



Universidad de Valladolid

**FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**APLICACIÓN DE UNA TRAYECTORIA
HIPOTÉTICA DE APRENDIZAJE PARA EL
DESARROLLO DEL SENTIDO ESTOCÁSTICO EN
LOS PRIMEROS CURSOS DE EDUCACIÓN
PRIMARIA**

TRABAJO FIN DE GRADO MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

**AUTOR: SERGIO GUTIÉRREZ ORMAECHEA
TUTOR: HÉCTOR SANZ HERRANZ**

Palencia, julio de 2022



RESUMEN

La enseñanza tradicional de las matemáticas viene relegando a un segundo plano en las aulas aquellos contenidos relacionados con la probabilidad, tanto en la educación Primaria como en la Secundaria. Por ello, considerando que se trata de un contenido, al menos, tan importante como el resto, en este proyecto se busca dotar a la estocástica de la trascendencia que merece. Siguiendo una metodología progresiva centrada en los procesos y buscando el pleno desarrollo del alumnado en el seno de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, se propone que el maestro trabaje simultáneamente con el niño, no limitándose a ser un mero transmisor de información. El profesor en este caso actúa guiando el aprendizaje, procurando oportunidades de aprendizaje con el fin de que cada estudiante alcance el conocimiento esperado.

Así, este Trabajo Fin de Grado aproxima conceptos de elevado grado de abstracción relacionados con la probabilidad, en un curso temprano como es Primero de Primaria y, para ello, genera recursos didácticos lúdicos y manipulativos, con objeto de que el alumnado se vea completamente inmerso en la experiencia de aprendizaje. Se trata de proponer un sistema innovador, intentando iniciar a los niños y niñas en el pensamiento probabilístico y la toma de decisiones, desde una visión diferente y amable de las matemáticas.

Palabras clave: Probabilidad, matemáticas, Educación Primaria, Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, estocástica, suceso, actividad

ABSTRACT

In traditional teaching, content related to probability has been relegated to the background in both primary and secondary classrooms. Therefore, considering that these concepts are just as important as the rest, we seek to give stochastics the importance it has in this project. Through a progressive methodology focused on learning initially as a game, and seeking the development of students through Hypothetical Learning Trajectories, in which the teacher must work simultaneously with the child and not be a sole transmitter of information. The teacher in this case acts guiding the learning process, ensuring that it is adequately completed and that each student reaches the expected knowledge.

In this Final Degree Project we also approach a content that is somewhat distant to a course such as the First Year of Primary School, generating playful and manipulative didactic resources, so that the students are immersed in the experience. The idea is to generate an innovative system to how this conceptual block is worked to date, trying to initiate children in logical thinking, an introduction to probabilistic, promoting a different and friendlier vision of mathematics.

Keywords: Probability, mathematics, Primary Education, Hypothetical Learning Trajectories, stochastics, event, activity

AGRADECIMIENTOS

En esta instancia, me gustaría agradecer a las personas que me han prestado ayuda durante el camino hasta la titulación. En primer lugar, a mi tutor Héctor, que me ha permitido conocer multitud de aspectos en la didáctica de la Matemática, así como me ha enseñado y alentado durante este trayecto. También quería acordarme de mi familia y amigos, aquellos que han estado siempre apoyándome para que alcanzase mi objetivo.

Agradecer también a todos los compañeros y profesores, que durante los estudios de Grado me han permitido evolucionar, tanto profesional como personalmente, y con los cuales puedo decir que comparto una misma vocación, la docencia. De todos ellos he aprendido algo diferente, pero igualmente muy importante.

Por todo lo anterior siento que ha finalizado una etapa muy gratificante en mi formación como alumno, a partir de la cual seguir construyendo y aprendiendo diariamente y solo puedo decir gracias a todas las personas que han formado parte de ello.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. OBJETIVOS	2
2.1 OBJETIVOS GENERALES	2
3. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA	3
4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	3
5. ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS ESTOCÁSTICOS EN DIFERENTES CURRÍCULOS	5
5.1 Currículo NCTM	5
5.2 Probabilidad en el ámbito legislativo nacional	7
5.3 Currículo de Castilla y León, estructura general de la etapa Primaria	8
5.4 Organización curricular del bloque “Estadística y probabilidad” en 1º y 2º de Primaria	10
5.5 En el currículo portugués	11
5.6 Valoración final, tras analizar los diferentes currículos	14
6. METODOLOGÍA	15
7. IMPLEMENTACIÓN DE LAS THA EN LAS AULAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA	17
8. PROPUESTA DE ITINERARIO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD	21
8.1 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO INFORMAL	21
8.2 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO NEUTRO	29
8.3 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO FORMAL	35
9. CONCLUSIONES	39
10. BIBLIOGRAFÍA	41

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad, desde sus inicios nace como una herramienta para tomar decisiones de manera racional frente a un suceso en el que hay varias opciones. En estos sucesos, los agentes racionales siempre han buscado maximizar su beneficio, y por ello se llevaron a cabo en el pasado estrategias de análisis que nos han llevado a la idea que tenemos en la actualidad de probabilidad.

En sus orígenes, la estocástica moderna surge como una forma de resolver problemas en los juegos de azar. Este hecho dio lugar a una serie de planteamientos matemáticos que sirven como punto de partida en el ámbito de la probabilidad, y uno de ellos es el problema de Pascal y Pacioli, también conocido como el problema de la partida interrumpida. Es una cuestión clásica en la teoría de la probabilidad y da lugar al inicio de la teoría de la probabilidad moderna en el siglo XVII, con Blaise Pascal a la cabeza.

En dicho planteamiento, se aborda una partida entre dos participantes que tienen *a priori* las mismas posibilidades de victoria, pero por alguna circunstancia, dicha partida debe interrumpirse sin haber finalizado. Sendos participantes habían acordado previamente que el premio se repartiría en todo caso. Ante esta casuística surge la pregunta sobre de qué manera debe repartirse el premio de la partida para hacerlo de forma justa. Y es aquí donde se presenta la primera adversidad, no solo calcular la cuantía que le corresponde a cada jugador, si no el hecho de que se establezca una manera “justa” de hacerlo.

Para resolver este dilema, Pascal realiza el primer razonamiento con un valor esperado. Se basó en la proximidad de cada jugador a la victoria en cada situación posible en el juego, teniendo en cuenta que en cada ronda de la partida, ambos jugadores tienen un 50% de probabilidades de éxito. A raíz de aquello, contempló todas las ocasiones en las que saldría victorioso el primer jugador respecto al total, y cuántas veces lo sería el segundo, y de este cálculo estableció una proporción que sería *a posteriori* en la que debiera repartirse de manera justa la cuantía del premio.

Pacioli añadió que no era relevante el número de rondas necesarias para ganar, y completó así aquello que propuso inicialmente Blaise Pascal, repartir el premio en función de las rondas ganadas por cada jugador.

Más adelante, Tartaglia propuso un nuevo método, en el que evitaba que si la partida se interrumpía con un único punto disputado, la totalidad del premio sería para ese jugador. De igual manera, surgieron nuevas problemáticas, puesto que en una partida a 100 puntos proponía repartir la recompensa de una misma manera si la ventaja es la misma, ya se encuentre un jugador a un solo punto de la victoria (99-70) que a mitad de la misma, (59-30).

La perspectiva histórica de la probabilidad presupone la resolución de un problema, tiene un sentido, no como actualmente se presenta, esto es, desconectada de la toma racional de decisiones, ocasionando que el alumnado lo perciba con cierta falta de utilidad. Y por ello la manera de abordarlo debe tener eso en cuenta. En particular, como veremos, si se sigue el marco metodológico de las THA.

La estocástica debe trasladarse al aula como un contenido fructífero que en un futuro permita valorar de manera racional y elegir la mejor opción entre un abanico de posibilidades que se presenten. Y es aquí donde las THA permiten una notable mejoría, al igual que a lo largo del proceso pedagógico en cuestión matemática, en el caso concreto de la probabilidad, hace posible que el alumnado alcance el conocimiento esperado, con el maestro acompañando dicho desarrollo, escogiendo diferentes elementos didácticos adecuados a cada individuo que permitan alcanzar a cada individuo su máximo potencial.

2. OBJETIVOS

El objetivo fundamental de este Trabajo Fin de Grado es destacar la relevancia de lo estocástico en innovar en dicho ámbito, acercando a los alumnos la probabilidad como un apartado muy útil de la matemática y con multitud de posibilidades en la vida cotidiana.

2.1 OBJETIVOS GENERALES

- Elaborar una serie de actividades útiles en el ámbito de la probabilidad, adaptando los contenidos a primer curso.
- Reflexionar acerca de la importancia de los aspectos matemáticos en el desarrollo de los niños.

- Comprender y conocer la estructura actual de este bloque conceptual en diferentes currículos.
- Acercar el juego como método de aprendizaje e iniciación conceptual.
- Conocer la importancia de la probabilidad y su utilidad en el día a día.
- Ser capaz de generar un cambio en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el ámbito de la probabilidad.
- Ocasionar un aprendizaje significativo siguiendo esta línea metodológica.

3. JUSTIFICACIÓN DEL TEMA

El eje vertebrador del presente trabajo consiste en un acercamiento del concepto de probabilidad en edades tempranas. La probabilidad ayuda a la mejora en la toma de decisiones en las cuales el sujeto que la aplica maximiza su beneficio. A lo largo de mi experiencia como alumno siempre se ha reducido la idea de probabilidad a un simple cálculo aritmético que relaciona los casos favorables de un suceso entre todos los posibles. Por ello, considero que es necesario realizar una adaptación desde la Educación Primaria a lo que se entiende por probabilidad y plantearla de una forma más manipulativa y adaptada, de manera que no sea recibida por el alumnado como un contenido sin utilidad en el que únicamente se realizan operaciones. Se debe entender por qué es más sencillo que suceda una circunstancia frente a otra, y cómo si se elige una opción concreta, acontecerán determinadas consecuencias.

4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

El sistema educativo español viene determinado por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre o LOMLOE (Ley Orgánica de Modificación de la LOE) por lo que se verá transformada la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo.

Dentro de ella, se establecen los criterios básicos a cumplir por la jurisdicción autonómica, y en este caso, el documento legislativo que recoge dichos principios es el Decreto 26/2016, de 21 de julio, y es aquí donde se organizan los diferentes contenidos,

objetivos, estándares y criterios de evaluación bajo los que se rigen todos los alumnos pertenecientes a Castilla y León.

