



---

**Universidad de Valladolid**

Facultad de Ciencias

## **TRABAJO FIN DE GRADO**

Grado en Física

**Levitación acústica. Análisis y construcción de un levitador  
acústico.**

*Autor: Germán Alonso Devesa*

*Tutor/es: José María Muñoz Muñoz*

## **Resumen**

En este trabajo abordaremos el análisis y la construcción de un levitador acústico, utilizando la fuerza de radiación acústica que emite un transductor.

La base para conseguir este fenómeno son las ondas estacionarias, es decir, dos ondas acústicas en sentidos opuestos.

En nuestro caso vamos a buscar simplicidad; usaremos un solo transductor y un reflector cóncavo, pero vamos a optimizarlo para encontrar las mejores condiciones posibles de levitación.

## **Abstract**

Within this work, we will address the analysis and construction of an acoustic levitator, using the acoustic radiation force produced by a transducer.

This will be achieved using standing waves, i.e., two acoustic waves emitted in opposite directions.

This work will seek for simplicity; a single transducer and a concave reflector will be used, and they will be optimized to find the best possible conditions for levitation.

# ÍNDICE

<b>1. Introducción</b>	<b>4</b>
1.1 Motivación.....	4
1.2 Objetivos.....	4
<b>2. Marco teórico</b>	<b>6</b>
<b>3. Desarrollo del trabajo</b>	<b>12</b>
3.1 Introducción.....	12
3.2 Diseño y estudio teórico del dispositivo experimental.....	12
3.3 Descripción, preparación y estudio práctico del dispositivo experimental...	20
3.4 Diseño y construcción del dispositivo óptimo.....	34
<b>4. Conclusiones</b>	<b>38</b>
<b>5. Referencias</b>	<b>39</b>
<b>6. Anexo: código</b>	<b>40</b>

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1 Motivación

Hay varias razones que nos han llevado a abordar este trabajo. La levitación es un fenómeno bastante útil para la tecnología; por ejemplo, hay trenes que levitan sobre los raíles con levitación electromagnética.

Pero nosotros vamos a trabajar con levitación acústica. Aunque la levitación magnética sea la más extendida, la acústica tiene otras ventajas y puede hacer frente a situaciones que la electromagnética no puede; como hacer levitar objetos descargados o no magnéticos. Esto es útil, por ejemplo, para realizar ciertas reacciones químicas en suspensión, o para simular condiciones de microgravedad [1].

Hay muchos tipos de levitadores acústicos; algunos disponen de muchos transductores y permiten no solo hacer levitar un objeto sino moverlo en cualquier dirección [2]. En nuestro caso buscamos precisamente lo contrario; buscar el diseño más simple que permita la levitación; eso sí, optimizándolo lo máximo posible.

Buscamos simplicidad porque con este trabajo lo que queremos, más que fabricar un dispositivo complejo, es entender y aplicar la física que hay detrás de este fenómeno.

También queremos con esto poner en práctica nuestros conocimientos sobre física aprendidos en la carrera en una situación real, enfrentándonos a un problema en el laboratorio sin un guion.

Para construir el dispositivo, abordamos el fenómeno desde cero. Un transductor que emita ondas acústicas ejerce una correspondiente fuerza de radiación acústica. Pero para que se de la levitación necesitaremos puntos de equilibrio estable. Esto se da, como veremos más adelante, con **ondas estacionarias**.

Podríamos trabajar con dos transductores opuestos para conseguirlo, pero si pensamos en simplicidad, es más interesante trabajar con un transductor y un reflector.

Lo más simple posible sería utilizar un reflector plano, pero teniendo en cuenta que el transductor con el que contamos emite ondas esféricas, con este reflector perderían mucha intensidad en el camino de ida y vuelta (lo explicaremos más adelante). Por ello vamos a utilizar un **reflector esférico cóncavo**.

Con estas premisas ya tenemos un diseño muy simple pero que puede dar muy buenos resultados: El levitador que vamos a construir y optimizar va a constar de un transductor y un reflector esférico cóncavo.

## 1.2 Objetivos

Una vez fijado el objetivo principal del, vamos a enumerar los subobjetivos para darle un proceso y una estructura al trabajo.

1. **Estudio y análisis del fenómeno:** Antes de ponernos a diseñar o construir el levitador, tenemos que estudiar por qué se da el fenómeno y qué necesitamos para ello.
2. **Diseño inicial del levitador.** Pensando en simplicidad, elegiremos el diseño del levitador y estudiaremos el fenómeno para ese diseño concreto. Como queremos optimizarlo lo máximo posible, analizaremos de qué variables disponemos para

ello, y dentro de lo que permita este estudio teórico, estudiaremos cómo van a afectar a la levitación.

3. **Estudio práctico de la levitación.** Ya en el laboratorio, estudiaremos un levitador “rudimentario” del que ya disponemos. Visualizaremos la levitación y mediremos las ondas, y estudiaremos con qué condiciones tenemos levitación.
4. **Optimización del diseño y construcción del levitador.** Por último, sabiendo cuales son las mejores condiciones de levitación, estudiaremos como maximizarlas y construiremos un levitador optimizado.

## 2. MARCO TEÓRICO

Vamos a explicar los fundamentos teóricos en que se sostiene la levitación acústica y qué es necesario para que ocurra. El objetivo principal es entender por qué se da el fenómeno.

Empezamos pensando desde cero. Partiendo de unas condiciones ideales en las que el aire está en reposo; algo que podemos suponer en un laboratorio, un objeto suspendido en el aire sólo está sometido a la fuerza de la gravedad (y al empuje de Arquímedes del aire). Entonces lo primero que necesitamos es una fuerza que la compense para que la fuerza total sea 0 y el objeto pueda quedar en reposo.

Matizando, hay más factores imprescindibles. En primer lugar, necesitamos que el equilibrio sea estable o el objeto cedería en alguna dirección.

Y en segundo lugar, la fuerza de la gravedad depende de la masa del objeto, entonces según el objeto que tengamos tenemos que ejercer más o menos fuerza para igualarla.

Tenemos que conseguir todo esto con presión acústica. Lo primero que necesitamos es conocer la fuerza que ejerce la presión acústica en un punto.

Partimos de que el aire se comporta como un fluido ideal, y desarrollamos la presión, la velocidad y la densidad hasta segundo orden respecto de la posición [3]:

$$p = p_0 + p_1 + p_2$$

$$u = u_1 + u_2$$

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2$$

(El término  $u_0$  sería la velocidad del aire sin perturbar; como partimos del reposo,  $u_0=0$ .)

Utilizando la ecuación de continuidad, la de conservación de momento y la de estado del fluido, podemos llegar a un potencial [3]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = 0$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p \quad (1)$$

$$p = p(\rho)$$

En nuestro caso, lo que queremos levitar son esferas de pequeño tamaño de poliestireno expandido.

Asumiendo un radio  $R$  de esta esfera mucho menor a la longitud de onda incidente, podemos encontrar esta fórmula para el potencial; la ecuación de Gor'kov [3,4]:

$$U = 2\pi R^3 \left[ \frac{f_1}{3\rho_0 c_0^2} \langle (p_1^{in})^2 \rangle - \frac{f_2 \rho_0}{2} \langle \mathbf{u}_1^{in} \cdot \mathbf{u}_1^{in} \rangle \right] \quad (2)$$

El superíndice <sup>in</sup> significa que la magnitud es de la onda (u ondas) incidente sobre la esfera,  $c_0$  es la velocidad del sonido en el aire, y:

$$f_1 = 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho_p c_p^2}$$

$$f_2 = 2 \left( \frac{\rho_p - \rho_0}{2\rho_p + \rho_0} \right)$$

El subíndice  $p$  indica que se refiere al objeto.

La fuerza entonces es  $F_{rad} = -\nabla U$ , y depende sólo de la presión de la onda incidente en el punto donde el objeto está situado (también depende de la velocidad de las partículas, pero esta a su vez depende de esta presión con la ecuación (1);  $\rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\nabla p_1$ ).

Este potencial nos da mucha información. Antes de analizarlo, vamos a explicar sus variables:

La presión incidente  $p_1^{in}$ , con el transductor que vamos a usar, es sinusoidal. La velocidad de las partículas se obtiene integrando respecto del tiempo el gradiente de esta presión, luego también será una función sinusoidal.

El potencial depende del valor medio de sus cuadrados. El valor medio del cuadrado de una onda sinusoidal es proporcional al cuadrado de su amplitud (si no tuviéramos el cuadrado el valor medio sería 0). Como es un valor medio, esta amplitud sólo depende de la posición, no del tiempo.

Entonces, tenemos una fuerza que depende del gradiente de la amplitud de la presión. Si pensamos en un transductor que emite ondas planas, este gradiente es nulo (no hay fuerza). Si emite ondas esféricas, cuya presión disminuye su amplitud como  $1/r$ , tendremos algo de fuerza en la dirección de las ondas, pero sólo será grande muy cerca del transductor, y sólo habría un punto donde se igualase con la gravedad ( $F_g = -mg\hat{k}$ ), muy pegado al transductor.

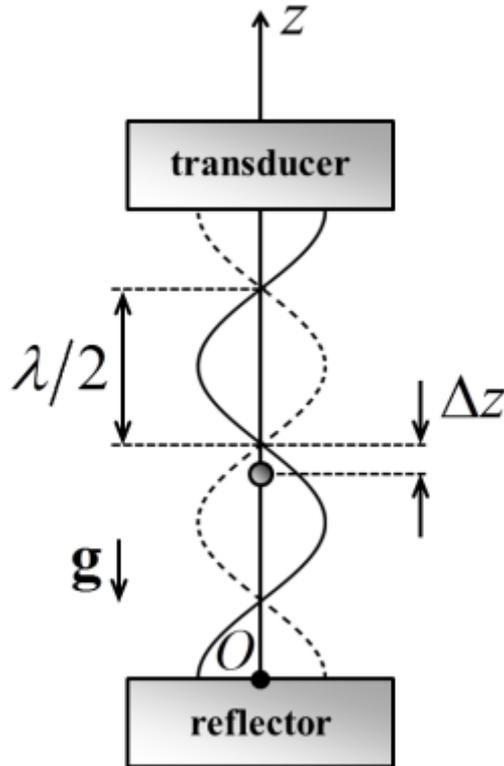
Si tenemos ondas estacionarias [5], tendremos una amplitud oscilante sinusoidalmente con la posición, y por tanto un potencial también oscilante sinusoidalmente. Si la frecuencia es alta, y por tanto la longitud de onda pequeña, el gradiente será mayor y tendremos fuerzas más intensas, además en varios puntos. Es decir, la base para conseguir levitación acústica son **ondas estacionarias de frecuencia alta**.

Para conseguir esto, podemos usar dos transductores orientados opuestamente, o un transductor y un reflector rígido [6].

Para la explicación teórica, vamos a pensar en dos ondas planas idénticas en sentidos opuestos. Nuestro caso será con ondas esféricas, pero para explicar y entender el fenómeno son más convenientes las ondas planas por simplicidad.

Ahora el objetivo es encontrar puntos en los que la fuerza de radiación acústica sea igual a la de la gravedad, con equilibrio estable.

Vamos a analizar el ejemplo de una onda plana estacionaria. En la siguiente figura tenemos un emisor de ondas planas y un reflector. Estudiemos el potencial en esta situación:



**Fig. 1** Levitación acústica de una pequeña esfera rígida en una onda plana estacionaria entre un transductor y un reflector [3].

Si aplicamos este potencial (2) a una onda plana estacionaria;  $p_1^{in} = p_0 \cos(\omega t) \cos(kz)$  (asumiendo  $f_1 = f_2 = 1$ , ya que  $\rho_p \gg \rho_0$ ; y con  $k = \frac{\omega}{c_0}$ ), tenemos [3]:

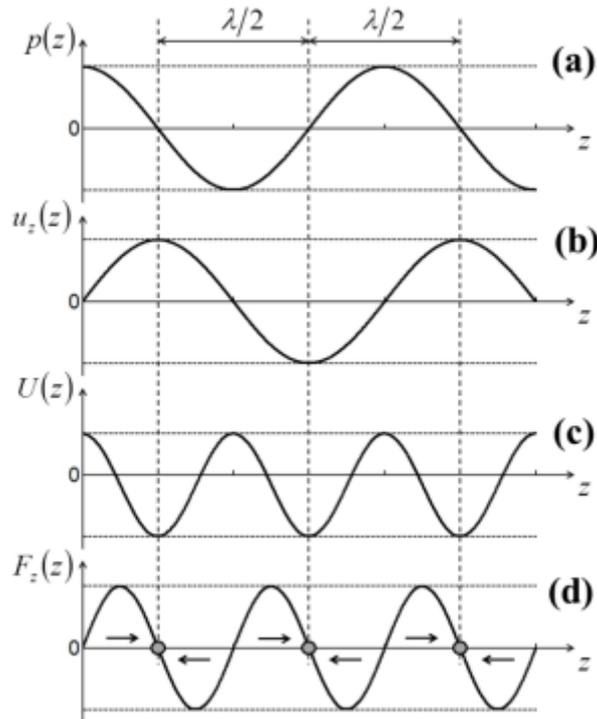
$$U = \frac{p_0^2 \pi R^3}{\rho_0 c_0^2} \left[ \frac{\cos^2(kz)}{3} - \frac{\sin^2(kz)}{2} \right]$$

$$F_{rad} = \frac{5\pi R^3 k p_0^2}{6\rho_0 c_0^2} \sin(2kz) \hat{k}$$

Ya tenemos la fuerza que ejerce el levitador sobre las esferas, y el potencial asociado a ella. Vemos que depende sinusoidalmente del eje z; es decir, con la suficiente presión, tendremos puntos en los que la fuerza iguale exactamente a la fuerza gravitatoria (siempre que el objeto sea suficientemente ligero).

Veámoslo gráficamente: en esta imagen podemos observar el comportamiento de la presión acústica incidente, la velocidad de las partículas, que depende de esta presión; la fuerza acústica y su potencial asociado; a lo largo del eje z.

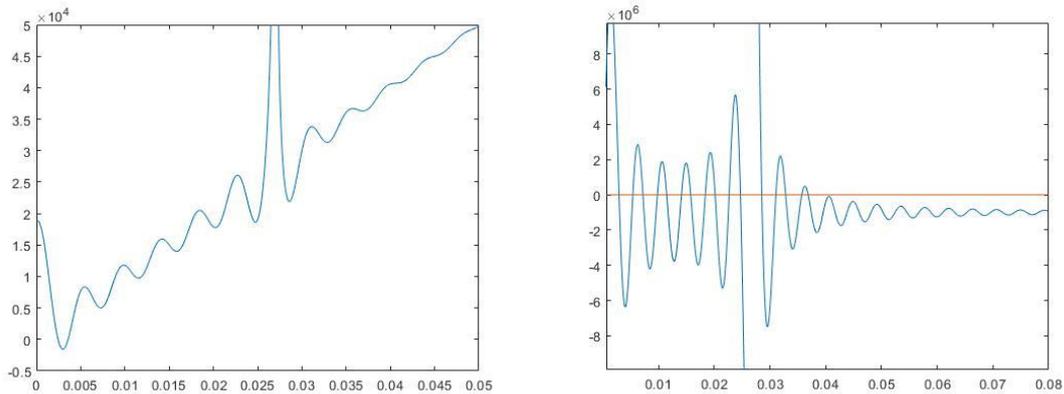
En ausencia de gravedad, tendríamos equilibrio estable en los mínimos de potencial (la fuerza se anula también en los máximos de potencial, pero el equilibrio ahí es inestable), es decir, cuando la presión acústica de la onda total incidente es 0; cada media longitud de onda.



