



---

**Universidad de Valladolid**

**Facultad de Ciencias Económicas  
y Empresariales**

**Trabajo de Fin de Grado**

**Grado en Administración y Dirección  
de Empresas**

**La Teoría de Juegos y la  
Cooperación**

Presentado por:

***Pablo Egea Fernández***

*Valladolid, 27 de julio de 2022*

## RESUMEN

En el siguiente trabajo se hace una descripción de los conceptos principales de la Teoría de Juegos y su relación con la cooperación. En primera instancia, se realiza una breve referencia a la historia de La Teoría de Juegos. Asimismo, se tratará la formalización de los juegos, con una definición de los elementos en los juegos, a las formas y tipos para representarlos. En este sentido, se analizará la teoría de juegos desde la perspectiva de la cooperación. De este modo, se muestra la existencia de un equilibrio de Nash en las estrategias mixtas, fijando la probabilidad de como los jugadores lleven a efectuar una acción o la otra. Con esto, se instituye un planteamiento que encuentra una aplicación en la teoría de la justicia y en cuestiones económico-espaciales.

**Palabras claves:** Teoría de juegos; Cooperación; Juegos repetidos; El equilibrio de Nash.

Códigos JEL: C71, C72, C78.

## ABSTRACT

The following paper describes the main concepts of game theory and its analogy with cooperation. First, a brief reference is made to the history of game theory. Likewise, the formalization of games will be discussed, with a definition of the elements in games, the forms and types to represent them. In this sense, a variant of the prisoner's game will be analyzed, which may have different solutions, depending on whether we are in a context of cooperation between the parties or in a context of non-cooperation between the players. The reflections executed by the players in both positions will be pointed out. In this way, the existence of a Nash equilibrium in mixed strategies is shown, fixing the probability that the players lead to carry out one action or the other. With this, an approach that has application in the theory of justice and in spatial-economic issues is instituted.

**Keywords:** Game theory; cooperation; repeated games; Nash's equilibrium.

**JEL codes:** C71, C72, C78.

## INDICE DE CONTENIDO

<b>1. Introducción .....</b>	<b>5</b>
<b>2. Teoría de Juegos .....</b>	<b>6</b>
2.1. Generalidades.....	7
2.2. Clasificación de los juegos.....	8
2.3. Representación de los juegos no cooperativos.....	11
2.3.1. Juego en forma normal .....	12
2.3.2. Juego en forma normal dilema del prisionero .....	14
2.3.3. Juego en forma extensiva .....	14
2.4. Conceptos de solución.....	17
2.4.1. Argumentos de dominación.....	18
2.4.2. El equilibrio de Nash .....	18
<b>3. Juegos repetidos .....</b>	<b>20</b>
3.1. Juegos repetidos finitamente .....	22
3.2. Juegos repetidos infinitamente .....	23
<b>4. Aplicaciones del dilema del prisionero.....</b>	<b>24</b>
4.1. Justificación de la cooperación .....	25
4.2. Aranceles y cooperación.....	26
4.3. Contaminación y cooperación.....	28
<b>5. Conclusiones .....</b>	<b>29</b>
<b>6. Bibliografía .....</b>	<b>31</b>

## **INDICE DE CUADROS**

<b>Cuadro 2.3.1.</b> Juegos repetidos .....	12
<b>Cuadro 2.3.2.</b> El dilema del prisionero .....	14
<b>Cuadro 4.3.1.</b> Juego de la contaminación .....	27
<b>Cuadro 4.3.2.</b> Juego de la contaminación en el equilibrio de Nash.....	27

## **INDICE DE FIGURAS**

<b>Figura 2.3.3.</b> Ejemplo juego de forma extensiva .....	17
---	----

## 1. INTRODUCCIÓN

He decidido escoger este tema para la realizar este trabajo por el atractivo que me genera las formas o maneras que tienen las personas a la hora de resolver un problema o conflicto. El modo de actuar que tiene cada individuo teniendo en cuenta los beneficios o perjuicios que le pueden conllevar tomar una decisión u otra. En ese proceso de toma de decisiones, la llamada “Teoría de Juegos” tiene una labor fundamental por el motivo de que el tomar una decisión me puede generar ciertos beneficios. Consecuentemente, el objetivo del trabajo es el poder observar y comprobar el modo de actuar de las personas y las diferentes causas por las que toman unas decisiones y no otras. Es decir, las diferentes situaciones que pueden darse en los juegos y su posterior cooperación entre las partes para poder llegar así a un determinado acuerdo, mientras observamos el comportamiento. De este modo, comprobaremos si la decisión final se ha tomado por el propio bien de cada jugador (no hay cooperación) o por el bien de todos los jugadores como grupo (hay cooperación).

La Teoría de Juegos es una rama de las Matemáticas Aplicadas cuyo objetivo es el de conseguir una estrategia que sea provechosa u óptima para una persona en el momento que se encuentra en un conflicto con otros copartícipes y surgen problemas por la identificación de intereses entre unos y otros. Fue creada por Von Neumann que la citó en la revista *Theory of Games and Economic Behavior*, pero otros matemáticos como Zermelo o Borel ya predefinieron anteriormente lo que han sido las bases de dicha teoría. En las últimas tres décadas, este método ha tenido una importante evolución en tres contornos diferentes.

En el entorno académico cada vez se han publicado un mayor número de artículos tanto para revistas como para libros. En la docencia cada vez se imparte en un mayor número de asignaturas y va ocupando poco a poco mayor carga docente, especialmente en el Grado en Economía. Y, por último, en el ámbito de la propagación y el conocimiento de la sociedad en general de la Teoría de Juegos, ha crecido enormemente y esto es gracias al otorgamiento

del Premio Nobel de Economía en 1994 a tres de los pioneros más influyentes: John Forbes Nash, Reinhard Selten y John C. Harsanyi); aunque también tuvo mucha influencia la publicación de la biografía de John Forbes Nash, sobre la cual se creó una película que tuvo mucho éxito en la sociedad.

El contenido de este trabajo va a comenzar con una introducción a la Teoría de Juegos explicando las nociones previas para la formalización de un juego, sus elementos y el ejemplo del dilema del prisionero. A continuación, se explicarán con ejemplos los tipos de juegos: cooperativos, no cooperativos y repetidos. También se hablará de las soluciones a dichos juegos con los argumentos de dominación y el equilibrio de Nash. Y, por último, se tratarán las diferentes aplicaciones del dilema del prisionero justificando la cooperación.