En esta propuesta, se trata el desempeño matemático y fundamentalmente probabilístico desde diferentes enfoques, como ejemplo, Batanero y Godino (2002) en su artículo *Estocástica y su didáctica para maestros*, trata la simulación de sucesos aleatorios desde un ámbito puramente vivencial, únicamente destacar que en dicho artículo se alude a la recreación como justificación ante una falta de tiempo de llevar a cabo dichas experiencias, y en este caso llevaremos al aula la experiencia más vivencial, ya que ahí es donde realmente está el aprendizaje para niños de etapa Primaria de edades tan tempranas. Justificar también que comprendo la simulación como se puede leer en el artículo desde el punto de vista de peligrosidad o elevada complejidad de las experiencias, pero en este caso lanzar un par de dados, girar una serie de ruletas o jugar a un juego de mesa en el que el recurso son cartas, considero que el factor manipulativo es clave.

Siguiendo con la manera de trabajar todo lo relacionado con la probabilidad en la escuela, y alejándonos de la manera más tradicional de enseñar este contenido, presente durante toda la etapa Primaria, pero relegado a un segundo plano en numerosas ocasiones, por mi experiencia debido a una baja carga curricular y a pertenecer al bloque número 5 y final de la asignatura Matemáticas, comparto la opinión de Alsina, tratada en el artículo *Investigación en Educación Matemática XXIV* (2021). En este documento se plantea una manera secuenciar las actividades, dividiéndolas en tres ámbitos diferentes. El primero de ellos o formal en el que las actividades llevadas a cabo serán juegos y se aprende desde un modelo basado en la gamificación (en mi caso centrándome más en los recursos puramente lúdicos que en situaciones de la vida cotidiana, con la finalidad de resultar más atractivo al estar enfocado para niños). En segundo lugar, el ámbito neutro en el que los recursos a utilizar, serán o bien literarios o bien tecnológicos; en este aspecto busco trabajar ambos, siempre enfocados en la predicción de sucesos y en trabajar la capacidad del alumnado de realizar conjeturas acerca de lo que sucederá a continuación. Finalmente y como recurso formal, los alumnos y alumnas realizarán una ficha en la que fundamentalmente se adquiere la idea de suceso seguro, posible e imposible a través de comprobar visualizando imágenes incluidas en la propia ficha.

Acerca de la formación del profesorado en materia probabilística, C. Vázquez, Á. Alsina, en su artículo *Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado* (2014), ambos autores enfatizan en que

los maestros de hoy en día no están correctamente formados en los contenidos de probabilidad, por lo que en investigaciones recientes se concluye que hasta hace relativamente pocos años el problema surgía a partir de la Educación Secundaria, mientras ahora es un problema que ha trascendido hasta la Primaria, y personalmente veo que es verosímil, porque los alumnos que nos hemos nutrido de esos “errores” en el instituto, somos los que actualmente nos estamos formando para impartir clases en colegios. En investigaciones iniciales de Alcázar (1995) acerca de estos problemas, se llegó a la conclusión de errores en la idea de aleatoriedad, la noción de probabilidad y su relación con el ámbito cotidiano.

Otro de los aspectos de relevancia a lo largo de la enseñanza de la matemática, es sin duda el punto desde el que partimos con un estudiante, y hasta donde podemos llegar a generar un aprendizaje con él/ella. Todo esto, junto con comprobar que dicho proceso de aprendizaje ha resultado satisfactorio viene descrito y trabajado en las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA). En esas Trayectorias, como destacan Pedro Gómez y José Luis Lupiáñez en *Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* se trata de prever el punto de aprendizaje del alumnado antes que este suceda, y es este aspecto fundamental el que permite intervenir y guiar ese proceso por el maestro hasta potenciar las aptitudes del alumno en cuestión y que pueda conseguirlo.

5. ORGANIZACIÓN DE LOS CONTENIDOS ESTOCÁSTICOS EN DIFERENTES CURRÍCULOS

5.1 Currículo NCTM

El Estándar de Análisis de Datos y Probabilidad recomienda que los estudiantes formulen preguntas que puedan responderse usando esos datos y aborden lo que implica recopilarlos y usarlos de manera inteligente. Este estándar también incluye el aprendizaje de algunos métodos para el análisis y algunas formas de hacer inferencias y conclusiones. Los conceptos básicos y las aplicaciones de la probabilidad también se abordan, con énfasis en la medida en que la probabilidad y la estadística están relacionados.

Los estándares están destinados a abarcar los grados en lugar de reservarse para los grados medios y la escuela secundaria, como es común en muchos países.

Currículo y estándares de evaluación para la escuela de NCTM de 1989

Las matemáticas introdujeron estándares en estadística y probabilidad en todas bandas de grado; varias organizaciones han desarrollado programas de instrucción materiales y programas de desarrollo profesional para promover la enseñanza y aprendizaje de estos temas. Sobre esta base, estos Estándares recomiendan un fuerte desarrollo de la línea, con conceptos y los procedimientos se vuelven cada vez más sofisticados en todos los grados para que al final de la escuela secundaria los estudiantes tengan un conocimiento sólido de estadísticas elementales. Para comprender los fundamentos de la estadística, los estudiantes deben trabajar directamente con los datos.

Comprender y aplicar conceptos básicos de probabilidad.

La probabilidad resulta un tema por sí misma, aunque está conectada a otras áreas de matemáticas, especialmente números y geometría. Ideas de estocástica pueden servir como base para la recopilación, descripción e interpretación de datos.

Desde preescolar hasta el grado 2, el tratamiento de la probabilidad y las ideas deben ser informales. Los maestros deben basarse en el vocabulario en desarrollo de los niños para introducir y resaltar nociones de probabilidad, por ejemplo, probablemente tengamos recreo esta tarde, o es poco probable que llueva este día.

Los niños pequeños pueden comenzar a desarrollar una comprensión del azar y aleatoriedad haciendo experimentos con objetos concretos, como eligiendo fichas de colores de una bolsa. En los grados 3 a 5, los estudiantes pueden considerar ideas de azar a través de experimentos (usando monedas, dados o ruletas) con resultados teóricos conocidos o mediante la designación de eventos como imposibles, improbables, probables o ciertos. Los estudiantes de grados medios deben aprender y utilizar la terminología adecuada y ser capaces de calcular probabilidades para eventos compuestos simples, como el número de ocurrencias esperadas de dos caras cuando se lanzan dos monedas 100 veces. En la escuela secundaria, los estudiantes deben calcular las probabilidades de los eventos compuestos y comprender los eventos condicionales e independientes.

Según se avanza en los grados, los estudiantes deben saber pasar de situaciones para las cuales la probabilidad de un evento puede determinarse fácilmente hasta situaciones en las que el muestreo y las simulaciones les ayudan a cuantificar la probabilidad de un resultado incierto.

Muchos de los fenómenos que los escolares encuentran, especialmente en el colegio, tienen resultados predecibles. Cuando se lanza una moneda, es igualmente probable que salga cara o cruz. ¿Qué resultado se obtendrá en un determinado lanzamiento es incierto, incluso si diez lanzamientos seguidos han dado como resultado cara?

Para mucha gente resulta opuesto a la intuición que el undécimo lanzamiento tiene sólo un 50 por ciento de probabilidad de ser cruz. Si un evento es aleatorio y se repite gran cantidad de veces, entonces la distribución de los resultados forma un patrón. La idea de que los eventos individuales no son predecibles en tal situación pero que un patrón de resultados puede ser predicho es un factor importante, este concepto sirve de base para el estudio de la estadística inferencial.

Como conclusión, destacar la implementación de dicho currículo, especializado en la didáctica de la matemática, en contenidos probabilísticos desde los tres años de edad, mediante un aprendizaje puramente experimental y significativo que en el ámbito estocástico desde los inicios de la vida académica del alumno.

5.2 Probabilidad en el ámbito legislativo nacional

A nivel nacional, los últimos textos legislativos en materia educativa, no hacen una gran mención a los contenidos probabilísticos. Es más, en la última modificación de la Ley, la LOMLOE, no aparece ninguna mención a dicho bloque de contenidos, mientras en la anterior LOMCE, si aparece una breve alusión al trabajo de la probabilidad en las aulas, y dice así:

“Las matemáticas son un conjunto de saberes asociados a los números y a las formas, y constituyen una forma de analizar diversas situaciones, se identifican con la deducción, la inducción, la estimación, la aproximación, la probabilidad, la precisión, el rigor, la seguridad, etc., nos ayudan a enfrentarnos a situaciones abiertas, sin solución única y cerrada; son un conjunto de ideas y formas que nos permiten analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, para obtener informaciones y conclusiones que no estaban explícitas y actuar, preguntarnos, obtener modelos e identificar relaciones

y estructuras, de modo que conlleven no sólo utilizar cantidades y formas geométricas sino, y sobre todo, encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas.”

También es citada a la hora de estructurar los diferentes bloques de contenidos que han de ser comunes para todas las comunidades autónomas de España, pese a que cada una de ellas tendrá competencia para organizar y enfocar las diferentes asignaturas, pero todas deben cumplir con los requisitos nacionales.

5.3 Currículo de Castilla y León, estructura general de la etapa Primaria

Bloque 5: Estadística y probabilidad.

Los contenidos de este bloque adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento. Igualmente el trabajo ha de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, para suscitar el interés por los temas y para ayudar a valorar las ventajas que los conocimientos estadísticos proporcionan en la toma de decisiones. Tienen importancia en los contenidos que favorecen la presentación de los datos de forma ordenada y gráfica, y permiten descubrir que las matemáticas facilitan la resolución de problemas de la vida diaria. A su vez, los contenidos de este bloque deben iniciar en el uso crítico de la información recibida por diferentes medios

CONTENIDOS

- Gráficos y parámetros estadísticos.

Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos.

Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.

Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. Aplicaciones a situaciones familiares.

Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.

Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.