**Fig. 2** Distribución de la presión acústica y velocidad de las partículas en una onda plana estacionaria y su correspondiente potencial y fuerza de radiación sobre una pequeña esfera rígida (en ausencia de gravedad): (a) Presión acústica (primer orden). (b) Velocidad de las partículas en el eje  $z$ . (c) Potencial de la fuerza de radiación. (d) Fuerza de radiación acústica que actúa sobre la esfera [3].

Si contamos con la gravedad, tendremos que sumar su fuerza  $F_g = -mg\hat{k}$  a la fuerza acústica. Fijémonos en la gráfica de la fuerza acústica. Si le restamos una fuerza constante a la fuerza acústica, desplazaremos el punto en el que se anula hacia  $-z$ . Si la masa es tal que la fuerza no se anula en ningún punto, no tendremos levitación. En cuanto al potencial, si le sumamos el gravitatorio,  $V_g = mgz$ , si la masa es muy grande y la pendiente es mayor que la pendiente máxima del potencial de Gor'kov, desaparecen los mínimos. Pero si tenemos suficiente fuerza de radiación acústica, tendremos puntos en los que se anula la fuerza y mínimos de potencial (equilibrio estable), y tendremos levitación acústica.

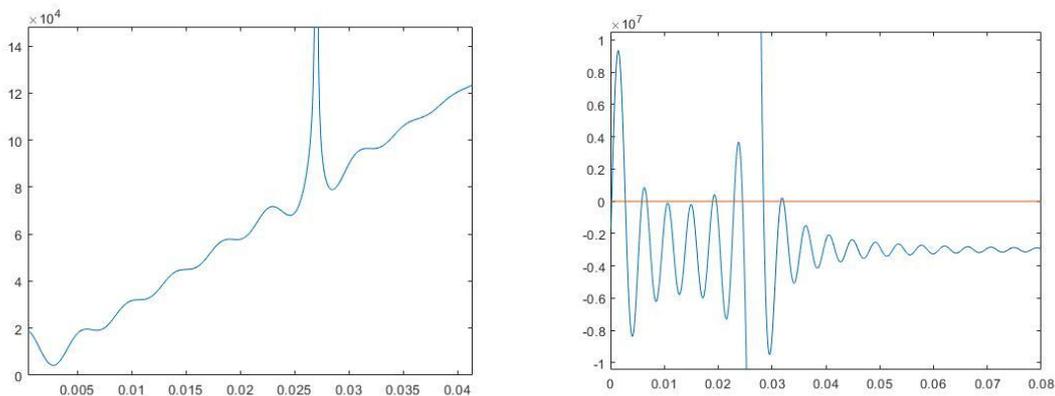
Veámoslo gráficamente; en las siguientes gráficas hemos sumado los potenciales y las fuerzas de gravedad a los acústicos. Las gráficas en este caso son de ondas estacionarias esféricas (no uniformes); más adelante veremos cómo hemos llegado a este potencial.



**Fig. 3** (Derecha) Suma del potencial gravitatorio con el potencial de Gor'kov para una onda esférica. (Izquierda) Suma de la fuerza de gravedad con la fuerza de radiación acústica.

Esta es la situación real, con los potenciales y fuerzas totales. Con el instrumental que tenemos en el laboratorio, no podemos compararlos al no tener forma de medir el valor numérico de la presión incidente (aquí hemos elegido las constantes para poder visualizarlo), pero podemos apreciar cómo el campo gravitatorio desplaza los mínimos de potencial y por consiguiente los puntos en los que se anula la fuerza de forma estable y por consiguiente tenemos levitación.

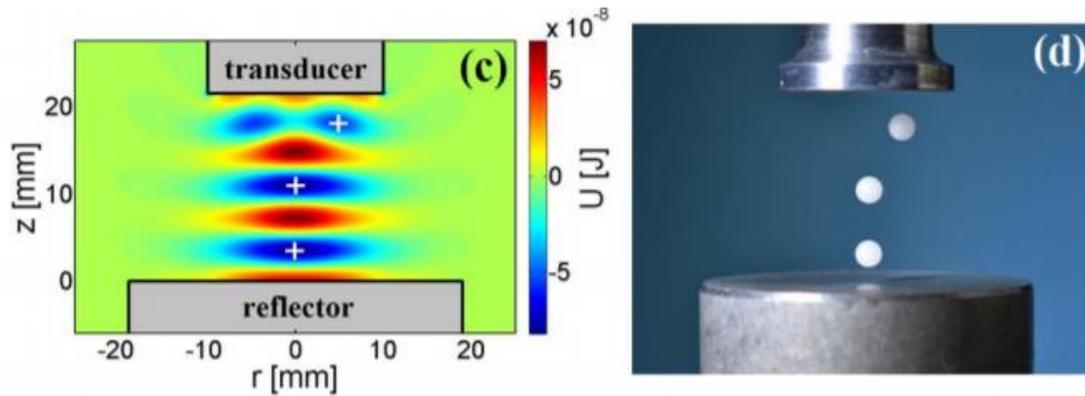
En este otro caso, tenemos menos presión acústica y no tenemos casi mínimos de potencial, ni puntos donde se anula la fuerza:



**Fig. 4** Potenciales y fuerza totales, pero con una fuerza de radiación más débil.

Este es el principio por el cual se da la levitación acústica, y el que vamos a utilizar para construir nuestro levitador, con la diferencia de la forma de las ondas y del espejo. En nuestro caso no tenemos ondas planas, sino esféricas, así que pasamos al siguiente apartado, en el que diseñamos y estudiamos cómo conseguir buenas condiciones de levitación acústica con el instrumental del que disponemos, y buscando la simplicidad.

Concluimos este apartado con los resultados de una simulación numérica de una situación real, y una foto del experimento:



**Fig. 5** (Derecha) Potencial de Gor'kov calculado numéricamente para una situación real.  
 (Izquierda) Foto del experimento real simulado en la otra imagen [3].

En esta foto también podemos observar que en este caso no sólo hay equilibrio estable en el eje z, sino también en el plano XY.

Si las ondas planas no variaran su intensidad en el plano XY, tendríamos el mismo potencial en todo ese plano (para cada z). No tendríamos fuerzas laterales y las esferas levitadas se podrían mover libremente en el plano XY.

En el caso con el que vamos a trabajar nosotros, al igual que en el de la Fig. 5, la presión que emite el transductor es más intensa en el eje central, es decir, el mínimo de potencial respecto al eje z será más "profundo" en el eje luego también es un mínimo de potencial en el plano XY, luego hay equilibrio estable también en el plano XY, tendremos fuerza en la dirección -r que atraparé las esferas en una posición estable.

## 3. DESARROLLO DEL TRABAJO

### 3.1 Introducción

Pasamos ahora a diseñar y construir el levitador. Resumiendo el trabajo, vamos a hacer un estudio tanto teórico como práctico de la levitación acústica, teniendo en cuenta que, a diferencia del ejemplo del marco teórico, el transductor del que disponemos emite ondas esféricas en vez de planas; y sacaremos conclusiones para construir el nuestro optimizado.

Vamos a dividir el proceso del trabajo en tres partes:

1. **Diseño y estudio teórico del dispositivo experimental:** Aquí realizaremos un estudio teórico sobre cómo va a funcionar la levitación acústica con las condiciones y el tipo de dispositivo que queremos. Elegiremos un diseño y lo estudiaremos para buscar optimización.
2. **Descripción, preparación y estudio práctico del dispositivo experimental:** Pasamos a estudiar el levitador en el laboratorio. Estudiaremos un levitador “rudimentario” que tenemos ya construido, lo compararemos con nuestro estudio teórico y observaremos con qué condiciones funciona mejor la levitación.
3. **Diseño y construcción del dispositivo óptimo:** Ahora que hemos estudiado la levitación tanto teóricamente como en el laboratorio, tenemos las herramientas para decidir cuál es la mejor optimización. Lo construiremos con esas características y estudiaremos el resultado.

### 3.2 Diseño y estudio teórico del dispositivo experimental

Empezamos con un análisis cualitativo de la situación, del que ya podemos sacar algunas conclusiones.

El primer paso es elegir qué tipo de levitador vamos a construir. Como buscamos la construcción más simple, optamos por un transductor y un reflector.

En el marco teórico hemos explicado la levitación acústica con el ejemplo de las ondas planas; pero en nuestro caso real tenemos un transductor que emite ondas esféricas.

Esto añade una complicación al problema ya que las ondas esféricas disminuyen su amplitud con la distancia. Tenemos que encontrar un rango de posiciones en las que la intensidad de las presiones incidente y reflejada sean similares (y suficiente grandes), imitando en cierto modo el caso de las ondas planas. Así conseguiremos ondas estacionarias con la suficiente intensidad, con lo que, como ya hemos visto en el apartado anterior, conseguimos la levitación.

La única condición inicial que cambia respecto a las ondas planas es esta. En primer lugar, veamos cómo decae la amplitud. Al igual que si se tratase de una onda electromagnética [7], su amplitud decrece como  $1/r$ .

La otra base del dispositivo es el reflector, pero no vamos a pensar en un reflector sino en la imagen del transductor que genera. Viéndolo así, en el ejemplo de las ondas planas también tendríamos un transductor real y una imagen, pero ambos quedarían en el infinito. Esto no afectaba porque la amplitud de la onda no variaba con la distancia, pero ahora tenemos que pensar en dos fuentes puntuales: el transductor real y su imagen.

Tenemos que elegir el diseño del reflector. Disponemos de una impresora 3D, lo cual nos permite estudiar cómo conseguir el óptimo y luego imprimirlo.

Como necesitamos una amplitud grande, y esta decrece con la distancia, vamos a colocar el transductor y su imagen a poca distancia. Para conseguir esto, utilizaremos un **reflector esférico cóncavo**, cuya imagen se forma en el espacio objeto (la misma “zona” donde está el transductor [8]. Tendremos entonces una imagen real.

Para la optimización, también hay que tener en cuenta que el transductor emite ondas con una apertura de aproximadamente  $90^\circ$  [9,10]. Según la extensión del reflector y su distancia al transductor, cubrirá todo este rango angular o no, y si no lo hace perderemos algo de intensidad en la onda reflejada.

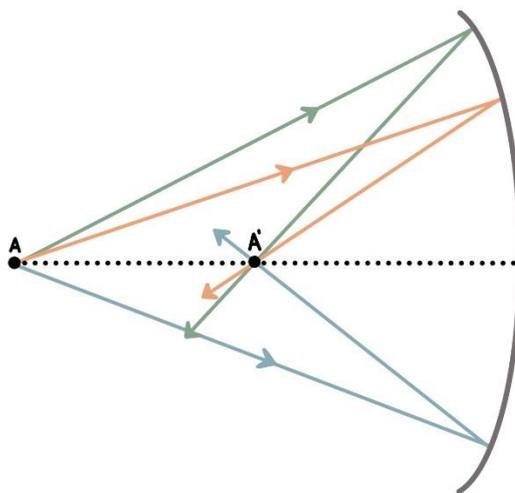
Con todo esto, las variables que tenemos son la curvatura y la extensión del reflector y la distancia entre este y el transductor.

A esto hay que añadir también lo referente a la onda que emite el transductor. Necesitamos una onda sinusoidal con una intensidad suficientemente grande. Esto lo vamos a conseguir con un circuito; lo veremos en otro apartado.

En cuanto a la frecuencia, los transductores de los que disponemos sólo emiten ondas a 40 KHz [9,10]. Es una buena frecuencia; en primer lugar evitamos daños al oído (el oído humano sólo detecta hasta 20 KHz), y además hemos visto que si la frecuencia es alta la fuerza de radiación acústica es mayor.

Pasamos a realizar un estudio teórico de las ondas: Tenemos que estudiar si la fuente imagen tiene la misma amplitud que la real, relacionar su posición y su amplitud (en caso de que varíe) con la curvatura del reflector y su distancia al transductor, y por último, vamos a buscar una función potencial para esta situación.

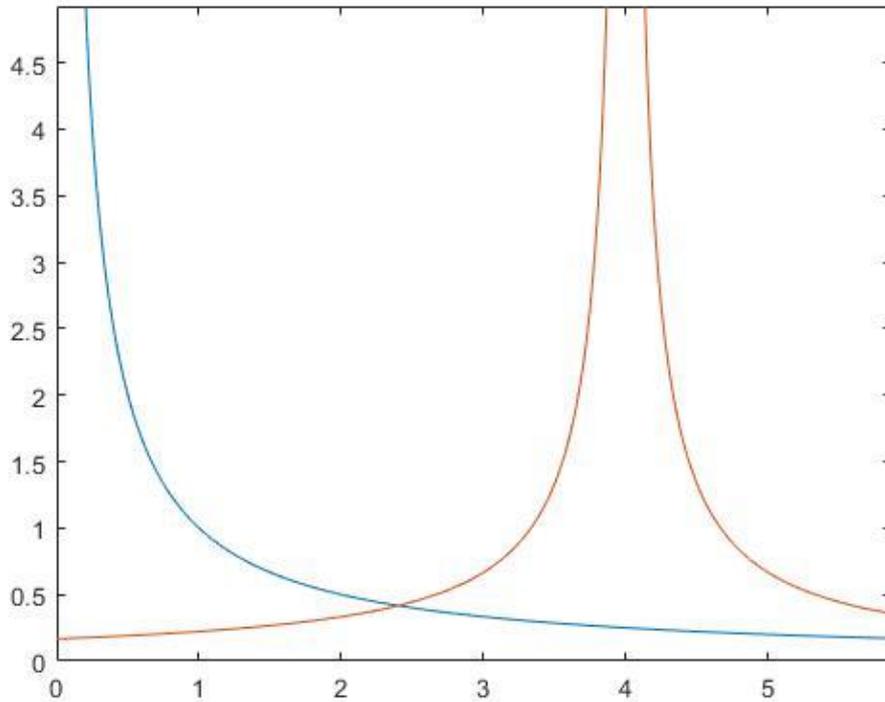
Para estudiar las ondas, vemos la onda reflejada como si partiese de una fuente imagen. Podemos hacerlo porque con un reflector esférico tenemos un sistema prácticamente stigmático (lo sería del todo si fuese parabólico, pero utilizamos uno esférico por sencillez) [8]; es decir, cualquier haz que parta de un punto  $r$ , independientemente de su dirección, va a pasar por otro punto  $r'$ . Entonces, si una fuente emite una onda esférica emitida en un continuo de direcciones, al reflejarse, toda ella pasará por un punto  $r'$ ; la fuente imagen.



**Fig. 6** Comportamiento óptico de un haz electromagnético ante un espejo cóncavo parabólico, geoméricamente idéntico a las ondas acústicas [8].

