



**FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES APLICANDO LA METODOLOGÍA SINGAPUR

**TRABAJO FIN DE GRADO
MAESTRA EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

AUTORA: María Crespo Gutiérrez

TUTORA: Ana María Sanz Gil

Palencia, junio 2022



RESUMEN

Este trabajo parte de las dificultades que podemos observar en las aulas de Educación Primaria en relación a la enseñanza de las fracciones. La enseñanza de las Matemáticas presenta una gran dificultad para el maestro/a. En ocasiones nos centramos en enseñar a hacer cosas sin transmitir al alumnado la razón por la que se hace de esa forma. Debido a esto, mostraremos una alternativa a los métodos tradicionales, introduciendo otro con el que el alumnado, en muchos casos, consiga comprender mucho mejor lo que se está trabajando.

Con este trabajo pondremos en práctica como método alternativo e innovador, la Metodología Singapur. Con ella buscaremos que el alumnado comprenda todo lo que hace sin dar mayor importancia al resultado. Dentro de esta metodología nos centraremos en el modelo de barras y en la enseñanza de las fracciones según nos propone Pedro Ramos (2019).

El tema de las fracciones en muchos casos resulta complicado al alumnado. Por ello mediante esta forma de enseñanza, en la que se introducen representaciones y material manipulativo, podemos hacer que el alumnado llegue de una forma más fácil a comprender el concepto trabajado.

Se realizará una propuesta de intervención llevada a cabo durante el Prácticum II dentro de un aula de 4º de primaria. Gracias a esta puesta en práctica he podido aplicar diferentes técnicas que propone esta metodología con muy buenos resultados.

PALABRAS CLAVE: Educación Primaria, fracciones, Metodología Singapur, modelo de barras, material manipulativo.

ABSTRACT

This project work is based on the difficulties observed on elementary classrooms when teaching fractions. The teacher could have difficulties when teaching mathematics. In some cases, the teacher could transmit the method or the system to the student but not the reason why it is done that way. Because of this, we would like to show an alternative to traditional teaching methods. This alternative is implemented by introducing methods where the students can understand in a better way the subject he is working on.

In this project work we will apply as an alternative and innovative method the “Singapore maths”. Through this method we will be looking for the correct comprehension of the subject besides the final answer. Specifically, we will be using the “bar model” and the teaching methods as proposed by Pedro Ramos (2019)

Maths fractions are usually complicated to the student. This is the reason why through this teaching method, where representations and manipulative material are introduced, we can achieve in an easier way the student’s correct understanding about the topic.

Also, an intervention proposal will be exposed. This intervention has been developed during the “Practicum II” at a 4th grade elementary classroom. Thanks to this implementation we have been able to apply different techniques proposed by this method with great results.

KEY WORDS: Elementary education, fractions, Singapore Maths, bar models, manipulative material.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	- 1 -
2. JUSTIFICACIÓN.....	- 3 -
3. OBJETIVOS	- 9 -
4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	- 10 -
4.1 LAS FRACCIONES EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN	- 10 -
PRIMARIA	- 10 -
4.2 DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES	- 12 -
4.3 LA METODOLOGÍA SINGAPUR.....	- 15 -
4.3.1 Jerome Bruner	- 17 -
4.3.2 Zoltan Dienes	- 18 -
4.3.3 Richard Skemp	- 19 -
4.4 MATERIALES Y RECURSOS	- 19 -
4.5 MÉTODO SINGAPUR PARA TRABAJAR LAS FRACCIONES.	- 21 -
4.5.1 Fracciones equivalentes.....	- 22 -
4.5.2 Comparación de fracciones	- 23 -
4.5.3 Operaciones con fracciones.....	- 25 -
4.5.4 Resolución de problemas	- 28 -
5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	- 29 -
5.1 JUSTIFICACIÓN	- 29 -
5.2 CONTEXTO	- 29 -
5.3 OBJETIVOS	- 31 -
5.4. CONTENIDOS	- 32 -
5.5. COMPETENCIAS	- 33 -
5.6. TEMPORALIZACIÓN.....	- 34 -
5.7 ACTIVIDADES	- 35 -
5.8 EVALUACIÓN.....	- 44 -

5.9 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.....	- 45 -
6. CONCLUSIONES	- 46 -
7. REFERENCIAS	- 48 -
8. ANEXOS.....	- 50 -

1. INTRODUCCIÓN

Los maestros siempre se plantean una serie de objetivos para que su alumnado consiga llegar a un determinado aprendizaje: en este caso el objetivo es que todos los niños y niñas comprendan con facilidad las Matemáticas. Además, se pretende que obtengan un aprendizaje significativo y perdurable en el tiempo, todo de una forma activa y manipulativa con el fin de que disfruten aprendiendo. En ocasiones los o las docentes se limitan a enseñar a hacer una serie de procesos sin profundizar en el proceso previo, sin transmitir al alumnado la razón por la que se hace o por qué funciona ese proceso.

Debemos tener en cuenta las dificultades que presenta la enseñanza de las matemáticas. En numerosos casos creemos que hemos explicado todo de una forma clara y en verdad nos hemos limitado a enseñar una operación mecánica, que detrás presenta un proceso con más significado que aquel que mostramos a los niños y niñas.

El tema que vamos a trabajar, las fracciones, en muchos casos tiene una gran dificultad dentro de las aulas de Educación Primaria. Por ello es conveniente disponer de diferentes alternativas metodológicas que sean más innovadoras dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje. Dentro de estas encontramos la Metodología Singapur, que nos ofrece un modelo de enseñanza mucho más visual y manipulativo, con el que el alumnado podrá llegar a comprender de una forma más directa y vivencial los conceptos trabajados durante la jornada escolar.

Para el desarrollo de este trabajo se ha aprovechado la realización del Prácticum II, para así poder observar y llevar a cabo las diferentes actividades realizadas de una forma directa y real, introduciendo en el aula una forma nueva de trabajar las matemáticas, desde una perspectiva mucho más visual y manipulativa.

Este trabajo está formado por ocho apartados en los que se recoge información relacionada con la didáctica de las matemáticas, introduciendo una forma de trabajo distinta a la que es habitual en las aulas, conocida como la Metodología Singapur. Dentro de la didáctica de las matemáticas, hablaré sobre la enseñanza de las fracciones, usando el modelo de barras, “la herramienta más potente de la Metodología Singapur” (Ramos, 2019, p. 81)

Comenzamos el trabajo con una **introducción** en la que se menciona qué temas van a ir apareciendo a lo largo del trabajo y dónde ha sido la puesta en práctica del mismo. Seguiremos con una **justificación** del tema, en la cual aparecerán las diferentes razones por las que se ha querido investigar y llevar a cabo una propuesta de trabajo, en este caso relacionada con las fracciones. A continuación, aparecerán los diferentes **objetivos** que me he propuesto lograr con la realización de este trabajo.

El apartado número 4 hace referencia a la **parte teórica**, en la que aparecen diferentes cuestiones relacionadas con la ley educativa vigente en este curso y el decreto correspondiente a la comunidad autónoma de Castilla y León. Además, hablaré de diferentes problemas que podemos encontrarnos en el aula con la enseñanza de las fracciones y los diferentes procesos o fases por las que deba pasar el alumnado para comprender de forma clara los diferentes conceptos trabajados. Todo esto basado en las ideas que expresa Pedro Ramos en su libro “Aritmética para maestros”. También aparecerán autores en cuyas ideas se basa la metodología con la que trabajaremos, en este caso la Metodología Singapur, y mencionaremos diferentes recursos y materiales con los que poder trabajar en el aula.

A continuación, encontraremos la **parte práctica** del trabajo, en la que aparecerá una propuesta de intervención relacionada con la enseñanza de las fracciones basada en diferentes ideas de Pedro Ramos (2019) y César Augusto Ruiz (2013). En este caso la propuesta ha sido llevada a cabo de forma íntegra en un aula de 4º de Educación Primaria.

Finalmente encontraremos las diferentes **conclusiones** a las que he conseguido llegar con la realización de este trabajo, seguidas de las **referencias bibliográficas** utilizadas para el correcto desarrollo del mismo, y una serie de **anexos** necesarios para completar la parte práctica.

2. JUSTIFICACIÓN

Este tema ha sido elegido debido a las dificultades que he podido observar tanto en mí misma, mientras cursaba Educación Primaria, como en un aula de la actualidad mientras cursaba el Prácticum II, a la hora de comprender diferentes conceptos matemáticos, en concreto los relacionados con las fracciones.

En los colegios en los que he realizado mis dos asignaturas de Prácticum durante mis estudios del Grado de Educación Primaria, he podido observar cómo las explicaciones que se realizan son guiadas por un libro de texto, en el cual podemos ver que su fin es que el alumnado memorice una serie de conceptos u operaciones, que más tarde pueda aplicar de forma mecánica, sin una previa reflexión. Esto hace que el alumnado no comprenda qué está realizando ni por qué, de ello llega ese temor por las matemáticas y el hecho de no comprender todo aquello que está relacionado con ellas. En concreto, en el caso de las fracciones estamos acostumbrados a realizar la comparación de fracciones o la suma de forma mecánica estableciendo un denominador común, mediante una serie de operaciones, sin saber por qué se hace así.

La intención de este trabajo es investigar y descubrir cómo podemos acabar con esta forma mecanizada de enseñanza de las fracciones, de tal manera que podamos reducir al mínimo las operaciones y así centrarnos más en el proceso y la comprensión de todo aquello que estamos realizando.

La Metodología Singapur presenta su objetivo como aquel que “se centra más en la comprensión y en la explicación del proceso que en la obtención del resultado” (Zapatera, 2020, p. 266). Con esta metodología podemos llegar a obtener nuestro objetivo, acabar con la mecanización de una serie de operaciones para así comprender el proceso completo. Una de las herramientas que encontramos dentro de esta metodología es el modelo de barras, que será de gran ayuda a la hora de explicar diferentes conceptos dentro del aula y además nos resultará muy útil a la hora de la comprensión de problemas.

En relación a todo lo mencionado anteriormente, este trabajo se centrará en la enseñanza de las fracciones utilizando la Metodología Singapur. Podremos analizar y aprender a implementar dentro del aula si esta forma de enseñanza de las fracciones es la más adecuada para conseguir nuestro objetivo y para que el alumnado consiga comprender, de forma correcta, qué son las fracciones y todos los conceptos y operaciones

que rodean a estas. Además, también intentaremos trabajar la resolución de problemas, “siendo esto esencial para profundizar en la comprensión de las fracciones” (Ramos, 2019, p. 88).

Relación con las competencias:

La Universidad de Valladolid, de acuerdo con el Real Decreto 861/2010, presenta una serie de competencias que deben ser adquiridas por los estudiantes del grado, en este caso Grado en Educación Primaria, para que se les pueda otorgar dicha titulación. Tras el análisis de las competencias que determina la Universidad, selecciono aquellas que muestran una relación más estrecha con este Trabajo de Fin de Grado.

Competencias generales:

1. *Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio. Esta competencia se concretará en el conocimiento y comprensión para la aplicación práctica de:*
 - a) *Aspectos principales de terminología educativa.*
 - b) *Características psicológicas, sociológicas y pedagógicas, de carácter fundamental, del alumnado en las distintas etapas y enseñanzas del sistema educativo.*
 - c) *Objetivos, contenidos curriculares y criterios de evaluación, y de un modo particular los que conforman el currículo de Educación Primaria.*
 - d) *Principios y procedimientos empleados en la práctica educativa.*
 - e) *Principales técnicas de enseñanza-aprendizaje.*
 - f) *Fundamentos de las principales disciplinas que estructuran el currículum.*
 - g) *Rasgos estructurales de los sistemas educativos.*

2. *Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*
 - a) *Ser capaz de reconocer, planificar, llevar a cabo y valorar buenas prácticas de enseñanza-aprendizaje*

- b) *Ser capaz de analizar críticamente y argumentar las decisiones que justifican la toma de decisiones en contextos educativos*
3. *Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*
- c) *Ser capaz de utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de recursos informáticos para búsquedas en línea.*
4. *Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado. Esta competencia conlleva el desarrollo de:*
- a) *Habilidades de comunicación oral y escrita en el nivel C1 en Lengua Castellana, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.*
5. *Que los estudiantes hayan desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía. La concreción de esta competencia implica el desarrollo de:*
- b) *La adquisición de estrategias y técnicas de aprendizaje autónomo, así como de la formación en la disposición para el aprendizaje continuo a lo largo de toda la vida.*
- c) *El conocimiento, comprensión y dominio de metodologías y estrategias de autoaprendizaje.*
- d) *La capacidad para iniciarse en actividades de investigación.*
- e) *El fomento del espíritu de iniciativa y de una actitud de innovación y creatividad en el ejercicio de su profesión.*

Competencias específicas:

A. Módulo de Formación básica:

Materia: Aprendizaje y Desarrollo de la Personalidad.

1. *Conocer y comprender las características del alumnado de primaria, sus procesos de aprendizaje y el desarrollo de su personalidad, en contextos familiares sociales y escolares. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*
 - a) *Conocer y comprender los procesos de aprendizaje relativos al periodo 6-12 en el contexto familiar, social y escolar.*
 - b) *Conocer las características del alumnado de primaria, así como las características de sus contextos motivacionales y sociales.*

2. *Conocer, valorar y reflexionar sobre los problemas y exigencias que plantea la heterogeneidad en las aulas, así como saber planificar prácticas, medidas, programas y acciones que faciliten la atención a la diversidad del alumnado. Esta competencia se concretará en:*
 - a) *Mostrar una actitud de valoración y respeto hacia la diversidad del alumnado, cualesquiera que fueran las condiciones o características de este, y promover esa misma actitud entre aquellos con quienes trabaje más directamente.*

Materia: Procesos y contextos educativos.

3. *Conocer en profundidad los fundamentos y principios generales de la etapa de primaria, así como diseñar y evaluar diferentes proyectos e innovaciones, dominando estrategias metodológicas activas y utilizando diversidad de recursos. Esta competencia se concretará en:*
 - b) *Conocer los fundamentos de la educación primaria como etapa obligatoria.*
 - c) *Analizar la práctica docente y las condiciones institucionales que la enmarcan.*
 - d) *Conocer los procesos de interacción y comunicación en el aula.*

- e) *Conocer y comprender los principios generales, objetivos, organización y evaluación de la educación primaria.*
- f) *Diseñar, planificar y evaluar la actividad docente y el aprendizaje en el aula.*
- g) *Conocer y aplicar experiencias innovadoras en educación primaria.*
- h) *Conocer las propuestas y desarrollos actuales basados en el aprendizaje de competencias básicas.*
- i) *Planificar y desarrollar procesos de enseñanza aprendizaje de las competencias básicas.*
- j) *Dominar estrategias que potencien metodologías activas y participativas con especial incidencia en el trabajo en equipo, diversidad de recursos, aprendizaje colaborativo y utilización adecuada de espacios, tiempos y agrupamientos.*

5. *Conocer la organización de los colegios de Educación primaria, los elementos normativos y legislativos que regulan estos centros, desarrollando la habilidad para trabajar en equipo y definir proyectos educativos de centro. Esta competencia se concretará:*

- a) *Conocer la organización de los colegios de educación primaria y la diversidad de acciones que comprende su funcionamiento.*
- b) *Conocer los elementos normativos y legislativos aplicables a los centros de educación primaria.*
- c) *Conocer los aspectos organizativos de las escuelas rurales y la diversidad de acciones que comprende su funcionamiento.*

Materia: Sociedad familia y escuela.