## **2. TEORIA DE JUEGOS**

Como ya hemos dicho anteriormente, la Teoría de Juegos es una rama de las matemáticas que tiene el fin de especificar las conductas del comportamiento de los individuos en situaciones repletas de incertidumbre donde hay que interpretar las conductas del resto. En las relaciones sociales con las que tenemos que interactuar continuamente en nuestras vidas, nos encontramos en situaciones que podemos interpretar como juegos. Por ejemplo, a la hora de ir a jugar un partido de tenis o ir a tomar algo con los amigos se puede traducir como un juego donde lo que los individuos intentan es el hecho de intentar maximizar sus respectivos beneficios o utilidades.

La Teoría de Juegos es la ciencia que estudia los juegos con el fin de poder obtener soluciones y se basa en la interacción entre individuos y en la solución de problemas de toma de decisiones entre estos.

John von Neumann es uno de los autores de la teoría de juegos, que junto a su colega de exilio Oskar Morgenstern, resolvió juegos aplicados a la empresa y a la economía en el Siglo XX. Con el auxilio de estos juegos es

viable estudiar situaciones en las que los beneficios de los agentes económicos no tienen dependencia únicamente de sus acciones sino también dependen de las acciones que realiza el resto de los individuos implicados en el juego. Por lo cual, suponemos que los agentes son jugadores racionales que poseen como objetivo maximizar sus beneficios tomando en cuenta las acciones de los jugadores o las acciones que se supone que van a ejecutar los demás agentes.

En este tipo de juegos no coexiste la intervención de terceros que obligan el cumplimiento de los contratos. Así mismo la cooperación entre jugadores existe en el caso de equilibrio, cuando los jugadores piensan que la solución es óptima para ellos.

En la Teoría de Juegos los problemas de maximización están muy presentes ya que los jugadores asumen como objetivo conseguir el mejor resultado posible mediante sus estrategias. Los problemas de decisión e interacción se presentan muy a menudo en el ámbito de la economía, lo que representa que la Teoría de Juegos se puede aplicar a situaciones que suceden a diario en la sociedad.

## **2.1. Generalidades**

La Teoría de Juegos estudia de manera formal las decisiones óptimas que deben tomar varios adversarios en conflicto, logrando definirse como el análisis de modelos matemáticos que relatan el conflicto y la cooperación entre individuos que toman decisiones. Estas decisiones se les consideran estratégicas, es decir, que los participantes en el juego actúan tomando en cuenta las acciones que ejercerán los demás. La Teoría de Juegos tiene la capacidad de brindar debates de interés para estudiantes de casi todas las ramas de las Ciencias, así como las técnicas sistemáticas para hacer toma de decisiones prácticas.

Aunque el concepto “juego “está relacionado con lo lúdico y es

concerniente al azar, la Teoría de Juegos no tiene como principal objetivo el estudio e investigación de los juegos de salón, aunque podrían entrar dentro de su dominio. Un término alternativo que enseña con más claridad el objeto de la Teoría de Juegos es el analizar matemáticamente conflictos y la toma recíproca de decisiones.

Para expresar una situación como lo es un juego, debemos tomar en cuenta varios aspectos. Un juego se compone con los siguientes elementos:

**Jugadores:** Los individuos o agentes tendrán en cuenta un conjunto de información para la toma de decisiones estratégicas para así de extender su utilidad.

**Acción:** Es la elección o decisión de un jugador.

**Información:** Es el conocimiento de un determinado momento de los valores de las distintas variables, los distintos valores que el jugador cree que son posibles.

**Estrategia:** Plan de conducta o de comportamiento, es una función en la que cada uno de los jugadores fija una acción o conducta en cada momento dentro del juego que le ha correspondido.

**Perfil de estrategias:** Es la especificación de las estrategias de los jugadores.

**Resultados:** Son todas las conclusiones que el modelador logra una vez que el juego se ha terminado.

**Pagos:** Son las ganancias y beneficios que consigue cada jugador al culminar el juego.

## 2.2. Clasificación de los juegos

Los juegos pueden calificarse en varias categorías, respondiendo a distintos aspectos. Se clasifican en cooperativos y no cooperativos, estáticos y

dinámicos, información completa e información incompleta, información perfecta e información imperfecta.

- **Juegos cooperativos**

Los juegos cooperativos se definen como aquellos en los que los jugadores puedan cooperar entre sí en la búsqueda de un objetivo o beneficio para todos, dando lugar a coaliciones. Éstas pueden ser constituidas por un número ilimitado de jugadores comunicados entre sí con el único fin de desarrollar estrategias que sean positivas para todos ellos maximizando la función de utilidad.

Podemos definir un juego cooperativo como:

- Un conjunto finito de jugadores:  $N$ ,  $n = (1, 2, \dots)$
- Función característica del juego "u" que se asigna a cada una de las coaliciones un número real.

El análisis de los juegos cooperativos se encuentra en los conceptos de solución a los distintos tipos de juego. Además de comprobar que la coalición sea estable. Es decir, que ninguno de los miembros esté inconforme y se quiera retirar de ella.

El problema primordial de los juegos cooperativos reside en cómo repartirse el pago total del juego entre los jugadores. Allí la teoría se divide en dos: los juegos coalicionares con pagos transferibles (UT) y los juegos sin pagos transferible. Los jugadores tienen reglas claras de que pueden colaborar entre ellos. Se observan los resultados que pueden lograr las coaliciones.

**Ejemplo:** Algunos comerciantes, aun teniendo intereses opuestos, en establecidas ocasiones pueden optar por aliarse para alcanzar un beneficio en común.

- **Juegos no cooperativos**

Los juegos no cooperativos son aquellos donde los jugadores no pueden negociar sus decisiones y tienen estrategias individuales. Es opuesta a la teoría de los juegos cooperativos, la cual se centra en anunciar qué grupos de jugadores coaliciones se constituirán, las acciones acopladas que tomarán los grupos y los beneficios de resultados combinados, en cambio la teoría de los juegos cooperativos jamás estudia la negociación estratégica que ocurre dentro de cada coalición e incide en la distribución del pago en el colectivo entre los miembros del juego.

Los jugadores no tienen posibilidad de establecer acuerdos entre sí. Cada uno de los jugadores toma decisiones individuales sin llegar a un acuerdo con los demás jugadores.

