



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

**Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y
de la Matemática**

**PROPUESTA DE ACTIVIDADES
STEAM PARA PROFUNDIZAR EN EL
ESTUDIO DEL ANÁLISIS
FUNCIONAL**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y
Enseñanza de Idiomas. Especialidad de Matemáticas.**

Alumno: Pablo Ruiz García

Tutor: Rosa María Fernández Barcenilla

Valladolid, junio 2022

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer a todas las personas implicadas en este trabajo, las cuales me han apoyado y ayudado haciendo posible la realización del mismo.

En primer lugar, a mi tutora Rosa M^a Fernández Barcenilla, por su cordialidad, dedicación e inestimable ayuda para que este trabajo haya salido hacia delante.

Y, por último, agradecer a mi familia por haber estado a mi lado, dándome consejos y mostrándome su apoyo incondicional.

*“La mejor forma de aprender
es haciendo algo que disfrutas
tanto que no te das cuenta
del correr del tiempo”.*

Albert Einstein

RESUMEN

En la actualidad hay numerosas estrategias que emplean técnicas activas donde los alumnos son los principales protagonistas de su propio aprendizaje. Sin embargo, no son muchas las metodologías que enfrentan a los alumnos a problemas de situaciones reales donde ponen en práctica conceptos y principios de las ciencias.

En el presente trabajo se va a identificar las dificultades que presentan los alumnos en conceptos relacionados con las funciones, para posteriormente diseñar una propuesta sobre actividades STEAM que abarquen contenidos de las mismas.

El principal objetivo es mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas con el fin de ayudar al alumnado a ser competentes matemáticamente, favoreciendo el desarrollo integral de la persona y facilitar su plena incorporación en la sociedad mediante la motivación y confianza en uno mismo.

Palabras claves: Aprendizaje activo, STEAM, funciones, cuestionarios, actividades.

ABSTRACT

Nowadays there are numerous strategies that employ active techniques where students are the main protagonists of their own learning. However, there are not many methodologies that confront students with problems in real situations where they put science concepts and principles into practice.

In this paper we will identify the difficulties that students have with concepts related to functions, in order to subsequently design a proposal for STEAM activities that cover the contents of the same.

The main objective is to improve the teaching-learning process of Mathematics in order to help students to become mathematically competent, favouring the integral development of the person and facilitating their full incorporation into society through motivation and self-confidence.

Key Words: Active learning, STEAM, functions, quizzes, activities.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
ANTECEDENTES	1
MOTIVACIÓN.....	2
OBJETIVO Y ALCANCE	3
ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA	3
1. MARCO TEÓRICO	5
1.1 TEORÍAS DE APRENDIZAJE ACTIVAS.....	5
1.2 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	7
1.2.1 <i>Papel del alumno y del profesor.....</i>	<i>9</i>
1.3 LA EDUCACIÓN STEAM	11
1.3.1 <i>¿Qué es la educación STEAM?</i>	<i>11</i>
1.3.2 <i>Importancia de la educación STEAM</i>	<i>13</i>
1.4 METODOLOGÍAS ACTIVAS EN LA EDUCACIÓN STEAM	14
1.4.1 <i>Metodologías activas.....</i>	<i>14</i>
1.4.2 <i>Uso de herramientas TIC.....</i>	<i>15</i>
1.4.3 <i>Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)</i>	<i>18</i>
1.4.4 <i>Aprendizaje cooperativo</i>	<i>20</i>
2. MARCO METODOLÓGICO.....	23
2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	23
2.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN	24
2.3 PREPARACIÓN Y DISEÑO.....	25
2.3.1 <i>Diseño de los cuestionarios.....</i>	<i>25</i>
2.3.2 <i>Implementación de los cuestionarios.....</i>	<i>31</i>
2.3.3 <i>Análisis de los resultados</i>	<i>32</i>
2.3.4 <i>Reflexión sobre los resultados.....</i>	<i>58</i>
3. PROPUESTA DE ACTIVIDADES STEAM	61

3.1 ACTIVIDAD “LLENANDO BOTELLAS”	61
3.1.1 Descripción de la actividad	61
3.1.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados.....	62
3.1.3 Recursos.....	65
3.1.4 Desarrollo de la actividad	65
3.1.5 Evaluación.....	67
3.2 ACTIVIDAD “VOLÚMENES DESPLEGABLES”	70
3.2.1 Descripción de la actividad	70
3.2.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados.....	70
3.2.3 Recursos.....	73
3.2.4 Desarrollo de la actividad	73
3.2.5 Evaluación.....	74
3.3 ACTIVIDAD “EQUILIBRIO DE FUERZAS”	77
3.3.1 Desarrollo de la actividad	77
3.3.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados.....	77
3.3.3 Recursos.....	80
3.3.4 Desarrollo de la actividad	80
3.3.5 Evaluación.....	81
3.4 ACTIVIDAD “INTENSIDAD DEL SONIDO”	83
3.4.1 Desarrollo de la actividad	83
3.4.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados.....	83
3.4.3 Recursos.....	85
3.4.4 Desarrollo de la actividad	86
3.4.5 Evaluación.....	88
3.5 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	90
3.6 LIMITACIONES	91
SÍNTESIS, CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	93
SÍNTESIS	93
CONCLUSIONES.....	94
LÍNEAS FUTURAS	96
BIBLIOGRAFÍA	97
A. ANEXOS	101

A.1 CUESTIONARIO FICHA 1.....	101
A.2 CUESTIONARIO FICHA 2.....	105
A.3 FICHAS DE DOMINÓ TIPO I	107
A.4 FICHAS DE DOMINÓ TIPO II	108
A.5 FICHAS DE DOMINÓ TIPO III	109
A.6 CUESTIONARIO ACTIVIDAD “VOLÚMENES DESPLEGABLES”	110
A.7 CUESTIONARIO ACTIVIDAD “EQUILIBRIO DE FUERZAS”	111
A.8 INSTRUCCIONES PARA CONSTRUIR UN ALTAVOZ CASERO.....	113
A.9 CORRESPONDENCIA CON EL CURRÍCULO DE BACHILLERATO	114
<i>A.9.1 Actividad “Llenado de botellas”.....</i>	<i>114</i>
<i>A.9.2 Actividad “Equilibrio de fuerzas”</i>	<i>114</i>
<i>A.9.3 Actividad “Intensidad de sonido”</i>	<i>115</i>
A.10 RÚBRICAS DE EVALUACIÓN.....	118
<i>A.10.1 Rúbrica del trabajo individual.....</i>	<i>118</i>
<i>A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales</i>	<i>119</i>
<i>A.10.3 Rúbrica de las presentaciones orales.....</i>	<i>120</i>

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Cono de aprendizaje de Dale.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 2. Proceso de modelización.....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 3. Primera pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 4. Segunda pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 5. Tercera pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 6. Cuarta pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 7. Quinta pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 8. Sexta pregunta del cuestionario 1.....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 9. Primera pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 10. Segunda pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 11. Tercera pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 12. Cuarta pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 13. Quinta pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 14. Sexta pregunta del cuestionario 2.....</i>	<i>31</i>
<i>Figura 15. Esbozo correcto de la gráfica altura-tiempo.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 16. Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo I.....</i>	<i>33</i>
<i>Figura 17. Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo II.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 18. Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo III.....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 19. Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo IV.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 20. Esbozo de la gráfica por debajo del eje de abscisas.....</i>	<i>35</i>
<i>Figura 21. Traslado eje de abscisas.....</i>	<i>39</i>

<i>Figura 22. Traslado eje de coordenadas en la persona.....</i>	<i>39</i>
<i>Figura 23. Traslado eje de coordenadas en la persona II.....</i>	<i>40</i>
<i>Figura 24. Desplazamiento del origen de coordenadas hasta la piedra</i>	<i>40</i>
<i>Figura 25. Desplazamiento del origen de los ejes de coordenadas hasta la orilla</i>	<i>41</i>
<i>Figura 26. Gráfica con la distancia constante</i>	<i>43</i>
<i>Figura 27. Gráfica con la distancia creciente</i>	<i>44</i>
<i>Figura 28. Gráfica con la distancia decreciente</i>	<i>44</i>
<i>Figura 29. Situación similar al epostacismo.....</i>	<i>46</i>
<i>Figura 30. Situación errónea similar al epostacismo</i>	<i>46</i>
<i>Figura 31. Situación errónea similar al epostacismo II.....</i>	<i>47</i>
<i>Figura 32. Cambios coherentes según las características de la piedra</i>	<i>48</i>
<i>Figura 33. Error de coherencia gráfica altura-tiempo.....</i>	<i>49</i>
<i>Figura 34. Resultados sobre el interés de la anterior actividad.....</i>	<i>51</i>
<i>Figura 35. Resultados sobre la percepción de las Matemáticas.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 36. Resultados sobre la motivación en clase de Matemáticas</i>	<i>54</i>
<i>Figura 37. Respuestas sobre la utilidad de las Matemáticas.....</i>	<i>55</i>
<i>Figura 38. Respuestas sobre la aplicación de las Matemáticas</i>	<i>56</i>
<i>Figura 39. Respuestas sobre la educación STEAM</i>	<i>57</i>
<i>Figura 40. Ejemplo de volumen desplegable según el número de recortes.....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 41. Cuestiones teóricas acerca del sonido</i>	<i>86</i>
<i>Figura 42. Cuestiones prácticas acerca del sonido I.....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 43. Cuestiones prácticas acerca del sonido II</i>	<i>87</i>
<i>Figura 44. Primera y segunda pregunta del cuestionario 1</i>	<i>101</i>

<i>Figura 45. Tercera pregunta del cuestionario 1</i>	102
<i>Figura 46. Cuarta y quinta pregunta del cuestionario 1</i>	103
<i>Figura 47. Sexta pregunta del cuestionario 1</i>	104
<i>Figura 48. Primera, segunda, tercera y cuarta pregunta del cuestionario 1</i>	105
<i>Figura 49. Quinta y sexta pregunta del cuestionario 2</i>	106
<i>Figura 50. Fichas de dominó tipo I</i>	107
<i>Figura 51. Fichas de dominó tipo II</i>	108
<i>Figura 52. Fichas de dominó tipo III</i>	109
<i>Figura 53. Cuestionario actividad "Volúmenes desplegados"</i>	110
<i>Figura 54. Cuestionario actividad "Equilibrio de fuerzas"</i>	111
<i>Figura 55. Cuestionario actividad "Equilibrio de fuerzas" I</i>	112
<i>Figura 56. Construcción de un altavoz casero</i>	113

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Cambios de los roles en los docentes y estudiantes.....</i>	<i>11</i>
<i>Tabla 2. Número de participantes de cada clase.....</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 3. Indicadores correspondientes a cada problema.....</i>	<i>28</i>
<i>Tabla 4. Descripciones del dominio afectivo en Matemáticas.....</i>	<i>31</i>
<i>Tabla 5. Gráfico de la altura de la piedra en los sucesivos rebotes.....</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 6. Familia de funciones correspondientes al gráfico de la anterior.....</i>	<i>37</i>
<i>Tabla 7. Situación de los ejes de coordenadas.....</i>	<i>41</i>
<i>Tabla 8. Distancia que recorre la piedra en los sucesivos rebotes.....</i>	<i>44</i>
<i>Tabla 9. Situación similar al epostracismo en la vida.....</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 10. Piedra pesada vs Piedra ligera.....</i>	<i>49</i>
<i>Tabla 11. Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 1.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabla 12. Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 1.....</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 13. Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 1.....</i>	<i>68</i>
<i>Tabla 14. Distribución del puntaje de la parte C de la actividad 1.....</i>	<i>68</i>
<i>Tabla 15. Distribución de la parte D de la actividad 1.....</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 16. Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 2.....</i>	<i>72</i>
<i>Tabla 17. Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 2.....</i>	<i>75</i>
<i>Tabla 18. Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 2.....</i>	<i>75</i>
<i>Tabla 19. Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 3.....</i>	<i>79</i>
<i>Tabla 20. Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 3.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 21. Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 3.....</i>	<i>82</i>

<i>Tabla 22. Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 4</i>	<i>85</i>
<i>Tabla 23. Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 4</i>	<i>88</i>
<i>Tabla 24. Distribución del puntaje de la parte previa de la actividad 4</i>	<i>88</i>
<i>Tabla 25. Distribución del puntaje II de la parte B de la actividad 4</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 26. Distribución del puntaje de la parte C de la actividad 4.....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 27. Correspondencia de la actividad 1 con el currículo de Física y Química</i>	<i>114</i>
<i>Tabla 28. Correspondencia de la actividad 3 con el currículo de Dibujo artístico.....</i>	<i>114</i>
<i>Tabla 29. Correspondencia de la actividad 3 con el currículo de Física y Química</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 30. Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Dibujo artístico.....</i>	<i>115</i>
<i>Tabla 31. Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Física y Química</i>	<i>116</i>
<i>Tabla 32. Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Tecnología.....</i>	<i>116</i>
<i>Tabla 33. Rúbrica del trabajo individual.....</i>	<i>118</i>
<i>Tabla 34. Rúbrica de los trabajos grupales</i>	<i>119</i>
<i>Tabla 35. Rúbrica de las presentaciones orales</i>	<i>120</i>

INTRODUCCIÓN

El presente Trabajo Fin de Máster, centrado en la propuesta de actividades STEAM para afianzar conocimientos del bloque de funciones, tiene un doble punto de partida. En primer lugar, una inquietud personal por identificar las dificultades que presentan los alumnos en conceptos relacionados con las funciones y analizar la motivación que les causa este tipo de conocimientos matemáticos.

Por otro lado, se tiene conocimiento que en la actualidad existe una multitud de metodologías activas que permiten que los alumnos aprendan significativamente los conceptos que se les enseñan, convirtiéndoles en los protagonistas de su propio aprendizaje. En consecuencia, se considera que resultaría interesante investigar sobre el diseño incorporando diferentes metodologías con el objetivo de motivar y a su vez facilitar el aprendizaje de contenidos concretos en el alumnado de enseñanza Secundaria Obligatoria.

ANTECEDENTES

Desde hace bastante tiempo diversos autores del ámbito de la Didáctica de la Matemática (Granville, Singh y Dika, 2002; Middleton y Spanias, 1999; Stevenes, Olivarez y Hamman, 2006; Winstead, 2004; entre otros) muestran una preocupación educativa relacionada con el aprendizaje poco sólido de las matemáticas por parte de los estudiantes de Educación Secundaria Obligatoria. La principal razón se debe a la gran distancia que hay entre lo que pretende el currículo cuando se basa en el constructivismo en las aulas y lo que verdaderamente ocurre en los centros actualmente (Alsina et al., 2007).

Entre los principales factores que pueden incidir en esa distancia, se encuentran:

- Factores internos: influyen variables cognitivas como la atención, la memoria, el razonamiento; principalmente, pero también otras variables afectivo-emocionales como el autoconcepto y autoestima, la motivación, las representaciones sociales, entre otros.
- Factores externos: intervienen variables de tipo socio-económicas así como las características del centro educativo, ratio de número de estudiantes por aula, etc.

Trabajos e investigaciones internacionales han llegado a la conclusión que para incrementar el rendimiento matemático y desarrollar el aprendizaje significativo, la motivación intrínseca juega un papel fundamental (Baroody et al., 1988 y Skemp et al., 1980). Se entiende este tipo de motivación como aquella que surge desde dentro del sujeto y que convierte a las matemáticas en

INTRODUCCIÓN

una actividad de recompensa, a diferencia de la motivación extrínseca la cual motiva a los alumnos a través de premios o de castigos.

En la actualidad existen multitud de metodologías que motivan a los alumnos mediante la participación activa, en especial en lo que respecta a su implicación en las actividades. En los últimos años cada vez está teniendo más presencia en la educación una metodología basada en las ciencias llamada educación STEAM cuyas siglas hacen referencia al acrónimo Science, Technology, Engineering, Art y Mathematics (Ciencias, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas). La base educacional STEAM intenta por un lado integrar estas cinco disciplinas y por el otro ayudar al aprendizaje de los estudiantes mediante experiencias reales (Mata et al, 2015).

MOTIVACIÓN

Una de las preocupaciones de la Unión Europea es la brecha real entre la formación que reciben actualmente los estudiantes y las necesidades del mercado laboral. Por esta razón, es necesario que la educación tenga un enfoque multidisciplinar, integrador, donde se trabaje directamente y no de manera transversal. Esto se consigue enfrentando a los alumnos a problemas reales complejos, con múltiples soluciones.

En España, el desarrollo de este tipo de educación aparece como asunto de vital importancia para fomentar una educación vocacional donde se trabajen competencias de alto nivel. Con la implantación de la educación STEAM se trabajan la mayoría de las competencias clave fomentando el espíritu empresarial, el manejo de las TIC, etc.

Según el Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional los entornos del trabajo del futuro se caracterizarán por una mayor autonomía, mayor empleo de las TIC e incremento de tareas sociales. En conclusión, los trabajadores tendrán que adaptarse a estos cambios mediante el desarrollo de nuevas competencias.

Como consecuencia, resulta interesante diseñar actividades basadas en la educación STEAM donde los alumnos aprendan significativamente y desarrollen competencias claves que les serán útiles en su futuro profesional. Además, el diseño de actividades STEAM que se centren en contenidos concretos, en este caso relacionados con las funciones, puede servir como modelo de referencia aplicable a otros contenidos.

OBJETIVO Y ALCANCE

El objetivo principal de este Trabajo Fin de Máster es proponer actividades basadas en la educación STEAM para afianzar conocimientos relacionados con las funciones; es decir, contenidos relacionados con el concepto de la función y su representación gráfica a través del estudio de: puntos de corte con los ejes, monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento), puntos singulares, extremos, curvatura, ramas y tendencias, principalmente.

Para conseguir dicho objetivo se van a identificar tanto las dificultades que el alumnado presenta en el proceso de enseñanza-aprendizaje de este bloque de contenido, como la motivación entorno a la cultura e historia de las matemáticas, su interés y la utilidad con la que perciben la asignatura. Estos aspectos se recogen mediante el estudio llevado a cabo en un grupo de alumnado de enseñanza Secundaria, fruto del análisis de las respuestas a unos cuestionarios que se han diseñado y se han implementado en el aula.

Con la implantación de estas actividades se pretende planificar una enseñanza para ayudar a los alumnos a mejorar el aprendizaje de las Matemáticas y concienciarles sobre la importancia que tienen las funciones en la vida real, y, de esta manera, fomentar que se sientan motivados al ver la utilidad que tienen los conceptos que aprenden.

ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA

La presente memoria del proyecto recoge una pequeña investigación y una propuesta de actividades elaboradas durante varios meses para la correcta realización del Trabajo Fin de Máster. Para ello, se ha estructurado la memoria en tres capítulos bien diferenciados, además de la propia introducción, síntesis y conclusiones, bibliografía y anexos. A continuación, se define resumidamente cada una de las partes que conforman el trabajo.

Dicho trabajo empieza con una breve introducción donde se explican las razones por las que se lleva a cabo, el objetivo que se pretende conseguir y la estructura que se ha utilizado durante la realización del mismo. A continuación, se desarrolla el marco teórico el cuál trata temas relacionados con las teorías de aprendizaje activas y las técnicas necesarias para ejecutar dichas teorías en el aula.

También, se explica en qué consiste la educación STEAM y la gran importancia que tiene tanto en el presente como en el futuro de la educación, definiendo las competencias que fomentan y los numerosos beneficios que aportan a los alumnos. Además, se explican distintas bases metodológicas para poder aplicar la educación STEAM, entre esas bases se encuentran el aprendizaje basado en proyectos o el aprendizaje cooperativo, entre otros.

INTRODUCCIÓN

En el segundo capítulo, se presenta el marco metodológico explicando qué tipo de investigación se ha realizado, cuáles son las características de la misma, en qué contexto y en cuántas fases se ha llevado a cabo. Para terminar, se realiza una reflexión sobre los resultados que se han obtenido de dicha investigación.

El tercer y último capítulo, recoge la propuesta de actividades con un enfoque STEAM, las cuales se han diseñado a partir tanto de la información del marco teórico como del análisis y reflexión de los resultados que se han realizado en el anterior capítulo. De esta manera, se diseñan una serie de actividades que abarquen todos los contenidos relacionados con las funciones teniendo en cuenta aspectos didácticos y afectivos.

Tras la pequeña investigación realizada y la propuesta de actividades, se extraen una serie de conclusiones tanto de los temas tratados durante el presente Trabajo Fin de Máster, como de las aportaciones que han tenido en el trabajo las asignaturas impartidas tanto en el módulo genérico como en el específico. Por último, en el anexo se incluyen algunas fichas y documentos elaborados durante el mismo.

1. MARCO TEÓRICO

A continuación, se exponen algunas de las teorías de aprendizaje más significativas. Estas describen la comprensión que el alumno tiene acerca de un objeto matemático, a partir de las relaciones entre los sistemas de representación, estadios de desarrollo del objeto, dificultades y concepciones erróneas. Posteriormente, se explican las principales nociones sobre el concepto de la función y, por último, se presenta qué es la educación STEAM, cómo desarrollar sus competencias y de qué manera se puede integrar en las Matemáticas de la etapa de Secundaria y Bachillerato.

1.1 TEORÍAS DE APRENDIZAJE ACTIVAS

El aprendizaje activo es un tipo de estrategia que desarrolla una actitud dinámica en los estudiantes, en comparación con el aprendizaje tradicionalista, donde el alumno se limita únicamente a escuchar al profesor. El aprendizaje activo es un proceso que impulsa a los estudiantes a realizar y reflexionar sobre determinadas cosas, es decir, el estudiante tiene que estar expuesto a realizar actividades intelectuales de cierto nivel cognitivo superior. (Bonwell y Eison, citado en Sierra, 2013, Lic. Paul Teutli)

Algunos profesores afirman que todo aprendizaje puede ser activo, por ejemplo, en las clases magistrales los estudiantes pueden participar activamente mientras escuchan presentaciones formales; sin embargo, para que un aprendizaje sea verdaderamente significativo los estudiantes deben realizar otras funciones que no sean simplemente escuchar, leer, escribir, discutir o participar en la resolución de problemas.

Para tener una definición sobre qué es el aprendizaje activo, Drew & Mackie (2011) lo definieron como una teoría del aprendizaje o también como un conjunto de estrategias pedagógicas. Además, Watkins (2007) explicó cómo dentro del mismo aprendizaje activo había tres dimensiones: conductual, cognitiva y social.

La primera dimensión permite que los estudiantes se comporten activamente y sean capaces de crear materiales. La dimensión cognitiva se da cuando los alumnos piensan de manera activa para poder construir un significado nuevo (Watkins et al., 2007). En esta dimensión, la reflexión juega un papel muy importante por esta razón se debe fomentar a los alumnos a que reflexionen y analicen sobre sus propios errores y sobre lo que han aprendido. Por último, se encuentra la dimensión social, la cual trata de aprender mediante la cooperación y colaboración con los demás haciendo un buen uso de los recursos de los que disponen.

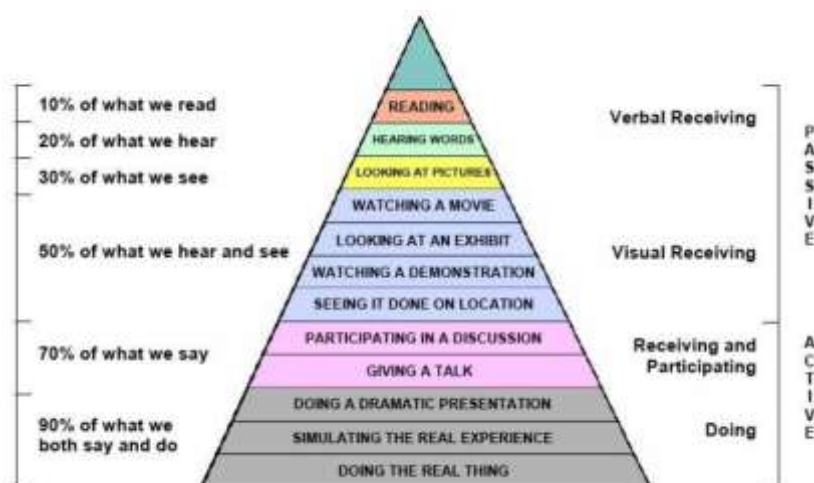
Teniendo en cuenta estas dimensiones, para que un profesor incorpore adecuadamente el aprendizaje activo en su actividad docente, éste debe de estar dispuesto a cambiar los métodos tradicionales enfocados en la clase magistral donde el profesor expone los contenidos y los alumnos escuchan. Según Sierra (2012), el aprendizaje activo permite que los estudiantes dejen de ser espectadores y puedan adquirir un mayor compromiso con las actividades, donde aprendan a reconocer cuándo es necesario tener más información, pongan un mayor esfuerzo en el desarrollo de las capacidades y habilidades de orden superior y aumenten su nivel de motivación.

Por estas razones, las estrategias que promueven el aprendizaje activo tienen que definir actividades instructivas que puedan involucrar a los alumnos para hacer cosas y pensar sobre qué están haciendo. Estas actividades dependiendo de su naturaleza pueden clasificarse como más pasivas o activas, dependiendo esta clasificación de factores como la participación, la demanda cognitiva, aprendizaje, etc.

Dale (1969) definió un cono de aprendizaje (ver *Figura 1*) donde expone de manera visual como el aprendizaje se estimula de manera progresiva de lo concreto a lo abstracto, empezando por tipos de aprendizaje pasivos basados en experiencias sensoriales y terminando por aprendizajes más activos basados en el análisis, diseño, creación, evaluación, etc. Haciendo alusión a este cono de aprendizaje, en uno de los extremos se situaría la clase magistral donde el alumno escucha y toma apuntes, siendo una actividad pasiva. En el otro extremo estarían las metodologías activas basadas en la participación de los alumnos donde se puedan crear debates, realizar actividades dinámicas mediante juegos, gamificación, fomentándose la creatividad.

Figura 1

Cono de aprendizaje de Dale



Fuente: Brissel, Morel y Dupont et al., 2013.

Atendiendo al aprendizaje activo, Bonwell y Eison (1991) exponen distintas técnicas que pueden ser útiles para fomentar este tipo de aprendizaje, entre las cuales se encuentran: juegos de roles, simulaciones, debates, demostraciones, aprendizaje cooperativo y colaborativo, enseñanza entre pares, asistencia por ordenador, etc. Debido al gran número de técnicas que hay, el profesor debe valorar qué tipo de alumnado tiene y que técnicas son las más idóneas. Por ejemplo, cuando un profesor diseña situaciones de aprendizaje activas para los estudiantes, los cuales no disponen de suficientes destrezas, puede que terminen teniendo dificultades. Por esta razón, los alumnos necesitan estar dirigidos tanto en sus actividades y reflexiones como también en su progreso y evolución (Huber, s,f).

Esta última parte viene referenciada en el Boletín Oficial de Castilla y León, el cual dice:

“En el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas tiene gran importancia la manera de trabajar en el aula. Por ello, se deben generar situaciones diversas que permitan al alumnado adquirir conocimientos a través de diferentes estrategias, experimentar el gusto por el trabajo personal y colaborativo y valorar los procesos, el esfuerzo y los errores, procurando que sea partícipe de la evolución de su propio aprendizaje. También debe existir variedad en los procedimientos de evaluación para facilitar la exposición de conocimientos por parte de todo el alumnado y como herramienta imprescindible para mejorar la calidad de la educación” (ORDEN EDU/362/2015, 2015, p. 32191).

1.2 ESTUDIOS PREVIOS SOBRE EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Hoy en día hay multitud de herramientas y recursos que mejoran el aprendizaje conceptual de los alumnos, entre ellas se encuentran las digitales, las cuales proporcionan una gran ayuda a los estudiantes ya que están familiarizados con ellas y les permiten motivarse frente a tareas o actividades pesadas; además de aprender de manera visual fenómenos matemáticos que se puedan dar en la realidad. Es importante que las metodologías que emplean este tipo de herramientas estén centradas en proponer trabajos relacionados con contextos reales para que los alumnos sean conscientes de la gran utilidad que tienen las Matemáticas en la vida ordinaria.

Algunas teorías constructivistas como las de Piaget y Vygotsky, y otras como el Cono de Experiencia de Dale hablan sobre como a través de la interacción del alumno con su entorno, es decir, un contexto real, se facilita el desarrollo cognitivo y el aprendizaje. Según Kolb (1985) el aprendizaje experiencial tiene varias características las cuales son: aprendizaje como proceso y

no como un resultado, el aprendizaje es un proceso continuo que tiene como base las experiencias, el aprendizaje es un proceso de adaptación y de creación, y, por último, el aprendizaje requiere de una resolución de conflictos.

Para obtener un aprendizaje eficaz, Kolb habla sobre un equilibrio entre: saber involucrarse en nuevas experiencias experiencia (CE), ser capaz de observar de manera reflexiva sobre las mismas desde diferentes puntos de vista (RO), ser capaz de crear conceptos que integren observaciones en teorías lógicas, y ser capaz de utilizar estas teorías para que sepan tomar decisiones y resolver problemas mediante la experimentación activa.

De manera explícita Zerger (2008) habla sobre la importancia que tiene el contexto de la formación para que los estudiantes tengan una base necesaria para su propio aprendizaje, y la construcción del conocimiento sea efectivo. Para comprender mejor cómo mejorar o facilitar el aprendizaje es necesario saber cómo funciona el proceso de aprender, en este caso en las Matemáticas.

Socas (2007) considera una serie de dificultades de aprendizaje de las Matemáticas, clasificándolas en cinco grandes grupos según su procedencia, donde dos están asociadas a la propia disciplina, complejidad de objetos y procesos de pensamiento, otro grupo relacionado con los procesos de enseñanza, otro asociado a procesos de habilidad cognitiva y un último grupo asociado a las actitudes afectivas y emocionales hacia la asignatura. A continuación, se explica detalladamente cada uno de estos grupos:

1. Dificultades asociadas a los objetos matemáticos donde se presenta, por un lado, como un estatus operacional en el que los objetos se ven como un proceso, y por el otro, como un estatus conceptual donde los objetos se perciben como un concepto.
2. Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento: de lo natural a lo irracional, de lo numérico a lo abstracto, etc.
3. Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza fomentados para facilitar el aprendizaje de las Matemáticas. Estas dificultades pueden tener su origen en el currículo de Matemáticas, en la institución escolar y en los métodos de la enseñanza.
4. Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos, considerando distintos enfoques como: jerárquico, evolutivo, constructivista y de pensamiento de la información, entre otros.
5. Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas, donde los alumnos pueden relacionar la asignatura con sentimientos de miedo y tensión. Por ejemplo, la ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, la equivocación, etc.