- Azar y probabilidad. Carácter aleatorio de algunas experiencias. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.
2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. Calcular la media aritmética, la moda y el rango.
3. Realizar valoraciones y comunicar oralmente o por escrito la información contenida en tablas de datos y gráficos.
4. Observar, hacer estimaciones basadas en las experiencias y constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición, en situaciones sencillas en las que intervenga el azar.
5. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES:

- 1.1 Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares.
- 1.2 Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- 2.1 Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas.
- 2.2 Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares, las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.
- 3.1 Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- 4.1 Identifica situaciones de carácter aleatorio y realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (monedas, dados, cartas, lotería...).
- 5.1 Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística y probabilidad, utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación,

reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su utilización.

5.2 Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.

5.4 Organización curricular del bloque “Estadística y probabilidad” en 1º y 2º de Primaria

Para 1º de Primaria tenemos la siguiente estructura organizativa:

BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACIÓN	ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
<p>Gráficos estadísticos.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lectura e interpretación de sencillos gráficos de barras y pictogramas. - Recogida de datos en contextos cercanos: diagrama de barras. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recoger y registrar una información cuantificable en plantillas utilizando recursos sencillos de representación: tablas, diagrama de barras, etc. 2. Realizar e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos a su entorno inmediato. 3. Resolver problemas que impliquen una sola orden, planteados a partir de gráficas. 	<ol style="list-style-type: none"> 1.1 Identifica datos cuantitativos en situaciones familiares. 1.2 Recoge y clasifica datos cuantitativos de situaciones de su entorno en tablas utilizando plantillas. 2.1 Elabora e Interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras y pictogramas. 3.1 Responde a preguntas y resuelve sencillos problemas con la información recogida.

Tabla 1. *Currículo para primer curso de Educación Primaria en Castilla y León*

Mientras, ya en 2º la cantidad de contenidos no aumenta considerablemente, siendo diferentes de lo previamente visto en primer curso. Donde sí podemos observar mayor diferencia es en los estándares de aprendizaje, donde ya se requiere un nivel superior de abstracción:

BLOQUE 5: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD		
CONTENIDOS	CRITERIOS DE EVALUACION	ESTANDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES
-Iniciación a datos estadísticos e interpretación de sencillos gráficos de barras y cuadros de doble entrada relativos a fenómenos cercanos. - Utilización de expresiones relacionadas con la probabilidad: imposible, seguro, probable	1. Hacer interpretaciones de los datos presentados en gráficos de barras y cuadros de doble entrada, formulando preguntas y resolviendo sencillos problemas en los que intervenga la lectura de gráficos y cuadros de doble entrada. 2. Reconocer situaciones o experiencias de la vida cotidiana en las que tiene presencia el azar y utilizar expresiones relacionadas con la probabilidad	1.1 Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizando plantillas para construir tablas sencillas. 1.2 Identifica textos numéricos de la vida cotidiana en forma de gráficos y cuadros de doble entrada. 1.3 Lee e interpreta datos e informaciones que aparecen en cuadros de doble entrada y gráficos. 1.4 Formula preguntas a partir de la lectura de un cuadro de doble entrada o una gráfica. 2.1 Identifica situaciones de la vida cotidiana en que el azar tiene mucha importancia diferenciando el concepto de suceso seguro, suceso posible y suceso imposible. 2.2 Se inicia en el lenguaje propio de la probabilidad

Tabla 2. Currículo para segundo curso de Educación Primaria en Castilla y León

5.5 En el currículo portugués

“Finalmente, en el dominio de Organización y Procesamiento de Datos, algunas medidas ubicando y dispersando un conjunto de datos, y se hace una iniciación a las probabilidades y fenómenos aleatorios.”

- Experimentos deterministas y aleatorios; universo de resultados o espacio muestral; casos posibles;
- Eventos: casos favorables, evento elemental, compuesto, cierto, imposible;
- Eventos disjuntos o incompatibles y complementarios;
- Experiencias aleatorias con eventos elementales equiprobables;
- Definición de probabilidad de Laplace; propiedades y ejemplos;

-Problemas relacionados con la noción de probabilidad y la comparación de probabilidades de diferentes eventos compuestos, utilizando tablas de doble entrada y diagramas de árbol;

- Comparación de probabilidades con frecuencias relativas en experimentos aleatorios en los que asume la equiprobabilidad de los casos posibles.

Siguiendo con los contenidos relacionados con el análisis probabilístico, en Portugal se rigen bajo los siguientes estándares que deben cumplir los alumnos a lo largo de la Primaria:

Probabilidad

3. Utilizar correctamente el lenguaje de la probabilidad

1. Identificar una “experiencia” como un proceso que conduce a un resultado perteneciente a un conjunto previamente fijado llamado ‘universo de resultados’ o ‘espacio muestral’, no si la información está disponible para excluir la posibilidad de ocurrencia de cualquiera de estos resultados, designando los elementos del espacio muestral por «casos posibles» y la experiencia por ‘determinista’ cuando hay un único caso posible y ‘aleatorio’ en caso contrario.

2. Designar por “evento” cualquier subconjunto del universo de resultados de una experiencia aleatoria y los elementos de un evento por ‘casos favorables’ para ese evento y usamos la expresión “el evento A ocurre” para indicar que el resultado del

La experiencia aleatoria pertenece al conjunto A.

3. Designar, dada una experiencia aleatoria, el conjunto vacío por evento “imposible”, el universo de resultados por evento ‘determinado’, un evento por ‘elemental’ si existe solo un caso que le sea favorable y por “compuesto” si hay más de un caso que ser favorable

4. Designar dos eventos como “incompatibles” o “disjuntos” cuando su intersección está vacío y por “complementario” cuando son disjuntos y la reunión respectiva es igual al espacio muestral.

5. Describir experiencias aleatorias que se puedan repetir manteniendo el mismo universo de resultados y construido de tal manera que se espera, en un número significativo de repeticiones, que cada uno de los casos posibles ocurre aproximadamente con la misma frecuencia y designa los eventos elementales de esas experiencias por ‘equiprobables’.

6. Designar, dado un experimento aleatorio cuyos casos posibles son finitos en número y equiprobables, la “probabilidad” de un evento como el cociente entre el número de casos favorable a ese evento y el número de casos posibles, llame a esta definición la ‘regla Laplace’ o ‘la definición de probabilidad de Laplace’ y usar correctamente los términos ‘más probable’, ‘igualmente probable’, ‘posible’, ‘imposible’ y ‘cierto’ aplicado, en este contexto, a eventos.
7. Reconocer que la probabilidad de un evento, entre los asociados con una experiencia aleatoria cuyos casos posibles son finitos y equiprobables, es un número entre 0 y 1, en este contexto, que es igual a la suma de las probabilidades de eventos complementarios.
8. Justifica que si A y B son eventos disjuntos $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
9. Identificar y dar ejemplos de posibles, imposibles, elementales, compuestos, complementarios, incompatibles y asociados a una determinada experiencia aleatoria.
10. Usar tablas de entrada doble y diagramas de árbol para resolver problemas que involucren la noción de probabilidad y la comparación de las probabilidades de diferentes eventos compuestos.
11. Realizar experimentos que involucren la comparación de frecuencias relativas con las respectivas probabilidades de eventos en experimentos repetibles (aleatorios), en casos donde asume la equiprobabilidad de los casos posibles.

Dentro de la metodología de nuestro país vecino, destaca que la matemática se estructura en niveles de complejidad creciente, por lo que en la práctica docente se debe tener en cuenta el progreso de los alumnos, siendo muy importante realizar revisiones frecuentes de pasos previos hacia su consolidación. También destacar que durante los primeros años de escolarización se desaconseja el uso de calculadoras por parte del alumnado, lo cual se cumple de igual manera en los centros del territorio español.

En este caso si me ha sorprendido, que a pesar de que en Portugal no se trabaja hasta sexto curso, sino hasta noveno, una elevada complejidad, fundamentalmente en los contenidos de la Regla de Laplace o la iniciación a las Leyes de Morgan, las cuales en el resto de currículos no aparecen, e incluso en mi experiencia como alumno, fueron trabajadas a lo largo de la Educación Secundaria. También es cierto que al conformar nueve cursos, esos tres últimos, permiten tener una equiparación con los primeros cursos de la ESO española.

5.6 Valoración final, tras analizar los diferentes currículos

Como se ha podido comprobar, la probabilidad es un contenido presente en los diferentes currículos de distintas instituciones educativas, pero pese a estar presente en todas ellas en los documentos oficiales, considero pertinente reflejar que, en la práctica, al menos en España, el bloque que engloba la probabilidad y estadística, escasas ocasiones se trabaja de la manera adecuada una vez llegados a final de curso, por falta de tiempo, ya que en los currículos aparece como el último bloque de contenidos de la asignatura Matemáticas a lo largo de todos los cursos, y es por esa circunstancia que por parte del alumnado se recibe como aquello que se imparte antes de irse de vacaciones.

La probabilidad, como se ha visto, genera un aprendizaje muy significativo y beneficioso para los alumnos, puesto que entre sus axiomas se encuentra la ayuda a la toma de decisiones, y este hecho no debe pasar desapercibido, menos aún en una sociedad como la actual, en la que escoger una decisión u otra puede ser muy relevante y con frecuencia decidimos por instintos, sin valorar realmente las consecuencias de forma racional. En ocasiones esas disyuntivas, no son sometidas a un análisis por nuestra parte, y es ahí donde nos puede ayudar tener conocimiento en este bloque aptitudinal. Añadir también que el ser humano por naturaleza, tiende a la comodidad, y cuando tiene que analizar profundamente un hecho, tiende a presentar un déficit de atención, lo que supone que finalmente se decante por una de las opciones por un instinto primitivo.

Dentro de una decisión entran en juego tanto la personalidad del sujeto que la toma, como sus principios morales o éticos. Independientemente del tipo de elección a la que se enfrente un sujeto, el desarrollo de la sociedad yace hacia estimaciones de como esta producirá en un futuro, tener un desempeño en nociones probabilísticas, permite una mejor adaptación al mundo de los años venideros, el cual depara, no solo en el ámbito empresarial, un gran conocimiento en análisis e interpretación de datos, la toma de decisiones en un corto periodo de tiempo, etc. Durante el futuro más próximo, destacar además la importancia del mundo informático, el cual progresivamente va ganando una mayor relevancia, y pese a que el avance de estas tecnologías tienen la capacidad de generar cálculos complejos, la labor del futuro adulto, debe ser converger con la época en la que vive y ser capaz de procesar aquella información que se le brinda, la cual sin una interpretación, acaba resultando una mera combinación de números y letras.