La Teoría de Juegos no cooperativa forma todos los detalles procedimentales del juego, mientras que la Teoría de Juegos cooperativos relata la estructura, las estrategias y los beneficios obtenidos de las coaliciones. La Teoría de Juegos no cooperativa es, asimismo, un poco más inclusiva que la Teoría de Juegos cooperativa. Los juegos cooperativos pueden examinarse utilizando los métodos de la Teoría de Juegos no cooperativos. Cuando se instala de arbitraje para hacer cumplir un acuerdo, este acuerdo estaría fuera del alcance de la teoría no cooperativa: pero es posible instaurar supuestos suficientes para incluir todas las estrategias que los jugadores consiguen adoptar en relación con el arbitraje. Continuamente, puede ser posible contar al árbitro como una parte del acuerdo y modelar los métodos relevantes y los pagos de manera ordenada.

**Ejemplo:** en el dilema del prisionero, los jugadores no pueden colaborar.

- **Juegos estáticos:**

Los juegos estáticos, son todos aquellos en los que los jugadores efectúan sus movimientos juntamente y de una sola vez. Este tipo de juegos se asocia con lo que se conoce como forma normal de un juego, que radica en exponer quiénes son los jugadores, cuáles son las estrategias que cada uno de ellos ha tomado, y cuáles son los resultados relacionados con cada una de las estrategias.

- **Dinámicos**

Los juegos dinámicos son los juegos en los que los jugadores toman decisiones en diferentes momentos del tiempo.

- **Información completa**

Decimos que existe información completa cuando cada jugador conoce la función de utilidad de los otros jugadores y así como las reglas del juego. Sin embargo, este contexto y su definición no consideran la conciencia de cada jugador, que está revestida por el término del conocimiento común, que representa que cada jugador es consciente de que los otros jugadores conocen, las reglas y las funciones de utilidad.

- **Información incompleta**

La información incompleta, es conocida como información asimétrica, esto se refiere a una situación en la que no todos los jugadores conocen las funciones de los otros jugadores y su utilidad.

- **Información perfecta:**

Un juego de información perfecta se refiere a aquel en el que los jugadores conocen todo lo que lograrían desear, tienen conocimiento acerca de lo que ha sucedido desde el comienzo del juego, cuando deben realizar un movimiento hasta el momento.

El ajedrez es el ejemplo más conocido de este tipo de juegos.

- **Información imperfecta.**

Un juego es de información imperfecta cuando algún jugador tiene que tomar una decisión sin conocer cuál es la posición en la que se consigue (la historia previa del juego).

### **2.3. Representación de los juegos no cooperativos**

Los juegos no cooperativos se pueden representar de dos maneras diferentes dependiendo de las características de la situación que se va a modelizar. Pasamos a describirlas a continuación.

#### **2.3.1 Juegos en forma normal**

A la hora de formalizar un juego de forma normal o estratégica, hay que explicar sus componentes (jugadores, estrategias y pagos). Formalmente, un juego  $G$  está representado en forma normal o estratégica si

$$G = (J, (S_i)_{i \in J}, (u_i)_{i \in J})$$

donde:

- $J$  es el conjunto de jugadores.
- $(S_i)$  es el conjunto de estrategias del jugador  $i$ .
- La función de pagos del jugador  $i$  es  $u_i$ .

En el caso de que el juego sea de 2 jugadores y finito, este se puede representar de forma matricial a través de un cuadro rectangular donde se muestran todos los elementos del juego. A continuación, el siguiente ejemplo:

- Juego de pares o nones: 2 de los jugadores deben de escoger de manera independiente y simultánea un número natural. Si la suma de los números que han obtenido ambos jugadores es par, entonces es ganador el jugador 1 (pares), y en el caso de que este sea impar, el ganador sería el jugador 2 (nones). Los pagos en el juego se pueden representar de esta forma:

### Cuadro 2.3.1. Juego de pares o nones

Jugador Nº 1	Jugador Nº 2	
	Pares	Nones
Pares	1,-1	-1,1
Nones	-1,1	1,-1

### 2.3.2 Juegos en forma normal el dilema del prisionero

Representar un juego en forma normal es el modo habitual de simbolizar un juego estático con información completa. Un juego personal en forma estratégica o normal está constituido por un conjunto de jugadores teniendo un conjunto de estrategias para cada jugador y un empleo de pagos o utilidades para cada jugador que representa sus preferencias sobre las posibles combinaciones de estrategias.

Una de las condiciones más importante en la formulación de un juego corresponde con la declaración de sus reglas o las condiciones iniciales que establecerán cómo será jugado. Opera esto para todo juego de manera extensiva o estratégica. Éstos son muy sensibles a las condiciones iniciales fijando diversos resultados según este el planteamiento elaborado originalmente, abordado por las diversas estrategias exhaustivas y recíprocamente excluyentes.

Dentro de los juegos en forma normal o estratégica existen varias formas alternativas de juegos, simbolizados en su mayor parte de manera estratégica, uno de los que tiene más relevancia es el identificado como el dilema del prisionero. En su forma generalizada representa la posibilidad de que ambos jugadores en la interacción cooperen o no entre sí. Este es basado en el hecho de que existen dos personas entran a robar, luego se les captura e interroga a cada uno por separado, se les sugiere que no cooperen

con su compañero en la acusación sobre el delito ejecutado, es decir, que incriminen a su compañero declarando el robo porque hay pruebas que les comprometen. En este sentido, los policías no tienen toda la información para poder encarcelar a los prisioneros. Se les muestran alternativas sobre su circunstancia dependiendo de la contestación posible del compañero; si los dos cooperan entre ellos sólo habrá información incriminatoria para pagar una infracción administrativa y si estos dos no resuelven cooperar entre ellos se les encarcelará por un período corto. Pero se les alude que, si ellos dos no confiesan y el otro si confiesa, a quien confiese se le dará libertad y a quien no confiese se le hará prisionero en un largo periodo de tiempo. En este sentido, ambos jugadores siendo racionales, en primera instancia, terminan por confesar y concluyen por no cooperar con su compañero esto implica un corto período en la cárcel. Sin embargo, parte fundamental de lo que elijan los prisioneros pertenece al hecho de que a cada uno se les indica que su compañero ya confesó. Observémoslo a través de un ejemplo numérico, existen dos jugadores: A y B, los cuales tienen con dos estrategias, la cual es cooperarse entre ambos o no hacerlo y varios pagos de las cuatro interacciones –A confesar–B confesar (3,3), A callar –B callar (0,0) y así se obtienen el resto de las combinaciones.