En este trabajo las dificultades que se van a estudiar son las primeras, es decir, las relacionadas con el aprendizaje de los objetos matemáticos, en concreto con el concepto de la función y sus características, poniéndose de relieve desde el nivel semántico del bloque de contenido de análisis funcional.

Socas interpreta el aprendizaje de estos conceptos matemáticos como un proceso de abstracción de los principales sistemas de representación de ellos mismos, distinguiendo en el proceso diferentes estadios de aprendizaje (Fernández et al., 2019):

Semiótico: a partir de los signos antiguos se introducen los signos nuevos para facilitar su aprendizaje. Por tanto, los caracteres de los signos nuevos dependen de los antiguos. El comportamiento del alumno en este estadio se caracteriza en que tiene ideas imprecisas sobre el objeto matemático y mezcla representaciones semióticas. Suele reconocer los elementos que pertenecen al sistema de representación semiótico con el objeto matemático que lo relaciona.

Estructural: el sistema nuevo sigue la misma estructura que el antiguo, manteniendo las propiedades de este último. El alumno realiza transformaciones en el interior de ese sistema nuevo de representación. Además, realiza de manera correcta actividades de transición de un sistema de representación semiótico a otro.

Autónomo: a los signos nuevos a los que no se les había relacionado con un significado se les asocia uno propio independiente del otro sistema. El alumno tiene dos sistemas de representación semióticos, utilizando cualquiera de ellos dependiendo del objeto matemático, teniendo conocimiento de este último como una estructura en el que puede controlar aspectos coherentes e incoherentes del mismo.

En resumen, los objetos matemáticos se pueden representar en dos estados distintos: por un lado, el operacional, cuyo carácter es sintáctico y donde los objetos se perciben como un proceso; y por el otro, el conceptual, cuyo carácter es estático, donde los objetos se perciben como una entidad semántica, es decir, como un concepto. Ambos estados caracterizan la complejidad que tienen los conceptos de las Matemáticas.

1.2.1 Papel del alumno y del profesor

Este tipo de técnicas de aprendizaje activas se diferencian de las tradicionales en que estas últimas están centradas en el profesor, sin embargo, las activas están basadas en el estudiante, donde sus funciones son las siguientes (Macías et al., 2018):

1. Los estudiantes deben construir el conocimiento mediante la investigación y síntesis de la información, integrándola con competencias de comunicación, indagación, pensamiento crítico, resolución de problemas, etc.
2. Los estudiantes deben estar implicados y mostrar cierta actitud activa en su propio aprendizaje.
3. Deben saber poner énfasis en cómo utilizar y comunicar dicho conocimiento de manera efectiva en un contexto real.
4. Tienen que tener una “cultura” cooperativa y colaborativa de ayuda.
5. No sólo el profesor les evalúa sino también ellos mismos deben evaluarse, para que puedan aprender de sus propios errores.

Aunque en las metodologías activas el papel del alumno es fundamental, también el papel del profesor tiene cierta relevancia. A continuación, se exponen algunas de las funciones que tiene que realizar el docente para guiar a los alumnos en su aprendizaje significativo a través de técnicas activas:

1. El rol del profesor es principalmente asesorar, guiar y facilitar el aprendizaje de los alumnos.
2. Colaborará junto con el estudiante en su propia evaluación.
3. Debe utilizar la herramienta evaluable más idónea para desarrollar el aprendizaje que “desean”, es decir, fomentar el empleo de trabajos, proyectos, prácticas, portafolios, etc.
4. Debe tener un enfoque interdisciplinario.
5. Docente y alumno aprenden conjuntamente el uno del otro.
6. Debe realizar un gran esfuerzo en planificar y temporalizar las diferentes actividades a realizar.
7. Utilizará varias técnicas de aprendizaje activo.
8. Creará un buen ambiente de trabajo donde los alumnos se sientan cómodos.

En la siguiente Tabla 1 se muestra un resumen sobre los cambios de roles que realizan tanto los profesores como los alumnos al incorporar técnicas basadas en actividades activas dentro del aula y/o fuera de ella:

Tabla 1*Cambios de los roles en los docentes y estudiantes*

Rol del docente, cambio de:	Rol del docente, cambio a:
<i>Transmitir conocimientos</i>	<i>Facilitar el aprendizaje</i>
<i>Fuente principal de información</i>	<i>Guía, colaborador</i>
<i>Fuente de todas las respuestas</i>	<i>Participar en el proceso de aprendizaje</i>
<i>Controlar y dirigir todos los aspectos de aprendizaje</i>	<i>Facilitar opciones a los estudiantes y darles más responsabilidad</i>
Rol del estudiante, cambio de:	Rol del estudiante, cambio de:
<i>Recibir pasivamente la información</i>	<i>Participar activamente en el aprendizaje</i>
<i>Replicar el conocimiento</i>	<i>Producir y compartir conocimiento</i>
<i>Entender el aprendizaje como una actividad individual</i>	<i>Entender el aprendizaje como una actividad colaborativa</i>

Nota. Adaptado de Nweby et al, 2000

1.3 LA EDUCACIÓN STEAM

1.3.1 ¿Qué es la educación STEAM?

El acrónimo STEAM en sus comienzos quería aglutinar las cuatro grandes ramas del campo de la ciencia. Sin embargo, hoy en día el concepto tiene otro fin más relacionado con la integración de esas cuatro disciplinas de un modo transversal. La principal razón se debe a que en el mundo real no existen problemas únicamente de Ciencia, o de Tecnología, o de Ingeniería o de Arte o de Matemáticas sino una combinación de ellas que hace que los problemas reales sean más complejos. Es en esa combinación en donde se basa la educación STEAM.

Tsupros (2009) define la educación STEAM como una estrategia interdisciplinaria para el entendimiento de conceptos académicos y su aplicación a la realidad; es decir, a su puesta en práctica en los ámbitos de la ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas en situaciones cercanas a la escuela, la sociedad y el lugar de trabajo, desarrollando así la habilidad para poder competir. Los estudiantes STEAM deben de ser:

Solucionadores de dudas o problemas

Deben de ser capaces de definir preguntas y resolverlas, a partir de la investigación sobre datos que se han recogido y organizado, para posteriormente resolverlos y sacar conclusiones con el objetivo de ponerlo en práctica en situaciones reales que se puedan dar y sean innovadoras.

Innovadores

Utilizar los conceptos y contenidos de las Ciencias, las Matemáticas y la Tecnología para posteriormente poner en práctica esa teoría en los campos de la Ingeniería.

Inventores

Reconocer cuáles son las necesidades que tiene el mundo y de manera creativa e innovadora planificar, diseñar y poner en marcha soluciones eficaces y que sirvan para dar solución a dicha necesidades.

Autosuficientes

Tener iniciativa propia, motivación, ganas de aprender y de establecerse retos, tener confianza en sí mismo.

Pensadores lógicos

Tener la capacidad de poner en práctica los procedimientos racionales y lógicos tanto de las Ciencias, como de las Matemáticas y la Ingeniería planteando nuevas tecnologías.

Cultura de la tecnología

Entender y comprender la tecnología, conocer su naturaleza y su aplicación, desarrollar habilidades para ponerlas en práctica fácilmente.

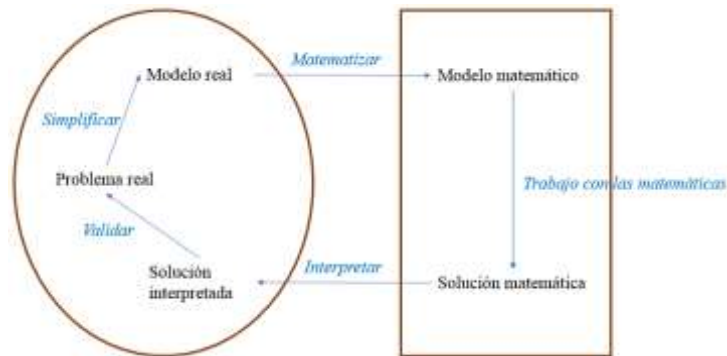
En resumen, los alumnos deben saber utilizar creativamente los conceptos y principios de las ciencias y las matemáticas, sabiéndolos poner en práctica en distintas situaciones mediante procedimientos racionales y lógicos, teniendo la iniciativa en todo momento, así como estando motivado y teniendo confianza en uno mismo. A esta puesta en práctica de los conceptos teóricos se le llama modelización (*ver Figura 2*). Maab (2006) expuso cuáles eran los aspectos necesarios para que un alumno desarrollase esa competencia de modelización, entre las cuales destacan:

1. Seleccionar adecuadamente notaciones matemáticas y representar de manera gráfica varias situaciones.
2. Detectar relaciones entre problemas similares o análogos, es decir, enunciar un problema y establecer relaciones que permitan resolverlo de maneras diferentes, cambiando o variando los datos, los procedimientos, etc.
3. Utilizar conocimientos matemáticos para resolver problemas.
4. Saber interpretar resultados matemáticos en un contexto diferente a este.
5. Generalizar y modelizar una solución que se haya dado en una situación concreta.

6. Resolver un problema utilizando un lenguaje matemático apropiado, explicando y estableciendo relaciones lógicas con dichas soluciones.

Figura 2

Proceso de modelización



Fuente. Adaptado de Blum (1996).

1.3.2 Importancia de la Educación STEAM

Como se ha mencionado anteriormente, los problemas del mundo real no se solucionan a través de visiones simples unidisciplinarias; es decir, solamente con matemáticas, o con tecnología o con la ciencia que se aprende en la escuela. Es necesario establecer una relación entre dichas materias para establecer relaciones y fomentar en el alumno la habilidad de saber pensar y resolver problemas multidisciplinares. Según el Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional (CEDEFOP, 2018, p1):

“Los entornos de trabajo del futuro próximo se caracterizarán previsiblemente por una mayor autonomía, una reducción de la rutina, una mayor utilización de las TIC, un menor esfuerzo físico y un incremento de las tareas intelectuales y sociales. Las necesidades de competencias del mercado laboral experimentarán un cambio y los trabajadores tendrán que ofrecer nuevas competencias para adaptarse”.

Además, en ese mismo documento, se manifiesta cómo el desarrollo de tareas sociales e intelectuales necesitará de un buen empleo de las competencias basadas en la comunicación, espíritu emprendedor y un buen manejo de las TIC. A través de la educación STEAM, se trabaja estas competencias claves en el futuro. Laboy-Rush (2011) manifiesta que los proyectos que se integran en STEAM desarrollan la habilidad de creación e innovación y fomentan la curiosidad de los alumnos, aumentando de esta manera su motivación. Además, el enfrentar a los alumnos a problemas de situaciones reales hace que los alumnos diseñen actividades donde la elaboración de conceptos matemáticos por parte de ellos adquiere un papel esencial.

Este tipo de situaciones no se presentan como una aplicación de los conceptos sino más bien tienen otra finalidad. Por esta razón, modelizar los conceptos en situaciones reales mejora la motivación de los estudiantes y, como consecuencia, favorece su aprendizaje significativo. Se puede decir entonces que un enfoque STEAM en la educación persigue el desarrollo integral del alumno, dando solución a uno de los problemas que tiene la educación de hoy en día relacionado con la brecha existente entre la formación de los alumnos y las necesidades reales que tiene el mercado laboral.

1.4 METODOLOGÍAS ACTIVAS EN LA EDUCACIÓN STEAM

1.4.1 Metodologías activas

Una metodología educativa se define como una organización de oportunidades y condiciones que se otorgan a los estudiantes para facilitar su aprendizaje (Ruiz et al., 2017, citado en Pastor et al., s.f.). Además de los alumnos, esta metodología tiene que tener en cuenta al docente, la materia que se imparte y el contexto sociocultural. Debido a que no existe una metodología perfecta que satisfaga en cualquier caso las necesidades de los estudiantes, es necesario establecer unos objetivos de alto nivel cognitivo para que los alumnos adquieran un aprendizaje autónomo y desarrollen el pensamiento crítico.

Es en este punto donde las metodologías activas adquieren importancia debido a su carácter formativo frente al informativo, desarrollando en los alumnos aprendizajes significativos que se puedan adaptar a cualquier contexto o ámbito educativo (Pastor et al., s.f.). Este contexto depende principalmente, de factores como el contexto sociocultural y socioeconómico del centro, del profesorado o de los contenidos que se imparten.

Para cada caso puede haber una metodología más adecuada, sin embargo, se ha demostrado que las metodologías educativas que dan protagonismo al estudiante sobre su propio aprendizaje permiten alcanzar un alto nivel cognitivo y un aprendizaje significativo y con espíritu crítico (Fernández et al., 2006). Especialmente, es el profesor quien debe elegir bien los métodos de enseñanza y conocer el material del que dispone y que manejan los alumnos, así como la forma de evaluar sus logros, entre otros aspectos a considerar.

En relación a este trabajo, más adelante del mismo se van a proponer actividades utilizando metodologías activas, como el trabajo cooperativo, el uso de herramientas manipulativas, el uso de herramientas TIC, principalmente, entre otras muchas posibilidades susceptibles de ser aplicables en la educación STEAM. Las actividades que se propondrán contarán con

características anteriormente mencionadas como: asignación de roles en las actividades cooperativas y empleo de herramientas TIC como simuladores web, principalmente.

1.4.2 Uso de herramientas TIC

En la actualidad existen problemas para poner en práctica algunas de las metodologías activas que se han mencionado. En muchos casos es difícil de resolver ya que pueden proceder de varios ámbitos; es decir, pueden deberse a que por un lado los alumnos no quieren participar, involucrarse en las actividades o comunicarse de forma activa con sus compañeros. También, se puede deber a que los profesores no cuenten con la formación pedagógica o con los recursos físicos y tiempo adecuados, dificultad de comunicación entre los profesores, dirección y comunidad educativa que dificulte la resolución de problemas y no mantenga motivados a los alumnos. Por otra parte, también los padres y el entorno social deben facilitar el aprendizaje. Para terminar, pueden surgir dificultades debido a una incorrecta adaptación de estas metodologías a la evaluación.

Es en las TIC donde estas metodologías activas han encontrado un punto en el cual apoyarse. La principal razón se debe a su flexibilidad y las posibilidades de integración, síntesis y análisis de datos, las múltiples plataformas de comunicación que se pueden encontrar y también la posibilidad de adaptar el contenido y método de aprendizaje a las características de cada alumno. Teniendo en cuenta la singularidad que conlleva la educación STEAM, una buena metodología activa para desarrollar sus competencias y en concreto, la competencia matemática, es el empleo de las herramientas TIC.

Situación en el sistema educativo español

En el Real Decreto en el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, se define el concepto de tecnología tanto de manera implícita como explícita, detallando actividades específicas en que éstas se utilizan. Dentro de la tecnología se puede dividir en tres campos según su finalidad:

1. Destinadas a obtener y ordenar la información.
2. Utilizadas para realizar cálculos, análisis de datos, simulaciones, representaciones, etc., con el objetivo de facilitar el aprendizaje de los alumnos.
3. Empleadas para diseñar documentos para su posterior divulgación a entornos adecuados.

De manera transversal a estos grupos, el Real Decreto menciona a las TIC como principal herramienta para analizar información, elaborar documentos e informes para poder compartirlo

en el aula o en otros entornos que sean adecuados para su publicación. El Real Decreto define los campos en los que se puede utilizar las TIC, siendo estos: cálculo y álgebra, geometría, funciones y estadística y probabilidad.

El principal objetivo, es desarrollar la competencia matemática con la ayuda de la tecnología, destacando tres dimensiones del conocimiento: saber, saber hacer y saber ser. Los alumnos deben saber aplicar los términos y conceptos matemáticos a través de la toma de decisiones fundamentadas en argumentos verídicos, análisis de gráficos y estadísticas, interpretación y reflexión de resultados, todo ello mediante la utilización de herramientas tecnológicas (Simón, 2020).

Modelo TPACK

Shulman (1986) llevó a cabo un proyecto de investigación para centrarse en el desarrollo de los profesores en la educación de Secundaria para materias como las matemáticas y finalizando con la creación de un marco integrado de conocimientos para los docentes denominado “*conocimiento didáctico del contenido*” (PCK). Este marco exponía que no era suficiente con que los docentes tuvieran, por un lado, un profundo conocimiento de la materia (CK) y por el otro, conocimientos de pedagogía (PK), sino que debían saber relacionar ambos (PCK).

Sobre estas ideas, Mishra y Koehler (2006) presentaron el marco TPACK, basado en incluir la tecnología al modelo expuesto por Shulman, realizando así una integración del “*conocimiento tecnológico pedagógico del contenido*”. Este marco se puede agrupar de dos en dos, de la siguiente forma: conocimiento pedagógico del contenido (PCK), conocimiento pedagógico de la tecnología (TPK) y conocimiento tecnológico del contenido (TCK). Solamente mediante la interacción entre ellos se puede integrar de manera eficaz la tecnología en la enseñanza.

A partir de aquí, un docente puede comprender la influencia de la tecnología en la toma de decisiones relacionado con el contenido y la pedagogía, mientras entiende a su vez cómo dicho contenido y pedagogía influyen en ese proceso de toma de decisiones sobre las herramientas y aplicaciones que ofrece la tecnología (Guerrero et al., 2010). Un uso adecuado de la misma permite que los alumnos comprendan mejor los conceptos complejos, permitiendo dedicar más tiempo a la resolución de problemas, el razonamiento y la toma de decisiones.

Guerrero realizó un estudio detallado sobre el marco TPACK y vio cómo este modelo aplicado a las Matemáticas desarrollaba una dimensión que no solo se limitaba al uso de herramientas tecnológicas. Propuso, cuatro componentes importantes que se tenían que dar (Guerrero, 2010, p.134):

1. Concepción y uso de la tecnología.
2. Enseñanza de las matemáticas basada en la tecnología.
3. Gestión de la clase basada en la tecnología.
4. Amplitud y profundidad de la materia.

El primer componente, “Concepción y uso de la tecnología” se refiere al entendimiento que el docente tiene sobre cómo se debe de enfocar la enseñanza de las matemáticas a través de la tecnología para facilitar el aprendizaje del alumno. El segundo, “Enseñanza de las matemáticas basadas en la tecnología” se refiere a cómo el profesor entiende la tecnología como una herramienta disponible en su colección lectiva, utilizándola solamente cuando sea la más adecuada para sus alumnos, en términos de diversidad, desarrollo cognitivo, motivación, etc.

El tercer componente, “Gestión de la clase basada en la tecnología” se refiere a la capacidad del docente para dar respuesta a las necesidades que puedan surgir en el aula debido a la utilización de la tecnología por parte de los alumnos. También, tiene que tener en cuenta cuándo la tecnología deja de ser novedosa para los estudiantes y saber utilizarla para que tengan un aprendizaje óptimo. Por último, el componente llamado “Amplitud y profundidad de la materia”, se refiere a la responsabilidad de tener un conocimiento profundo de los contenidos; es decir, explorar contenidos y conceptos de manera amplia, la cual no es la costumbre del profesor (Martín et al., 2020).

Ejemplos de herramientas TIC aplicadas a las Matemáticas

La elección de qué tecnologías emplear, la forma en la que se utilizan en el aula y su encaje en el currículo, son decisiones que el docente debe tomarse de manera estudiada y reflexiva (Martín et al., 2020). Dependiendo del área, algunas tecnologías son más transversales que otras, sin embargo, todas ellas abarcan tanto el *software* como el *hardware* y se pueden clasificar de la siguiente manera:

1. Hardware: ordenadores, pizarras digitales, tabletas, proyectores, calculadoras, etc.
2. Software transversal: se refiere a aquellas tecnologías que se pueden utilizar en otras asignaturas, entre ellas se diferencian:
 - a. Búsqueda, almacenamiento y procesamiento de la información: navegadores como Chrome, Safari, etc., hojas de cálculo como Excel, bases de datos como MySQL, Access, etc., procesadores de textos
 - b. Creación de contenidos: paquetes de Office y similares junto a editores de vídeos, imágenes, audios, etc.

- c. Participación de información: redes sociales, entornos virtuales, sistemas de gestión del aprendizaje.
3. Software específico: se refiere específicamente a la asignatura de Matemáticas y las distintas herramientas tecnológicas que se pueden emplear dependiendo de los bloques, entre ellas están:
 - a. Bloque de Geometría: Geogebra, Cabri, Geometer's Sketchpad.
 - b. Bloque de Álgebra: Matlab, Maple, Mathematica.
 - c. Bloque de Estadística y Probabilidad: Excel, Fathom, Core Math Tools.

Otros recursos como: Desmos, Descartes, PHET Interactive Simulations, Phyton, Scratch, etc.

1.4.3 Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP)

El Aprendizaje Basado en Proyectos se basa en realizar tareas en equipo, las cuales se desarrollan en conjunto para que los alumnos se enfrenten a situaciones. Dentro del grupo es esencial que haya un buen clima de cooperación entre los miembros del mismo ya que tienen que analizar el problema, realizar investigaciones, construir deducciones, comprobarlas, contrastarlas y por último, exponer los resultados delante del resto de compañeros y del profesor para fomentar la competencia lingüística y realizar debates en clase.

Por tanto, en este tipo de aprendizaje la colaboración tanto interna como con el resto de grupos es esencial para resolver las tareas que se encomiendan en los proyectos. También, es importante que cada alumno tenga iniciativa personal, autonomía y asuma la responsabilidad que tiene dentro del equipo. Por estas razones, este tipo de aprendizaje es importante para el sistema económico y social en que vivimos ya que además de exigir trabajo personal, es importante el trabajo en equipo y la comunicación con los compañeros, superiores, etc.

Con la educación STEAM basada en proyectos se quiere que los alumnos cumplan eficazmente con los siguientes objetivos (González, 2018):

1. Enseñar a pensar, que aprendan a aprender.
2. Enseñar a decidirse, es decir, a la toma de decisiones que hagan que se decanten entre varias posibilidades y asuman los riesgos de su elección, valorando en todo momento los posibles resultados.
3. Enseñar a comportarse responsablemente, es decir, asumir que su comportamiento va a influir en la consecución tanto de los objetivos personales como los del grupo.

4. Enseñar a convivir, es decir, a relacionarse asertivamente, aceptar la diversidad, valorar las aportaciones que puede realizar cada miembro del equipo, tanto al grupo como a la clase entera.
5. Enseñar a ser persona.

Lo que quiere conseguir el aprendizaje por proyectos dentro del enfoque STEAM es aportar una metodología complementaria a la clase magistral y resolución de problemas. Se quiere potenciar el pensamiento crítico y la comunicación lingüística tanto oral como escrita. También, mejorar su autoestima desarrollando su pensamiento crítico individual y aumentando su capacidad de resolver problemas de manera creativa, utilizando por ejemplo tecnologías emergentes.

Pese a todas estas ventajas que conllevan este tipo de aprendizaje, también existen ciertas limitaciones, concretamente se pueden clasificar en tres: temporales, espaciales y económicas. La primera de ellas, se refiere al tiempo que requiere tanto la planificación, como la ejecución y la puesta en común de este tipo de aprendizaje. Lógicamente, el tiempo depende de las características de cada grupo y etapa, sin embargo, la duración de un proyecto puede llevar semanas e incluso meses dedicando cada semana varias horas. Por esta razón, es necesario disponer de un espacio en el que se pueda dedicar ese tiempo en exclusiva para el proyecto.

Además, debido a que los proyectos STEAM agrupan a varias asignaturas, desde el inicio del curso es importante establecer un horario que pueda ser compatible para las distintas asignaturas que participan en el proyecto. Esta planificación resulta compleja debido a que es difícil encajar asignaturas que tengan optativas con otras que sean libres.

Otra dificultad que está relacionada con los proyectos STEAM es el espacio. Probablemente sea el primer requisito necesario para llevar a cabo este tipo de aprendizaje, ya que además de disponer de uno, este debe cumplir con una serie de características como: ser un aula amplia, que disponga de distintas áreas de trabajo que permita la libre circulación de los alumnos, dependiendo del tipo de proyecto debe estar equipado con los materiales y herramientas que necesiten los alumnos, etc. Por estas razones, no todos los centros cuentan con este tipo de espacios y como consecuencia, no pueden adaptar el proyecto a las condiciones que les exige.

Por último, como se ha mencionado anteriormente, otras de las dificultades que exigen los proyectos son las relacionadas con la economía. En el espacio de trabajo se tiene que disponer de materiales como maderas, pinturas, cartones, hierros, etc., y otras herramientas como sierras, martillos, reglas, etc., los cuales pueden estar a disposición del centro educativo, pero en su mayoría deben de ser comprados. Debido a esto último, dependiendo del proyecto, el desembolso

económico puede ser bastante considerable tanto en la planificación como durante los imprevistos que pueda haber durante la realización del proyecto. Normalmente, los proyectos dirigidos a alumnos pertenecientes a cursos tempranos suelen ser más fáciles y como consecuencia el desembolso es menor, sin embargo, en los cursos más avanzados al ser más complejos y durar más, el desembolso es mayor.

1.4.4 Aprendizaje cooperativo

El aprendizaje cooperativo se define como el uso didáctico de grupos heterogéneos en cuanto a rendimiento y capacidad cognitiva en donde los alumnos realizan trabajos grupales con el objetivo de aumentar su aprendizaje y el de los compañeros. Este tipo de metodología permite que los estudiantes puedan trabajar en grupo para lograr un objetivo común que debe ser conseguido por todos los miembros del equipo.

La implantación de este tipo de aprendizaje en aula se realiza mediante grupos preferiblemente heterogéneos donde se fomente la ayuda entre los miembros del grupo mejorando el rendimiento de cada uno de ellos y aumentando tanto el desarrollo cognitivo como el desarrollo social. En esta metodología, el profesor realiza una división de tareas por cada grupo asignando diferentes roles donde cada alumno se responsabiliza de una parte de la tarea (Sans, 2019).

Según Pujolás Maset (citado en Sans, 2019), el aprendizaje cooperativo permite que los alumnos puedan desarrollar ciertas habilidades como:

- Buscar, seleccionar, analizar, organizar y valorar información
- Resumir las ideas y conceptos más importantes de la información disponible.
- Comprender conceptos fundamentales con un determinado nivel de abstracción.
- Poner en práctica los conocimientos teóricos en situaciones cotidianas, resolviendo de manera creativa los problemas.
- Mejorar la competencia lingüística tanto oral como escrita.
- Desarrollar habilidades sociales mediante la asignación de roles, resolución de conflictos, alcance de acuerdos, trabajo en equipo, debates, etc.
- Gestión del tiempo, espacios y buena organización de las tareas.

Al igual que el aprendizaje basado en proyectos, el aprendizaje cooperativo tiene ciertas limitaciones o condicionantes dentro del aula. En primer lugar, los alumnos deben tener predisposición para ayudarse entre ellos, es decir, se requiere la existencia de grupos cohesionados, donde haya un buen ambiente de clase, interacciones alumno-alumno y profesor-

alumno, etc. Por estas razones, el aprendizaje cooperativo se basa en principios de interdependencia y responsabilidad individual.

2. MARCO METODOLÓGICO

2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

La principal finalidad de la investigación de este trabajo no es la acumulación de conocimientos sobre la enseñanza-aprendizaje, o la comprensión de la realidad educativa, sino, fundamentalmente, aportar información que guíe la toma de decisiones y los procesos de innovación y cambio para la mejora de la misma; por tanto, se trata de una investigación cualitativa. En este tipo de investigación se busca explorar un conocimiento específico para mejorar la práctica, en vez de generar conocimientos sobre ella.

La investigación que se lleva a cabo en el presente trabajo está basada en el diseño. Este tipo de investigación se caracteriza por la realización de diseños de materiales educativos (p.ej., herramientas informáticas, actividades de aprendizaje, etc.), la cual es una parte esencial de la investigación (Bakker et al., 2014). Se caracteriza por ser un proceso que integra diseño y métodos científicos para generar materiales educativos útiles.

La investigación basada en el diseño suele ser intervencionista y abierta, implicando un proceso reflexivo, y a veces cíclico, cuyo objetivo es unificar la teoría y la práctica (Opie et al., 2004). En este trabajo el tipo de teoría involucrada en la investigación educativa se asocia a un marco para la acción, es decir, al diseño de actividades para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas.

Las principales características de este tipo de investigación basada en el diseño son las siguientes:

1. Desarrollar teorías sobre el aprendizaje y diseñar actividades para mejorar ese aprendizaje.
2. Los métodos investigativos se llevan a cabo en las escuelas, aumentando el rendimiento de los diseños realizados.
3. Tiene componentes prospectivos y reflexivos, es decir, los investigadores confrontan conjeturas sobre el aprendizaje real que han observado.
4. Tiene naturaleza cíclica, es decir, al generarse múltiples conjeturas estas tienen que pasar por un proceso cíclico iterativo donde cada ciclo está formado por cuatro fases.
5. Aunque se desarrolle la teoría en un dominio específico tiene que ser aplicado en diferentes contextos, por ejemplo, las aulas de distintos colegios, ciudades, países, etc.

Para definir las fases de la investigación basada en el diseño se tiene en cuenta el instrumento llamado “Trayectoria Hipotética de Aprendizaje” (Simon et al., 1995), el cual es muy útil para

manejar la brecha entre una teoría de instrucción y un experimento de enseñanza concreto (Bakker et al., 2014). Las fases principales que constituyen la investigación basada en el diseño son: preparación y diseño, experimento didáctico y, por último, análisis retrospectivo.

Como se ha mencionado anteriormente la investigación de este trabajo está enfocada al diseño de actividades para mejorar el aprendizaje de las Matemáticas. De las anteriores fases descritas, en el presente trabajo solamente se realiza la fase de preparación y diseño, esto se debe a que las actividades no se han implementado en su totalidad, aunque si alguna de ellas, en el aula y como consecuencia no se puede realizar un análisis retrospectivo de las mismas.

2.2 CONTEXTO DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se inicia en el centro “San José Jesuitas” situado en la localidad de Valladolid, concretamente en la Plaza Colegio de Santa Cruz. Es un colegio concertado marcado por la tradición educativa de la Compañía de Jesús basada en la integración y en la enseñanza del reto de la fe, la justicia, la cultura y el diálogo interreligioso.

Este colegio tiene una oferta educativa que abarca todas las etapas desde la Escuela Infantil hasta Bachillerato. Sin embargo, el contexto de la investigación se va a llevar a cabo en la etapa de Secundaria, concretamente en tres de los cuatro grupos que conforma el nivel de 4º de ESO. Dichos grupos: 4º de ESO A, 4º de ESO B y 4º de ESO C, pertenecen a la modalidad de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas; es decir, la mayoría de los alumnos pertenecientes a estas clases tienen en mente cursar Bachillerato de diferentes modalidades.

