supone que la inversión en publicidad local de los minoristas (r) vaya aumentando cada vez más en el modelo Cournot, y se vaya reduciendo en el modelo Colusión (por esa reducción drástica de la publicidad cooperativa (t)).

Es por ello, por lo que, a medida que el valor de ρ se va incrementado, ceteris paribus, el valor Π_r va creciendo de forma más rápida en el modelo Cournot que en el de Colusión. Por tanto, a medida que ρ se acerca más y más a su valor máximo posible (100 ud.), a los minoristas les interesará más interactuar con el fabricante en el marco del modelo Cournot. Al contrario sucederá con la empresa fabricante, que verá como su reducción drástica de la publicidad local (t) y de su inversión en la marca (m) le supondrá mayores beneficios totales en el modelo Colusión. Esto es debido a que en el modelo Cournot el fabricante incrementa su inversión en marca a medida que aumenta el valor de ρ , pero en el modelo Colusión la reduce en gran medida (ya que, como las empresas minoristas no reducen mucho el valor de la inversión en publicidad local (r) pese a la disminución de la publicidad cooperativa (t), la empresa fabricante se termina encontrando en una mejor posición).

4.2. Cambios en la demanda potencial máxima del minorista (α)

Los valores de las inversiones en publicidad local y en la imagen de la marca y los beneficios de cada uno de los jugadores para los valores de los parámetros fijados en la Tabla 3 vienen recogidos en la Tabla 4.

En primer lugar, incrementamos α de 6000 a 8000, y los valores de las inversiones y de los beneficios de los jugadores se recogen en la Tabla 8:

Tabla 8. Inversiones publicitarias y beneficios para los valores iniciales de los parámetros en la Tabla 3.

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,18055556	0,38888889
m	3523,16155	3852,27407		m	2063,7878	2503,27287
r_i	1321,56058	1083,73333		r_i	929,15451	1126,92279
Π_{ri}	397577,139	397712,119		Π_{ri}	394321,834	396601,344
Π_m	1272952,68	1272294,45		Π_m	1274013,12	1272738,61
Π_s	2068106,95	2067718,69		Π_s	2062656,78	2065941,3
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,38888889
m	3126,36406	2831,01871		m	3126,36406	2503,27287
r_i	1407,31383	1274,40842		r_i	1407,31383	1126,92279
Π_{ri}	397419,925	397309,582		Π_{ri}	397419,925	396601,344
Π_m	1273120,8	1272637,75		Π_m	1273120,8	1272738,61
Π_s	2067960,65	2067256,92		Π_s	2067960,65	2065941,3

En segundo lugar, reducimos α de 6000 a 4000, y los resultados se recogen en la Tabla 9:

Tabla 9. Inversiones publicitarias y beneficios para $\alpha=4000$

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,18055556	0,38888889
m	3523,16155	3852,27407		m	2063,7878	2503,27287
r_i	1321,56058	1083,73333		r_i	929,15451	1126,92279
Π_{ri}	197577,139	197712,119		Π_{ri}	194321,834	196601,344
Π_m	632952,677	632294,452		Π_m	634013,115	632738,609
Π_s	1028106,95	1027718,69		Π_s	1022656,78	1025941,3
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,38888889
m	3126,36406	2831,01871		m	3126,36406	2503,27287
r_i	1407,31383	1274,40842		r_i	1407,31383	1126,92279
Π_{ri}	197419,925	197309,582		Π_{ri}	197419,925	196601,344
Π_m	633120,799	632637,751		Π_m	633120,799	632738,609
Π_s	1027960,65	1027256,92		Π_s	1027960,65	1025941,3

En la Tabla 10 indicamos el efecto de un aumento (reducción) de α en las inversiones en publicidad de todos los agentes y sus beneficios.

Tabla 10. Efecto de la variación de α

Variación de α	Cambio de valores	Nash	Stackelberg (caso 1)	Stackelberg (caso 2)	Stackelberg (caso 3)	
					Cournot	Colusión
Aumento de α	¿Qué valores aumentan?	Π_{ri} , Π_m , Π_s	Π_{ri} , Π_m , Π_s	Π_{ri} , Π_m , Π_s	Π_{ri} , Π_m , Π_s	Π_{ri} , Π_m , Π_s
	¿Qué valores se reducen?	-----	-----	-----	-----	-----

En este caso, vemos fácilmente como el parámetro α sólo influye en los beneficios de las empresas, tanto individualmente como en conjunto, y no tiene ninguna influencia ni en la publicidad de marca, ni en la publicidad cooperativa ni tampoco en la inversión publicitaria local de los minoristas.