**Cuadro 2.3.2.** El dilema del prisionero

Jugador A	Jugador B	
	Confesar	Callar
Confesar	3, 3	-1, 4
Callar	4, -1	0, 0

### 2.3.2. Juegos en forma extensiva

Es la representación natural de los juegos dinámicos. En ella hay que precisar una serie de aspectos, como el orden que existe en las acciones posibles de los jugadores, sus decisiones tomadas en cada uno de los puntos de decisión, la información que posee cada jugador.

Todo juego en forma extensiva se puede representar a través de un único juego forma normal.

- Las estrategias del juego en forma extensiva son las estrategias del juego en forma normal
- El conjunto de los pagos del juego en forma normal depende de cómo la combinación de las estrategias puras determina la elección de los nodos terminales.

La representación formal es compleja. En los casos sencillos se puede hacer mediante lo que se denomina el árbol del juego, dónde se pueden identificar los siguientes elementos:

- **Los Nodos:** Donde tiene que decidir algún jugador, puede ser el nodo inicial que representa el comienzo del juego y los nodos terminales .
- **Nodo Inicial:** Simboliza el comienzo del juego.
- **Nodos finales o terminales:** Representan el final del juego. Cada uno de estos acercan los pagos del juego.
- **Las Ramas del árbol:** Personifican las decisiones que los jugadores podrían tomar en los nodos de las decisiones del juego. Están simbolizadas por flechas. Empezando desde algún nodo se puede abordar el árbol siguiendo cada una de las flechas. Los nodos que se alcanzan de esta manera son llamados los “sucesores” del nodo desde el que se comienza. Desde algún nodo las ramas apuntan a sus “sucesores inmediatos”. Análogamente, creando el camino inverso ó hacia atrás, hallamos a los nodos “antecesores” y los “antecesores inmediatos”.
- **El sendero:** Un sendero mediante el árbol es una sucesión de nodos que comienzan con el nodo inicial, terminan en un nodo terminal, poseen la

propiedad de que los nodos sucesivos en la secuencia son los sucesores contiguos de otro nodo.

- **Conjuntos de Información:** Son subconjuntos de nodos de decisión que tienen el objetivo de simbolizar el conocimiento que cada jugador tiene del desarrollo primero del juego. Estos pueden ser de dos tipos:
  - **Unitarios:** El jugador que debe decidir, conoce toda la historia anterior del juego hasta ese instante. Por lo tanto, existe es un “Juego de Información perfecta”.
  - **No Unitarios:** Se representan a través líneas punteadas, y dan la pauta de que es un “Juego de Información Imperfecta”.

En un juego en forma extensiva, para la representación de un juego, un árbol tiene que presentar las siguientes reglas:

**Regla 1:** Cada uno de los nodos son sucesores del nodo inicial. Este último sea el único que posee a todos los restantes nodos como sucesores.

**Regla 2:** Cada nodo exclusive el nodo inicial, tienen puntualmente un antecesor inmediato.

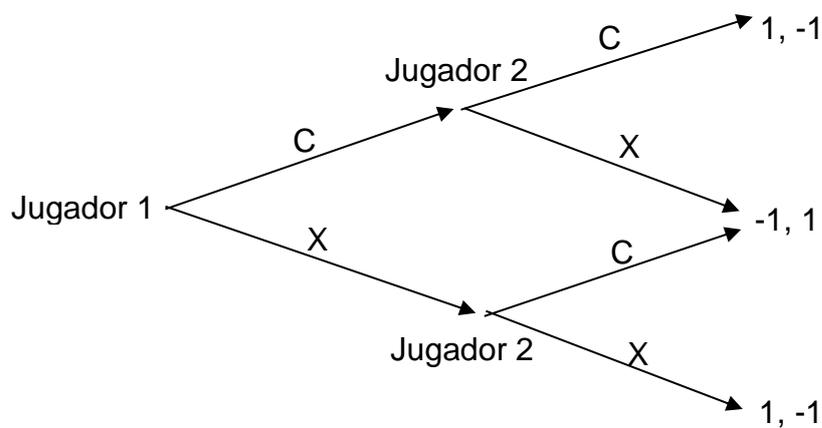
El nodo inicial no posee antecesores. Esto certifica que los senderos no se cruzarán.

**Regla 3:** Si de un mismo nodo se desarrollan múltiples ramas, cada una de ellas personificará distintas acciones.

**Regla 4:** Cada uno de los nodos pertenecientes a un conjunto de información no unitario debe poseer el mismo número de sucesores inmediatos, y debería tener el mismo conjunto de acciones (representadas en las ramas). La importancia de esta regla es que en el caso contrario, cada jugador lograría distinguir el nodo exacto en el cual le toca asumir su decisión.

**Ejemplo:** Habría dos jugadores, los cuales van a lanzar sobre una mesa una moneda de un euro simultáneamente. Siempre y cuando, en las dos monedas haya salido cara o cara también en ambas, va a ganar el jugador 1, el cual se llevará los dos euros para él. Pero, si una de las dos monedas fuera cara y la otra cruz, los dos euros se los ganaría el jugador 2. Éste juego se puede representar de la siguiente manera.

**Figura 2.3.3.** Ejemplo de juego de forma extensiva



## 2.4 Conceptos de solución

Una vez que se ha planteado un problema de teoría de juegos, lo principal que hay que hacer es dar definición al concepto de solución. Está claro que se conocerá por solución un par de estrategias que mejoren los pagos de cada jugador. Si existiera un par cuyos pagos sean los mejores posibles tanto para un jugador como para otro, es evidente que esta sería la solución, pero, es que en tal caso no ocurrirá conflicto.

Estos conceptos de solución son aquellos procesos que desarrollan los jugadores para poder llegar a un acuerdo mutuo, dando cada uno sus razones en función de las preferencias que tengan.