Los recursos materiales de los que dispone el colegio en los cursos de esta etapa son (Colegio San José et al, 2022):

1. Aulas equipadas con proyectores LED, wifi, ordenador, audio.
2. Instalaciones deportivas: tres canchas multideporte, dos canchas transversales, dos salas polivalentes y canchas exteriores.
3. Laboratorios de Física, Química, Biología y Geología e Idiomas.
4. Aulas específicas para determinados usos: multimedia, dibujo, desdoblados y de apoyo.

Algunos de los recursos anteriormente mencionados se utilizarán tanto para la investigación como para la propuesta de actividades diseñadas al final de la misma. Por último, los alumnos que participaron en la investigación del presente trabajo se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2*Número de participantes de cada clase*

Clase	N.º de Participantes
<i>4º de ESO A</i>	24 alumnos
<i>4º de ESO B</i>	29 alumnos
<i>4º de ESO C</i>	28 alumnos

Nota. Elaboración propia

2.3 PREPARACIÓN Y DISEÑO

Para realizar una correcta planificación y diseño de actividades con un enfoque STEAM que puedan ayudar a los alumnos al aprendizaje significativo del bloque de funciones, se ha tenido en cuenta:

1. La información aportada en el marco teórico acerca de las distintas características que definen la educación STEAM y las principales metodologías que emplea este tipo de educación.
2. La información aportada a partir del análisis de resultados de dos cuestionarios, diseñados e implementados en el aula.

A continuación, se desarrollan dichos cuestionarios con la finalidad de realizar un estudio sobre aspectos relacionados con la educación STEAM, conocimientos y habilidades matemáticas y, por último, sentimientos y emociones que suscitan las matemáticas en los alumnos.

2.3.1 Diseño de los cuestionarios

Estos cuestionarios se han llevado a cabo para conocer, por un lado, los conocimientos y habilidades que tienen los alumnos sobre las funciones; es decir, si saben representar correctamente sus gráficas correspondientes, relacionar conceptos matemáticos, detectar relaciones entre problemas similares y, saber interpretar los resultados. Y por el otro, conocer el dominio afectivo que tienen los alumnos hacia las Matemáticas; es decir, su actitud ante la resolución de problemas, la motivación que les suscita los contenidos que aprenden y la utilidad que ven en esos contenidos.

Diseño del cuestionario 1

Como se ha mencionado antes, con el primer cuestionario se quiere saber qué nivel de conocimientos tienen sobre las funciones y qué nivel de competencias STEAM tienen los

alumnos. Los problemas que se les plantean giran en torno al epostracismo o también llamada “piedra saltarina”, es decir, al fenómeno de los saltos que realiza una piedra en la superficie del agua cuando esta es lanzada por una persona. A continuación, se explica qué indicadores miden cada uno de los problemas.

La primera pregunta (*ver Figura 3*) trata de saber cómo los alumnos esbozan una gráfica que relacione la altura de la piedra en cada momento de los saltos con respecto al agua, es decir, se busca que los alumnos sean capaces de matematizar, en este caso, representar un modelo real de manera simplificada.

Figura 3

Primera pregunta del cuestionario 1

1. ¿Cómo piensas que será el gráfico de la altura de la piedra en los sucesivos rebotes con respecto al tiempo? Haz un esbozo de esta gráfica.

Fuente: Elaboración propia.

La segunda pregunta (*ver Figura 4*) trata de enfatizar el aspecto matemático, es decir, los alumnos tienen que ser capaces de identificar las características de la función que han dibujado en la pregunta anterior y según esas características saber a qué familia de curvas pertenece, eligiendo una de las opciones que se les propone (función inversa, función polinómica de grado 1, función polinómica de grado 2 y función polinómica de grado 3). La finalidad de esta pregunta es saber si los alumnos logran conectar una situación real, con una representación gráfica y clasificarla en un tipo de familia de funciones; es decir, si son capaces de conectar conocimientos reales, gráficos, algebraicos y analíticos.

Figura 4

Segunda pregunta del cuestionario 1

2. ¿A qué familia de funciones corresponde la gráfica que has dibujado en la pregunta anterior? Justifica tu respuesta.

- a) $y=k/x$
- b) $y=ax+b$
- c) $y=ax^2+bx+c$
- d) $y=ax^3+bx^2+cx+d$

Fuente: Elaboración propia.

La tercera pregunta (*ver Figura 5*) está diseñada para que los alumnos tomen iniciativa y decisión durante la resolución del problema, explicando los cambios que se producen en la gráfica como consecuencia de sus propias decisiones. El objetivo de esta pregunta es que los estudiantes sean

los protagonistas situando en la imagen que se les facilita los ejes de coordenadas y fomentar la justificación de las conclusiones obtenidas (ver A.1 CUESTIONARIO FICHA 1).

Figura 5

Tercera pregunta del cuestionario 1

3. En la Figura 1 se han situado los ejes en el suelo. Señala en la Figura 2, dónde situarías los ejes de coordenadas y razona cómo cambiaría la gráfica, esbózala.

Fuente: Elaboración propia.

La cuarta pregunta (ver Figura 6) es similar a la primera, pero con una mayor dificultad. En esta pregunta se pide que esbozen una gráfica de la distancia que recorre la piedra con respecto al tiempo. La dificultad reside en que los alumnos sepan relacionar conceptos matemáticos de física con los correspondientes matemáticos para realizar un correcto dibujo de la gráfica.

Figura 6

Cuarta pregunta del cuestionario 1

4. ¿La distancia que recorre la piedra varía o se mantiene constante con los sucesivos rebotes? Esboza la gráfica de la distancia que recorre la piedra con respecto al tiempo y justifícalo.

Fuente: Elaboración propia.

En la quinta pregunta (ver Figura 7) se pretende que los alumnos establezcan relaciones gráficas entre el epostracismo y otro juego, deporte o situación de la vida cotidiana que tengan gráficas parecidas. Se quiere conseguir que los estudiantes se fijen en características tanto matemáticas como físicas del fenómeno del epostracismo y sepan extrapolarlas a otro contexto.

Figura 7

Quinta pregunta del cuestionario 1

5. Piensa en otro juego, deporte o situación de la vida cotidiana que sea similar al juego de la piedra saltarina y que describa gráficas parecidas a las de los apartados 1 y 4.

Fuente: Elaboración propia.

Por último, en la sexta pregunta (ver Figura 8) se pretende que los alumnos sepan relacionar problemas similares, en este caso cambiando como dato la masa de la piedra. También, al responder a las anteriores preguntas se quiere ver si en esta última los estudiantes son capaces de modelizar el problema y ver qué cambios sufre ese modelo variando los datos a otras situaciones particulares.

Figura 8

Sexta pregunta del cuestionario 1

6. Ahora, imagina que jugamos con una piedra más pesada que no rebota tanto, ¿Qué cambios se producirían en las gráficas? ¿Y si jugáramos con una piedra más ligera? Justifica tus respuestas.

Fuente: Elaboración propia.

A continuación, en la *Tabla 3*, se muestra un resumen con los indicadores relacionados con cada problema:

Tabla 3

Indicadores correspondientes a cada problema

Pregunta	Indicadores
1° Pregunta	Representar correctamente una gráfica, dada una situación real concreta.
2° Pregunta	Elegir adecuadamente las notaciones matemáticas de una situación real concreta. Coherencia entre la función de la gráfica de la pregunta anterior y el tipo de familia al que pertenece.
3° Pregunta	Representar correctamente una gráfica, dada una situación real concreta. Motivación y capacidad para tomar decisiones, desarrollando confianza en uno mismo.
4° Pregunta	Relacionar correctamente conceptos matemáticos con otros físicos, sabiéndolo poner en práctica. Ser capaz de establecer procedimientos lógicos.
5° Pregunta	Detectar relaciones entre problemas similares o análogos, es decir, enunciar un problema y establecer relaciones que permitan resolverlo. Saber interpretar resultados matemáticos en un contexto diferente a éste.
6° Pregunta	Saber relacionar problemas similares desde diferentes perspectivas, variando los datos. Generalizar soluciones que han sido desarrolladas a partir de una situación concreta.

Nota. Elaboración propia

Diseño del cuestionario 2

Con el cuestionario 2, como se ha mencionado anteriormente, se quiere saber qué sentimientos les producen las Matemáticas a los alumnos, qué utilidad perciben, qué relación ven en el colegio entre las Matemáticas y otras asignaturas, etc. Las preguntas abiertas que se les plantean giran en torno a ciertas categorías afectivas. A continuación, se explica a qué categorías y subcategorías corresponden cada una de las preguntas de las que está formada el segundo cuestionario.

La primera pregunta está diseñada para conocer si los problemas planteados en el cuestionario 2 sirven para llamar la atención del estudiante y si fomentan una actitud positiva hacia la resolución o incluso, un cambio de actitud negativa, si la hubiera. Por lo tanto, con esta pregunta se quiere averiguar la actitud y la intencionalidad que tiene el alumno ante problemas que le supongan retos. De esta manera, dependiendo de las respuestas, se pueden proponer actividades que se asemejen a las del primer cuestionario.

Figura 9

Primera pregunta del cuestionario 2

1. ¿Te ha resultado interesante la actividad anterior?

Fuente: Elaboración propia.

La segunda pregunta está diseñada para conocer la creencia que tiene el alumno sobre las Matemáticas, es decir, qué opinión tiene sobre ellas, qué sentimientos le suscita, etc. Para asegurar que los alumnos son sinceros en las respuestas, es necesario remarcarles que no van a ser juzgados o calificados en función de sus respuestas, sino que las mismas sirven para adecuar la enseñanza de las Matemáticas a sus intereses y así mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje.

Figura 10

Segunda pregunta del cuestionario 2

2. ¿Qué son para ti las Matemáticas?

Fuente: Elaboración propia.

La tercera pregunta se centra concretamente en la motivación. Esto se debe a que es fundamental que los alumnos se sientan motivados en clase, ya que es la única manera de que mejoren su aprendizaje y se sientan partícipes del mismo. Al igual que la anterior pregunta, para que la respuesta sea útil es necesario dar confianza a los alumnos y transmitirles la importancia de que sean transparentes con sus respuestas.

Figura 11

Tercera pregunta del cuestionario 2

3. ¿Te sientes motivado en clase de Matemáticas?

Fuente: Elaboración propia.

Al igual que en la segunda pregunta, la cuarta está diseñada para conocer la creencia del alumno, pero en este caso, sobre la utilidad de las Matemáticas en la vida cotidiana. Se pretende saber en qué situaciones los alumnos creen que las pueden aplicar, en cuáles realmente las aplican, si son conscientes de que deberían emplear más las Matemáticas o si por el contrario, consideran que solo las necesitan para momentos puntuales.

Figura 12

Cuarta pregunta del cuestionario 2

4. ¿Crees que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida cotidiana? Escribe en qué situación las empleas.

Fuente: Elaboración propia.

La quinta pregunta se ha diseñado, para saber qué conocimientos generales tienen los alumnos sobre las Matemáticas. Si en los anteriores cursos han aprendido significativamente, sabrán poner ejemplos donde las Matemáticas se apliquen en otras asignaturas como Tecnología, Biología, Economía, etc., y su puesta en práctica en trabajos relacionados con la Ingeniería, Salud, etc.

Figura 13

Quinta pregunta del cuestionario 2

5. ¿Sabrías poner un ejemplo donde se aplique las Matemáticas en otras asignaturas como Tecnología, Biología, Economía, Educación Física, etc.? ¿Y en trabajos relacionados con la Ingeniería, Sanidad y otras ramas de las Ciencias?

Fuente: Elaboración propia.

Por último, la sexta pregunta está diseñada concretamente para saber si los alumnos conocen lo que es la educación STEAM. Las respuestas que se den a esta pregunta sirven para posteriormente diseñar propuestas de actividades que les sean atractivas.

Figura 14

Sexta pregunta del cuestionario 2

6. ¿Has oído hablar sobre la educación STEAM? ¿Sabrías decir en qué consiste?

Fuente: Elaboración propia

A continuación, en la Tabla 4 se muestra un resumen con las categorías en las que se clasifican las preguntas abiertas del cuestionario 2.

Tabla 4

Descripciones del dominio afectivo en Matemáticas

Categoría	Subcategoría	Pregunta
<i>Actitud</i>	Intencional	P1. “¿Te ha resultado interesante la anterior actividad?”
	Acerca de uno mismo como aprendiz de las Matemáticas	P2. “¿Qué son para ti las Matemáticas?”
<i>Creencia</i>	Acerca de la utilidad de las Matemáticas	P4. “¿Crees que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida cotidiana?”
	Motivación	P3. “¿Te sientes motivado en clase de Matemáticas?”
<i>Emoción</i>	Acerca de la relación de las Matemáticas con otras asignaturas, trabajos, etc.	P5. “¿Sabrías poner un ejemplo donde se aplica las Matemáticas en otras asignaturas como Tecnología, Biología, etc.? ¿Y en trabajos relacionados con Ingeniería, Sanidad, y otras ramas de las Ciencias?”
	Acerca de la educación STEAM	P6. ¿Has oído hablar sobre la educación STEAM?

Nota. Elaboración propia

2.3.2 Implementación de los cuestionarios

En esta fase se detalla cómo se llevó a cabo la cumplimentación de los cuestionarios por parte de los alumnos en el aula y qué instrucciones e información dio el investigador a los participantes. En primer lugar, la realización de ambos cuestionarios en tres clases de cuarto de Secundaria tuvo lugar en el mismo día y en su correspondiente período dentro del horario lectivo. También, se

desarrolló en el aula habitual de Matemáticas. El tiempo aproximado que se dio a cada participante fue de 55 minutos.

Antes de realizar el cuestionario, el docente informó a los participantes de los siguientes aspectos:

1. La identidad de los participantes no iba a ser revelada ni durante el estudio ni posterior a él.
2. La información de cada participante no se iba a facilitar a nadie más.
3. No se penaliza en caso de que no se quisiera realizar el cuestionario.
4. Se les informó sobre el objetivo de la investigación.

Previo a las respuestas del cuestionario por parte de los alumnos, el investigador informó verbalmente sobre las instrucciones para poder responder correctamente. A continuación, durante la realización del mismo, el investigador proporcionó un clima de confianza y respeto, asegurando la mayor fiabilidad en la recogida de datos. Además, durante el experimento didáctico se respetó a cada participante por igual, evitando conductas inapropiadas.

2.3.3 Análisis de los resultados

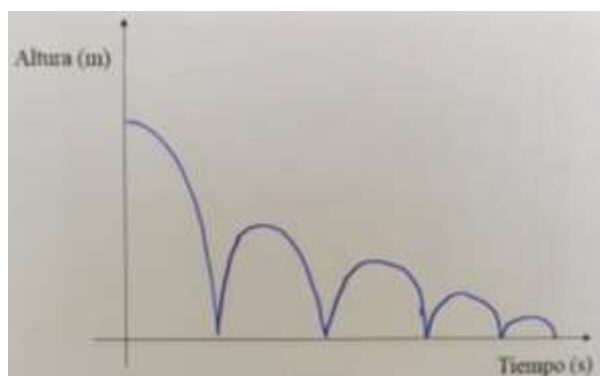
En esta fase, se realiza un análisis de cada una de las respuestas de los dos cuestionarios con la finalidad de identificar, por un lado, cuáles son las dificultades que tienen los alumnos en el aprendizaje de las funciones y por el otro, su motivación, interés y percepción de las Matemáticas. El análisis finaliza con una reflexión final sobre los resultados obtenidos como punto de partida y aportaciones para poder realizar un buen diseño de actividades basadas en la educación STEAM.

Análisis de los resultados del cuestionario 1

Para saber en qué medida los alumnos han respondido a la primera pregunta relacionada con el esbozo de una gráfica que relacionase la altura de la piedra con respecto al tiempo, se ha realizado un análisis del total de alumnos de cuarto de Secundaria (*ver Tabla 5*).

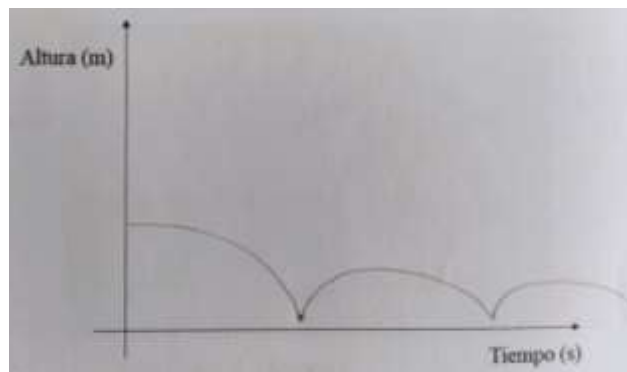
Se puede afirmar que el 79,27 % de los estudiantes dieron una respuesta acertada debido a que esbozaron la gráfica como un conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo las cuales comienzan desde una determinada altura y cuya altura va decreciendo a medida que pasa el tiempo, llegando la piedra a hundirse en el fondo del río. Entre las respuestas consideradas como válidas, se han categorizado tres maneras de representarlas:

- Del total de alumnos que acertaron la respuesta, 43 de ellos (84,84%) dibujaron el conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo tocando el eje de abscisas, situando este eje al nivel del agua, es decir, donde la piedra rebota (*ver Figura 15*).

Figura 15*Esbozo correcto de la gráfica altura-tiempo*

Fuente: Elaboración propia.

- 6 alumnos (12,31%) representaron el conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo sin tocar el eje de abscisas, es decir, situaron dicho eje por encima del nivel del agua dónde rebota la piedra (*ver Figura 16*).

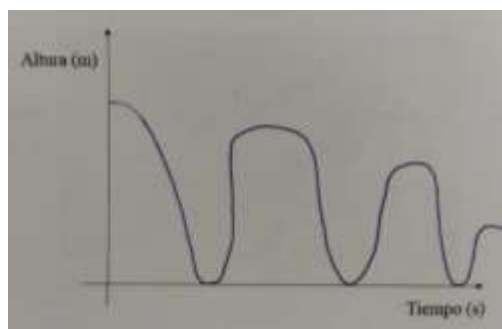
Figura 16*Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo I*

Fuente: Elaboración propia.

- Por último, 3 alumnos (6,15%) representaron el conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo, con la particularidad de que esbozaron una pequeña curva en el eje de abscisas, es decir, entendieron que la piedra permanecía durante un breve tiempo a nivel del agua, avanzando una pequeña distancia antes de salir rebotada (*ver Figura 17*).

Figura 17

Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo II



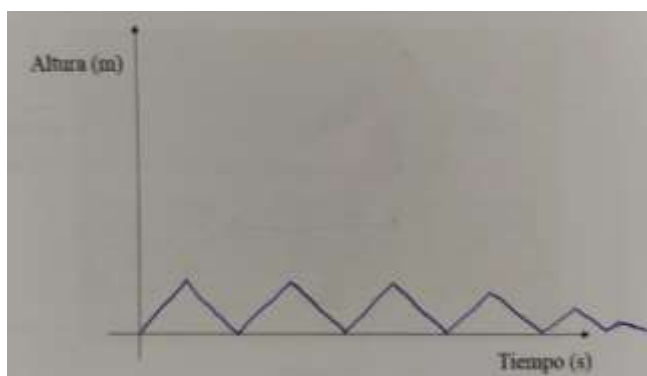
Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, el 19,51 % del total de alumnos de cuarto de Secundaria, esbozó la gráfica erróneamente, distinguiendo principalmente dos tipos de errores:

- El error más común que cometieron 11 alumnos (68,75% del total de errores) está relacionado con esbozar la gráfica como un conjunto de rectas (ver *Figura 18*), es decir, en lugar de describir la trayectoria de la piedra mediante gráficas de funciones cuadráticas, la describieron como funciones lineales definidas a trozos. En dicho esbozo, los diferentes trozos de rectas empiezan desde una determinada altura y descienden con una pendiente negativa hasta tocar con el eje de abscisas. A continuación, rebota trazando un segmento con pendiente positiva que asciende hasta una altura menor que la anterior. Este proceso se repite de manera continua

Figura 18

Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo III



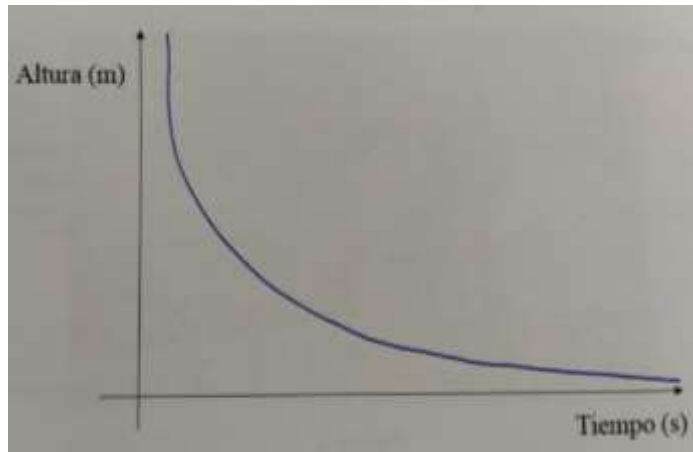
Fuente: Elaboración propia.

- El segundo error cometido por 5 alumnos (31,25% del total de errores) está relacionado con el esbozo en la gráfica de una función de proporcionalidad inversa (ver *Figura 19*),.

la cual empieza desde una determinada altura y va disminuyendo hasta tocar con el eje de abscisas.

Figura 19

Esbozo erróneo de la gráfica altura-tiempo IV

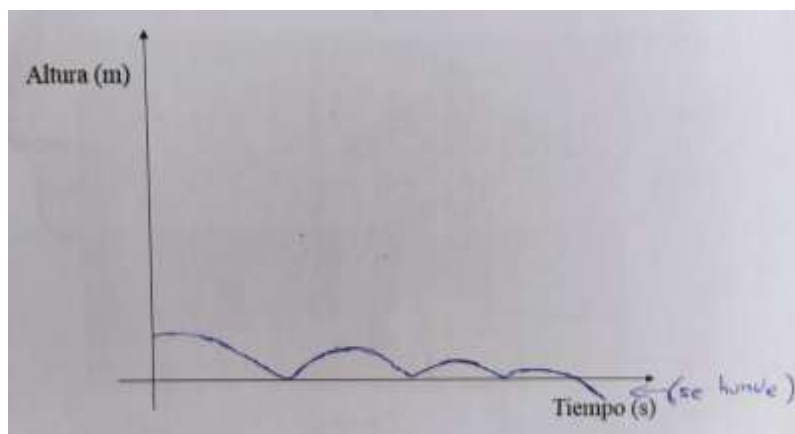


Fuente: Elaboración propia.

Durante la resolución de la cuestión, algunos alumnos preguntaron acerca de la profundidad del río o la correspondencia del eje de abscisas con la profundidad del mismo, sin embargo, el investigador no facilitó ningún dato. En total, 5 alumnos esbozaron la gráfica por debajo del eje de abscisas con la misma pendiente, suponiendo que la piedra descendía hasta tocar el fondo.

Figura 20

Esbozo de la gráfica por debajo del eje de abscisas



Fuente: Elaboración propia.

Tabla 5*Gráfico de la altura de la piedra en los sucesivos rebotes*

Respuesta			
alumno	Frecuencia	Porcentaje	Casos
<i>Acierto</i>	64	79 %	54 alumnos esbozaron ramas hacia abajo tocando el eje de abscisas 8 alumnos esbozaron ramas hacia abajo sin tocar el eje de abscisas 2 alumnos esbozaron ramas que tocan el eje de abscisas en un intervalos 3 alumnos esbozaron un conjunto de rectas 13 alumnos esbozaron una gráfica de proporcionalidad inversa
<i>No Acierto</i>	16	19,75 %	
<i>Sin respuesta</i>	1	1,25 %	

Nota. Elaboración propia

Como se ha mencionado anteriormente en la *Tabla 3*, el indicador de esta pregunta estaba relacionado con la capacidad que tenían los alumnos para modelizar un ejemplo de la vida real, en este caso un juego, sabiendo representar gráficamente una situación. Realizando el análisis de los resultados, se ha comprobado que, aunque haya habido alumnos que no hayan sabido responder o que han respondido mal a la pregunta esbozando gráficas con funciones incorrectas, la mayoría de ellos (79,27 %) han respondido correctamente, cumpliendo con el indicador que se había establecido anteriormente.

A continuación, se realiza el análisis de la siguiente pregunta para saber si los alumnos han sido capaces de responder coherentemente, identificando a qué familia correspondía la función esbozada en la anterior pregunta.

En la mayoría del alumnado las concordaban con su respuesta a la pregunta anterior, sin embargo, menos de un tercio de los estudiantes tuvieron más problemas para responder a dicha cuestión. Continuando con el análisis (*ver Tabla*), del total de alumnos de Secundaria, se puede afirmar que el 72,84 % dieron una respuesta acorde con la anterior pregunta, es decir, las respuestas que dieron fueron las siguientes:

- Del total de alumnos que fueron coherentes con la respuesta, 5 de ellos (8,47%) eligieron la opción $y=ax+b$ debido a que en la anterior pregunta dibujaron un conjunto de rectas.

- 52 alumnos (88,14%) eligieron la opción $y=ax^2+bx+c$ debido a que en la anterior pregunta dibujaron un conjunto de parábolas.
- Por último, 2 alumnos (3,39%) eligieron la opción $y=k/x$ debido a que en la anterior pregunta dibujaron una función de proporcionalidad inversa.

Aunque un gran número de alumnos respondieron coherentemente, hubo también alumnos que no supieron responder a la pregunta (17,28%) o que respondieron de manera incoherente (9,88%).

Dentro de este último caso se pueden encontrar una gran variedad de respuestas las cuales fueron:

- 3 alumnos (37,5 %) eligieron la opción $y=ax+b$ no habiendo dibujado rectas en la anterior pregunta sino un conjunto de parábolas decrecientes.
- 2 alumnos (25%) eligieron la opción $y=ax^2+bx+c$ no habiendo dibujado parábolas en la anterior pregunta sino un conjunto de funciones lineales a trozos crecientes y decrecientes.
- 1 alumno (12%) eligió la opción $y=ax^3+bx^2+cx+d$ no habiendo dibujado parábolas decrecientes.
- 2 alumnos (25%) eligieron la opción $y=k/x$ no habiendo dibujado funciones de proporcionalidad inversa en la anterior pregunta, sino un conjunto de parábolas decrecientes.

Tabla 6

Familia de funciones correspondientes al gráfico de la anterior pregunta

Respuesta			
alumno	Frecuencia	Porcentaje	Casos
<i>Concuerta</i>	59	72,84%	5 alumnos eligieron $y=ax+b$ dibujando rectas 52 alumnos eligieron $y=ax^2+bx+c$ dibujando parábolas 2 alumnos eligieron $y=k/x$ dibujando una función de proporcionalidad inversa
<i>No concuerda</i>	8	9,88 %	3 alumnos eligieron $y=ax+b$ no dibujando rectas 2 alumnos eligieron $y=ax^2+bx+c$ no dibujando parábolas 1 alumno eligió $y=ax^3+bx^2+cx+d$ y dibujó hipérbolas

2 alumnos eligieron $y=k/x$ no dibujando funciones de proporcionalidad inversa

Sin

respuesta 14 17,28 %

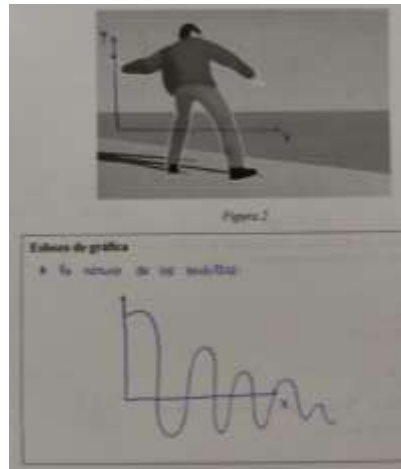
Nota. Elaboración propia

Como se ha mencionado anteriormente en la *Tabla 3*, los indicadores de esta pregunta estaban relacionados por un lado, con la elección adecuada de las notaciones matemáticas de una situación real concreta y, por el otro, con demostrar coherencia entre la función de la gráfica de la pregunta anterior y el tipo de familia al que pertenece. Tras el análisis de los resultados, se ha comprobado que la mayoría de los alumnos (72,84%) fueron coherentes con el esbozo de la anterior pregunta, cumpliendo por tanto con el indicador relacionado con saber demostrar coherencia en las respuestas.

Sin embargo, del total de alumnos de Secundaria, hubo 52 alumnos (64,20%) que además de cumplir con el anterior indicador también cumplieron con el otro, eligiendo adecuadamente la notación matemática a partir de dicha situación concreta sobre el epostracismo. Por otro lado, hay bastantes estudiantes (27,16%) que bien no saben responder a la pregunta o cuya respuesta es incorrecta. Esto indica que, o bien no saben realizar notaciones científicas a partir del dibujo de una gráfica, o bien no conocen las características de los tipos de funciones.

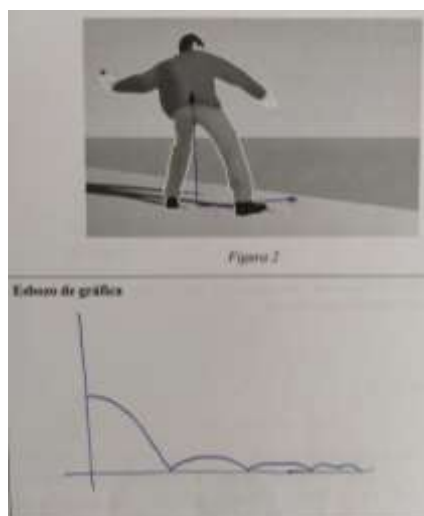
Continuando con el análisis de resultados del primer cuestionario, a continuación, se realiza una comparación entre los estudiantes para saber cómo han situado los ejes de coordenadas en el dibujo que se les facilitaba. Realizando el análisis (*ver Tabla 7*), del total de alumnos de Secundaria, se pueden observar distintas respuestas según el sitio donde situaron los ejes de coordenadas:

- El 13,58% trasladó el eje de ordenadas hasta el punto medio de la piedra y el eje de abscisas por encima del nivel del agua, es decir, hicieron un traslado del eje de abscisas, en la mayoría de casos a la altura de las rodillas o bien a la altura de la cintura. Los alumnos fueron capaces de esbozar correctamente la gráfica según la nueva situación de los ejes, dibujando la mayoría de ellos el conjunto de parábolas con ramas decrecientes con parte de su recorrido con valores negativos (*ver Figura 21*).

Figura 21*Traslado eje de abscisas*

Fuente: Elaboración propia.