Para trabajar con esto, tenemos que tener en cuenta el sentido de la onda. La onda incidente viajará siempre en sentido z y la reflejada en sentido -z.

La amplitud de ambas decrece como 1/r, luego la intensidad de las presiones incidente y reflejada sería algo así:



**Fig. 7** (Azul) Amplitud de la presión incidente de la onda incidente. (Rojo) Amplitud de la presión incidente de la onda reflejada (Unidades arbitrarias).

Lógicamente la tendencia a infinito es una cuestión matemática, es imposible tener presión infinita.

Ahora tenemos que encontrar las relaciones entre amplitudes, posiciones de los elementos y curvatura del espejo.

Empezamos por lo más sencillo: la curvatura. Al igual que en un sistema óptico con un espejo cóncavo, la relación entre el centro de curvatura, el objeto, y la imagen es [8]:

$$\frac{1}{OR} + \frac{1}{OR'} = \frac{2}{OC} \quad (3)$$

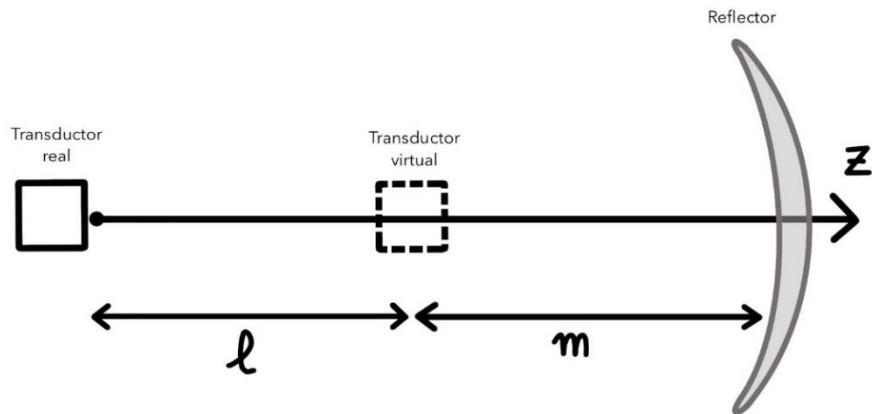
Siendo R la posición del objeto, R' la de la imagen, C la del centro de curvatura y O la del centro del espejo.

Pasamos a la relación entre las amplitudes de la ondas incidente y reflejada.

La ecuación de una onda esférica es:

$$\Psi = \frac{A}{z} \cos(kz + \omega t)$$

La amplitud (el “pico a pico”) sólo depende de z. Vamos a comparar las de ambas ondas;



**Fig. 8** Distancias entre el transductor real, el transductor imagen y el reflector.

$p$  es la amplitud de la presión incidente y  $A$  una constante (no necesitamos el valor exacto). Veamos las ondas real e imagen:

$$p_{real} = \frac{A_r}{z}$$

$$p_{virtual} = \frac{A_v}{|z - l|}$$

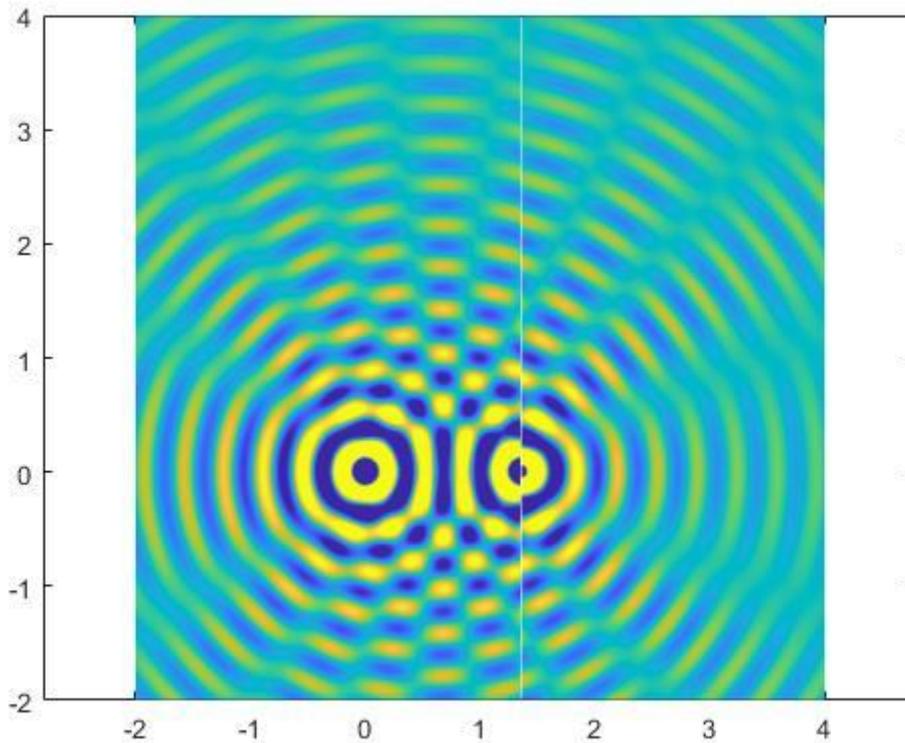
Tenemos que relacionar estas constantes. Las amplitudes en la posición del reflector ( $z = l + m$ ) serán iguales; ya que ahí tenemos la misma onda:

$$p_{real} = \frac{A_r}{l + m} = p_{virtual} = \frac{A_v}{m}$$

Entonces la relación entre coeficientes es:

$$A_v = \frac{m}{l + m} A_r \quad (4)$$

Hemos programando una simulación en 2D en Matlab para visualizar las ondas, partiendo de una simulación de una onda esférica [11]. La Fig. 9 es un fotograma, la animación está como fichero adjunto.



**Fig. 9** Simulación en Matlab de las ondas emitidas por las fuentes real e imagen (Unidades arbitrarias).

En esta simulación ambas fuentes emiten a  $360^\circ$ , en la realidad hemos dicho que el transductor emite a  $90^\circ$  (además todavía no sabemos si la intensidad será igual en todas direcciones), y la imagen según la extensión del detector y su distancia a este.

Sólo nos queda buscar una expresión para el potencial, pero antes vamos a interpretar estos resultados.

Si la amplitud imagen depende de la real como  $\frac{m}{l+m}$ , será similar a esta si la fuente imagen está cerca del transductor y lejos del reflector.

Entonces, tendremos que encontrar un equilibrio para tener una fuente imagen con suficiente intensidad, pero sin alejarnos mucho del reflector para no perder mucho rango angular, y tener un dispositivo manejable.

Pongamos un ejemplo, queremos tener levitación en un entorno de  $z = 3$  cm (en la gráfica anterior vemos que la intensidad decrece bastante con  $z$ , luego cuanto más nos alejemos del transductor más difícil va a ser conseguir levitación).

Vamos a buscar el punto entre las dos fuentes donde se igualan las presiones (ponemos el signo menos a  $p_v$  porque  $z-l$  es negativo en la zona entre las fuentes):

$$p_{real} = p_{virtual} \equiv \frac{A_r}{z} = -\frac{mA_r}{(l+m)(z-l)};$$

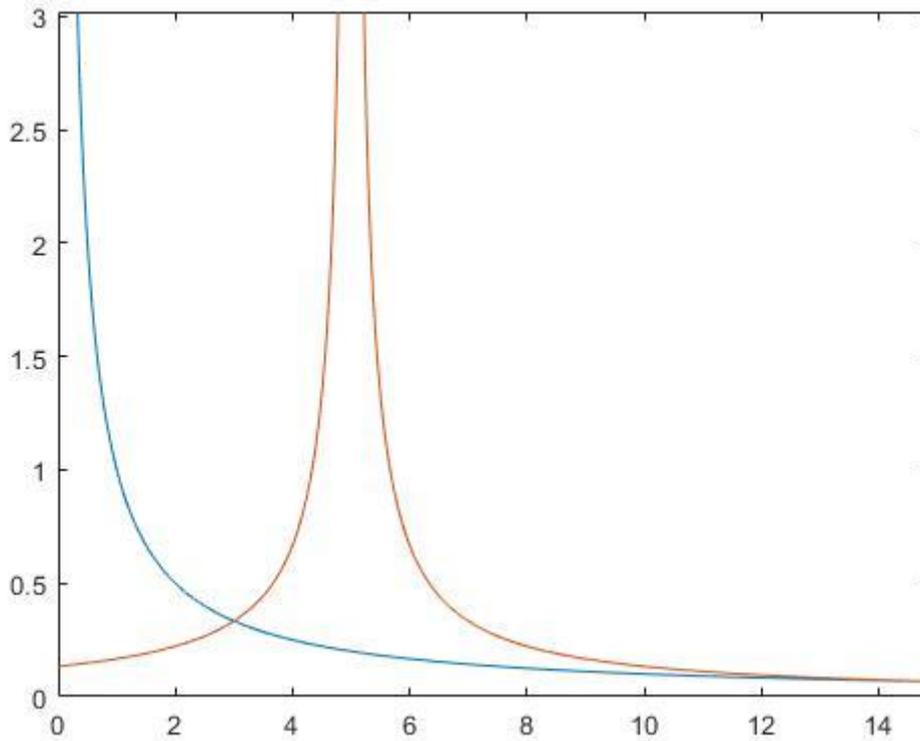
Despejando;

$$z = \frac{l^2 + lm}{l + 2m}$$

Ya tenemos la relación entre la zona donde se igualan las intensidades, y las distancias entre las fuentes y el reflector.

Elegimos  $l$  y  $m$  de forma que no nos quede un dispositivo muy grande; por ejemplo,  $l = 5$  cm y  $m = 10$  cm.

Veamos cómo nos quedan las intensidades de las presiones de las ondas, con los coeficientes ajustados:



**Fig. 10** Amplitud de las presiones incidentes de las ondas incidente y reflejada, con los coeficientes ajustados (Unidades arbitrarias).

Según la intensidad que emita el transductor, la zona donde las presiones son similares tendrá suficiente intensidad para que se dé la levitación o no.

Pasamos ahora a buscar la expresión del potencial:

Al igual que en el ejemplo de las ondas planas, utilizamos la expresión de Gor'kov. La complicación es que aquí no tenemos simplemente la onda estacionaria que teníamos antes; ahora tenemos una onda incidente y una reflejada con distintas amplitudes y que dependen de  $1/r$  pero están en distintas posiciones. La expresión que suma las presiones incidentes de las ondas incidente y reflejada es la siguiente ( $v$  es la posición del transductor imagen):

$$p_1^{in} = \frac{P_1}{z} \cos(kz + \omega t) + \frac{P_2}{|v - z|} \cos(kz - \omega t)$$

Usando la expresión (1) y utilizando las identidades trigonométricas, sacamos la velocidad de las partículas:

$$u_1^{in} = -\frac{P_1}{\rho_0 c_0 z} \cos(kz + \omega t) + \frac{P_2}{\rho_0 c_0 |v - z|} \cos(kz - \omega t) + \frac{P_1}{\rho_0 \omega z^2} \operatorname{sen}(kz + \omega t) + \frac{P_2 |v - z|}{\rho_0 \omega (v - z)^3} \operatorname{sen}(kz - \omega t)$$

Aquí aparece otra complicación. Al derivar la presión respecto del espacio para sacar la velocidad de las partículas nos salen términos de varios órdenes. Tenemos  $\omega = 40000 \text{ Hz}$ ,  $c_0 = 343 \text{ m/s}$  y estamos manejando distancias relativas a  $z = 0,01 \text{ m}$ . Todas las amplitudes nos quedan similares, luego todavía no podemos despreciar términos. Para meter estas expresiones en la del potencial, tenemos que elevarlas al cuadrado y luego integrarlas respecto del tiempo para sacar los valores medios. Es un proceso engorroso pero factible utilizando las identidades trigonométricas.

La expresión del potencial con todos los términos nos queda:

$$U = \frac{\pi R^3}{6\rho_0 c_0^2} \left[ -\left(\frac{p_1}{z}\right)^2 - \left(\frac{p_2}{v-z}\right)^2 - 3\left(\frac{c_0 p_1}{\omega z^2}\right)^2 - 3\left(\frac{c_0 p_2}{\omega (v-z)^2}\right)^2 + \frac{10 p_1 p_2}{z |v-z|} \operatorname{sen}(kz) \cos(kz) + \frac{12 c_0^2 p_1 p_2 |v-z|}{\omega^2 z^2 (v-z)^3} \operatorname{sen}(kz) \cos(kz) + \frac{12 c_0 p_1 p_2}{\omega z^2 |v-z|} \operatorname{sen}(kz) \cos(kz) + \frac{12 c_0 p_1 p_2 |v-z|}{\omega z (v-z)^3} \operatorname{sen}(kz) \cos(kz) \right]$$

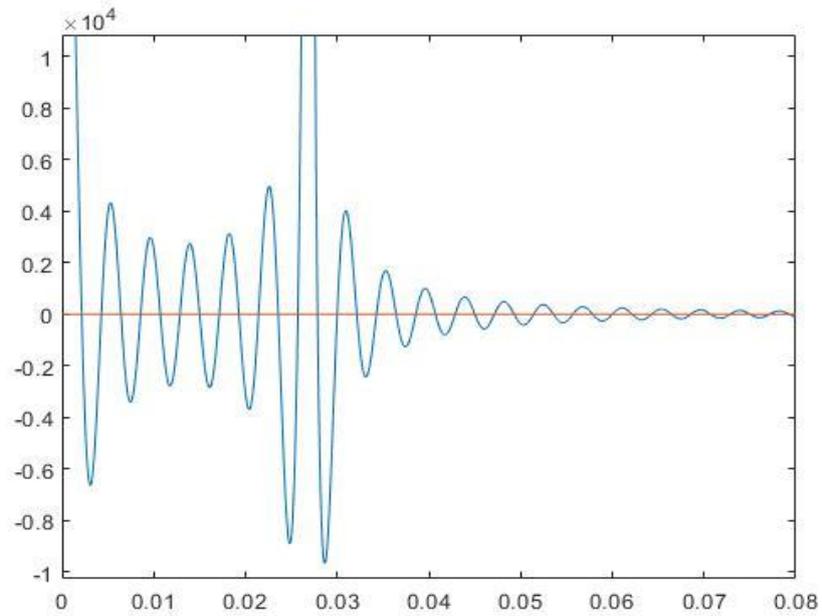
Aquí hay muchos términos que no interesan. En primer lugar, lo que queremos es un potencial estacionario, los términos asociados al gradiente de presión que se crea sólo con un transductor son irrelevantes para estudiar la levitación. Recordemos cómo quedaba el potencial que teníamos en las ondas planas; dependiente de funciones sinusoidales y por consiguiente con mínimos. Por tanto, descartamos los términos no sinusoidales.

