Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en ADE

Valoración financiera de préstamos con fraccionamiento en el pago de los intereses

Presentado por:

Mario González Carbonero

Tutelado por:

Lourdes Gómez Del Valle

Valladolid, 17 de noviembre de 2022

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado analizamos una variante de los sistemas de amortización de préstamos, conocida como el fraccionamiento en el pago de los intereses.

En primer lugar, definimos qué es un préstamo, su cuadro de amortización y las magnitudes que lo componen. A continuación, describimos los sistemas de amortización más conocidos: el método francés y el método uniforme o de cuotas constantes; e incluimos en ellos el fraccionamiento en el pago de los intereses. Finalmente, mediante una aplicación práctica, comparamos ambos métodos de amortización con y sin fraccionamiento de intereses.

Palabras clave: Préstamo, Método francés, Método uniforme, Fraccionamiento de los intereses.

Códigos de la Clasificación JEL: E43, G12, G21.

ABSTRACT

The purpose of this final project is to analyze a variant of some loan repayment systems, known as fractionation in the payment of interests.

First of all, with the aim of developing this variant, we define what a loan is, its amortization schedule and its characteristics. We also describe some of very well-know amorzitation methods such as the French system and the Uniform system, and we analyze the effect of the fractionation of the interests on them. Finally, through a practical application, we compare both amortization methods taken into account the fractionation of the interests.

Key words: Loan, French system, Uniform method, Fractionation payment of the interests.

Classification codes JEL: E43, G12, G21.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE FIGURAS

1. INTRODUCCIÓN

En el momento actual relacionamos los préstamos con una operación financiera vinculada con el dinero, pero la aparición de este tipo de operaciones surgió en una época en la que la única forma de pago era el trueque.

Según afirma Préstamos Ideales (2022), los primeros registros de los que se tiene constancia son de aproximadamente hace tres mil años. En la civilización mesopotámica, este tipo de contratos se realizaban entre amigos y familiares, los cuales se concretaban de una manera informal. Para poder encontrar contratos más formales nos tenemos que situar en los mercados de la época mesopotámica, en estas transacciones ya aparecen los intereses.

Posteriormente este sistema lo integraron los griegos y los romanos, los cuales lo adaptaron a su forma de vida. Los préstamos generados solían ser rápidos ya que se trataban de pagos puntuales.

Con la llegada de la Edad Media, según afirma Ramos (2018), se produjo la caída de ambos imperios y, por consiguiente, la utilización de los prestamos fue casi inexistente por culpa del pensamiento cristiano sobre la forma de crear riqueza. En consecuencia, el sector de los préstamos recayó sobre los judíos, los cuales consiguieron realizar grandes operaciones de préstamo como las de financiar reinos enteros.

Con el avance del tiempo el mundo iba evolucionando, la economía se volvía más fuerte lo que iba de la mano de un incremento de la solicitud de los préstamos y de la cuantía que estos incluían, ya no financiaban solo operaciones en los mercados, sino que guerras enteras e incluso los viajes de Colón y de los demás descubridores.

A partir del siglo XVIII con la creación de los primeros bancos los préstamos comenzaron a ser más accesibles. Hasta la actualidad, en la que pedir un préstamo es factible para un gran porcentaje de la población.

El objetivo de este trabajo es definir en qué consiste el fraccionamiento de las cuotas de interés de un préstamo y analizar el efecto que tiene sobre los dos sistemas de amortización más conocidos: el método francés y el método uniforme o de cuotas constantes.

La metodología utilizada para la realización del trabajo se ha basado en la búsqueda de información bibliográfica y en internet. Para la elaboración de los cuadros de amortización y los gráficos mostrados en la aplicación numérica hemos utilizado el programa Microsoft Excel.

Este trabajo lo organizamos de la siguiente forma. En el Capítulo 2 definimos qué es un préstamo, su cuadro de amortización y las magnitudes que lo componen. En el Capítulo 3 explicamos los dos métodos de amortización más utilizados: el sistema francés y el uniforme o de cuotas constantes. En el Capítulo 4 describimos cómo afecta el fraccionamiento de intereses a estos dos métodos de amortización. En el Capítulo 5 realizamos una aplicación numérica para mostrar dicho efecto y, finalmente, en el Capítulo 6 resumimos las conclusiones obtenidas.

2. LOS PRÉSTAMOS

En este capítulo definimos, qué son los préstamos, las magnitudes que intervienen en su valoración y mostramos en qué consisten los cuadros de amortización, así como su utilidad tanto para prestamistas como prestatarios.

Una posible definición de préstamo viene dada por De Pablo (2002): “Los préstamos consisten en un intercambio dinerario entre dos partes. Una de las partes se denomina prestamista (normalmente esta parte es una entidad financiera), la cual entrega un capital a la otra parte. Al otro involucrado, se le denomina prestatario y se compromete a devolver el dinero al prestamista con unos incentivos denominados intereses”.