Un cambio en la demanda potencial máxima de los minoristas, α , tiene un efecto de escala sobre los beneficios de todos los agentes en todos los modelos. Por lo

tanto, un incremento de α , ceteris paribus, supondrá siempre un incremento de todos los beneficios totales de la cadena de distribución.

4.3. Cambios en los parámetros ρ y α de forma conjunta.

En este caso, carece de sentido el estudiar un aumento o disminución conjunta de ambas variables, ya que los resultados pueden deducirse de los ya derivados anteriormente. Sabemos que un aumento de ρ y de α , ceteris paribus, resultará siempre en un incremento de todos los beneficios de la cadena de distribución. Respecto a los valores de t , m y r , al no verse modificados por cambios en el parámetro α , los resultados serán idénticos a los conseguidos cuando se realizó el estudio de un cambio en el parámetro ρ . Por ello, estudiaremos únicamente el aumento de uno de los parámetros y la reducción del otro de forma simultánea, para determinar que parámetro tiene más fuerza a la hora de modificar los beneficios finales de los miembros de la cadena de distribución.

Los parámetros se van a modificar de forma proporcional, para evitar asignar a uno de los dos parámetros más poder que el otro de forma accidental. Realizaremos incrementos y reducciones del 10% sobre la mediana dentro del rango de valores de cada uno de los parámetros. Es decir, tomaremos el valor 60 como inicial en ρ (rango de [20, 100]) y tomaremos el valor 4250 como inicial en α (rango de [500, 8000]).

La Tabla 11 recoge los valores iniciales de todos los parámetros del modelo.

Tabla 11. Valores de los parámetros

ρ_m		100
ρ ($\rho_1=\rho_2$)		60
u		1,2
v		0,3
δ		1
β		50000000
α ($\alpha_1=\alpha_2$)		4250

Para estos valores, la Tabla 12 recoge los valores de las inversiones en publicidad y los beneficios.

Tabla 12. Inversiones publicitarias y beneficios para los valores de los parámetros en la Tabla 11

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,21111111	0,41111111
m	3853,56245	4213,53026		m	2317,80593	2750,75118
r _i	1387,64248	1137,92317		r _i	1043,46267	1238,28803
Π _{ri}	252455,989	252597,718		Π _{ri}	249534,243	251590,221
Π _m	842291,875	841571,939		Π _m	843276,463	842020,922
Π _s	1347203,85	1346767,37		Π _s	1342344,95	1345201,36
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,41111111
m	3329,29204	3014,78235		m	3329,29204	2750,75118
r _i	1498,63142	1357,10206		r _i	1498,63142	1238,28803
Π _{ri}	252252,509	252135,007		Π _{ri}	252252,509	251590,221
Π _m	842507,843	841958,914		Π _m	842507,843	842020,922
Π _s	1347012,86	1346228,93		Π _s	1347012,86	1345201,36

En primer lugar, subimos ρ un 10% hasta a 66 y bajamos α un 10% hasta 3825. En este caso las inversiones en publicidad y los beneficios se modifican como se muestra en la Tabla 13.

Tabla 13. Inversiones publicitarias y beneficios para $\rho=66$ y $\alpha=3825$

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,13111111	0,35111111
m	3741,21797	4090,69422		m	2091,90247	2634,77626
r _i	1481,91832	1215,23318		r _i	941,806112	1186,09932
Π _{ri}	249733,15	249884,508		Π _{ri}	245144,965	248379,479
Π _m	757516,564	756817,612		Π _m	758931,583	757357,249
Π _s	1256982,86	1256586,63		Π _s	1249221,51	1254116,21
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,35111111
m	3440,56248	3115,54452		m	3440,56248	2634,77626
r _i	1548,70312	1402,44504		r _i	1548,70312	1186,09932
Π _{ri}	249610,711	249489,283		Π _{ri}	249610,711	248379,479
Π _m	757648,571	757162,418		Π _m	757648,571	757357,249
Π _s	1256869,99	1256140,98		Π _s	1256869,99	1254116,21

En segundo lugar, si bajamos ρ un 10% hasta 54 y subimos un 10% hasta α a 4675, con los resultados mostrados en la Tabla 14.