Y luego, los términos tienden a infinito en las posiciones de los transductores por la expresión matemática, pero la realidad no es así. Si cogemos términos con exponente alto en el denominador, tendremos un potencial muy oscilante entre las fuentes y casi plano a poco que nos alejemos de ellos. Entonces, nos vamos a quedar sólo con el término de menor exponente en el denominador. No es del todo exacto, pero lo suficiente para trabajar con ello. Gráficamente visualizamos muy bien los mínimos de potencial. Además, siendo realistas, si partimos de expresiones matemáticas inexactas (por las singularidades) y en el laboratorio también nos vamos a encontrar con fuentes de error (reflexión con otros objetos, estamos limitados a la precisión de nuestro material...), no tiene sentido ser extremadamente riguroso con la expresión del potencial. La expresión es la siguiente:

$$U = \frac{\pi R^3}{3\rho_0 c_0^2} \frac{5 p_1 p_2}{z |v - z|} \operatorname{sen}(kz) \cos(kz) \quad (5)$$

Más tarde comprobaremos que este término es el que más se acerca a los resultados experimentales.

Representamos un ejemplo, con el transductor imagen a unos 2,7 cm. Esta gráfica es relativa; no hemos añadido las constantes porque sólo queremos visualizarlo, además aunque quisiéramos hay variables que desconocemos (el valor numérico de la presión):



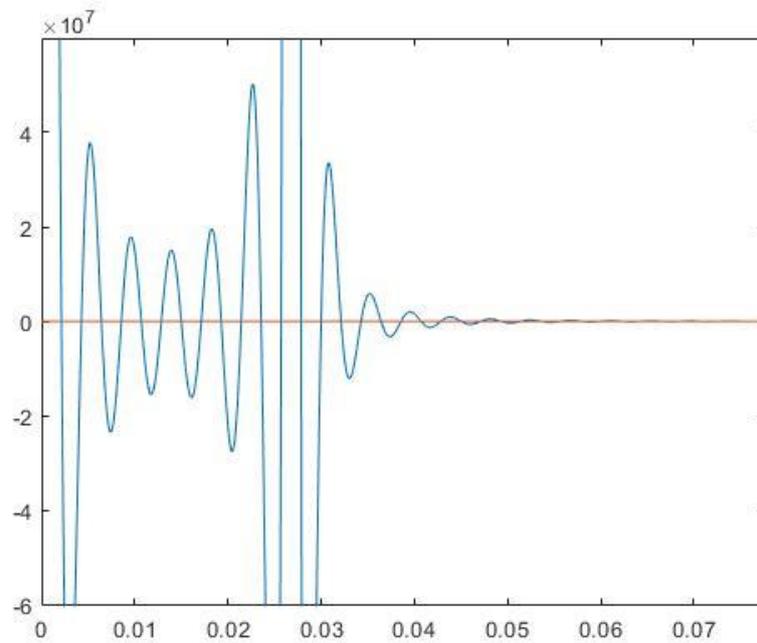
**Fig. 11** Ejemplo de potencial de Gor'kov para ondas esféricas (J/m).

Si la pendiente es suficiente grande, tendremos levitación.

Si hubiéramos usado el término con mayor exponente en el denominador;

$$U = \frac{2\pi R^3 c_0^2 p_1 p_2 |v - z|}{\rho_0 c_0^2 \omega^2 z^2 (v - z)^3} \text{sen}(kz) \cos(kz)$$

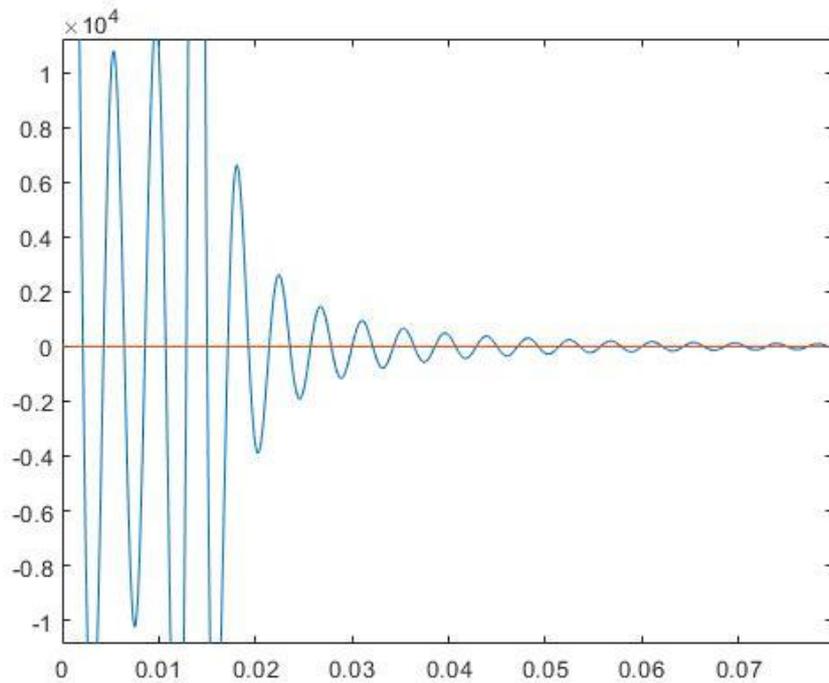
A poco que nos alejemos de los transductores el potencial es casi constante:



**Fig. 12** Ejemplo de potencial de Gor'kov para ondas esféricas con las mismas condiciones, pero eligiendo el término con mayor exponente en el denominador (J/m).

Los otros dos términos sinusoidales tienen diferente exponente para cada transductor, así que no es conveniente utilizarlos.

Probamos una distancia más pequeña entre transductores (1,4 cm), con la ecuación (5):



**Fig. 13** Potencial de Gor'kov para ondas esféricas, ejemplo con menos distancia entre fuentes (J/m).

Tengamos en cuenta que este es el potencial de Gor'kov; para obtener el real habría que sumar el gravitatorio. No podemos hacerlo porque no conocemos todas las constantes.

Podemos observar que una distancia entre transductores más grande implica un mayor número de mínimos pronunciados, pero estos mínimos son menos intensos. Se podría calcular el potencial en varias situaciones, pero debido a su inexactitud, y sobre todo a que no podemos compararlo con el potencial gravitatorio, de momento no nos aporta más información útil calcular el potencial para más distancias.

Entonces, tenemos que analizar si nos conviene más tener mínimos muy pronunciados o tener un mayor número de estos. Para seguir estudiando el fenómeno, pasamos a aplicarlo a la práctica en el laboratorio.

### 3.3 Descripción, preparación y estudio práctico del dispositivo experimental

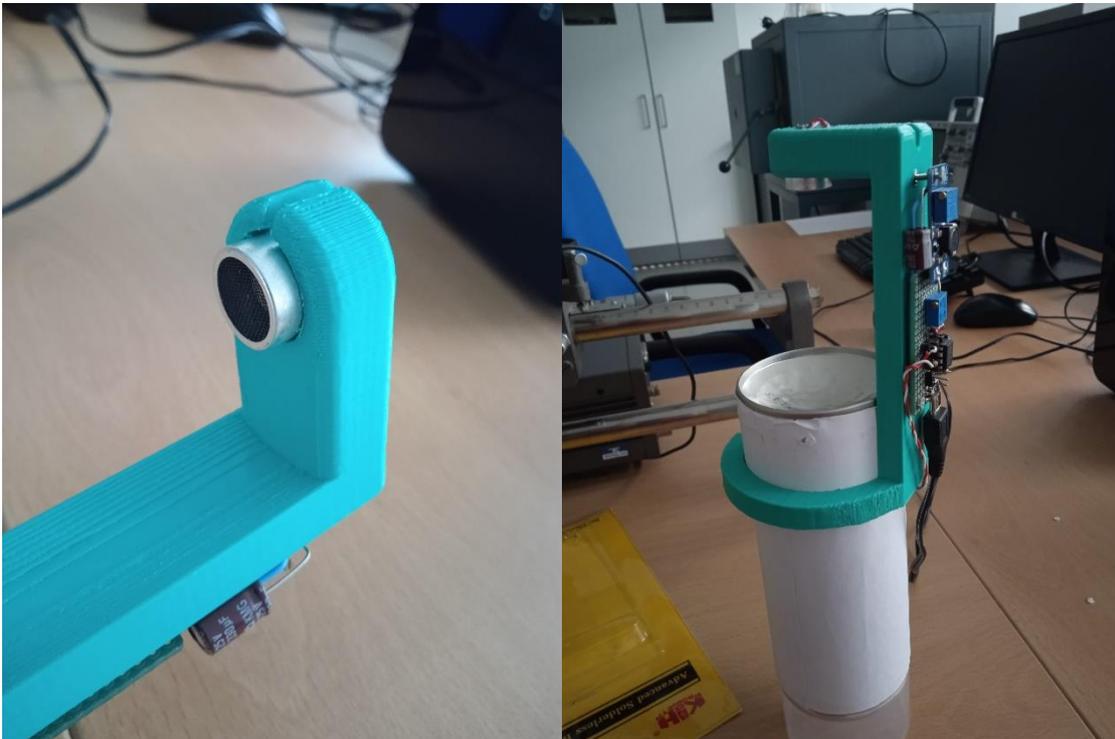
Dividimos este apartado en 3 objetivos:

1. **Observación del fenómeno:** Como tenemos un levitador en el laboratorio, lo primero va a ser estudiarlo y ponerlo a funcionar para observarlo y familiarizarnos con el material.
2. **Caracterización de los elementos que tenemos:** Mediremos a qué frecuencia exacta produce más intensidad el transductor, si realmente la amplitud disminuye

como  $1/r$ , y calcularemos el radio de curvatura del reflector. Antes de tomar medidas, es conveniente caracterizar el material.

3. **Toma y estudio de medidas:** Ya conociendo todas las variables de este levitador, podemos saber el comportamiento teórico que deberían tener las ondas. Mediremos la amplitud de la presión incidente (su “pico a pico”) en función de la posición, para varias distancias entre transductor y reflector; comparándolo esta predicción teórica. Comprobaremos también con qué condiciones se da mejor la levitación.

Empezamos describiendo el material que tenemos. Además de los instrumentos necesarios para construir un levitador y tomar medidas, disponemos de otro levitador “rudimentario”: un transductor (con su correspondiente circuitería) unido a un bote de spray, utilizando la base del bote como reflector. El soporte permite variar la distancia entre ellos.



**Fig. 14** (Izquierda) Transductor. (Derecha) Levitador que ya tenemos en el laboratorio.

El circuito que utilizamos busca maximizar la potencia del transductor, pero siempre manteniendo la máxima precisión. Con el generamos ondas cuadradas de 30 V de amplitud, pero como el transductor sólo puede operar a la frecuencia de 40 KHz, su salida es sinusoidal. Más adelante detallaremos el circuito.

Para tomar medidas disponemos de un catetómetro para medir distancias en horizontal, y un micrófono conectado a un osciloscopio para visualizar las ondas acústicas. La onda que visualizamos en el osciloscopio es proporcional a la presión incidente, pero no podemos conocer la presión con exactitud; medimos un voltaje que no sabemos qué relación tiene con la presión, sólo sabemos que es proporcional. Podemos trabajar sin problema con esto, midiendo el pico a pico en función de la distancia.

Además del circuito conectado a un transductor, también conectamos otro transductor del mismo modelo a un generador de ondas para modificar la onda emitida según nos convenga, pero su amplitud máxima sólo es de 10V.

En primer lugar, hemos comprobado que el levitador funciona. Hemos levitado papelitos, de momento a prueba y error, probando varias distancias entre transductor y reflector y viendo en qué posiciones hay levitación, con el mero objetivo de visualizarlo.



**Fig. 15** Visualización de la levitación acústica.

Hemos conseguido levitación en varios puntos, pero en esta primera experiencia no hemos conseguido levitar más que papelitos muy pequeños, y para ninguna distancia encontramos muchos puntos con levitación.

Es lógico, ya que todavía no hemos estudiado qué condiciones funcionan mejor (no hemos medido la distancia entre transductor y reflector, no conocemos la curvatura del reflector... También hemos observado que los papelitos se mueven un poco; esto es debido a las corrientes de aire en el laboratorio y a las asimetrías de los objetos levitantes. Cuando queramos más estabilidad tendremos que tener esto en cuenta).

Al conectar micrófono al osciloscopio y medir la señal en el tramo desde el transductor hasta el reflector, observamos una onda estacionaria a lo largo de este tramo, con cada máximo y mínimo distinto. Esto pasa porque tenemos ondas esféricas; tanto la incidente como la reflejada varían con la posición, y al no ser iguales en las posiciones de los mínimos (donde se restan), la amplitud de estos no cae a 0, y es distinta en cada mínimo, al igual que los máximos.



**Fig. 16** Catetómetro unido a un micrófono.

Tenemos que saber qué buscar. Hemos dicho que el pico a pico medido en el osciloscopio es proporcional a la amplitud de la presión incidente. Recordemos que la fuerza que ejerce la presión depende precisamente del gradiente de la amplitud de la presión incidente; el potencial de Gor'kov en un punto depende del valor medio del cuadrado de la presión incidente (2), proporcional a la amplitud de esta. Entonces, cuanto más difieran un mínimo y un máximo consecutivo, tendremos más pendiente en el potencial, y mayor será la fuerza. Eso es lo que tenemos que buscar, máximos y mínimos con mucha diferencia de amplitud.

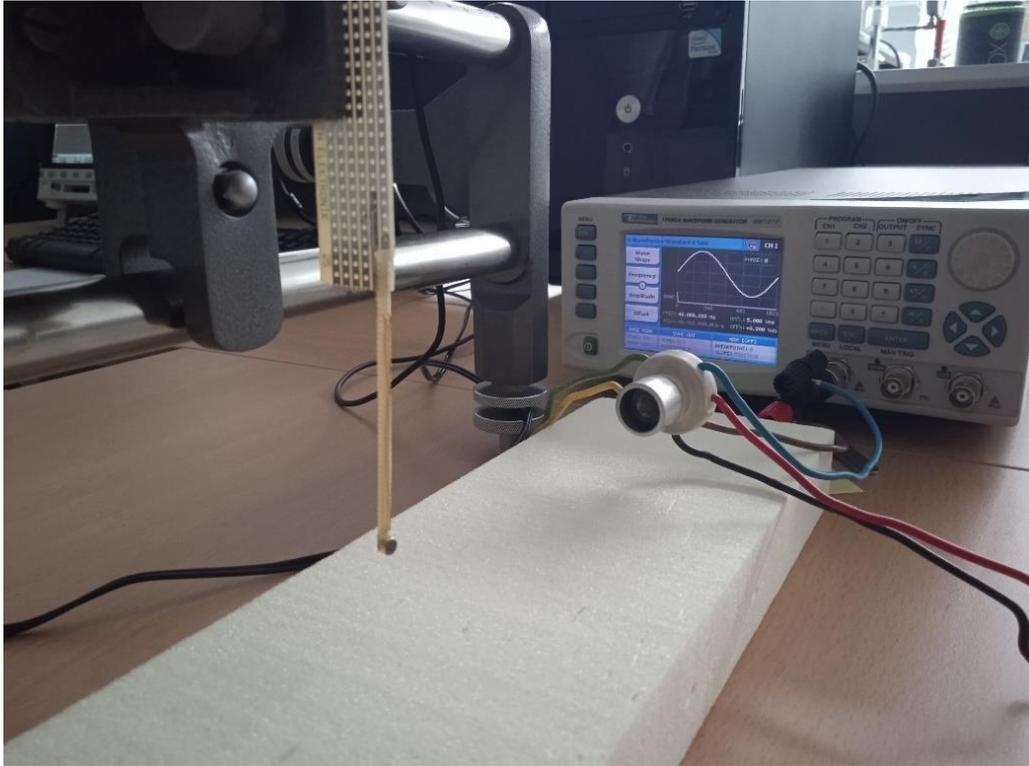
Al medir en este primer levitador (y sin haber pensado la distancia adecuada), sólo observamos un mínimo que caiga a prácticamente 0 en comparación con el máximo. Esto implica que la onda incidente sólo es similar a la reflejada en ese punto. No sabemos qué relación entre los mínimos y máximos es la adecuada para la levitación, pero podemos suponer que esta no es suficiente, ya que de momento no tenemos buenas condiciones de levitación (sólo hemos levitado papelitos muy pequeños y en pocas posiciones a la vez). Esto era de esperar, ya que no hemos medido la curvatura del espejo, y la distancia entre transductor y reflector está puesta prácticamente al azar.