Desde el punto de vista del prestatario esta operación es de financiación, debido a que el prestatario percibe un capital para su posterior devolución. Sin embargo, para el prestamista es de inversión, ya que al comienzo entrega un capital y en momentos posteriores recibe el capital prestado junto con los intereses.

Los préstamos normalmente están formados por una prestación única y una contraprestación múltiple, es decir, la entrega suele estar compuesta por un único capital y la devolución del capital financieramente equivalente se suele realizar en más de un pago a lo largo del tiempo.

Estas operaciones están definidas en el Código Civil pero las pautas que tienen que aparecer en dichos contratos están recogidas en la Ley 16/2011, de 24 junio, de contratos de créditos al consumo.

Entre los contratos de préstamo podemos encontrar diferencias entre unos y otros, pero todos ellos tienen una serie de elementos en común, los cuales no pueden faltar en ningún tipo de contrato. Según el BBVA (2022): “Si bien un contrato de préstamo puede variar, en sus términos, con respecto a otros, existen una serie de elementos que son comunes a todos:

- Tipología de préstamo: indican la clase de este, ya sea rápido, personal o hipotecario.
- Importe: cantidad que se recibe y que se debe reembolsar (junto a los intereses).
- Plazo de vencimiento: periodo de tiempo que se tiene para devolver el importe (y los intereses).
- Intereses: precio que se paga por el préstamo del dinero.
- Amortización del capital: condiciones en las que el prestatario puede devolver parcial o totalmente el dinero prestado.
- Comisiones: cantidad a abonar por las operaciones que deriven del préstamo.
- Condiciones de finalización del contrato en caso de incumplimiento de las obligaciones del mismo.

Además, el contrato de préstamo debe incluir, inicialmente, tanto al prestamista (entidad bancaria) como al prestatario (solicitante del préstamo), así como la forma en la que se hará entrega del dinero u objeto, junto a las garantías adicionales.”

2.1 Magnitudes

Las magnitudes necesarias para valorar las operaciones de préstamo, véase De Pablo (2002), que manejaremos a lo largo de este trabajo son las siguientes:

- C_o: capital prestado al inicio de la operación.

- n: número de periodos del préstamo.
- m: número de pagos al año.
- j_m: tipo de interés nominal anual capitalizable m veces al año. Es el tipo de interés necesario para valorar la operación y el que tienen obligación de publicar las entidades financieras.
- i^m: tipo de interés efectivo capitalizable m veces al año. Este tipo de interés permite calcular todas las magnitudes de un préstamo y se puede obtener a partir de la siguiente expresión:

$$j_m = i^m m. \quad (2.1)$$

- i: tipo de interés anual efectivo. Este tipo de interés se relaciona con el tipo de interés efectivo capitalizable m veces al año mediante la siguiente relación de tantos equivalentes:

$$(1 + i) = (1 + i^m)^m. \quad (2.2)$$

- I_t: cuota de interés en el instante t. Se trata de la cuantía que se abona al prestamista en concepto de intereses.

  Los intereses son el coste para el prestatario y la rentabilidad para el prestamista, siendo esta la compensación obtenida por prestar el dinero. La cuantía de esta cuota no solo dependerá de la cuantía del capital prestado sino también del nivel de riesgo. Las variables que pueden hacer aumentar este nivel de riesgo y, en consecuencia, incrementar la cuota de interés son la posibilidad de que el préstamo no pudiera ser devuelto en su totalidad, o la imposibilidad de pagar la cuota entera de interés. Es decir, los factores son: el capital, el tipo de interés y el tiempo.

  Los intereses se pueden calcular utilizando la ley de capitalización simple o la ley de capitalización compuesta. Si bien la ley de capitalización simple se utiliza para operaciones a corto plazo, la ley de capitalización compuesta se utiliza para operaciones a largo plazo, véase Bonilla (2011).

  A lo largo de este trabajo utilizaremos siempre la ley de capitalización compuesta, dado que la mayoría de los préstamos son a largo plazo. Además, definiremos todas las magnitudes y sistemas de amortización considerando un único pago inicial y diferentes cuotas posteriores anuales. Por tanto, utilizaremos, de forma general, el tipo de interés anual efectivo.

- A_t: cuota de amortización en el instante *t*. La finalidad de esta cuota es devolver el capital prestado en cada periodo.
- a_t: término amortizativo. Se trata de la cuantía total que paga el prestatario en cada periodo *t.* Está formada por la cuota de amortización y la de interés de cada periodo:

$$a_t = A_t + I_t. \quad (2.3)$$

En la Figura 2.1 mostramos un esquema del momento de pago de la prestación (C_0) y de las contraprestaciones (a_t, *t = 1, …, n*).

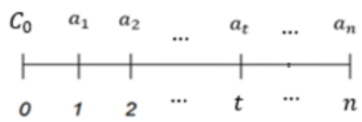

Figura 2.1. Esquema gráfico de un préstamo. Fuente: elaboración propia.