Tabla 14. Inversiones publicitarias y beneficios para $\rho=54$ y $\alpha=4675$

Nash Vertical	Cournot	Colusión		Stackelberg 1)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0,291111111	0,471111111
m	3981,68251	4353,61513		m	2508,19819	2858,11533
r_i	1290,38913	1058,17148		r_i	1129,13919	1286,6019
Π_r	250084,287	250216,082		Π_r	248215,728	249596,447
Π_m	927035,635	926291,77		Π_m	927724,325	926709,566
Π_s	1427204,21	1426723,93		Π_s	1424155,78	1425902,46
Stackelberg 2)	Cournot	Colusión		Stackelberg 3)	Cournot	Colusión
t	0	0		t	0	0,471111111
m	3210,47003	2907,18179		m	3210,47003	2858,11533
r_i	1445,16151	1308,68181		r_i	1445,16151	1286,6019
Π_r	249800,537	249687,227		Π_r	249800,537	249596,447
Π_m	927329,155	926707,296		Π_m	927329,155	926709,566
Π_s	1426930,23	1426081,75		Π_s	1426930,23	1425902,46

En la Tabla 15 indicamos el incremento o reducción de los beneficios de los miembros del canal según las situaciones consideradas anteriormente.

Tabla 15. Efecto de la variación simultánea de ρ y α

Variación de ρ	Efecto en los beneficios	Nash	Stackelberg (caso 1)	Stackelberg (caso 2)	Stackelberg (caso 3)	
					Cournot	Colusión
Aumento de ρ y reducción de α	¿Qué valores aumentan?	-----	-----	-----	-----	-----
	¿Qué valores se reducen?	Π_r, Π_m, Π_s	Π_r, Π_m, Π_s	Π_r, Π_m, Π_s	Π_r, Π_m, Π_s	Π_r, Π_m, Π_s
Reducción de ρ y aumento de α	¿Qué valores aumentan?	Π_m, Π_s	Π_m, Π_s	Π_m, Π_s	Π_m, Π_s	Π_m, Π_s
	¿Qué valores se reducen?	Π_r	Π_r	Π_r	Π_r	Π_r

El efecto sobre los valores de t , m y r no lo indicamos en la tabla, ya que será el mismo al identificado en el estudio de ρ , debido a que α no tiene efecto sobre las inversiones en publicidad, como ya se ha señalado anteriormente. Por lo tanto, recogemos solamente las variaciones en los beneficios de las empresas que conforman el canal de distribución.

Como observación inicial, podemos indicar que, frente a una reducción de la demanda potencial máxima en un 10%, el incremento del beneficio marginal de los minoristas no será capaz de revertir el efecto negativo provocado por α , por lo que el beneficio total de las empresas minoristas se reduce. Sin embargo, esta situación es muy distinta entre Π_r y Π_m , ya que el primer valor se ve muy influido por ambas variables (recordemos que estamos modificando el beneficio marginal unitario únicamente de los minoristas), por lo que, si bien el valor se reduce, disminuye de una forma ínfima (≈ 3000). Teniendo en cuenta los valores iniciales de los parámetros del modelo, sería necesario un aumento de ρ en un mínimo del 13%, para así superar el valor inicial de Π_r (a pesar de la reducción de α del 10%). Para concluir esta parte, debemos señalar que, el efecto sobre los beneficios de los minoristas, Π_r , es ligeramente más fuerte en el caso de α que en el caso de ρ . En igualdad de condiciones, por tanto, las empresas minoristas preferirían un incremento de la demanda potencial máxima.

En casos muy concretos, se puede dar un aumento de Π_r cuando se reduce ρ y aumenta α . Por ejemplo, cuando se consideran valores reducidos de δ (Sensibilidad de la demanda de cada minorista ante cambios en la inversión de marca del fabricante), con un valor de u no muy alejado a δ , combinado con un valor considerable, dentro de su rango, de la variable β (Impacto de las inversiones realizadas por las empresas minoristas en la demanda total del mercado).