Después de esta primera observación, pasamos al segundo paso: Caracterizar los elementos que tenemos para tener un estudio más detallado de cómo funciona este levitador e ir conociendo cómo optimizarlo.

Empezamos con el transductor. Queremos saber a qué frecuencia exacta emite más intensidad, y cómo decae la intensidad con la distancia y el ángulo.

Lo conectamos para ello al generador de funciones. Supuestamente el transductor tiene su máximo de intensidad a 40 KHz, pero ahora podemos comprobar la cifra exacta.

Marcamos 10 V en el generador, colocamos el micrófono cerca del transductor y variamos la frecuencia en torno a 40 KHz para localizar el máximo de intensidad.

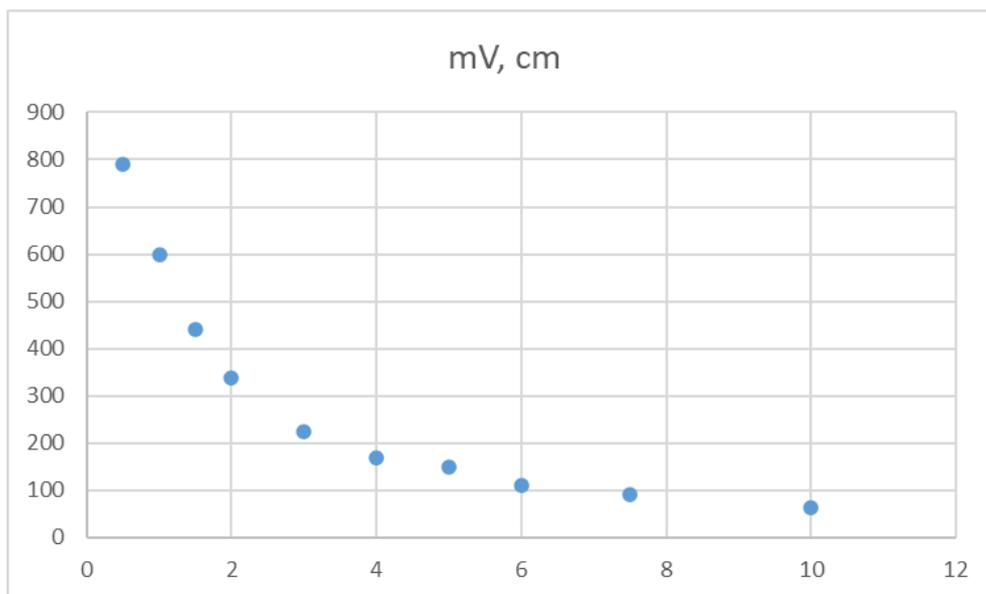


**Fig. 17** Toma de medidas de la amplitud de la presión incidente emitida por el transductor.

Lo encontramos en 39,7 KHz. Tenemos muchos transductores del mismo modelo, y cada uno ha dado el máximo en una frecuencia distinta, pero todas muy próximas a 40 KHz.

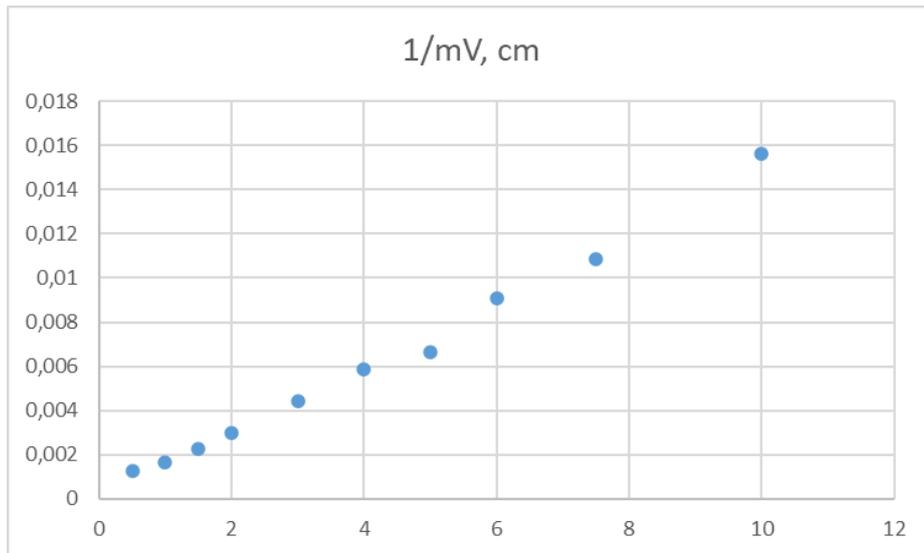
Ahora vamos a comprobar que la presión de las ondas decaiga como  $1/r$ .

Fijamos el transductor y vamos desplazando el micrófono y anotando la distancia y la amplitud del voltaje que marca el osciloscopio.



**Fig. 18** Decaimiento de la amplitud de la presión incidente con la distancia.

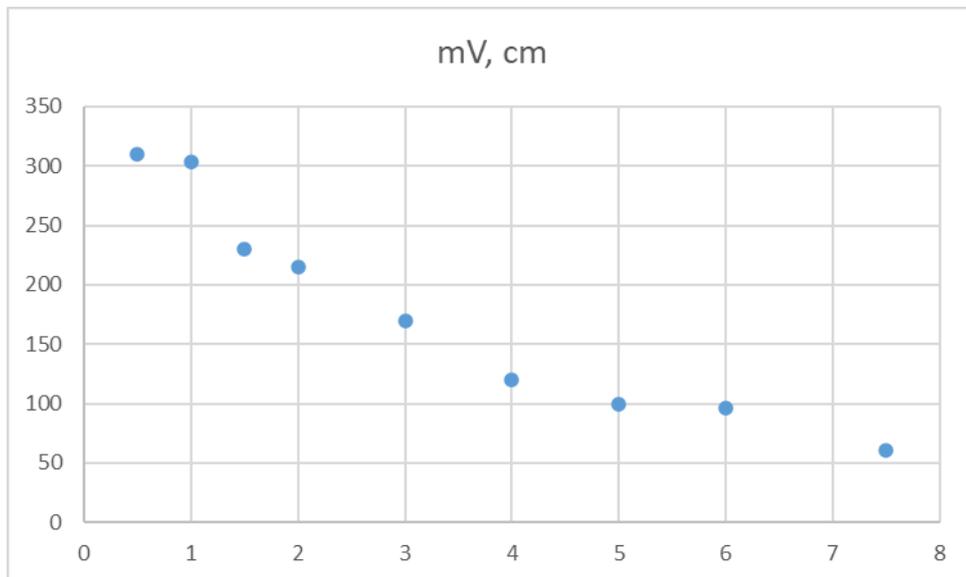
En efecto, decae como  $1/r$ ; sustituimos las ordenadas por  $1/V$ :



**Fig. 19** Inversa de la amplitud frente a la distancia.

No es exacto por varios motivos: Aunque dispongamos de un catetómetro para medir distancias con absoluta precisión, la onda de sonido no es lo suficiente homogénea para que el osciloscopio marque el voltaje exacto; tenemos siempre pequeñas oscilaciones. Pero la principal razón es que hay interferencias; las ondas rebotan en las paredes u objetos del laboratorio y las causan. La prueba es que al ir alejando el micrófono han aparecido máximos y mínimos relativos, lo cual no pasaría si la onda fuese limpia y decayese exactamente como  $1/r$ . Lo hemos corregido lo máximo posible, con el transductor apuntando a una zona despejada, pero aun así hay algo de interferencia.

Como curiosidad de interés, vamos a adjuntar una gráfica con las medidas de la primera experiencia, antes de darnos cuenta de las interferencias y sin haber tenido en cuenta que debemos apuntar con el transductor a una zona del laboratorio despejada.

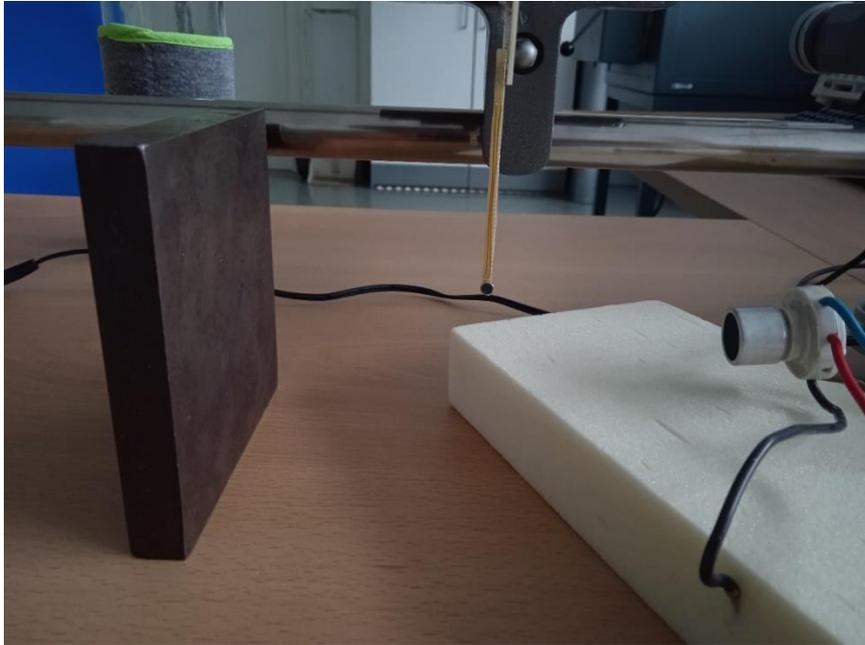


**Fig. 20** Decaimiento de la amplitud de la presión incidente con la distancia, sin haber despejado la zona de medida.

El error es muy alto, así que tenemos que tener en cuenta estas interferencias durante toda la práctica.

En cuanto al rango angular, en teoría es de  $90^\circ$ , pero la amplitud decae rápidamente con el ángulo; a  $\pm 30^\circ$  tenemos un tercio de la amplitud a  $0^\circ$ .

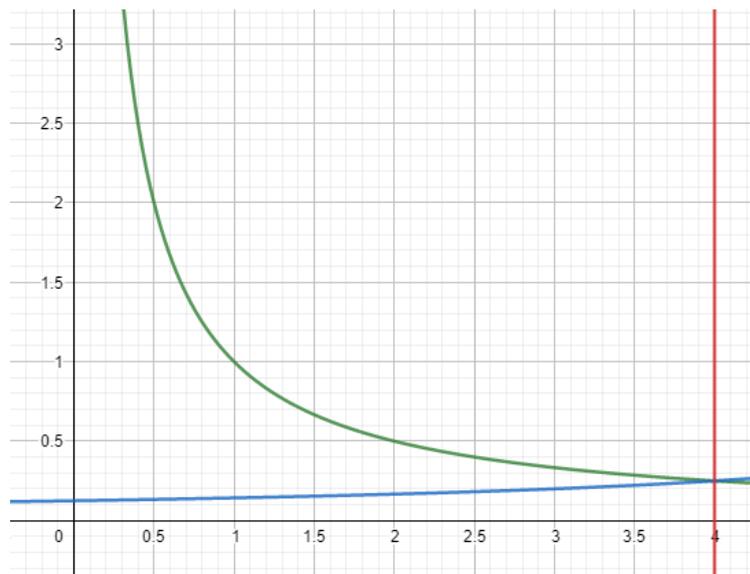
Antes de caracterizar el espejo, hemos probado a medir la amplitud utilizando un espejo plano, por familiarizarnos con el comportamiento de las ondas, y esto nos ha llevado a un interesante resultado.



**Fig. 21** Toma de medidas con un reflector plano.

Hemos visualizado la intensidad entre el transductor y el reflector, y hemos visto que cerca del reflector tenemos mínimos relativos que se acercan a 0 (no hemos tomado medidas, solo lo hemos visualizado). Eso sí, con máximos pequeños.

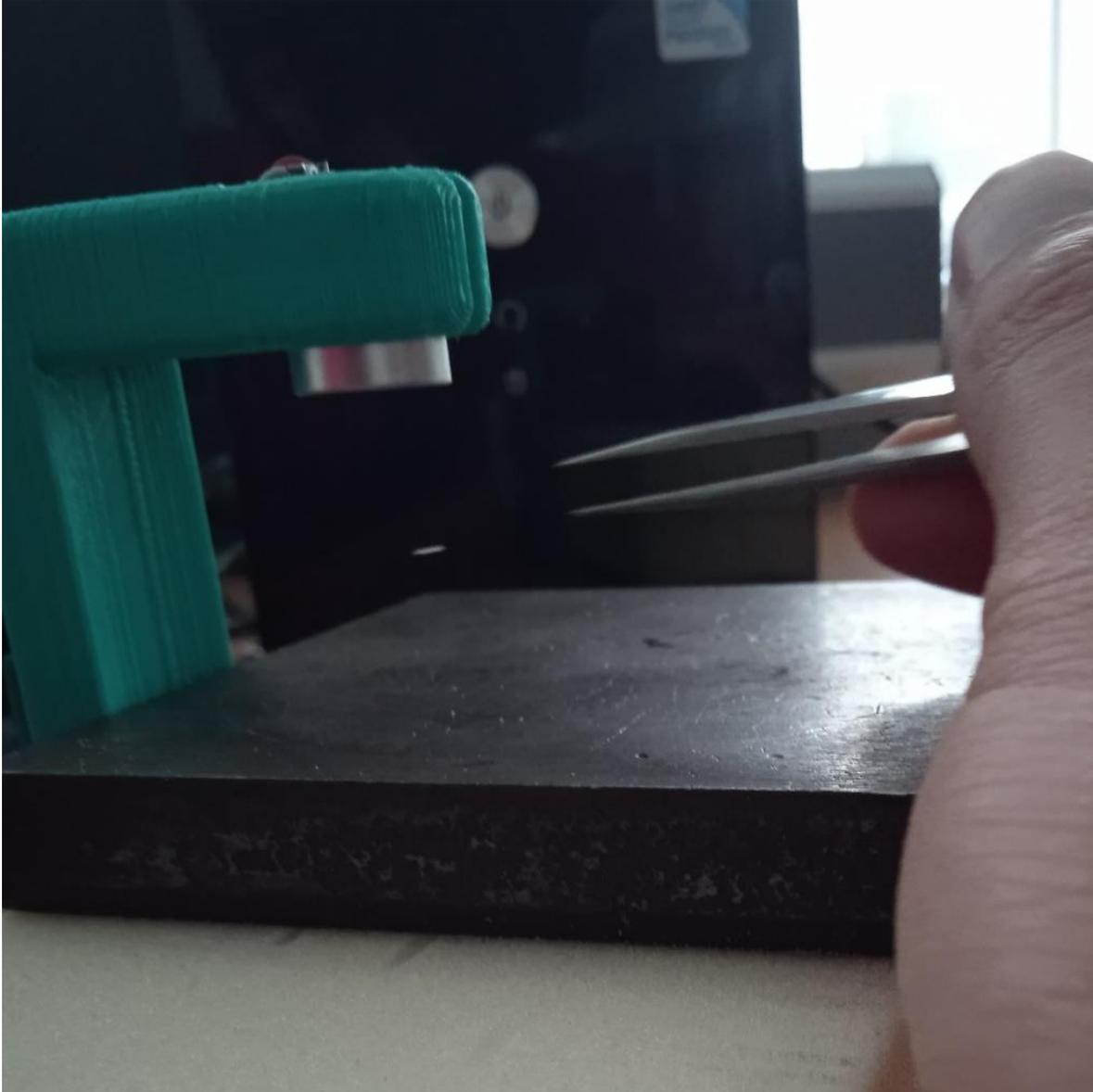
Si lo planteamos teóricamente, con un espejo plano tendríamos la siguiente intensidad emitida y reflejada:



**Fig. 22** Ejemplo teórico de una onda incidente (verde) y otra reflejada (azul) con un reflector plano (rojo) (Unidades arbitrarias).