Así, la ecuación de equivalencia financiera general de un préstamo como el mostrado en la Figura 2.1 es la siguiente:

$$C_0 = \sum_{t=1}^{n} a_t \, (1+i)^{-t}. \quad (2.4)$$

- E_t: capital total amortizado en el periodo *t*. Está formado por la suma de las cuotas de amortización satisfechas hasta dicho periodo.

$$E_t = \sum_{h=1}^{t} A_h. \qquad (2.5)$$

Al vencimiento de la operación, el capital total amortizado tiene que ser igual al capital prestado al inicio de la operación.

$$E_n = \sum_{h=1}^{n} A_h = C_0. \quad (2.6)$$

- C_t: capital pendiente de amortizar al final del periodo *t*. Se trata de la deuda pendiente al final de cada instante de pago de los términos amortizativos del préstamo ($0 < t < n$):

$$C_t = \sum_{h=t+1}^{n} A_h, \quad (2.7)$$

El capital pendiente de amortizar también se puede calcular a partir del término amortizativo mediante los siguientes tres métodos:

- Método prospectivo. Consiste en actualizar al momento actual *t* todos los compromisos pendientes futuros:

$$C_t = \sum_{h=t+1}^{n} a_h (1+i)^{-h}.$$

- Método retrospectivo. Es el valor en *t* de la diferencia entre los compromisos pasados de ambas partes:

$$C_t = C_0(1+i)^t - \sum_{h=1}^{t} a_h \,(1+i)^h.$$

- Método recurrente. El capital pendiente de amortizar en *t* se obtiene a partir del capital pendiente de amortizar en el periodo anterior *t-1* y descontando la cuota pagada en el momento de cálculo *t*:

$$C_t = C_{t-1}(1+i) - a_t.$$

Por medio del capital pendiente de amortizar obtenemos también las cuotas de interés de cada periodo,

$$I_t = C_{t-1}\, i. \quad (2.8)$$

Al final de cada periodo *t*, tras el vencimiento de los términos amortizativos, se verifica que la suma del capital pendiente de amortizar más el capital total amortizado coincide con el capital prestado al comienzo de la operación:

$$C = E_t + C_t. \quad (2.9)$$

2.2 El cuadro de amortización

El cuadro de amortización es una tabla en la cual podemos observar, en cualquier momento, la evolución temporal del valor de las principales magnitudes de un préstamo.

Este cuadro, que se muestra en la Tabla 2.1, permite tanto al prestatario como al prestamista tener un conocimiento completo sobre la evolución del préstamo, puesto que permite observar en las fechas que deben realizar los pagos: su cuantía, la evolución del capital amortizado, la cuantía del capital pendiente y los intereses totales a lo largo de la vida del préstamo.

	a_t	A_t	I_t	E_t	C_t
0					C_0
1	a_1	A_1	$I_1 = C_0\, i$	$E_1 = A_1$	$C_1 = C_0 - A_1$
2	a_2	A_2	$I_2 = C_1 i$	$E_2 = \sum_{h=1}^{2} A_h$	$C_2 = C_0 - E_2$
…	…	…	…	…	…
n	a_n	A_n	$I_n = C_{n-1} i$	C_0	0

Tabla 2.1. Modelo de un cuadro de amortización de un préstamo. Fuente: elaboración propia.

Este cuadro es una información de suma importancia que el prestamista proporciona al prestatario de una manera sencilla y fácil de entender.

3. MÉTODOS O SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE LOS PRÉSTAMOS

En este capítulo definimos qué son los métodos o sistemas de amortización de un préstamo, cuál es su función y desarrollamos los dos métodos más utilizados y estudiados en la literatura financiera: el método francés y el método uniforme o de cuotas constantes.

Los métodos o sistemas de amortización son las diferentes formas en las que el prestatario puede devolver el capital al prestamista. La forma de devolución del capital prestado y la cuota de interés se van a ver influenciadas por el método escogido. Por tanto, el prestamista debe facilitar al prestatario el cuadro de amortización donde se detallen todas las magnitudes.

En cualquier caso, las contraprestaciones siempre tienen que ser financieramente equivalentes a la prestación y verificar la ecuación de equilibrio financiero (2.4).

A continuación, y basándonos en De Pablo (2002) y Navarro (2019), mostramos en qué consiste cada uno de los dos métodos de amortización considerados y cómo calcular las magnitudes que formarán parte del cuadro de amortización con cada uno de ellos.

3.1. El método de amortización francés

Este método de amortización se caracteriza porque los términos amortizativos son constantes a lo largo de toda la vida del préstamo. Con el pago de estas cuotas satisfacemos de manera simultánea la cuota de interés y la cuota de amortización, que son variables.

En la Figura 3.1 mostramos un esquema temporal de los términos amortizativos que debe satisfacer el prestatario al prestamista durante toda la vida del préstamo.