Todos estos aprendizajes, aunque desde las escuelas los alumnos puedan inferir en ellos como banales, pueden suponer la diferencia en un mundo tan competitivo como en el que nos encontramos a día de hoy, y debido al avance tecnológico exponencial de los últimos años, próximamente esta competitividad será aún mayor, por tanto aquellos conocimientos que nos diferencien de los demás serán infinitamente útiles.

Por todo ello, el fundamento de este trabajo, va enfocado fundamentalmente no solo a la relevancia de la probabilidad, sino también a profundizar y elaborar una manera distinta de llevarla al aula, trabajarla con métodos innovadores y no tratarla únicamente como una mera operación aritmética. Estos contenidos, tienen una gran influencia contextual, ya que por poner un ejemplo no es lo mismo tomar una decisión en la que el objetivo sea extraer a ciegas una bola roja de un cajón o en la que se tome la probabilidad de que un coche me atropelle en una calle. En este ejemplo se observa que el contexto es fundamental, debido a que mientras la primera situación la podré repetir infinidad de veces, la segunda es muy posible que si sucede no la vuelva a poder llevar a cabo. Es por este tipo de circunstancias por las que un aprendizaje más vivencial/manipulativo, considero que es mucho más útil para el alumnado, que estudiar tal y como se establece actualmente en los libros de texto, en los que los sucesos se toman como aislados, y en ningún caso se tome una decisión u otra, me va a afectar personalmente.

Pese a todo la idea de riesgo debe estar presente, pero en los primeros cursos creo que puede suponer un concepto ligeramente abstracto para los escolares, a pesar de tener esa idea de pérdida ya adquirida.

6. METODOLOGÍA

A través de la implementación de las actividades propuestas en el aula, se ha buscado trabajar no solo acercando a lo cotidiano los contenidos estocásticos, si no buscar atraer la atención de los alumnos de primero de primaria mediante la gamificación y la manipulación de objetos como una introducción atractiva y más didáctica a un tema en el que buscamos generar en ellos y ellas el gusto por el conocimiento y la comprensión de la probabilidad, que si se hace desde un enfoque más tradicional, donde considero que en un alto porcentaje del alumnado perderemos su capacidad de atención, debido a que se generará un mecanismo para calcular probabilidades sin apenas inferir en aquello que

está llevando a cabo. Es por todo ello que pese a acabar en un ambiente más formal en cuanto al tratamiento de los contenidos en el aula, la base de este proyecto está en la manipulación de recursos y en el juego intentando que sean capaces de hacer una inmersión en el aprendizaje desde el gusto por lo que están conociendo, donde el aprendizaje progresivo, genera en el aprendiz una mejor predisposición ante dicho tema, dado que visualiza como efectivamente comprende aquello que se explica en el aula, y también tiene el tiempo adecuado para interiorizar y reflexionar sobre lo que se está trabajando, y además, el hecho de no tratarlo como una imposición que se tiene que estudiar porque aparece en un libro de texto, es otro de los beneficios de estructurar de un modo informal la introducción a los estudiantes de bloques conceptuales más teóricos o menos atractivos en el rango de edades que se centra esta propuesta, pero que también es algo extensible durante toda la etapa primaria.

Dentro del itinerario que se expondrá más adelante, cabe destacar el papel del juego en el mismo como método de enriquecimiento de los procesos de pensamiento, y aprovechar todas sus potencialidades dentro del aula como forma de aprendizaje que transporta al alumnado a un proceso de reflexión que servirá como cimiento de la construcción de su propio conocimiento.

En conjunción con el ambiente distendido, entran en juego metodológicamente hablando, la relevancia de las Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje (THA), en las que no es el alumno el encargado de trabajar por sí mismo un determinado contenido, si no que resulta fundamental el papel del maestro, buscando adaptarse al potencial del estudiante y explotándolo al máximo, sin cruzar una fina línea en la que lo sobreestimulamos, y en ese caso, generamos un proceso inverso al que buscamos. El profesor debe inferir y prever hasta donde llegará hipotéticamente el alumnado teniendo en cuenta cómo se desarrolla su proceso de abstracción hasta ese momento y hacerlo aprender todo lo posible hasta, empleando un término económico, maximizar su rendimiento.

Además de todo lo anterior, la trascendencia de implementar una organización como la que se presenta en la pirámide de Alsina, permite conocer el nivel desde el que se parte en cada caso y acercar a partir de un enfoque informal un contenido curricular poco atractivo, y poco evolucionado en primeros cursos de Educación Primaria. Por ello creo que resulta tremendamente útil esa evolución progresiva de lo informal a lo formal, como búsqueda de generar un enlace vinculante entre un determinado contenido y los alumnos.

Todas las actividades se llevaron a cabo en un mes, en el espacio horario que ocupa la asignatura Matemáticas con el alumnado de la clase 1ªA del centro “Blas Sierra” en Palencia.

7. IMPLEMENTACIÓN DE LAS THA EN LAS AULAS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Partimos de un origen en el que la probabilidad, al igual que la estadística, al pertenecer a un mismo bloque de contenidos, el bloque 5 en el currículo español, y resultar el último del mismo, frecuentemente por temporalización, se trabaja de una forma muy superficial en las escuelas. Por tanto, se traslada la idea de que son unos contenidos subordinados al resto. Además de todo lo anterior, la escasa variedad conceptual de un ámbito tan abierto como es el azar y con multitud de recursos lúdicos, ocasionan que un gran número de ellos recuerden la probabilidad como “lo de sacar bolas en una caja” y ante esto, debo hacer una consideración, en la que se desprestigia esta faceta del conocimiento a través de una faceta errónea a la hora de trasladar los contenidos probabilísticos al aula.

Y esta puede ser una razón, aunque equivocada, del porqué un gran número de alumnos acaban la etapa primaria, y en ocasiones la secundaria, sin tener una noción clara acerca de qué es lo que se trabaja en este bloque. Por ende, un porcentaje de ese alumnado, emprenderá unos estudios superiores relacionados con el magisterio, por lo que se generan nuevos maestros con los mismos errores en lo estocástico y en lo estadístico. Estos equívocos en materia de la probabilidad, resultan más comunes y se acentúan durante la ESO, debido a una mayor complejidad en sus contenidos. Pero cada vez se está trasladando a los maestros de la etapa Primaria, acrecentando así el problema, ya que se generan disonancias en las bases conceptuales de las que se debe partir y que son imprescindibles para cimentar un aprendizaje adecuadamente.

Ante estos obstáculos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, Batanero y Godino (2004), proponen lo siguiente para asegurar que el docente acata las orientaciones didácticas pertinentes:

- Proporcionar una amplia variedad de experiencias que permitan observar los fenómenos aleatorios y diferenciarlos de los deterministas.

- Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como su probabilidad.
- Organizar la recogida de datos de experimentación de forma que los alumnos tengan posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados producidos y revisar sus creencias en función de los resultados.
- Resaltar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de las pequeñas muestras, mediante la comparación de resultados de cada niño o por parejas.
- Ayudar a apreciar el fenómeno de la convergencia mediante la acumulación de resultados de toda la clase y comparar la fiabilidad de pequeñas y grandes muestras.

Igualmente aplicable a todo lo que incumbe a la probabilidad y la aleatoriedad, pero también al conocimiento matemático en general, surgen las denominadas Trayectorias Hipotéticas de Aprendizaje, a partir de las cuales el profesor debe de conocer a la perfección los contenidos a trabajar, así como a sus alumnos, debido a que actuará como su mentor en todo momento, acompañándolo durante todo el proceso lectivo en esa materia. Se pretende que el estudiante alcance el total de su potencialidad académica en el ámbito que se esté trabajando, adecuando siempre el nivel de complejidad, ya que si se exige por encima o por debajo de ese determinado baremo, se estará desperdiciando la motivación del individuo o frustrando el desarrollo del mismo.

Por todo lo anterior, “Simon y Tzur (2004) identifican las principales características de la noción de trayectoria hipotética de aprendizaje de la siguiente manera: Una trayectoria hipotética de aprendizaje (THA) consiste en los objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, las tareas matemáticas que se usarán para promover el aprendizaje de los estudiantes, y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes (1995). Mientras que el objetivo del profesor para el aprendizaje de los estudiantes proporciona una dirección para las otras componentes, la selección de las tareas de aprendizaje y las hipótesis acerca del proceso de aprendizaje de los estudiantes son interdependientes. Las tareas se seleccionan con base en hipótesis acerca del proceso de aprendizaje; las hipótesis sobre el proceso de aprendizaje se basan en las tareas propuestas.”

Estas trayectorias , se rigen por cuatro principios básicos:

1. La construcción de una trayectoria hipotética de aprendizaje se basa en la comprensión del conocimiento actual de los estudiantes que recibirán la instrucción.

2. Una trayectoria hipotética de aprendizaje es el vehículo para planificar el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos.

3. Las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción.

4. Dada la naturaleza hipotética e inherentemente incierta de este proceso, el profesor se verá obligado a modificar sistemáticamente cada aspecto de la trayectoria hipotética de aprendizaje

De ellos, en este análisis, nos vamos a centrar en el tercero, el cual enuncia lo siguiente:

“Las tareas matemáticas proporcionan las herramientas para promover el aprendizaje de unos conceptos matemáticos concretos y, por lo tanto, son un elemento clave del proceso de instrucción.”

Son circunstancias como estas las que se buscan implementar en los alumnos de la actualidad, intentando prepararlos para el mundo futuro. En cierto modo a lo que induce este principio es que lo realmente importante está en el proceso, y no así en el resultado. Son esos procedimientos mentales del estudiante, los que le permitirán poder llevar a cabo la resolución de un problema, mucho más allá de un mero contenido trabajado únicamente como un concepto aislado.

Dotar a un escolar de herramientas o métodos para la resolución de problemas resulta fundamental, no ya solo en su vida académica, si no también para preparar cuando en su vida personal surja cualquier imprevisto que conlleve la resolución del mismo.

Por otro lado, las investigaciones en materia educativa, llevan a destacar la importancia de las trayectorias mencionadas anteriormente, ya que:

“La construcción de trayectorias de aprendizaje de los niños es uno de los desafíos más urgentes a los que se enfrenta actualmente la educación matemática. Es también uno de los problemas más apasionantes porque es allí donde podemos construir nuestra comprensión de las matemáticas de los niños y cómo nosotros, como profesores, podemos influir en esas matemáticas.”