La onda reflejada invierte el sentido, pero sigue decayendo como  $1/r$ . Vemos que en la zona próxima al espejo tenemos amplitudes parecidas, aunque pequeñas.

Entonces, si acercamos el espejo para haya más intensidad en sus proximidades deberíamos conseguir levitación acústica.



**Fig. 23** Visualización de levitación acústica con un reflector plano..

Es interesante por su simplicidad: transductor y reflector plano. Pero no es para nada óptimo. Como en la zona en la que las ondas incidente y reflejada son similares la intensidad es muy baja, no hemos conseguido levitar más que un objeto muy liviano, durante apenas unos segundos, ya que tiene tan poca masa que la más mínima corriente de aire lo saca del mínimo de potencial y hace que caiga.

Con esto, además de haber encontrado una forma muy simple de levitación, vemos claramente lo importante que es tener suficiente intensidad de sonido, lo que tendremos en cuenta a la hora de construir nuestro levitador óptimo.

Ahora pasemos a caracterizar el espejo cóncavo que tenemos (el del bote de spray).

Necesitamos conocer su curvatura; suponiendo que es esférico. Sabemos que la distancia del espejo al centro de curvatura es el doble del foco ( $\overline{EC} = 2\overline{EF}$ ) [8]. Para hallar el foco, colocamos el transductor a gran distancia para tener un haz prácticamente colimado de ondas acústicas. Si medimos la distancia entre el espejo y el máximo de amplitud, conoceremos la distancia del espejo al foco.



*Fig. 24 Toma de medidas de un haz “colimado” sobre el reflector.*

El problema es que tenemos superponiéndose las ondas incidentes, lo que va a desplazar el máximo. Si no las tuviéramos, tendríamos el máximo en el foco; pero ahora lo que tenemos son ondas estacionarias con máximo y mínimos relativo. Al ir desplazando el micrófono cerca del espejo, nos encontramos con un máximo absoluto. Es de suponer entonces que el foco estará entre ese máximo y el segundo más grande.

Estos dos máximos los encontramos a 2,33 cm y a 2,76 cm del centro del espejo. Con la ecuación (3) podemos estimar un radio de curvatura de entre 4,6 y 5,5 cm. No tiene mucho sentido tratar de buscar un radio de curvatura exacto porque la base del bote de spray ni siquiera es del todo esférica.

Vamos con el tercer paso: Lo siguiente sería seleccionar una o varias distancias en las que estimemos que pueda haber buena levitación (y/o comprobarlo), y medir con el micrófono los máximos y mínimos de presión y sus posiciones, comparándolo con el comportamiento teórico de las ondas para esa distancia; pero se nos plantea un problema con esto.

Tenemos casi 1 cm de error en el radio de curvatura del reflector. ¿Qué supone esto? Volviendo a la ecuación (3), pongamos que colocamos el transductor a 6,5 cm del reflector. El rango en el que podemos tener el transductor imagen es de 3,5 cm a 4,8 cm; eso suponiendo que el reflector es esférico, que no lo es.

Esto, por un lado, nos dificulta estimar teóricamente una posición en la que tengamos buenas condiciones de levitación (si es que la hay con este espejo, probando al azar no lo hemos encontrado), porque no podemos colocar el transductor imagen donde queramos.

Por otro lado, una vez seleccionada una posición, nos va a ser muy difícil estudiar las medidas y compararlas con lo teórico, por no saber con certeza la posición del transductor imagen (tal y como hemos planteado el estudio del fenómeno, conocer esta posición es fundamental), y porque en caso de que aparezca algo inesperado en las medidas, no vamos a saber si es debido a que el espejo no es esférico o a algo externo que no hayamos tenido en cuenta, como por ejemplo una posible reflexión en la mesa u otros objetos del laboratorio.

Para poner solución a esto, en vez de utilizar el bote de spray para este paso, vamos directamente a imprimir un reflector con la impresora 3D, perfectamente esférico. Así conoceremos exactamente su curvatura, y por tanto la posición del transductor imagen y cómo se debería comportar (teóricamente) la onda reflejada.

Para elegir las medidas, tengamos en cuenta que el objetivo de momento es estudiar el reflector; no tenemos todavía la información suficiente para fabricar el óptimo. Entonces, vamos a buscar una medida que nos permita versatilidad de situaciones, es decir, que podamos colocar los transductores real e imagen a varias distancias con buenas condiciones.

Utilizando la ecuación (3), podemos ver que con un radio de curvatura de 7 cm conseguimos varias posibilidades de distancias entre fuentes con buenas condiciones:

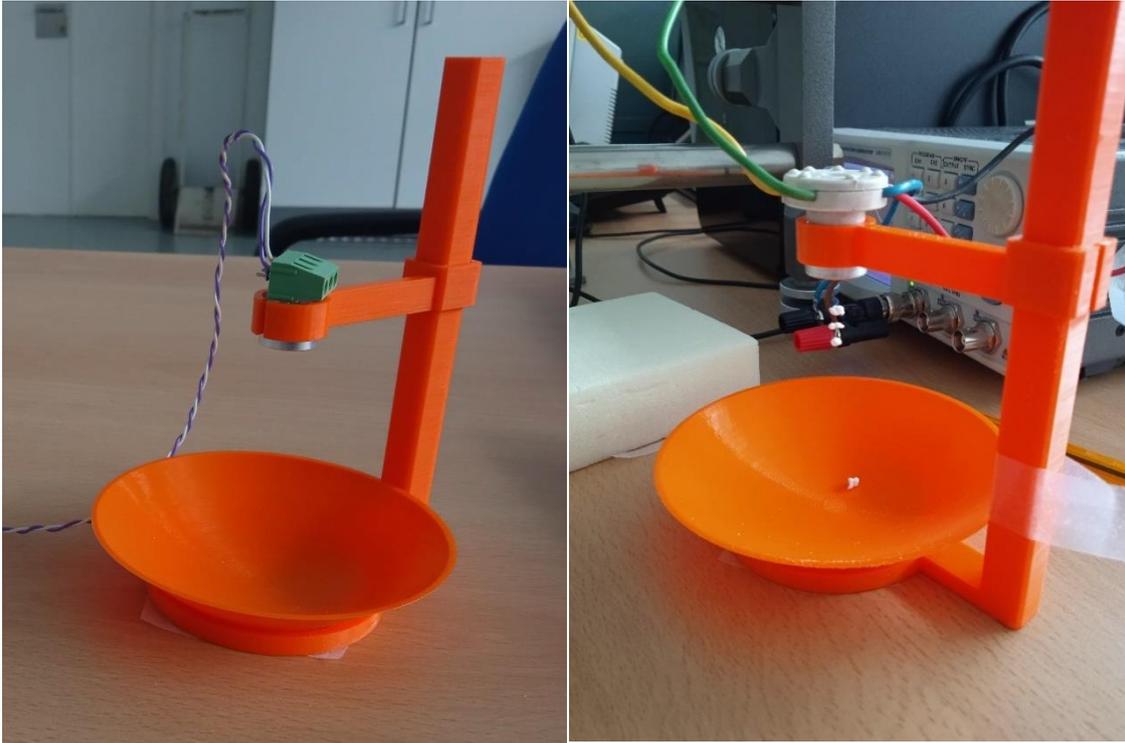
Transd. Real - Reflector	Transd. Imagen - Reflector	Dist. entre transductores
9,03 cm	5,72 cm	<b>3,31 cm</b>
8,6 cm	5,9 cm	<b>2,7 cm</b>
8,17 cm	6,12 cm	<b>2,05 cm</b>
7,74 cm	6,39 cm	<b>1,35 cm</b>

Hemos elegido distancias entre transductor y reflector múltiplos de media longitud de onda. Así, en caso de tener reflexión también en el transductor, la onda nuevamente reflejada estará en fase con la emitida y se sumarán.

Veamos si 7 cm es una buena distancia. Para cada distancia entre transductores, el imagen puede perder intensidad por dos motivos: Que el espejo no cubra todo el rango angular, y parte de la onda se escape, cosa que pasará si las fuentes están lejos del reflector; y la pérdida de amplitud dada por la ecuación (4), que será mayor si las fuentes están más cerca.

Entonces, necesitamos un equilibrio. Teniendo en cuenta que la extensión máxima para el reflector que podemos imprimir con facilidad es de 10 cm, con 7 cm de radio no tenemos mucha pérdida por rango angular (recordemos que aunque el rango total es de 90°, la mayor parte de la onda está en ángulos pequeños); y la pérdida de amplitud no es grande en la mayoría de distancias; la de 3,31 cm es la que más pierde y su amplitud se queda en un 63%. Es una pérdida considerable, pero si queremos aumentar un poco la amplitud tendríamos que alejar bastante las fuentes, con su correspondiente aumento de pérdidas por rango angular para todas las distancias, y tendríamos un dispositivo más grande y menos manejable.

Procedemos entonces a imprimir un reflector de 7 cm de radio de curvatura y 10 cm de extensión.



**Fig. 25** (Izquierda) Levitador acústico construido con una impresora 3D. (Derecha) Visualización de la levitación acústica con este dispositivo.

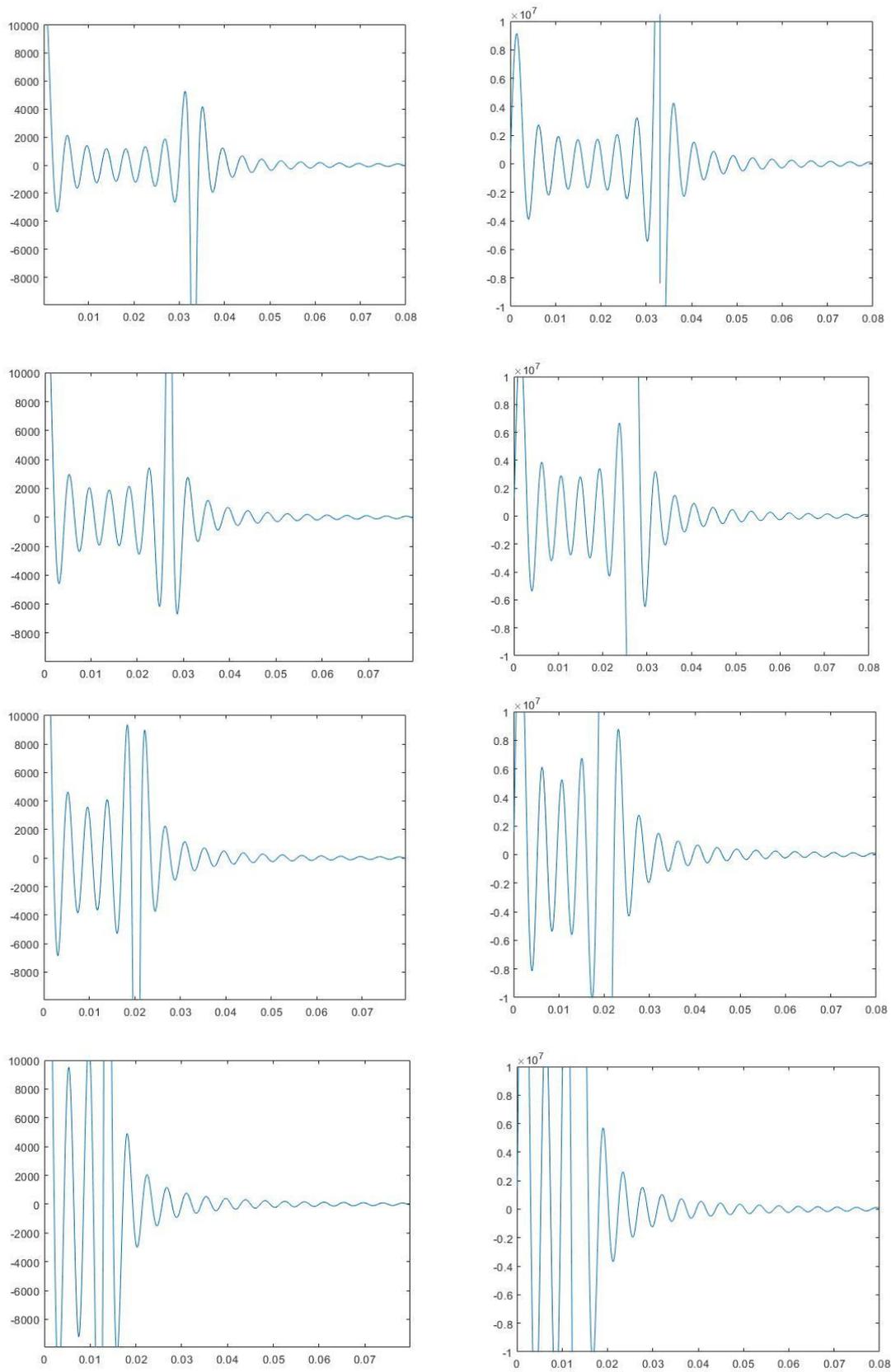
Ya en una primera experiencia eligiendo al azar las distancias entre transductor y reflector, comprobamos que la levitación funciona mejor que antes, teniendo en cuenta además que de momento estamos usando el generador de ondas, que tiene sólo 10 V en comparación con los 30 V del circuito.

A partir de ahora estamos utilizando poliestireno expandido para levitar, que tiene muy baja densidad y se puede asemejar más a una esfera. Experimentalmente, observamos que la levitación es más estable.

