



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Física

Levitación acústica

Autor: David Vidal Antón

Tutor: José María Muñoz Muñoz

Año: 2022

Índice

1-Introducción	1
1.1-Introducción histórica	
1.2-Planteamiento del trabajo	
2-Desarrollo teórico	3
3-Simulación	7
3.1-Primer método	
3.2-Segundo método	
4-Montaje experimental	13
4.1-Programación de la señal	
4.2-Diseño del circuito	
5-Resultados	17
6-Desarrollo adicional	19
7-Aplicaciones	23
8-Conclusiones	25
Bibliografía	26
Anexo A: Código de MATLAB	28
Anexo B: Código de raspberry pico	31
Anexo C: Enlace al video de demostración	33

1-Introducción

1.1-Introducción histórica

La levitación acústica se remonta hasta el científico alemán August Kundt en un experimento que hoy se conoce como el tubo de Kundt [1]. El tubo de Kundt es probablemente su experimento más famoso, en él se sitúa un tubo de vidrio de longitud mucho mayor que su radio de forma horizontal en el que se introduce una pequeña cantidad de polvo (talco, por ejemplo), posteriormente una fuente de ondas sonoras situada en un extremo del tubo emite una onda de tono puro (es decir una onda senoidal) y mediante un émbolo en el extremo opuesto se puede variar la longitud efectiva del tubo. Con este experimento logró visualizar ondas sonoras, y determinar la velocidad del sonido. Kundt observó que las partículas de polvo se mantenían suspendidas en los nodos de la onda estacionaria que se generaba en el tubo. Este efecto se atribuyó al efecto de la presión de radiación generada por las ondas acústicas, efecto que Rayleigh estudió posteriormente [2]. La publicación más importante en este tema fue hecha por el canadiense L.V. King en 1934 [3] donde proporcionó una descripción teórica de la levitación debida a una onda estacionaria en un fluido en condiciones adiabáticas y barotrópicas. King sentó las bases para el desarrollo de la levitación acústica. Más tarde el físico ruso Lev Petrovich Gor'kov (más conocido por sus trabajos en superconductividad) propuso un desarrollo sencillo para determinar las fuerzas que actúan sobre las partículas levitadas. Este método fue desarrollado posteriormente para dar lugar al formalismo que emplearemos.

En la actualidad hay varias técnicas, métodos y sistemas para obtener levitación acústica.

La más común es el método mediante onda estacionaria. Este método es el que vamos a emplear y consiste en generar una onda estacionaria entre un transductor y un reflector (o un segundo transductor) para suspender partículas mucho menores que la longitud de onda. Este sistema puede ser resonante, donde la onda estacionaria se forma por la superposición de múltiples ondas reflejadas entre emisor y transductor o no resonante, donde la onda estacionaria se forma por la suma de don ondas que se propagan en sentidos opuestos.

Otros métodos empleados que no necesitan una superficie reflectora o transductor adicional son la levitación de campo cercano donde un objeto plano levita por encima de la superficie del transductor pero cerca de esta, la levitación de campo cercano inversa donde el plano levita debajo de la superficie del transductor, la levitación de campo lejano donde el plano levita a una distancia de aproximadamente media longitud de onda y la más reciente levitación mono-haz, donde se levita una partícula de dimensión mucho menor que la longitud de onda usando un solo emisor. Este último método de levitación utiliza fuentes de mayor potencia para generar grandes campos de presión acústica que puedan contrarrestar la gravedad por sí mismos, sin embargo, para conseguir estabilidad con este sistema se requiere una amplia agrupación de transductores potentes con un complejo sistema electrónico y de software que permita crear complejos campos de presiones para mantener el objeto estable, por ello es un método poco accesible actualmente aunque permite la levitación de partículas mayores de la longitud de onda a mayores distancias que el resto de métodos [4].

1.2-Planteamiento del trabajo

En este trabajo vamos a ver el proceso de construcción de un levitador acústico de onda estacionaria no resonante, desde la teoría que lo sustenta hasta una demostración práctica del dispositivo funcional, pasando por una simulación por software para tener una mejor comprensión de la física detrás de este fenómeno.

Comenzaremos introduciendo una expresión de un potencial que nos permitirá explicar y entender este fenómeno, desarrollaremos dicho potencial hasta llegar a obtener las ecuaciones que describen nuestro sistema y estimaremos algunos valores característicos.

A partir de este formalismo realizaremos una serie de simulaciones para visualizar el sistema gráficamente y ayudarnos en su comprensión.

En el montaje vamos a dar prioridad a la sencillez añadiendo una característica adicional, el resultado será un dispositivo sencillo, compacto y de bajo coste que permite controlar la elevación sin contacto de una partícula suspendida en un campo de presión acústica.

La característica adicional mencionada radica en la capacidad de controlar la elevación bien manualmente o con un programa sin necesidad de cambiar mecánicamente la situación de los componentes. A diferencia del modelo más común de levitador, usaremos dos transductores para generar una onda estacionaria entre ellos, y mediante un microcontrolador variaremos el desfase relativo entre ellos para cambiar la posición de los nodos de presión y así controlar la posición vertical de la partícula.

2-Desarrollo teórico

El fenómeno de la levitación acústica se basa en utilizar la presión de radiación acústica para generar una fuerza que contrarreste la gravedad y poder mantener suspendida una partícula cerca de los nodos de una onda estacionaria.

Como sabemos, cuando dos ondas de igual frecuencia y amplitud que viajan en sentidos opuestos se superponen se forma una onda estacionaria, esta onda presentará nodos y vientres cuya posición dependerá de la fase relativa de las ondas que la forman, pero se mantendrán inmóviles mientras la fase no varíe. Este punto es clave en el futuro para poder controlar la posición de la partícula digitalmente.

Tener una onda estacionaria es esencial para mantener la partícula estable en una posición cerca de un mínimo de presión, si la onda que se genera entre los dos transductores no fuese estacionaria la partícula se desplazaría con la onda resultante. Esta onda estacionaria nos da una estabilidad en todo el espacio ya que en todo el espacio se creará un gradiente de presiones que junto a la gravedad mantendrán a la partícula confinada en puntos cercanos a sus nodos.

Para este trabajo vamos a utilizar una expresión derivada por el físico ruso Lev Gor'kov. Gor'kov siguió un desarrollo alternativo a King para describir las fuerzas que actúan sobre la partícula, él argumentó que la fuerza de radiación acústica era resultado de un potencial creado por las variaciones de presión y de las velocidades de las partículas del gas asociadas a las energías potenciales y cinéticas medias de los campos acústicos. La derivación del potencial se puede encontrar en el trabajo original de Gor'Kov [5], esta derivación está basada en la dispersión de partículas y sólo es válida para partículas pequeñas en comparación con la longitud de onda empleada y supone un fluido ideal.

La expresión del potencial que vamos a utilizar es la siguiente [6]:

$$U = 2\pi R^3 \left[\frac{f_1}{3\rho_0 c_0^2} \langle (p_1^{in})^2 \rangle - \frac{f_2 \rho_0}{2} \langle u_1^{in} * u_1^{in} \rangle \right] \quad (1)$$

Donde f_1 y f_2 son los coeficientes monopolar y dipolar respectivamente, cuya expresión es:

$$f_1 = 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{2\rho_p c_p^2} \quad (2)$$

$$f_2 = 2 \left(\frac{\rho_p - \rho_0}{2\rho_p + \rho_0} \right) \quad (3)$$

Con ρ_0 la densidad del aire, ρ_p la densidad de la partícula, c_0 la velocidad del sonido en el aire y c_p la velocidad del sonido en la partícula. p_1^{in} y u_1^{in} son la presión y velocidad de la onda incidente en primer orden respectivamente.

Si analizamos la expresión del potencial de Gor'Kov vemos que permite describir la fuerza en la partícula solo a través de la presión acústica y la velocidad de partículas incidentes, es decir, no se tiene en cuenta el scattering debido a la presencia de la partícula, por este motivo es esencial que la partícula sea pequeña en comparación a la longitud de onda ya que para partículas más grandes esta aproximación falla. Esto permite hacer cálculos y simulaciones sin necesidad de incluir la partícula (o partículas) que se va a ver sometida al campo, simplificando enormemente los cálculos y la simulación posterior. Como se deduce por la especificación del orden de la

presión y velocidad incidente Gor'Kov también desprecia las contribuciones de términos de segundo orden y mayores, es decir es una solución de un sistema lineal.

En las ecuaciones (2) y (3) tenemos dos constantes que dependen de las densidades y la velocidad del sonido. Como en nuestras experimentos la partícula será una esfera de poliestireno expandido (de densidad mucho mayor que el aire) es razonable despreciar ρ_0 frente a ρ_p , de esta forma podemos aproximar $f_1 = f_2 = 1$. Podemos calcular los valores para determinar como de razonable es esta desviación, obteniendo $f_1 = 0.98$ y $f_2 = 0.94$. Es razonable aproximarles, aunque tendremos un valor del potencial ligeramente superior, si quisiéramos una aproximación más intermedia podríamos aproximar ambos por 0.96, en cualquier caso, es una mera constante muy cercana a 1 que no modifica el razonamiento.

La fuerza de radiación acústica sobre la partícula podemos calcularla a través del potencial como:

$$F_{rad} = -\nabla U \quad (4)$$

Para utilizar este potencial necesitamos saber la forma de p_1^{in} y u_1^{in} para sustituirlas en la ecuación (4). p_1^{in} es fácil de obtener ya que es solución de la ecuación lineal de ondas para una onda estacionaria:

$$\nabla^2 p_1 = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} \quad (5)$$

Dicha solución es:

$$p_1^{in} = p_0 \cos(\omega t) \cos(kz) \quad (6)$$

Ahora podemos partir de la ecuación (6) y usar la ecuación lineal de Euler [2]:

$$\rho_0 \frac{\partial u_1}{\partial t} = -\nabla p_1 \quad (7)$$

Para obtener:

$$u_1^{in} = \frac{\rho_0}{\rho_0 c_0} \sin(\omega t) \sin(kz) \hat{k} \quad (8)$$

Con $k = \omega/c_0$.