6. *Seleccionar y utilizar en las aulas las tecnologías de la información y la comunicación que contribuyan a los aprendizajes del alumnado, consiguiendo habilidades de comunicación a través de Internet y del trabajo colaborativo a través de espacios virtuales. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*

- a) *Conocer y aplicar en las aulas las tecnologías de la información y de la comunicación.*

- c) *Ser capaz de utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de ordenadores para búsquedas en línea.*

B. Módulo Didáctico-disciplinar:

Materia: Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

5. *Identificar y comprender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitiendo juicios bien fundamentados y utilizando las matemáticas al servicio de una ciudadanía constructiva, comprometida y reflexiva. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*
- a) *Adquirir competencias matemáticas básicas (numéricas, de cálculo, geométricas, de representación espacial, de estimación y medida, de organización y tratamiento de la información...).*
 - b) *Analizar, razonar y comunicar propuestas matemáticas.*
 - c) *Plantear y resolver problemas matemáticos vinculados con la vida cotidiana.*
 - e) *Modelizar matemáticamente situaciones problemáticas sencillas de contextos reales, tratando posteriormente el modelo creado e interpretando los resultados en función del contexto de origen y aplicación.*
6. *Transformar adecuadamente el saber matemático de referencia en saber a enseñar mediante los oportunos procesos de transposición didáctica, verificando en todo momento el progreso de los alumnos y del propio proceso de enseñanza-aprendizaje mediante el diseño y ejecución de situaciones de evaluación tanto formativas como sumativas. Esta competencia se concretará en el desarrollo de habilidades que formen a la persona titulada para:*
- a) *Conocer el currículo escolar de matemáticas.*
 - b) *Desarrollar y evaluar contenidos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover la adquisición de competencias básicas en los estudiantes.*

3. OBJETIVOS

El objetivo principal del trabajo es estudiar una alternativa eficaz a la mecanización de las matemáticas. En este caso sustituir las operaciones que se realizan de forma mecánica, a la hora de trabajar con las fracciones, por un proceso en el que usemos representaciones y materiales que nos permitan reducir los cálculos al simple hecho de contar. De esta forma, buscamos que el alumnado desarrolle diferentes procesos matemáticos que les permitan realizar cualquier actividad o resolver cualquier problema que involucre el uso de fracciones, de una forma mucho más simple y a la vez comprensiva.

Objetivos específicos que se pretenden lograr:

- Analizar el área de matemáticas en relación con los diferentes elementos que aparecen dentro del currículo.
- Conocer qué contenidos, objetivos y criterios propone el Decreto 26/2016, de 21 de julio, para el trabajo de las fracciones.
- Profundizar en las posibles carencias que podemos encontrar en el aula de Educación Primaria en relación a la práctica educativa en el tema de fracciones.
- Analizar las diferentes bases que sustentan la Metodología Singapur.
- Aprender cómo introducir el modelo de barras dentro del aula de Educación Primaria.
- Conocer diferentes materiales o recursos didácticos para la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, con el fin de usarlos en el aula de Educación Primaria.
- Diseñar una propuesta didáctica adecuada en relación al tema de las fracciones dentro de 4º curso de Educación Primaria.

4. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

4.1 LAS FRACCIONES EN EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Actualmente, en España, el sistema educativo se basa en la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre (LOMLOE), siendo esta misma una modificación de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo (LOE). El Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, se implantará para los cursos primero, tercero y quinto en el curso 2022/2023. Por tanto, en Castilla y León sigue vigente el Decreto 26/2016, del 21 de julio. Este se encarga de establecer el currículo y regular la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria dentro de esta comunidad autónoma.

De acuerdo con lo establecido en el Decreto 26/2016, de 21 de julio, la asignatura Matemáticas se desarrolla en 5 bloques de contenidos durante toda la etapa. Las fracciones son un contenido que pertenece al Bloque 2, Números, el cual engloba los números naturales, enteros, decimales y fracciones. Este bloque se ocupa del desarrollo del sentido numérico, con el fin de que el alumnado adquiera todos los conocimientos necesarios para que calcule de forma fluida y haga estimaciones, equilibrando la comprensión de conceptos con la competencia en cálculo.

Dentro del Bloque 2 se establecen los siguientes contenidos relacionados con las fracciones:

- *Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo.*
- *Fracciones propias e impropias.*
- *Fracciones equivalentes, reducción de dos o más fracciones a común denominador.*
- *Relación entre fracción y número decimal, aplicación a la ordenación de fracciones*
- *Operaciones con fracciones.*
- *Correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes.*

Según establece el currículo, las fracciones comienzan a introducirse en tercero de Educación Primaria mediante los siguientes contenidos:

- *Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo.*
- *Partes de una fracción.*
- *Lectura y representación de fracciones sencillas.*
- *Ordenación de fracciones sencillas.*

Durante los cursos de cuarto y quinto de Educación Primaria, se van introduciendo un mayor número de contenidos al concepto de fracciones, además de trabajar problemas de la vida cotidiana.

Finalmente, en sexto curso se profundizará mucho más en el tema de las fracciones con el fin de llegar a la comprensión total del término fracción por parte del alumnado. Los contenidos que se dirigen a sexto de Educación Primaria son los siguientes:

- *Fracciones. Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo.*
- *Fracciones propias e impropias. El número mixto.*
- *Fracciones equivalentes e irreducibles.*
- *Reducción de fracciones a común denominador.*
- *Fracciones decimales*
- *Representación de fracciones en la recta numérica.*
- *Operaciones con fracciones.*
- *Relación entre fracciones, decimales y porcentajes.*

En cuanto a los estándares de aprendizaje evaluables, en relación a los diferentes contenidos de fracciones, establece los siguientes:

- *Lee, escribe y ordena en textos numéricos y de la vida cotidiana, números (naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas), utilizando razonamientos apropiados e interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras.*
- *Interpreta en textos numéricos y de la vida cotidiana, números (naturales, fracciones y decimales hasta las milésimas), utilizando razonamientos apropiados e interpretando el valor de posición de cada una de sus cifras.*

- *Ordena números enteros, decimales y fracciones básicas por comparación, representación en la recta numérica y transformación de unos en otros.*
- *Reduce dos o más fracciones a común denominador y calcula fracciones equivalentes.*
- *Ordena fracciones aplicando la relación entre fracción y número decimal.*
- *Realiza sumas y restas de fracciones con el mismo denominador. Calcula el producto de una fracción por un número.*
- *Establece la correspondencia entre fracciones sencillas, decimales y porcentajes.*

Como hemos podido observar, las fracciones son un contenido de gran importancia en nuestras escuelas, y se trabajan durante cuatro años dentro de nuestras aulas. Sin embargo, al ser un concepto que en muchos aspectos puede parecer abstracto, se va introduciendo de forma progresiva, según avanzamos de curso, dentro de la Educación Primaria (desde 3º hasta 6º curso).

Por último, aunque sin entrar en detalles, hay que mencionar el Bloque 1 de contenidos dentro de la asignatura de Matemáticas, que se desarrolla de forma transversal en toda la etapa. Este bloque se ocupa de la enseñanza de los procesos básicos dentro de las Matemáticas, siendo este un eje fundamental para la correcta adquisición del resto de Bloques.

4.2 DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

Dentro de la escuela nos encontramos con muchos alumnos que no consiguen comprender de forma completa el concepto de fracción. “Este concepto es uno de los contenidos matemáticos que más dificultades de aprendizaje presenta dentro de la Educación Primaria, debido a que la fracción requiere un salto de abstracción desde el número natural” (Ramos, 2019, p. 87).

Con el paso de los cursos se van introduciendo nuevos contenidos en relación a las fracciones, pero en la mayoría de los casos su aprendizaje se complica y se convierte en la realización mecánica de una serie de operaciones. Esto quiere decir que el alumnado no razona sobre lo que está haciendo, sino que simplemente aplica algo que le han enseñado, sin llegar a comprenderlo.

Ramos (2019) habla de los tres significados que puede presentar una misma fracción, siendo esta una de las causas por la que la enseñanza de las fracciones presenta diferentes dificultades.

1º Parte de un todo: Este significado se suele utilizar para introducir el término de fracción. Utiliza los términos continuo y discreto. El término continuo lo utilizaremos cuando queramos nombrar un objeto (una chocolatina), y el término discreto cuando queramos hablar de una colección de objetos (una bolsa de gominolas). Si analizamos estos términos, nos daremos cuenta de que el concepto continuo es más fácil de comprender que el término discreto.

La representación de este significado sería:

Si yo tengo la fracción $\frac{4}{6}$, tendría que partir el objeto continuo en 6 partes iguales, de las cuales solo me quedo con 4.



Ilustración 1: Representación del ejemplo anterior. Elaboración propia

Podemos observar que de las 6 partes que tengo, 4 de ellas están coloreadas de azul, mientras que las otras dos están en blanco. Esta figura representa la fracción $\frac{4}{6}$.

2º Solución de un problema de reparto. Estos problemas engloban todos aquellos en los que tenemos que aplicar la división.

Ejemplo: Si tenemos 4 chocolatinas y las queremos repartir entre 6 niños, ¿cuánto tenemos que dar a cada niño?

Este problema nos puede parecer muy sencillo, pero si nos ponemos en la posición de un niño que se está iniciando en el estudio de las fracciones podemos ver que no lo es. Una solución muy sencilla se obtiene mediante la representación de las 4 chocolatinas con el modelo de barras:

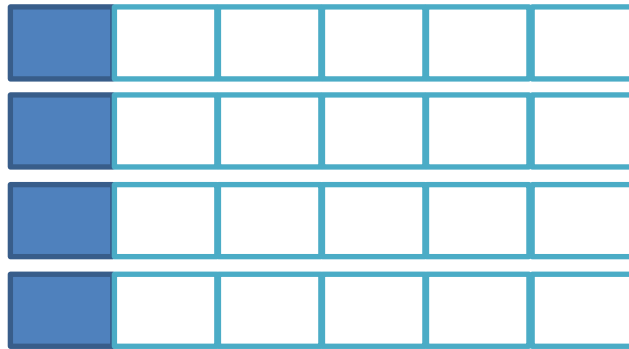


Ilustración 2: Representación del ejemplo anterior. Elaboración propia

Con esto podemos observar claramente cómo cada niño recibirá una sexta parte de cada chocolatina, siendo para el primer niño la parte coloreada de azul, es decir $\frac{4}{6}$ de chocolatina.

Ante esta situación nos podemos encontrar con un error muy común, que sería interpretar el dibujo con la fracción $\frac{4}{24}$. Si ocurre esto, el alumno no tendría clara la referencia del total en cada caso.

3° Una cantidad, un número en la recta numérica: Este sería el significado más complejo, su comprensión presenta un gran paso de abstracción en comparación a la representación de la fracción como parte de un todo. Debido a esto, en los colegios este significado se trabaja en los últimos cursos o incluso en Educación Secundaria.

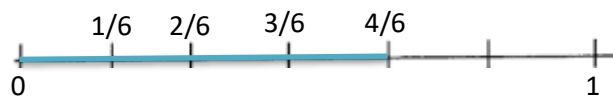


Ilustración 3: Ejemplo. Elaboración propia

Además de estos tres significados que puede representar una fracción y que pueden causar dificultades a los niños y niñas para comprender el significado completo de la misma, Ramos (2019) también incide en un error común dentro de los libros de texto. Normalmente cuando se habla del concepto de fracción, los libros muestran representaciones muy similares en forma circular, bien mediante representaciones de pizzas o tartas. Esto hace que en muchos casos los niños y niñas no se imaginen que las fracciones también pueden ser representadas dentro de otras formas geométricas como triángulos, rectángulos, hexágonos...

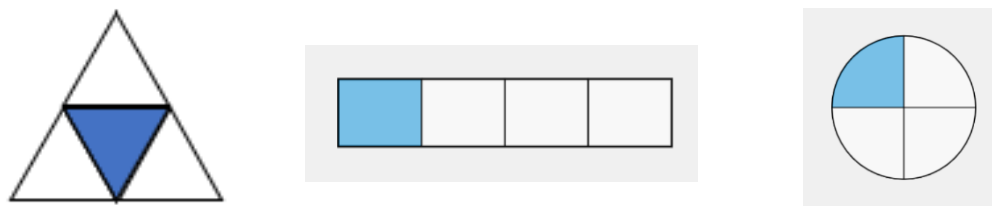


Ilustración 4: Distintas representaciones de la fracción $1/4$. Elaboración propia

También encontramos otros problemas propuestos por Yeap Ban Har, unas de las figuras más conocidas a nivel internacional en relación a la enseñanza de las matemáticas. Este profesor de matemáticas en Singapur es el creador de la colección de libros matemáticos para la Educación Primaria, “Matemáticas Singapur, Piensa Infinito” de Ediciones SM. Él menciona la gran cantidad de cálculos que se realizan y la poca efectividad que estos dan en nuestros tiempos o todo el aprendizaje memorístico que se realiza, en la actualidad, con el fin de realizar unos procedimientos fijos sin una previa comprensión (Ramos, 2021).

4.3 LA METODOLOGÍA SINGAPUR

Entendemos por Metodología Singapur un modo de afrontar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas tras una profunda reforma que se produjo en los años 90 en dicho país.

La Metodología Singapur presenta un marco curricular en el cual encontramos como centro de aprendizaje, la resolución de problemas matemáticos. Este concepto es desarrollado por medio de cinco componentes básicos: conceptos, habilidades, actitudes, metacognición y procesos (Zapatera, 2020). “Las características de este enfoque de enseñanza de las matemáticas se aprecian mejor en las primeras etapas, en la Educación Primaria” (Ramos, 2021).



Ilustración 5: Marco curricular del Método Singapur. Extraída de Zapatera, 2020, p. 265

La Metodología Singapur presenta la resolución de problemas desde una perspectiva cercana a nuestro día a día. El objetivo principal mediante esta forma de trabajo es la comprensión y la correcta realización del proceso, sin tener apenas en cuenta el resultado que se obtenga (Zapatera, 2020).