El proceso ahora es, para cada distancia, calcular teóricamente las amplitudes de las ondas incidente y reflejada, visualizar los potenciales de Gor'kov (5), y medir con el micrófono los máximos y mínimos de la onda. También vamos a visualizar teóricamente la fuerza de radiación acústica ( $F_{rad} = -\nabla U$ ). Y lógicamente, comprobar cómo funciona la levitación.

Recordemos que estos potenciales y fuerzas no tienen en cuenta la gravedad, es decir, si no tenemos suficiente pendiente en el potencial o suficiente valor en la fuerza para superar los de la gravedad, no habrá levitación.

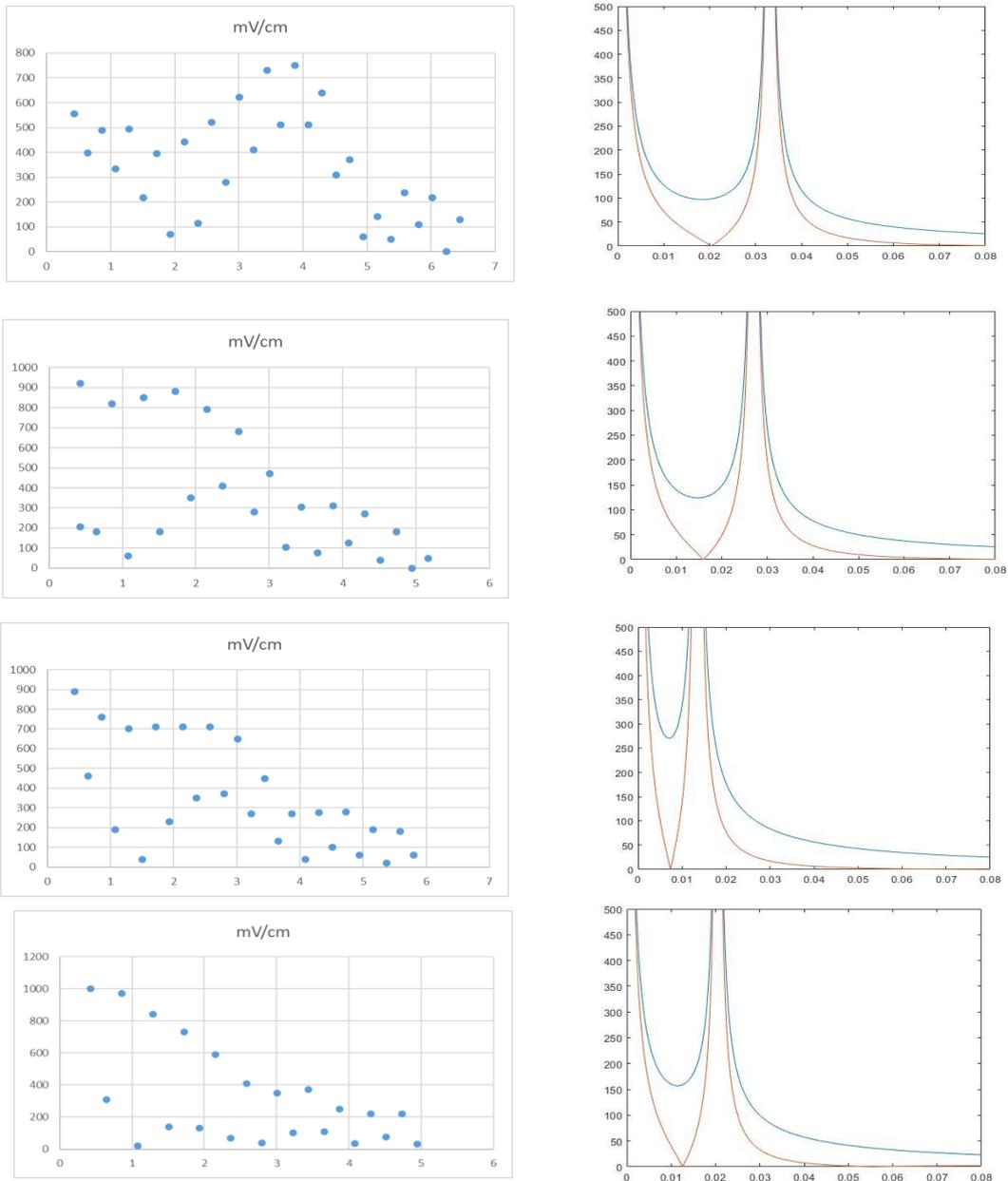
Empezamos por los potenciales y fuerzas. Las constantes que son iguales para todas las distancias no las metemos; no nos interesan valores numéricos sino comparar las gráficas de cada distancia entre fuentes.



**Fig. 26** Para cada distancia entre fuentes, de arriba abajo: 3,31 cm; 2,7 cm; 2,05 cm; 1,35 cm: (Izquierda) Potencial de Gor'kov para ondas esféricas estacionarias (J/m). (Derecha) Fuerza de radiación acústica asociada (N/m).

Lo primero que podemos ver es que los mínimos son mucho más pronunciados cuando las fuentes están más juntas.

Veamos ahora las medidas de máximos y mínimos con el micrófono. Conectamos el transductor al generador de ondas y anotamos la posición y amplitud de cada máximo y mínimo; cada cuarto de longitud de onda. Como es una onda estacionaria, cada máximo es la suma de las dos ondas y el mínimo la diferencia; donde sean iguales el mínimo caerá a 0. Lo comparamos entonces con la predicción teórica de la suma y la diferencia de las ondas transmitida y reflejada:

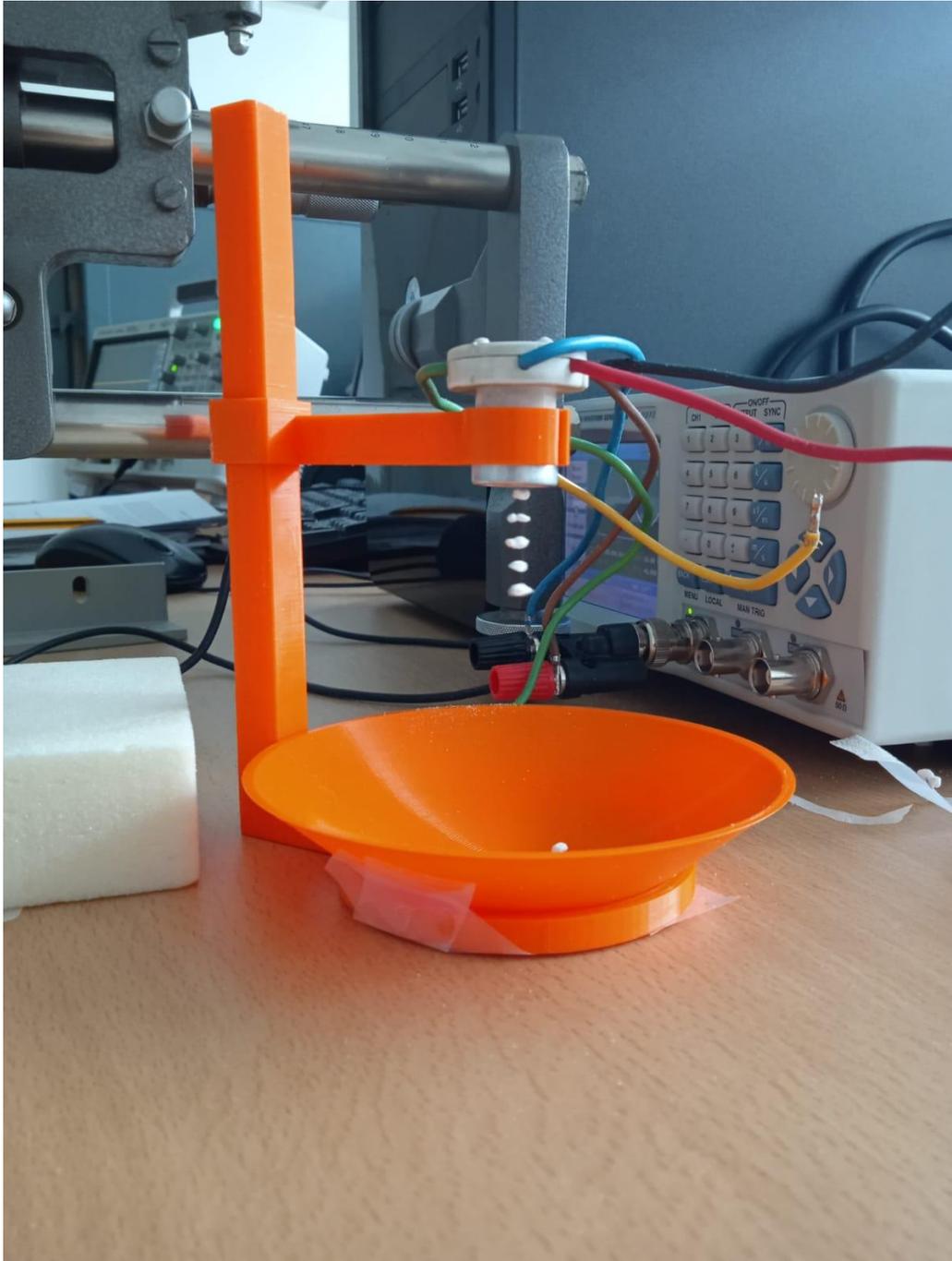


**Fig. 27** Para cada distancia entre fuentes, de arriba abajo: 3,31 cm; 2,7 cm; 2,05 cm; 1,35 cm: (Izquierda) Amplitud que marca el osciloscopio en cada máximo o mínimo. (Derecha) Suma (azul) y diferencia (rojo) teóricas de las ondas incidente y reflejada (Pa/m).

Lo primero que podemos comprobar es que la predicción teórica se ajusta bien a lo que pasa en realidad. Evidentemente no tiende a infinito. En la medida de 3,31 cm el transductor imagen está un poco más alejado del real en la medida práctica que en la

predicción teórica; esto es debido a un pequeño error experimental: se colocaron el espejo y el transductor un poco más separados de lo que se debía.

Al comprobar la levitación en cada distancia, lo conseguimos en todas (recordemos que de momento estamos trabajando sólo con 10 V del generador de ondas, en vez de 30). Como era de esperar viendo los potenciales, en la de 1,35 cm hay más estabilidad. Según estos, deberíamos tener más rango de levitación en distancias mayores, pero la realidad es que la de 1,35 cm tiene más rango que las demás; hemos conseguido levitar 5 bolitas a la vez; un poco por debajo de los 5 primeros mínimos.



**Fig. 28** Visualización de levitación acústica para distancia entre fuentes de 1,35 cm.

Hay una razón para que esto pase. Observemos las medidas prácticas, se ha dado una afortunada casualidad. En la zona del transductor imagen, en teoría la intensidad de la onda reflejada tiende a infinito; en la práctica es muy alta, pero llega hasta cierto valor y

vuelve a caer. En las gráficas de las medidas prácticas podemos ver que, en la zona del transductor imagen, los mínimos (la diferencia entre las ondas incidente y reflejada) suben, debido a que la onda reflejada aumenta hasta un valor bastante por encima de la onda incidente en esa zona. Pero en la de 1,35 cm no pasa esto; los mínimos de la gráfica en el transductor imagen se mantienen cercanos a 0. La intensidad máxima en el transductor imagen (que en un principio no podemos calcular) coincide precisamente con la intensidad de la onda emitida en ese punto, ambas muy altas porque estamos también muy cerca de la fuente real. Esto tiene una gran ventaja: No sólo vamos a tener levitación entre las fuentes, sino también en la zona de la fuente imagen, y además con bastante fuerza ya que estamos cerca de la fuente real. En la gráfica práctica vemos que tenemos una zona muy grande con mucha diferencia entre máximos y mínimos, lo que implica un gradiente de presión alto y una fuerza acústica intensa.

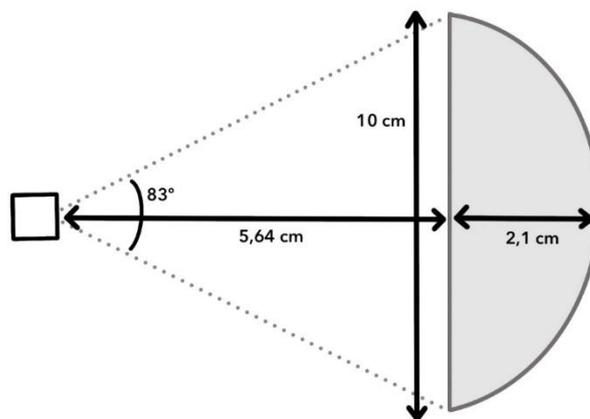
Además, al haber poca distancia entre las fuentes, las intensidades de sus ondas no son muy diferentes en la zona entre la fuente imagen y el reflector; es decir, si el transductor emite suficiente intensidad, tendremos también levitación detrás de la fuente imagen, aunque con menos fuerza que entre las fuentes (a medida que nos aproximamos al reflector vamos teniendo menor intensidad). En la gráfica práctica podemos ver que incluso en la zona entre la fuente imagen y el reflector tenemos cierta diferencia entre máximos y mínimos.

### 3.4 Diseño y construcción del dispositivo óptimo

Nos quedamos entonces con esta distancia. Nos queda el último paso; veamos si todavía podemos optimizar más el reflector, cambiando la curvatura para tener las fuentes a la misma distancia entre ellas, pero distinta del reflector:

En primer lugar, la pérdida de amplitud (4). La fuente imagen tiene en teoría 83% de intensidad frente a la fuente real. No podemos aumentarla mucho; si quisiéramos aumentarla a 90% (sólo un 7%) tendríamos que tener el transductor a casi 15 cm del reflector; lo que implicaría una gran pérdida por rango angular y daría lugar a un dispositivo mucho menos manejable.

¿Qué porcentaje de la onda se escapa por rango angular? El reflector tiene 10 cm de diámetro y 2,1 cm de profundidad. Estamos reflejando 83° de los 90° de rango angular del transductor; un 92%:



**Fig. 29** Esquema de medidas y rango angular captado por el reflector (no está a escala).

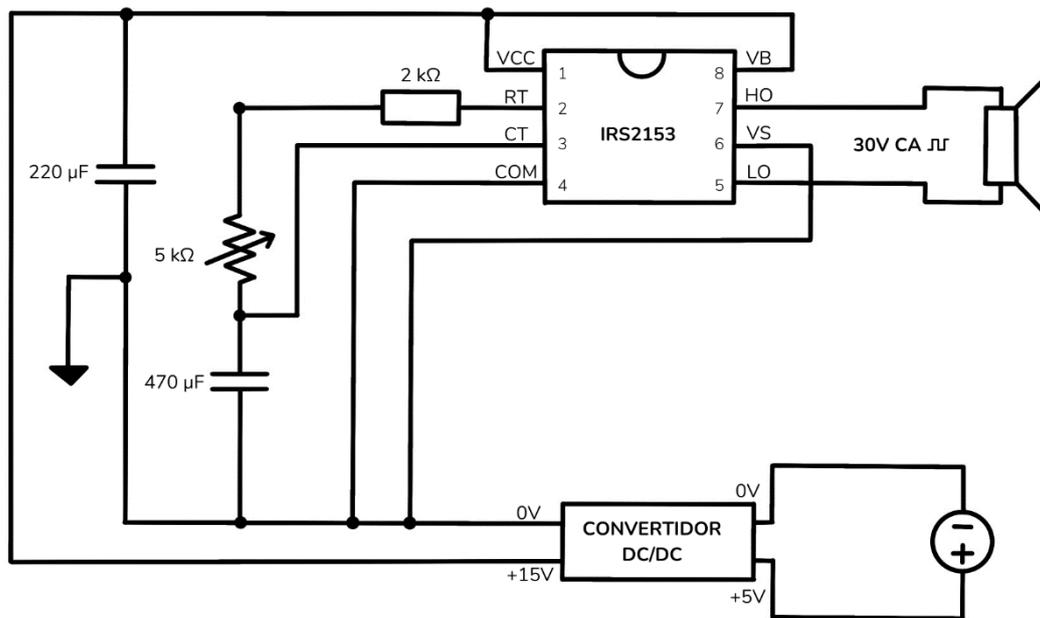
Si acercamos las fuentes y colocamos la imagen a 7,1 cm cubriríamos el rango completo, y según la ecuación (4) la amplitud de la fuente imagen respecto a la real se quedaría en 81%, sólo un 2% menos que antes.