Respecto al valor del beneficio del fabricante (Π_m), al no modificar en este ejemplo el valor de ρ_m , el cual es el principal componente del beneficio del fabricante junto al valor α , hace que frente a variaciones de mismo o parecido porcentaje entre los parámetros, ρ tenga un efecto residual para el fabricante, y sea el incremento o la reducción de la demanda potencial máxima lo que verdaderamente haga incrementar Π_m . El valor de Π_s , por consiguiente, se verá

influido de la misma forma que el valor Π_m , ya que pequeñas variaciones del valor Π_r no podrán contrarrestar el efecto positivo o negativo de Π_m .

5. CONCLUSIONES

Los modelos de publicidad cooperativa en cadenas de distribución planteados utilizando la Teoría de Juegos son una herramienta de mucha ayuda a la hora de interpretar las decisiones óptimas de los miembros del canal en diferentes tipos de escenarios. Los resultados matemáticos derivados de la resolución del juego ayudan a entender que situaciones son más favorables para cada miembro en cada caso.

El análisis de los distintos modelos que se presentan y estudian en el trabajo de Wang et. al. (2007), muestra cómo, dependiendo de las distintas características relativas a la cooperación, simultaneidad y liderazgo a la hora de la toma de decisiones de los miembros del canal de distribución presentes en el modelo, los resultados o los comportamientos seguidos por parte de los miembros del canal pueden verse afectados en mayor o menor medida, dependiendo de cuál sea la situación analizada.

El principal objetivo de este Trabajo de Fin de Grado ha sido estudiar el efecto que cambios en los parámetros del modelo tiene sobre las políticas publicitarias y los beneficios de los distintos miembros del canal. A continuación resumimos las principales conclusiones del trabajo.

En primer lugar, un aumento en el beneficio marginal de los minoristas resulta en un aumento considerable de sus beneficios (y, por tanto, de los beneficios globales de la cadena de distribución), pero apenas modifican el beneficio del fabricante. Por tanto, los minoristas aumentarán la publicidad local siempre y cuando el fabricante no reduzca el porcentaje de publicidad local que abona a los minoristas (la denominada publicidad cooperativa). Esto es así, ya que un incremento de ventas supondrá unos mayores beneficios, al ser el beneficio marginal superior en este caso.

En segundo lugar, un incremento en la demanda potencial máxima de los minoristas provoca un aumento considerable en los beneficios de todos los miembros de la cadena de distribución, pero no modifica en ningún caso las inversiones en publicidad local e inversión en la marca por parte de los minoristas y del fabricante, respectivamente.

En tercer lugar, un incremento del beneficio marginal de los minoristas y, simultáneamente, una reducción de la demanda potencial máxima de los minoristas supone pequeñas variaciones del beneficio de los minoristas, pero reducciones considerables del beneficio del fabricante. En la situación contraria, en la que se reduce el beneficio marginal de los minoristas, pero se incrementa la demanda potencial máxima de los productos, el beneficio de los minoristas sigue viéndose afectado muy ligeramente, pero el beneficio del fabricante aumenta considerablemente. La demanda potencial de los minoristas tiene mayor influencia en el beneficio de los minoristas, cuando ambas variables (beneficio marginal y demanda potencial) son modificadas de la misma forma porcentual.

6. BIBLIOGRAFÍA

Aust G. y Buscher U. (2014): "Cooperative advertising models in supply chain management: A review", *European Journal of Operational Research*, 234, pp 1-14.

Ghadimi S., Szidarovszky F., Farahani, R.Z. y Khiabani, A.I. (2013): "Coordination of advertising in supply chain management with cooperating manufacturer and retailers", *IMA Journal of Management Mathematics*, 24, pp 1-19.

Jørgensen S. y Zaccour G. (2014): "A survey of game-theoretic models of cooperative advertising", *European Journal of Operational Research*, 237, pp 1-14.

Wang S., Zhou Y., Min J., Zhong Y. (2011): "Coordination of cooperative advertising models in a one-manufacturer two-retailer supply chain system", *Computer & Industrial Engineering*, 61, pp 1053-1071.