Por ello en la siguiente imagen, se muestra como el conocimiento del profesor es básico para actuar como un guía en lo referente a conocer también cuando exigir una mayor carga de trabajo o cuando se debe aminorar el ritmo impuesto al alumnado, adaptándonos siempre a sus necesidades.

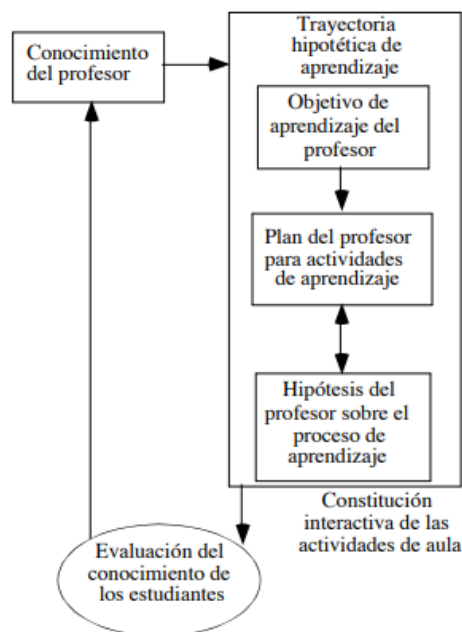


Figura 1. *Esquema sobre la implementación de las THA.* (Simon, 1995)

Todo ello converge perfectamente con lo que Alsina nos propone, que en este caso es un proceso de aprendizaje al que llamaremos pirámide de Alsina, y en la que en la base de la misma trabajaremos con tres actividades en un ambiente más lúdico, a las que llamaremos actividades de ámbito informal. Seguidamente en la parte central de la pirámide nos encontramos con dos actividades literarias o tecnológicas, y las denominaremos de ámbito neutro. Y por último, una actividad del ámbito formal que podrá tratarse del libro de texto o de una ficha, por lo que se trata de un material más tradicional.

8. PROPUESTA DE ITINERARIO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

8.1 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO INFORMAL

Actividad 1: Tablero mágico

Materiales

-2 Tableros

-Cartas

-Dados y fichas

Desarrollo de la actividad

La actividad consiste en lo siguiente, por grupos de 4/5 alumnos, jueguen de la siguiente forma. Se lanza el dado y se cuenta el número sacado pasando cartas de la parte superior del mazo a la parte inferior, posteriormente una vez alcanzado el número del dado, se extrae una carta, todas con la misma probabilidad de salir. En el mazo hay cartas de cuatro tipos, con cuatro de ellas no se avanza (color azul), con otras cuatro se avanza una casilla (color rojo), con otras cuatro se avanzan dos (color amarillo) y con las últimas cuatro se retrocede una casilla (color verde). El objetivo del juego es llegar el primero al final de un tablero de 24 casillas.



Figura 2. Cartas empleadas en el juego

La duración estimada es de 15 minutos por partida, jugando primero dos grupos de la clase, mientras otros dos realizaban ejercicios del cuadernillo, y una vez pasados estos 15

minutos, los alumnos que estaban jugando comienzan a realizar las actividades del cuadernillo, mientras los otros dos grupos empiezan a jugar.

Previamente y durante el juego se les realizarán las siguientes preguntas:

- ¿Con cuál de los colores es más sencillo llegar antes al final del tablero?
- ¿Por qué es mejor sacar el color azul que el color verde?
- ¿Importa el número que saque en el dado?
- ¿Qué es más fácil sacar tarjeta roja o amarilla? ¿Por qué?



Figura 3. Alumnos llevando a cabo la actividad “Tablero mágico”

Contenidos

Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Reconocimiento de la importancia del azar y la probabilidad en diferentes juegos

Objetivos

Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado

Conocer el valor del azar y la probabilidad en algunos juegos

Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos (cartas y dados)

Observaciones durante el juego

Los alumnos creen que es más fácil extraer carta amarilla que roja a pesar de haber el mismo número de cartas en el mazo. También consideran injusto retirar una carta del mazo ya que en sus propias palabras, “esa carta ya no puede salir”. Aunque no tengan clara la noción de probabilidad por su desarrollo evolutivo normal, instantáneamente entienden que si retiramos tarjeta de un color es mucho más sencillo que salgan el resto.

A la pregunta con ¿qué color creéis que es más fácil llegar al tablero?, todos los alumnos respondieron que la carta amarilla, ya que con ella se avanzan casillas de dos en dos.

Ante la idea de que carta es mejor la carta azul o la carta verde, un alumno contesta que la carta verde porque le gusta ir para atrás, pero el resto, todos prefieren el color azul en el que no avanzan.

Mi conclusión, extraída de sus respuestas, es que creen que hay más tarjetas amarillas, en sus palabras “es más fácil sacar la carta amarilla” que del resto de opciones ya que su objetivo es avanzar en el juego, y por ello centran su atención en la carta que más les permite poder progresar.

En uno de los grupos hubo que redirigir la explicación ya que estaban avanzando con el número obtenido por el dado y no estaban aplicando correctamente la utilización de las tarjetas, a pesar de ello pregunté por cómo estaban jugando, para comprobar su capacidad de imponer normas y seguir otro juego.

Seguidamente, una alumna se queja de que en siempre le sale la carta azul y no avanza de casilla.

Todos creen que el número que obtienen con el dado es relevante a la hora de sacar una carta. De ahí podemos extraer la conclusión de unas primeras nociones de probabilidad condicionada, que aunque haya el mismo número de cartas de todos los colores, es cierto que no tiene por qué sacar la misma carta si el número del dado es un dos que si es un seis. De hecho, resulta mucho más factible que sean cartas diferentes a que, por casualidad sea esa la carta que coincide.

Un aspecto a destacar del juego, es que se llevan a cabo las partidas con ocho cartas por grupo y con un único dado, por lo que las dos últimas cartas no se pueden obtener en el primer lanzamiento. A pesar de esto al descontar cartas al lanzar el dado, se van mezclando y eso hace posible que todas puedan salir con una frecuencia similar.

En el segundo turno de partidas, un reducido número me comentan un número superior de cartas de brujas que del resto, debido a que en dos turnos seguidos les ha tocado retroceder. En relación a esto una alumna, cuya pieza está situada en la salida me pregunta hacia donde se tendría que dirigir si al sacar una carta, le toca una de color verde y debe retroceder una casilla, a lo que le indico que tendrá que esa carta solo significará ir hacia atrás cuando ya hayan superado la casilla de salida.

Pude darme cuenta que el tablero resultó ser excesivamente extenso (24 casillas), ya que en el tiempo previsto para la actividad los alumnos más adelantados alcanzaban la casilla 11/12. Por ello se procede a eliminar la carta de color verde, que implica retroceder una casilla hacia atrás. Una vez eliminadas estas tarjetas del mazo, los alumnos agradecen que se retire la carta y alegan que ahora es mucho más fácil alcanzar el final de la partida.

Una alumna, tras retirar las cartas de las brujas (color verde, retrocedes 1 casilla) pide que se retire el tronco (carta azul) ya que con ella tampoco pueden avanzar. En la misma partida un alumno tapa el “no” de “no avanzas” de la carta azul con la finalidad de intentar avanzar.

Algún alumno en cada partida se queja de no poder llegar al final, a partir de la cual, se establece la decisión de que la ficha del jugador que vaya más avanzado al final del tiempo previsto, gana la partida.

Una vez acabado el juego se les pregunta si además de gustarles, han aprendido algo nuevo sobre cómo funciona en nivel básico un juego de azar, y cuáles son sus opciones más favorables y cuando es más sencillo que obtengan un resultado favorable a sus intereses también en relación con las situaciones desfavorables.

En un inicio el recurso de eliminar las cartas que hacían retroceder una casilla, no estaba contemplado, pero una vez observada la dinámica del juego, se consideró la mejor decisión para un mejor funcionamiento de la actividad.

Actividad 2: Carrera de caballos

Material

- 12 caballos de colores
- Dados
- Pizarra

Desarrollo de la actividad

Dividiremos la clase en dos grupos de doce, se llevará a cabo de forma no simultánea. A cada uno de los alumnos se le asigna un caballo con un número desde el 1 hasta el 12, que estará pegado en la pizarra en la línea de salida. Los estudiantes deberán lanzar dos dados simultáneamente y realizar la suma de sus cifras. El número que sumen avanza una casilla. El primer caballo en superar cinco casillas, alcanzará la meta, y por tanto ganará. Después se comprobará en qué posición ha quedado cada caballo y comprobaremos que animal ha avanzado más y por qué.

Preguntas tras la experiencia :

- ¿Es igual de sencillo que ganen todos los caballos?
- ¿Qué sucede con el caballo número 1?
- Según lo visto en la actividad; ¿es más fácil que ganen números bajos, intermedios o altos?
- Si hubiese otra carrera, ¿Por qué caballo apostarías?
- ¿Cuáles avanzan menos y por qué crees que no avanzan igual que el resto?

Contenidos

Carácter aleatorio de algunas experiencias

Iniciación intuitiva de la probabilidad de un suceso

Objetivos

Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.

Observaciones durante el juego

El niño al que se le adjudica el caballo número 1 pregunta porque él no avanza nunca, a lo cual se hace una pequeña intervención en el juego, y es ahí donde vemos que lanzando dos dados el número mínimo que obtendrán es el 2. De manera previa, durante la explicación de la actividad, algún alumno comenta con sus compañeros que el número 1 no se moverá. Estaba en lo cierto, pero se buscaba que fuese el alumno afectado por esta circunstancia el que expresase su disconformidad.

Tras finalizar la primera partida, el caballo que ganó fue el número 7, por lo que una vez acabada a la pregunta ¿Qué caballo escogerías en una nueva partida?, todos optaban por el que había ganado en esta ocasión.

La siguiente partida es ganada por el caballo número 8. Es aquí cuando considero oportuno explicar las diferentes combinaciones en las que dos dados suman, y de esta manera, los que más combinaciones abarcan, más sencillo resulta que sea el número que se obtenga al lanzar los dados.