Sin embargo, recordemos que la mayor parte de la onda se emite hacia el centro; con  $\pm 30^\circ$  la amplitud emitida es  $1/3$  respecto a  $0^\circ$ . Por consiguiente, ese porcentaje de la onda que perdemos de  $\pm 41,5^\circ$  a  $\pm 45^\circ$  es todavía menor; aunque en rango angular estemos perdiendo un 8%, el porcentaje de la onda que perdemos es mucho menor.

La realidad es que no tiene mucho sentido construir otro reflector para aumentar un porcentaje tan ínfimo la intensidad reflejada (puede que incluso ni compense el 2% perdido por pérdida de amplitud), teniendo en cuenta además que es esperable que se vuelva a dar la casualidad que se ha dado ahora, pero no podemos estar seguros del todo, ya que, aunque sepamos donde converge la onda reflejada, desconocemos la causa del valor exacto de su amplitud.

Entonces, nos quedamos con este reflector. Sólo nos queda construir el circuito para maximizar el voltaje incidente y tendremos terminado el levitador.

Buscamos conseguir una gran amplitud y la máxima precisión posible. El esquema del circuito es el siguiente [12,13]:

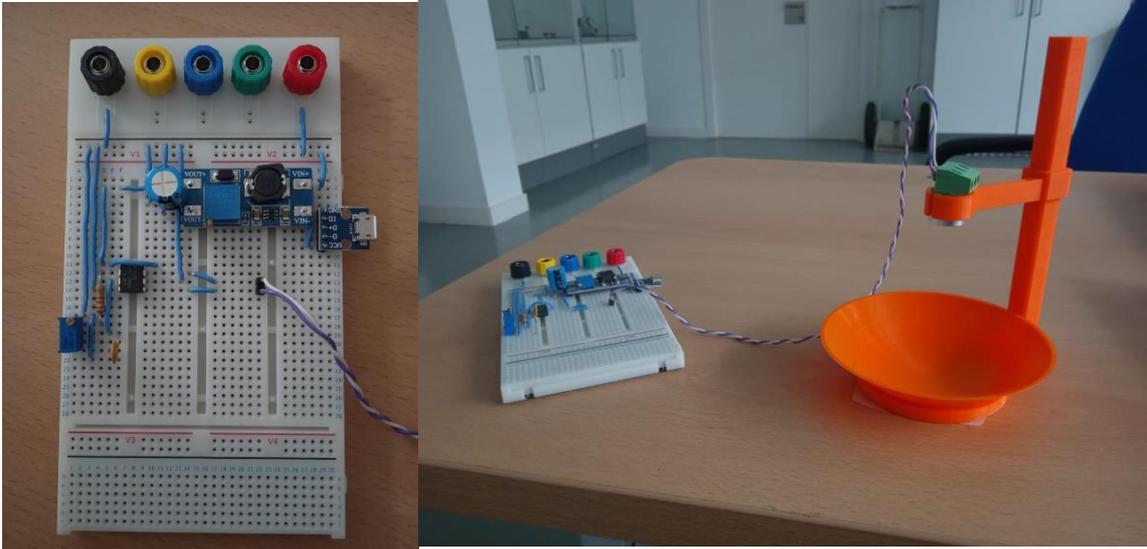


**Fig. 30** Esquema del circuito.

Tenemos dos partes. La primera es un convertidor DC/DC que eleva el voltaje de los 5 V de su entrada a unos 15 V. La otra parte, utilizando un circuito integrado, proporciona dos salidas que se alternan entre ellas a la frecuencia que elijamos, modificando la resistencia variable (con el mismo voltaje de la entrada). De esta forma, tenemos una corriente alterna de onda cuadrada a 15V. Lo que hemos hecho es desfazar una de ellas media longitud de onda. El resultado es una corriente alterna de 30 V a la que conectamos el transductor. Las ondas son cuadradas, pero las que emite el transductor son prácticamente sinusoidales. Sólo tenemos que ajustar la frecuencia mediante la resistencia variable de 5 KΩ para maximizar la intensidad emitida por el transductor. En este caso el que usamos tiene el máximo en 40,1 KHz (hemos probado con varios

transductores del mismo modelo para ver si, además de la frecuencia del máximo, hay diferencias en la intensidad emitida, pero como no las hay, hemos elegido el que tiene el máximo más cerca de los 40 KHz).

Con esto, ya tenemos nuestro levitador terminado.



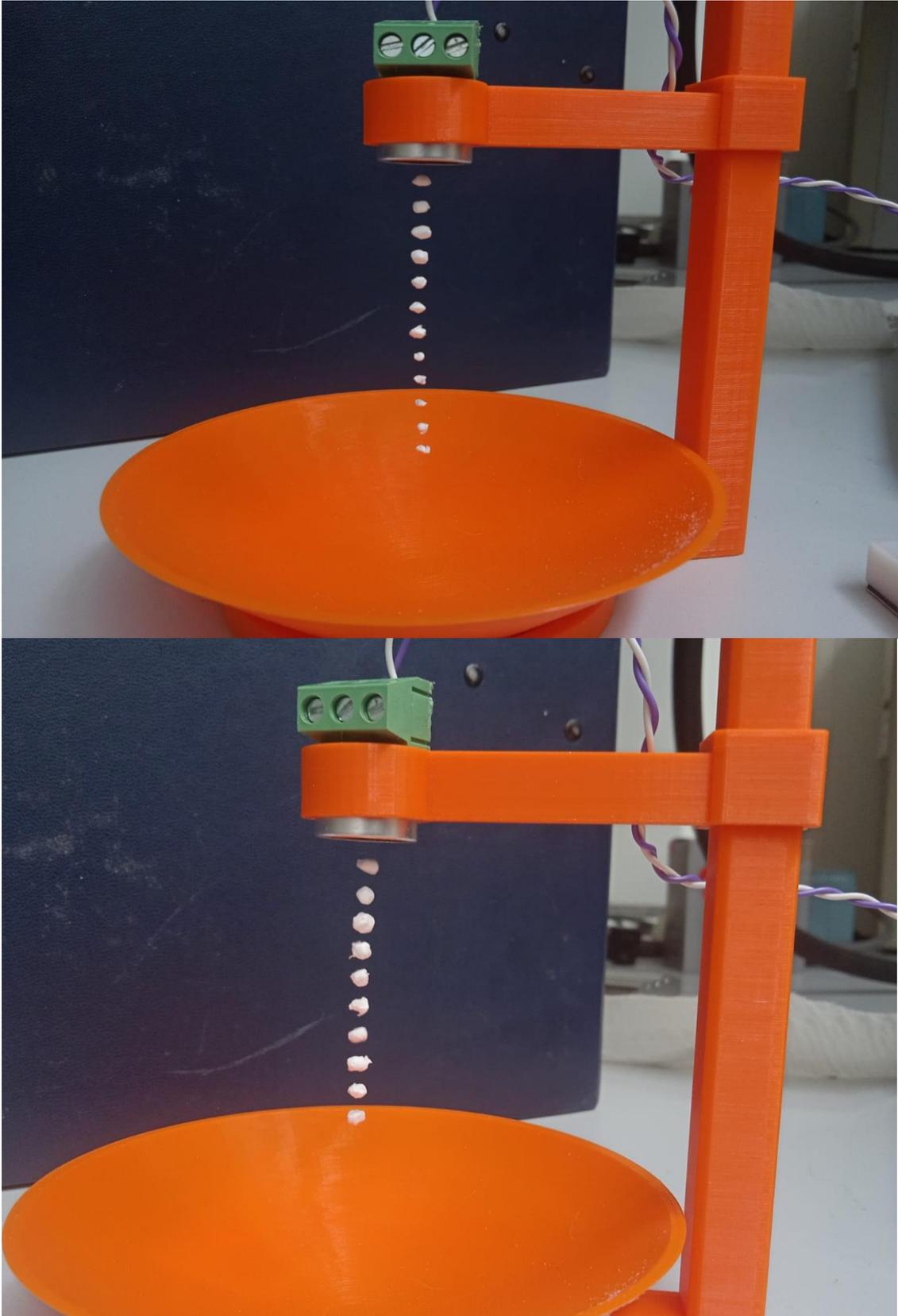
**Fig. 31** (Izquierda) Foto del circuito montado sobre una placa. (Derecha) Levitador acústico definitivo al completo.

Lo ponemos a funcionar:

Ahora con 30 V hemos aumentado mucho tanto la fuerza que conseguimos como el rango en el que hay levitación.

Hemos hecho dos pruebas; una colocando bolitas de poliestireno expandido de cualquier tamaño para ver cuántos puntos de levitación conseguimos, y otra colocando sólo bolitas grandes, para observar que tenemos fuerza suficiente.

El resultado ha sido sorprendente. Hemos conseguido levitar 12 bolitas a la vez, y 10 sólo utilizando las de mayor tamaño:



**Fig. 32** Visualización de levitación acústica con el levitador definitivo.

Por último, hemos utilizado un generador de niebla para visualizar los nodos de la onda estacionaria. Se incluye el vídeo como adjunto.

## 4. CONCLUSIONES

Podemos decir que este proyecto ha sido un éxito. El objetivo de búsqueda de simplicidad y optimización se ha conseguido. Hemos partido de un levitador “rudimentario”, y hemos conseguido mejorar mucho su rendimiento, sin cambiar ningún fundamento del dispositivo; transductor y reflector cóncavo. Para ello, hemos hecho un estudio del fenómeno que nos ha llevado por muchas ramas de la física: Mecánica, ondas, acústica, electrónica y óptica; y también toda la matemática referente al potencial. También hemos hecho frente a toda la parte experimental que no hemos podido estudiar teóricamente.

Esto constituye, tanto un problema complejo que envuelve muchas ramas de la física vistas durante la carrera, como un enfrentamiento a una situación real en la que el alumno no se limita a resolver un problema propuesto, sino que tiene que decidir por él mismo cuál es el mejor camino para llegar a un objetivo.

### **Líneas de desarrollo futuras:**

Aunque hayamos logrado el objetivo, se puede plantear conseguir un análisis todavía más detallado. Harían falta dos objetivos:

1. Podemos buscar la forma de conocer el valor numérico exacto de la presión incidente. Necesitaríamos o bien un instrumento capaz de medirla, o bien desarrollar una técnica que nos permita relacionar la amplitud que marca el osciloscopio con el valor numérico de la presión incidente.
2. Encontrar la función real de las ondas, ya que hemos comprobado que la tendencia a infinito de la amplitud en los puntos de las fuentes nos ha llevado a que el potencial de Gor'kov que hemos obtenido no es del todo exacto

Si logramos estos objetivos, podríamos sumar los potenciales gravitatorio y de Gor'kov y conocer el potencial real y la fuerza real. Conociendo las características de los objetos que queremos levitar, sabríamos con mucha más certeza dónde tendríamos levitación y con qué condiciones.

Seguiría sin ser del todo exacto, porque hay más factores externos. En nuestro caso, el más relevante ha sido que al manipular las esferas, estas se pueden cargar eléctricamente y generar fuerzas entre ellas.

Aun así, el análisis sería mucho más completo.

## 5. REFERENCIAS

- [1] Asier Marzo [Internet]. *Acoustic Levitation for All: Microgravity Experiments, Futuristic Displays, and Fun*. <https://hackaday.com/2018/08/09/hackaday-belgrade-asier-marzo-explains-acoustic-levitation/> , 2018. Accedido 13-12-2021.
- [2] Marco A. B. Andrade, Asier Marzo and Julio C. Adamowski. Acoustic levitation in mid-air: Recent advances, challenges, and future perspectives. *Appl. Phys. Lett.* 116, 250501, 2020.
- [3] Marco A. B. Andrade, Nicolás Pérez, Julio C. Adamowski. Review of Progress in Acoustic Levitation. *Brazilian Journal of Physics*, BJPH-D-17-00476, 2017.
- [4] Luke Worstmann. Stability of a Particle Levitated in an Acoustic Field. *Acoustic Levitation*, 2016
- [5] Duyang Zang. *Acoustic Levitation. From Physics to Applications*. Springer. 978-981-32-9064-8, 2020.
- [6] Jason Yang, Michael Redlich. *Acoustic Levitation*.
- [7] Jose María Muñoz Muñoz. Comunicación privada, 2022.
- [8] Justiniano Casas. *Óptica*, 1983.
- [9] Murata Manufacturing, Co., Ltd. *MA40S4S/MA40S4R Data Sheet*. Doc.No.DM-U16-483Rev.2 201708.
- [10] Murata Manufacturing Co., Ltd. *Ultrasonic Sensor Application Manual*. Cat.No.S15E-5.
- [11] Chia Ching Ling [Internet] <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/844330-visualizing-acoustic-wave> , 2021. Accedido 30-3-2022
- [12] Kristine A. Sumague, Heather Savage, Keith Curtis, Anthony Stram, Microchip Technology Inc. AN1536, *Ultrasonic Range Detector*, 2017.
- [13] Texas Instruments. *Ultrasonic Distance Measurement BoosterPack*, 2015.

## ANEXO: CÓDIGO

El código de Matlab utilizado para realizar la simulación de la Fig. 9 es el siguiente; la animación está como archivo adjunto.

```
v=343; % m/s
f=1000; % Hz
w=2*pi*f; % frecuencia angular
lambda=v/f; % longitud de onda
k=2*pi/lambda; % número de onda
x=-2:0.01:4;
y=x;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
A=1; % amplitud
t=linspace(0,pi,50);
for a=1:length(t)
    r=sqrt(X.^2+Y.^2);
    s=sqrt((X-1.35).^2+(Y.^2));
    E=((A./r).*exp(1i.*(k.*r-w.*t(a)))+(0.83*A./s).*exp(1i.*(k.*s-
w.*t(a)*-(abs(X-1.35)./(X-1.35))))); % ecuación de ondas
    pcolor(X,Y,real(E)); shading flat; axis equal;
    caxis([-1.5 1.5]);
    drawnow;
end
```