- El 22,22% de los alumnos situaron los nuevos ejes de coordenadas en la persona. En la mayoría de casos se trasladó el eje de ordenadas hasta el eje de simetría de la persona de la foto y el eje de abscisas a la altura de las rodillas o bien de la cintura (ver Figura 22). En este caso, la coherencia entre la situación de los ejes y los cambios que esbozaron en la gráfica no fue del todo buena. El 27,5% de los alumnos, aunque trasladasen el eje de ordenadas en el eje de simetría de la persona y mantuvieran el eje de abscisas a la altura del agua, no consideraron el recorrido de valores negativos de la variable independiente.

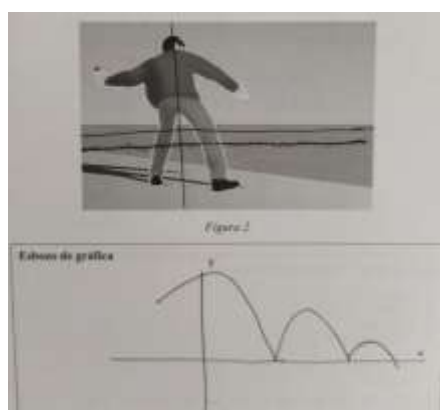
Figura 22*Traslado eje de coordenadas en la persona*

Fuente: Elaboración propia.

También el 70% de los alumnos, aunque trasladasen el eje de ordenadas hasta el eje de simetría de la persona y el eje de abscisas hasta la altura de las rodillas o de la cintura (ver *Figura 23*), no dibujaron en la gráfica valores negativos de las variables independiente y/o dependiente.

Figura 23

Traslado eje de coordenadas en la persona II

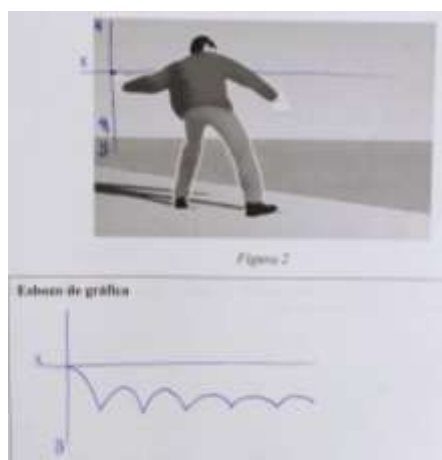


Fuente: Elaboración propia.

- El 23,46% de los alumnos situaron el origen de los ejes de coordenadas en el punto medio de la piedra. En este caso, la coherencia entre la situación de los ejes y los cambios en la gráfica fue bastante buena debido a que el 89,47% de los alumnos razonaron correctamente que la altura de la piedra pasaría a ser negativa (ver *Figura 24*). Un 10,53% dibujó la misma gráfica altura-tiempo que respondió en la primera pregunta).

Figura 24

Desplazamiento del origen de coordenadas hasta la piedra

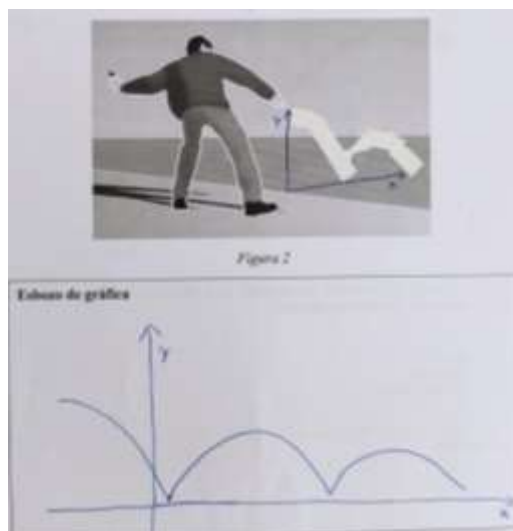


Fuente: Elaboración propia.

- El 8,64% trasladó el origen de coordenadas hasta la orilla del río (ver Figura 25). Un 42,86% de los alumnos fueron coherentes con la gráfica que habían dibujado con esta posición de los ejes, sin embargo, un 57,14% de los alumnos, pese a dibujar el conjunto de parábolas con las ramas hacia abajo tocando el eje de abscisas, no dibujaron la parte negativa de la variable independiente de la función.

Figura 25

Desplazamiento del origen de los ejes de coordenadas hasta la orilla



Fuente: Elaboración propia.

- Por último, el 32,10% de los estudiantes no supieron contestar a la pregunta, bien porque no entendían lo que se les pedía o bien porque no sabían esbozar la gráfica en función de la nueva ubicación de los ejes de coordenadas.

Tabla 7

Situación de los ejes de coordenadas

Respuesta

alumno	Frecuencia	Porcentaje	Casos
<i>Traslado del eje de ordenadas hasta el punto medio de la piedra y el eje de abscisas por</i>	11	13,58 %	

CAPÍTULO II

<i>encima del nivel del agua</i>			
<i>Traslado del eje de abscisas hasta el eje de simetría de la persona y del eje de abscisas a la altura de las rodillas</i>	18	22,22 %	10 alumnos situaron el eje de ordenadas en el tronco de la persona y el eje de abscisas al nivel de las rodillas o la cintura
<i>Desplazamiento del origen de los ejes de coordenadas hasta el punto medio de la piedra</i>	19	23,46 %	8 alumnos situaron el eje de ordenadas en el tronco de la persona y el eje de abscisas al nivel del agua
<i>Desplazamiento del origen de los ejes coordenadas en la orilla del río</i>	7	8,46 %	
<i>Sin respuesta</i>	26	32,10 %	

Nota. Elaboración propia

En la *Tabla 3* se mencionaron los indicadores de esta pregunta, los cuales eran: saber representar correctamente una gráfica dada una situación real concreta y mostrar motivación y capacidad para tomar decisiones, desarrollando confianza en uno mismo. Con respecto a este último aspecto, se puede comprobar que un 71,87% de los alumnos respondieron a la pregunta independientemente de si sus respuestas fueron válidas o no, esto indica que la mayoría de los alumnos se sintieron motivados y demostraron confianza para resolver la pregunta a partir de su propia toma de decisiones.

En cuanto a saber representar correctamente una gráfica, la gran mayoría de los alumnos (74%) esbozaron correctamente las gráficas según la posición de los ejes de coordenadas. Sin embargo, casi un tercio del alumnado tuvo problemas de comprensión entre la relación que tiene la posición de los ejes de coordenadas y el esbozo de la gráfica. Esos errores se dieron principalmente al no

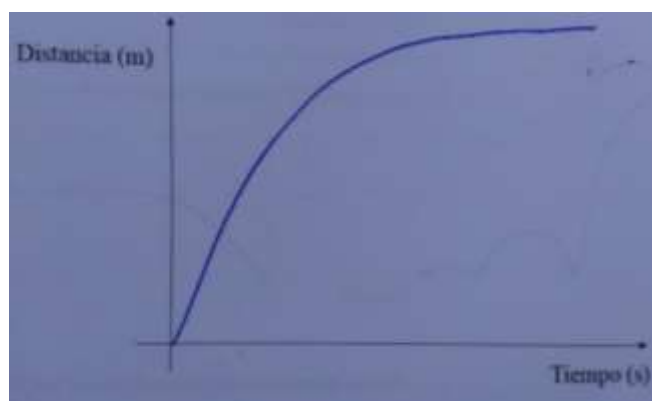
dibujar valores negativos de la variable dependiente y/o independiente al trasladar los ejes bien en la persona o bien en la orilla, es decir, el dominio y recorrido de valores negativos supone una dificultad añadida para ciertos alumnos. Además, se observa como en los resultados de las tres clases de cuarto no se ha seguido ningún patrón de respuesta, habiendo una gran variedad de ellas dentro de cada grupo.

La siguiente pregunta del primer cuestionario sirve para conocer cómo los alumnos establecen procedimientos lógicos mediante la relación entre la distancia horizontal que recorre la piedra respecto al tiempo. Siguiendo con el análisis de las respuestas (*Ver Tabla 8*), del total de alumnos de Secundaria:

- El 55,56 % de los estudiantes esbozaron una gráfica la cual corresponde a una función creciente en los primeros instantes del tiempo pero que se mantiene constante a partir de un determinado momento. En la *Figura 26* se puede observar la respuesta de un alumno que esbozó este tipo de gráfica.

Figura 26

Gráfica con la distancia constante

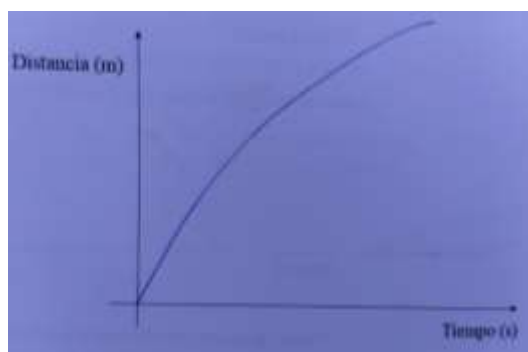


Fuente: Elaboración propia

- Por otro lado, el 24,69 % de los alumnos respondieron esbozando una gráfica cuya función crece constantemente, definiendo una parábola (*ver Figura 27*) o una línea recta. Los alumnos no llegaron a la conclusión de que una vez que la piedra llega al fondo del río la distancia no aumenta.

Figura 27

Gráfica con la distancia creciente

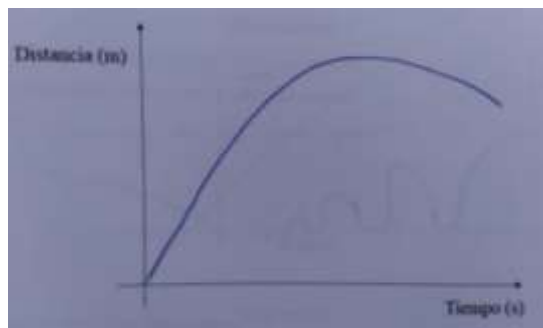


Fuente: Elaboración propia.

- Por último, el 16,05% de los estudiantes esbozaron una función primero creciente y después decreciente, describiendo una parábola (ver Figura 28) o una línea recta. Al igual que en el caso anterior, los estudiantes no llegaron a la conclusión de que una vez que la piedra llega al fondo del río la distancia no disminuye.

Figura 28

Gráfica con la distancia decreciente



Fuente: Elaboración propia.

A continuación, se muestra una *Tabla* con un resumen sobre el análisis de resultados de este problema.

Tabla 8

Distancia que recorre la piedra en los sucesivos rebotes

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Casos
alumno			
<i>Distancia constante</i>	45	55,56 %	Primero la distancia crece escalonadamente y después se mantiene constante.

			Primero la distancia crece parabólicamente y después se mantiene constante.
			Primero la distancia crece linealmente y después se mantiene constante.
<i>Distancia</i>			La distancia crece parabólicamente.
<i>creciente</i>	20	24,69 %	La distancia crece linealmente.
<i>Distancia</i>			La distancia decrece parabólicamente.
<i>decreciente</i>	13	16,05 %	La distancia decrece linealmente
<i>Sin</i>			
<i>respuesta</i>	3	3,70 %	

Nota. Elaboración propia

Los indicadores de esta pregunta (*ver la Tabla 3*) eran, por un lado, relacionar correctamente conceptos matemáticos con otros físicos, y por el otro, ser capaces de establecer procedimientos lógicos. Analizando los resultados, ningún alumno tuvo en cuenta que la distancia que recorre la piedra en cada bote va disminuyendo con el tiempo y, por tanto, no correspondería a una gráfica de curvatura constante. Cabe destacar que el 55,56% de los alumnos supieron relacionar las variables distancia y tiempo, en este caso particular del epostracismo. Esto demuestra, que aproximadamente la mitad de los alumnos tienen dificultades para relacionar variables matemáticas y también para establecer procedimientos lógicos.

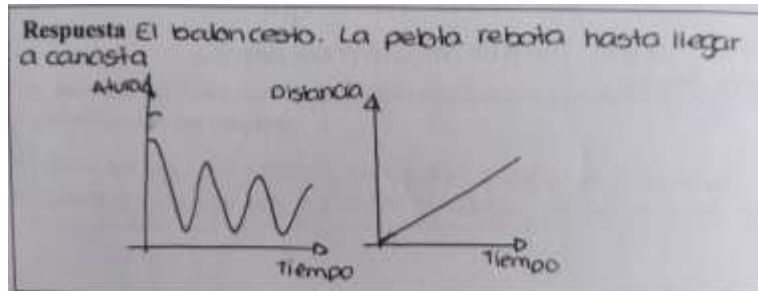
La respuesta más frecuente fue que la distancia termina siendo constante respecto al tiempo, sin embargo, más de un tercio del alumnado no fue capaz de razonar que la distancia horizontal recorrida por la piedra no podía seguir aumentando o disminuyendo debido a que en un instante de tiempo ésta llegaba al fondo del río y como consecuencia no avanzaría más. Estos resultados se tendrán en cuenta para que las actividades que se propondrán más adelante, permitan que los alumnos puedan entender bien los conceptos que trabajen y también, desarrollen habilidades relacionadas con el razonamiento lógico.

Continuando con el análisis de resultados del primer cuestionario, a continuación, se realiza una comparación entre los estudiantes para saber si los alumnos han sido capaces de identificar situaciones similares al epostracismo que se dan en la vida real. Realizando el análisis (*ver la Tabla 9*), del total de alumnos de Secundaria, se puede observar que aproximadamente la mitad de los alumnos respondieron correctamente con ejemplos similares al epostracismo, sin embargo, la otra mitad o respondieron con ejemplos incorrectos o no supieron escribir situaciones similares:

- El 54,32% de los alumnos respondieron correctamente con ejemplos cuyas gráficas altura-tiempo y distancia-tiempo eran similares a las del epostracismo. Los ejemplos más comunes fueron: dejar caer un balón de baloncesto, jugar al golf, jugar al tenis, etc.

Figura 29

Situación similar al epostracismo

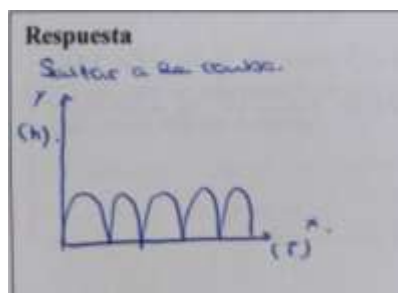


Fuente: Elaboración propia.

- El 22,22% de los alumnos no respondieron correctamente. Esto se debe a que los ejemplos que dieron no eran similares gráficamente al juego del epostracismo. Entre las respuestas se distinguen tres casos. En el caso más común, 11 alumnos dieron ejemplos de situaciones cuyas gráficas altura-tiempo y distancia-tiempo no se asemejaban a las del juego de la piedra saltarina. Los ejemplos que más veces respondieron fueron: saltar a la comba y carrera de sacos, entre otros.

Figura 30

Situación errónea similar al epostracismo



Fuente: Elaboración propia.

Después se dieron otros casos. Por ejemplo, un alumno describió un ejemplo cuyas gráficas altura-tiempo sí coincidían con las del epostracismo, sin embargo, no coincidían con la de la distancia-tiempo. En otro caso, seis estudiantes describieron ejemplos cuyas gráficas distancia -tiempo sí coincidían con las del epostracismo, pero no coincidían las de la altura-tiempo, algunos de los ejemplos que mencionaron fueron: lanzamiento de un martillo, el juego de la petanca y el curling.

Figura 31*Situación errónea similar al epostracismo II*

Fuente: Elaboración propia.

- Un 23,46% de los alumnos no supieron contestar a la pregunta, siendo una de las preguntas menos contestadas del cuestionario, probablemente debido a la dificultad que encontraron los alumnos para encontrar ejemplos que se asemejasen al juego del epostracismo. Los alumnos no están acostumbrados a las preguntas abiertas y mucho menos en Matemáticas, donde lo habitual es el planteamiento de resolución tipo o bien la aplicación de algoritmos o estrategias previamente implementadas en el aula. Esta propuesta de actividades de razonamiento no lineal, donde puede haber respuestas divergentes, supone incertidumbre a ciertos alumnos y, como se ha demostrado en el cuestionario, la parálisis en la ejecución de la respuesta, optando por no responder o no saber contestar lo que el docente espera de ellos.

Tabla 9*Situación similar al epostracismo en la vida real*

Respuesta	Frecuencia	Porcentaje	Casos
alumno			
<i>Respuesta correcta</i>	44	54,32 %	11 alumnos no coinciden ambas gráficas.
<i>Respuesta incorrecta</i>	18	22,22 %	1 alumno coincide la gráfica del altura-tiempo, pero no la de la distancia-tiempo. 6 alumnos coinciden la gráfica de la distancia-tiempo, pero no la de la altura-tiempo.
<i>Sin respuesta</i>	19	23,46 %	

Nota. Elaboración propia

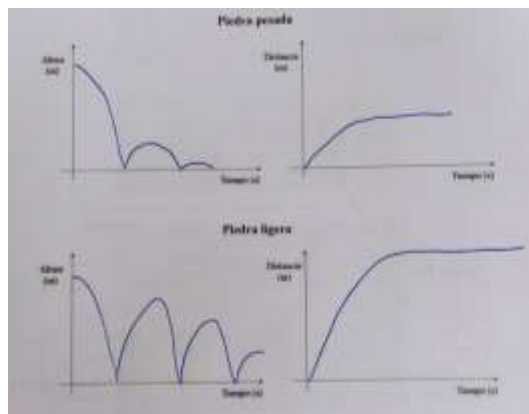
Los indicadores de esta pregunta eran: detectar relaciones entre problemas similares o análogos, es decir, enunciar un problema y establecer relaciones que permitan resolverlo y saber interpretar resultados matemáticos en un contexto diferente a éste. Tras el análisis de los resultados, se ha comprobado que, casi la mitad de los alumnos tienen bastantes problemas para detectar problemas análogos y establecer relaciones entre ellos. Concretamente, tuvieron dificultades para interpretar la gráfica distancia-tiempo del anterior ejercicio y como consecuencia no supieron extrapolar esa situación concreta a otra situación de la vida real.

Por último, se realiza una comparación de las respuestas de los alumnos con respecto a los cambios que se producen en las gráficas altura-tiempo y distancia-tiempo si se lanza una piedra ligera o bien una piedra pesada, suponiendo que la persona que lanza ambas piedras es la misma y que además las lanza con la misma fuerza y dirección. Realizando el análisis (*ver la Tabla 10*), del total de alumnos de Secundaria, se puede observar que la gran mayoría no contestaron coherentemente. Entre la gran variedad de respuestas a esta pregunta se encuentran las siguientes:

- El 27,17% de los alumnos respondieron coherentemente entre los cambios que se producen en las gráficas dependiendo de las características de la piedra. Los estudiantes dibujaron en la gráfica altura-tiempo parábolas con mayor altura y en la gráfica distancia-tiempo mayor distancia para el caso de la piedra ligera (*ver Figura 32*).

Figura 32

Cambios coherentes según las características de la piedra



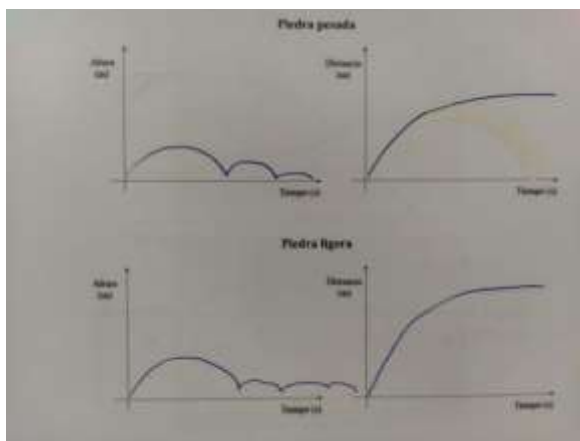
Fuente: Elaboración propia.

- Más de la mitad del total de alumnos, 66,67%, no supieron responder de manera coherente. El 24% de ellos dibujaron gráficas coherentes respecto a la altura-tiempo, sin embargo, no lo fueron en la gráfica distancia-tiempo donde algunos de ellos dibujaron una mayor distancia con la piedra pesada que con la piedra ligera. El 29,63% dibujaron gráficas coherentes respecto a la distancia-tiempo, sin embargo, no lo fueron en la gráfica

altura-tiempo, donde los estudiantes dibujaron que la piedra pesada describía parábolas con mayor altura que la piedra ligera (ver *Figura 33*). Por último, el 46,3% no fueron coherentes con ninguna de las dos gráficas.

Figura 33

Error de coherencia gráfica altura-tiempo



Fuente: Elaboración propia.

- El 6,17% de los alumnos no supieron contestar a la pregunta. En comparación con el resto de preguntas anteriores, esta fue la pregunta con el porcentaje más bajo sin responder.

Tabla 10

Piedra pesada vs Piedra ligera

Respuesta			
alumno	Frecuencia	Porcentaje	Casos
<i>Coherente</i>	22	27,16 %	13 alumnos esbozaron las gráficas altura-tiempo coherentemente pero no las gráficas distancia-tiempo. 16 alumnos esbozaron las gráficas distancia-tiempo coherentemente pero no las gráficas altura-tiempo.
<i>No coherente</i>	54	66,67 %	25 alumnos no esbozaron ninguna de las gráficas coherentemente.
<i>Sin respuesta</i>	5	6,17 %	

Nota. Elaboración propia

Los indicadores de esta pregunta eran, por un lado, saber relacionar problemas similares desde diferentes perspectivas, es decir, variando los datos de partida, y, por el otro, generalizar soluciones que han sido desarrolladas a partir de una situación concreta. Tras el análisis de los resultados, se ha comprobado que, dos tercios del alumnado no sabe relacionar problemas similares debido a que la mayoría de ellos no comprenden los cambios que se producen en las gráficas en función de la variación de los datos, en este caso del peso de la piedra. Esto quiere decir, que los alumnos no han asimilado conceptos matemáticos relacionados con las funciones, debido a que no saben generalizar situaciones a partir de una situación concreta, en este caso el juego del epostracismo.

Análisis de los resultados del cuestionario 2

En la *Figura 34* se muestra cual ha sido el resultado de la primera pregunta del cuestionario 2. La cuestión era la siguiente: “¿Te ha resultado interesante la anterior actividad?”. Como se puede ver en la *Figura* la gran mayoría de alumnos (87% del total) respondieron positivamente. Algunas de las respuestas que dieron los alumnos fueron las siguientes:

R1: “Sí, porque son cosas reales, no problemas o casos hipotéticos con los que nunca me voy a encontrar”.

R2: “Sí, me parece interesante observar la realidad mediante problemas matemáticos y poder aplicar las matemáticas a problemas de situaciones cotidianas”.

R3: “Sí, es una forma más entretenida y dinámica de aprender Mates. Además, las aplicas a la vida real, cosa que está muy bien”

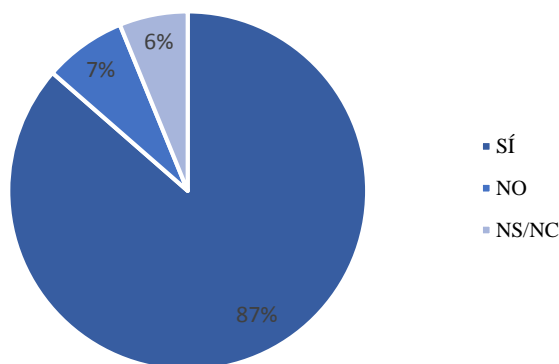
R4: “Sí, ya que aprendes sobre funciones de manera más amena y divertida”.

R5: “Sí, con ellas nos hemos dado cuenta de que las matemáticas están en más sitios de los que parece”.

Figura 34

Resultados sobre el interés de la anterior actividad

C1. ¿Te ha resultado interesante la anterior actividad?



Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, se dieron respuestas negativas principalmente por no saber hacer la actividad del cuestionario 1. Otros alumnos en cambio no supieron dar una respuesta concreta. Como se ha mencionado anteriormente, la pregunta estaba diseñada para conocer si los problemas del cuestionario anterior les suscitaban interés por las Matemáticas. En general, la respuesta fue positiva ya que una amplia mayoría de los estudiantes argumentaban que los problemas del cuestionario 1 les habían servido para darse cuenta de que hay otras maneras de aprender más

dinámicas y divertidas y de que las Matemáticas se emplean en más sitios de los que ellos creen. Estas respuestas pueden servir para conocer más a fondo sus intereses y diseñar actividades que faciliten el proceso enseñanza-aprendizaje. También, hay que tener en cuenta cuáles han sido los motivos de algunos alumnos para considerar la anterior actividad como poco interesante, de esta manera se puede ajustar las actividades a la gran mayoría de la clase.

La siguiente cuestión era la siguiente: “¿Qué son para ti las Matemáticas?”. Los resultados mostrados en la *Figura 35* destacan cómo la gran mayoría de alumnos de cuarto de Secundaria percibían positivamente las Matemáticas ya que las respuestas que más se repetían se referían a esta ciencia como una herramienta para el futuro:

R1: “Es una asignatura esencial”.

R2: “Es un recurso para el futuro”.

R3: “Es una ciencia que sirve para casi todo”.

R4: “Una asignatura que me ayuda a pensar y me abre la cabeza”.

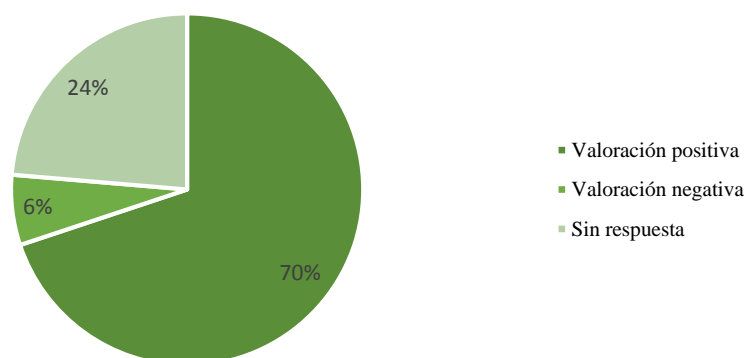
R5: “Una manera de aprender a resolver problemas que te ayudará en el futuro”.

R6: “Una asignatura que me reta bastante”

Figura 35

Resultados sobre la percepción de las Matemáticas

C2. ¿Qué son para ti las Matemáticas?



Fuente: Elaboración propia.

Aunque hubo un gran número de respuestas positivas, también hubo algunas de ellas negativas (6% del total de alumnos), algunas de las explicaciones a estas valoraciones negativas fueron las siguientes:

R7: “Una asignatura difícil de entender”

R8: “Una asignatura más”.

R9: “Una asignatura indiferente para mí”

La pregunta estaba diseñada para conocer la percepción que tenían los alumnos de las clases de Matemáticas. En general, las respuestas fueron positivas ya que los alumnos sentían que la asignatura les ayudaba a pensar y a resolver problemas, suponiéndoles nuevos retos y desafíos. Sin embargo, aunque en menor medida, hubo alumnos que no tenían una valoración positiva de la asignatura, entre las razones se encontraban que la veían como una más que tenían que aprobar, siendo indiferente para ellos. También, es importante destacar que hubo un gran número de alumnos que no respondieron a la cuestión bien porque no sabían expresar qué son para ellos las Matemáticas o bien por indiferencia. Este análisis puede servir para conocer qué ideas tienen los alumnos sobre las Matemáticas y qué sentimientos les suscitan.

La tercera cuestión estaba relacionada con la emoción, concretamente la pregunta era la siguiente: “¿Te sientes motivado en clase de Matemáticas?”. Al igual que las respuestas de las anteriores preguntas, esta última (*ver Figura 36*) tuvo un gran índice de valoración positiva (68% del total de alumnos), para explicar estos resultados positivos algunas de las respuestas fueron las siguientes:

R1: “Sí, estoy motivada a pensar el por qué de algunas operaciones o problemas, y a investigar en casa”.

R2: “Sí, me gustan mucho más asignaturas prácticas que teóricas”.

R3: “Sí, estoy dispuesta a aprender y me gusta, aunque no saque muy buenas notas”.

R4: “Sí, porque las clases no se hacen tediosas”.

R5: “Sí, es una de mis asignaturas favoritas y también por el ambiente del aula”.

A pesar de que más de la mitad de las respuestas fueron positivas, también hubo un número de alumnos que bien no dieron una respuesta clara (22% de alumnos) o que respondieron negativamente a la pregunta (6% de alumnos). Algunos estudiantes respondieron a esta cuestión como:

R6: “Depende de la situación”.

R7: “Depende del tema o actividades que se hagan”.

R8: “Algunas veces sí, pero si no lo entiendo me desmotivo bastante”.

R9: “Cuando las entiendo me entretienen, en cambio, si no entiendo algún concepto me aburren”.

Otros alumnos, aunque en menor medida, respondieron negativamente a la cuestión de la siguiente forma:

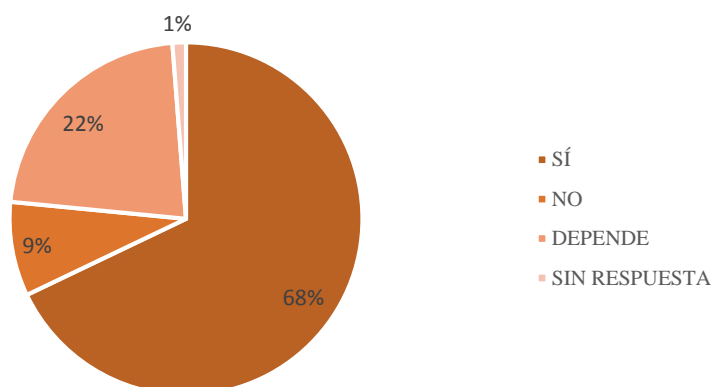
R10: “No, no entiendo nada”.

R11: “No lo necesito para lo que quiero hacer en el futuro”.

Figura 36

Resultados sobre la motivación en clase de Matemáticas

C3. ¿Te sientes motivado en clase de Matemáticas?



Fuente: Elaboración propia.

La pregunta estaba diseñada para conocer la motivación que presentaban los alumnos en las clases de Matemáticas. En general, las respuestas fueron positivas ya que los alumnos sentían que la asignatura les ayudaba a pensar y a resolver problemas, también porque la asignatura era dinámica y práctica y no tan teórica como otras. Sin embargo, aunque en menor medida, hubo alumnos que no se sentían motivados, entre las razones se encontraban que no entendían los conceptos que les enseñaban, por las notas que sacaban, generando frustración en los estudiantes o simplemente porque percibían que no necesitaban esos conocimientos para su posterior futuro académico o laboral.