### **2.4.1. Argumentos de dominación**

En la teoría de juegos, los argumentos de dominación o estrategia dominante son una serie de operaciones o decisiones que le proporcionan a un jugador el mayor beneficio o ganancia, sin importar lo que hagan los otros jugadores. La Teoría de Juegos, es una manera matemática y económica de entender las transacciones que implican pensamiento e intencionalidad. Se puede emplear a los juegos tradicionales y de ahí su nombre, pero la totalidad de las veces se utiliza para describir importantes decisiones políticas, económicas o financieras. En este caso, los actores individuales se confrontan con los jugadores y las transacciones se vuelven análogas a un juego. Existen diversas formas de categorizar las estrategias, y la dominación no siempre es la misma en cualquier tipo de situación. Algunos movimientos pueden observarse como fuertemente dominantes o débilmente dominantes, por ejemplo. Una situación reconocida como equilibrio de Nash también puede ser influyente: en los siguientes escenarios, la estrategia de cada jugador es buena y, como tal, incluso si la dominación está disponible, no se puede preferir ni utilizar ninguna de estas estrategias. Identificar las tácticas dominantes que están en disponibilidad o que se pueden utilizar en un escenario determinado, puede ser algo complejo y generalmente requiere una comprensión firme de la economía y las matemáticas.

### **2.4.2. Equilibrio de Nash**

El concepto de solución dependerá del tipo de juego con el que se utilice, y más en concreto, de si hay cooperación o no. En cualquiera de los casos, habrá de ser un concepto que represente la actuación racional de los jugadores. Para el caso no cooperativo, este concepto es el de estrategias en equilibrio o punto de equilibrio o punto de silla según Nash. Para el caso de dos jugadores es inmediato extrapolarlo. Es decir, es un par de estrategias para el que ningún jugador tiene interés en hacer cambio de estrategia unilateralmente. Por ejemplo, en el caso del dilema del prisionero, el único par de estrategias que existe en equilibrio es el par (D,D) esto quiere decir, que ambos se delatan. Es la solución

no sólo porque matemáticamente es el único par que cumple las condiciones, sino que por el adecuado razonamiento es la solución a la que alcanzarían revueltos únicamente por su interés propio. Veamos este razonamiento analizando por parte de los jugadores las posibilidades que tienen. El jugador 1 observa que puede no revelar a su compañero, y si hace esto el jugador 2 buscando su interés propio lo que le conviene es delatar al jugador 1. Entonces el jugador 1 observa que si el otro le va a delatar, a él le conviene delatar al jugador 2. Este mismo razonamiento es válido para el jugador 2 ya que es un juego cuyos pagos son simétricos. Sin embargo, es evidente que este problema tiene una solución que proporciona mejores pagos para ambos jugadores, es decir, que no se delatan, pero es una solución que no está en equilibrio porque cualquiera de ellos observa que si el otro mantiene esa estrategia a él le va mejor cambiar. Para poder optar al par de estrategias de no delatarse tendrían que llegar a algún acuerdo, es decir, intercambiar información, lo que haría del juego un juego cooperativo. En estos juegos, los cooperativos, el concepto de solución pasa por las coaliciones, de modo que una coalición se reparte el beneficio conjunto obtenido, pudiendo incluso llegar a alguna solución. Si ello favorece a ambos (obviamente para el dilema del prisionero en el contexto planteado no sería una alternativa, pero sí si son consecuencias de tipo económico) La cooperación permite llegar a una solución que sea eficiente. La gran diferencia de la cooperación es que permite que la solución sea una solución óptima en el sentido de Pareto.

Nash ejecuto la determinación de la presencia de un equilibrio estratégico para los juegos no cooperativos, lo que actualmente se conoce como el equilibrio de Nash, este planteó el Programa Nash en el que se propone la disminución de los juegos cooperativos a juegos no cooperativos. Expuesto en sus artículos sobre la teoría de la negociación: El problema de la negociación (1950) y Juegos cooperativos de dos personas (1953), funda la axiomatización de la teoría de la negociación, sobre todo en su trabajo de 1950 exhibió la solución a los juegos a través de estrategias mixtas. En 1964 se diseñó la idea sobre un conjunto de negociación, establecida por R. J. Aumann y M. Maschler en el conjunto de negociación para juegos cooperativos. En 1965 R. Selten agrega la noción de refinamientos del equilibrio.

Un equilibrio de Nash es un perfil que precisa como la combinación de estrategias tales que no existe ningún incentivo para que los jugadores se desvíen unilateralmente de su elección. Esta sería la opción más acertada que un jugador puede tomar, tomando en cuenta la decisión de los otros jugadores y donde un cambio en la decisión de un jugador sólo conducirá a un resultado peor si los otros jugadores se adhieren a su estrategia. En el caso del dilema del prisionero el equilibrio de Nash es confesar o callar. Este concepto pertenece a la teoría de juegos, concretamente para los juegos no cooperativos, y toma el nombre de John Nash que lo desarrolló en el siglo XX.

Existen unos pocos requisitos de coherencia que deben tomarse en cuenta cuando se trata de equilibrios de Nash. Uno de estos es conocido como el conocimiento común, que perfecciona la necesidad de información completa. Por esto las expectativas sobre las estrategias de otros jugadores deben ser racionales. Por lo tanto, un equilibrio de Nash es una composición de creencias sobre las estrategias y las opciones que tiene el otro jugador.

Nash aseguraba que la Teoría de Juegos cooperativa y no cooperativa coincidía siendo complementarias, que cada una contribuía en justificar y clarificar la otra. Si una solución cooperativa podía obtenerse a partir de un conjunto concluyente de hipótesis, esto mostraba que también podría ser adaptada en una variedad de situaciones más amplia que las halladas en un modelo no cooperativo simple.

### **3. JUEGOS REPETIDOS**

En la teoría de juegos, se le conoce como un juego repetido a superjuego o juego iterado, este es un juego en forma extensiva y consiste en un número de repeticiones de un juego base, llamado un juego de etapa. El juego corrientemente es de 2 jugadores. Implica entonces la idea de que un jugador tiene que tomar en cuenta como impacta su acción en la actualidad sobre las futuras acciones de otros jugadores, lo que se le denomina su reputación. La

presencia de desiguales equilibrios se deberá a que la amenaza de venganzas, ya que se jugará el juego nuevamente con la misma persona. Se suele manifestar que todas las habilidades que tiene una rentabilidad mayor a la rentabilidad minmax podrían ser un equilibrio de Nash, que se refiere a un conjunto muy extenso de estrategias. Los juegos repetidos introducen una nueva serie de incentivos: la posibilidad de poder cooperar entre jugadores para recoger unos pagos continuamente, sabiendo que, si no conservamos nuestra parte del trato, nuestro contrincante puede decidir dejar de ser cooperativo. Nuestra amenaza de dejar de cooperar o nuestra oferta de cooperación tienen que ser creíble para lograr que nuestro oponente siga su parte del trato. Analizar si el acuerdo es creíble consiste simplemente en analizar que tiene un valor superior: la recompensa que ganamos si rompemos nuestro pacto en un momento dado, lo que conlleva una ganancia especial durante el turno en el que se rompe el acuerdo, o prolongar la cooperación con rentabilidades inferiores, pero que se dan durante todos los turnos. Por ello, cada jugador debe tomar en cuenta las posibles estrategias de castigo de su contrincante.