	·	· ·	· · ·	· · · ·	· · · · ·	· · · · · ·
·	2	3	4	5	6	7
· ·	3	4	5	6	7	8
· · ·	4	5	6	7	8	9
· · · ·	5	6	7	8	9	10
· · · · ·	6	7	8	9	10	11
· · · · · ·	7	8	9	10	11	12

Figura 4. *Combinaciones posibles al lanzar dos dados*

De esta forma observamos como el número que más se repite al lanzar dos dados es el 7, por ello, se entiende que gane la primera carrera. El número 8 también tiene un gran número de combinaciones posibles. No se acerca al grupo el concepto de probabilidad con la idea de fracción, ya que es un contenido que aún no han adquirido, pero si como es el que mayor frecuencia tiene, por lo que es el que resulta más sencillo que aparezca. Pese a ser algo complejo para su desarrollo cognitivo normal por otra parte, ya que en los contenidos de sus asignaturas no se requiere ese gado de abstracción, compruebo que lo comprenden satisfactoriamente.

A modo de anécdota, una alumna me dice que no la gusta el juego porque su caballo, el número 6 no ha ganado. Se enfada y pide por favor que no se juegue a ese juego. Por el contrario el alumno del caballo número 7, nada más concluir con la primera carrera solicita lo siguiente: “cuando me entregas el premio por haber ganado la carrera”.



Figura 5. Resultado de la carrera de caballos

Aunque para la segunda carrera, la repartición de los números varió, algún alumno recordaba el que había tenido durante la partida anterior, por lo que hubo que reconducirles y entregarles un caballo con su número. A lo largo de la primera partida, únicamente se pidió al alumnado que recordase el número asignado.

En esa segunda jugada, todos los alumnos solicitan no ser el número 1, por lo que se procede a explicarles que uno de ellos deberá serlo, porque aunque no avance todos los caballos deben participar en la carrera desde el inicio.

Actividad 3: Ruleta de turnos

Material

4 ruletas de colores

Flechas

Plastilina y chinchetas

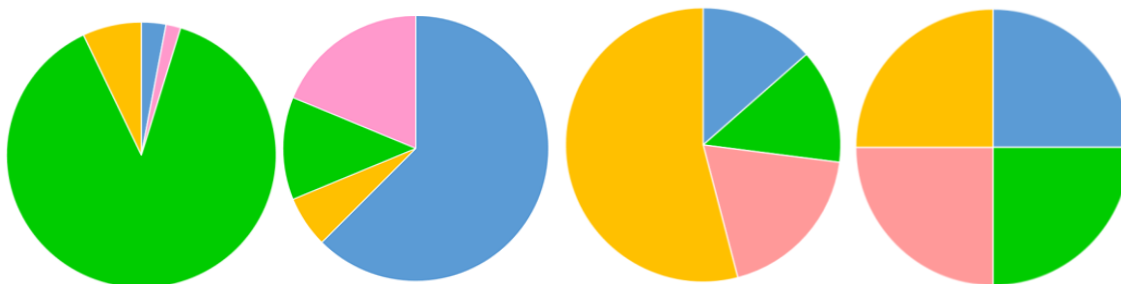


Figura 6. Ruletas empleadas durante la actividad

Desarrollo de la actividad

A lo largo de la actividad, se muestran cuatro ruletas (Figura 6) con los diferentes colores de los equipos en los que están distribuidos dentro del aula. Mediante la ruleta, se elegirá el turno de los equipos para acudir al baño durante los 5 minutos previos a salir al patio. Esta idea surgió a raíz de que varios alumnos manifestaron que “siempre iban los mismos primero”, por lo que se valoró como una manera idónea de resolver ese aspecto dentro del aula utilizando el hilo conductor de este trabajo, la probabilidad. Por todo ello se elaboraron cuatro ruletas, una de ellas con sucesos equiprobables, y las otras tres, con un claro beneficiado ocupando un área mayoritaria del círculo que conforma el suceso final.



Figura 7. *Alumnos en la actividad “Ruleta de turnos”*

Contenidos

Reconocimiento de sucesos posibles, imposibles y seguros, así como distinguir entre la facilidad de un suceso frente a otro.

Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Objetivos

Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado

Conoce el valor del azar y la probabilidad en algunos juegos

Realiza conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos

Observaciones durante el juego

Tras enseñar las dos primeras ruletas, un alumno me pide que saque ya la “ruleta buena” (la de sucesos equiprobables)

Los alumnos que conforman el equipo rosa se quejan con la ruleta en la que su color tiene una porción mínima del total. A la totalidad del alumnado, salvo al escolar que me pedía la ruleta equitativa, le gusta más la ruleta en la que el color de su equipo tiene un mayor tamaño, pese a ello, todos ven con buenos ojos utilizar la ruleta igualitaria para elegir los turnos de ir al baño.

Las tres primeras ruletas causan sensación de alboroto, tanto en los miembros del equipo que se ve beneficiado, como en los integrantes de los perjudicados.

Los integrantes del grupo, a pesar de la diferencia de tamaños lanzan las ruletas con tamaños dispares, y de esta manera comprobaron el color que se obtiene en cada caso. Se sorprenden mucho cuando sale un color que por su pequeño tamaño, inicialmente no debería salir, a pesar que de las 21 veces que se lanzó cada ruleta (de las tres no equiprobables), solo en unas dos o tres ocasiones resultó salir un color distinto del mayoritario. Que sea siempre el mismo color el que se obtenga tirando tantas veces les genera risa.

Destacar por último que utilizamos esa ruleta diariamente durante toda mi estancia en el centro, e incluso, un día que no recordaba su uso, fueron los propios alumnos los que pedían que se lanzase la ruleta, acudiendo rápidamente en dirección a la mesa del profesor para así accionarla.

8.2 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO NEUTRO

Actividad 1: Pares y nones

Material

Cartel

Libreta

Desarrollo de la actividad

En esta actividad, los alumnos comprobarán la utilidad del juego “pares y nones”, por ejemplo para ver quién obtiene el turno en un determinado juego. Esta situación se relaciona con el temario cuando el alumnado aprendió cuales son los números pares e impares. Los estudiantes se juntarán por parejas y uno de ellos sacará siempre números pares y el otro, números impares. Se jugarán 10 partidas, agrupados en parejas y se apuntará en cada caso, si gana el alumno que juega número par o impar, demostrando en cada caso si se cumple la premisa de que los pares deberían tener un mayor porcentaje de victoria.

Finalmente el día que se lleva a cabo la actividad, un alumno no pudo acudir a clase, por lo que de los 20 alumnos, se pudieron formar 10 parejas para que jugaran entre ellas. De esas parejas, en 7 de ellas ganaron más partidas los escolares que jugaron sacando números pares y solo 3 de los que jugaron con impares o “nones” obtuvieron la victoria frente a su rival.

Por último comprobamos que es ligeramente más ventajoso sacar número par, que número impar (Figura 8) debido a una mayor combinación entre todos los casos, y es de esta manera como comprueban, que a pesar de no tener la idea de fracción interiorizada, ganarían 13 con números pares, mientras 12 con impares dentro de todas las posibilidades.











					
	2	3	4	5	6
	3	4	5	6	7
	4	5	6	7	8
	5	6	7	8	9
	6	7	8	9	10

Figura 8. Combinaciones posibles en el juego “pares y nones”.

Un escolar, tras la explicación, comenta que esa ventaja es muy pequeña, pero que a partir de ese momento utilizará siempre los números pares con la finalidad de obtener provecho en futuros sorteos.

Posteriormente se pregunta si se cumple en nuestra experimentación que ganan más fácilmente los jugadores de pares, a lo que de forma unánime todos responden afirmativamente.

Una alumna, una vez expuesta esta circunstancia relaciona el juego “pares y nones” con el “piedra papel y tijera”, alegando que en este juego también es más sencillo ganar si se saca frecuentemente la piedra. A partir de este comentario, paso a explicar que este tipo de juegos que parece que son por completo fruto de la suerte, no es totalmente cierto que sea, así y que siempre hay una opción ligeramente más ventajosa, y que en ocasiones también influye conocer a nuestro adversario pues se trata de un juego mental en el que se intenta adivinar que sacará el rival.

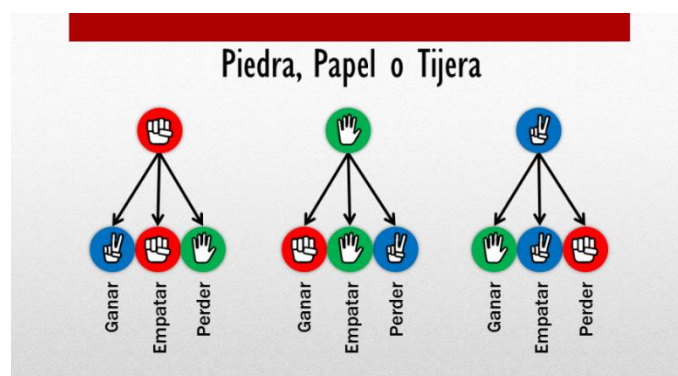


Figura 9. Distribución de resultados en el juego “Piedra, papel, tijera”.

El juego de piedra papel tijera se basa en principios similares, pero resulta más complejo para edades de 6 a 7 años, ya que en este caso entran en juego tres variables. De igual manera, exponemos todos los casos posibles en la pizarra y demostramos como en este juego, todas las variables tienen una opción de victoria, una de empate y una de derrota, por lo que se rodean de diferentes colores los sucesos en los que sale victoriosa cada alternativa y tenemos las mismas opciones, por lo que queda desmentido que con una de las opciones se gane más fácil, y pese a que esta alumna a priori no da su brazo a torcer y sigue creyendo que la piedra es la mejor opción, se llevaron a cabo una serie de tres

partidas en las que un escolar sacaba cada vez una figura y ella mantenía la piedra, y ahí, tras ver lo que sucedía, aceptó que una de las ocasiones resultó victoriosa, otra ganó su rival y la última de ellas quedó en empate.

Contenidos

Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Reconocimiento de la importancia del azar y la probabilidad en diferentes juegos

Objetivos

Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado

Conocer el valor del azar y la probabilidad en algunos juegos

Realizar conjeturas y estimaciones sobre algunos juegos

Actividad 2: Máquina de Galton

Material

Ordenador

Desarrollo de la actividad

Para el desarrollo de la siguiente actividad, primero se muestra al alumnado el modelo de la máquina de Galton y se pregunta previamente si la conocen. Varios sí comprendían su funcionamiento básico por juegos o concursos que habían visto. Para aquellos que no conocían su funcionamiento, se explica que por la parte superior, se dejan caer 200 pelotas que rebotan entre los diferentes puntos del aparato, y finalmente caen en uno de esos espacios que se encuentran en la parte inferior del mismo.