Por último, hubo alumnos que no dieron una respuesta clara debido a que ellos se sentían motivados dependiendo del tema que se explicase, las actividades, etc. Este análisis puede servir para conocer qué aspectos resultan motivantes en las clases de Matemáticas y establecer posibles mejoras en la manera de dar clase, generar un buen clima de trabajo, contenidos, etc.

La cuarta pregunta está relacionada con la creencia, en este caso con la utilidad de las Matemáticas: “¿Crees que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida cotidiana?”. Como se muestra en la *Figura 37*, un gran porcentaje de los alumnos respondieron positivamente a la pregunta, los ejemplos más frecuentes donde utilizaban las Matemáticas fueron los siguientes:

R1: “Sí, cuando compras para saber si te han devuelto bien el dinero”.

R2: “Sí, desde algo básico como nóminas, cuentas, hasta cosas más complejas como la vida diaria de las empresas, etc.”.

R3: “Sí, cuando voy a comprar”.

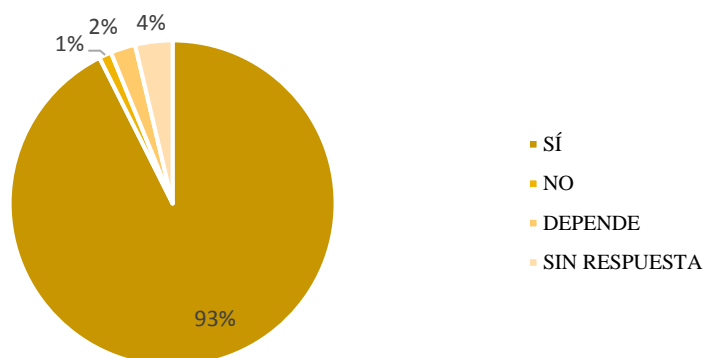
R4: “Sí, saber porcentajes e intereses para calcular facturas e impuestos o la hipoteca”.

R5: “Sí, para el cálculo mental, facturas, programación, en las medidas, etc.”

Figura 37

Respuestas sobre la utilidad de las Matemáticas

C4. ¿Crees que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida cotidiana?



Fuente: Elaboración propia.

En esta pregunta, solo hubo una respuesta negativa y dos respuestas poco concisas. Estos dos alumnos argumentaron que las Matemáticas eran necesarias dependiendo de algunos factores entre los que se encontraban:

R6: “Depende del tipo de Matemáticas. Cosas como sumar, restar, divisiones y cosas básicas sí. Pero otras cosas como lo que estamos dando ahora de los límites o cosas de ecuaciones no creo que me vayan a servir para mucho”.

R7: “Depende lo que quieras hacer en un futuro”.

La pregunta estaba diseñada para conocer si los alumnos creían que las Matemáticas eran útiles en la vida cotidiana. Más del 90% de los alumnos contestaron la pregunta con ejemplos relacionados con “hacer la compra” en el supermercado, para el cálculo mental, calcular porcentajes, intereses; es decir, mayoritariamente para aspectos relacionados con la economía. Otros alumnos, aunque en menor medida argumentaron que se puede sobrevivir sin las Matemáticas o que su utilidad depende de lo que quieras ser en un futuro. Este análisis puede servir para conocer en qué aspectos de la vida cotidiana utilizan o creen que se pueden utilizar las Matemáticas y así poder proponer actividades o ejemplos en clase de otras situaciones donde se puedan emplear, ampliando el contexto teórico de las clases. Parece que gran parte del alumnado se ha quedado con la importancia de las matemáticas a un nivel muy elemental, rozando el nivel

de contenidos de educación primaria, no habiendo llegado a valorar la importancia de las matemáticas en niveles avanzados. De este hecho han surgido iniciativas de divulgación científica, incluida la divulgación matemática, como una forma de acercar la importancia y aplicabilidad de las ciencias a la vida cotidiana en general, y de las matemáticas en particular.

La penúltima pregunta estaba relacionada con la relación que tienen las Matemáticas con otras asignaturas del colegio, concretamente la pregunta era: “¿Sabrías poner un ejemplo donde se aplique las Matemáticas en otras asignaturas como Tecnología, Biología, Economía, Educación Física, etc.?”. En la *Figura 38* se muestra cómo la mayoría de los alumnos de cuarto de Secundaria supieron dar un ejemplo donde se aplicasen las Matemáticas en otras asignaturas del curso, las respuestas más frecuentes fueron las siguientes:

R1: “En Economía para saber las tasas de la población”.

R2: “En Geología para resolver problemas relacionados con isótopos”.

R3: “En Biología se puede aplicar en ejercicios de genética donde hay que calcular el porcentaje de los resultados”.

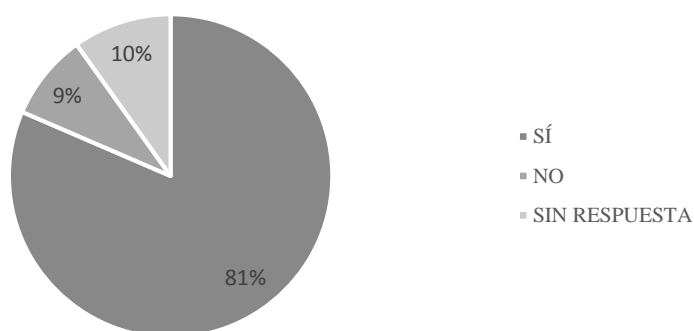
R4: “En Educación Física para calcular velocidades, tiempos y comparar”.

R5: “En Tecnología para el lenguaje de ordenadores”.

Figura 38

Respuestas sobre la aplicación de las Matemáticas

C5. ¿Sabrías poner un ejemplo donde se apliquen las Matemáticas?



Fuente: Elaboración propia.

A pesar de que el 81% de los alumnos contestaron a la pregunta con diversos ejemplos, hubo 7 estudiantes; es decir, un 10% aproximadamente de alumnos, que no supieron dar un ejemplo de aplicación de las Matemáticas. También, hubo 9 alumnos que no respondieron a la pregunta. En

general, realizando un análisis de los resultados se puede considerar que la mayoría de los alumnos sí son capaces de identificar relaciones entre las Matemáticas y otras ciencias.

Para terminar el cuestionario, la última pregunta estaba relacionada con el conocimiento que tenían los estudiantes sobre la educación STEAM, concretamente la pregunta era la siguiente: “¿Has oído hablar de la educación STEAM?”. Como se muestra en la *Figura 39*, al contrario que las respuestas de las anteriores cuestiones, esta última tiene un gran número de alumnos que no han oído hablar sobre la educación STEAM. Por otro lado, aunque en menor número, algunos alumnos sí que sabían que era o dieron definiciones muy próximas sobre la misma, algunas de las respuestas fueron:

R1: “Es como la educación científica”.

R2: “Creo que consiste en enseñar asignaturas de Ciencias con métodos innovadores”.

R3: “Consiste en ramas académicas basadas en Ciencias, Ingeniería, Tecnología y Matemáticas”.

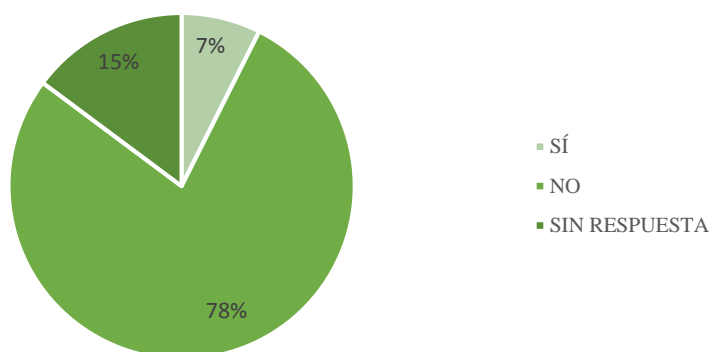
R4: “Me suena que tiene que ver con el campo científico, pero no sé en qué consiste”.

R5: “Creo que es el sector de las Ciencias”.

Figura 39

Respuestas sobre la educación STEAM

C6. ¿Has oído hablar de la educación STEAM?



Fuente: Elaboración propia.

Por último, hubo un 15% de alumnos, es decir, 12 personas, que no respondieron a la pregunta. Tras el análisis de respuestas a esta pregunta, se puede comprobar cómo un amplio sector de los alumnos tiene un desconocimiento generalizado sobre la educación STEAM, estos resultados pueden servir para plantear actividades que sirvan para que los alumnos sepan en qué consiste y qué tipos de metodologías se pueden aplicar a través de este tipo de educación.

2.3.4 Reflexión sobre los resultados

Realizando un resumen de los anteriores análisis, se pueden sacar una serie de conclusiones que van a servir para proponer actividades STEAM que, por un lado, fortalezca las capacidades que tienen los alumnos y por el otro, mejoren otras que tienen menos desarrolladas y que las van a necesitar no solo para los cursos posteriores sino también para el ámbito universitario y laboral. Algunas de las conclusiones son las siguientes.

En primer lugar, la participación en ambos cuestionarios fue elevada, esto indica que los alumnos muestran interés por conocer, por una parte, qué conocimiento y habilidades creen que tienen, cómo realizan procedimientos lógicos y diversas estrategias para resolver problemas, qué coherencia hay entre las tomas de decisiones que realizan y la capacidad de conectar conocimientos de diversas materias, principalmente, y por otra parte, responder a cuestiones afectivas relacionadas con sus gustos, intereses, motivación, etc. Esto hace pensar que las actividades STEAM propuestas puedan tener una buena acogida dentro del aula. El alumnado a pesar de proponerles una participación voluntaria, han mostrado interés y preocupación por colaborar con la investigación que se les ha propuesto y por esforzarse en las respuestas del cuestionario.

En cuanto al desarrollo de competencias y habilidades, más de tres cuartas partes del total de alumnos saben modelizar ejemplos de la vida real y elegir adecuadamente notaciones matemáticas dependiendo del contexto, sin embargo, a veces no muestran coherencia entre las variables matemáticas que utilizan, probablemente como resultado de una falta de aprendizaje significativo y también por falta de comprensión sobre lo que se les está pidiendo. Como consecuencia, es necesario que las actividades STEAM ayuden a los alumnos a trabajar estos conceptos y les fomente a razonar y a establecer procedimientos lógicos.

Otro de los problemas que se ha detectado en la mitad de los alumnos es la falta de identificación de problemas similares, estableciendo relaciones que permitan resolverlos. También, los estudiantes suelen tener dificultades en interpretar los resultados matemáticos en contextos diferentes. Para mejorar estos indicadores las actividades STEAM tienen que estar relacionadas con contextos que ya conozcan, para que puedan establecer relaciones y facilitar así la resolución de las mismas. Además, al plantear distintas actividades con distintos contextos, los alumnos deberán interpretar los resultados en cada uno de ellos, mejorando así esta capacidad.

La actividad del eposracismo suscitó interés en los alumnos debido a que observaban la realidad mediante problemas matemáticos, y también porque aprendían sobre conocimientos concretos, en este caso funciones, mediante una manera más entretenida y divertida. Por estas razones, para

que las actividades STEAM también susciten interés tienen que abarcar problemas reales donde los alumnos puedan resolverlos de una manera dinámica.

Además, para que este tipo de actividades susciten motivación entre el alumnado, estas actividades tienen que retarles intelectualmente, sin sobrepasar cierto nivel cognitivo debido a que, según algunos testimonios de los alumnos, cuando entienden las “Matemáticas” se entretienen, sin embargo, cuando no lo entienden se aburren provocando desinterés. A gran parte de los alumnos les gustaba las Matemáticas porque la definían como una asignatura práctica y no tan teórica, donde tenían que pensar para resolver problemas. Por esta razón, el principal objetivo tiene que ser que los alumnos vean las Matemáticas no solo como una asignatura esencial sino también como una disciplina que les va a ayudar a pensar.

A pesar de las dificultades que tuvieron los alumnos para dar ejemplos prácticos donde se utilizaban las Matemáticas, supieron dar casos bastante certeros donde se aplicaba a asignaturas como Economía, Geología, Biología, Educación Física, Tecnología, etc. Esta conclusión sirve para darse cuenta de que las actividades que se propongan tienen que englobar asignaturas que sean de su interés, como, por ejemplo: Tecnología, Biología etc., de esta manera los alumnos pueden tener más motivación. Además, con estas actividades los estudiantes conocen la importancia que tiene la educación científica en la actualidad.

3. PROPUESTA DE ACTIVIDADES STEAM

Para proponer la siguiente serie de actividades con un enfoque STEAM se ha tenido en cuenta dos aspectos. En primer lugar, a través del estudio realizado por Socas (2007) relacionado con las principales dificultades que tienen los alumnos en el aprendizaje de las Matemáticas, se ha identificado las dificultades de aprendizaje que conlleva esta propuesta, las cuales están relacionadas con el aprendizaje de objetos matemáticos, especialmente con el concepto de la función y sus características.

A continuación, para facilitar el aprendizaje de dichos conceptos se han diseñado las actividades STEAM siguiendo el cono de aprendizaje de Dale (1969), empezando por experiencias sensoriales y terminando por aprendizajes más activos. Además, para asegurar en los alumnos un aprendizaje eficaz se ha tenido en cuenta el equilibrio, propuesto por Kolb (1985), entre saber involucrar nuevas experiencias, reflexionar desde distintas perspectivas, crear conceptos que integren observaciones en teorías lógicas y utilizar estas teorías para resolver problemas mediante la experimentación activa.

Por tanto, estas actividades van a estar basadas en el aprendizaje activo, esto quiere decir según Sierra (2012) que los estudiantes van a dejar de ser espectadores y van a adquirir un mayor compromiso con las actividades.

En segundo lugar, para el diseño de las actividades STEAM se ha tenido en cuenta el análisis de resultados de los cuestionarios. Este análisis ha servido para proponer actividades que garanticen por un lado el desarrollo de capacidades relacionadas con la resolución de problemas, innovación, autosuficiencia, razonamiento lógico y cultura científica, entre otras. Y por el otro lado, captar su atención y motivarles con el objetivo de que cojan confianza en uno mismo con el fin de ayudarles a ser competentes matemáticamente.

3.1 ACTIVIDAD “LLENANDO BOTELLAS”

3.1.1 Descripción de la actividad

La actividad consiste en asociar las gráficas de llenado de distintas botellas, estas tienen distintas formas, según el volumen que se vierte y la altura conseguida para llenarlas. El jugador que antes

se quede sin fichas será el ganador del juego. En cada ficha del dominó¹ vendrá representado mediante puntos de coordenadas (volumen, vertido, altura) las gráficas de cada perfil. En la otra parte de la ficha se representará el tamaño y forma del recipiente.

En la segunda parte de la actividad los alumnos seguirán trabajando grupalmente con herramientas TIC, concretamente con la aplicación web “*Lléname*”, donde podrán crear gráficos de llenado según las distintas formas de las botellas y también podrán comprobar los gráficos de llenado de la primera parte del juego, y pensar en el diseño de nuevas formas de botellas para generar otras gráficas de llenado.

Por último, la tercera parte consistirá en que los alumnos analicen los resultados de las anteriores partes del juego y presenten al resto de compañeros sus resultados. También, deberán crear una ficha-cuestionario para sus compañeros donde estos adivinen o bien las gráficas de llenado según la botella que han diseñado, o viceversa, es decir, adivinar la posible forma que tendría que tener la botella según la gráfica de llenado.

3.1.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados

Las principales competencias que se desarrollan en esta actividad son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (CCL): con esta actividad los alumnos aprenderán, por un lado, a utilizar correctamente el lenguaje matemático tanto de manera oral como escrita, y por el otro, interactuar con sus compañeros empleando en las presentaciones el castellano para poder comunicar los resultados de la actividad al resto de sus compañeros.
2. Competencia matemática y competencia básica en ciencias y tecnología (CMCT): en esta actividad los alumnos afianzarán no solo conceptos matemáticos sino también otros relacionados con la Física y la Química, además de emplear herramientas tecnológicas.
3. Competencia digital (CD): el desarrollo de esta competencia es fundamental debido a que en la actualidad se utilizan frecuentemente los recursos digitales. Con esta actividad los estudiantes manejan aplicaciones informáticas, concretamente la aplicación “*Lléname*”. Además, para realizar las presentaciones tendrán que utilizar programas de diseño.

¹ Tanto los recipientes como las gráficas de llenado de las botellas se han obtenido mediante la página web: www.anayaeducacion.es. Las fichas de dominó se han creado mediante un generador de dominós encadenados.

4. Competencia de aprender a aprender (CAA): esta actividad asegura que el alumno aprenda de manera autónoma, ya que tiene una parte de trabajo individual, pero también aprenda de manera grupal, debido a que tiene una parte de trabajo cooperativo. Con esta actividad, el alumno aprende a utilizar distintas herramientas para saber cuál es la más adecuada.
5. Competencia social y cívica (CSC): al trabajar en equipo algunos de los aspectos que deben poner en práctica son: el respeto, la aceptación de distintas maneras de pensar, expresarse, maneras de proceder ante una situación problemática., etc. A través del juego y el trabajo cooperativo los estudiantes aprenderán a valorar el trabajo de los compañeros. Este último aspecto les servirá de gran ayuda para su futuro profesional.
6. Competencia de iniciativa y espíritu emprendedor (CIEE): la creatividad, la responsabilidad y el sentido crítico son aspectos fundamentales que se trabajan en esta actividad. Los alumnos utilizan tanto las herramientas informáticas como material manipulativo para generar motivación e interés y dar paso a la creatividad.
7. Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC): esta actividad sirve para que los alumnos tomen conciencia de la aplicación que tienen las funciones en situaciones reales como el llenado de botellas u otros recipientes. Además, los alumnos pueden estudiar e investigar el origen cultural que tienen las formas o perfiles de distintos recipientes.

El principal objetivo de esta actividad es que los alumnos comprendan el concepto de función y la relación existente entre la variable independiente, por ejemplo, el volumen, y la variable dependiente, por ejemplo, la altura. También, se quiere que los alumnos trabajen en el plano cartesiano a partir de coordenadas y que puedan afianzar los conceptos de dominio y recorrido, crecimiento de la función, trabajando conceptos de concavidad y convexidad. Además, aprender a distinguir los tipos de funciones, es decir, diferenciar entre las diferentes familias de funciones según las propiedades que las caracterizan (funciones lineales, exponenciales, parabólicas, etc.) Por último, relacionar conceptos matemáticos con otros físicos (perfil de las botellas) o químicos (densidad del líquido vertido).

Los contenidos matemáticos impartidos en esta propuesta de actividad didáctica se basan en los establecidos en la ORDEN EDU/363/201 del BOCyL. Estos contenidos son:

- Funciones reales de variable real
- Funciones básicas: polinómicas, exponenciales. Funciones definidas a trozos.
- Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.

- Representación gráfica de funciones: dominio, recorrido, monotonía, simetrías, curvatura, puntos de inflexión.

El resto de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de las asignaturas involucradas en esta actividad se pueden ver en el apartado *A.9.1 Actividad “Llenado de botellas”*. Por último, dentro del currículo de Matemáticas, en la *Tabla 11* se muestra la relación de los criterios y estándares de aprendizaje establecidos por el BOCyL con las principales competencias clave que se fomenta con este tipo de actividad:

Tabla 11

Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 1

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	C.C
	1.1 Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales.	CCL CMCT CAA
1. Identificar funciones elementales, dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas, que describan una situación real, y analizar cualitativa y cuantitativamente, sus propiedades, para representarlas gráficamente y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno del que se derivan.	1.3 Interpreta las propiedades globales y locales de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados.	CCL CMCT CAA CD CIEE CMCT
	1.4 Extrae e identifica informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales.	CAA CIEE CEC
	4.1 Representar gráficamente funciones, después de un estudio completo de sus características mediante herramientas básicas de análisis.	CMCT CAA CD
4. Estudiar y representar gráficamente funciones obteniendo información a partir de sus propiedades y extrayendo información sobre su comportamiento local o global.	4.2 Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones.	CMCT CD CIEE

Nota. Adaptado de la ORDEN EDU/363/2015

3.1.3 Recursos

Para la correcta realización de la actividad se necesitan las siguientes instalaciones y equipos:

- Aula espaciosa equipada con un ordenador, proyector LED y pizarra digital.
- Laboratorio de Física y Química equipado con vasos de precipitado reglados y sin reglar.
- Aula de informática equipada con ordenadores para cada alumno.

Evidentemente, los alumnos deberán contar con cuadernos, libros de texto y otro tipo de material escolar como bolígrafos, calculadoras, etc. Los libros de texto, variado material de consulta, tanto en formato físico como digital, serán fundamentales para que los alumnos puedan apoyarse en ellos, elaborando apuntes de calidad y tomando los conceptos presentados en los mismos como referentes para realizar correctamente las distintas fases de la actividad.

Los profesores especialistas serán los responsables de facilitar a los alumnos el material necesario para la consecución de los objetivos fijados en cada sesión, es decir, el profesor de Física y Química será quien ofrezca a los estudiantes los vasos de precipitado, pipetas, etc. En la segunda sesión el profesor de Matemáticas repartirá las fichas de dominó a cada grupo. En la sesión siguiente el profesor de Tecnología facilitará y dará indicaciones sobre la ubicación de la aplicación que tendrán que emplear.

3.1.4 Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrollará en cinco sesiones, a continuación, se especifica el desarrollo de la misma en cada sesión.

Sesión 1

Los alumnos dedican los primeros 15 minutos de la sesión a escuchar al profesor sobre qué va a consistir la actividad, los contenidos que se van a trabajar, los objetivos que tienen que lograr, las metodologías didácticas que van a emplear, cómo se les va a evaluar, etc. Una vez explicados estos aspectos de la actividad, el profesor juntará a los alumnos por grupos. Se tendrá un criterio para la división del aula en grupos. En este caso, se realizará una prueba inicial sobre conocimientos previos de Matemáticas, Física y Química y Tecnología.

Se establecerán tres niveles de puntuación: de 0 a 5, de 5 a 8 y de 8 a 10 puntos. A continuación, se formarán 6 grupos de 5 personas, suponiendo que en el aula haya 30 alumnos, habiendo mínimo una persona de cada nivel. De esta forma se evita una polarización de los grupos y se fomenta el espíritu colaborativo donde los alumnos de niveles superiores pueden ayudar a los estudiantes de niveles inferiores, teniendo todos los grupos un desempeño similar. El profesor será el responsable

de evitar que los alumnos con mayor nivel sean siempre los que lleven el peso de la actividad o que los alumnos con menor interés no trabajen.

Una vez realizados los grupos se pasa a realizar la primera parte de la actividad. En una mesa del laboratorio de química se situarán materiales como vasos de precipitado, pipetas de laboratorio, jeringuillas y otros recipientes con distintos tipos de perfiles y tamaños. Una persona de cada grupo será la encargada de elegir el material para realizar el experimento, para que los grupos no elijan el mismo material el profesor tendrá que encargarse de que cada uno de ellos usen métodos diferentes. Una vez seleccionados los materiales, cada grupo deberá averiguar la relación entre el volumen y altura del líquido para su correspondiente botella o recipiente, siendo el agua el líquido empleado para todos los grupos. El tiempo aproximado de la sesión será de 50 minutos.

Sesión 2

La segunda sesión se realiza en el aula de Matemáticas. En primer lugar, en los primeros 10 minutos el profesor explicará a los alumnos de que tratará el juego, a continuación, a cada grupo les dará unas fichas de dominó (*ver A.3 FICHAS DE DOMINÓ*), habiendo en cada ficha una gráfica volumen-altura, y en la otra, una imagen de un recipiente. Los alumnos deberán de asociar cada gráfica a su correspondiente recipiente, siendo el ganador la persona que antes se quede sin fichas. Las fichas serán distintas por cada grupo, de esta manera cuando todos los grupos acaben de jugar, se cambiarán las fichas los unos a los otros. El tiempo para esta sesión con la utilización de recursos manipulativos es de 40 minutos.

Sesión 3

La tercera sesión se realiza en el aula de ordenadores en la asignatura de Tecnología. En esta sesión los alumnos hacen uso de las TIC para establecer relaciones entre variables físicas y su respectiva representación mediante gráficas. El procedimiento será el siguiente:

En la primera media hora los estudiantes trabajarán con la aplicación web “*Lléname*”. Con esta aplicación los alumnos deberán poner en práctica los conocimientos que adquirieron en las anteriores sesiones, analizando los distintos recipientes y creando gráficos de llenado. El profesor les dará un documento de trabajo para que analicen distintas gráficas de llenado, esta ficha servirá para saber si los alumnos han logrado los objetivos marcados por el docente.

El tiempo aproximado de esta sesión será de 50 minutos.

Sesión 4 y 5

Las últimas sesiones se realizan en el aula de Matemáticas. En dichas sesiones los alumnos realizan presentaciones, por un lado, de los resultados que obtuvieron de manera grupal e individual en las anteriores sesiones, y por el otro, sobre la información que hayan encontrado acerca de los tipos de funciones donde deberán reconocer las propiedades comunes a las familias de funciones de las anteriores sesiones. La presentación deberá realizarse mediante el software de presentaciones digitales como PowerPoint u otro análogo. Cada grupo contará aproximadamente con 15 minutos de exposición donde todos los integrantes tendrán que emplear el mismo tiempo. En la sesión 4 expondrán 3 grupos y en la última sesión los otros 3 grupos restantes, dejando al final de cada sesión un tiempo de 10 minutos tanto para dudas como para las correcciones del profesor.

3.1.5 Evaluación

Se quiere que la evaluación sea un instrumento que fomente el aprendizaje. Para lograr este objetivo, es importante informar a los alumnos tanto de los criterios de calificación como de los indicadores. De esta manera, los estudiantes son conscientes de lo que el docente espera de ellos en cada una de las fases de esta actividad, convirtiéndoles en los principales protagonistas de su aprendizaje fomentando en ellos su propia autonomía.

En la actualidad, existen distintas estrategias de evaluación dependiendo del nivel y tipo de conocimiento y destrezas que se quieran evaluar. En esta actividad, el alumno trabaja en equipo, es por esta razón por la que los grupos deben estar evaluados bajo los mismos criterios. y, además, previamente, habiendo sido acordados las concreciones de dichos criterios por los profesores implicados en esta actividad. A continuación, se realiza la siguiente propuesta de calificación.

A. Sesión de trabajo grupal en el laboratorio de Física y Química

La evaluación la realiza el profesor de Física y Química. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado A.10.2 *Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 12

Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 1

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		25%

<i>Participación y colaboración</i>	15%
<i>Distribución de las tareas</i>	25%
<i>Interacción</i>	15%
<i>Responsabilidades</i>	20%
<i>TOTAL</i>	100%

Nota. Elaboración propia

B. Sesión de trabajo grupal en el aula de Matemáticas

La evaluación la realiza el profesor de Matemáticas. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 13

Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 1

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		30%
<i>Participación y colaboración</i>		35%
<i>Interacción</i>		35%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia

C. Sesión de trabajo grupal en el aula de Informática

La evaluación la realiza el profesor de Matemáticas. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales*

Tabla 14

Distribución del puntaje de la parte C de la actividad 1

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		25%

<i>Participación y colaboración</i>	15%
<i>Distribución de las tareas</i>	25%
<i>Interacción</i>	15%
<i>Responsabilidades</i>	20%
TOTAL	100%

Nota. Elaboración propia

D. Sesiones de presentaciones

La evaluación la realizan los profesores de Física y Química y Matemáticas. Siendo la nota máxima de 8 puntos, 4 puntos por profesor. A continuación, se muestra la distribución del puntaje de cada profesor, dependiendo de cada criterio definido en el apartado A.10.3 *Rúbrica de las presentaciones orales*.

Tabla 15

Distribución del puntaje de la parte D de la actividad 1

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Organización</i>		15%
<i>Esfuerzo</i>		15%
<i>Uso apropiado del lenguaje</i>		15%
<i>Uso de material gráfico</i>		15%
<i>Contacto visual</i>		15%
<i>Interacción con la audiencia</i>		15%
<i>Duración de la presentación</i>		10%
TOTAL		100%

Nota. Elaboración propia

La calificación total de esta actividad será sobre 10 puntos y se obtendrá de la siguiente manera:

$$\text{Calificación total} = \frac{\text{Cal. A} + \text{Cal. B} + \text{Cal. C} + \text{Cal. D}}{20} \cdot 10$$

3.2 ACTIVIDAD “VOLÚMENES DESPLEGABLES”

3.2.1 Descripción de la actividad

La actividad consiste en crear volúmenes plegando trozos de papel sobre un folio cuadriculado. En la primera parte de la actividad, el profesor entrega un folio cuadriculado a cada alumno de 40x60 cuadrados. A continuación, cada alumno recibe un papel con el número de cuadrados que tiene que recortar en ambas direcciones, siendo valores diferentes para cada alumno, y haciendo uso de la cinta adhesiva tiene que generar una caja pegando los lados de la misma. Una vez todas las cajas estén construidas, estas se sitúan en una mesa del aula. Por último, los alumnos deberán averiguar entre todas las cajas construidas cuál es la que tiene mayor volumen. Se trata por tanto de la resolución de un problema de optimización a partir del análisis funcional.

En la segunda y última parte, los alumnos deberán generar por grupos la función volumen en función del número de cuadrados que se recortan. Para conseguir este objetivo, los estudiantes deberán hacer uso del ordenador, concretamente del programa *Desmos o GeoGebra*. Una vez generada dicha función, los alumnos deberán analizar sus principales características, es decir, dominio y recorrido, puntos de corte, continuidad, crecimiento y decrecimiento y extremos relativos.

3.2.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados

Las principales competencias que se desarrollan en esta actividad son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (CCL): con esta actividad los alumnos utilizarán el lenguaje castellano para comunicarse oral y por escrito con el resto de sus compañeros y el profesor. También, los alumnos deberán saber interpretar un problema y utilizar el lenguaje matemático mediante una terminología específica.
2. Competencia matemática y competencia básica en ciencias y tecnología (CMCT): en esta actividad los alumnos trabajan principalmente con conceptos matemáticos relacionados con las características de una función, es decir, concepto de una función, representación, dominio, recorrido, puntos de corte, continuidad, zonas de crecimiento y decrecimiento, puntos singulares, entre otros. También, harán uso de un programa educativo llamado *Desmos o GeoGebra*, donde deberán familiarizarse con esta herramienta tecnológica para resolver el problema.
3. Competencia digital (CD): Con esta actividad los estudiantes manejan aplicaciones informáticas, concretamente la aplicación de *Desmos o GeoGebra*. Dichos programas de geometría dinámica son herramientas online que entre otras posibilidades que ofrecen,

representan funciones de una manera sencilla y visual. Es además idónea para trabajar con proyectores y pizarras digitales, muy comunes en los colegios.