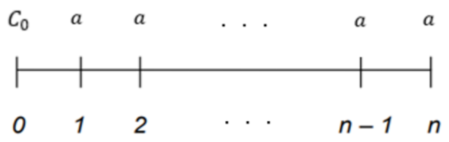

Figura 3.1. Esquema temporal de la prestación y contraprestación de un préstamo que se amortiza con el sistema francés. Fuente: elaboración propia.

La ecuación de equilibrio financiero de esta operación la obtenemos igualando el valor actual de la prestación y las contraprestaciones en el origen de la operación. A partir de la información de la Figura 3.1. y (2.4):

$$C_0 = a \, a_{\overline{n|}i}. \quad (3.1)$$

Como el capital prestado, la duración y el tipo de interés son conocidos al comienzo de la operación, podemos obtener el termino amortizativo a partir de (3.1):

$$a = \frac{C_0}{\mathrm{a}_{\overline{n|}\, i}},$$

donde *n* e *i* deben medirse en unidades homogéneas, debido a que ambos están relacionados con la periodicidad con la que se pagan los términos amortizativos.

Al realizar estos pagos periódicamente, el capital pendiente de amortizar disminuye a lo largo del tiempo, ya que como mostramos en (2.3) parte del término amortizativo está destinado a amortizar el capital y la otra parte al pago de los intereses.

El capital pendiente de amortizar se puede obtener, como vimos de forma general en el Capítulo 2, a partir de los términos amortizativos de tres formas:

- Método prospectivo. El capital pendiente de amortizar es el valor actual en *t* de todos los términos amortizativos constantes pendientes de pago:

$$C_t = a\ \mathrm{a}_{\overline{n-t|}\, i}. \quad (3.2)$$

- Método retrospectivo. El capital pendiente de amortizar es la diferencia entre el capital entregado por el prestamista y los pagos de los *t* primeros términos amortizativos satisfechos, valorados en *t*:

$$C_t = C_0\ (1+i)^t - a\ S_{\overline{t|}\, i}. \quad (3.3)$$

- Método recurrente. El capital pendiente de amortizar en el perido anterior *t-1* se valora en *t* y se le resta el término amortizativo constante abonado en *t:*

$$C_t = C_{t-1}\ (1+i) - a. \quad (3.4)$$

  A partir del capital pendiente de amortizar utilizando el método recurrente podemos obtener diferentes relaciones.

Si en (3.4) despejamos el término amortizativo y sustituimos (2.3), obtenemos que el término amortizativo se descompone en la suma de la cuota de capital y de interés para cada periodo *t*:

$$a = C_{t-1}\ i + (C_{t-1} - C_t) = I_t + A_t.$$

Una relación fundamental que caracteriza al sistema francés la obtenemos al restar el capital pendiente de amortizar, utilizando el método recurrente, en dos periodos consecutivos, *t* y *t+1*:

$$C_t = C_{t-1}\,(1+i) - a,$$

$$C_{t+1} = C_t\,(1+i) - a.$$

La resta de ambas expresiones y la agrupación de los términos proporciona la siguiente expresión:

$$C_t - C_{t+1} = C_{t-1}(1+i) - C_t\,(1+i) = (C_{t-1} - C_t)(1+i). \quad (3.5)$$

Al realizar la resta de los capitales pendientes de amortizar en dos periodos consecutivos obtenemos la cuota de amortización del último periodo considerado. Por lo tanto, sustituyéndola en (3.5):

$$A_{t+1} = A_t(1+i).$$

Si aplicamos esta relación de manera recurrente obtenemos

$$A_2 = A_1(1+i),$$

$$A_3 = A_2(1+i) = A_1(1+i)^2,$$

$$\ldots$$

$$A_{t+1} = A_1(1+i)^t. \quad (3.6)$$

Es decir, las cuotas de amortización con el método francés siguen una progresión geométrica de razón el factor de capitalización $u = (1+i)$.

Aunque los términos amortizativos se mantengan constantes a lo largo de la vida del préstamo, no quiere decir que las cuotas de interés y de amortización se mantengan también constantes. De hecho, en (3.6) hemos mostrado que las cuotas de amortización crecen en progresión geométrica de razón $u = (1+i)$. Por otro lado, la cuota de interés disminuirá a lo largo del tiempo ya que esta se obtiene a partir del capital pendiente de amortizar, véase (2.8), y este último disminuye con el tiempo.