La Metodología Singapur se basa en cuatro elementos metodológicos:

1. El enfoque CPA (concreto-pictórico-abstracto)
2. El currículo en espiral
3. La variación sistemática y perceptual
4. La comprensión relacional

Estos elementos que forman parte de esta metodología han sido aportados por tres investigadores en Educación Matemática de la segunda mitad del siglo XX. Ellos son Bruner, Dienes y Skemp.

4.3.1 Jerome Bruner

Jerome Bruner fue un psicólogo y pedagogo estadounidense que nació en 1915 y murió en 2016. Realizó diferentes aportaciones, algunas de las cuales posteriormente adoptó la Metodología Singapur. Estas son, como menciona Zapatera (2020), el enfoque CPA y el currículo en espiral.

Enfoque CPA: Este enfoque está formado por tres niveles de conocimiento, el concreto, el pictórico y el abstracto. Mediante este los niños y niñas comienzan a obtener un conocimiento a través de la manipulación de objetos y materiales cercanos a ellos, llegando finalmente al nivel abstracto en el que lo manipulado pasa a ser interpretado mediante números y signos matemáticos. Entre estos dos niveles de conocimiento encontramos el pictórico, que es el proceso intermedio para pasar del primer al último nivel de conocimiento. En él los elementos manipulados pasan a ser plasmados mediante dibujos e interpretaciones en un papel.

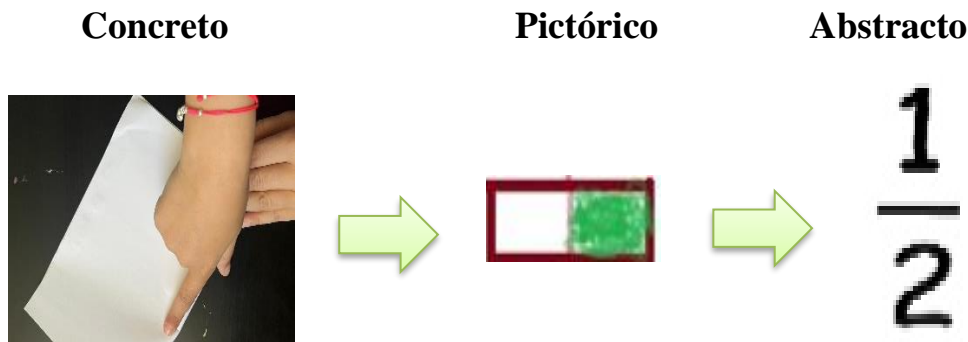


Ilustración 6: Enfoque CPA. Elaboración propia

Currículo en espiral: Este currículo pretende desarrollar los contenidos de una forma progresiva y gradual, adaptándose a la edad de los alumnos/alumnas. Como dice Bruner “se respetan sus maneras de pensar [...] y si se le reta lo suficiente [...] es posible introducir al niño en edad temprana a las ideas y estilos que harán de él un hombre educado” (1960, p. 80).

Mediante esta forma de trabajo se pretende tratar un mismo concepto en diferentes momentos, aumentando de una forma progresiva su abstracción. Es decir, dentro de la Metodología Singapur se pretende llegar a todos los contenidos, siempre de una forma gradual, con el fin de que estos sean adquiridos a medida que el alumnado este preparado para adaptarlos e interiorizarlos.

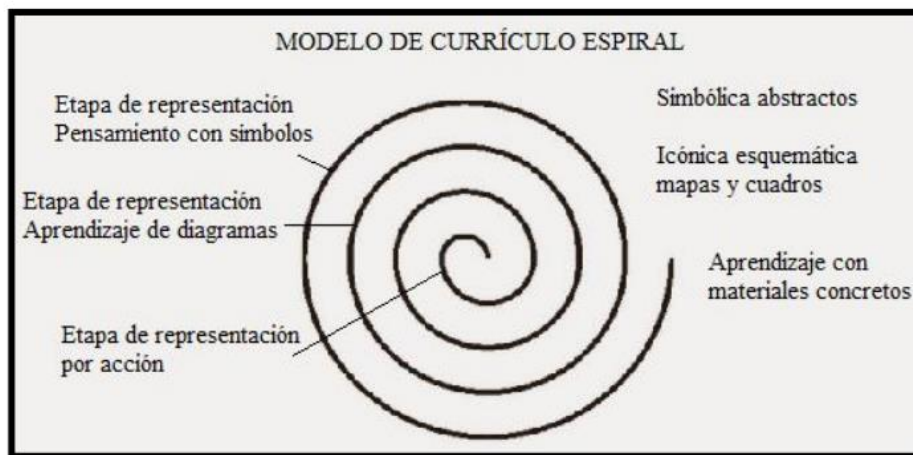


Ilustración 7: Currículo en espiral. Extraído de Zapatera, 2020

4.3.2 Zoltan Dienes

Zoltan Dienes fue un matemático húngaro nacido en 1916. Este fue un impulsor de la Psicomatemática, que introdujo el uso de materiales manipulativos, con el fin de basar la enseñanza de las matemáticas en la correcta comprensión de las mismas: “Se hace necesario educar a los niños en la comprensión de las matemáticas y de sus aplicaciones. Esto se convierte en una parte esencial de nuestra cultura” (Dienes, 1969, p. 5).

Dienes introdujo en sus estudios las variaciones sistémica y perceptual, que pasaron a formar parte de las bases de la Metodología Singapur (Zapatera, 2020).

Variaciones sistémicas: Nos permite presentar un mismo concepto de diferentes maneras y con un distinto grado de profundidad. Se permite llegar a la solución de un problema por el medio que al alumnado le parezca más correcto o más natural.

Variación perceptual: Esta variación dota de libertad al alumnado a la hora de comprender un concepto, dejándole que elija la forma que más le interese, bien en forma icónica, de materiales o simbólica, por medio de los números.

Según Dienes (1978), es necesario presentar un concepto de diferentes formas, siempre y cuando variemos todo lo posible su estructura. Además, también debemos variar el marco experimental donde se desarrollan las propias ideas y procesos que permiten al estudiante construir su aprendizaje.

4.3.3 Richard Skemp

Skemp fue un matemático y psicólogo británico nacido en 1919. Él investigó la forma en la que el alumnado construye los diferentes conceptos matemáticos. Entre ellos diferenció dos categorías: comprensión instrumental (saber hacer) y comprensión relacional (saber por qué hacerlo) (Zapatera, 2020).

Dentro de la Metodología Singapur se fomenta la comprensión relacional. Esta nos da respuesta a las diferentes situaciones que nos podemos encontrar en nuestro día a día. Siguiendo esta comprensión llegaremos a adaptar conceptos de por vida, pues estos serán utilizados en diferentes situaciones y problemas que pueden aparecer en nuestra vida diaria (Zapatera, 2020).

4.4 MATERIALES Y RECURSOS

Para llevar al aula esta metodología aplicada a la enseñanza de las fracciones contamos con diferentes materiales y recursos didácticos tanto de forma online como física. En ocasiones estos materiales pueden ser creados por los propios alumnos y alumnas bajo la supervisión del profesor o profesora.

Ramos (2019) nos habla del muro de fracciones. Este material es muy bueno a la hora de realizar comparación de fracciones o trabajar el concepto de fracciones equivalentes. Este es un recurso que podemos encontrar online en el siguiente enlace: <https://mathsbot.com/manipulatives/fractionWall>

Gracias a ello podemos trabajar dentro del aula, en gran grupo, diferentes ejercicios de fracciones. Sin embargo, el alumnado también puede crear su propio muro de fracciones. Con él podrán observar de una forma directa y manipulativa los conceptos que estén trabajando.

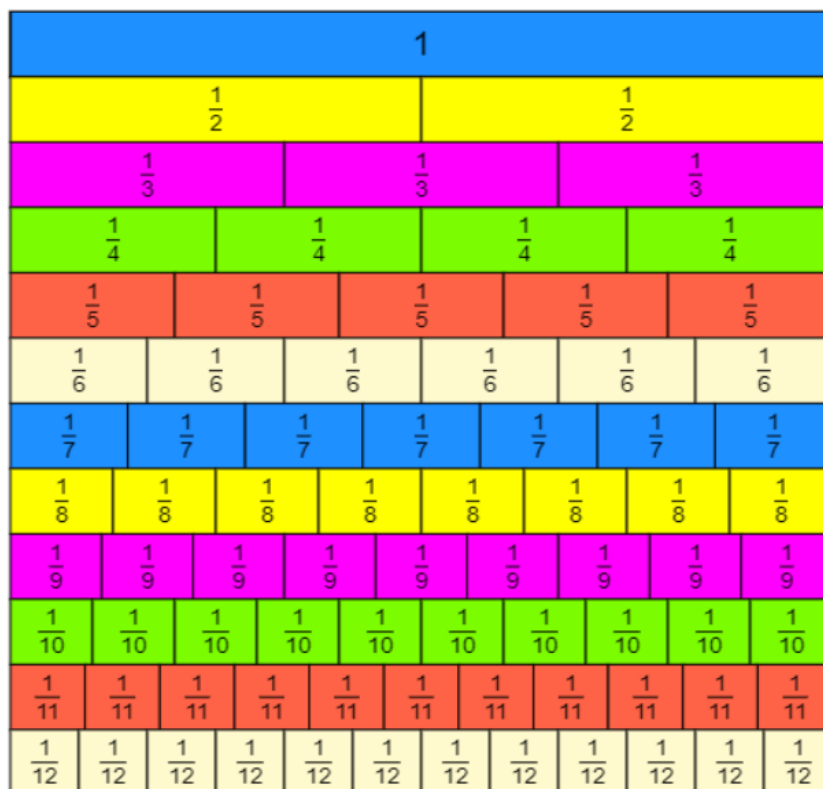


Ilustración 8: Muro de fracciones. Extraído de mathshot

En cuanto a materiales manipulativos también encontramos círculos de fracciones, con los que los niños y niñas pueden jugar y comprender el concepto de unidad completa o identificar, rápidamente, la fracción que se esté representando (Fernández, 2009).

En relación a recursos online encontramos una aplicación que nos permite realizar la representación de fracciones de una forma rápida y sencilla, siguiendo el método de barras que muestra Ramos (2019). Este recurso puede ser muy eficaz para realizar representación de fracciones en el aula o para que los propios alumnos y alumnas puedan realizar esa representación de forma online. El enlace que nos permitirá llegar a ese recurso es el siguiente: <https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/>

También encontramos diferentes juegos sobre problemas de fracciones. Estos están creados para utilizar el método de barras y se encuentran en el siguiente enlace: <https://www.mathplayground.com/thinkingblocks.html>. De hecho, también se ofrece una herramienta para modelar y resolver los problemas usando el modelo de barras.

Gracias a estos recursos online podemos hacer que nuestras clases sean mucho más atractivas para el alumnado, y puedan llegar a obtener diferentes conceptos de una forma mucho más lúdica. También podrán observar de forma directa los diferentes conceptos trabajados gracias a las diferentes representaciones que encontramos dentro de los materiales y recursos mencionados anteriormente.

4.5 MÉTODO SINGAPUR PARA TRABAJAR LAS FRACCIONES.

Para comenzar a introducir en el aula un nuevo término o contenido, en este caso referente al área de matemáticas, vamos a partir desde aquellos aspectos que sean más simples. En este caso, el de las fracciones, partimos de la expresión $\frac{a}{b}$, tomando estos como dos números naturales, siendo a el numerador y b el denominador. En este caso el denominador, aunque se expresa como un número, toma el papel de unidad (Ramos, 2019). Por ejemplo, si tenemos la fracción “cuatro sextos” nuestra unidad tendría 6 partes iguales de las cuales tomamos 4 partes. De esta forma vamos a trabajar el concepto de fracción como las partes de un todo. Este concepto es la interpretación más simple del término que vamos a trabajar y también la más natural para el alumnado (Ruiz, 2013). Para comprender esto de una forma más visual debemos realizar diferentes representaciones que nos faciliten ver la fracción que queremos trabajar.

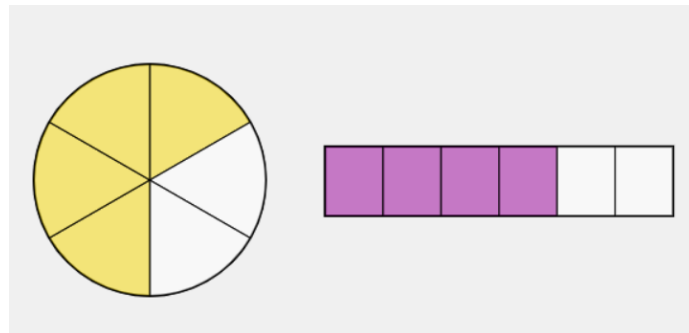


Ilustración 9: Ejemplos de representación de 4/6. Elaboración propia

Como señalan Segovia y Rico (2011), también es importante mostrar imágenes con representaciones no válidas.

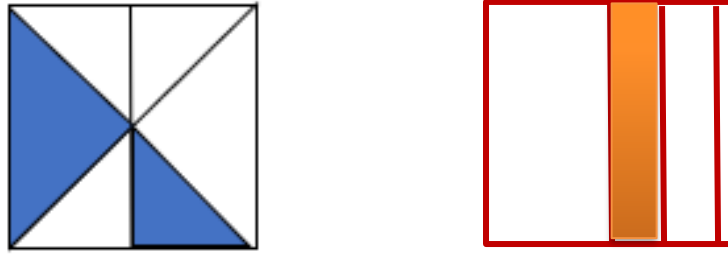


Ilustración 10: Ejemplos de representaciones no válidas. Elaboración propia

Una vez trabajado el concepto de fracción como las partes de un todo, podremos avanzar dentro del tema. En relación a este concepto encontramos numerosos contenidos que se irán trabajando de una forma progresiva.

4.5.1 Fracciones equivalentes

Para poder avanzar en la adquisición de diferentes conceptos relacionados con las fracciones, es necesario comprender de una forma correcta el término de fracciones equivalentes. Esto nos servirá tanto para entender que las fracciones representan una cantidad, como para operar con ellas (Ramos, 2019).

Para que este concepto sea adquirido de una forma correcta, debemos trabajarlo mediante representaciones, intentando así que se comprenda de forma completa y no pasar simplemente a realizar de una forma mecánica las diferentes operaciones.