4. Competencia de aprender a aprender (CAA): la primera parte de la actividad requiere de trabajo individual. De esta manera el alumno aprende de manera autosuficiente, gestionando su tiempo, y tomando decisiones por sí mismo. Posteriormente, en la segunda parte de la actividad el alumno trabaja grupalmente aprendiendo a trabajar en equipo, respetando las opiniones de los demás y dando la suya propia, etc.
5. Competencia social y cívica (CSC): debido a que una parte de la actividad tiene trabajo cooperativo, esto implica que el alumno tendrá que comunicarse con sus compañeros, resolver problemas que puedan surgir durante el trabajo en grupo, responsabilizarse de su rol dentro del mismo, etc. Cada alumno deberá aprender que para conseguir resolver el problema que les plantea el profesor, deberá aprender a valorar el trabajo de cada uno de sus compañeros.
6. Competencia de iniciativa y espíritu emprendedor (CIEE): durante la actividad a los alumnos les surgirán dudas para resolver el problema que se les plantea. Para avanzar con la tarea tendrán que mostrar interés, participar, razonar y tener sentido crítico, etc.
7. Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC): en esta actividad los alumnos crean cajas con distintos volúmenes, donde el profesor tiene en cuenta no solo criterios matemáticos sino también criterios artísticos.

El principal objetivo de esta actividad es que los alumnos afiancen no solo el concepto de función, sino también, el dominio y recorrido de la misma a través de su representación gráfica. También, se quiere que los alumnos aprendan otras características como el cálculo de los puntos de corte de una función, la continuidad, los tipos de discontinuidad, en qué intervalos la función crece y/o decrece y en especial, la búsqueda de valores donde las funciones presentan máximos, mínimos o puntos de inflexión. Con la ayuda del programa *Desmos* o *GeoGebra*, los alumnos podrán analizar con mayor facilidad todas estas características.

Los contenidos impartidos en esta propuesta de actividad didáctica se basan en los establecidos en la ORDEN EDU/363/201 del BOCyL. Dichos contenidos son:

- Funciones reales de variable real.
- Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.
- Representación gráfica de funciones: dominio, recorrido, monotonía.

Por último, dentro del currículo de Matemáticas, en la *Tabla 16* se muestra la relación de los criterios y estándares de aprendizaje establecidos por el BOCyL con las principales competencias clave que fomenta la actividad “Volúmenes desplegados”:

Tabla 16

Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 2

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	C.C
	1.1 Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales.	CCL CMCT CAA
	1.2 Selecciona de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas, y reconoce e identifica los errores de interpretación derivados de una mala elección.	CMCT CAA CIEE
1. Identificar funciones elementales, dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas, que describan una situación real, y analizar cualitativa y cuantitativamente, sus propiedades, para representarlas gráficamente y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno del que se derivan.	1.3 Interpreta las propiedades globales y locales de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados.	CCL CMCT CAA CD CIEE CMCT
	1.4 Extrae e identifica informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales.	CAA CIEE CEC
	4.1 Representa gráficamente funciones, después de un estudio completo de sus características mediante herramientas básicas de análisis.	CMCT CAA CD
4. Estudiar y representar gráficamente funciones obteniendo información a partir de sus propiedades y extrayendo información sobre su comportamiento local o global.	4.2 Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones.	CMCT CD CIEE

Nota. Adaptado de la ORDEN EDU/363/2015

3.2.3 Recursos

Para la realización de esta actividad, las instalaciones necesarias serán las siguientes:

- Aula espaciosa equipada con un ordenador, proyector LED y pizarra digital.
- Aula de informática equipada con al menos 6 ordenadores.

Los alumnos deberán contar con cuadernos, libros de texto y otro tipo de material escolar como bolígrafos, calculadoras, reglas, cinta adhesiva, etc. En esta actividad la regla y la cinta adhesiva serán fundamentales para que los alumnos puedan llevar a cabo la primera tarea. Los profesores serán quienes tengan que dar a los alumnos el material necesario para la realización de cada tarea, en este caso el profesor de Matemáticas será quien ofrezca a los alumnos distintos folios cuadriculados con diferentes tamaños y formas y planchas de cartón. En la siguiente sesión el profesor de Tecnología facilitará y dará indicaciones sobre la ubicación de la aplicación *Desmos* o *GeoGebra* en cada uno de los ordenadores.

3.2.4 Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrollará en tan solo dos sesiones. A continuación, se especifica el desarrollo de la misma en cada una de ellas.

Sesión 1

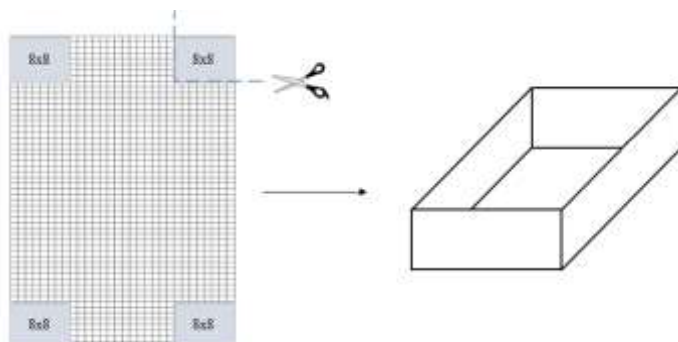
En los primeros diez minutos de la sesión el profesor explica a los alumnos en qué va a consistir la actividad, los contenidos que van a trabajar, los materiales que son necesarios, la forma de evaluar, etc. Una vez explicados estos aspectos, el docente repartirá a cada alumno una hoja cuadriculada din A4 de 40x60 recuadros. A continuación, el profesor sorteará 30 papelitos, cada uno de ellos con un número del 0 al 30.

Cada alumno deberá construir una caja recortando, de su correspondiente folio, el número de cuadraditos que viene en el papelito (*ver Figura 40*). Este recorte se deberá realizar en ambas direcciones del folio cuadriculado. El siguiente paso consistirá en que los alumnos construyan, si pueden, su caja pegando sus respectivos lados con cinta adhesiva.

Por último, todos los alumnos dejan su caja en una mesa de la clase, donde deberán observar cuál es la que tiene mayor volumen y deberán reflexionar analíticamente cómo se puede conocer. El tiempo empleado para esta sesión es de aproximadamente 40 minutos.

Figura 40

Ejemplo de volumen desplegable generado según el número de recortes



Fuente: Adaptado de Sans et ál, 2019

Sesión 2

La segunda sesión se realiza en el aula de ordenadores. En primer lugar, en los primeros diez minutos el profesor explicará qué es la aplicación *Desmos* o *GeoGebra* y cómo acceder a ella a modo local o de forma on-line. A continuación, se realizan 6 grupos de cinco personas, teniendo en cuenta que la clase es de 30 alumnos. Cada grupo deberá investigar cómo funciona la aplicación, es decir, de qué herramientas dispone, para qué sirve cada una de esas herramientas, etc.,

Al igual que en la anterior sesión, el docente dará un papelito a cada grupo con el número de recuadros a recortar, y haciendo uso de la aplicación deberán saber generar una función en este caso relacionada con el volumen. Con dicha función generada, los alumnos tendrán que responder a un cuestionario (*ver el apartado A.6 CUESTIONARIO ACTIVIDAD “VOLÚMENES DESPLEGABLES”*). En este cuestionario los alumnos reflexionarán acerca del dominio y recorrido, puntos de corte, continuidad, crecimiento y decrecimiento, máximos, mínimo y curvatura de la función. El tiempo estimado de esta tarea será aproximadamente de 40 minutos.

3.2.5 Evaluación

Como se ha mencionado anteriormente, antes de empezar la actividad, el profesor informa a los alumnos sobre qué contenidos se va a evaluar y otros indicadores o criterios de calificación. De esta manera, los estudiantes saben en qué aspectos se tienen que esforzar más, consiguiendo de esta forma los objetivos que el profesor tenía planteados al principio de la actividad.

En estas sesiones, los alumnos trabajan tanto individualmente como en equipo, esto quiere decir, que primeramente todos los estudiantes tienen que ser evaluados bajo los mismos criterios, y también, todos los grupos formados por el docente. A continuación, se realiza la siguiente propuesta de calificación.

A. Sesión de trabajo individual en el aula de Matemáticas

La evaluación la realiza el profesor de Educación Plástica y Visual. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.1 Rúbrica del trabajo individual*.

Tabla 17

Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 2

<i>CRITERIOS</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución objetivos</i>		30%
<i>Participación</i>		15%
<i>Interés mostrado</i>		20%
<i>Esfuerzo y dedicación</i>		20%
<i>Asistencia</i>		15%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia

B. Sesión de trabajo grupal en el aula de Informática

La evaluación la realiza el profesor de Matemáticas. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 18

Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 2

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		45%
<i>Participación y colaboración</i>		30%
<i>Interacción</i>		25%

CAPÍTULO III

TOTAL

100%

Nota. Elaboración propia.

La calificación total de esta actividad será sobre 10 puntos y se obtendrá la media de la siguiente manera:

$$\text{Calificación total} = \frac{\text{Cal. A} + \text{Cal. B}}{8} \cdot 10$$

3.3 ACTIVIDAD “EQUILIBRIO DE FUERZAS”

3.3.1 Desarrollo de la actividad

La actividad consiste en que los alumnos comprendan el funcionamiento de la balanza a través de un experimento. En la primera parte de la actividad, los alumnos deberán construir una balanza casera. Una vez construida la balanza y fijando un punto de apoyo, en uno de los extremos de la balanza irán colocando objetos de diferentes pesos, y en el otro extremo un dinamómetro para conocer la fuerza que es necesario realizar para levantar el objeto. Los alumnos tendrán que ir tomando datos de la fuerza ejercida según varíe el peso del objeto para posteriormente realizar un estudio.

La segunda parte de la actividad es similar a la primera, pero cambiando algunos aspectos. En primer lugar, se va a utilizar un solo objeto con un peso específico y, en segundo lugar, se va a ir variando la ubicación de los puntos de apoyo. Al ir cambiando el sitio donde se sitúa los puntos de apoyo, los alumnos deberán ejercer más o menos fuerza. Al igual que antes, deberán ir tomando datos para posteriormente realizar un estudio y representación de la gráfica fuerza empleada-distancia.

En la tercera parte de la actividad, los alumnos deberán utilizar una aplicación informática, en este caso *Desmos* o *GeoGebra*, para representar las gráficas a partir de los datos recogidos en las dos partes anteriores.

3.3.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados

Las principales competencias que se desarrollan en esta actividad son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (CCL): en esta actividad, los alumnos necesitarán comunicarse en castellano con el resto de sus compañeros para conseguir resolver los problemas que se les plantean. Además, deberán utilizar correctamente el lenguaje matemático y en general, el científico.
2. Competencia matemática y competencia básica en ciencias y tecnología (CMCT): en esta actividad los estudiantes trabajan no solo con conceptos matemáticos, sino también con conceptos físicos (fuerzas, distancias, etc.) y también con conceptos relacionados con la tecnología debido a que tienen que saber construir una palanca a partir de los materiales que dispongan en el taller de tecnología.
3. Competencia digital (CD): en la última parte de la actividad, los alumnos deben hacer uso de herramientas digitales, en este caso de la aplicación informática llamada *Desmos*

o *GeoGebra* para poder representar las gráficas de las funciones fuerza-distancia a partir de los datos recogidos en las anteriores tareas. De esta manera, los alumnos aprenden e investigan las posibles herramientas que tiene la aplicación y cuáles son las idóneas para realizar correctamente su trabajo.

4. Competencia de aprender a aprender (CAA): durante toda la actividad, los alumnos van a trabajar tanto grupalmente como individual, aprendiendo a trabajar en equipo y por sí solos. Además, utilizarán distintas herramientas para resolver un problema, aprendiendo por sí mismos cuáles son las más útiles para cada uno de ellos.
5. Competencia social y cívica (CSC): al tener una parte de trabajo en grupo, los alumnos aprenden a respetarse entre ellos, expresar sus propias ideas, trabajar en equipo, etc. Es decir, los estudiantes tienen que saber comportarse en clase tanto de manera grupal como individual y dirigiéndose siempre con respeto al profesor y al resto de compañeros.
6. Competencia de iniciativa y espíritu emprendedor (CIEE): los alumnos tendrán que tomar decisiones y tener iniciativa propia. Por ejemplo, deberán decidir cómo construir la palanca, qué objetos pesados poner en la misma, dónde situar los puntos de apoyo, etc. También trabajan otros aspectos como la participación, el razonamiento crítico, la coherencia, etc.
7. Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC): con esta actividad los alumnos aprenden la importancia que tuvieron las palancas en el pasado, siendo una de las máquinas más antiguas del mundo donde los hombres primitivos sacaban mayor provecho a su fuerza muscular.

El principal objetivo de esta actividad es que los alumnos afiancen no solo el concepto de función, sino también, los puntos de corte, y principalmente la representación de funciones a partir de una tabla de datos. También, se quiere que los alumnos aprendan otras características como el dominio y recorrido de una función, estudio de la continuidad las zonas de crecimiento y decrecimiento y, por último, estudio de puntos singulares.

Los contenidos impartidos en esta propuesta de actividad didáctica se basan en los establecidos en la ORDEN EDU/363/201 del BOCyL. Estos contenidos son:

- Funciones reales de variable real.
- Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.
- Representación gráfica de funciones: dominio, recorrido, monotonía, puntos de corte.

El resto de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de las asignaturas involucradas en esta actividad se pueden ver en el apartado A.9.2 *Actividad “Equilibrio de*

fuerzas”. Por último, dentro del currículo de Matemáticos, en la *Tabla 19* se muestra la relación de los criterios y estándares de aprendizaje establecidos por el BOCyL con las principales competencias clave que fomenta la actividad “Equilibrio de fuerzas”:

Tabla 19

Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 3

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	C.C	
1. Identificar funciones elementales, dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas, que describan una situación real, y analizar cualitativa y cuantitativamente, sus propiedades, para representarlas gráficamente y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno del que se derivan.	1.1 Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales.	CCL CMCT CAA	
	1.2 Selecciona de manera adecuada y razonada ejes, unidades, dominio y escalas, y reconoce e identifica los errores de interpretación derivados de una mala elección.	CMCT CAA CIEE	
	1.3 Interpreta las propiedades globales y locales de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados.	CCL CMCT CAA CD CIEE CMCT	
	1.4 Extrae e identifica informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales.	CAA CIEE CEC	
	4. Estudiar y representar gráficamente funciones obteniendo información a partir de sus propiedades y extrayendo información sobre su comportamiento local o global.	4.1 Representar gráficamente funciones, después de un estudio completo de sus características mediante herramientas básicas de análisis.	CMCT CAA CD
		4.2 Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones.	CMCT CD CIEE

Nota. Adaptado de la ORDEN EDU/363/2015

3.3.3 Recursos

Para la correcta realización de la actividad, las instalaciones necesarias serán las siguientes:

- Taller espacioso de Tecnología equipado con proyector LED y pizarra digital.
- Aula de informática equipada con al menos 30 ordenadores.

Los alumnos deberán contar con cuadernos, libros de texto y otros tipos de material escolar como bolígrafos, calculadoras, reglas, cinta adhesiva, tijeras, etc. Los profesores serán quienes tengan que dar a los alumnos el material necesario para realizar correctamente cada tarea, en este caso el profesor de Tecnología será quién ofrezca a los alumnos materiales como un dinamómetro, una regla y objetos de diferentes pesos. En la siguiente tarea el profesor de Tecnología facilitará y dará indicaciones sobre la ubicación de la aplicación *Desmos o GeoGebra* en cada uno de los ordenadores, a continuación, serán los alumnos quienes investiguen cómo funciona la aplicación.

3.3.4 Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrollará en tan solo dos sesiones, a continuación, se especifica el desarrollo de la misma en cada una de ellas.

Sesión 1

En los primeros quince minutos de la sesión el profesor explica a los alumnos en qué va a consistir la actividad, qué contenidos van a trabajar, los materiales que van a necesitar, cómo se les va a evaluar, etc. Con estos aspectos explicados, el docente de Plástica realizará 6 grupos de 5 personas, contando con que la clase tenga 30 alumnos. Después, situará en una mesa los materiales que van a necesitar cada grupo para poder construir una palanca (regla, dinamómetro, puntos de apoyo, objetos pesados, etc.).

En esta primera parte de la sesión, los alumnos deberán mantener fijo el punto de apoyo e ir variando en un extremo de la palanca el peso de los objetos, al variar el peso deberán variar la fuerza ejercida para mantener el equilibrio de la palanca. Deberán registrar tanto la variación del peso de los objetos como la variación de la fuerza ejercida por el dinamómetro. El tiempo aproximado será de veinte minutos.

En la segunda parte de la sesión, los alumnos deberán poner un único objeto pesado en la palanca e ir variando la distancia con respecto al punto de apoyo, de esta manera irá variando la fuerza ejercida por el alumno. Al igual que en la anterior parte, los alumnos deberán registrar la variación

de la fuerza medida por el dinamómetro con respecto a la distancia al punto de apoyo. El tiempo aproximado será de 25 minutos.

Sesión 2

Esta sesión se realiza en el aula de informática y de manera individual. En los primeros diez minutos el profesor explicará qué es la aplicación *Desmos* o *GeoGebra* y dónde está ubicada en cada ordenador. A continuación, cada alumno deberá representar mediante la aplicación, las funciones fuerza-peso y fuerza-distancia a partir de los datos recogidos en la anterior sesión. Por último, deberán contestar a un cuestionario (*Ver el apartado A.7 CUESTIONARIO ACTIVIDAD "EQUILIBRIO DE FUERZAS"*) dado por el profesor relacionado con el análisis de las gráficas y las características de las funciones. El tiempo aproximado es de 40 minutos.

3.3.5 Evaluación

En estas dos sesiones, los alumnos trabajan tanto grupalmente como individual, esto quiere decir, que tanto cada grupo como cada alumno, tiene que estar evaluado bajo los mismos criterios. A continuación, se realiza la siguiente propuesta de calificación.

A. Sesión de trabajo grupal en el taller de Tecnología

La evaluación la realiza el profesor de Dibujo artístico. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 20

Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 3

CRITERIOS	Puntaje	Porcentaje
<i>Consecución de objetivos</i>		35%
<i>Participación y colaboración</i>		15%
<i>Distribución de las tareas</i>		15%
<i>Interacción</i>		15%
<i>Responsabilidades</i>		20%
TOTAL		100%

Nota. Elaboración propia.

B. Sesión de trabajo individual en el aula de Informática

La evaluación la realiza el profesor de Física y Química y Matemáticas, siendo la nota máxima de 8 puntos, 4 puntos por profesor. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado *A.10.1 Rúbrica del trabajo individual*.

Tabla 21

Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 3

CRITERIOS	Puntaje	Porcentaje
<i>Consecución objetivos</i>		30%
<i>Participación</i>		15%
<i>Interés mostrado</i>		20%
<i>Esfuerzo y dedicación</i>		20%
<i>Asistencia</i>		15%
TOTAL		100%

Nota. Elaboración propia.

La calificación total de esta actividad será sobre 10 puntos y se obtendrá de la siguiente manera:

$$\text{Calificación total} = \frac{\text{Cal. A} + \text{Cal. B}}{12} \cdot 10$$

3.4 ACTIVIDAD “INTENSIDAD DEL SONIDO”

3.4.1 Desarrollo de la actividad

La primera parte de la tarea trata de que los alumnos construyan en el taller de Tecnología un altavoz casero. Para ello, el profesor de Tecnología suministrará a cada grupo tanto los componentes necesarios como las indicaciones para poder construir el altavoz. Una vez construido dicho aparato se pasa a la segunda parte de la actividad.

En la segunda parte, los alumnos tienen que haber realizado previamente en sus casas una pequeña investigación para poder responder a una serie de preguntas (ver *Figura 41*) hechas por el profesor. Una vez respondidas dichas cuestiones, los alumnos tendrán que utilizar el aparato que han construido para tomar anotaciones y realizar posteriormente cálculos según las preguntas formuladas por los profesores de Matemáticas y Tecnología.

En la última parte, los alumnos utilizan la aplicación informática llamada Desmos o GeoGebra para que los alumnos analicen gráficamente las respuestas a las cuestiones planteadas en la anterior sesión.

3.4.2 Competencias, objetivos y contenidos trabajados

Las principales competencias que se desarrollan en esta actividad son las siguientes:

1. Competencia en comunicación lingüística (CCL): en esta actividad los alumnos aprenden, por un lado, a utilizar correctamente el lenguaje matemático tanto oralmente como por escrito, y por el otro, a interactuar con sus compañeros empleando el castellano para poder comunicarse con ellos y con el docente.
2. Competencia matemática y competencia básica en ciencias y tecnología (CMCT): en esta actividad los alumnos afianzan no solo conocimientos específicos de Matemáticas sino también otros relacionados con la Física, Electrotecnia, Tecnología, etc., además de emplear herramientas tecnológicas.
3. Competencia digital (CD): el desarrollo de esta competencia es importante debido a la importancia que tienen los instrumentos digitales en la actualidad. Con esta actividad los alumnos emplean aplicaciones informáticas, concretamente la aplicación *Desmos o GeoGebra* para poder realizar representaciones gráficas y un posterior análisis de las mismas.
4. Competencia de aprender a aprender (CAA): los alumnos aprenden a través de distintas metodologías como, por ejemplo, manipulativas, investigativas, resolución de problemas,

- etc. De esta manera cada alumno puede darse cuenta de con qué metodología aprende mejor. Además, también aprende a trabajar en equipo mediante la cooperación.
5. Competencia social y cívica (CSC): al haber tareas grupales, los alumnos deben aprender a respetar la opinión de sus compañeros de equipo, expresar sus propias opiniones, aceptar distintas maneras de pensar, etc. Se da bastante importancia a que los alumnos aprendan a valorar tanto el trabajo de los demás como el suyo propio.
 6. Competencia de iniciativa y espíritu emprendedor (CIEE): para construir el altavoz los alumnos deberán tomar iniciativa, experimentar, ser creativos, tomar decisiones a partir de las instrucciones que tienen para construirlo, etc. También deberán ser responsables de sus propias decisiones y analizar las situaciones difíciles que se les planteen.
 7. Competencia de conciencia y expresiones culturales (CEC): con esta actividad los alumnos aprenden conocimientos relacionados con el cuerpo humano, por ejemplo, en qué parámetros se sitúa el umbral del dolor del oído humano. También pueden manifestar habilidades artísticas en la construcción de su propio altavoz casero.

El principal objetivo de esta actividad es el estudio de tendencias funcionales basada en el concepto que tienen los alumnos sobre la tendencia, tanto finita como infinita. A través del ordenador los alumnos trabajan la modelización a partir de conceptos matemáticos. Los contenidos impartidos en esta propuesta de actividad didáctica se basan en los establecidos en la ORDEN EDU/363/201 del BOCyL. Estos contenidos son:

- Funciones reales de variable real.
- Continuidad de una función. Estudio de discontinuidades.
- Tendencias funcionales. Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas.

El resto de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de las asignaturas involucradas en esta actividad se pueden ver en el apartado *A.9.3 Actividad “Intensidad de sonido”*. Por último, dentro del currículo de Matemáticas, en la *Tabla 22* se muestra la relación de los criterios y estándares de aprendizaje establecidos por el BOCyL con las principales competencias clave que fomenta la actividad “Intensidad del sonido”:

Tabla 22*Criterios, estándares y competencias clave de la actividad 4*

Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje	C.C
1. Identificar funciones elementales, dadas a través de enunciados, tablas o expresiones algebraicas, que describan una situación real, y analizar cualitativa y cuantitativamente, sus propiedades, para representarlas gráficamente y extraer información práctica que ayude a interpretar el fenómeno del que se derivan.	1.1 Reconoce analítica y gráficamente las funciones reales de variable real elementales.	CCL CMCT CAA
	1.3 Interpreta las propiedades globales y locales de las funciones, comprobando los resultados con la ayuda de medios tecnológicos en actividades abstractas y problemas contextualizados.	CCL CMCT CAA CD
	1.4 Extrae e identifica informaciones derivadas del estudio y análisis de funciones en contextos reales.	CIEE CMCT CAA CIEE CEC
	4.2 Utiliza medios tecnológicos adecuados para representar y analizar el comportamiento local y global de las funciones.	CMCT CD CIEE

Nota. Adaptado de la ORDEN EDU/363/2015

3.4.3 Recursos

Para que los alumnos puedan realizar correctamente la actividad, el centro educativo deberá contar con las siguientes instalaciones:

- Taller espacioso de Tecnología equipado con proyector LED y pizarra digital.
- Aula de informática equipada con al menos 30 ordenadores.

Los alumnos deberán contar con material escolar, es decir, cuadernos, libros de texto, bolígrafos, calculadoras, reglas, tijeras, etc. Por otro lado, los profesores serán los que suministren el resto de materiales para que los alumnos puedan realizar cada tarea. En la primera parte de la actividad, el profesor de Tecnología deberá suministrar a cada grupo el material necesario para poder construir un altavoz. En la tercera parte de la actividad, el profesor de Tecnología facilitará y dará indicaciones sobre la ubicación de la aplicación *Desmos*, siendo los alumnos quienes investiguen cómo funciona la aplicación.

3.4.4 Desarrollo de la actividad

La actividad se desarrollará en tres sesiones, a continuación, se especifica el desarrollo de la misma en cada una de ellas.

Sesión 1

En los primeros quince minutos de la sesión el profesor explica a los alumnos en qué va a consistir la actividad, es decir, qué contenidos se van a aprender, qué criterios se van a utilizar para evaluar, qué tareas hay que realizar, etc. Una vez explicados estos aspectos, el docente de Tecnología realizará 6 grupos de 5 personas, contando con que la clase sea de 30 alumnos. Posteriormente, situará en una mesa tanto los materiales como las instrucciones que van a necesitar cada grupo para poder construir el altavoz (*ver el apartado A.8 INSTRUCCIONES PARA CONSTRUIR UN ALTAVOZ CASERO*). El tiempo total aproximado requerido para esta sesión es de 60 minutos.

Sesión 2

Antes de empezar esta sesión, el profesor de Matemáticas les manda una tarea para casa donde cada alumno deberá realizar una pequeña investigación para poder responder a una serie de preguntas (*ver Figura 41*). Una vez contestadas dichas preguntas, los alumnos deberán utilizar por grupos el altavoz que habían construido en la sesión anterior para poder responder a la pregunta de un problema (*ver Figura 42*) formulado por los profesores de Tecnología y Matemáticas. El tiempo total aproximado requerido para esta sesión es de 50 minutos.

Figura 41

Cuestiones teóricas acerca del sonido

<p>Nombre y Apellidos:</p> <p>Conteste a las siguientes preguntas</p> <ol style="list-style-type: none">1. <i>¿Cómo se puede definir la intensidad del sonido?</i>2. <i>¿En qué unidades se mide dicha intensidad?</i>3. <i>Cuando el sonido se propaga por el aire, ¿qué relación hay entre la distancia al foco de propagación y la intensidad de sonido?</i>
--

Fuente: Elaboración propia.

Figura 42*Cuestiones prácticas acerca del sonido I*

Grupo:	Integrantes:
Conteste a las siguientes preguntas.	
Si la potencia de sonido del altavoz es de 0,14 W (dicha potencia está relacionada con la potencia eléctrica y la eficiencia del altavoz).	
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>¿Qué relación existe entre la distancia al equipo y la intensidad de sonido?</i> 2. <i>Construir una tabla con al menos diez valores distintos de la potencia del altavoz y su correspondiente relación entre la distancia al equipo y la intensidad del sonido.</i> 	

Fuente: Elaboración propia.

Sesión 3

Esta sesión se realiza en el aula de informática y de manera individual. En los primeros diez minutos el profesor explica qué es la aplicación Desmos o GeoGebra y dónde está ubicada en cada ordenador. A continuación, cada alumno deberá representar mediante dicha aplicación una función a partir de los datos registrados de la segunda pregunta del cuestionario práctico acerca del sonido de la sesión anterior. Una vez representada gráficamente dicha función, los alumnos deben contestar a una serie de preguntas formuladas por el profesor de Matemáticas (ver Figura 43). Dichas cuestiones ayudarán al alumnado en la comprensión de las tendencias funcionales, en especial, las asíntotas horizontales y verticales.

Figura 43*Cuestiones prácticas acerca del sonido II*

Nombre y Apellidos:
Conteste a las siguientes preguntas.
<ol style="list-style-type: none"> 1. <i>¿Qué intensidad de sonido se produce a 5 metros? ¿y a 25 metros? ¿qué ocurre con la intensidad cuando la distancia se hace cada vez más grande? ¿a qué distancia aproximada se deja de percibir el sonido?</i> 2. <i>Si una persona se coloca a 30 centímetros del altavoz, ¿qué intensidad tiene el sonido? ¿qué ocurre si la distancia es muy pequeña? ¿se supera el umbral del dolor?</i>

Fuente: Elaboración propia.

3.4.5 Evaluación

En estas tres sesiones, los alumnos trabajan de manera grupal e individual, por tanto, deberán ser evaluados utilizando el mismo criterio tanto para cada grupo como para cada individuo. A continuación, se realiza la siguiente propuesta de calificación.

A. Sesión I de trabajo grupal en el taller de Tecnología.

La evaluación la realiza el profesor de Educación Plástica y Visual. Siendo la nota máxima de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado A.10.2 *Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 23

Distribución del puntaje de la parte A de la actividad 4

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		35%
<i>Participación y colaboración</i>		25%
<i>Distribución de las tareas</i>		20%
<i>Interacción</i>		20%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia.

B. Sesión de trabajo grupal en el taller de Tecnología.

La evaluación del cuestionario previo a la sesión la realiza el profesor de Matemáticas, el resto lo evalúa el profesor de Tecnología. Por tanto, el profesor de Matemáticas evalúa una parte individual sobre una nota máxima de 2 puntos y el profesor de Tecnología evalúa la parte grupal sobre una nota de 4 puntos. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado A.10.2 *Rúbrica de los trabajos grupales*.

Tabla 24

Distribución del puntaje de la parte previa de la actividad 4

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución objetivos</i>		90%
<i>Asistencia</i>		10%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia.

Tabla 25*Distribución del puntaje de la parte B de la actividad 4*

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución de objetivos</i>		60%
<i>Participación y colaboración</i>		20%
<i>Interacción</i>		20%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia.**C. Sesión de trabajo individual en aula de Informática.**

La evaluación la realiza tanto el profesor de Tecnología como el profesor de Matemáticas, siendo la nota máxima de 8 puntos, es decir, 4 puntos por cada profesor. A continuación, se muestra la distribución del puntaje dependiendo de cada criterio definido en el apartado A.10.1 *Rúbrica del trabajo individual.*

Tabla 26*Distribución del puntaje de la parte C de la actividad 4*

<i>Criterios</i>	<i>Puntaje</i>	<i>Porcentaje</i>
<i>Consecución objetivos</i>		40%
<i>Participación</i>		15%
<i>Interés mostrado</i>		15%
<i>Esfuerzo y dedicación</i>		15%
<i>Asistencia</i>		15%
<i>TOTAL</i>		100%

Nota. Elaboración propia.