El capital total amortizado al final del periodo t, es la suma de todas las cuotas de amortización satisfechas. Por tanto, si sustituimos (3.6) en (2.5), la expresión resultante para el capital total amortizado al final del periodo t, a partir de la primera cuota de cancelación, es la siguiente:

$$E_t = \sum_{h=1}^{t} A_h = \sum_{h=1}^{t} A_1(1+i)^{h-1} = A_1\, S_{\overline{t|}i}. \quad (3.7)$$

De la misma forma, si sustituimos (3.6) en (2.6):

$$C = E_n = \sum_{h=1}^{n} A_1(1+i)^{h-1} = A_1\, S_{\overline{n|}\, i}.$$

Esta última expresión, nos permite obtener la primera cuota de amortización a partir del capital prestado,

$$A_1 = \frac{C}{S_{\overline{n|}\, i}}\,. \quad (3.8)$$

Finalmente, el cálculo de la cuota de interés se realiza a partir de (2.8) y el capital pendiente de amortizar obtenido por cualquiera de los tres métodos anteriores, (3.2), (3,3) o (3.4).

3.2. Método uniforme o de cuotas constantes

Los préstamos que se amortizan con este método se caracterizan porque las cuotas de amortización son constantes. Por tanto, a partir de (2.6) obtenemos su valor a partir del capital prestado al comienzo de la operación:

$$A = \frac{C_0}{n}. \quad (3.9)$$

El capital total amortizado al final de un periodo *t* es la suma de las cuotas de amortización satisfechas hasta dicho periodo, por ello, considerando las cuotas de amortización constantes ($A_h = A$) en (2.5):

$$E_t = \sum_{h=1}^{t} A_h = t\,A. \quad (3.10)$$

De forma análoga calculamos, el capital pendiente de amortizar al final del periodo *t* se calcula también como la suma de las cuotas de amortización pendientes, véase (2.7), y considerando que el término amortizativo es constante:

$$C_t = \sum_{h=t+1}^{n} A_h = (n-t)\,A. \quad (3.11)$$

La cuota de interés al final de cada periodo se obtiene a partir del capital pendiente de amortizar. Así sustituyendo (3.11) en (2.8)

$$I_{t+1} = (n-t)\,A\,i. \quad (3.12)$$

Por tanto, las cuotas de interés serán decrecientes a lo largo del tiempo, ya que el capital pendiente de amortizar va siendo menor a medida que se abonan la cuota de amortización.

Los términos amortizativos se obtienen, como la suma de la cuota de amortización y la cuota de interés, véase (2.3). En consecuencia, como en este sistema de amortización las cuotas de amortización son constantes y la cuota de interés se reduce con el tiempo, los términos amortizativos disminuirán a lo largo del tiempo.

4. EL FRACCIONAMIENTO EN EL PAGO DE LOS INTERESES

En este capítulo mostramos en qué consiste el fraccionamiento en el pago de los intereses de una operación de préstamo y como puede aplicarse cuando el sistema de amortización utilizado es el método francés o el método uniforme.

El fraccionamiento en el pago de los intereses, tal y como detalla Navarro (2019), consiste en repartir el importe de la cuota de interés de cada periodo en varios pagos parciales distribuidos uniformemente a lo largo de este y que no coinciden con el momento de pago de las cuotas de amortización.

Para ello realizamos una partición de cada uno de los intervalos de pago de la cuota de amortización $[t_{r-1}, t_r]$ en m subintervalos consecutivos:

$$t_{r-1} = t_{r-1,0} < t_{r-1,1} < \dots < t_{r-1,m} = t_r .$$

El término amortizativo (a_r, t_r) se sustituye por m nuevos términos amortizativos:

$$(a_{r,1}, t_{r-1,1}), (a_{r,2}, t_{r-1,2}), \dots, (a_{r,m}, t_{r-1,m}),$$

que vencen al final de cada uno de los subintervalos establecidos para el periodo r, véase Figura 4.1.

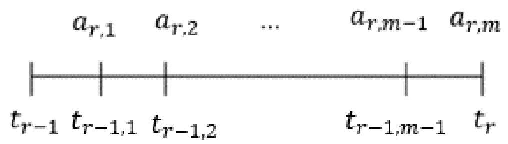

Figura 4.1. Esquema temporal del pago de los términos amortizativos en los subintervalos contenidos en el periodo [t_{r-1}, t_r]. Fuente: elaboración propia.

La composición y cuantía de los términos amortizativos de cada subperiodo serán diferentes dependiendo de si coinciden con el final de cada periodo de pago establecido.

Así, el término amortizativo de cada subperiodo $h = 1, \dots, m-1$ solo incluirá la cuota de interés:

$$I_{r,h} = C_{r-1} i_m, \quad (4.1)$$

y, en consecuencia,

$$a_{r,h} = I_{r,h}, \quad (4.2)$$

donde i_m es el tipo de interés efectivo capitalizable *m* veces al año, véase Navarro (2019) y Blog Udima (2022) para más información.