Esto representa que el universo de estrategias es mayor que en cualquier juego secuencial o simultáneo o de una sola jugada. Cada jugador puede determinar sus estrategias o movimientos tomando en cuenta todos los movimientos anteriores hasta ese momento. Además, dado que cada jugador tendrá en cuenta esta información, van a jugar el juego basándose en el comportamiento del oponente, y por lo tanto deben tener en cuenta también los posibles cambios en el comportamiento del oponente a la hora de tomar decisiones.

Un ejemplo de un juego repetido puede ser el de un individuo que come todos los días en el mismo restaurante y tiene dos elecciones dejar una propina, una es la generosa al dársela al camarero o no dejar una propina. Por otra parte el camarero tiene al mismo tiempo, dos estrategias, una es esforzarse por dar un buen servicio o no esforzarse en lo absoluto.

Esto es un juego repetido, ya que se afrontan cada día a esas posibles estrategias los dos jugadores, el equilibrio penderá de si se repite un número finito o infinito de veces. Además, los dos saben que el viernes es el último día en el que van a verse porque el camarero se va al día siguiente a otra cafetería.

El cliente no se verá incentivado para dejar una generosa propina, pues eso no ayudará al que reciba un mejor servicio ya que el camarero no lo atenderá los siguientes días.

Por su parte, el camarero tampoco tendrá especial interés en esforzarse ese día ya que el viernes sabe que no va a recibir una buena propina.

El cliente el jueves tampoco va a dejar una buena propina porque ya sabe que el camarero no piensa darle un buen servicio.

El camarero por su parte sabe que el jueves no va a recibir propina entonces tampoco se esforzará ese día lo que incitará a que el cliente tampoco le deje una excelente propina el miércoles y así continuamente. Como observamos cuando contamos con un horizonte finito y conocido podemos de esta manera analizar las estrategias que se van adoptando en el desarrollo del juego solucionándolo por inducción hacia atrás.

### 3.1. Juegos repetidos finitamente

Un juego repetido un número finito de veces es también un juego dinámico en el cual

un juego simultáneo (juego de etapa) se juega un número finito de veces y los resultados de cada una de las etapas son señalados antes de la siguiente.

- **Ejemplo:** Jugar el dilema del prisionero muchas veces. El juego de etapa es entonces el juego simultáneo del dilema del prisionero.

Consideremos un juego que sólo se juega una vez en el que existen posibilidades

de cooperación, pero no corresponden con una situación de equilibrio de Nash. Nos preguntamos si existe la posibilidad de mantener la cooperación como equilibrio cuando el juego se repite un número finito de veces. Como los jugadores conocen la durabilidad del juego, un razonamiento de inducción retroactiva nos conducirá a comprobar que no será posible conservar como equilibrio del juego repetido comportamientos desiguales a jugar periodo tras

periodo el comportamiento de equilibrio a muy corto plazo (el correspondiente al juego que sólo se juega una sola vez). Comencemos observando al último periodo. Como el juego culmina y no existe futuro, en el último periodo cada uno de los jugadores perseguirá su comportamiento óptimo a corto plazo (en el último periodo solamente queda por jugar el juego que sólo se juega una vez) y no cooperará con el rival. En el periodo anterior cada jugador tiene que tomar la decisión de cooperar o no, pronosticando que en el último periodo no van a cooperar, por lo que los jugadores continuaran también su comportamiento óptimo a corto plazo. Por ello se repetirá el Equilibrio de Nash a corto plazo tantas veces como se repita el juego. Cada una de los jugadores se comportará periodo tras periodo como lo realizaría a corto plazo. Por lo tanto, la cooperación entre los jugadores no se mantiene como equilibrio si el horizonte temporal corresponde a ser finito.

### **3.2. Juegos repetidos infinitamente**

Se juega un juego simultáneo o de etapa en los períodos 1, 2, 3,... sin final.

- En cada período se observan cada uno de los resultados de todas las etapas anteriores.
- Cada jugador descuenta sus pagos futuros utilizando un factor de descuento  $d$ ,  $0 < d < 1$ .
- La forma extensiva será infinita y no poseerá vértices finales, por lo que tenemos que examinar la definición de estrategia y la retribución de pagos.
- Una estrategia será una regla para relacionar acciones del juego estático a cada subjuego en cada etapa dependiendo de la historia que conduce a esa etapa y que establece el subjuego.

En lugar de determinar pagos a vértices finales, asignaremos un pago a cada posible forma de jugar como la suma restada de los pagos que se obtienen en cada una de las etapas. Cuando una situación es repetitiva en el tiempo, el comportamiento de las personas puede influenciar en las decisiones que tomen a futuro. Esto es necesariamente lo que ocurre cuando un juego se repite infinitas

etapas. Cuando un jugador contrasta distintos planes de comportamiento o conducta, debe comparar el valor actual descontado que obtendría con cada uno de ellos.

Es importante señalar como la cooperación surge de la repetición de los juegos infinitos. Si un juego se repite un número infinito de veces o al menos hay jugadores que no conocen lo que va a ocurrir en la siguiente ronda, nos encontraremos con varios equilibrios de Nash dónde siempre van a cooperar todos los jugadores. Esto se produce porque el conjunto de los jugadores tiene como objetivo común la cooperación ya que va a favorecer sus intereses individuales. Tomando el ejemplo del dilema del prisionero, si los jugadores optan por callarse y no delatar al resto de jugadores, estaremos ante una situación de total cooperación. Pero, en este caso no estaríamos ante un equilibrio de Nash, ya que si un jugador decide callarse, el otro va a optar por delatar al otro jugador porque obtiene un pago de 5, mientras que si decidiera callarse obtendría 4.