Ahora calculamos los valores esperados para utilizarlos en la expresión (1), para ello integramos:

$$\langle (p_1^{in})^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p_0^2 \cos^2(\omega t) \cos^2(kz) dt = \frac{p_0^2}{2} \cos^2(kz) \quad (9)$$

$$\langle u_1^{in} * u_1^{in} \rangle = \int_t^{t+T} \left(\frac{p_0^2}{\rho_0 c_0} \right)^2 \sin^2(\omega t) \sin^2(kz) dt = \frac{1}{2} \left(\frac{p_0}{\rho_0 c_0} \right)^2 \sin^2(kz) \quad (10)$$

Con estas expresiones y recordando que aproximamos $f_1 = f_2 = 1$ tenemos el potencial de Gor'Kov de la forma:

$$U = \frac{p_0^2 \pi R^3}{\rho_0 c_0^2} \left[\frac{\cos^2(kz)}{3} - \frac{\sin^2(kz)}{2} \right] \quad (11)$$

Del potencial obtenemos la fuerza acústica mediante la ecuación (3):

$$F_{rad} = \frac{5\pi R^3 k p_0^2}{6\rho_0 c_0^2} \sin(2kz) \hat{k} \quad (12)$$

Las ecuaciones (11) y (12) nos indican que la fuerza actúa de forma que lleva a la partícula hacia los nodos de la onda estacionaria. Estas ecuaciones son las que nos dan la estabilidad del sistema, esta fuerza de radiación acústica es la responsable de la levitación.

Como el sistema que estamos construyendo es un levitador lo que queremos es vencer a una fuerza externa que en este caso es la gravedad. Por lo tanto, la partícula no levitara en los nodos exactamente, si no en un punto en el cual la fuerza debida a la presión acústica y la gravedad se anulen. Esto implica que tendremos una presión acústica mínima para poder lograr la levitación estable, esta presión se calcula fácilmente igualando la fuerza de radiación acústica con la gravedad y despejando la presión.

$$F_g = -mg\hat{k} \quad (13)$$

Si igualamos (12) y (13) y despejamos p_0 tenemos:

$$p_0^{min} = \sqrt{\frac{6\rho_0 c_0^2 mg}{5\pi R^3 k}} = \sqrt{\frac{8\rho_0 \rho_p c_0^2 g}{5k}} \quad (14)$$

Esta es la expresión para la presión acústica mínima necesaria para levitar una esfera de cierta densidad y radio sin importar su volumen) siempre que sea pequeño en comparación a la longitud de onda). Podemos hacer una estimación de este valor al levitar una partícula de poliestireno expandido en aire a 40KHz resulta ser $p_0^{min} = 297Pa$.

Una consecuencia muy interesante de este desarrollo es que en las proximidades de los nodos la fuerza sobre la partícula es directamente proporcional a su separación de estos, es decir que el sistema puede tratarse como un muelle con la fuerza acústica de la forma:

$$F_{rad} = -K(z - z_n)\hat{k} \quad (15)$$

La constante la calculamos como la segunda derivada del potencial (11) respecto de z:

$$K = \frac{d^2 U}{dz^2} = \frac{5\pi R^3 k^2 p_0^2}{3\rho_0 c_0^2} \quad (16)$$

Al calcular esta constante hemos conseguido el objetivo de todo desarrollo físico que se precie, llegar a un oscilador simple. Con este resultado podemos calcular fácilmente la distancia entre el nodo de presión y la posición donde levitara la partícula. Si igualamos la fuerza del "muelle" con la de la gravedad:

$$F_{res} = K * \Delta z = -mgz \quad (17)$$

Tenemos:

$$\Delta z = \frac{mg}{K} = \frac{4\rho_0 \rho_p c_0^2 g}{5k^2 p_0^2} \quad (18)$$

Esto quiere decirnos que podemos ver el sistema como una serie de resortes de constante elástica K, cada uno asociado a un nodo de la onda estacionaria, y cuando una partícula se encuentra fuera de uno de esos nodos la fuerza restituyente del muelle la devolverá a la posición de equilibrio (con una ligera oscilación).

También al ser un oscilador podemos calcular su frecuencia natural:

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{5k^2 p_0^2}{4\rho_0 \rho_p c_0^2}} \quad (19)$$

Es interesante tener un orden de magnitud para esta frecuencia, ya que esto nos dará una idea de la velocidad a la que podemos variar la fase para mover la partícula sin desestabilizar el sistema. Las magnitudes empleadas son:

Presión incidente (más adelante, en el apartado 3.1, página 8, veremos de donde obtenemos este valor):

$$p_0 = 540Pa$$

Velocidad del sonido en aire:

$$c_0 = 345m/s$$

Numero de onda para una frecuencia de 40kHz:

$$k = \frac{2\pi\nu}{c_0} = 728m^{-1}$$

Densidad del aire:

$$\rho_0 = 1,18kg/m^3$$

Densidad del poliestireno expandido:

$$\rho_p = 29kg/m^3$$

Esto nos da una frecuencia natural de $\Omega = 218Hz$, alta en tiempos de manejo humano (del orden de milisegundos), lo cual nos indica que las variaciones de la fase no tienen por qué ser lentas.

Por último, es relevante recordar la expresión para la posición de los nodos en función de la fase:

$$x_n = \frac{\pi n - \frac{\phi}{2}}{k} \quad (20)$$

Esta ecuación es la que nos da el movimiento que vamos a tener de los nodos y por tanto de las partículas al construir nuestro sistema de fase variable. Aunque la ecuación hace referencia a los nodos el desplazamiento para los puntos de levitación es equivalente ya que según (16) la distancia entre un nodo y la partícula es constante.

Con este análisis teórico hemos conseguido dar forma matemática al sistema de levitación acústica de forma sencilla a partir del potencial de Gor'kov y formulas ya conocidas. Además, tenemos el sistema expresado de forma análoga a una asociación de resortes, lo cual contribuye a nuestra comprensión de forma sencilla de este problema que inicialmente se presenta muy complejo.

3-Simulación

Ahora vamos a buscar utilizar herramientas de simulación para tener una forma gráfica de analizar y entender el fenómeno de la levitación acústica.

Hemos optado por dos métodos de simulación, ambos en entorno MATLAB, para obtener figuras que den cuenta del fenómeno que se produce. La elección de MATLAB es puramente práctica, es un software al que la universidad da acceso y que posee una amplia documentación, así como una gran cantidad de recursos en internet para aprender a usarlo.

3.1-Primer método:

El primer método consiste en usar las herramientas base de MATLAB para generar un campo de presiones debido a dos fuentes de onda puntuales y representarlos gráficamente junto al potencial de Gor'kov.

Este primer método es sencillo, pero asume fuentes de onda puntuales, no transductores con una dimensión finita. Esta es una aproximación en principio razonable dentro de un pequeño intervalo cerca del centro del eje que alinea los centros de los transductores, pero utilizando el segundo método veremos concretamente si es aceptable esta aproximación.

Para realizar la simulación vamos a usar la expresión del campo de presión complejo generado por una onda [7, 8]:

$$P(x, y, z) = P_0 V_{pp} \frac{D_f}{d} e^{-i(\varphi + kd)} \quad (21)$$

Donde P_0 es la constante de presión del transductor, V_{pp} la tensión pico-pico, k el número de onda, d la distancia al transductor, φ la fase y D_f se conoce como la función de campo lejano cuya expresión es [6]:

$$D_f = \text{sinc} \left(k * a * \sin(\theta(x, y, z)) \right) \quad (22)$$

$$\theta(x, y, z) = \cos^{-1} \left(\frac{|z_t - z|}{d} \right) \quad (23)$$

Donde $z_t - z$ es la distancia vertical al transductor y a es el radio del transductor, 1.8cm en nuestro caso.

Para poder realizar la simulación necesitamos conocer el voltaje pico-pico y la amplitud de presión del transductor P_0 . V_{cc} en nuestro circuito será de 30V, de +15V a -15V (ver apartado experimental para más información). Para saber el valor de P_0 necesitamos usar el concepto de nivel de presión sonora, o SPL en inglés (Sound Pressure Level). El SPL da cuenta de la presión de sonido efectiva relativa a un nivel de referencia. Su definición en decibelios es [9]:

$$L_p = 20 * \log_{10} \left(\frac{p}{p_{ref}} \right) \quad (24)$$

Donde p es la presión acústica media y p_{ref} es la presión acústica de referencia.

Con esta fórmula en mente necesitamos las especificaciones de nuestro transductor (Sanwa SCS-401T), pero en la hoja proporcionada por el fabricante [9] no aparece suficiente información para realizar los cálculos necesarios, necesitaríamos saber el SPL para un voltaje y una distancia

específica. Al investigar otros transductores similares encontramos que en el material complementario de [11] aparece la constante de presión medida para varios transductores como se ve en la figura 1. Entre ellos hay dos que cumplen con la dimensión del nuestro, concretamente el MSO-A1640H10T es un transductor que se distribuye explícitamente con la idea de ser usado en levitación acústica, tomaremos este valor para nuestro transductor, teniendo en cuenta que se trata de una aproximación que nos servirá para entender el sistema, pero los valores de presión que aparezcan serán una estimación.

Model	Diameter (mm)	Acoustic output (Pascal/meter*volt)	Phase Standard Deviation (degrees)
Manorshi MSO-P1640H10TR	16	0.25 SD=0.04	8.7
MSO-A1640H10T	16	0.36 SD=0.02	9.2
MSO-P1040H07T	10	0.13 SD=0.02	13.9
Ningbo FBULS1007P-T	10	0.14 SD=0.02	13.9
Murata MA40S4S	10	0.17 SD=0.01	3.8
MultiComp MCUST10P40B07RO	16	0.25 SD=0.04	33.1
MCUSD16A40S12RO	16	0.21 SD=0.03	18.3

Figura 1: Extracto del material complementario de [10]

Vemos que para este transductor tenemos una P_0 de 0.36 Pa*m/V (Las dimensiones para la constante de presión acústica de la figura aparecen erróneamente indicadas, véase [8]. Alternativamente un análisis dimensional de (21) nos indica rápidamente que la constante debe tener esas unidades)

Con esta constante podemos saber el valor de p_0 utilizado en el apartado 2, página 5, para calcular la frecuencia natural mediante la ecuación (19). Para un voltaje de 30V_{pp} y una distancia de 2cm (aproximadamente sobre punto medio de los dos transductores) tenemos:

$$p_0 = 0.36 * \frac{30}{0.02} = 540Pa$$

Adicionalmente vamos a emplear la ecuación (11) para representar el potencial de Gor'Kov en las mismas condiciones del campo creado por las ondas.