Realizaremos diferentes representaciones, pasando de las que podemos hacer de forma circular a las realizadas con barras, para llegar también a la representación en la recta numérica. Además de esto, un recurso que puede ayudar mucho al alumnado es el muro de fracciones, véase la Ilustración 8. Existe como material didáctico muy útil para desarrollar en el aula una matemática manipulativa y también en plataformas digitales, como puede ser <https://mathsbot.com/manipulatives/fractionWall>

Con este recurso el alumnado podrá ver claramente y de forma directa qué fracciones pueden ser equivalentes. Por ejemplo, podemos ver que $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{6}$ son fracciones equivalentes, pero $\frac{3}{6}$ y $\frac{2}{8}$ no (Ramos, 2019).



Ilustración 11: Ejemplo. Elaboración propia.

4.5.2 Comparación de fracciones

Para trabajar la comparación de fracciones encontramos varias formas en las que no necesitamos reducir a común denominador. Ramos (2019) distingue tres situaciones:

Fracciones con el mismo denominador: En este caso es algo muy sencillo, pues al contar con que el denominador (la unidad) es el mismo, solo tendremos que fijarnos en el numerador. De esta manera veremos que el numerador mayor también nos marca aquella fracción que es mayor.

Fracciones con el mismo numerador: En este caso tenemos que tener un razonamiento previo sobre el concepto de fracción, por ejemplo, si nos mandan comparar $\frac{3}{5}$ y $\frac{3}{8}$ tenemos que ver que, si tomamos una unidad de cada fracción, es decir $\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{8}$, vemos que un quinto va a ser mayor que un octavo. Por lo tanto, esto nos hace ver que tres quintos es mayor que tres octavos. Si no somos capaces de ver esto, siempre está bien pasar a realizar una representación:

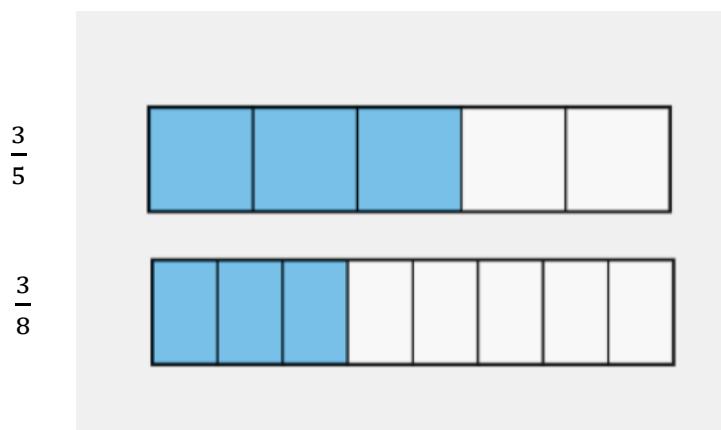


Ilustración 12: Ejemplo. Elaboración propia

La representación de las fracciones que queremos comparar es muy útil en los primeros cursos en los que se comienza a trabajar la comparación de fracciones, es decir, dentro de las primeras fases del aprendizaje.

Comparación con otra fracción: Para no tener que usar de una forma mecánica la reducción a común denominador, podemos usar diferentes estrategias. Entre ellas aparece de nuevo el muro de fracciones. Con este podemos ver fácilmente cual es la fracción mayor, por ejemplo $\frac{8}{10}$ o $\frac{5}{8}$. A continuación, observaremos claramente que ocho décimos es mayor que cinco octavos.

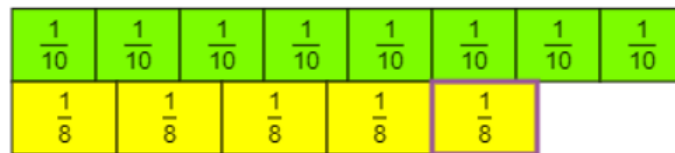


Ilustración 13: Ejemplo. Elaboración propia

Además de esto también podemos verlo fácilmente mediante una representación en forma de barras, tomando siempre la unidad del mismo tamaño y colocando una debajo de otra, para poder comparar con exactitud. En este caso la imagen se ha creado usando una aplicación que realiza las divisiones indicadas en cada barra. Si pensamos en la realización de estos modelos sobre papel, es de gran ayuda el uso de papel cuadrulado en el aula de Educación Primaria. Siempre podremos elegir un número de cuadrados adecuado, de forma que las divisiones sean fáciles de hacer. Por ejemplo, tomaremos una barra de 40 cuadrados para que se divida de forma exacta en 10 partes de 4 cuadrados cada una y en 8 partes de 5 cuadrados cada una.

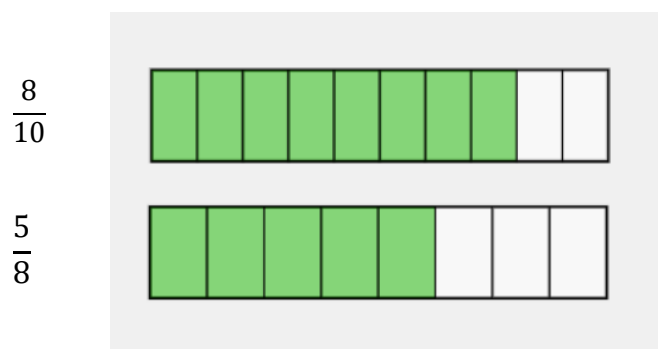


Ilustración 14: Ejemplo. Elaboración propia

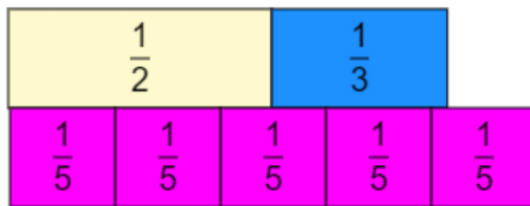
4.5.3 Operaciones con fracciones

Con las fracciones encontramos diferentes operaciones que hay que trabajar de forma progresiva. Estas son, como menciona Ramos (2019), la suma, resta, multiplicación y división.

Suma y resta: Para ambas operaciones tenemos que partir de aquellos casos en los que tengamos un denominador común. Es necesario trabajar estas operaciones de forma visual y haciendo ver a los niños que en ambas fracciones tenemos un denominador común y por tanto estamos trabajando con la misma unidad. La propia lógica del lenguaje indica que tres quintos más un quinto son cuatro quintos, al igual que tres canicas más una canica son cuatro canicas.

Sin embargo, a la hora de trabajar con fracciones que presentan un denominador distinto, debemos comenzar mostrando al alumnado el problema con el que nos encontramos. Es necesario representar todo para que el alumnado pueda ver claramente qué es lo que estamos pidiendo.

De forma manipulativa, buscamos una fracción que, repetida unas cuantas veces, coincida con la suma que queremos hallar. En el fondo estamos buscando una representación equivalente de cada sumando con el mismo denominador.



La porción $1/5$ no permite expresar la suma de $1/2 + 1/3$, porque no queda un número exacto de porciones.



La porción de $1/6$ sí que permite expresar la suma de $1/2 + 1/3$. Es decir, es claro que $1/2 + 1/3 = 5/6$.

Ilustración 15: Ejemplo. Elaboración propia

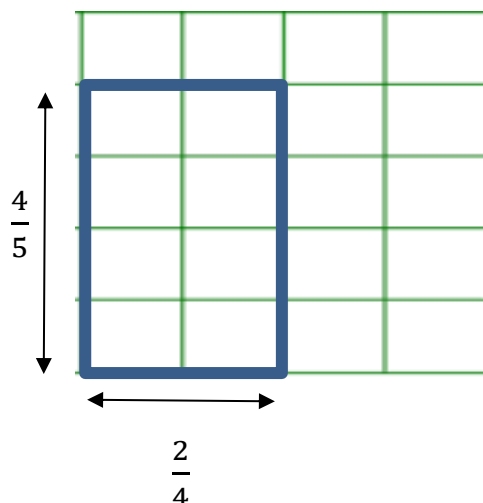
Trabajar la suma de esta forma manipulativa, buscando esa “pieza común” que permite recubrir con cierto número de piezas tanto la primera fracción como la segunda, es la introducción adecuada al concepto de denominador común, que en general se presenta sin que los niños lleguen a entender por qué es tan necesario.

Multiplicación: Esta puede considerarse una operación muy sencilla, pero queremos llegar a comprender por qué se realiza de esa manera, para así poder aplicarla de forma segura a la hora de la resolución de problemas. Para que esto sea posible tenemos que ir avanzando de forma gradual.

Partimos de la interpretación de la multiplicación de un número natural por una fracción como la suma repetida de fracciones, es decir, si tenemos $3 \times \frac{4}{6}$ vemos que esto es igual a sumar tres veces cuatro sextos.

Una vez que este concepto ya ha sido adquirido, pasaremos a trabajar con fracciones de una cantidad, llegando después a comprender que $\frac{4}{6}$ es lo mismo que decir $4 \div 6$. Todo este procedimiento hará que el alumnado comprenda y llegue a saber realizar una multiplicación de dos fracciones. Para esto se recomienda trabajar con el modelo de área, en el cual el alumnado puede ver de forma directa qué es lo que tiene que multiplicar.

Por ejemplo, si tenemos las fracciones $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{5}$ podemos ver de una forma clara que la operación que tenemos que realizar es la siguiente $\frac{2 \times 4}{4 \times 5} = \frac{8}{20}$, ya que la zona enmarcada consta de 8 piezas (= 2 x 4), de un total de 20 piezas (= 4 x 5).



División: Para la división debemos partir tanto del concepto de reparto como de la idea de hacer grupos iguales, siendo esto similar a lo que se realiza con los números naturales, cuando se habla del enfoque partitivo (reparto) y del enfoque cuotitivo (grupos) de la división.

Por ejemplo, con el muro de fracciones que ofrece "mathsbot", se pueden realizar dos lecturas de la siguiente imagen:

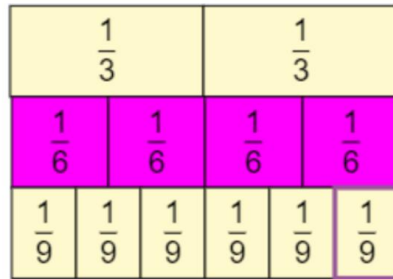


Ilustración 16: Ejemplo. Elaboración propia

Por un lado, considerando un enfoque partitivo, observamos que al dividir la fracción de partida $2/3$ en 4 partes iguales, se obtiene un resultado de $1/6$ en cada parte, es decir, $2/3 : 4 = 1/6$. También, al dividir la fracción $2/3$ en 6 partes iguales, se obtiene un resultado de $1/9$ en cada parte, es decir, $2/3 : 6 = 1/9$.

Por otro lado, considerando un enfoque cuotitivo, observamos que en la fracción $2/3$ caben 4 grupos de $1/6$ cada uno, es decir, $2/3 : 1/6 = 4$; así como en la fracción $2/3$ caben 6 grupos de $1/9$ cada uno, es decir, $2/3 : 1/9 = 6$.

Disponer de este material manipulativo en el aula, facilitará alcanzar la comprensión del proceso de división, tanto de una fracción entre un número natural, como de una fracción entre otra fracción.

4.5.4 Resolución de problemas

Dentro de la Metodología Singapur se le da una gran importancia a la resolución de problemas, “En Singapur se limitan los procedimientos rutinarios, poniendo mucho más énfasis en la resolución de problemas” (Ramos, 2019, p. 98). Por ello dentro de esta metodología se trabaja, dentro de la Educación Primaria, con operaciones muy sencillas, pues lo que se quiere lograr es la comprensión y resolución de problemas.

Para la resolución de problemas de fracciones es algo fundamental el uso de representaciones, que harán al alumnado comprender de una forma mucho más clara, qué es lo que tienen que realizar en cada caso. Para que esto sea eficaz se trabaja representando todo aquello que el problema nos dice mediante barras.

Al trabajar los problemas mediante el modelo de barras conseguimos introducir una herramienta visual. Esta herramienta es buena tanto para el alumnado, como para los profesores y profesoras, pues en muchos casos gracias a estas representaciones podemos explicar de una forma diferente un problema que no sea comprendido de forma completa. También podemos ver cuál ha sido el fallo de comprensión del alumnado al observar, de forma directa, las representaciones realizadas (Ramos, 2019).

Pongamos un ejemplo. Se plantea el siguiente problema: “Extraigo un tercio de las pinturas de un estuche. Mi hermano cuenta cuántas quedan en el estuche, y comprueba que son 18. ¿Cuántas había inicialmente?”. El modelo de barras para la solución de este problema es:

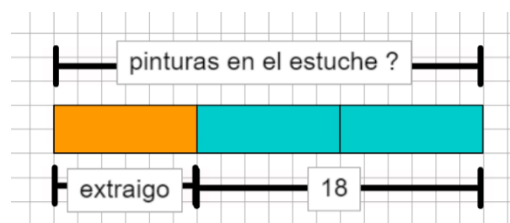


Ilustración 17: Representación. Elaboración propia

A la vista el modelo, basta dividir $18:2 = 9$, para luego multiplicar $9 \times 3 = 27$, para obtener el total. La solución del problema sin recurrir al modelo resulta complicada para los niños de primaria.

5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

5.1 JUSTIFICACIÓN

Con esta intervención se pretende trabajar el tema de fracciones, de tal forma que el alumnado consiga comprender los diferentes contenidos que rodean a este concepto. Para ello, vamos a usar el modelo de barras que encontramos dentro de la Metodología Singapur, mediante el cual se pretende que el alumnado deje de lado todos aquellos procesos automáticos a la hora de realizar las diferentes operaciones. Con esta metodología se busca que el alumnado comprenda por qué tiene que realizar esas operaciones y en ese momento, además de intentar simplificar cualquier ejercicio u operación al mero hecho de contar.

Para llevar a cabo esta intervención, se tendrán en cuenta las diferentes formas de trabajo que he ido mencionando a lo largo del Trabajo de Fin de Grado, llegando de esta forma a obtener los contenidos adecuados al nivel educativo en el que nos encontramos.

5.2 CONTEXTO

El CEIP “Alonso Berruguete” se encuentra en la comarca de Tierra de Campos, en la localidad de Paredes de Nava, exactamente en la Calle Extramuros, sin número. Paredes de Nava es una zona rural, agrícola y ganadera, que dispone de servicios públicos para poder atender a toda la comarca: biblioteca, teatro, guardia civil... Esta localidad tiene unos 1.900 habitantes. El nivel económico y cultural es medio. El centro, además de recoger a los niños de la propia localidad, recoge a los de varias poblaciones cercanas más pequeñas, teniendo un total de 109 alumnos, 25 en E. Infantil y 84 en E. Primaria. Los niños que proceden de otros pueblos disponen de transporte y comedor escolar. Las poblaciones pequeñas de las que pueden proceder los niños son: Abastas, Villatoquite, Villalumbroso y Perales.