La calificación total de esta actividad será sobre 10 puntos y se obtendrá de la siguiente manera:

$$\text{Calificación total} = \frac{\text{Cal. A} + \text{Cal. B} + \text{Cal. C}}{18} \cdot 10$$

3.5 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Las etapas educativas de Educación Secundaria, tanto la obligatoria como la de Bachillerato, se caracterizan por la presencia de gran diversidad de alumnado en sus aulas, La principal razón se debe a los distintos grados y ritmos de aprendizaje, distintas capacidades para asimilar y comprender los conceptos y distintos niveles de motivación e interés, principalmente. Según la Orden EDU/363/2018 es obligatorio atender a cualquier alumno independientemente de las necesidades educativas que requiera. Por esta razón, tanto el centro educativo como el docente tienen que ser capaces de atender y ser cercanos a la realidad de cada alumno en la medida de lo posible.

Para poder detectar las necesidades específicas que tienen los estudiantes es conveniente haber realizado una valoración antes de la implementación de las actividades STEAM. Esta valoración sirve para determinar no solo aspectos relacionados con el rendimiento, desarrollo intelectual, personalidad, motivación, entre otras, sino también necesidades especiales tanto físicas como psíquicas que puedan originar dificultades de aprendizaje. Una vez realizada la valoración se deben de tomar acciones concretas para conseguir facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Algunas de estas acciones necesitan de adaptaciones curriculares, sesiones de refuerzo, ayuda en cuanto a recursos, etc. Estas adaptaciones curriculares se deben de llevar a cabo por el Departamento de Orientación Educativa, quien ayuda a los profesores que están involucrados en cada actividad STEAM para adaptar las tareas de la misma al alumnado, donde la metodología y los recursos que se emplean tienen un papel relevante.

En ocasiones, como, por ejemplo, alumnos con TDAH, es decir, estudiantes que presentan trastornos relacionados con el déficit de atención, impulsividad e hiperactividad, el docente puede establecer medidas concretas para que el alumno no se distraiga y pueda realizar correctamente la actividad. En otras ocasiones más graves se tiene que realizar una adaptación curricular según el tipo de necesidad educativa que requiera el alumno. Estas medidas se consideran extraordinarias ya que modifica los elementos curriculares del estudiante con el fin de favorecer el proceso de aprendizaje.

Para facilitar que el mayor número de alumnos aprendan los contenidos que se trabajan en cada actividad STEAM, se ha propuesto distintas metodologías para captar la atención del alumno, motivándole y haciéndole partícipe de su propio aprendizaje. Con esta propuesta de actividades se desarrollan distintas metodologías, como, por ejemplo, el aprendizaje cooperativo donde los alumnos trabajan en equipo, aprendiendo a escuchar y proponer e intercambias ideas. También, se hace uso del aprendizaje individual y del aprendizaje mediante herramientas TIC, las cuales

consiguen aumentar el interés del alumnado y hace que el proceso de enseñanza-aprendizaje sea más dinámico e innovador.

Para los estudiantes con altas capacidades cognitivas, el docente les exigirá mayor esfuerzo tanto en el trabajo grupal como en el individual con el objetivo de que aporten todo lo que son capaces de hacer. Para que este tipo de alumnado esté motivado no solo durante la realización de las actividades sino también el resto del curso, se les plantea trabajos de investigación y actividades más complejas acorde a sus capacidades y se les informa acerca de competiciones matemáticas como la Olimpiada Matemática, especialmente, y se animará a todo el alumnado a participar en el concurso internacional “Canguro Matemático”.

La atención a la diversidad del alumno, no es etiquetar y dar respuesta a alumnos concretos, sino un plan que asegure que todo alumno se sienta integrado y apoyado en todo momento tanto por el centro como por el docente y sus compañeros.

El estudiante y su familia deben ser conscientes de que el centro tiene un plan de actuación para facilitar su aprendizaje. El principal objetivo es que cada alumno pueda aprender en igualdad de condiciones con respecto al resto de sus compañeros.

3.6 LIMITACIONES

Aunque parezca que las actividades no tengan grandes limitaciones de puesta en marcha, pueden aparecer ciertas dificultades tanto durante la planificación como durante la implementación de las mismas en el aula. La primera de ellas puede estar relacionada con el espacio. Las actividades que se han propuesto necesitan de aulas amplias, taller de Tecnología, aula de Informática con al menos 30 ordenadores, laboratorio de Física y Química, etc. Además, no solo estas instalaciones tienen que contar con el equipo y material necesario para poder realizar correctamente las actividades, sino también tienen que contar con áreas donde los alumnos puedan moverse libremente, sentarse por grupos, etc.

Otras de las limitaciones están relacionadas con el tiempo. Algunas sesiones exceden el tiempo ordinario de clase, esto quiere decir que se va a necesitar de una correcta planificación donde el profesor acuerde con otros profesores el uso de parte del tiempo de esa asignatura. Además, dependiendo de la clase, durante la implantación de las actividades las sesiones se pueden quedar cortas de tiempo o por el contrario excesivamente largas. También hay que contar con que no se pueden dar todos los contenidos marcados por el currículo con estas actividades, es decir, el resto de contenidos tienen que ser impartidos mediante el empleo de otras metodologías como la lección magistral.

Otra limitación está relacionada con el aspecto económico. En algunas actividades como por ejemplo la construcción del altavoz, los materiales necesarios pueden ser, por un lado, difíciles de conseguir, y por el otro, bastante caros. Por esta razón, algunas actividades van a depender de la capacidad económica del centro para poder conseguir estos materiales. Además, a lo largo de las tareas pueden surgir inconvenientes que sean necesarios abordar.

Como se ha mencionado anteriormente, un aspecto bastante difícil de llevar a cabo es la dificultad en la planificación de los horarios de los profesores. Es muy complicado cuadrar horarios y que los profesores no se sientan insatisfechos. Esto requiere de un buen acuerdo entre docentes, coordinándose en todo momento, y también entre los departamentos de cada una de las asignaturas afectadas.

SÍNTESIS, CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

SÍNTESIS

En la actualidad hay multitud de herramientas y estrategias que mejoran el aprendizaje conceptual de las Matemáticas en los alumnos. Debido a ese gran número de técnicas, es el profesor quien debe valorar una serie de aspectos relacionados con las características del alumnado, el contenido a impartir, las instalaciones del centro, los recursos y materiales con los que cuenta el profesor, etc., para poder adaptar de la mejor manera posible esa estrategia al aprendizaje significativo de los alumnos.

Numerosas investigaciones destacan la importancia de emplear técnicas de aprendizaje activas donde los estudiantes puedan realizar cosas y pensar sobre qué están haciendo. En este tipo de metodologías activas no solo es importante el papel del alumno, sino también el del profesor. El papel de este último tiene que ser el de asesorar y facilitar el aprendizaje de los estudiantes, colaborar junto al alumno en su propia evaluación, tener un enfoque más interdisciplinario, utilizar varias técnicas de aprendizaje activo, crear un buen ambiente de trabajo, etc., en definitiva, mejorar la educación de sus estudiantes y prepararlos para el futuro que les acontece.

Uno de los problemas que tiene la educación de hoy en día es la brecha existente entre la formación de los alumnos y las necesidades reales del mercado laboral. Una de las soluciones a este problema es el desarrollo de una educación con un enfoque STEAM, es decir científico-tecnológico, donde se persigue el desarrollo integral del alumno. En este tipo de educación los alumnos deben utilizar de manera creativa los conceptos y principios no solo de las Matemáticas sino también del resto de Ciencias, sabiéndolos poner en práctica en distintas situaciones reales mediante el uso de procedimientos racionales y lógicos, teniendo iniciativa, interés, motivación y confianza en uno mismo.

A partir de las pertinentes investigaciones realizadas y el análisis de los cuestionarios realizados a varios grupos de cuarto de Secundaria, se han propuesto una serie de actividades basadas en un enfoque STEAM, con el objetivo de afianzar conocimientos concretos de Matemáticas, en este caso, sobre el concepto y características de las funciones. Con estas actividades se pretende que los alumnos sepan enfrentarse a situaciones problemáticas, sean innovadores, creativos, autosuficientes, es decir, que tengan iniciativa propia, ganas de aprender y superar retos, tener confianza en sí mismos. También que tengan la capacidad de poner en práctica conocimientos en este caso relacionados con las funciones y, por último, que tengan una cultura científico-tecnológica donde entiendan y comprendan la naturaleza de la tecnología, su aplicación, etc.

CONCLUSIONES

La realización de este Trabajo Fin de Máster ha ayudado a investigar y valorar aspectos y situaciones de la Educación Secundaria en la actualidad. A través de este trabajo se ha estudiado y comprendido las principales metodologías que se emplean en la docencia para mejorar la labor docente y por consiguiente el aprendizaje de los alumnos.

Concretamente, realizando el análisis de los resultados de los cuestionarios y posteriormente la propuesta de actividades se ha producido un acercamiento a la realidad del papel del docente de Matemáticas en la situación normativa actual, es decir, de qué manera se puede atender a las dificultades de aprendizaje de los alumnos y la importancia de tener una buena coordinación no solo con el resto de profesores sino también con la dirección del centro.

Este Trabajo Fin de Máster constituye la recta final del paso por el Master en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanzas de Idiomas. Gracias a los conocimientos que se han adquirido durante el Máster se ha podido elaborar el presente documento. Por otro lado, ha sido de vital importancia las Prácticas realizadas en el centro no solo para poder llevar a cabo parte de este trabajo sino también para conocer de primera mano cómo se desarrolla la enseñanza, qué leyes y contenidos rigen la educación, cómo aprenden los alumnos, etc.

Estos últimos aspectos no solo se han podido aprender en el Prácticum sino también previamente en el Módulo Genérico de Psicopedagogía del Máster. También, por otro lado, el Módulo Específico de Matemáticas y su Didáctica ha contribuido a aprender los conocimientos de los siguientes bloques:

1ºBloque. Contenidos curriculares específicos en Matemáticas.

La asignatura de “*Complementos de Matemáticas*” ha servido para tener un mayor conocimiento de Matemáticas que el impartido en etapas preuniversitarias como Bachillerato. De esta manera se puede dar solución y controlar situaciones complejas que puedan dar en clase por parte de los alumnos.

La asignatura “*Modelos Matemáticos en Educación Secundaria*” ha facilitado saber plantear actividades de modelización y conocer mediante un posterior análisis el nivel que tienen los alumnos con respecto a esta habilidad o conocimiento.

Por último, la asignatura “*Resolución de Problemas en Educación Secundaria*” ha permitido adquirir una buena capacidad para planificar los ejercicios utilizando un lenguaje matemático riguroso y adecuado a la etapa educativa.

2ºBloque. Didáctica específica de las Matemáticas.

La asignatura “*Diseño Curricular en Matemáticas*” ha sido de vital importancia ya que se ha aprendido a elaborar en su totalidad una Unidad Didáctica atendiendo a los criterios mínimos que exige la normativa vigente. También para conocer el funcionamiento del sistema educativo actual.

La asignatura “*Metodología y Evaluación en Matemáticas*” ha aportado conocimiento sobre cuáles son las principales metodologías docentes y sus principales características. También qué tipo de metodología es mejor según ciertos aspectos relacionados con los alumnos, contenidos, características del centro, etc., y, por último, la planificación de la evaluación basado en competencias claves.

Para terminar, dentro de este bloque se encuentra la asignatura “*Didáctica de la Matemática*” de gran importancia para programar actividades que faciliten el aprendizaje significativo de los alumnos mediante una transmisión adecuada de los conocimientos tanto oralmente como por escrito.

3ºBloque. Innovación e investigación en Matemáticas.

En este bloque se encuentra la asignatura “*Innovación Docente en Matemáticas*” la cual ayuda a ser más creativo e innovador, elaborando actividades novedosas que puedan motivar a los alumnos y que vean a las Matemáticas desde otra perspectiva más interesante.

Por último y no menos importante, se encuentra la asignatura “*Iniciación a la Investigación educativa en Matemáticas*” la cual aporta conocimientos para poder realizar búsquedas e investigaciones siguiendo un método riguroso y consultando bases de datos que han sido útiles para la realización del presente trabajo.

Para finalizar, se puede decir que este Máster no solo ha sido importante para la elaboración del presente trabajo, sino también para conocer de primera mano la educación de hoy en día y las dificultades, pero también los numerosos beneficios que tiene ser profesor de un centro de Secundaria y Bachillerato. No cabe duda que el trabajo de profesor es un trabajo vocacional donde reconforta ver como los alumnos a los que se enseña van evolucionando como personas y como tú, el profesor de Matemáticas, eres también el protagonista de esa evolución.

LÍNEAS FUTURAS

Con el objetivo de seguir con la investigación basada en el diseño de actividades STEAM y su implementación en las aulas de Secundaria y Bachillerato, se ha pensado en una serie de medidas que pueden ayudar a futuros investigadores y docentes para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, concretamente con los contenidos relacionados con las funciones.

Como se ha mencionado anteriormente, para poder realizar el diseño de las actividades se tuvo en cuenta por un lado el estudio de antecedentes y por el otro, el análisis de las respuestas de los cuestionarios. Estos cuestionarios se llevaron a cabo en tres grupos de cuarto de Secundaria pertenecientes al mismo centro educativo. Por tanto, una de las medidas que habrá que realizar será implementar dichos cuestionarios a alumnos de cuarto de Secundaria de diferentes centros tanto públicos como concertados y privados, de esta manera se puede realizar una investigación más profunda y obtener un análisis más fiable de los resultados. Además, para que el análisis sea lo más objetivo posible se puede incorporar datos numéricos a los enunciados de las cuestiones.

También, para conocer hasta qué grado puede cambiar la motivación e interés de los alumnos, sería interesante que, después de realizar las actividades los estudiantes realizaran otro cuestionario relacionado con las emociones que les ha suscitado las actividades. De esta manera el docente sería capaz de identificar posibles mejoras a los diseños de las mismas según el análisis de resultados de dicho cuestionario.

Por último, para dar a conocer la educación STEAM se podrían plantear torneos para diferentes etapas educativas, donde los alumnos de diferentes centros educativos pudiesen competir entre ellos y demostrar sus habilidades y conocimientos científico-matemáticos. Estos torneos además de aumentar tanto a los alumnos como a los centros la motivación e interés por este tipo de educación, también podría servir a los investigadores para realizar estudios atendiendo a numerosos criterios como la edad, recursos, población, entre otras.

BIBLIOGRAFÍA

- Alsina, A. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Revista suma*, 56, 23-31.
- Bakker, A y Van Eerde, D. (2014). *An introduction to design-based with an example from statistics education*. In A. Bikner-Ahsbahr, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Doing qualitative research; methodology and methods in mathematics education*. New York: Springer.
- Baroody, A.J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Aprendizaje VISOR/MEC Madrid.
- Bonwell, Charles y James, A. Eison (1991). *Active Learning: Creating Excitement in the Classroom* (ASHE-ERIC Higher Education Report No.1). Washington, D.C: The George Washington University, School of Education and Human Development.
- Brissel, L., Morel, L y Dupont, L. (2013). Contribution to setting up a sustainable learning in an Eco-Neighbourhood development plan base on “serious game”. In IEE International Technology Management Conference & 19th ICE Conference, Centre for Innovation, Campus the Hague, the Netherlands, 24-26 June, 2013. DOI: 10.1109/ITMC.2013.7352607.
- Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional. (2018). *Previsión de competencias*.
- Colegio San José (2022). *Secundaria*. Consultado el 20 de mayo de 2022. <https://colegiosanjose.org/secundaria/>
- Dale, E. (1969). *Audiovisual Methods in Teaching*. Holt, Rinehart and Winston: Austin, TX. Journal Article.
- Drewand, V. y Machie, L. (2011). *Extending the constructs of active learning: implications for teachers-pedagogy and practice*. *The Curriculum Journal*, 22 (4), 451-467.
- Fernández, N. (2006). *Estrategias de enseñanza para favorecer el aprendizaje significativo*. *Revista Cognición*, 1(6), 12-28.

- Fernández, R. (2019). *Análisis del proceso de enseñanza y aprendizaje de las asíntotas a través de sus gráficas en bachillerato mediante flipped classroom*. [Trabajo Doctoral, Universidad Valladolid]. Repositorio Institucional UVA: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/40240>.
- González, B. (2018). *Diseño de actividades STEM en secundaria: una apuesta volcánica*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad de Valladolid]. Repositorio institucional UVA: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/32180>
- Guerrero, Shannon (2010). *Technological Pedagogical Content Knowledge in the Mathematics Classroom*. *Journal of Digital Learning in Teacher Education* 26(4), 132-139.
- Huber, L. (s.f.). *Aprendizaje activo y metodologías educativas*. Universidad Tubingen, Alemania.
- Koehler, Matthew J. y Mishra, Punya (2009). *What is technological pedagogical content knowledge?* *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 60-70.
- Kolb, David A. (1981). *Learning styles and disciplinary differences*. Arthur W (Eds). *The Modern American College*. Jossey-Bass Publishers, San Francisco, 232-255.
- Laboy-Rush, D. (2011). *Integrated STEM Education through Project-Based Learning*. Consultado el 4 de abril de 2022 de <http://www.rondout.k12.ny.us/common/pages/DisplayFile.aspx>.
- Maab, K. (2006). *What are modelling competencias?* *ZDM*, 38 (2), 113-142.
- Macías, R. (2019). *Metodologías activas de aprendizaje para matemáticas en educación secundaria*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad Politécnica de Madrid]. Repositorio Institucional UPM: https://oa.upm.es/56995/1/TFM_RICARDO_MACIAS_SANCHEZ.pdf
- Mata, C. (2015). *Un estudio de casos para evaluar la competencia STEM*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad de Granada].
- Newby, T.; Stepich, D.; Lehman J. y Russel, J. (2000). *Instructional technology for teaching and learning*. Nueva Jersey: Prentice Hall.
- Opie, C (2004). *Doing educational research*. London: Sage
- ORDEN EDU 352/2015, de 8 de mayo, *de implantación, evaluación y desarrollo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León*. (2015). Boletín Oficial de Castilla y León, 32051-32480. <https://BOCYL.jcyl.es/boletines/2015/05/08/pdf/BOCYL-D-08052015-4.pdf>.

- Shulman, Lee S. (1986). *Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching*. Educational Researcher, 15(2), 4-14.
- Pastor, I. (s.f.). *Análisis de la Metodología STEM a través de la percepción del docente*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad de Valladolid]. Repositorio institucional UVA: <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/30952>.
- Pujolàs Maset, P. (2008). *9 ideas clave. El aprendizaje cooperativo*. Barcelona: Graó.
- Ruiz, F. (2017). *Diseño de proyectos STEAM a partir del curriculum actual de Educación Primaria utilizando Aprendizaje Basado en Problemas, Aprendizaje Cooperativo, Flipped Classroom y Robótica Educativa*. [Tesis doctoral, Universidad CEU Cardenal Herrera]. Repositorio institucional CEU: <http://hdl.handle.net/10637/8739>
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. (3 de enero de 2015). Boletín Oficial del Estado.
- Sans, D. (2019). *Diseño STEM de una UD en Matemáticas 4º de ESO*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad Internacional de la Rioja]. Repositorio institucional UNIR:
- Sierra, H. (2013). *El aprendizaje activo como mejora de las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad Pública de Navarra]. Repositorio Institucional UPNA: <https://hdl.handle.net/2454/9834>.
- Simon, M. (1995). *Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective*. Journal for Research in Mathematics Education, 26 (2), pp. 114-145.
- Simón, M. (2020). *El papel de la tecnología y las metodologías activas en la enseñanza de matemáticas en educación secundaria y bachillerato: situación y tendencias globales*. [Trabajo Fin de Máster, Universidad a distancia de Madrid]. Repositorio Institucional UDIMA: <http://hdl.handle.net/20.500.12226/851>.
- Skemp, R. (1980). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Ed: Morata, Madrid.
- Socas, M. (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el Enfoque Lógico Semiótico*. En Investigación en Educación Matemática, XI, pp. 19-52.

BIBLIOGRAFÍA



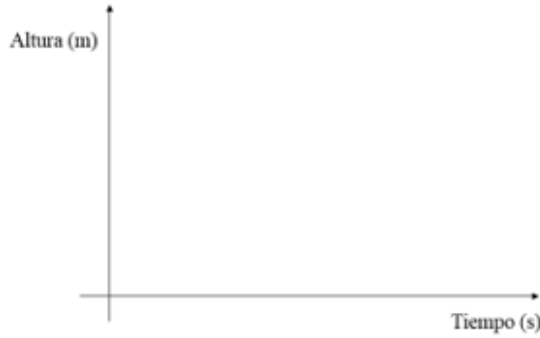
- Tsupros, N., Kohler, R., & Hallinen, J. (2009). *STEM education: A project to identify the missing components*. Intermediate Unit 1: Center for STEM Education and Leonard Gelfand Center for Service Learning and Outreach, Carnegie Mellon University, Pennsylvania.
- Watkins, C., Carnell, E y Lodge, C. (2007). *Effective Learning in Classrooms*. Paul Chapman Publishing.
- Zerger, S. (2008). *Theoretical Frameworks That Inform The Supplemental Instruction Model*. In M.E Stone y G. Jacobs (Eds.), *Supplemental Instruction: Improving First-Year Student Success in High-Risk Courses*. 7 (21-28). University of South Carolina: National Resource Center for the First-Year Experience and Students in Transition.

A. ANEXOS

A.1 CUESTIONARIO FICHA 1

Figura 44



Primera y segunda pregunta del cuestionario 1

	Curso 2021-2022	
Nombre y apellidos:		
¡SALTA, PIEDRECITA, SALTA!		
<p>La piedra saltarina, o epostracismo, es un juego que consiste en lanzar una concha o piedra plana sobre el agua de forma que rebote sobre la superficie, preferiblemente muchas veces. Esta ha sido un pasatiempo popular durante miles de años. Por ejemplo, en la Grecia Clásica ya se practicaba este juego, e incluso se hizo un tratado oral explicando cómo las piedras lanzadas sobre el agua rebotaban una y otra vez.</p>		
<p>A continuación, se va a analizar este juego desde un punto de vista matemático-físico. Contesta a las siguientes preguntas.</p>		
<p>1. ¿Cómo piensas que será el gráfico de la altura de la piedra en los sucesivos rebotes con respecto al tiempo? Haz un esbozo de esta gráfica.</p>		
		
<p>2. ¿A qué familia de funciones corresponde la gráfica que has dibujado en la pregunta anterior? Justifica tu respuesta.</p>		
<p>a) $y=k/x$ b) $y=ax+b$ c) $y=ax^2+bx+c$ d) $y=ax^3+bx^2+cx+d$</p>		
<p>Justificación</p> <div style="border: 1px solid black; height: 80px; width: 100%;"></div>		


Fuente: Elaboración propia

Figura 46

Cuarta y quinta pregunta del cuestionario 1

Curso 2021-2022

4. ¿La distancia que recorre la piedra varía o se mantiene constante con los sucesivos rebotes? Esboza la gráfica de la distancia que recorre la piedra con respecto al tiempo y justificalo.





Justificación

5. Piensa en otro juego, deporte o situación de la vida cotidiana que sea similar al juego de la piedra saltarina y que describa gráficas parecidas a las de los apartados 1 y 4.

Fuente: Elaboración propia.


Figura 47*Sexta pregunta del cuestionario 1*

Curso 2021-2022

6. Ahora, imagina que jugamos con una piedra más pesada que no rebota tanto, ¿Qué cambios se producirían en las gráficas? ¿Y si jugáramos con una piedra más ligera? Justifica tus respuestas.


Piedra pesada

Altura (m)



Tiempo (s)


Distancia (m)



Tiempo (s)


Piedra ligera

Altura (m)



Tiempo (s)

Distancia (m)



Tiempo (s)

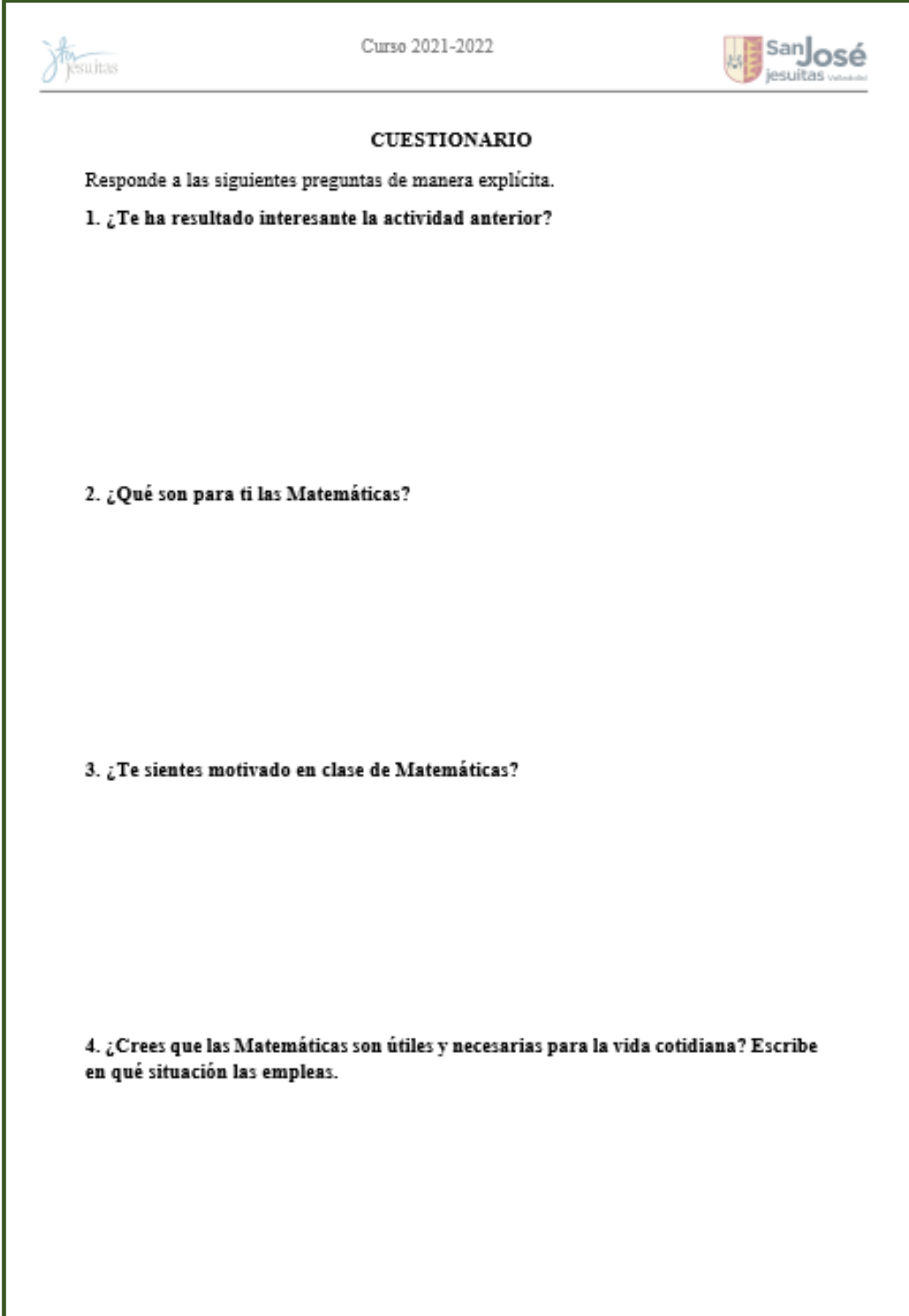
Justificación

Fuente: Elaboración propia.

A.2 CUESTIONARIO FICHA 2

Figura 48

Primera, segunda, tercera y cuarta pregunta del cuestionario 2



Curso 2021-2022

CUESTIONARIO



Responde a las siguientes preguntas de manera explícita.

1. **¿Te ha resultado interesante la actividad anterior?**
2. **¿Qué son para ti las Matemáticas?**
3. **¿Te sientes motivado en clase de Matemáticas?**
4. **¿Crees que las Matemáticas son útiles y necesarias para la vida cotidiana? Escribe en qué situación las empleas.**

Fuente: Elaboración propia.