Tras una fase manipulativa, en la que se familiarizaron con el material, se dio paso a una serie de preguntas semiestructuradas para fomentar la comprensión profunda de las ideas que se estaban poniendo en juego

- ¿Dónde creéis que caerán la mayoría de pelotas?
- ¿Todas irán a un mismo sitio o se repartirán habiendo un número similar en todas las casillas?
- ¿Por qué crees que caerán en esa casilla más y no en otra?

Una vez realizada la experiencia, obtuvimos el siguiente resultado:

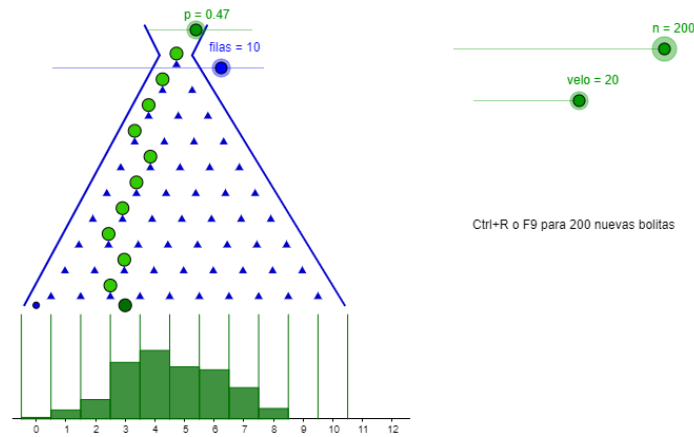


Figura 10. Resultado primera experiencia con la máquina de Galton

En un inicio la mayoría de las respuestas indicaban que las bolas se repartirían similarmente por las diferentes casillas, y creían que era igualmente posible que cayese en las casillas centrales (4,5 o 6) que en las de los extremos(0 y 10). Para que comprobasen si había surgido fruto de una casualidad, se vuelven a lanzar las pelotas a través de la máquina, y de igual manera se les cuestionó si seguían pensando que se distribuirían de manera equitativa o volvería a surgir un reparto semejante al anterior. De esta experiencia llamó mi atención que cerca del 50% del aula cambió de opinión, pero la otra mitad de la clase seguía firme con su pensamiento inicial.

Tras volver a replicar la situación y obtener la misma situación, se sugiere a uno de los alumnos que había optado por asegurar una distribución similar, con la finalidad de que compartiese con el resto el porqué de este fenómeno, pues a priori no es intuitivo, (y en este aspecto lograron sorprenderme, pues de todas las actividades consideraba que se trataba de la más compleja para niños de 6 a 7 años) que una mayor cantidad de bolas se agrupen en la zona central, acabando residualmente en los laterales.

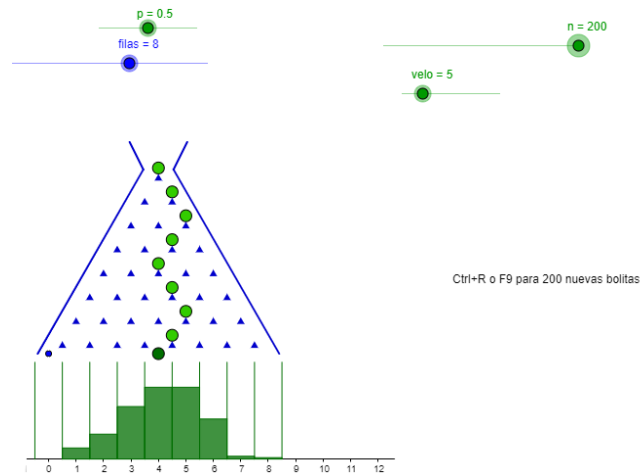


Figura 11. Resultado segunda experiencia con la máquina de Galton

Este alumno expuso lo siguiente: “chocando unas pelotas con otras y como el recipiente tiene forma de triángulo pues las bolas acaban igual abajo”.

Pese a explicarse que la forma triangular no era la causa del fenómeno, pero que era cierta la parte en la que destacaba que todas caían más fácil por el centro, se alude a que pese a que los rebotes son aleatorios, resulta más sencillo que las pelotas se acumulen en la parte central ya que es muy difícil que todas las bolas de la casualidad que reboten en la parte externa de los puntos de la máquina. Es entonces cuando si repele cada vez en un lado, hacemos una estimación siguiendo con el dedo a través de la propia máquina y en varias comprobaciones vemos como casi siempre la pelota acaba en las casillas centrales.

Aunque la idea no fue acertada por completo, se valoró como una buena apreciación, ya que este problema genera equívocos en su interpretación y justificación incluso en la vida adulta.

También resaltar que inicialmente supuso un desafío hacer comprender al alumnado que las casillas de los laterales resultan ser las más complejas para la caída de las bolas, mientras que ellos creían que serían las más repletas. Tras las apreciaciones anteriores, se les solicitan explicaciones acerca de esta creencia, y la mayoría dibujaban el camino a seguir para ello con sus dedos, pero en ningún momento sus palabras y explicaciones suponían un respaldo.

En este caso y para finalizar, únicamente implementar una breve referencia a la actividad “Carrera de caballos” que realizamos unas semanas antes, y en la que se pudo observar

que también los caballos con números intermedios eran los que poseen mayor probabilidad de acabar ganando la carrera, puesto que tenían más combinaciones para sumar dichas cifras que el resto, pues en esta situación, con los puntos sobre los que rebotan las pelotas sucedía algo similar. De forma que se pudo notar una mayor conformidad, debido a que tras la primera experiencia se mostraban prácticamente agnósticos frente a lo que acababa de suceder.

Contenidos

Iniciación intuitiva de la probabilidad de un suceso.

Carácter aleatorio de algunas experiencias.

Utilizar expresiones relacionadas con la probabilidad

Utilizar las TIC

Objetivos

Identificar situaciones de carácter aleatorio.

Realizar conjeturas y estimaciones

Resolver problemas utilizando estrategias heurísticas, de razonamiento creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas.

Iniciación y utilización de las TIC

8.3 ACTIVIDADES EN EL ÁMBITO FORMAL

Actividad: Ficha seguro, posible, imposible

Material

21 fichas

Ramón quiere colorear su dibujo con color verde.
Selecciona: Seguro, posible o imposible según el dibujo.

Es que Ramón pueda colorear su dibujo con verde.

Es que Ramón pueda colorear su dibujo con verde.

Es que Ramón pueda colorear su dibujo con verde.

Si lanzo este dado al aire: ¿Es posible que salga el número 4?

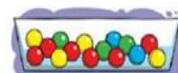
Responde si o no

¿Es seguro que salga el número 8?

¿Es imposible que salga el número 2?

¿Es posible que salga un número del 1 al 6?

1. Según las pelotas de la caja elige la opción correcta en cada caso



- Sacar una pelota de color rojo es que sacar una azul
- Sacar una pelota de color amarillo es que sacar una roja
- Sacar una pelota de color verde es que sacar una amarilla
- Sacar una pelota de color azul es que sacar una verde

Figura 12. *Ficha seguro, posible, imposible*

Desarrollo de la actividad

Para efectuar esta actividad, se repartirá una ficha a cada alumno con tres tipos de sucesos distintos (seguro, posible e imposible) y en cada caso se proporcionará una instrucción. Es entonces cuando los estudiantes tendrán que decidir si la imagen que están viendo, corresponde a un tipo de suceso u otro, siguiendo sus conocimientos y el breve tratamiento que se ha dado a lo largo de mi estancia en el centro acerca de la probabilidad. No como definición y su significado, si no como sus posibles aplicaciones directas.

En un segundo apartado del ejercicio, referido a la extracción de una bola al azar de una caja, el grupo deberá inferir si resulta más factible sustraer una pelota de un color frente a otro ya indicado. Será el estudiante el que observando la cantidad de bolas de cada color, y estimando en relación también con el total de la urna, el que establezca el grado de dificultad de obtener una tonalidad respecto a otra.

Durante la resolución son varios alumnos los que lo ejecutan adecuadamente, incluso trasladan una cierta confianza por la sencillez de la tarea, pero al menos 7 de los 21, presentaron complicaciones para establecer el suceso correcto en cada caso. Con estos

alumnos, se prueba un aprendizaje vivencial, en el que se llena un recipiente con lapiceros de colores según aparecen en las imágenes. Es entonces cuando 6 de los 7 escolares, modifican su respuesta, y se pasa de no contestar adecuadamente, a hacerlo en un periodo corto de tiempo y resultarles sencillo.

Con el estudiante que no consigue entenderlo correctamente, se pasa a una explicación más minuciosa, en la que se depositan todos los lapiceros uno a uno sobre la mesa, y se repite el significado de seguro, posible e imposible, con un resultado gratificante, ya que tras esta exposición, la actividad siguiente, (urna con bolas de colores) fue resuelta sin disonancias.

Contenidos

Utilización de expresiones relacionadas con la probabilidad: imposible, seguro, probable.

Objetivos

Se inicia en el lenguaje propio de la probabilidad

Reconocer situaciones o experiencias de la vida cotidiana en las que tiene presencia el azar y utilizar expresiones relacionadas con la probabilidad.

8.4 Valoración general del itinerario atendiendo al desarrollo cognitivo de un escolar al inicio de la Primaria

Un aspecto clave e inherente a todas las actividades radica en la intuición de los individuos del grupo. Este proceso intuitivo está ligado a las acciones cognitivas de los niños, íntimamente relacionado con su inteligencia y, de igual modo con sus habilidades en el ámbito probabilístico. Muchas de estas acciones surgen de manera primaria en el sujeto, pero otras se deben trabajar en la escuela y deben formar parte del razonamiento de un estudiante de Educación Primaria.

A nivel general, el alumno de hasta los 6 años, aprende descubriendo y manipulando los objetos y centrándose en sus pocas experiencias previas para comprender conceptos. Comienza a realizar operaciones sencillas, estimar y comparar magnitudes. Aún le resulta complejo lo abstracto y no presenta todavía pensamiento reversible, por lo que con determinadas experiencias triviales a nivel adulto, se debe comprender que no resulten sencillas y o que puedan cometer errores, totalmente acordes a su edad.