Ahora tenemos todos lo que necesitamos para el código de MATLAB [7] que nos da las primeras figuras:

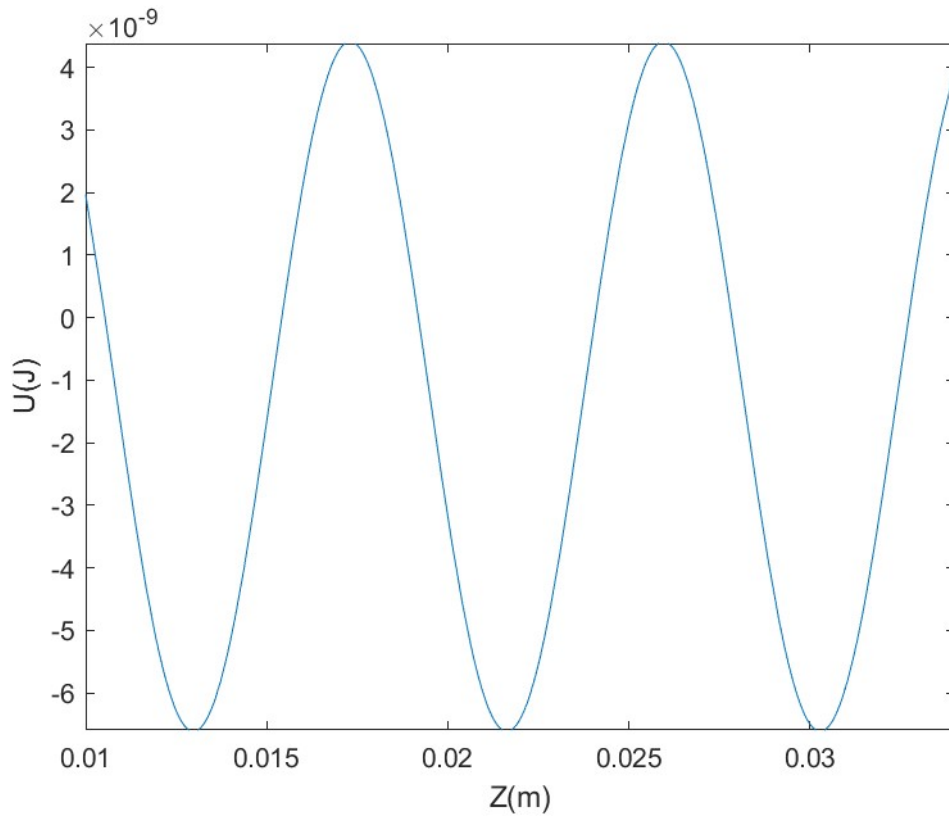


Figura 2: Potencial de Gor'kov simulado

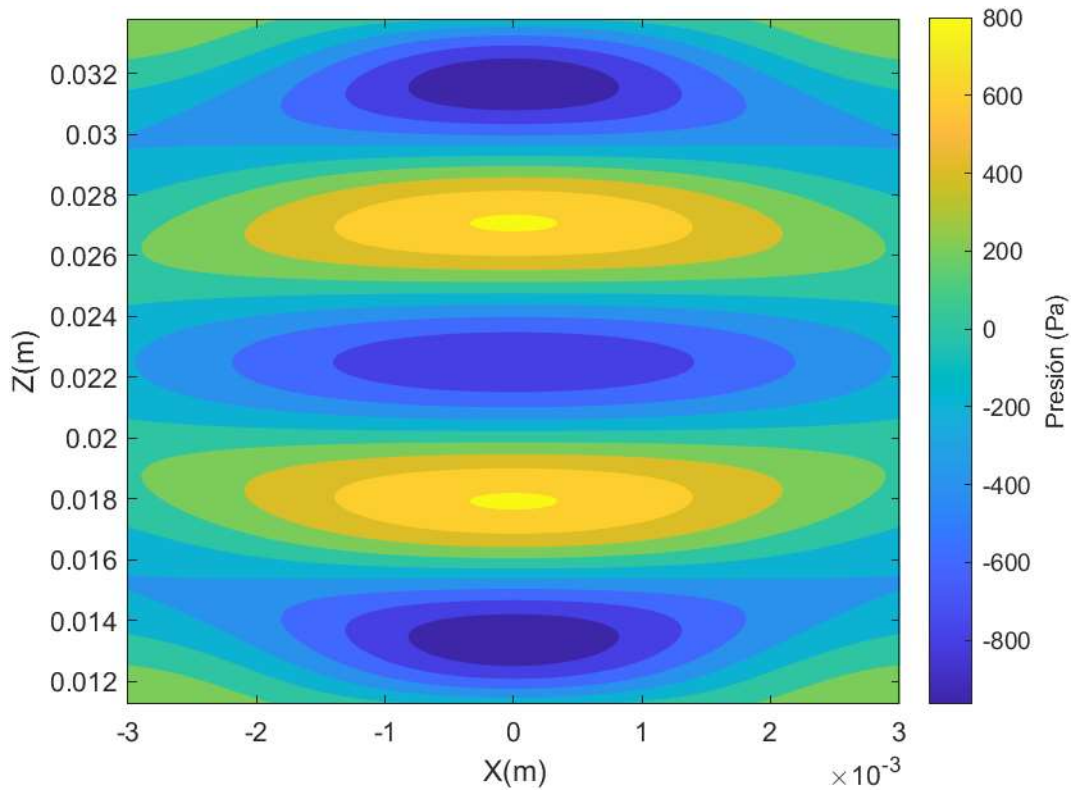


Figura 2: Campo de presiones acústicas simulado con MATLAB

Se ha fijado una distancia de 4.5cm entre los transductores, una distancia adecuada dentro de lo experimental pero que se ha elegido porque da una buena figura en la simulación donde se puede observar varios puntos donde se producirá levitación.

Podemos ver como los puntos donde se anula el potencial corresponden con las zonas de presión nula. La levitación se produciría en las zonas verdes azuladas (en ausencia de gravedad), pero al tener que contrarrestar la fuerza gravitatoria se producirá ligeramente más abajo o mas arriba. Como hemos calculado anteriormente mediante la ecuación (14) la levitación ocurrirá sobre la zona verde amarillenta, en torno a los 300Pa.

3.2-Segundo método:

Para el segundo método vamos a usar un paquete de herramientas de MATLAB conocido como "k-wave" [12, 13]. Este paquete está explícitamente diseñado para simular ondas acústicas y sus campos de presión, lo cual encaja perfectamente con nuestro objetivo. Con este paquete vamos a poder simular no solo el campo de presiones creado por dos fuentes puntuales (lo cual hacemos para tener una comparativa) si no el campo generado por dos transductores con una geometría concreta y dimensiones finitas.

En este caso necesitamos crear nuestro propio código, el paquete permite tener una sola fuente de ondas, sin embargo, podemos hacer que dicha fuente se encuentre en diversas posiciones del espacio y que tenga diferentes geometrías. Con esto en mente creamos dos códigos que nos darán un gráfico diferente cada uno.

Para esto necesitamos especificar la posición del espacio donde se encuentra nuestra fuente, que en este caso serán dos posiciones, la frecuencia de la onda que emiten y en el caso de la simulación con transductores planos necesitamos también las dimensiones de nuestro transductor y su curvatura (ya que el paquete no da la opción de transductor plano, solo curvo), como lo vamos a considerar plano pondremos un radio de curvatura muy elevado para que sea prácticamente infinito. Fijando la frecuencia de trabajo en 40kHz tenemos otras dos figuras:

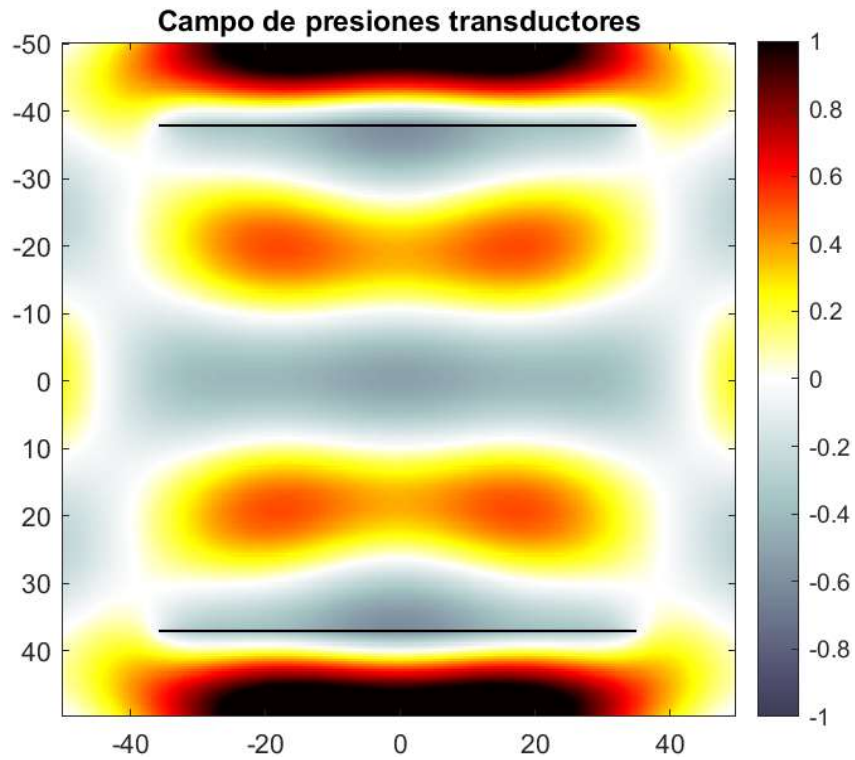


Figura 3: Simulación de dos transductores con k-wave

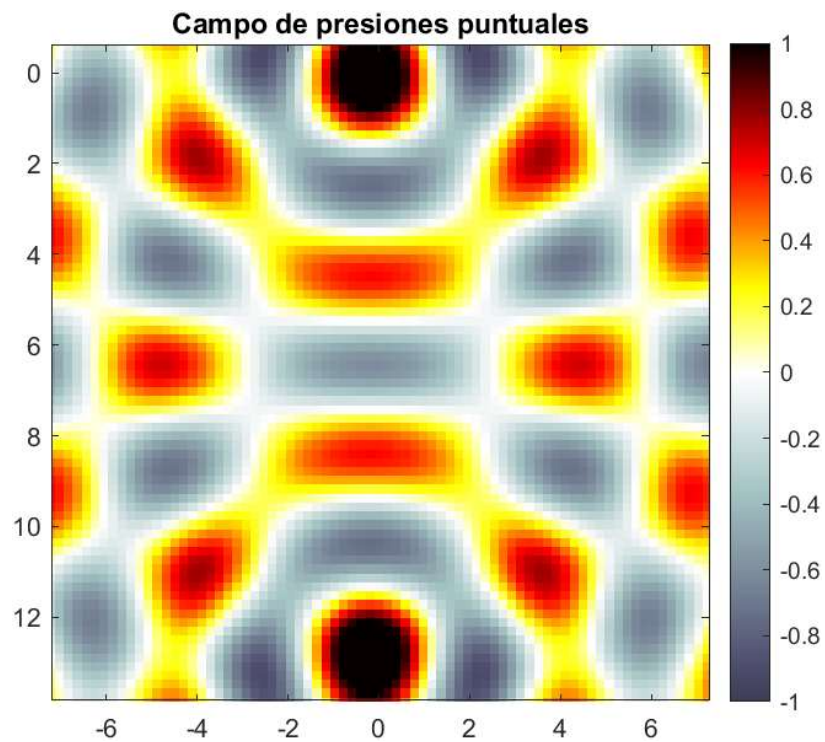


Figura 4: Simulación de dos fuentes puntuales con k1-wave

En estas figuras no está indicada la distancia en los ejes, esto es debido a que con el fin de visualizar de forma comparable los dos casos de la forma más clara posible cada simulación está hecha con una escala y un número de puntos de red diferente (es decir la matriz del espacio donde se genera la simulación no tiene la misma dimensión en ambos casos). Así mismo, la

intensidad de la presión acústica está en una escala puramente relativa donde 1 es el máximo y -1 el mínimo, evidentemente siendo 0 la presión nula.

En este caso la zona de presión nula es la blanca y ligeramente por debajo de ella es donde se mantendrá la partícula suspendida.

Vemos que en el ámbito cercano al eje que alinea las fuentes puntuales el sistema se comporta de forma muy similar al de los dos transductores planos, por tanto, es una buena aproximación ya que solo en las cercanías de este eje que alinea los transductores es donde nos interesa estudiar el sistema.

Tras ver estos dos métodos puede no ser evidente el por qué se ha decidido incluir ambos, el motivo radica en las limitaciones del paquete k-wave. Este es un paquete muy potente de simulación que permite hacer cálculos muy complejos de forma sencilla, sin embargo, esto es a través de múltiples funciones cerradas de las cuales no es fácil obtener información adicional más allá de la figura que generan. Esto da un valor único a cada método, el código básico en MATLAB nos aporta valores numéricos de las presiones y distancias a una escala real que nos permite compararlo con la representación del potencial de Gor'Kov, mientras que k-wave nos ofrece una simulación más cualitativa, pero con una situación más real usando dos transductores planos en lugar de fuentes puntuales. Gracias a esto podemos confirmar que en el entorno cercano al eje que alinea los centros de los transductores la aproximación de fuentes puntuales es válida para el primer método.

El código de esta simulación puede verse en el anexo A.

4-Montaje experimental

Ahora que comprendemos mejor el fenómeno de la levitación acústica vamos a buscar un método para crear un dispositivo que sea capaz de suspender partículas en el aire y nos permita controlar su elevación digitalmente.

4.1-Programación de la señal

Como ya hemos mencionado vamos a usar un sistema de dos transductores que deberán tener la misma amplitud, frecuencia y su fase debe ser controlable. Hemos considerado varias opciones para generar las señales, desde métodos mecánicos mediante instrumentación más antigua para controlar la fase manualmente hasta diversos microprocesadores. Tras una investigación decidimos usar una Raspberry Pi Pico [14, 15], ya que es un microcontrolador ampliamente disponible y barato, perfecto para nuestro montaje.

La raspberry cuenta con una amplia documentación y puede programarse en varios lenguajes. Concretamente existe un SDK (Software Development Kit) basado en C que dispone de funciones concretas para generar señales cuadradas y controlar su fase de forma precisa [16, 17].

La forma en la que funciona el programa es sencilla, utilizaremos los pines 1 y 4 para generar dos señales (Los pines van emparejados de dos en dos emitiendo la misma señal y el 3 es tierra por lo que usamos los temporizadores 1 y 2 asociados a dichas patillas) de 40kHz de frecuencia, esto lo hacemos dividiendo el reloj interno de 125MHz en 3125 cuentas lo que resulta en la frecuencia buscada, usaremos las funciones que proporciona el SDK para disparar las dos señales al mismo tiempo, de esta forma conseguimos que inicialmente estén en fase y mediante otra función podemos retrasar cualquiera de las señales una cuenta (de las 3125 que hemos dividido antes) variando así su fase relativa. No somos capaces de adelantar la fase ya que estamos operando a la frecuencia máxima del procesador, pero como nos interesa la fase relativa es suficiente con poder retrasar ambas.

La señal que genera la raspberry es de pulsos cuadrados entre 0V y 3.3V, un poco más adelante veremos cómo transformar esa señal en una onda cuadrada de -15V a +15V, sin embargo, la onda resultante no resultará ser sinusoidal. Los transductores que usamos están pensados para operar con ondas sinusoidales en lugar de cuadradas por lo que tendremos cierta pérdida de rendimiento, sin embargo, a las frecuencias que trabajamos el resultado seguirá siendo perfectamente válido.

Una ventaja de usar pulsos es que podemos ver la señal mediante un analizador lógico:



Figura 5: Ondas generadas en fase

Aquí podemos ver las dos señales perfectamente en fase ya que las hemos disparado a la vez.

Añadimos dos botones, uno para retrasar cada una de las señales junto a un LED para cada uno, estos LED sirven como indicadores de que el botón está pulsado y la fase se está moviendo, ya

que, para maximizar la estabilidad hacemos que la variación de fase sea lenta, esto permite ver rápidamente que el sistema funciona en lugar de depender de observar si la partícula se está moviendo. Si recordamos los cálculos realizados en el apartado 1, mediante (19) teníamos una frecuencia natural del orden de 218Hz, esto nos permite aumentar la velocidad de la variación de fase si así lo quisiéramos.

Nuevamente usando el analizador lógico comprobamos que los botones causan un desfase:

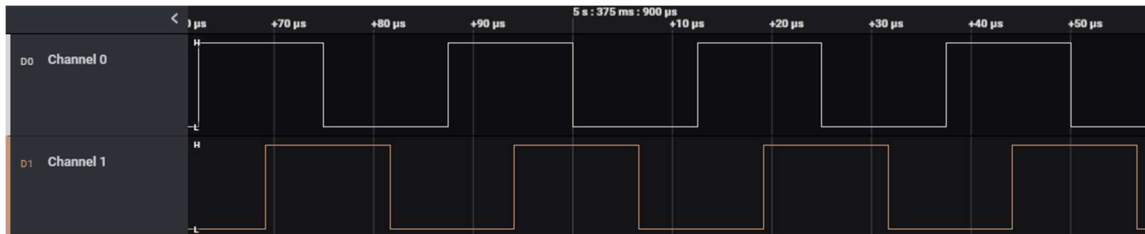


Figura 6: Ondas generadas tras un desfase mediante un pulsador

Por tanto, el programa nos da lo que queríamos, dos señales de 40KHz cuyo desfase podemos controlar. El código de este programa en C puede verse en el anexo B.

4.2-Diseño del circuito

Ahora que tenemos el sistema para generar las señales y controlarlas necesitamos adaptar la salida para que funcione con nuestros transductores. Los transductores que vamos a usar son Sanwa SCS-401T [9], necesitamos alimentarlos con 15V, esto implica que la señal debe tener 30Vpp, es decir de +15V a -15V. Para esta amplificación vamos a usar dos circuitos integrados que actuarán como amplificadores, dos transistores MOSFET y un elevador de voltaje para alimentar el sistema a 15V a partir de los 5V que aporta la raspberry.

Los circuitos integrados son “IRS2153(1)D(S)pbF” [18], cuya estructura interna puede encontrarse más detallada en la hoja de especificaciones, para este circuito nos interesa saber que para tener amplificación de voltaje alimentamos el circuito con 15V en V_{cc} y la señal de entrada debe superar $1/3$ de V_{cc} , pero no bajar de $1/6$ de V_{cc} . Esto se debe a la estructura interna del circuito integrado, ya que el pin de funcionamiento también actúa como control para la desactivación si el voltaje es mejor de $1/6$ de V_{cc} . Para conseguir esto usaremos un transistor MOSFET (concretamente el “2n7000” [19]) junto a un divisor de tensión para cada circuito integrado. Eligiendo las resistencias adecuadas (teniendo en cuenta también la corriente máxima del transistor y el circuito integrado) que en este caso resultan ser de $22K\Omega$ y $5.6k\Omega$ conseguimos una señal de salida adecuada.