El término amortizativo al final de cada periodo, $t_r = t_{r,m}$, incluirá los intereses del subperiodo *m*-ésimo y la cuota de amortización del periodo *r*:

$$a_{r,m} = I_{r,m} + A_r = C_{r-1} i_m + A_r. \quad (4.3)$$

Por ejemplo, si los intervalos de la operación original son anuales la operación se valora utilizando el tipo de interés anual efectivo y las cuotas de interés de cada subperiodo *m*-ésimo se obtienen utilizando el tipo de interés equivalente capitalizable *m* veces al año obtenido a partir de (2.2):

$$i_m = (1+i)^{-m} - 1.$$

El cálculo de las cuotas de amortización, A_r, se realiza a partir de la ecuación de equilibrio financiero (2.4) sin tener en cuenta dicho fraccionamiento:

$$C_0 = \sum_{t=1}^{n} (C_{t-1} i + A_t)(1+i)^{-t}.$$

Con esta variante, el prestatario tendrá una mayor presión económica a lo largo de la vida del préstamo ya que debe abonar los intereses con mayor antelación. En consecuencia, necesitará tener una mayor solvencia económica desde el inicio del periodo para poder pagar dichos intereses.

4.1. Método francés con fraccionamiento de intereses

Cuando un préstamo se amortiza con el sistema francés e incluye el fraccionamiento de los intereses, el cálculo de las magnitudes del cuadro de amortización presenta ciertas diferencias respecto a lo explicado en la Sección 3.1.

Los pasos a seguir para la obtención de dicho cuadro son los siguientes. En primer lugar, obtenemos la primera cuota de amortización a partir de (3.8) y posteriormente, las restantes, utilizando (3.6). Para el cálculo del capital total amortizado y el capital pendiente de amortizar utilizamos (3.7) y la relación entre ambas magnitudes (2.9).

Por tanto, todos los elementos del cuadro de amortización se calculan igual que en la Sección 3.1 excepto la cuota de interés y el término amortizativo, véase Córdoba (2012).

Para el cálculo de la cuota de interés de cada subperiodo se tiene en cuenta el capital pendiente de amortizar al final del periodo anterior y el tipo de interés efectivo capitalizable m veces al año de dicho subperiodo, véase (4.1).

Como consecuencia del fraccionamiento de los intereses, existirán dos tipos de términos amortizativos. Al final de cada periodo, el término amortizativo incluye la cuota de amortización de todo el periodo, pero los intereses de solo el último subperiodo, véase (4.3). Sin embargo, el término amortizativo a pagar en los diferentes subperiodos solo incluirá la cuota de interés referente a cada subperiodo, véase (4.2).

En consecuencia, los términos amortizativos ya no serán constantes, sino que variarán en función del periodo y subperiodo considerado.

4.2. Método uniforme o de cuotas constantes con fraccionamiento de intereses

Para la amortización de un préstamo con el sistema uniforme y con fraccionamiento de los intereses, se procede de forma análoga a lo expuesto en la Sección 4.1. para el sistema de amortización francés.

En primer lugar, obtenemos las cuotas de amortización, el capital pendiente de amortizar y el capital total amortizado en cada periodo sin tener en cuenta el fraccionamiento de los intereses, véase la Sección 3.2.

Posteriormente, calculamos la cuota de interés para cada subperiodo sustituyendo (3.11) en (4.3):

$$I_{r,h} = (n - r - 1)A\, i^m, \quad h = 1, 2, \dots, m - 1.\ r = 1, \dots, n. \quad (4.4)$$

Finalmente, obtenemos los términos amortizativos diferenciando los que se ubican al final del periodo que incluye cuota de amortización y de interés.

$$a_{r,m} = I_{r,h} + A = (n - r - 1)Ai^m + A, \quad r = 1, \dots, n, \quad (4.5)$$

y aquellos que se abonan en los subperiodos en los que no hay pago de cuota de amortización y que solo incluyen cuota de interés:

$$a_{r,h} = I_{r,h} = (n - r - 1)\, Ai^m, \quad h = 1, \dots, m - 1.\ r = 1, \dots, n. \quad (4.6)$$

5. APLICACIÓN NUMÉRICA

En este capítulo realizamos un análisis del efecto que tiene el fraccionamiento de los intereses sobre las magnitudes del cuadro de amortización de un préstamo cuando se utilizan dos de los métodos de amortización más habituales: el sistema francés y el uniforme. Para el desarrollo de esta aplicación numérica hemos utilizado como objeto de estudio: Valls (2009) y Bonilla (2011).

Para este objetivo, y sin pérdida de generalidad, suponemos que se presta un capital de 100.000 euros a devolver dentro de 5 años. El tipo de interés nominal para su valoración es del 5% y se amortiza mediante pagos semestrales. Esta información la resumimos en la Tabla 5.1.

5.1 Comparación del método francés sin fraccionamiento y con fraccionamiento de intereses

En primer lugar, suponemos que el préstamo mostrado en la Tabla 5.1 se amortiza con el sistema francés y posteriormente introducimos el fraccionamiento de los intereses.

C_0	100.000 €
n	5
m	2
j_m	5%

Tabla 5.1. Características de un préstamo tipo. Fuente: elaboración propia.

Para calcular el cuadro de amortización utilizando el sistema de amortización francés usamos el programa Microsoft Excel ya que contiene todas las funciones necesarias para el cálculo de las magnitudes que lo componen, véase Caballero (2006) y Pérez (2007).