A sus alrededores se encuentran el centro de salud, el polideportivo y las piscinas municipales, además de un amplio espacio sin edificar, dejando experimentar al alumnado con la naturaleza. En este colegio, hay gran diversidad cultural de alumnado, lo que hace que el centro destine parte de su tiempo a educar en valores y fomentar la igualdad y la inclusión.

A grandes rasgos, se podría decir que el alumnado del centro vive dentro de una familia estructurada correctamente y con las necesidades básicas cubiertas. Teniendo en cuenta esta situación dentro del alumnado se conseguirá un mejor rendimiento, aunque siempre hay que tener en cuenta al alumnado con dificultades económicas, académicas y/o sociales. Por ejemplo, podemos encontrar familias con niveles mínimos de conocimiento, con inseguridades, ausencia de habilidades sociales y destrezas para afrontar un problema. Existen algunas excepciones, que pueden llegar a presentar absentismo escolar.

La comunicación con las familias se da de forma continua, todos los padres y madres están añadidos a un chat de la clase a través de Teams y Classdojo. Gracias a esto, pueden observar todo el contenido que la profesora cuelga, como actividades, canciones, salidas...

Nuestra aula:

Clase formada por 12 alumnos, 6 niños y 6 niñas, todos ellos/as tienen entre 9 y 10 años a excepción de P. que tiene un año más. Dentro de clase encontramos diferentes culturas, hay un niño marroquí, una niña gitana y un niño que ha llegado este año desde Argentina. Es un grupo muy trabajador, en el que podemos observar el trabajo diario y la gran motivación e iniciativa a la hora de realizar las actividades. En general el grupo es muy receptivo, les gusta mucho participar en todas las clases, bien dando su opinión, explicando algo que no se ha entendido a sus compañeros o poniendo ejemplos de lo trabajado. Se puede observar un gran compañerismo, pero también una gran competitividad.

Según Canals (1992), es importante tener presente que los niños/as que tienen entre 9 y 10 años se encuentran dentro de la etapa de operaciones concretas, en relación a la adquisición de las estructuras lógico-matemáticas. Gracias a esto podremos tener en cuenta la capacidad del alumnado para relacionar actividades, sacar conclusiones sobre los diferentes ejercicios realizados o conseguir interpretar y solucionar problemas, que puedan plantearse en situaciones reales.

Esta propuesta ha sido creada para trabajar concretamente con este grupo de alumnos y alumnas. Se podría llevar a otras aulas, pero siempre teniendo en cuenta que podría ser necesario modificar o adaptar la propuesta para otro tipo de alumnado.

5.3 OBJETIVOS

Estos objetivos están dentro del Bloque 1 y 2 del Decreto 26/2016, del 21 de julio, haciendo referencia el Bloque 1 a los aspectos generales del área de Matemáticas y el Bloque 2 a los números.

Bloque 1:

1. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas.
2. Expresar verbalmente de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema.
3. Desarrollar estrategias matemáticas y utilizar un lenguaje correcto, con el vocabulario específico de las matemáticas, en las situaciones con contenido matemático y en la resolución de problemas.
4. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas y reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras.
5. Seleccionar y utilizar las herramientas tecnológicas y estrategias para el cálculo, para conocer los principios matemáticos y resolver problemas.
6. Utilizar los medios tecnológicos de modo habitual en el proceso de aprendizaje.

Bloque 2:

1. Leer, escribir, ordenar fracciones.
2. Identificar y resolver problemas de la vida cotidiana, estableciendo conexiones entre la realidad y las Matemáticas.
3. Conocer las fracciones, sus términos y representación.
4. Comparar fracciones
5. Reconocer fracciones equivalentes.

5.4. CONTENIDOS

Los contenidos que trabajaremos con el desarrollo de las diferentes actividades formarán parte tanto del Bloque 1, que hace referencia a los aspectos generales del bloque de Matemáticas, como al Bloque 2 en el cual encontramos el contenido principal del tema, las fracciones.

Bloque 1:

-Planificación del proceso de resolución de problemas:

Análisis y comprensión del enunciado.

Resultados obtenidos y valoración de los mismos.

Explicación de forma oral y por escrito de los procesos de resolución de problemas y de los resultados obtenidos.

-Utilización de los procedimientos matemáticos estudiados para resolver problemas en situaciones reales.

-Disposición para desarrollar aprendizajes autónomos y confianza en sus propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

- Interés y curiosidad por el aprendizaje y utilización de las Matemáticas.

- Participación y colaboración activa en el trabajo en equipo y el aprendizaje organizado a partir de la investigación sobre situaciones reales. Respeto por el trabajo de los demás.

- Integración de las TIC en el proceso de aprendizaje para obtener información, realizar cálculos numéricos, resolver problemas y presentar resultados.

Bloque 2:

- Concepto de fracción como relación entre las partes y el todo.

- Reconocimiento de una fracción y sus términos.

- Fracción de un número.

- Fracciones equivalentes.

5.5. COMPETENCIAS

Por medio de esta intervención se trabajarán seis de las siete competencias clave. Estas serán adquiridas mediante el logro de los siguientes estándares de aprendizaje.

Bloque 1:

1.1 Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).

1.3 Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisa las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprueba e interpreta las soluciones en el contexto de la situación, busca otras formas de resolución, etc

8.1 Desarrolla y muestra actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.

9.1 Distingue entre problemas y ejercicios y aplica las estrategias adecuadas para cada caso.

10.2 Utiliza herramientas tecnológicas para la realización de cálculos numéricos, para aprender y para resolver problemas, conjeturas y construir y defender argumentos.

Bloque 2:

2.3 Conoce las fracciones, sus términos y representación.

2.4 Compara fracciones con denominadores iguales.

2.5 Reconoce fracciones equivalentes y las representa.

Competencias que se trabajan a través de estos estándares de aprendizaje:

- Competencia Lingüística
- Competencia matemática y competencia básica en ciencias y tecnología
- Competencia digital
- Aprender a aprender
- Competencias sociales y cívicas
- Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor

5.6. TEMPORALIZACIÓN

La propuesta se realizará a finales del mes de abril y principios de mayo, y será trabajada durante unos 12 días. En la siguiente tabla encontraremos los contenidos trabajados cada día, junto a sus actividades:

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
	Sesión 1 Introducción	Sesión 2 Concepto de fracción	Sesión 3 Fracciones propias e impropias	Sesión 4 Kahoot
Sesión 5-I Comparación de fracciones		Sesión 5-II Comparación de fracciones	Sesión 6 Fracciones equivalentes	Sesión 7 Evaluación
Sesión 8 Fracción de un número		Sesión 9 Resolución de problemas	Sesión 10 Evaluación	Sesión 11 Evaluación
Sesión 12 Prueba final				

Tabla 1: Temporalización. Elaboración propia

5.7 ACTIVIDADES

Para el desarrollo de esta propuesta se han diseñado una serie de actividades que serán destinadas al alumnado que forma parte de la clase de 4º de Educación Primaria. A continuación, podremos observar cómo se ha programado cada una de las sesiones que forman esta propuesta.

Sesión 1

Temporalización: 45 minutos

Tarea 1: Para comenzar con el tema de las fracciones, primero tengo que observar qué es lo que el alumnado sabe de otros años. Esto lo trabajaré con una serie de preguntas al comienzo de la clase, como:

- ¿Sabéis lo que es una fracción?
- ¿Cómo se llama el número que escribo por encima de la raya? ¿Y por debajo?
- ¿Qué me quiere decir el denominador? ¿Y el numerador?

Tarea 2: Una vez que entre todos dejemos claros conceptos básicos como numerador o denominador, pasaremos a ver un vídeo que nos habla de todo lo comentado previamente. El video fue el siguiente:

<https://www.youtube.com/watch?v=c9cTIjBqFTw>

Tarea 3: Finalmente saldremos a realizar un juego al aire libre, que consistirá en lo siguiente: Cada alumno tendrá un papel en el que habrá una fracción dibujada o escrita. Entre esos papeles encontraremos la fracción correspondiente con su dibujo, por lo que los alumnos y alumnas lo que deben hacer es encontrar a su pareja. Los que tengan el papel con la fracción dibujada serán los que pillan y el resto deberán correr para no ser cazados. Esto se repetirá las veces necesarias para que cada dibujo encuentre a su fracción.

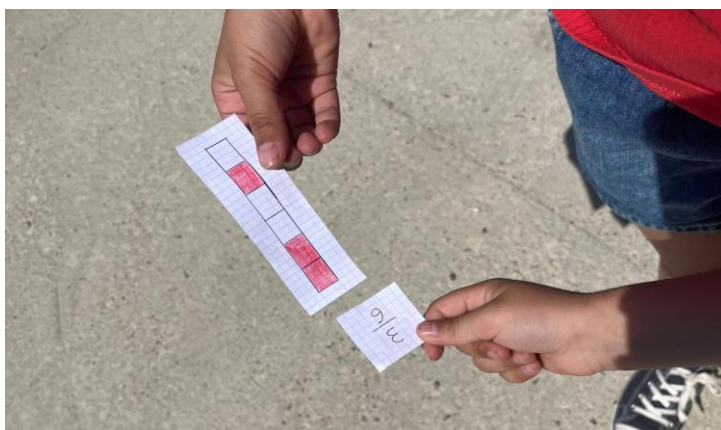


Ilustración 18: Ejemplo del juego realizado. Elaboración propia

Una vez hechas las parejas, cada una tendrá que dibujar en el suelo, con tizas, dos dibujos distintos que representen la fracción que les ha tocado. Finalmente, todos los grupos irán pasando por los dibujos y tendrán que adivinar de qué fracción se trata.

Sesión 2

Temporalización: 60 minutos

Tarea 1: Tras realizar un breve repaso de los conceptos trabajados en la actividad 1 por medio de un PowerPoint (ver anexo 1), realizaremos un juego en gran grupo. Con este juego usaremos los portátiles que tiene el centro y el recurso online que aparece en el siguiente enlace: <https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/>

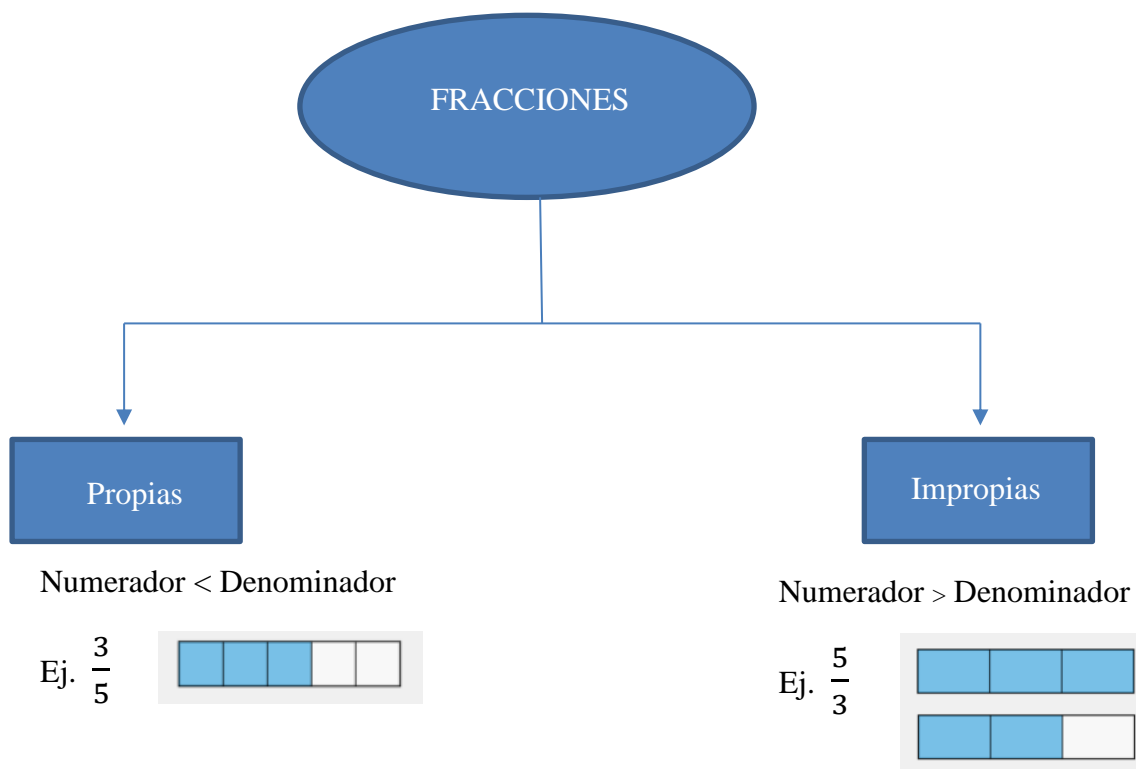
Comenzaré diciendo una fracción en voz alta que ellos deberán representar con la aplicación mencionada anteriormente. Una vez que todos hayan acabado, se elegirá a un niño o niña para que salga a representarla en la pizarra digital. Realizaremos esto doce veces para que así todos los niños de clase puedan salir a representar la fracción correspondiente en el ordenador del docente.

Tarea 2: Una vez que acabemos con esta parte de la actividad, pasaremos a realizar una fotocopia que repasará todos los conceptos trabajados hasta ese momento (ver anexo 2).

Sesión 3

Temporalización: 55 minutos

Tarea 1: Comenzaremos realizando un esquema en la pizarra con el fin de diferenciar las fracciones propias de las impropias.



Tarea 2: Tras esto realizaremos unos cuantos ejemplos en gran grupo con el fin de diferenciar las fracciones propias de las impropias, para pasar más tarde a realizar su representación. Para ello trabajaremos una fotocopia de forma individual (ver anexo 3), que ofrece un enfoque gráfico, evitando el uso de operaciones mecanizadas.

Tarea 3: Una vez terminada la fotocopia realizaremos un juego para ver si se ha comprendido correctamente el concepto de fracción como parte de un todo. Este consistirá en enseñar al alumnado una pieza en referencia a la unidad.



Ilustración 19: Juego realizado en clase. Elaboración propia

Ellos deberán adivinar de qué fracción se trata y escribirlo en sus pequeñas pizarras. Finalmente, todos mostrarán la respuesta y comprobaremos qué fracción representa esa pieza, en referencia a la unidad mostrada.

Sesión 4

Temporalización: 25 minutos

Esta actividad consistirá en la realización de un kahoot. Cada alumno tendrá una Tablet con la que conectarse al juego. Este mostrará preguntas relacionadas con las fracciones, como por ejemplo:

- ¿Qué fracción representa el siguiente dibujo?