El esquema final del circuito del transductor es:

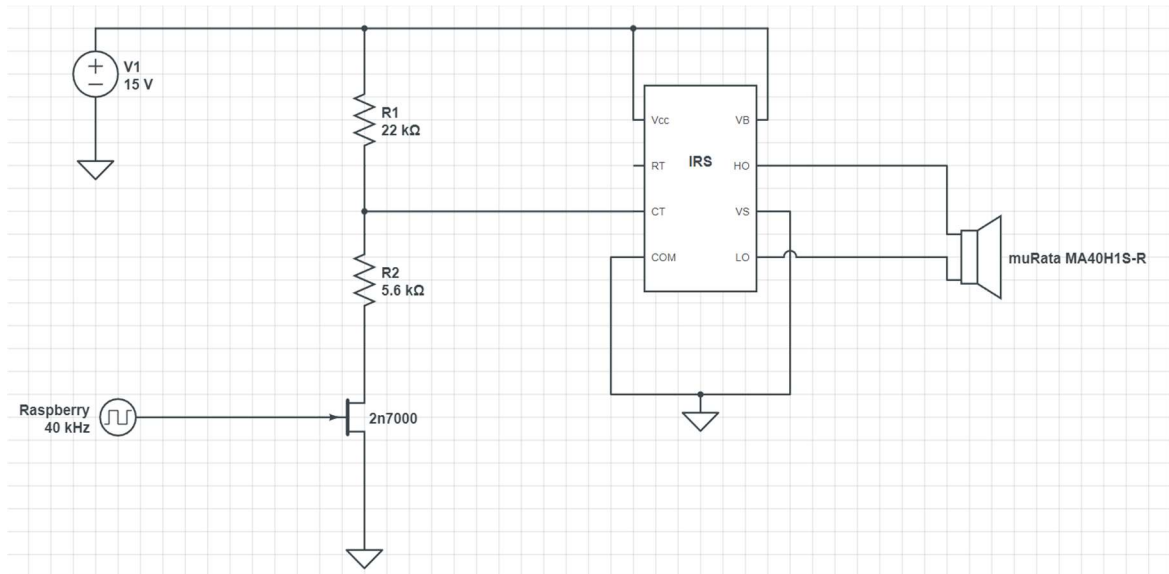


Figura 7: Esquema del circuito amplificador

Que usaremos dos veces, una para cada transductor y cada señal.

Aquí podemos ver una imagen del circuito montado:

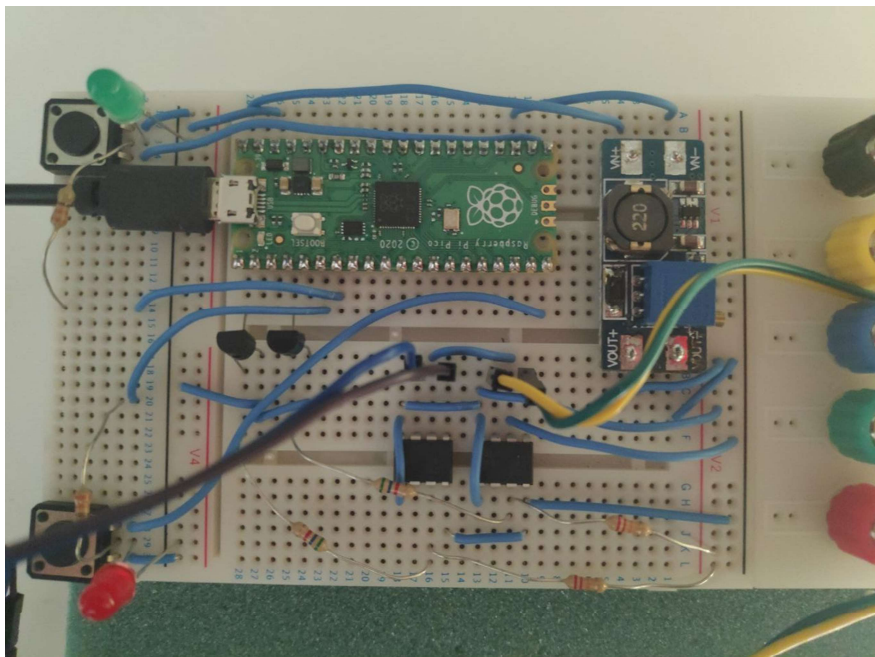


Figura 8: Montaje del circuito final

En esta imagen los cables que no son azules son las salidas a ambos transductores.

Ahora solo falta el montaje físico de los transductores. Hemos optado por una estructura de poliestireno ya que es un material ligero, barato y fácil de manejar.

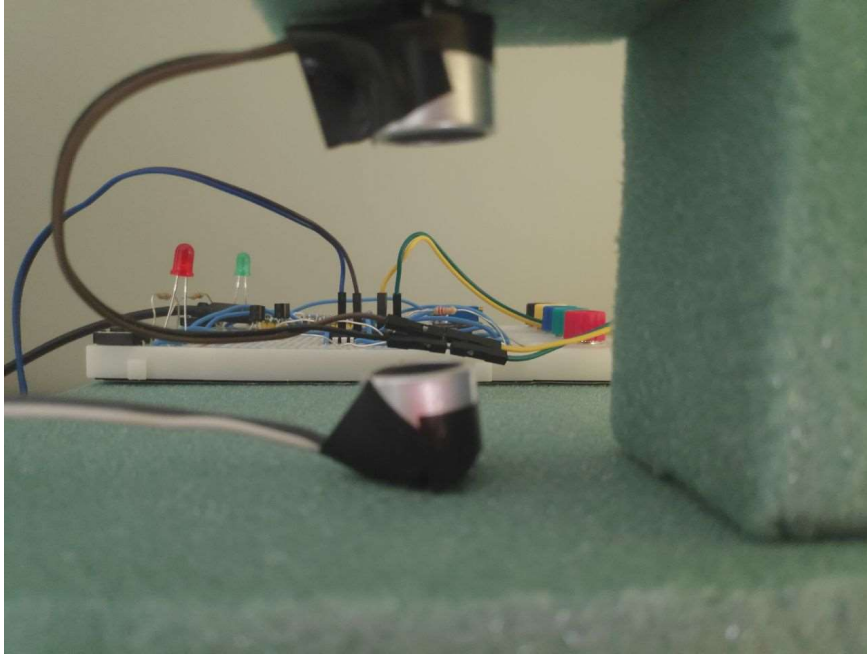


Figura 9: Montaje del levitador

Esta estructura sencilla permite ajustar la posición de los transductores que luego se mantendrá fija durante su funcionamiento. El sistema está alimentado por una batería externa una vez cargado el programa en la raspberry.

Los transductores están conectados con cables que son fáciles de conectar y desconectar para facilitar modificaciones en la estructura e incluso permite fácilmente conectar el mismo circuito a otra estructura si se quisiera.

5-Resultados

La construcción del levitador resultó un éxito, al alimentar el sistema se pueden mantener levitadas bolas de poliestireno expandido, así como pequeños trozos de papel.

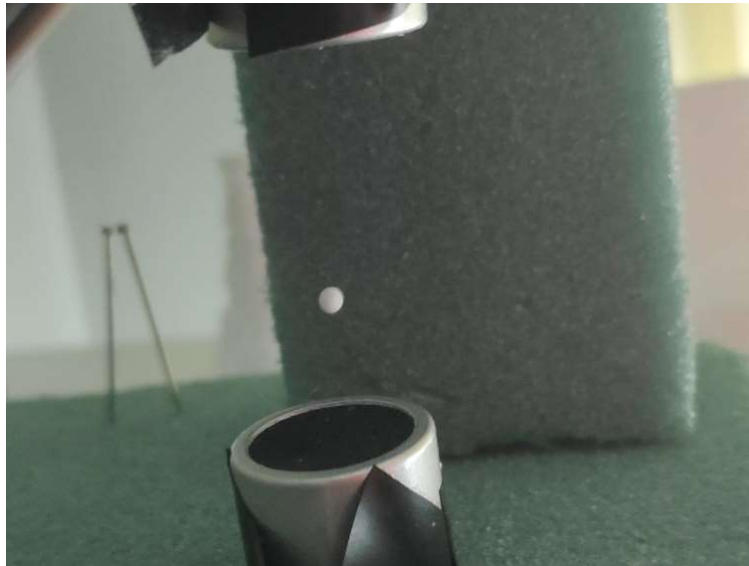


Figura 10: Una partícula levitando entre dos transductores

Además, al pulsar los botones se observa cómo se pueden mover lentamente las partículas suspendidas. Como era de esperar por la teoría y pudimos confirmar en la simulación existen varios puntos donde pueden levitarse partículas, estos correspondiendo a los nodos de la onda estacionaria que se forma entre los dos transductores.

Para ver un breve video demostrando el funcionamiento véase el anexo C.

La distancia del sistema se ha ajustado en torno al orden de las simulaciones, pero el sistema puede operar a un amplio rango de distancias gracias a que no es resonante, incluso pueden desviarse los transductores ligeramente y la levitación se mantendrá estable. Es posible comenzar con las partículas en la superficie del transductor inferior con el sistema apagado y luego conectarlo, pero no es un método consistente ya que la fuerza inicial antes de que se forme la onda estacionaria puede hacer saltar a la partícula fuera. La forma más adecuada de poner a levitar las partículas es introducirlas con los transductores ya en funcionamiento, mediante unas pinzas o con la mano, el inconveniente es que las esferas de poliestireno expandido tienden a cargarse estáticamente con facilidad, lo que en muchas ocasiones dificulta su introducción en el sistema o en caso de haber varias partículas puede hacer que se repelan entre ellas.

Como ya hemos mencionado, pueden levitarse múltiples partículas:



Figura 11: Varias partículas levitando en diferentes nodos de presión

Cada partícula está en un punto diferente de levitación asociado a cada nodo de presión. Evidentemente al variar la fase todas las partículas se mueven de forma idéntica.

Como ya se ha mencionado este sistema resulta bastante estable y robusto por su naturaleza no resonante, sin embargo, esto sigue siendo relativamente frágil frente a perturbaciones externas como viento o la respiración de observadores demasiado cercanos.

Igual que se han levitado partículas de poliestireno se pueden levitar otros materiales, aunque la simulación y las ecuaciones pierdan exactitud debido a la geometría (las esferas de poliestireno tampoco resultan ser muy esféricas en muchos casos) mientras las dimensiones sean pequeñas comparadas con la longitud de onda y no se trate de un material muy denso se podrá hacer levitar mediante este montaje. Algunos ejemplos son trozos de papel o motas de polvo.

6-Desarrollo adicional

Hay muchas líneas de desarrollo adicional a este trabajo, muchas de ellas quedan fuera del ámbito de un trabajo de fin de grado o están fuera del alcance de los medios de los que disponemos.