Todos estos aprendizajes, permiten el correcto desempeño del itinerario propuesto anteriormente, el cual, salvo circunstancias aisladas, se ha desempeñado de manera exitosa con los escolares, los cuales han alcanzado los objetivos impuestos al inicio de la propuesta.

A lo largo de la experiencia se deben tener en cuenta las concepciones erróneas por parte de los niños en cuestión del azar y la probabilidad, las cuales pese a ir progresando mediante la experiencia de la vida cotidiana, aún no se encuentra plenamente avanzada.

Entre las diferentes confusiones se encuentran las siguientes:

- La falacia del jugador: Consiste en la falsa creencia, que implica el hecho de que una vez haya salido una determinada cifra en repetidas ocasiones, esta se obtendrá de nuevo en futuros lanzamientos, o por el contrario, no volverá a aparecer, por haber sido extraída ya en varias ocasiones.
- La ley de los pequeños números: Supone forjar una conclusión extremadamente veloz, sin tratarse una cantidad significativa de datos, trasladando al grupo que el número de intentos que se realizan durante toda la experiencia es relevante para el desempeño de la misma.
- Predominio de la información irrelevante: El alumnado puede tomar información trascendental como irrelevante en función de creencias o gustos propios.
- Confundir la conmutatividad: Se debe conocer por parte del alumnado la totalidad de posibilidades de un determinado suceso. Por ejemplificar lo anterior, en el suceso lanzar dos monedas de forma simultánea, los escolares tienen la creencia de una misma probabilidad en obtener una cara y una cruz, que en obtener dos caras, resultando el doble de factible la primera variable que la segunda.
- La negación de la regularidad o de la variabilidad del azar: Existe la convicción de que el azar no resulta regular, si bien esto es cierto con una baja cifra de experiencias, una vez replicamos en multitud de ocasiones un suceso, ese azar si tiende a regularizarse, y dar como resultado situaciones escasamente variables.
- Todos los sucesos posibles de un experimento son equiprobables: Implica creer que en sucesos con la misma probabilidad como extraer un número lanzando dos dados simultáneamente, todos los casos posibles, del 2 al 12, tienen el mismo rango de posibilidades de ser obtenidos.

9. CONCLUSIONES

Tras revisar varios textos legales, se observa que el tratamiento que se hace del ámbito estocástico, es semejante en todos ellos, con la salvedad de, en el ámbito regional, el currículo castellanoleonés se centra en lo puramente conceptual y en los requisitos de evaluación de los mismos, mientras por ejemplo en el currículo NCTM, se ocupan de la manera de enseñar fundamentalmente, y llegar al estudiante a través de la innovación, dándole en cada caso lo que el niño solicita.

En el currículo portugués se trabajan contenidos muy parejos a los que se tratan en España con la novedad que se incluye una iniciación a las Leyes de Morgan y una mayor explicación acerca de como son los sucesos que se estudian y realizan un gran hincapié en los espacios muestrales de las experiencias.

En Castilla y León se puede observar como los contenidos de este bloque aumentan progresivamente la dificultad, a pesar de no evolucionar destacadamente en la cantidad, como si se puede ver en otros bloques.

En todo caso es importante el trabajo del bloque “Estadística y Probabilidad” en todos los programas de estudios consultados, con la diferencia de conocer más de cerca la situación de los textos, tanto nacional, como regional en Castilla y León, lo que implica, pese a tratar el tema con objetividad, de un pequeño sesgo a través mayormente de mi experiencia como alumno que de mi experiencia docente, y es la manera en la que se aplican esos contenidos. La innovación en la enseñanza es un pilar fundamental para la educación de las nuevas generaciones, y si se modernizan las técnicas de enseñanza en otros contenidos matemáticos, la enseñanza de la estadística y la probabilidad no debe ser menos, y acercarla a las aulas de una forma diferente y más atractiva, que la forma en la que se viene trabajando hasta ahora, con una estandarización en la que el estudiante prácticamente interioriza el mecanismo de la siguiente relación “*casos favorables/casos posibles*” como lo único que se trabaja en estocástica.

Si bien es cierto que en un principio surgieron ligeras dudas por la complejidad de algunas actividades y debido al nivel de abstracción del alumnado en función del curso en el que se llevó a cabo el proyecto, para mi sorpresa desde el primero de los juegos, la implicación de los alumnos resultó ser total. En algún caso, determinados escolares presentaban complicaciones, pero la curiosidad por conocer el funcionamiento de las actividades les

llevaba a realizar multitud de cuestiones al respecto, que hacían percibir su esfuerzo por comprenderlas.

De igual manera, considero que trabajar de acuerdo con las THA y los itinerarios de aprendizaje de Alsina tiene un impacto muy favorable y perceptible en el ámbito de la didáctica de la probabilidad, así como la manipulación de objetos resulta fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje con un alumnado de 6 y 7 años.

En todo momento preguntar el porqué está sucediendo lo que vemos en una experiencia, también lo valoro como imprescindible, ya que es precisamente aquí donde podemos comprender el proceso mental que está llevando a cabo el niño y donde con mayor facilidad podemos intervenir como docentes en el caso en el que no resulte adecuada esa visión del suceso, y de esta manera, conseguir reconducir una idea no necesariamente equivocada en su totalidad, pero tampoco verídica.

El enfoque que he podido comprobar que le dotan los alumnos de esta franja de edad, es muy distinto si tienen que abstraerse y realizar una hipótesis sobre una determinada situación que está únicamente en su cabeza o una experiencia que tienen frente a ellos. Quedó constancia de ello en la actividad “Pares y nones” cuando hasta que no jugaron y no visualizaron el total de opciones posibles, creían que no era cierto que hubiese un suceso más ventajoso que otro, pero por ejemplo en la actividad “Ruleta de turnos” y visualizar desde el primer momento el tamaño de cada equipo en la ruleta, rápidamente dedujeron cual era el equipo que saldría vencedor en cada ocasión, salvo en la ruleta con un mismo espacio dedicado a cada uno de ellos, en la que todos comprendieron que resultaba ser la más justa.

Según se avanzó con las diferentes actividades, percibí en el alumnado una sinergia con la rutina de pensamiento a la que se enfocaban mis propuestas, y lo detecté no tan solo en la propia mirada de algunos alumnos, si no también en sus comentarios e intervenciones se inferían las ganas de saber explicar al resto donde estaba el “truco” que pudiese dotar de significado como sucedía esa situación y no otra, además de pudiendo suceder más de una experiencia, entender si es más sencillo que suceda una frente al resto y un acercamiento al nivel de aleatoriedad de la misma.

Trasladar la relevancia del contexto que envuelve a cada elección, frente a diferentes sucesos posibles, supuso un impedimento para el grupo, salvo en el caso de determinados alumnos con una mayor competencia matemática. La mayoría de ellos, inicialmente se

decantaban por una variable u otra en función de sus gustos, y no interiorizando que sucede si escojo una, frente a dejar de elegir la otra y su coste de oportunidad.

Por último introducir como currículo oculto, la idea de que no siempre van a poder elegir aquello que deseen, y por ello se induce de forma velada la toma de decisiones informadas, lo que conlleva asimismo realizar renunciaciones. Este tipo de renunciaciones, resultan trascendentales en el desarrollo emocional de los estudiantes, valorando como es debido la toma de decisiones, puesto que en la vida adulta hacia la que se les prepara, escoger una alternativa, implica descartar otras sustitutivas. Este concepto, a pesar de resultar abstracto aún para su edad, creo que es muy útil introducirlo desde que los alumnos son pequeños. En numerosos juegos de mesa, juegos tradicionales o incluso videojuegos que practican diariamente los niños, estos valores vienen implícitos en la toma de decisiones, únicamente que al tratarse de un lugar ocioso para ellos, puede no valorarse de igual manera ese rechazo o privación de un bien similar.

10. BIBLIOGRAFÍA

Acosta, Y., Alsina, Á. (2020). Learning patterns at three years old: Contributions of a learning trajectory and teaching itinerary. *Australasian Journal of Early Childhood*, 45(1), 14-29

Alsina, Á. (2020a). Cinco prácticas productivas para una enseñanza de las matemáticas a través de los procesos. *Saber & Educar*, 28, 1-13

Alsina, Á. (2020b). El Enfoque de los Itinerarios de Enseñanza de las Matemáticas: ¿por qué?, ¿para qué? y ¿cómo aplicarlo en el aula? *TANGRAM – Revista de Educação Matemática*, 3(2), 127-159. <https://doi.org/10.30612/tangram.v3i2.12018>

Alsina, Á. (2019). La estadística y la probabilidad en educación infantil: un itinerario de enseñanza

Alsina, A., Vázquez Ortiz, C. (2018). *Hacia una enseñanza eficaz de la estadística y la probabilidad en las primeras edades*

Alsina, Á. (2017). Contextos y propuestas para la enseñanza de la estadística y la probabilidad en Educación Infantil: un itinerario didáctico. *Épsilon*, 95, 25-48.

Alsina, A. (2010). La pirámide de la educación matemática: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de innovación educativa*, (189), 12-16.

Batanero, C. (2016) *La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación?*

Cañizares, M. J., Batanero, C., Serrano, L. y Ortíz, J. J. (1997). Evaluación del razonamiento probabilístico en niños de 10 a 14 años. En H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa* (pp. 297-300). Universidad de Granada

Decreto 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, BOCYL, n.º 142, 25 de julio de 2016

Decreto-lei n.º 139/2012 de 5 de julho, bem como no Despacho n.º 5306/2012 de 18 de Abril, visa melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem, através de uma cultura de rigor e de excelência desde o Ensino Básico

Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht: Reidel.

Godino, J., Batanero, C. y Cañizares, M. J. (1987). Azar y probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares. Madrid: Síntesis

Godino, J., Batanero, C. (2002). Estocástica y su didáctica para maestros. Granada

Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98

Jiménez Vargas, J. (2014). Diseño y Planificación de la noción de Azar y Probabilidad en Educación Primaria

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 340, de 30 de diciembre de 2020, 122868-122953. <https://www.boe.es/boe/dias/2020/12/30/pdfs/BOE-A-2020-17264.pdf>

The National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles Standards and for School Mathematics