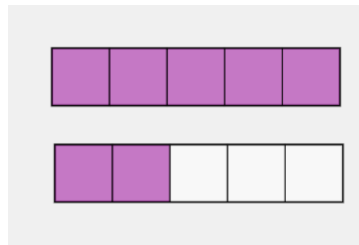


Ilustración 20: Ejemplo. Elaboración propia

- ¿Cómo se lee la fracción $\frac{8}{15}$?
- La fracción $\frac{7}{5}$ ¿es propia o impropia?

Sesión 5

Temporalización: 120 minutos

Tarea 1: Realizaremos en clase nuestro muro de fracciones. Cada niño y niña tendrá que pintar y recortar el muro de fracciones que necesitará para trabajar las diferentes actividades (ver anexo 4). Esta tarea es laboriosa y requerirá de bastante tiempo. A la vez que se va realizando los niños se van familiarizando con el tamaño de cada fracción.

Tarea 2: Una vez realizado el muro pasaremos a trabajar en gran grupo la comparación de fracciones. Comenzaremos con aquellas que tienen el mismo denominador: escribiremos en la pizarra una serie de fracciones que el alumnado deberá copiar en su cuaderno y ordenar de mayor a menor.

Tarea 3: Una vez comprendido esto, pasaremos a trabajar con fracciones que presenten denominadores diferentes. Estas las trabajaremos con nuestro mural de fracciones. Comenzaremos escribiendo en la pizarra dos fracciones, por ejemplo $\frac{4}{9}$ y $\frac{3}{4}$. Entonces el alumnado con sus piezas colocará ambas fracciones una encima de otra y observará qué fracción de las dos es mayor.



Ilustración 21: Ejemplo. Elaboración propia

Una vez que todos hayan encontrado la solución pasaremos a corregirlo, comprobando de esta manera que todos/as lo han hecho de forma correcta, mediante la aplicación: <https://mathsbot.com/manipulatives/fractionWall>, en el ordenador del profesor.

Sesión 6

Temporalización: 60 minutos

Una vez que el alumnado tenga preparado el material creado en la actividad 5, conseguiremos trabajar de forma mucho más dinámica y manipulativa el concepto de fracciones equivalentes, siendo de esta forma más fácil de comprender.

Tarea 1: Comenzaremos la clase con la explicación del concepto que vamos a trabajar, apoyada en un PowerPoint. En este encontramos la definición de fracción equivalente y multitud de ejemplos (ver anexo 5).

Todas las fracciones que trabajaremos serán comprobadas o propuestas por los alumnos, que con sus piezas irán observando cuales podrían ser iguales, es decir, equivalentes.

Tarea 2: Finalmente les entregaré una fotocopia que deberán trabajar de forma individual con la ayuda de su material manipulativo (ver anexo 6).

Sesión 7

Temporalización: 30 min

Para realizar la actividad organizaremos la clase en grupos. Al ser 12 alumnos y alumnas crearemos tres grupos de cuatro personas cada uno. Cada participante del grupo tendrá su hoja de ejercicios (ver anexo 7), con la que repasaremos los conceptos trabajados en las actividades anteriores. También contarán con su mural de fracciones.

Para asegurarnos de que todos los componentes del grupo trabajan de forma conjunta, usaremos la técnica de lápices al centro. Esta consiste en que todos los alumnos y alumnas que forman el grupo dejarán sus lápices en el centro de las mesas, y una vez que entre todos lleguen a la solución del problema, podrán coger sus lápices y escribir la respuesta.

Una vez terminada la actividad el docente elegirá una de las hojas del grupo, que será la que corrija y con la que compruebe si el alumnado ha ido comprendiendo los diferentes conceptos trabajados.

Sesión 8

Temporalización: 50 minutos

Tarea 1: Comenzamos la actividad planteando un problema que nos dirá:

La clase de 4° de Educación Primaria tiene 12 pinturas en total, de las cuales $\frac{2}{3}$ son rojas. ¿Cuántas pinturas rojas tiene la clase de 4°?

Tarea 2: Una vez planteado el problema, intentamos resolverle de forma conjunta, introduciendo el concepto de fracción de un número, y usando el modelo de barras en su comprensión.



Ilustración 22: Ejemplo. Elaboración propia

Tarea 3: Una vez realizado el problema, pasamos a realizar una fotocopia con la que afianzar el concepto trabajado (ver anexo 8).

Sesión 9

Temporalización: 50 minutos

Tarea1: Esta actividad será planteada como un taller de resolución de problemas de fracciones. Será realizado de forma individual mediante la fotocopia que podemos encontrar en el anexo 9. Se animará al alumnado a representar los problemas en modelo de barras.

Tarea 2: Una vez terminado, cada alumno/a se corregirá su propio trabajo, fijándose en las soluciones que el o la docente mostrará en la pizarra digital.

Sesión 10

Temporalización: 50 minutos

Esta actividad será realizada al aire libre, en cuatro grupos de tres personas cada uno. Cada grupo tendrá que resolver una serie de ejercicios (ver anexo 10) que se encontrarán en el suelo del patio. Los grupos estarán a una distancia determinada de los diferentes folios que tendrán escritas las actividades. La o el docente dirá un número, y uno de los componentes del grupo saldrá corriendo a por la primera hoja, que tendrá una actividad relacionada con las fracciones. El primer grupo que resuelva de forma correcta la actividad recibirá un punto.

Sesión 11

Temporalización: 20 minutos

Para esta actividad usaremos los portátiles del centro. Daremos a los niños diferentes enlaces a juegos en los que practicar las fracciones, como por ejemplo:

- <https://www.mathplayground.com/thinkingblocks.html>
- <https://blogsaverroes.juntadeandalucia.es/matematicasenunclie/2015/11/14/ficha-y-ejercicios-de-fracciones-parte-1/>
- <https://www.mundoprimaria.com/juegos-educativos/juegos-matematicas/numeros/num-cuarto>

El o la docente irá pasando por las mesas para observar a cada alumno o alumna y así poder ver si realizan los diferentes ejercicios de una forma correcta.

Actividad final

Temporalización: 60 minutos

Para poder ver si todo el alumnado ha llegado a comprender los contenidos trabajados y ha adquirido los objetivos propuestos anteriormente, realizaremos una prueba por escrito (ver anexo 11)

Resultados obtenidos: Tras realizar la corrección de la prueba propuesta y analizar todo el material trabajado por cada uno de los alumnos y alumnas de clase, hemos obtenido el siguiente gráfico.

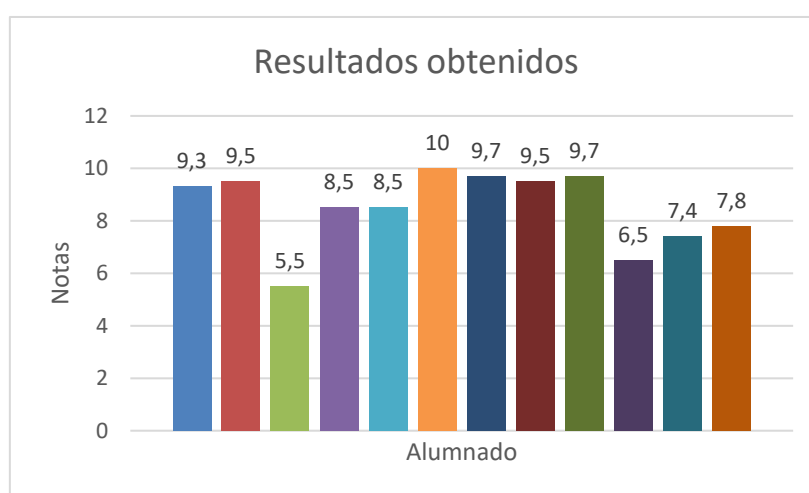


Tabla 2: Resultados obtenidos. Elaboración propia

Interpretación de los resultados: Podemos observar que todas las notas obtenidas están por encima del 5, es decir, todos los alumnos han conseguido superar la prueba. Entre ellos encontramos seis que se encuentran por encima del 9, obteniendo el sobresaliente, y únicamente hay uno que no ha conseguido llegar al 6.

Gracias a estos resultados podemos decir que los objetivos de este trabajo han sido logrados y que el alumnado ha conseguido adquirir los diferentes contenidos relacionados con las fracciones.

5.8 EVALUACIÓN

La evaluación se realizará de forma individual para cada alumno/a teniendo en cuenta las siguientes características: continua, participativa, flexible e imparcial.

Dentro de la etapa de Educación Primaria esta evaluación se centra en comprobar el grado de adquisición de los objetivos y las competencias de esta etapa educativa. Esto se realizará siguiendo los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje evaluables relacionados con cada área de conocimiento.

Estrategias de evaluación:

La evaluación será continua, de tal forma que la realizaremos en tres momentos distintos.

- **Evaluación inicial:** Se realizará de forma oral, con el fin de observar que conceptos tienen ya adquiridos y así poder partir de ellos.
- **Evaluación continua:** Se llevará a cabo a lo largo de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje y se obtendrá mediante el trabajo diario del alumnado y las diferentes fichas o actividades trabajadas.
- **Evaluación final:** Se llevará a cabo al finalizar la unidad, mediante una prueba escrita donde aparecerán diferentes conceptos trabajados a lo largo de la misma.

La evaluación será llevada principalmente por el o la docente, siendo esta en la mayoría de los casos heteroevaluación. Sin embargo, en algunos casos se introducirá la autoevaluación y la coevaluación.

Para llevar a cabo una evaluación correcta utilizaremos diferentes procedimientos:

- **Observación directa:** Se realizará una observación diaria de cómo el alumnado va avanzando en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- **Análisis del producto:** Iremos analizando las diferentes actividades que se realicen y viendo qué resultados se muestran en ellas.
- **Intercambios orales:** Se realizará mediante preguntas diarias al alumnado, por medio de debates, salidas a la pizarra o puestas en común de las diferentes actividades.

Criterios de calificación:

Dentro del proceso de evaluación y siguiendo la normativa vigente, encontramos cinco niveles de calificación:

- Insuficiente (IN): No conseguido. <5
- Suficiente (SU): Conseguido con nivel bajo en los diferentes ámbitos. 5
- Bien (BI): Conseguido con nivel medio. 6
- Notable (NT): conseguido con nivel alto. 7-8
- Sobresaliente (SB): Conseguido totalmente. 9-10

5.9 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

Aquí podemos encontrar las medidas necesarias para atender cualquier tipo de particularidad por parte del alumnado. En este caso no encontramos ningún alumno/a con necesidades específicas de apoyo educativo, por ello todas las medidas propuestas serán de carácter general. Estas son:

- **La acción tutorial:** Será trabajado por parte del docente todo aquello que ayude al alumnado a aprender a ser, aprender a convivir y aprender a aprender. Asimismo, se cuidará la relación con la familia.
- **Actuaciones preventivas:** Se llevará una observación diaria de todo lo trabajado, tanto dentro como fuera del aula, con el fin de detectar de forma rápida cualquier tipo de dificultad.
- **Ampliación y refuerzo:** Se realizará por medio de fichas con las que trabajar de una forma más profunda todos los contenidos trabajados y así reforzar todo el proceso de enseñanza-aprendizaje
- **Adaptaciones curriculares no significativas:** Estas afectarán únicamente a la metodología didáctica, la organización, la adecuación de las actividades, la temporalización y la adaptación de las técnicas y los tiempos.

Todas las actividades propuestas han sido previamente diseñadas y adaptadas al nivel del grupo con el fin de que todo el alumnado pueda llegar a conseguir los objetivos propuestos.

6. CONCLUSIONES

Con la realización de este trabajo me he dado cuenta de la importancia que tiene el enseñar un contenido, en este caso de matemáticas, de una forma adecuada. Esto requiere un mayor esfuerzo y dedicación por parte del profesor o profesora, pues normalmente en los libros de texto aparecen conceptos muy poco desarrollados.

Cuando entendemos un concepto de forma total no importa lo que te pregunte un ejercicio o problema, vas a conseguir realizarlo de forma sencilla debido a que comprendes todos los procesos que rodean a ese concepto. Con el tema de las fracciones, yo misma como alumna, en el colegio, he podido vivenciar situaciones de pánico al no comprender en muchas ocasiones los diferentes ejercicios. Estos finalmente eran resueltos de forma mecánica, sin comprender por qué se realizaban así. Mediante este trabajo he intentado acabar con esta mecanización de los aprendizajes, relacionados con el concepto de fracción, para poder ver en el aula a unos alumnos y alumnas interesados por aprender y no simplemente memorizar una serie de operaciones.

Para poder usar esta metodología, que se apoya en el uso del modelo de barras, es necesario informarse de cómo hacerlo, para así poder ir introduciendo de forma progresiva los diferentes contenidos. Todo esto siempre con el fin de que el alumnado vaya adquiriendo de una forma adecuada todo lo trabajado en el aula. Dentro de esta forma de trabajo es muy importante realizar actividades en las que puedan usar un material manipulativo. Por ejemplo, en este caso el muro de fracciones ha sido un material muy útil para trabajar contenidos como la comparación de fracciones y las fracciones equivalentes. También su formato online es de ayuda, tanto en el aula, como en casa para reforzar lo estudiado.

Con la realización de este Trabajo de fin de grado he podido descubrir esta metodología que pretende llegar al alumnado de forma directa, mostrando todo de una forma visual y progresiva, con el único fin de conseguir la plena comprensión de los conceptos matemáticos. Gracias a esto y a la oportunidad de llevar a cabo las actividades dentro del Prácticum II, he podido vivenciar de forma directa, cómo el alumnado comprendía todo cuando realizaba las explicaciones basándome siempre en representaciones. También era de gran ayuda cualquier juego o material con el que ellos podían comprobar si lo que pensaban que era correcto, resultaba ser cierto o no.

Además, he podido observar cómo diferentes alumnos que pensaban que les iba a costar adquirir ciertos objetivos, gracias a esta metodología, conseguían comprender todo lo trabajado sin apenas dificultades.

Con todo este trabajo realizado me he dado cuenta de que las Matemáticas son temidas por el alumnado debido a su forma de enseñanza, en la cual solo se les muestra una serie de operaciones que deben realizar sin entender la razón por la que hacerlas. Por ello hay que intentar enseñar desde otra perspectiva, utilizando metodologías que atraigan al alumnado y mediante las cuales no necesiten realizar procesos de forma automática, sino que puedan simplificar todo a realizar un proceso de reflexión sobre un diagrama. De esta forma encontraremos un alumnado mucho más motivado y receptivo, en el área de Matemáticas.