Una línea que se exploró inicialmente, pero se dejó fuera por tiempo es el control en dos dimensiones de la partícula. Añadiendo un segundo par de transductores en un eje perpendicular con una frecuencia levemente diferente se podría intentar controlar la posición de la partícula en un plano en lugar de en una única dirección. Planteamos usar frecuencias diferentes para evitar que se cree una onda estacionaria en dos dimensiones, la cual presentaría un campo de presiones que podemos simular modificando el código desarrollado para la simulación mediante k-wave:

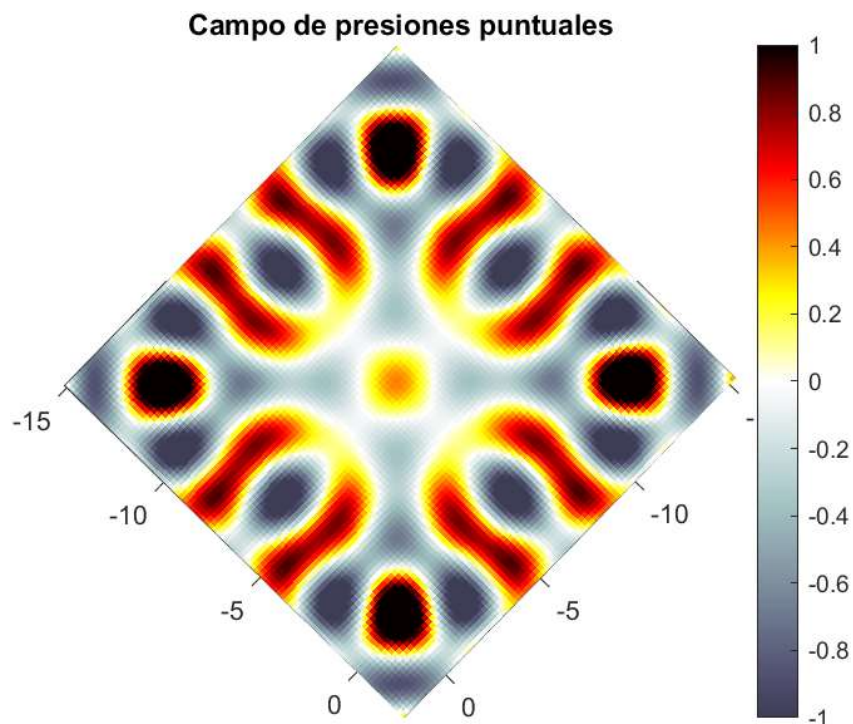


Figura 12: Simulación de cuatro transductores

Se ve que no es estable ya que la partícula podría caer al tener mínimos de presión no solo en una dirección. Si usásemos frecuencias ligeramente diferentes en ambos transductores podríamos intentar evitar esta situación y conseguir control estable en ambas direcciones. Ya que sabemos que la frecuencia natural del sistema es del orden de 8Hz podemos usar una señal de 39990Hz y otra de 40010Hz, ambas perfectamente dentro del rango de trabajo de los transductores, de forma que la partícula viese las fuerzas en ambas direcciones de forma independiente. Con esta configuración se conseguiría el movimiento en dos dimensiones, aunque sería en un rango bastante pequeño ya que al desplazarse demasiado en cualquiera de los ejes se saldría de la zona de onda estacionaria del otro. Sin embargo, esta idea requiere simulaciones adicionales con fuentes independientes además de la construcción de un sistema más complejo, por lo que se queda fuera del margen de tiempo.

En estos aspectos hay proyectos que consiguen un control en tres dimensiones bastante preciso de múltiples partículas de forma independiente [20]. La mayoría de estos proyectos utilizan

agrupaciones de transductores, hemos tratado de simular la situación utilizando grupos de cinco fuentes puntuales:

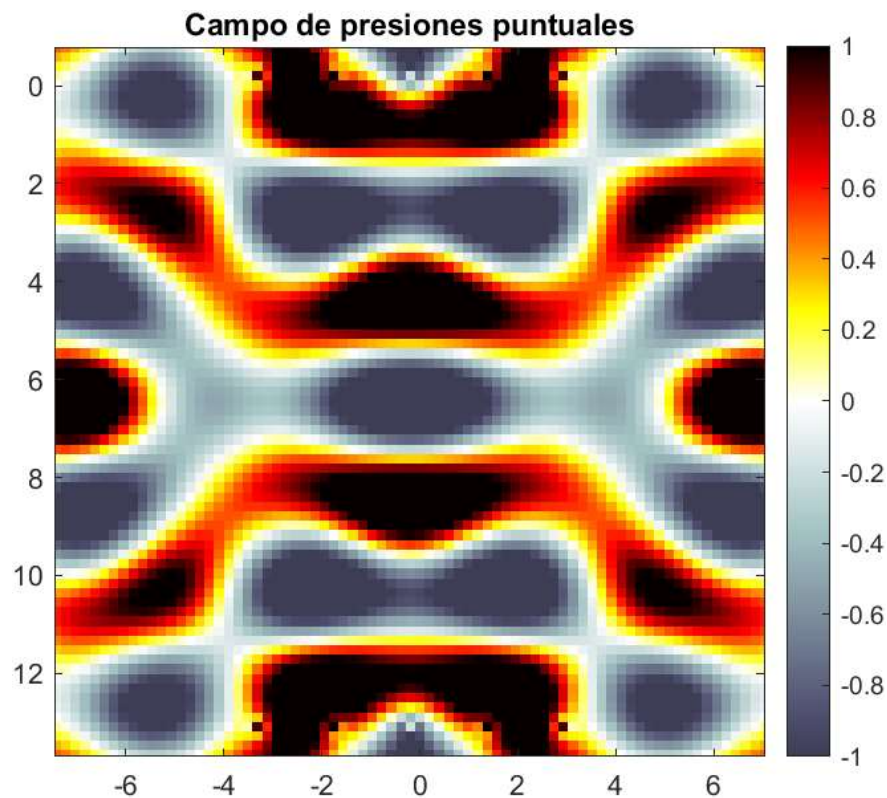


Figura 13: Simulación de dos agrupaciones de 5 transductores

En este gráfico vemos que la forma del campo de presiones se asemeja más al de un transductor plano (es lógico ya que el transductor plano se trata como múltiples fuentes puntuales en la simulación). Al tener múltiples transductores la capacidad de control del campo de presiones resultante es mucho mayor y con ello el movimiento de las partículas atrapadas. Con ello se puede modificar la fase de cualquiera de ellos o incluso la amplitud que con la calibración adecuada permite cualquier movimiento en tres dimensiones. Podemos simular un ejemplo de cómo se modifica el campo al apagar dos pares de transductores:

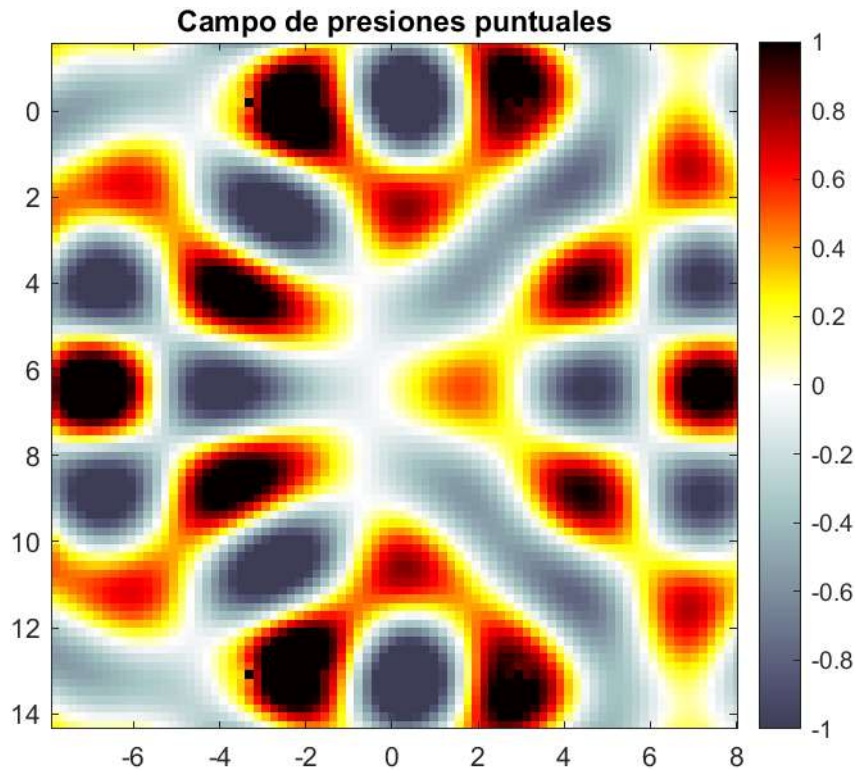


Figura 14: Campo tras apagar dos pares de transductores

Es rápido ver que si se tiene un control adecuado (teniendo en cuenta la frecuencia natural del sistema, recordemos que en nuestro caso es del orden de 8Hz) se puede modificar los campos e forma que se produzcan los desplazamientos deseados manteniendo la estabilidad de las partículas.

Otras líneas de trabajo serían tratar de modelar la levitación de una gota de un líquido o la de una partícula sólida en una cámara con otro gas diferente del aire.

También hay una infinita capacidad de crear programas con la raspberry que interactúen de forma diferente con el sistema, sistemas de control por ordenador en lugar de botones en el circuito o leer la posición de la partícula como una variable. También puede usarse un potenciómetro, leer el voltaje en una resistencia en serie y ajustar los valores para mover la partícula con una ruleta en lugar de usar dos botones.

Como ya se mencionó en el apartado anterior, en lugar de usar una raspberry se puede emplear una amplia variedad de dispositivos para controlar la fase, generadores de ondas controlados por ordenador darían mayor control e integración con un software adecuado puede servir para visualizar el sistema y controlarlo de forma mucho más precisa.

Algo más concreto que queda fuera ya no solo del ámbito de este trabajo si no de la física (ya que sería mucha más programación e informática) sería el desarrollo de un software que permita, mediante las ecuaciones conocidas y con una adecuada calibración, mover la partícula a una posición concreta que se indique mediante un cuadro de texto, de forma que, por ejemplo, se pueda indicar al programa que mueva la partícula a una posición x y gracias a la capacidad de leer la posición como variable que se ha mencionado antes y a una adecuada calibración con las ecuaciones conocidas el sistema varía la fase el tiempo necesario para llevar la partícula de su posición inicial a la posición pedida.

También es posible desarrollar este procedimiento para un solo transductor y un reflector, lo cual aporta más simpleza a cambio de perder la capacidad de control de la posición.

Por último, es importante destacar que como se mencionó al principio este no es el único mecanismo de levitación acústica que existe, el proceso que se ha seguido con este trabajo puede replicarse para otros modelos, sin embargo, el resto de modelos de levitación son bastante más complejos de analizar tanto teóricamente como en simulación, siendo muy importante tener un software adecuado para poder analizar adecuadamente los procesos físicos que se dan lugar. Así mismo la construcción de los levitadores aumenta en complejidad y coste, ya que requieren fuentes de ultrasonido más potentes.