Zaccour G. y Karray S. (2007): "Effectiveness of coop advertising programs in competitive distribution channels", *International Game Theory Review*, 2, pp 151-167.

7. ANEXO

Para la elaboración de las tablas se han utilizado las siguientes fórmulas presentadas en Wang et. al. (2011):

Nash Vertical:

The equilibrium solutions for the special case in Nash-• settings.

Cournot	
t	0
m	$(2\rho_m\beta\delta)^{(u-v+1)/(\delta+u-v+1)}(\rho\beta u)^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)} - 1$
r_i	$(2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}(\rho\beta u)^{(\delta+1)/(\delta+u-v+1)}$
Π_{π}	$\rho\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}(\rho\beta u)^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}\rho\beta(1+u)$
Π_M	$2\rho_m\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}(\rho\beta u)^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}2\rho_m\beta(1+\delta) + 1$
Π_S	$2(\rho_m + \rho)\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}(\rho\beta u)^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}.2\beta[\rho(1+u) + \rho_m(1+\delta)] + 1$
Collusion	
t	0
m	$(2\rho_m\beta\delta)^{(u-v+1)/(\delta+u-v+1)}[\rho\beta(u-v)]^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)} - 1$
r_i	$(2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}[\rho\beta(u-v)]^{(\delta+1)/(\delta+u-v+1)}$
Π_{π}	$\rho\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}[\rho\beta(u-v)]^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}\rho\beta(1+u-v)$
Π_M	$2\rho_m\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}[\rho\beta(u-v)]^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}2\rho_m\beta(1+\delta) + 1$
Π_S	$2(\rho_m + \rho)\alpha - (2\rho_m\beta\delta)^{-\delta/(\delta+u-v+1)}[\rho\beta(u-v)]^{(-u+v)/(\delta+u-v+1)}.2\beta[\rho(1+u-v) + \rho_m(1+\delta)] + 1$

Stackelberg 1):

The equilibrium solutions for the special case with $\rho_m/\rho u \geq [1 + 1/(u - v)]$ in Stackelberg

Cournot	
t	$1 - \frac{1}{[\rho_m/(\rho u) - 1](u - v)}$
m	$\left\{ \frac{2\delta}{u - v} [(\rho_m - \rho u)(u - v)\beta]^{1/(u - v + 1)} \right\}^{(u - v + 1)/(\delta + u - v + 1)} - 1$
r_i	$[2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} [(\rho_m - \rho u)(u - v)\beta]^{1/(\delta + u - v + 1)}$
Π_{ri}	$\rho\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} [(\rho_m - \rho u)(u - v)\beta]^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} \rho\beta(1 + u)$
Π_M	$2\rho_m\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} [(u - v)\beta]^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} (\rho_m - \rho u)^{\frac{1}{\delta + u - v + 1}}$ $\cdot 2\beta(\delta + u - v + 1) + 1$
Π_S	$2(\rho_m + \rho)\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} [(u - v)\beta(\rho_m - \rho u)]^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} \cdot 2\beta[\rho(1 + u)$ $+ (\rho_m - \rho u)(\delta + u - v + 1)] + 1$

Collusion

$$1 - \frac{1}{\{\rho_m/[\rho(u - v)] - 1\}(u - v)}$$

$$\left\{ \frac{2\delta}{u - v} [(\rho_m - \rho(u - v))(u - v)\beta]^{1/(u - v + 1)} \right\}^{(u - v + 1)/(\delta + u - v + 1)} - 1$$

$$[2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} \{[\rho_m - \rho(u - v)](u - v)\beta\}^{1/(\delta + u - v + 1)}$$

$$\rho\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} \{[\rho_m - \rho(u - v)](u - v)\beta\}^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} \cdot \rho\beta(1 + u - v)$$

$$2\rho_m\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} [(u - v)\beta]^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} [\rho_m - \rho(u - v)]^{\frac{1}{\delta + u - v + 1}} \cdot 2\beta(\delta + u - v + 1) + 1$$

$$2(\rho_m + \rho)\alpha - \left(\frac{2\delta}{u - v}\right)^{\frac{\delta}{\delta + u - v + 1}} \{(u - v)\beta[\rho_m - \rho(u - v)]\}^{\frac{-(\delta + u - v)}{\delta + u - v + 1}} \cdot 2\beta\{\rho(1 + u - v) + [\rho_m - \rho(u - v)](\delta + u - v + 1)\} + 1$$