Para obtener los términos amortizativos utilizamos la función PAGO que contiene los siguientes argumentos:

- *Tasa*: es el tipo de interés efectivo de la operación. Para el préstamo tipo recogido en la Tabla 5.1 lo obtenemos utilizando (2.1):

$$i^2 = \frac{j_2}{2} = 2{,}5\%.$$

- *Nper*: es el número total de cuotas para su cancelación. En nuestro caso, véase Tabla 5.1, consiste en dos pagos anuales durante un periodo de cinco años, es decir un total de 10 cuotas.
- *Va*: es el capital prestado al comienzo de la operación, es decir, 100.000 €, tal y como se recoge en la Tabla 5.1.

Esta función tiene dos argumentos adicionales (*Vf* y *Tipo*) que son optativos y dejamos en blanco, ya que no son necesarios para el cálculo del término constante amortizativo, véase Caballero (2006) y Pérez (2007) para más información.

A continuación, calculamos la cuota de interés mediante la función PAGOINT. Esta función tiene un argumento más que la función PAGO que es *periodo* y se refiere al número de cuota que se quiere calcular. Por tanto, añadiremos un 1 para la primera, un 2 para la segunda y así sucesivamente, véase Caballero (2006) y Pérez (2007).

La función PAGOPRIN proporciona la cuota de amortización en cada periodo. Esta función tiene los mismos argumentos que PAGOINT que hemos utilizado anteriormente para la cuota de interés.

El capital total amortizado y el capital pendiente de amortizar también tiene funciones específicas para su cálculo en Excel, pero las obtenemos utilizando las cuotas de amortización previamente obtenidas junto con (2.5) y (2.7). En el Anexo, más concretamente en la Tabla A1, mostramos el cuadro de amortización obtenido de esta forma.

En cuanto a la introducción del fraccionamiento de intereses en este préstamo amortizado con el sistema francés, las únicas magnitudes que sufren variación son la cuota de interés y el término amortizativo. Por tanto, utilizamos la cuota de amortización, el capital total amortizado y el capital pendiente de amortizar en cada periodo obtenidos con el sistema de amortización francés y mostrados en la Tabla A1 del Anexo.

Para calcular las cuotas de interés en cada subperiodo, en primer lugar, obtenemos el tipo de interés efectivo trimestral equivalente a partir de (2.2):

$$i^4 = (1 + i^2)^{1/2} = (1 + 2{,}5\%)^{1/2} - 1 = 1{,}2422\%.$$

Así las cuotas de interés en cada subperiodo se obtienen como el capital pendiente de amortizar en el periodo anterior por el tipo de interés efectivo trimestral, véase (4.1).

El cálculo de los términos amortizativos dependerá del periodo en el que nos situemos. Si en dicho subperiodo existe pago de cuota de amortización utilizamos (4.3), en caso contrario, únicamente incluimos la cuota de interés, véase (4.2).

En la Tabla A2 del Anexo mostramos el cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 cuando consideramos el sistema francés con fraccionamiento trimestral de los intereses para su amortización.

En la Figura 5.1 mostramos cómo se comportan las cuotas de interés cuando amortizamos el préstamo de la Tabla 5.1 con el sistema francés y cuando consideramos, adicionalmente, un fraccionamiento trimestral de los intereses.

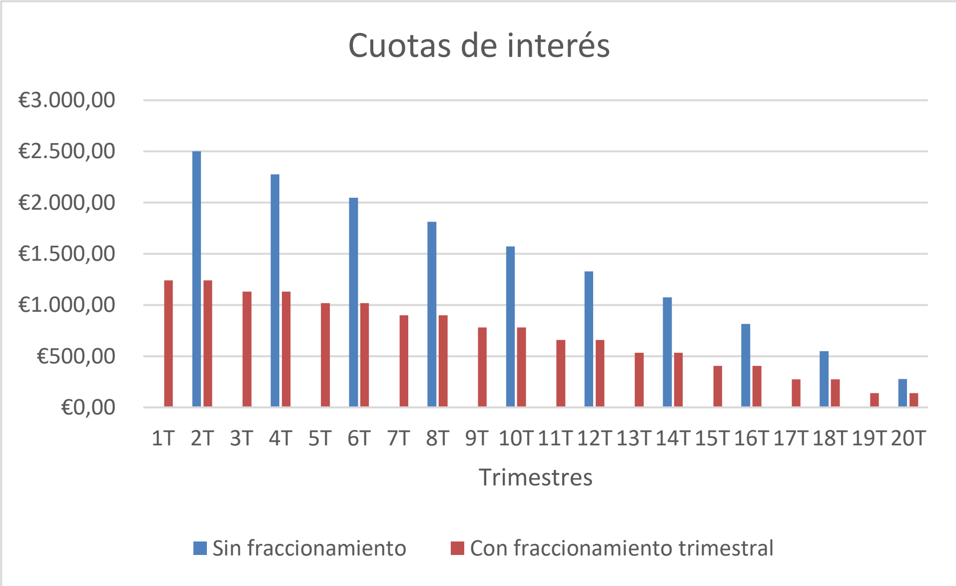

Figura 5.1. Cuotas de interés del préstamo de la Tabla 5.1 cuando se amortiza con el método francés con y sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

En esta figura observamos que, con ambas modalidades, las cuotas de interés tienen una tendencia descendente a lo largo de la vida del préstamo.