7-Aplicaciones

Una parte importante que queda en el aire son las aplicaciones de este sistema.

Una de las principales aplicaciones de la levitación acústica es la manipulación de pequeñas partículas sin contacto, sobretodo sustancias líquidas. Cuando tratamos de trabajar con volúmenes muy pequeños de un líquido el recipiente en el que se encuentre supone un gran obstáculo ya que el líquido puede dispersarse a lo largo de su superficie entorpeciendo las pruebas o reacciones a las que se le quiera someter.

Mediante la levitación acústica se puede mantener el líquido confinado en una zona sin contacto más que con el aire [21] (o un gas inerte en caso de que sea relevante). Sin embargo, esto plantea muchos niveles de dificultad adicionales, ya que modelar el comportamiento de un líquido que se ve deformado por las fuerzas de presión acústica complica enormemente el problema. La capacidad de control de la posición demostrada en este trabajo permitiría trabajar con muestras también en un entorno aislado con un gas inerte u otro fluido, pero esto altera las ecuaciones que han sido planteadas para el aire y sus propiedades de densidad y velocidad del sonido, notablemente los términos monopolar y dipolar de las ecuaciones (2) y (3) podrían no simplificarse dependiendo de las densidades en juego.

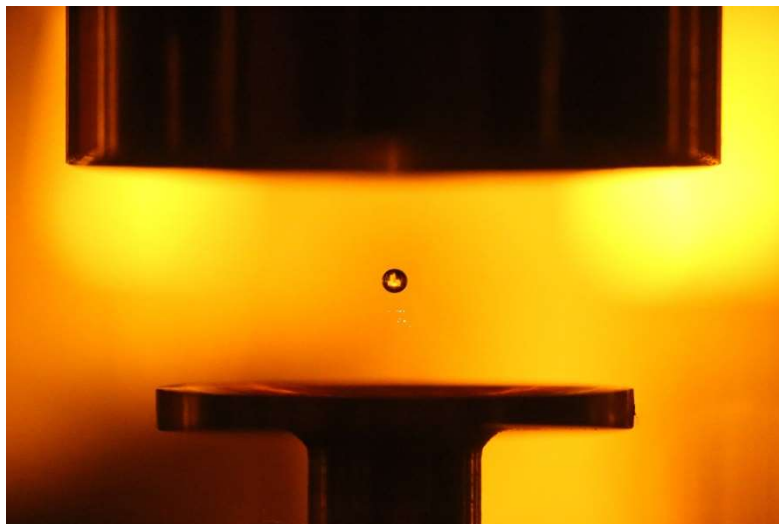


Figura 15: Gota de agua en un levitador acústico [22]

Otras aplicaciones son la construcción de una amplia matriz de transductores opuestos cada pareja con una (o varias) partícula asociada, gracias a la capacidad de controlar la posición vertical de cada partícula individualmente se puede generar un programa que permita hacer figuras en tres dimensiones, comparable a hologramas [23]. Una utilidad que podría surgir de esto es la representación de mapas topográficos o su uso con fines recreativos o educativos.



Figura 17: Disposición de un sistema de partículas levitantes que pueden ser manipuladas individualmente [24]

Como se hizo referencia en el apartado anterior hay sistemas que permiten el control en tres dimensiones tan solo con dos conjuntos de transductores en el eje vertical, tener múltiples transductores permite modificar la onda estacionaria que hay en un par para llevar la partícula atrapada a otra onda adyacente, de esta forma se consigue movimiento en cualquier eje sin necesidad de tener transductores en dicha dirección. Concretamente esto permite tener dos muestras líquidas y trasladarlas de forma que se junten sin contacto con ninguna superficie y permitir que reaccionen entre ellas en un entorno muy controlado [25].

En tema de aplicaciones educativas este sistema es lo bastante sencillo y se puede explicar a varios niveles de complejidad lo cual lo convierte en un excelente dispositivo para museos o exposiciones de ciencia.

8-Conclusiones

Hemos comenzado investigando el fenómeno de la levitación acústica y su historia, así como los diferentes métodos que se emplean para plantear un modelo de trabajo a seguir.

Partimos de una base teórica relativamente sencilla con ecuaciones mayormente conocidas (a excepción del potencial de Gor'Kov) que nos describen el fenómeno de la levitación acústica.

Posteriormente desarrollamos las ecuaciones para llegar a una descripción fácil de manejar donde podemos ver la naturaleza de las fuerzas involucradas y cómo se comportará el sistema. Además, este análisis teórico nos permite ver el sistema como un resorte, una similitud muy útil en física ya que es un sistema bien conocido.

Después hemos usado la teoría con un software de simulación ampliamente conocido y usado académicamente junto a un paquete de herramientas disponible de forma abierta que nos ha dado una representación gráfica del sistema para comprender mejor la teoría anteriormente desarrollada.

Con todo esto hemos realizado un montaje experimental con pocos componentes que resultan ser fáciles de obtener y baratos, hemos creado un programa para controlar la posición de la partícula de una forma precisa y hemos logrado ver como la variación de fase da lugar a un movimiento de la partícula tal y como queríamos lograr.

El resultado es un trabajo que parte de la teoría y culmina en la práctica con la simulación como puente entre ambas.

Existen varias formas alternativas de trabajo con las que se puede obtener resultados similares, la parte de la simulación podría realizarse con una amplia variedad de software o incluso programando de cero la simulación en cualquier lenguaje que se desee. La parte práctica es incluso más abierta, hay muchas formas de conseguir dos señales de fase controlable, tanto digitales como físicas, así como muchas formas de realizar el circuito y el montaje estructural. Nuevamente en este trabajo se ha optado por usar métodos sencillos que pueden ser fácilmente replicados sin necesidad de grandes recursos de software, fabricación o componentes.

Así mismo también hemos visto de que formas se puede expandir el trabajo realizado y hemos visto las aplicaciones que resultan tanto del trabajo base como de todo el desarrollo adicional que puede hacerse a raíz de él.

La levitación acústica es un fenómeno muy interesante, es un gran ejemplo del trabajo en Física, de cómo modelar sistemas complejos mediante ecuaciones de forma que sean manejables matemáticamente y poder comprenderlos de forma más sencilla. A su vez es un fenómeno muy visual, que al final del desarrollo proporciona un resultado visible en forma de un sistema que no solo consigue contrarrestar la fuerza de la gravedad si no que permite un control con grandes aplicaciones en muchos campos diferentes con grandes utilidades.

Bibliografía

1. Poynting, John Henry; Thomson, J. J. (1903). A Textbook of Physics: Sound (3rd ed.). London: Charles Griffin & Co. pp. 115–117. “Kundt's tube resonance”.
2. Rayleigh L. (1902). On the pressure of vibrations. *Philos. Mag.* 3, 338.
3. King L (1934) On the acoustic radiation pressure on spheres. *Proc R Soc London Ser.*
4. Sebastian Zehnter, Marco A. B. Andrade, and Christoph Ament. (2021). Acoustic levitation of a Mie sphere using a 2D transducer array. *Journal of Applied Physics* 129, 134901 <https://doi.org/10.1063/5.0037344>
5. Gor'kov LP (1962) On the Forces Acting on a Small Particle in an Acoustical Field in an Ideal Fluid. *Soviet Physics Doklady* 6:773.
6. Andrade, Marco Aurelio & Perez, Nicolás & Adamowski, Julio. (2017). Review of Progress in Acoustic Levitation. *Brazilian Journal of Physics.* 48. 10.1007/s13538-017-0552-6.
7. Moreno, Angelo (2022). Moreno, Angelo (2021). Modeling a particle levitated in an ultrasonic field. California State Polytechnic University, Pomona.
8. Marzo, A. (2020). Standing Waves for Acoustic Levitation. In: Zang, D. (eds) *Acoustic Levitation*. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-32-9065-5_2
9. International Electrotechnical Commission. (2002). Letter symbols to be used in electrical technology – Part 3: Logarithmic and related quantities, and their units. IEC 60027-3 Ed. 3.0.
10. Sanwa. SCS-401T & SCM-401R Ultrasonic Sensors. [.datasheetarchive.com](https://www.datasheetarchive.com). Recuperado el 12 de Julio de <https://www.datasheetarchive.com/pdf/download.php?id=8435b415fbd44c8d0ab7c646ee2bb470dd5fb8&type=P&term=SCS401T>
11. Asier Marzo, Adrian Barnes, and Bruce W. Drinkwater . (2017). TinyLev: A multi-emitter single-axis acoustic levitator. *Review of Scientific Instruments* 88, 085105. <https://doi.org/10.1063/1.4989995>
12. B. E. Treeby and B. T. Cox. (2010). k-Wave: MATLAB toolbox for the simulation and reconstruction of photoacoustic wave-fields. *J. Biomed. Opt.*, vol. 15, no. 2, p. 021314.
13. Treeby, Bradley; Cox, Ben; Jaros, Jiri. (2016). K-wave user manual. [K-wave.org](http://www.k-wave.org). Recuperado el 10 de julio de 2022 de http://www.k-wave.org/manual/k-wave_user_manual_1.1.pdf
14. Raspberry Pi Ltd. (2022). Pico Datasheet. datasheets.raspberrypi.com. Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://datasheets.raspberrypi.com/pico/pico-datasheet.pdf>
15. Raspberry Pi Ltd. (2022). Getting started with pico. Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://datasheets.raspberrypi.com/pico/getting-started-with-pico.pdf>
16. Raspberry Pi Ltd. Raspberry Pi Pico SDK. raspberrypi.github.io. Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://raspberrypi.github.io/pico-sdk-doxygen/>
17. Robocraze. (2021). Raspberry Pi Pico using C/C++. [youtube.com](https://www.youtube.com). Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=7osd7I8SjLQ&list=PLUwmiNOPP-7hAXx4AmiWiWTyBqumqBIKT>
18. International Rectifier. (2006). IRS2153D DataSheet. [infineon.com](https://www.infineon.com). Recuperado el 10 de Julio de 2022 de https://www.infineon.com/dgdl/Infineon-IRS2153D-DataSheet-v01_00-EN.pdf?fileId=5546d46269e1c019016a4ea5480f0d88
19. FAIRCHILD. (1995). 2N7000 Datasheet. [alldatasheet.es](https://pdf1.alldatasheet.es). Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://pdf1.alldatasheet.es/datasheet-pdf/view/50067/FAIRCHILD/2N7000.html>