Stackelberg 2):

The equilibrium solutions for the special case with $1 < \rho_m/\rho u < \rho_m/[\rho(u-v)] < [1 + 1/(u$

Cournot	
t	0
m	$(\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{(u - v + 1)/(\delta + u - v + 1)} - 1$
r_i	$(\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$
Π_{ri}	$\rho \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} (1 + 1/u)$
Π_M	$2 \rho_m \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} \cdot 2 [\rho_m / (\rho u) + \delta / (u - v)] + 1$
Π_S	$2(\rho_m + \rho) \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} \cdot 2 [(\rho_m + \rho) / (\rho u) + 1 + \delta / (u - v)] + 1$

Collusion

0	
	$[\rho(u - v) \beta]^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{(u - v + 1)/(\delta + u - v + 1)} - 1$
	$[\rho(u - v) \beta]^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$
	$\rho \alpha - [\rho(u - v) \beta]^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} [1 + 1/(u - v)]$
	$2 \rho_m \alpha - [\rho(u - v) \beta]^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} \cdot 2 [\rho_m / (\rho(u - v)) + \delta / (u - v)] + 1$
	$2(\rho_m + \rho) \alpha - [\rho(u - v) \beta]^{1/(\delta + u - v + 1)} [2 \delta / (u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)} \cdot 2 [(\rho_m + \rho) / (\rho(u - v)) + 1 + \delta / (u - v)] + 1$

Stackelberg 3):

The equilibrium solutions for the special case with $1 < \rho_m/\rho$

Cournot	
t	0
m	$(\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2\delta/(u - v)]^{(u - v + 1)/(\delta + u - v + 1)} - 1$
r_i	$(\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$
Π_{ri}	$\rho \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$ $(1 + 1/u)$
Π_M	$2\rho_m \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$ $2[\rho_m/(\rho u) + \delta/(u - v)] + 1$
Π_S	$2(\rho_m + \rho) \alpha - (\rho u \beta)^{1/(\delta + u - v + 1)} [2\delta/(u - v)]^{-\delta/(\delta + u - v + 1)}$ $2[(\rho_m + \rho)/(\rho u) + 1 + \delta/(u - v)] + 1$

Collusion

$$1 - \frac{1}{\{(\rho_m/\rho(u-v)) - 1\}(u-v)}$$

$$\left\{ \frac{2\delta}{u-v} [(\rho_m - \rho(u-v))(u-v)\beta]^{1/(u-v+1)} \right\}^{(u-v+1)/(\delta+u-v+1)} - 1$$

$$[2\delta/(u-v)]^{-\delta/(\delta+u-v+1)} \{[\rho_m - \rho(u-v)](u-v)\beta\}^{1/(\delta+u-v+1)}$$

$$\rho \alpha - \left(\frac{2\delta}{u-v}\right)^{\frac{\delta}{\delta+u-v+1}} \{[\rho_m - \rho(u-v)](u-v)\beta\}^{\frac{-(\delta+u-v)}{\delta+u-v+1}} \cdot \rho \beta (1 + u - v)$$

$$2\rho_m \alpha - \left(\frac{2\delta}{u-v}\right)^{\frac{\delta}{\delta+u-v+1}} [(u-v)\beta]^{\frac{-(\delta+u-v)}{\delta+u-v+1}} [\rho_m - \rho(u-v)]^{\frac{1}{\delta+u-v+1}} \cdot 2\beta(\delta + u - v + 1) + 1$$

$$2(\rho_m + \rho) \alpha - \left(\frac{2\delta}{u-v}\right)^{\frac{\delta}{\delta+u-v+1}} \{(u-v)\beta[\rho_m - \rho(u-v)]\}^{\frac{-(\delta+u-v)}{\delta+u-v+1}} \cdot 2\beta\{\rho(1 + u - v) + [\rho_m - \rho(u-v)](\delta + u - v + 1)\} + 1$$