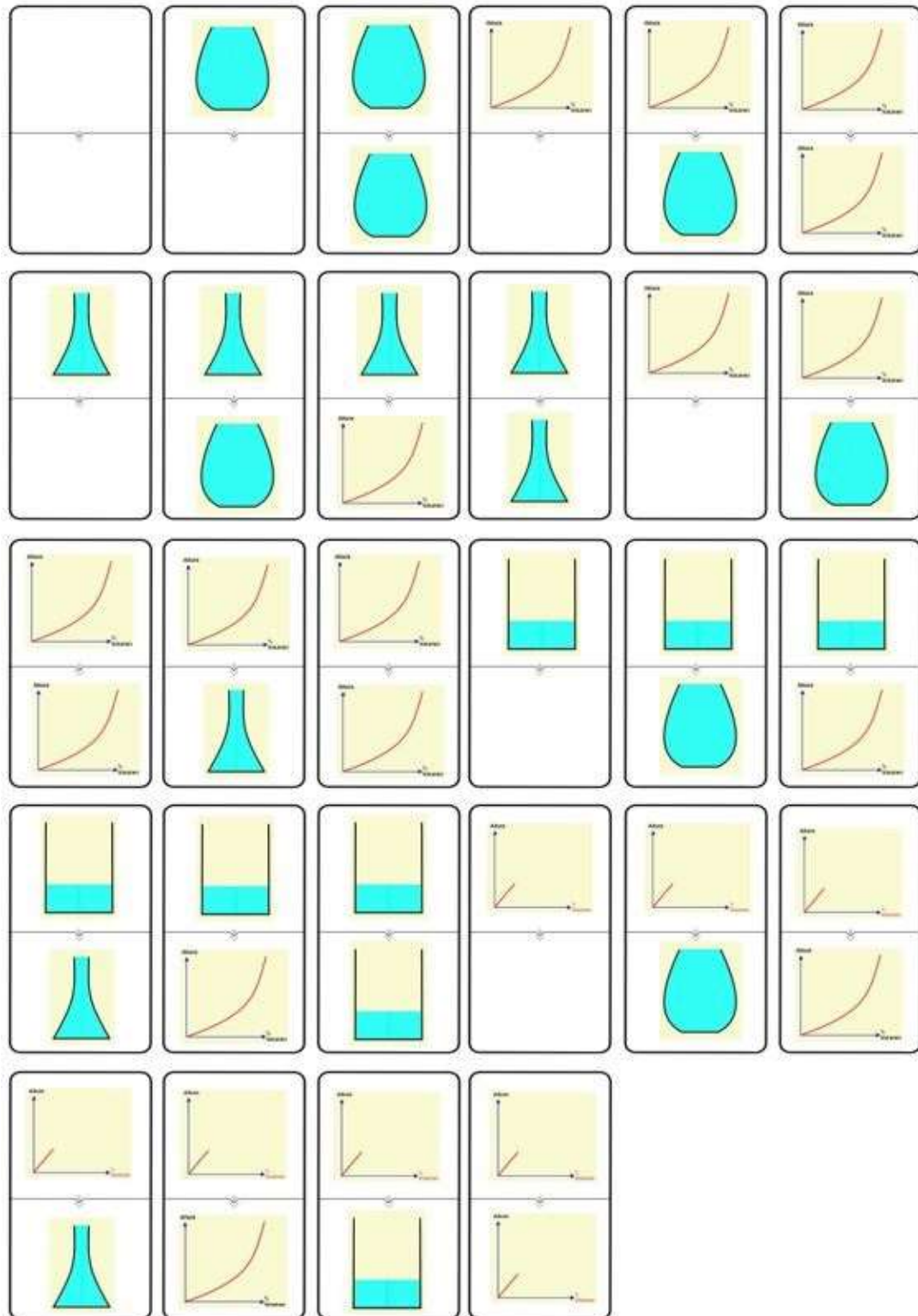
Figura 49

Quinta y sexta pregunta del cuestionario 2

	Curso 2021-2022	
<p>5. ¿Sabrías poner un ejemplo donde se aplique las Matemáticas en otras asignaturas como Tecnología, Biología, Economía, Educación Física, etc.? ¿Y en trabajos relacionados con la Ingeniería, Sanidad y otras ramas de las Ciencias?</p>		
<p>6. ¿Has oído hablar sobre la educación STEAM? ¿Sabrías decir en qué consiste?</p>		

Fuente: Elaboración propia.

A.3 FICHAS DE DOMINÓ TIPO I

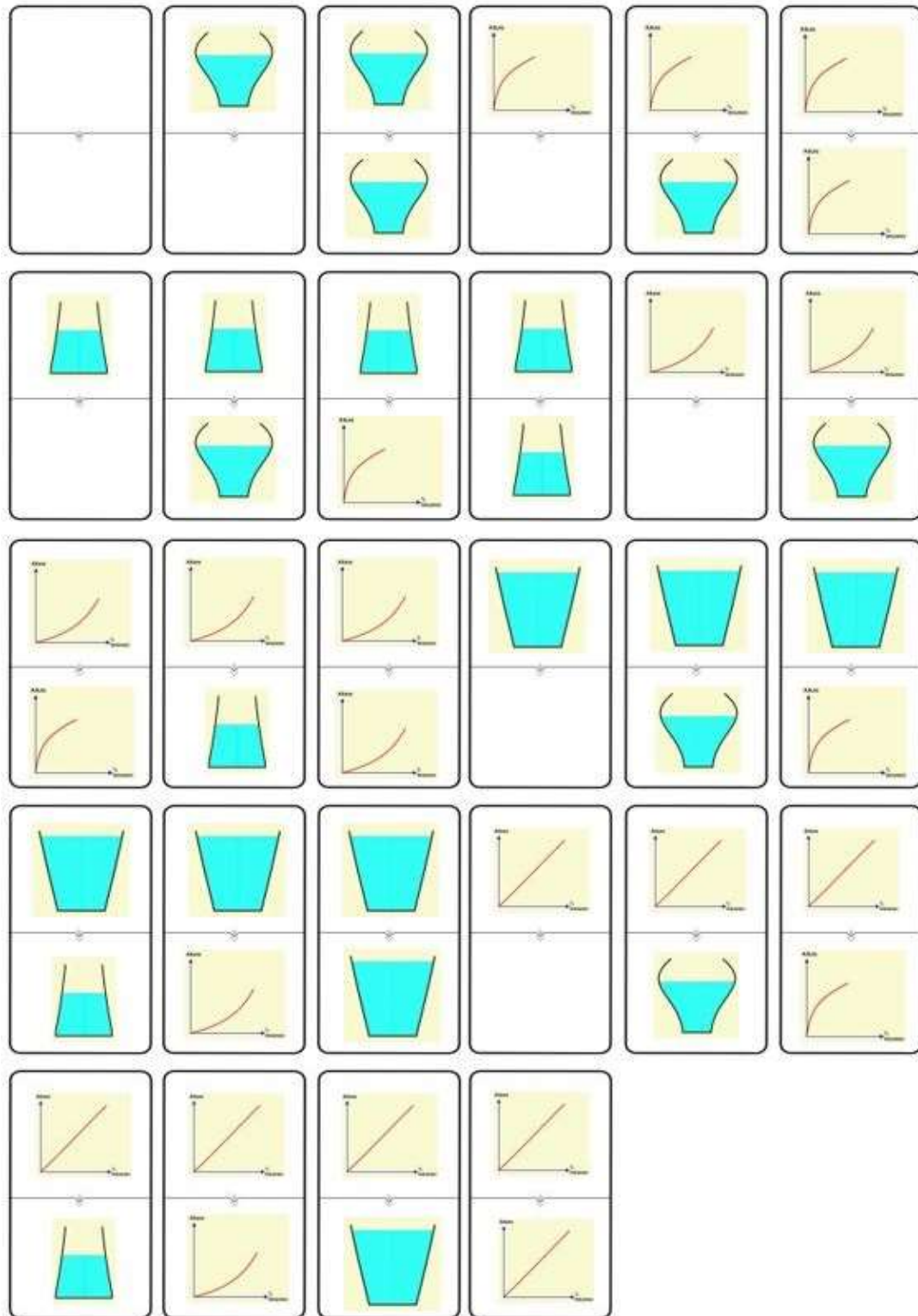
Figura 50*Fichas de dominó tipo I*

Fuente: Elaboración propia.

A.4 FICHAS DE DOMINÓ TIPO II

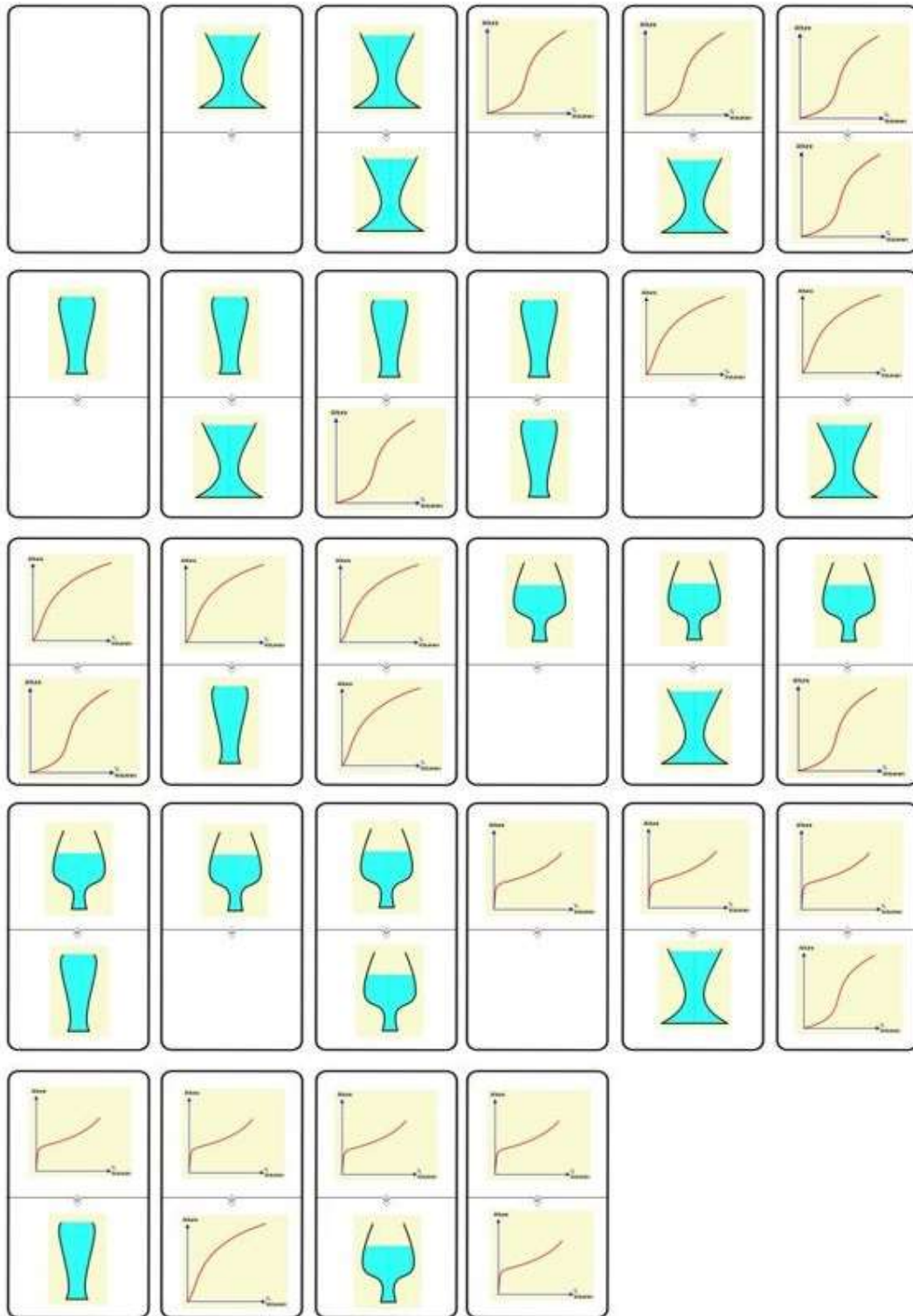
Figura 51

Fichas de dominó tipo II



Fuente: Elaboración propia.

A.5 FICHAS DE DOMINÓ TIPO III

Figura 52*Fichas de dominó tipo III*


Fuente: Elaboración propia.

A.6 CUESTIONARIO ACTIVIDAD “VOLÚMENES DESPLEGABLES”

Figura 53

Cuestionario actividad “Volúmenes desplegables”

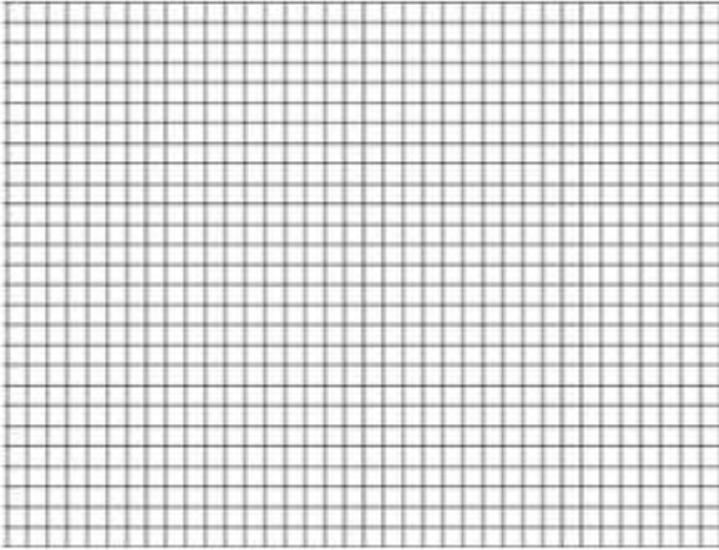
Nombre y Apellidos: _____



“VOLÚMENES DESPLEGABLES”

Conteste a las siguientes preguntas.

1. Número de recuadros a recortar:
2. ¿Cuál es la función volumen según el número de recuadros a recortar?
3. Con la ayuda del software educativo Desmos realiza un esbozo de la función generada en el ordenador.




4. Escribe el dominio y el recorrido de la función generada. ¿Por qué el punto 29 no tiene dominio con aplicación real?
5. ¿Cuáles son los puntos de corte correspondientes a los puntos 0 y 28?
6. ¿En qué zonas la función crece y decrece?

Fuente: Elaboración propia

A.7 CUESTIONARIO ACTIVIDAD “EQUILIBRIO DE FUERZAS”

Figura 54

Cuestionario actividad “Equilibrio de fuerzas”



Nombre y Apellidos:

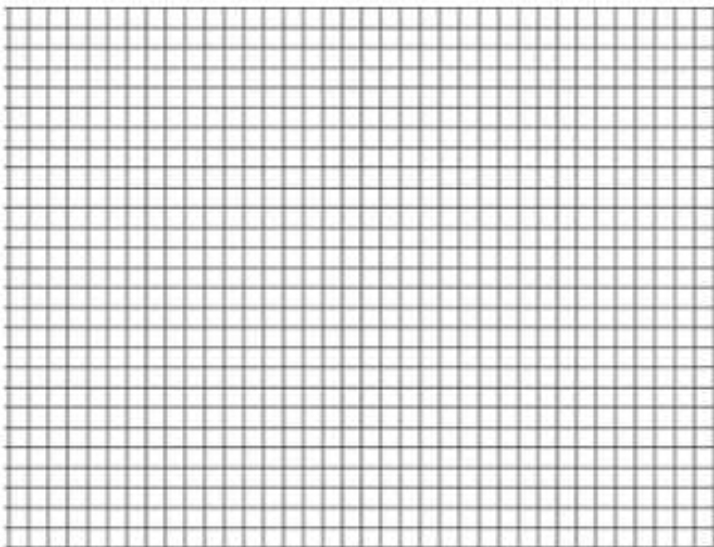
“EQUILIBRIO DE FUERZAS”

Conteste a las siguientes preguntas:

1. Escribe los datos tomados en la anterior sesión en la siguiente tabla. Siendo x la distancia horizontal entre el dinamómetro y el punto de apoyo, y $d-x$ la distancia entre el peso colocado en la palanca y el punto de apoyo.

x									
$d-x$									
Fuerza ejercida									

2. Representa en la gráfica la fuerza ejercida para levantar el objeto en función del peso del mismo. Elige la escala adecuada.



Describe la gráfica que has obtenido.

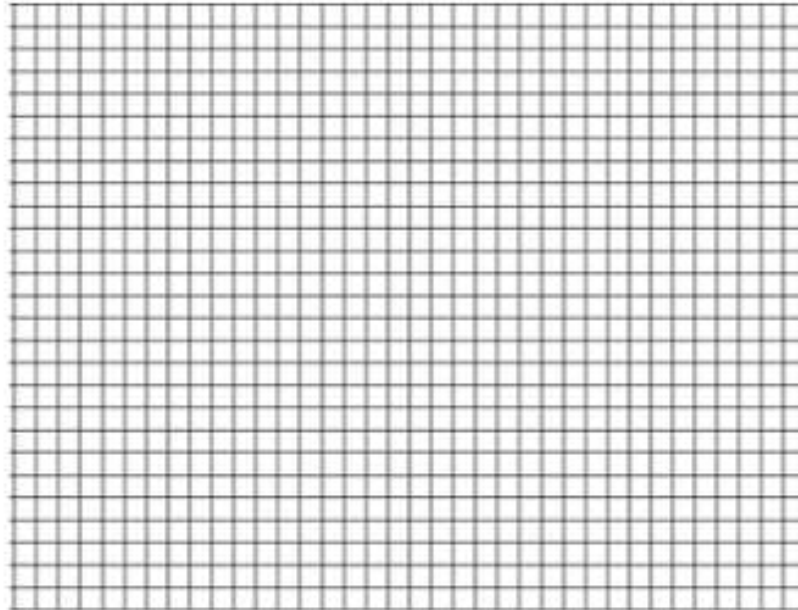
Fuente: Elaboración propia.

Figura 55

Cuestionario actividad “Equilibrio de fuerzas” I



3. *Representa en la gráfica la fuerza ejercida para levantar el objeto pesado en función de la distancia x , es decir la distancia horizontal entre el dinamómetro y el punto de apoyo.*



Describe la gráfica que has obtenido.

4. *¿Cumple el experimento que has realizado con la ley de la palanca?*


5. *Escribe la expresión algebraica que relaciona la Fuerza con la distancia.*

Fuente: Elaboración propia.

A.8 INSTRUCCIONES PARA CONSTRUIR UN ALTAVOZ CASERO









Figura 56

Construcción de un altavoz casero



CONSTRUCCIÓN DE UN ALTAVOZ CASERO

Materiales necesarios:

			
1. Botella de plástico	2. Cinta adhesiva	3. Lija	4. Mechero
			
5. Silicona	6. Cúter	7. Hilo de cobre	8. Imán de neodimio

Indicaciones:

Paso 1: Con el cúter se corta la parte superior de la botella de plástico, quedándose con el embudo. Derrite la rosca de la tapa con un mechero y se utiliza la lija para que la rosca quede lisa.

Paso 2: Realiza un agujero en el centro de la tapa de la botella y enrolla alrededor de la rosca de la botella un hilo de cobre dejando largos los extremos del mismo. Posteriormente coloca cinta adhesiva para dar seguridad.

Paso 3: Corta con unas tijeras el conector de unos auriculares dejando aproximadamente 10 cm de cable. A continuación, quita la cubierta por donde cortaste y recorta el cable blanco. Posteriormente utiliza el mechero para quitar el esmaltado de los hilos de cobre.

Paso 4: Introduce el cable del conector por el orificio de la tapa y fíjalo con silicona caliente. A continuación, une los hilos del cobre del cable a los de la bobina situado en la rosca de la botella.

Paso 5: Pega el imán de neodimio al centro de la tapa. Para fijar la tapa al pico de la botella utiliza la silicona caliente.

Fuente: Elaboración propia.

A.9 CORRESPONDENCIA CON EL CURRÍCULO DE BACHILLERATO

A.9.1 Actividad “Llenado de botellas”

Tabla 27

Correspondencia de la actividad 1 con el currículo de Física y Química

Bloque 1. La actividad científica		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Unidades. Transformación de unidades. Dimensiones.	1. Identificar todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.	1.1 Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, obteniendo la resultante.
Las representaciones gráficas en Física y Química.	2. Conocer, utilizar y aplicar las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el estudio de los fenómenos físicos y químicos.	2.1 Emplea aplicaciones virtuales interactivas para simular experimentos físicos de difícil realización en el laboratorio.
Tecnologías de la Información y la Comunicación en el trabajo científico. Animaciones y aplicaciones virtuales interactivas.		

Nota. ORDEN EDU/363/2015

A.9.2 Actividad “Equilibrio de fuerzas”

Tabla 28

Correspondencia de la actividad 3 con el currículo de Dibujo artístico

Bloque 1. Productos tecnológicos: diseño, producción y comercialización		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
La representación gráfico-plástica de la realidad y las ideas. Funciones del dibujo.	2. Utilizar con criterio los materiales y la terminología específica. 3. Mostrar una actitud autónoma y responsable, respetando las producciones propias y ajenas, así como el espacio de trabajo y las pautas indicadas para la realización de actividades, aportando al aula todos los materiales necesarios.	2.1 Utiliza con propiedad, los materiales y procedimientos más idóneo para representar y expresarse en relación a los lenguajes gráficos-gráficos adecuándolos al objetivo plástico deseado. 3.1 Mantiene su espacio de trabajo y su material en perfecto estado aportando al aula cuando es necesario para la elaboración de las actividades. 3.2 Muestra una actitud autónoma y responsable,

 respetando el trabajo propio y ajeno.

Nota. ORDEN EDU/363/2015

Tabla 29

Correspondencia de la actividad 3 con el currículo de Física y Química

Bloque 1. La actividad científica

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Sistema Internacional de Unidades. Transformación de unidades.	1. Reconocer y utilizar las estrategias básicas de la actividad científica como: plantear problemas, formular hipótesis, proponer modelos, utilizar la notación científica, elaborar estrategias de resolución de problemas y análisis de los resultados.	1.5 Elabora e interpreta representaciones gráficas de diferentes procesos físicos y químicos a partir de los datos obtenidos en experiencias de laboratorio o virtuales y relaciona los resultados obtenidos con las ecuaciones que representan las leyes y principios subyacentes.
Magnitudes físicas. Magnitudes fundamentales y derivadas.		
Tecnologías de la Información y la Comunicación en el trabajo científico. Animaciones y aplicaciones virtuales interactivas.	2. Conocer, utilizar y aplicar las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el estudio de los fenómenos físicos y químicos.	2.1 Emplea aplicaciones virtuales interactivas para simular experimentos físicos de difícil realización en el laboratorio.

Bloque 7. Dinámica

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
La fuerza como interacción. Efectos de las fuerzas.	1. Identificar todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo.	1.1 Representa todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, obteniendo la resultante.

Nota. ORDEN EDU/363/2015

A.9.3 Actividad “Intensidad de sonido”

Tabla 30

Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Dibujo artístico

Bloque 1. Productos tecnológicos: diseño, producción y comercialización

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
------------	-------------------------	--------------------------------------

La representación gráfico-plástica de la realidad y las ideas. Funciones del dibujo	3. Mostrar una actitud autónoma y responsable, respetando las producciones propias y ajenas, así como el espacio de trabajo y las pautas indicadas para la realización de actividades, aportando al aula todos los materiales necesarios.	3.1 Mantiene su espacio de trabajo y su material en perfecto estado aportando al aula cuando es necesario para la elaboración de las actividades. 3.2 Muestra una actitud autónoma y responsable, respetando el trabajo propio y ajeno.
---	---	--

Nota. ORDEN EDU/363/2015

Tabla 31

Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Física y Química

Bloque 1. La actividad científica		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Magnitudes físicas. Magnitudes fundamentales y derivadas.	1. Reconocer y utilizar las estrategias básicas de la actividad científica como: plantear problemas, formular hipótesis, proponer modelos, utilizar la notación científica, elaborar estrategias de resolución de problemas y análisis de los resultados.	1.5 Elabora e interpreta representaciones gráficas de diferentes procesos físicos y químicos a partir de los datos obtenidos en experiencias de laboratorio o virtuales y relaciona los resultados obtenidos con las ecuaciones que representan las leyes y principios subyacentes.
Tecnologías de la Información y la Comunicación en el trabajo científico. Animaciones y aplicaciones virtuales interactivas.	2. Conocer, utilizar y aplicar las Tecnologías de la Información y la Comunicación en el estudio de los fenómenos físicos y químicos.	2.1 Emplea aplicaciones virtuales interactivas para simular experimentos físicos de difícil realización en el laboratorio.

Nota. ORDEN EDU/363/2015

Tabla 32

Correspondencia de la actividad 4 con el currículo de Tecnología

Bloque 1. Productos tecnológicos: diseño, producción y comercialización		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Proceso de diseño y desarrollo de productos.	1. Identificar las etapas necesarias para la creación de un producto tecnológico.	1.1 Diseña una propuesta de un nuevo producto tomando como base una idea dada,

explicando el objetivo de cada
una de las etapas.

Nota. ORDEN EDU/363/2015

A.10 RÚBRICAS DE EVALUACIÓN

A.10.1 Rúbrica del trabajo individual

Tabla 33

Rúbrica del trabajo individual

CRITERIOS	Excelente - 4	Satisfactorio - 3	Mejorable - 2	Insuficiente - 1
<i>Consecución objetivos</i>	El alumno logra todos los objetivos planteados por el docente.	El alumno logra gran parte de los objetivos planteados por el docente.	El alumno logra algunos objetivos planteados por el docente.	El alumno apenas logra los objetivos planteados por el docente.
<i>Participación</i>	El alumno trabaja muy bien en grupo. Participa activamente en el grupo.	El alumno es productivo y solo algunas veces holgazanea.	El alumno algunas veces permite que todo el trabajo lo haga otras personas del grupo	El alumno solo delega y no trabaja con el grupo.
<i>Interés mostrado</i>	El estudiante muestra mucho interés, preguntando dudas y ayudando a sus compañeros.	El estudiante muestra interés, aunque a veces no resuelva las dudas que tenga.	El estudiante muestra poco interés, se muestra apático y aburrido.	El estudiante no muestra interés en ninguna fase de la actividad.
<i>Esfuerzo y dedicación</i>	El estudiante se esfuerza la mayor parte del tiempo sin desviarse de la tarea.	El estudiante se esfuerza mucho, pero se desvía alguna vez de la tarea.	El estudiante se esfuerza poco y se distrae arias veces en clase.	El estudiante no se esfuerza y siempre está distraído.

<i>Asistencia</i>	El alumno está presente todos los días.	El estudiante se perdió algunos días, pero recuperó el trabajo.	El estudiante perdió varios días y no recuperó todos.	El estudiante estuvo ausente la mayor parte de la actividad.
-------------------	---	---	---	--

Nota. Elaboración propia.

A.10.2 Rúbrica de los trabajos grupales

Tabla 34

Rúbrica de los trabajos grupales

CRITERIOS	<i>Excelente - 4</i>	<i>Satisfactorio - 3</i>	<i>Mejorable - 2</i>	<i>Insuficiente - 1</i>
<i>Consecución de objetivos</i>	El grupo logra todos los objetivos planteados por el docente.	El grupo logra gran parte de los objetivos planteados por el docente.	El grupo logra algunos objetivos planteados por el docente.	El grupo apenas logra los objetivos planteados por el docente.
<i>Participación y colaboración</i>	Todos los miembros del grupo han participado en las tareas propuestas por el profesor. También, han ayudado a los demás.	La mayor parte de los miembros del grupo han participado activamente en las tareas encomendadas por el profesor.	Menos de la mitad de los miembros del grupo han participado activamente en las tareas propuestas.	Ningún miembro del grupo ha participado en las tareas. No ha habido ayuda ni colaboración entre los miembros.
<i>Distribución de las tareas</i>	Las tareas se han repartido ecuánimemente entre todos los miembros que forman el grupo.	La mayor parte de las tareas se han repartido ecuánimemente entre todos los miembros que forman el grupo.	Sólo la mitad de las tareas de la actividad se han repartido ecuánimemente entre todos los	En ninguna tarea ha habido un reparto ecuánime entre los miembros que forman el grupo.

			miembros que forman el grupo	
		Durante la	Durante la	
	En toda la actividad, todos los miembros del grupo han podido expresar sus opiniones, respetando el turno de palabra y llegando a un consenso.	mayor parte de la actividad, todos los miembros del grupo han podido expresar sus opiniones, respetando el turno de palabra y llegando a un consenso.	realización de la actividad, solo la mitad de los miembros del grupo han podido expresar sus opiniones, respetando el turno de palabra y llegando a un consenso.	Durante la realización de la actividad, no ha habido un ambiente de respeto ni se ha llegado a ningún consenso.
<i>Interacción</i>				
	Cada miembro del grupo ha ejercido correctamente sus funciones y ha realizado perfectamente sus responsabilidades.	La gran mayoría de los miembros del grupo han desempeñado sus funciones, cumpliendo con sus responsabilidades.	Menos de la mitad de los miembros del grupo han desempeñado sus funciones, cumpliendo a veces con sus responsabilidades.	Ningún miembro del grupo ha desempeñado su función, no cumpliendo a ninguna vez con sus responsabilidades.
<i>Responsabilidad es</i>				

Nota. Elaboración propia.

A.10.3 Rúbrica de las presentaciones orales

Tabla 35

Rúbrica para las presentaciones orales

CRITERIOS	Excelente - 4	Satisfactorio - 3	Mejorable - 2	Insuficiente - 1
<i>Organización</i>	Introduce el propósito de la presentación de manera	Introduce claramente el propósito de investigación.	Poco organizado. Varios puntos confusos. No sigue una secuencia lógica,	La organización es deficiente. No presenta claramente el

	clara y creativa. El estudiante presenta la información en una secuencia lógica. Finaliza con una conclusión precisa que muestra una evaluación sólida y reflexiva.	La mayor parte de la información sigue una secuencia lógica con algunos puntos confusos. Termina con un resumen con puntos principales donde muestra alguna evaluación reflexiva.	saltando de unos puntos a otros. Finaliza con una conclusión poco evidente.	propósito de la presentación. No hay un orden lógico de la presentación. Finaliza sin un resumen o conclusión
<i>Esfuerzo</i>	Aporta ideas personales para mejorar el trabajo. Muestra una muy buena actitud de trabajo.	Aporta algunas ideas personales para mejorar el trabajo. Muestra una buena actitud de trabajo.	Aporta una o dos ideas personales para mejorar el trabajo. Muestra una actitud correcta de trabajo.	No aportó ninguna idea para mejorar el trabajo. Muestra una mala actitud de trabajo.
<i>Uso apropiado del lenguaje</i>	Utiliza una articulación clara, volumen adecuado y ritmo constante. Sereno y claramente cómodo frente al grupo. Utiliza el lenguaje matemático con precisión.	Utiliza una articulación clara pero no tan pulida. Usa la gramática correcta, seleccionando las palabras apropiadas. Con algunas excepciones, el lenguaje matemático emplea con precisión.	Ocasionalmente la audiencia tiene problemas para entender la presentación. Selecciona palabras inapropiadas para el contexto. Utiliza una gramática incorrecta.	Habla en un tono monótono sin ninguna expresión. Emplea un vocabulario inapropiado con una gramática incorrecta fuera de contexto.

<i>Uso de material gráfico</i>	Los gráficos se titulan apropiadamente. Los gráficos están correctamente etiquetados y muestran una apariencia muy ordenada.	La mayoría de las etiquetas son correctas. Los gráficos suelen estar ordenados, la limpieza podría mejorarse.	Algunas etiquetas son correctas. Los gráficos aparecen alguna vez ordenados. Tiene que mejorar mucho la limpieza.	Las etiquetas son incorrectas. Los gráficos no están ordenados ni limpios.
<i>Contacto visual</i>	Mantiene siempre el contacto visual sin mirar al papel. La presentación es como una conversación.	Mantiene contacto visual la mayor parte del tiempo, pero con frecuencia mira el papel.	Mantiene cierto contacto visual, pero al menos la mitad del tiempo lee el papel.	El estudiante lee todo el tiempo sin ningún contacto visual.
<i>Interacción con la audiencia</i>	Involucra a la audiencia, mantiene su atención en todo momento.	Mantiene la atención del público la mayor parte del tiempo.	Pierde la atención del público en bastantes momentos de la presentación.	La audiencia en pierde completamente el interés.
<i>Duración de la presentación</i>	5-3 minutos			Más de 5 minutos y menos de 3 minutos

Nota. Elaboración propia.