#### **4. APLICACIONES DEL DILEMA DEL PRISIONERO**

El análisis económico ha formalizado el problema entre los intereses individuales y el interés combinado en el dilema del prisionero. Dicho conflicto se encuentra presente en muchas situaciones de la vida diaria y es entonces objeto de estudio transdisciplinar. El dilema del prisionero se emplea, entre otros, en dos campos importantes de la microeconomía: la que refiere a la financiación de bienes públicos y la que trata de la gestión de recursos en común. En el primer caso, los individuos buscan beneficiarse de un servicio público evadiendo participar en su financiación y comisionando esta responsabilidad en los otros actores. A este comportamiento, paradigmático del fraude fiscal, se le reconoce como de “polizón” (Mancur Olson, 1965). En la segunda interpretación del dilema del prisionero, se hace la referencia explícita a la propensión de los individuos a sobreexplotar con finalidades personales los recursos comunes de la colectividad.

Una de las aplicaciones del dilema del prisionero es la gestión de los recursos naturales (bien común), es decir, el estudio de las situaciones en las que un cierto número de empresas quieren coordinarse a la hora de planificar su producción usando para ello los recursos y técnicas de producción que tienen en conjunto. En estos casos, si estos recursos no se utilizan adecuadamente, se puede llegar a su sobreexplotación. Además, la aplicación de la Teoría de Juegos a la gestión de recursos naturales es un tema recurrente en la literatura respectiva (*Dinar et al.* entre otros, 2012). Una dificultad de actualidad desde hace más de 20 años, que puede encuadrar dentro del tipo de problemas de la producción con un recurso común exterior, es el de las emisiones de dióxido de carbono. La Teoría de Juegos cooperativos es una herramienta muy eficaz en analizar de este tipo de situaciones.

#### **4.1. Justificación de la cooperación**

El conflicto, la cooperación y la competencia son el resultado de vivir en sociedad. Concebir que no operamos en el vacío, sino que estamos envueltos de personas, la cuales toman rápidamente decisiones que interactúan con las nuestras, esto influye en lo que pensamos, creamos y afecta en la calidad de vida de la comunidad (Dixit y Nalebuff, 2008). La rama de las ciencias sociales que aprende la toma de decisiones en contextos de interacción estratégica se llama Teoría de Juegos. Esta provee una estructura formal para sintetizar la manera como las personas toman las decisiones y trazan cursos de acción.

Pensar de forma estratégica implica colocar en el lugar de los demás y preguntarse: ¿Qué realizarán los otros y qué debería hacer yo ante una situación? En este marco de referencia, el Laboratorio de Economía Experimental del grupo EMAR ha diseñado los juegos de negociación como una actividad formativa, proponiendo una serie de retos interactivos multijugador. En esta medida, los juegos generan el ambiente propicio para entender el comportamiento previsto y observado de los individuos en situaciones bien delimitadas, así como establecer estrategias óptimas, fundamental en la formación de personas de alta calidad ética, política y profesional.

En una sala con computadores se recrean diversos dilemas sociales; situaciones problemáticas que buscan descollar los factores que afectan la decisión de cooperar o la posibilidad de lograr un acuerdo entre las partes. En todos los juegos se igualan las variables que interfieren en el nivel de bienestar social que puede alcanzarse y la manera en que este se distribuye entre los individuos de la sociedad. Por tanto, son una opción práctica e interactiva que propicia, mediante la experiencia, la construcción individual.

#### **4.2. Aranceles y cooperación**

La cooperación sí contiene una carga moral significativa, al corresponder con condiciones de empatía hacia los integrantes de los grupos sociales formados, con su base en la familia, identificándose en nociones como el compromiso y hasta en la ejecución de conductas irracionales con la finalidad de mantenerse integrado al grupo, es decir, una cesión de la voluntad para decidir al representante del grupo.

Entonces la cooperación corresponde en mayor medida con un carácter racional como parte del grupo social y puede llegar a redundar en la irracionalidad del individuo por su alta necesidad a evitar el rechazo y por ende, ser aceptado y reconocido socialmente, esto parece indicar que en el ser humano, en la lógica del conocimiento evolutivo, existe una cierta precondition a la búsqueda de la integración social. Así, la competencia y la cooperación forman parte de la vida cotidiana, no operando, en general, una sobre la otra porque continuamente se observan prácticas que corresponden a una u otra o condiciones combinadas –cooperamos en grupo con el fin de competir con otro grupo, estamos cooperando y compitiendo a la vez. Estos dos componentes, la cooperación y la competencia como factibles para la solución de un juego tipo dilema del prisionero, no permiten su selección mutua, situación que sí existe en el mundo real, dichas conductas son elegidas a la vez y esta selección diferenciada ocurre, en el dilema del prisionero, una vez realizada la primera elección racional en juegos no cooperativos, porque tan sólo se actúa buscando

la máxima utilidad y obteniendo de cierto una menor utilidad por parte de ambos jugadores: al seleccionar la estrategia no cooperar en estrategias puras. Esta solución parece ser la única alternativa. Tal y como se presenta el juego del dilema del prisionero no permite al mismo tiempo cooperar y competir. Sin embargo, si se hace una variación o planteamiento híbrido al juego tipo dilema del prisionero es posible encontrar un juego que en estrategias puras conduce a que los jugadores elijan las dos conductas, cooperar y no cooperar, con ciertos grados de probabilidad; a este juego le hemos llamado reflexivo.

Su construcción se sustenta en los argumentos expuestos para un juego tipo dilema del prisionero, con dos jugadores racionales, se les detiene mientras realizan un robo, pero no existen pruebas suficientes para retenerlos en la prisión por un periodo prolongado, entonces se les presentan dos escenarios: confiesan o no confiesan los detalles del robo. En este sentido, si ambos no confiesan o cooperan entre ellos serán sujetos a una utilidad de  $(3,3)$  es decir su pena sólo será administrativa, pero si alguno confiesa y el otro no, el que confesó sólo pagará por una falta administrativa y saldrá libre con una utilidad de  $(3)$  y el otro sufrirá la pena mayor posible con una utilidad de  $(-1)$  y si por alguna razón ambos deciden confesar existirá una pena menor a la máxima y mayor al pago de una falta administrativa  $(0,0)$ , en este caso la modificación es que la evidencia recabada por las autoridades no es suficiente para encarcelar a los dos jugadores y si alguno confiesa y el otro no, el confeso aun así incurre sólo en una faltad administrativa “como si” su colaboración implicara una reducción de pena. Este cambio marginal en las condiciones iniciales implica una transformación total en los resultados. Con el planteamiento anterior es posible estructurar un juego en forma estratégica, donde sus condiciones son: dos jugadores que son racionales A y B.