20. Ochiai, Yoichi & Hoshi, Takayuki & Rekimoto, Jun. (2014). Correction: Three-dimensional mid-air acoustic manipulation by ultrasonic phased arrays (PLoS ONE (2014) 9, 5 (e97590) DOI: 10.1371/journal.pone.0097590). PLoS ONE. 9. 10.1371/journal.pone.0102525.
21. Victor Contreras et al, Chemical elemental analysis of single acoustic-levitated water droplets by laser-induced breakdown spectroscopy, Optics Letters (2018). DOI: 10.1364/OL.43.002260
22. Optical Society of America. (2018). Researchers levitate water droplets to improve contaminant detection. phys.org. Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://phys.org/news/2018-05-levitate-droplets-contaminant.html>
23. UpnaLab. (2018). Holographic acoustic tweezers | Paper. youtube.com. Recuperado el 10 de Julio de 2022 de <https://www.youtube.com/watch?v=0Up5kr5Xgcg>
24. Starr, Michelle. (2018). Jaw-Dropping Sound Wave Trick Can Levitate Particles in Different Directions at Once. Sciencealert. Recuperado el 10 de Julio de 2020 de <https://www.sciencealert.com/stunning-new-sound-wave-system-can-levitate-particles-in-different-directions-simultaneously>
25. Foresti, Daniele & Klingauf, Mirko & Ferrari, A. & Poulidakos, Dimos. (2013). Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America. 110. 10.1073/pnas.1301860110.

Anexo A: Código de MATLAB

Programado usando MATLAB 2022^a y k-Wave Toolbox Version 1.3.

Código correspondiente al método mediante el paquete k-wave que genera la figura 4:

```
clearvars;

% =====
% SIMULACIÓN
% =====

% creamos la red de simulación
Nx = 256;
Ny = 256;
dx = 100e-3/Nx;
dy = dx;
kgrid = kWaveGrid(Nx, dx, Ny, dy);

% definimos las propiedades del medio de propagación
medium.sound_speed = 1500; % [m/s]
medium.alpha_coeff = 0.75; % [dB/(MHz^y cm)]
medium.alpha_power = 1.5;

% creamos la escala de tiempos
kgrid.makeTime(medium.sound_speed);

% definimos el primer transductor
arc_pos_1 = [Nx/8, Ny/2];
radius = 99999;
diameter = 181;
focus_pos = [Nx/2, Ny/2];
source_1.p_mask = makeArc([Nx, Ny], arc_pos_1, radius, diameter, focus_pos);

% definimos el segundo transductor
arc_pos_2 = [256-Nx/8, Ny/2];
radius = 99999;
diameter = 181;
focus_pos = [Nx/2, Nx/2];
source_2.p_mask = makeArc([Nx, Ny], arc_pos_2, radius, diameter, focus_pos);

% definimos una fuente de onda sinusoidal que varía con el tiempo
source_1_freq = 40000;
source_1_mag = 0.3;
source_1.p = source_1_mag * sin(2* pi * source_1_freq * kgrid.t_array);

% filtramos frecuencias no compatibles con la red
source_1.p = filterTimeSeries(kgrid, medium, source_1.p);

% definimos una fuente de onda sinusoidal que varía con el tiempo
source_2_freq = 40000;
source_2_mag = 0.3;
source_2.p = source_2_mag * sin(2 * pi * source_2_freq * kgrid.t_array);

% filtramos frecuencias no compatibles con la red
source_2.p = filterTimeSeries(kgrid, medium, source_2.p);
```

```

% combinamos las fuentes
source.p = source_1.p + source_2.p;

% filtramos la fuente final
source.p = filterTimeSeries(kgrid, medium, source.p);

% creamos la mascara a representar
source.p_mask = source_1.p_mask + source_2.p_mask;

% creamos un sensor cuadrado
sensor.mask = [1, 1, Nx, Ny].';

% indicamos las magnitudes a representar
sensor.record = {'p_final', 'p_max', 'p_rms'};

% opciones de entrada
input_args = {'DisplayMask', source.p_mask, 'PMLInside', false, 'PlotPML',
false};

% lanzamos la simulación
sensor_data = kspaceFirstOrder2D(kgrid, medium, source, sensor,
input_args{:});

% =====
% VISUALIZACIÓN
% =====

% añadimos la mascara al campo
sensor_data.p_final(source.p_mask ~= 0) = 1;
sensor_data.p_max(source.p_mask ~= 0) = 1;
sensor_data.p_rms(source.p_mask ~= 0) = 1;

% representamos el campo resultante
figure;
imagesc(kgrid.y_vec * 1e3, kgrid.x_vec * 1e3, sensor_data.p_final, [-1 1]);
colormap(getColorMap);
colorbar;
axis image;
title('Campo de presiones transductores');

```

Código correspondiente al método mediante el paquete k-wave que genera la figura 5:

```
clearvars;

% =====
% SIMULACIÓN
% =====

% creamos la red de simulación
Nx = 256;
Ny = 256;
dx = 50e-3/Nx;
dy = dx;
kgrid = kWaveGrid(Nx, dx, Ny, dy);

% definimos las propiedades del medio de propagación
medium.sound_speed = 1500; % [m/s]
medium.alpha_coeff = 0.75; % [dB/(MHz^y cm)]
medium.alpha_power = 1.5;

% creamos la escala de tiempos
kgrid.makeTime(medium.sound_speed);

% definimos los puntos de la fuente en el espacio
source.p_mask = zeros(Nx, Ny);
source.p_mask(196, Ny/2) = 1;
source.p_mask(128, Ny/2) = 1;

% definimos una fuente de onda sinusoidal que varía con el tiempo
source_freq = 0.40e6;
source_mag = 20;
source.p = source_mag * sin(2 * pi * source_freq * kgrid.t_array);

% filtramos frecuencias no compatibles con la red
source.p = filterTimeSeries(kgrid, medium, source.p);

% definimos un sensor
sensor.mask = zeros(Nx, Ny);
sensor.mask(Nx/4, Ny/2) = 1;

% definimos los parámetros a representar
sensor.record = {'p', 'p_final'};

% lanzamos la simulación
sensor_data = kspaceFirstOrder2D(kgrid, medium, source, sensor);

% =====
% VISUALIZACIÓN
% =====

% Representamos el campo resultante
figure;
imagesc(kgrid.y_vec * 1e3, kgrid.x_vec * 1e3, ...
        sensor_data.p_final + source.p_mask + sensor.mask, [-1, 1]);
colormap(getColorMap);
colorbar;
axis image;
title('Campo de presiones puntuales');
```


Anexo B: Código de raspberry pico

Programado en Microsoft Visual Studio 2022

```
.....  
  
#include "pico/stdlib.h"  
#include "hardware/pwm.h"  
#include "hardware/gpio.h"  
  
#define BUTTON_PIN 15  
#define BUTTON2_PIN 16  
#define LED_V_PIN 4  
#define LED_R_PIN 5  
  
uint slice_num0,slice_num2;  
  
int main() {  
  
    stdio_init_all();  
    gpio_init(BUTTON_PIN);  
    gpio_set_dir(BUTTON_PIN, GPIO_IN);  
    gpio_pull_up(BUTTON_PIN);  
  
    gpio_init(BUTTON2_PIN);  
    gpio_set_dir(BUTTON2_PIN, GPIO_IN);  
    gpio_pull_up(BUTTON2_PIN);  
  
    gpio_init(LED_V_PIN);  
    gpio_set_dir(LED_V_PIN, GPIO_OUT);  
    gpio_pull_up(LED_V_PIN);  
  
    gpio_init(LED_R_PIN);  
    gpio_set_dir(LED_R_PIN, GPIO_OUT);  
    gpio_pull_up(LED_R_PIN);  
  
    gpio_set_function(0, GPIO_FUNC_PWM);  
    gpio_set_function(2, GPIO_FUNC_PWM);  
  
    // Busca las Slices asociadas a los dos pines elegidos (0 y 2). Son la 0 y la 1  
    slice_num0 = pwm_gpio_to_slice_num(0);  
    slice_num2 = pwm_gpio_to_slice_num(2);  
  
    // Programa los contadores  
    pwm_set_clkdiv(slice_num0, 1); // Reloj PWM a 125MHz, el máximo  
    pwm_set_clkdiv(slice_num2, 1);  
    pwm_set_wrap(slice_num0, 3125); // 3125 cuentas a 125 MHz --> 40 KHz  
    pwm_set_wrap(slice_num2, 3125);
```

```

    pwm_set_chan_level(slice_num0, PWM_CHAN_A, 3125/2); // Duty a 50% Canal A de
Slice0-> Pin0
    pwm_set_chan_level(slice_num2, PWM_CHAN_A, 3125/2); // Canal A de Slice1->
Pin2
    pwm_set_counter(slice_num0,0);
    pwm_set_counter(slice_num2,0);
    //pwm_set_enabled(slice_num0, true);// Con 210 en slice_num2, comienzan en fase
(Optimize -Os)
    //pwm_set_enabled(slice_num2, true);
    pwm_set_mask_enabled (3); // Dispara A LA VEZ los dos contadores (0 y 1) Mascara
0b00000011

for(;;){

    if(!gpio_get(BUTTON_PIN)){
        gpio_put(LED_V_PIN, 1);
    }
    else{
        gpio_put(LED_V_PIN, 0);
    }
    do{
        pwm_retard_count (slice_num0);
        sleep_ms(2);
    }
    while(!gpio_get(BUTTON_PIN));

    if(!gpio_get(BUTTON2_PIN)){
        gpio_put(LED_R_PIN, 1);
    }
    else{
        gpio_put(LED_R_PIN, 0);
    }
    do{
        pwm_retard_count (slice_num2);
        sleep_ms(2);
    }
    while(!gpio_get(BUTTON2_PIN));

    sleep_ms(250);

}

}

```

Anexo C: Enlace al video de demostración

<https://drive.google.com/file/d/1ugOiy00PgHg4DlypfcN3ir7TAdm6mx2r/view?usp=sharing>