7. REFERENCIAS

Bibliográficas

- Ban Har, Y. (2020). *Piensa infinito para 4º de Primaria*. Matemáticas – Metodología Singapur. Libro 4A y Cuaderno 4A. Editorial Sm.
- Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge, MA.
- Canals, M^a. A. (1992). *Per una didàctica de la matemàtica a l'escola. I. Parvulari..* Vic: Eumo.
- Dienes, Z.P. (1969). *Building Up Mathematics*. London: Hutchison Education.
- Dienes, J.S. (1978). *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. Barcelona: Teide.
- Fernández, B. (2009). *Materiales para la enseñanza de las fracciones*.
https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_24/BLANCA_FERNANADEZ_1.pdf
- Ramos, P. (2019). *Aritmética para maestros*. Madrid: Autoedición
- Ramos, P. (2021). ¿Qué son las “Matemáticas Singapur”? ABC Ciencia.
https://www.abc.es/ciencia/abci-matematicas-singapur-202104190210_noticia.html
- Ruiz, C. A. (2013). *La fracción como relación parte-todo y como cociente: Propuesta Didáctica para el Colegio Los Alpes IED*. Universidad Nacional de Colombia.
- Segovia, I. y Rico, L. (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Madrid: Ediciones Pirámide.

Zapatera, A. (2020). El Método Singapur para el aprendizaje de las matemáticas. Enfoque y concreción de un estilo de aprendizaje. *International Journal of Developmental and Educational Psychology. INFAD Revista de Psicología, n°2*, 263-274.

Legislativas

DECRETO 26/2016, de 21 de julio, por el que se establece el currículo y se regula la implantación, evaluación y desarrollo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Recuperado de: <https://www.educa.jcyl.es/es/resumenbocyl/decreto-26-2016-21-julio-establececurriculo-regula-implant>

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado núm. 106, Madrid, España, 4 de mayo de 2006. Recuperado de: Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. (boe.es)

Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado núm. 340, Madrid, España, 30 de diciembre de 2020. Recuperado de: https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2020-17264

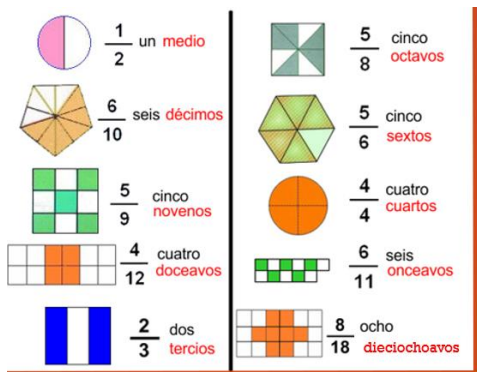
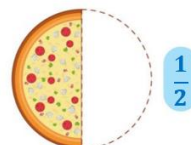
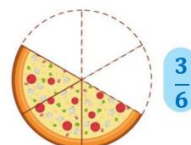
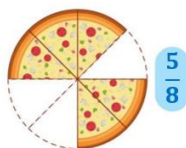
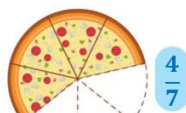
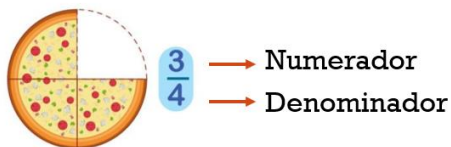
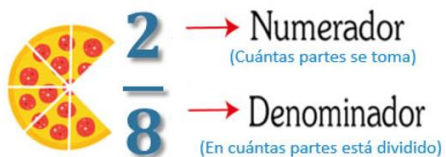
Real Decreto 861/2010 de 2 de julio, que modifica el Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. Recuperado de: <https://www.boe.es/buscar/pdf/2014/BOEA-2014-2222-consolidado.pdf>

Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria.

8. ANEXOS

Anexo 1



Siete décimos

Seis octavos

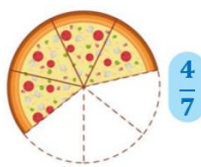
Dos cuartos

Nueve dieciseisavos

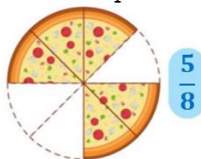
Un tercio

Ocho onceavos

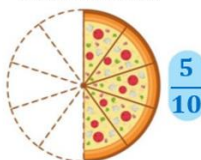
<https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/>



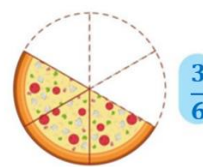
Cuatro séptimos



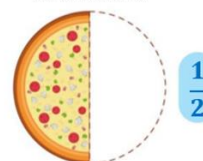
Cinco octavos



Cinco décimos



Tres sextos



Un medio

Elaboración propia

Anexo 2

LAS FRACCIONES

Nombre _____ Fecha _____

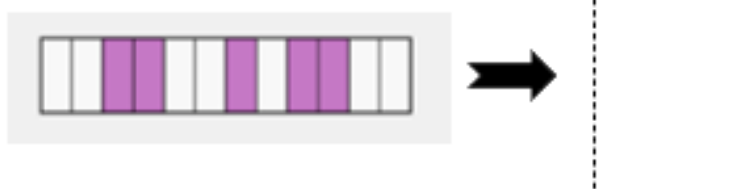
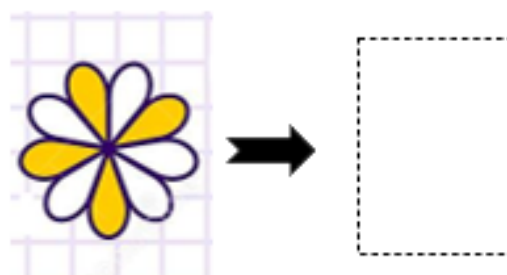
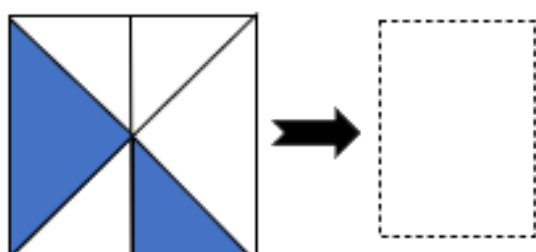
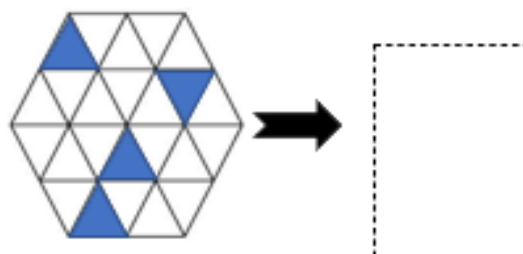
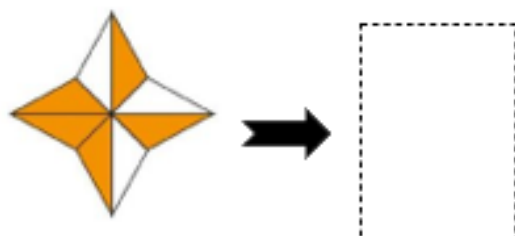
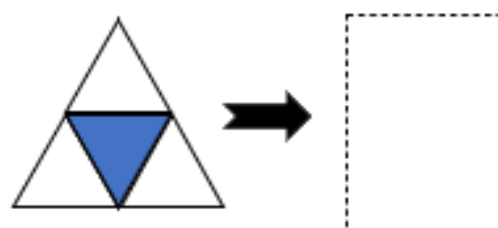
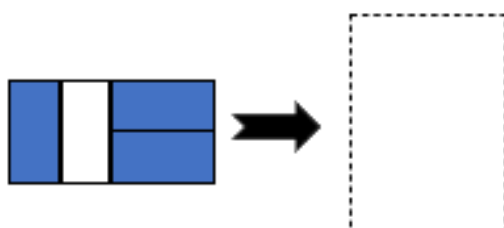
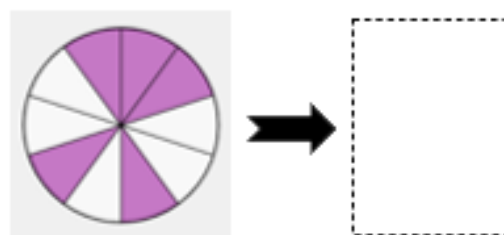
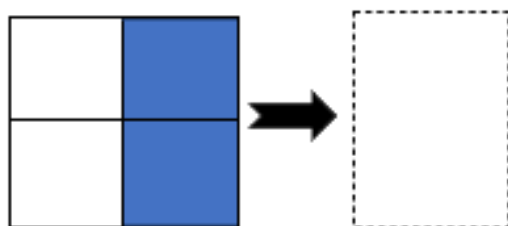
1. Escribe el nombre de las partes que forman una fracción.



2. Escribe como se lee cada fracción y haz el dibujo correspondiente.

$\frac{7}{12}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	$\frac{8}{10}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{5}{8}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	$\frac{9}{11}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>
$\frac{1}{2}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>	$\frac{2}{6}$	<input type="text"/>	<input type="text"/>

3. Escribe la fracción que representa cada dibujo.

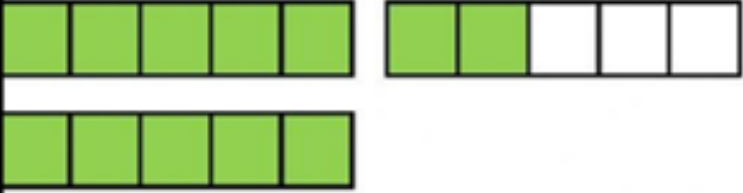

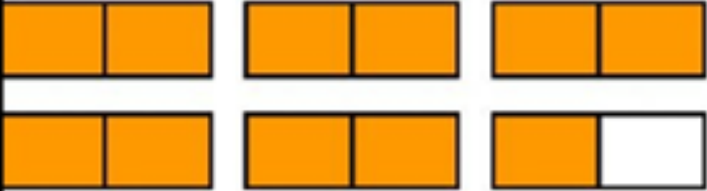

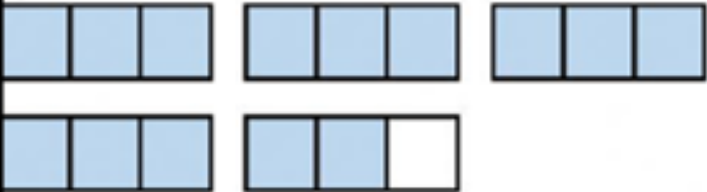

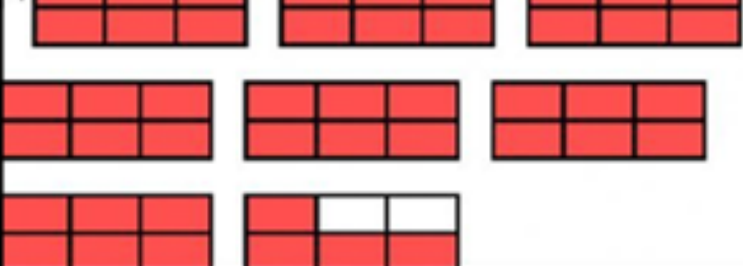

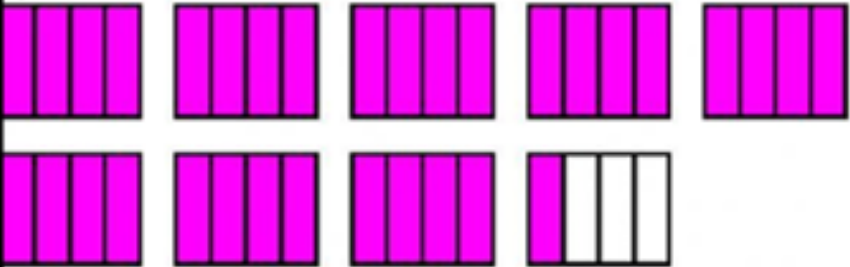



Elaboración propia

Anexo 3

Nombre _____ Fecha _____

1. Escribe la fracción que representa la parte coloreada.

<p>1)</p> 	 <p>1 pto.</p>
<p>2)</p> 	 <p>1 pto.</p>
<p>3)</p> 	 <p>1 pto.</p>
<p>4)</p> 	 <p>1 pto.</p>
<p>5)</p> 	 <p>1 pto.</p>

2. Escribe si la fracción es propia o impropia y realiza un dibujo para representarlas.

➔ $\frac{11}{12}$

➔ $\frac{10}{3}$

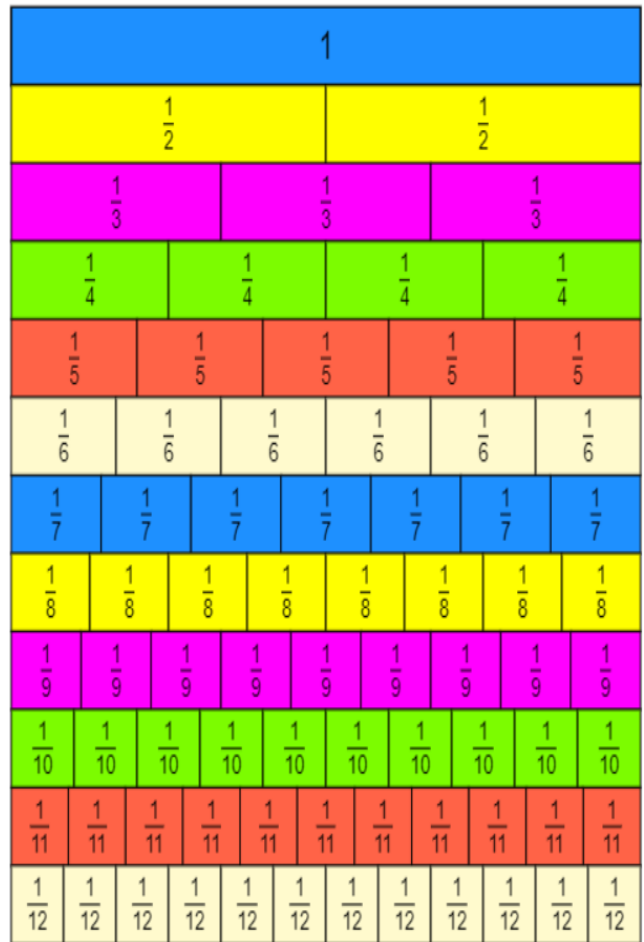
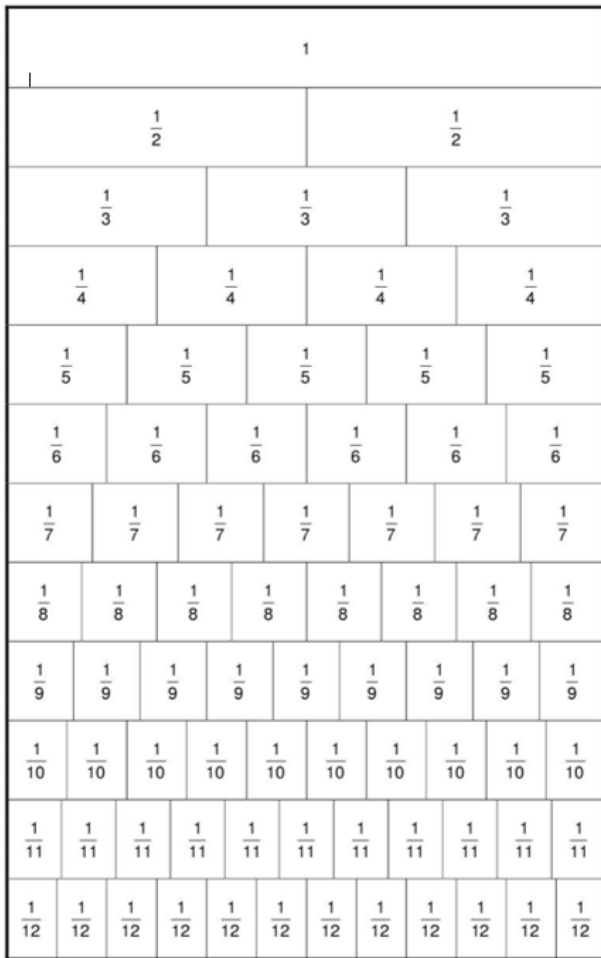
➔ $\frac{6}{5}$

➔ $\frac{6}{10}$

➔ $\frac{15}{7}$

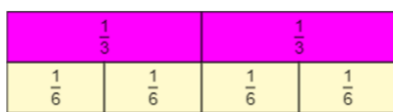
Elaboración propia

Anexo 4



Anexo 5

¿Qué son las fracciones equivalentes?