En relación con los aranceles, habría dos países que se enfrentan y cuentan con incentivos para hacer frente a las importaciones de algunos productos en el mercado estableciendo aranceles en aduanas. Para lograr un mayor consumo de la producción nacional dentro de cada país, es muy importante aplicar un tipo impositivo a las importaciones.

Se podría explicar esta circunstancia con el Dilema del Prisionero, ya que los dos países tienen la opción tanto de cooperar (situación de libre comercio) como de no cooperar (imposición de aranceles). Si se decantan por la opción de cooperar, los impuestos que cada país fije sobre las importaciones serán racionales, de manera que ningún país tiene, en principio, el objetivo de detener las importaciones del otro país. Este caso sería el de mayor interés para ambos porque será el que mayores beneficios genere. En el caso de que no quieran cooperar, fijarán tipos impositivos fuera del alcance del otro país, provocará el fin de las importaciones. Esta situación problemática hará que el gobierno se tenga que entrometer en dicha problemática, fomentando la cooperación (uno de los pilares básicos de todo gobierno), beneficiando así al comercio exterior.

#### **4.3. Contaminación y cooperación**

Mediante el “juego de la contaminación”, en el mundo de las empresas no reguladas, la empresa que propaga los beneficios preferirá contaminar a instalar equipos anticontaminantes. Resulta, además, que cualquier empresa especialmente sensibilizada por el medio ambiente que coloque los equipos necesarios para no contaminar tendría unos precios de producción más elevados, lo que le haría establecer unos precios mayores y perdería gran parte de la clientela y hasta puede quebrar. Las fuerzas de la competencia transportarán a todas las empresas a una situación que lograríamos caracterizar como de equilibrio de Nash, en el sentido de que ninguna de las empresas puede lograr más beneficios reduciendo la contaminación. Sin mediación por parte del Estado la solución es el equilibrio de Nash no cooperativo, en el que la contaminación es alta, pues ninguna de las empresas puede conseguir más beneficios reduciendo la contaminación. Se plantea una situación en la que el equilibrio no cooperativo o de Nash es socialmente ineficaz. Cuando se está ante equilibrios descentralizados que son ineficientes y socialmente no deseables, el Estado puede injerirse estableciendo una normativa sobre las industrias contaminantes o unas tasas sobre esas emisiones. Esta mediación tiene dos estrategias cooperar y no cooperar y de ellas se desglosan cuatro interacciones

con sus respectivos pagos:

- A Cooperar y B Cooperar (3,3)
- A Cooperar y B No Cooperar (-1,3)
- A No Cooperar y B Cooperar (3,-1)
- A No Cooperar y B No Cooperar (0,0)

Así, el juego se visualiza como sigue:

**Cuadro 4.3.1.** Juego de la contaminación

Jugador A	Jugador B		
		Cooperar	No cooperar
Cooperar		3, 3	0, 0
No cooperar		3, -1	-1, 3

Así, para la caracterización de la unicidad del equilibrio de Nash este debe establecer en estrategias mixtas, constituyendo para cada jugador la probabilidad de hacer uso de sus estrategias cooperar y no cooperar, es decir, qué tanto los jugadores como sujetos cooperan con sus congéneres y qué tanto compiten con ellos.

**Cuadro 4.3.2.** Juego de la contaminación en el equilibrio de Nash

Jugador A	Jugador B		
		Cooperar y	No cooperar 1-y
Cooperar x		3, 3	-1, 3
No cooperar 1-x		3, -1	0, 0

## 5. CONCLUSIONES

Lo que se ha pretendido en este trabajo es dar una visión general de La Teoría de Juegos para exponer, posteriormente, las diversas aplicaciones en forma cooperativa. En primer lugar, se realiza una breve presentación a la Teoría

de Juegos, así como una sinopsis de su historia. Se explica qué es un juego y sus elementos, también se conoce a fondo los tipos de juegos y las formas de representarlos de forma normal o extensiva. Por último, se trata de las aplicaciones de la Teoría de Juegos en la cooperación, acercando la Teoría de Juegos a la vida real, demostrando que se pueden aplicar los conceptos de esta ciencia en múltiples contextos. Se llega a la conclusión de que esta disciplina tiene muchas aplicaciones en la Economía y en otras ciencias, que tiene un gran desarrollo y utilidad en el presente y grandes aspiraciones de futuro. Lo aquí mostrado corresponde con las probabilidades de extensión de la razón desde cuestiones competitivas hasta cooperativas. Ello muestra que este campo aún no se ha agotado, de igual manera su aplicación ante la clarificación de la teoría, como su aplicación a un dilema de competencia y como si cooperaran entre tiendas departamentales permite visualizar un mayor espectro de solución de dilemas que ofrece la realidad en un esquema económico.

## 6. BIBLIOGRAFIA

Font Barrot, Alfred (2007): *Curso de negociación estratégica*. Editorial UOC.

Gibbons, Robert (1993): *Un primer curso de teoría de juegos*. Editorial Antoni Bosch.

Greco, Orlando (2006): *Diccionario de Economía*. Valletta Ediciones.

Guillén, Ruth: *Teoría de los juegos*. Universidad de los Andes.

Krugman, Paul (2008): *Wells, Robin y Olney, Martha L. Fundamentos de economía*. Editorial Reverté.

López Ortiz, Benjamín: *Teoría de los juegos, diapositiva 18*.

Nelson García, L. *El principio Minimax y el Principio Maximin en Juegos Estratégicos*.

Pérez, J., Jimeno, J.L. y Cerdá Emilio (2013): *Teoría de Juegos 2ª edición*. Grupo editorial Garceta.

Pindyck, Robert S., Rubinfeld, Daniel L. (2009): *Microeconomía 7ª Ed, Pearson Educación*. S.A., Madrid.

Samuelson, Paul A. (2006): *Microeconomía, 18ª Ed, McGraw-Hill/Interamericana de España*. S.A.U, Madrid.

Vela Meléndez, Lindon: *Teoría de los Juegos y Modelos de Oligopolio*.

Revista Espacios (2017): *Aplicaciones de la Teoría de Juegos en el proceso de Dirección y Administración Estratégica de Empresas: Marketing e Investigación y Desarrollo*.

Möbius, M. M. (2007). *Lecture XIII: Repeated Games. Harvard University.*

Möbius, M. M. (2007). *Lecture XIV: Applications of Repeated Games. Harvard University.*