$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

Son fracciones que representan la misma cantidad aunque el numerador y el denominador sean diferentes.

$$\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$$



Busca las fracciones equivalente

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$



$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12}$$



$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$



$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$$



Elaboración propia

Anexo 6

Nombre _____

Completa los huecos

$\frac{1}{4} = \frac{\square}{8} = \frac{3}{\square}$	$\frac{2}{8} = \frac{\square}{12} = \frac{\square}{4}$	$\frac{2}{6} = \frac{\square}{3} = \frac{4}{\square}$
$\frac{2}{4} = \frac{\square}{12} = \frac{1}{\square}$	$\frac{1}{6} = \frac{\square}{12}$	$\frac{3}{6} = \frac{\square}{10} = \frac{6}{\square}$
	$\frac{6}{10} = \frac{\square}{5}$	

Elaboración propia

Anexo 7



Grupo _____

1. Escribe como se lee cada fracción.

$\frac{2}{5}$	
$\frac{7}{10}$	
$\frac{13}{11}$	
$\frac{4}{11}$	
$\frac{7}{8}$	
$\frac{8}{15}$	

2. ¿Propia o impropia?

$\frac{5}{9}$ _____

$\frac{9}{6}$ _____

$\frac{14}{9}$ _____

$\frac{7}{22}$ _____

$\frac{3}{2}$ _____

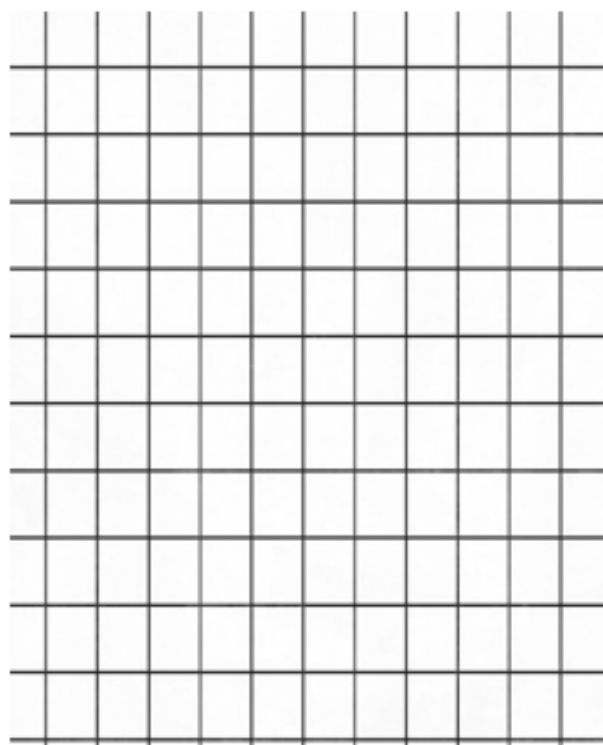
$\frac{6}{10}$ _____

3. Escribe con cifras y dibuja.

Cuatro medios \rightarrow

Siete tercios \rightarrow

Nueve cuartos \rightarrow



4. Compara las siguientes fracciones

$$\frac{3}{4} \square \frac{5}{6}$$

$$\frac{4}{5} \square \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{8} \square \frac{8}{10}$$

$$\frac{9}{8} \square \frac{3}{12}$$

$$\frac{3}{7} \square \frac{3}{4}$$

5. Juan y Sandra han partido una chocolatina en 9 partes iguales.
Juan se ha comido cinco novenos y Sandra ha comido menos que él. ¿Qué fracción de chocolatina ha podido comer Sandra?

Elaboración propia

Anexo 8

Fracción de un número

Nombre _____

1. Colorea la opción correcta

$$\frac{1}{2} \text{ de } 36$$

28 23 16 18

$$\frac{3}{5} \text{ de } 60$$

36 50 45 38

$$\frac{5}{8} \text{ de } 72$$

50 45 35 60

$$\frac{3}{4} \text{ de } 28$$

20 21 15 25

$$\frac{2}{3} \text{ de } 24$$

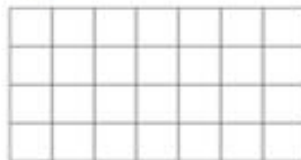
8 30 16 20

$$\frac{4}{6} \text{ de } 42$$

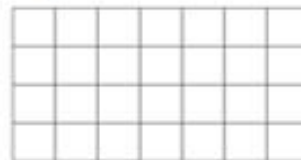
30 32 27 28

2. Pinta la parte correspondiente a la fracción dada y calcula.

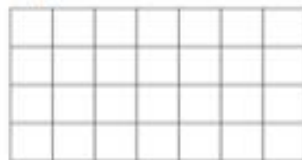
$$\frac{1}{4} \text{ de } 116$$



$$\frac{2}{7} \text{ de } 511$$



$$\frac{3}{7} \text{ de } 308$$



$$\frac{2}{3} \text{ de } 192$$



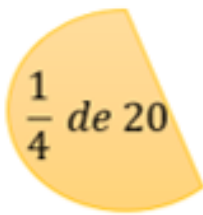
3. Relaciona.



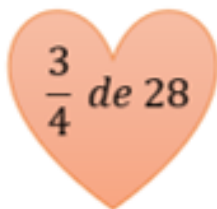
5



18



2



9



20

21

Elaboración propia

Anexo 9

3. Juan se ha comido tres cuartas ($\frac{3}{4}$) partes de los bombones de una caja de 24 bombones. ¿Cuántos bombones ha dejado sin comer?

Datos	Operaciones	Resultado
		Ha dejado sin
		comer bombones.



5. Compara las siguientes fracciones

$$\frac{1}{5} \square \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{2} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{8} \square \frac{1}{6}$$

$$\frac{8}{5} \square \frac{8}{4}$$

$$\frac{2}{7} \square \frac{2}{8}$$

$$\frac{4}{2} \square \frac{2}{2}$$

$$\frac{5}{5} \square \frac{7}{5}$$

$$\frac{5}{6} \square \frac{3}{8}$$

6. ¿Qué son las fracciones equivalentes?

7. Clara y Marcos han pedido una pizza para cenar. La han cortado en 8 partes iguales. Clara ha comido 4 partes y Marcos solo 3 partes. Contesta a las siguientes preguntas:

¿Qué fracción representa la pizza entera? _____

¿Qué fracción se ha comido Clara? _____

¿Qué fracción ha comido Marcos? _____

¿Qué fracción de pizza ha sobrado? _____



8. David leyó $\frac{5}{12}$ de un libro el lunes, $\frac{1}{12}$ el martes y $\frac{5}{12}$ el miércoles.

¿Qué fracción del libro ha leído en total? _____

¿Qué fracción le queda por leer? _____

Elaboración propia

Anexo 10

Escribe como se leen las siguientes fracciones:

$\frac{2}{3}$ _____ $\frac{4}{5}$ _____ $\frac{1}{3}$ _____ $\frac{7}{8}$ _____	$\frac{5}{6}$ _____ $\frac{3}{4}$ _____ $\frac{1}{2}$ _____ $\frac{2}{10}$ _____
--	---

Escribe el signo < o > según corresponda:

$\frac{3}{6} \square \frac{5}{6}$	$\frac{6}{9} \square \frac{7}{9}$	$\frac{3}{4} \square \frac{1}{4}$	$\frac{8}{10} \square \frac{4}{10}$
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

REPRESENTACIÓN ESCRITA	REPRESENTACIÓN NUMÉRICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA
Cuatro quintos		
		
	$\frac{7}{5}$	
		



- ¿Qué fracción de los calcetines son grises? _____
- ¿Cuál es el numerador de esa fracción? _____
- ¿Qué indica el numerador? _____

- ¿Cuál es el denominador de esa fracción? _____
- ¿Qué indica el denominador? _____

Propia o impropia

$$\frac{7}{6} \text{ _____} \quad \frac{3}{4} \text{ _____}$$

$$\frac{5}{2} \text{ _____} \quad \frac{1}{2} \text{ _____}$$

¿Qué son las fracciones equivalentes?

$\frac{6}{4}$ de 16 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">24</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">18</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">22</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">26</div> </div> $\frac{4}{12}$ de 36 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">20</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">4</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">14</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">12</div> </div> $\frac{7}{2}$ de 38 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">133</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">85</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">130</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">84</div> </div>	$\frac{8}{5}$ de 75 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">120</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">100</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">150</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">90</div> </div> $\frac{9}{3}$ de 60 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">180</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">270</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">90</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">310</div> </div> $\frac{8}{9}$ de 63 <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">63</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">60</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">56</div> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 15px; padding: 5px 15px; width: 40px; text-align: center;">55</div> </div>
---	---

David leyó $\frac{4}{20}$ de un libro el lunes, $\frac{6}{20}$ el martes y $\frac{5}{20}$ el miércoles.

¿Qué fracción del libro ha leído en total?

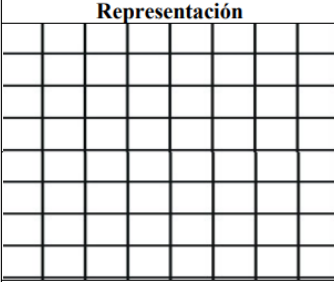
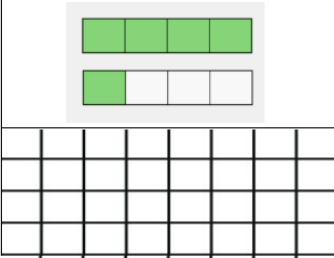

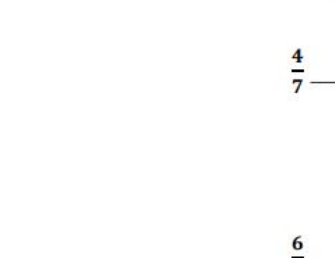
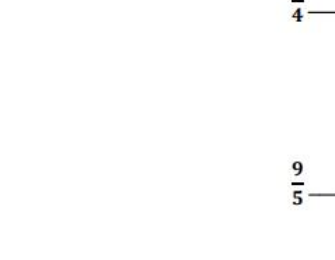
¿Qué fracción le queda por leer?

En un avión viajan 60 personas, dos quintos son menores de edad. ¿Cuántos mayores de edad viajan en el avión?

Anexo 11

Nombre _____ Fecha _____

1. Completa la tabla.

Representación	Fracción	Numerador	Denominador	Lectura
	$\frac{9}{3}$			
		7	8	
				
				Siete medios
		4	3	

1

2. Escribe si la fracción es propia o impropia y realiza un dibujo para representarla.

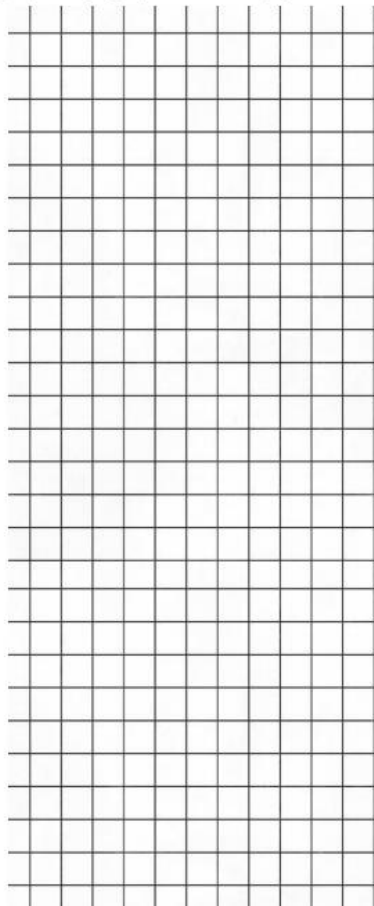
$\frac{4}{7}$ _____

$\frac{6}{4}$ _____

$\frac{9}{5}$ _____

$\frac{12}{3}$ _____

$\frac{5}{12}$ _____



3. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

$$\frac{9}{10} \quad \frac{7}{10} \quad \frac{1}{10} \quad \frac{3}{10}$$



4. ¿Qué son las fracciones equivalentes?

5. Fracción de un número.

- $\frac{3}{6}$ de 54

- $\frac{7}{4}$ de 728

- $\frac{9}{8}$ de 128

6. Laura, Carlos y Silvia comieron una pizza. Laura y Silvia comieron $\frac{3}{8}$ cada una. ¿Qué fracción de pizza comió Carlos?

7. En la clase de 4° hay 120 alumnos/as de los cuales $\frac{3}{4}$ tienen patines.
¿Cuántos alumnos/as no tienen patines?

8. Compara las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{2} \quad \square \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{8} \quad \square \quad \frac{1}{4}$$

$$\frac{6}{8} \quad \square \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{6} \quad \square \quad \frac{3}{8}$$

$$\frac{1}{2} \quad \square \quad \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} \quad \square \quad \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{4} \quad \square \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{5} \quad \square \quad \frac{2}{8}$$

9. Indica si las siguientes fracciones son equivalentes o no.

• $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{8}$ _____

• $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{6}$ _____

• $\frac{3}{5}$ y $\frac{6}{10}$ _____

• $\frac{2}{8}$ y $\frac{3}{12}$ _____

Elaboración propia