Si sumamos la totalidad de las cuotas de interés con ambas modalidades, observamos que hay una pequeña diferencia entre los intereses sin fraccionamiento (14.258,76 €) y los intereses con fraccionamiento (14.170,74 €), véase Tabla A1 y Tabla A2. Es decir, cuando existe fraccionamiento de intereses se paga una cuantía total menor de intereses, pero en periodos anteriores.

En la Figura 5.2, mostramos los términos amortizativos cuando el préstamo de la Tabla 5.1 se amortiza con el sistema francés con y sin fraccionamiento de los intereses.

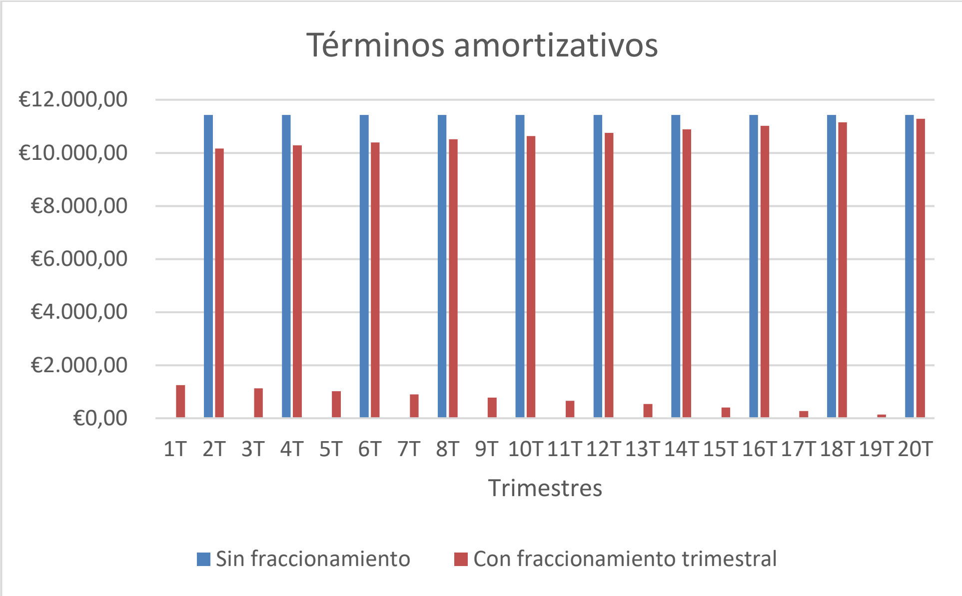

Figura 5.2. Términos amortizativos del préstamo de la Tabla 5.1 cuando se amortiza con el método francés con y sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

Como podemos observar en esta figura, el termino amortizativo con el sistema francés sin fraccionamiento de intereses se mantiene constante, lo cual es su característica principal. Sin embargo, cuando existe fraccionamiento de los intereses observamos dos tendencias diferentes en los términos amortizativos, dependiendo del subperiodo en el que nos situemos. En los subperiodos que solo se pagan intereses siguen una tendencia descendiente, pero en los subperiodos en los que los términos amortizativos incluyen cuota de capital y de interés tienen una tendencia ascendente. Incluso los últimos términos amortizativos, que incluyen, la cuota de capital, son muy semejantes debido a que la cuota de interés es muy pequeña.

En cuanto al resto de magnitudes del cuadro de amortización, no las representamos gráficamente ya que no se ven afectadas por el fraccionamiento de los intereses.

Por tanto, de forma general podemos afirmar:

- La cuota de amortización en todos los periodos es la misma con ambos métodos, independientemente de si existe o no fraccionamiento de los intereses.
- Con el método francés sin fraccionamiento de intereses se paga una

cantidad total de intereses mayor que cuando existe fraccionamiento, pero en momentos posteriores.

- El término amortizativo cuando existe fraccionamiento no es constante, a diferencia del método francés sin fraccionamiento.
- El termino amortizativo con fraccionamiento de intereses en los periodos que incluye cuota de amortización se aproxima al término amortizativo sin fraccionamiento según avanza el préstamo. Esta característica se debe a que la cuota de interés es cada vez menor

5.2 Comparación del método uniforme sin fraccionamiento y con fraccionamiento de intereses

Para el cálculo del cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el sistema uniforme también utilizamos el programa Microsoft Excel. Sin embargo, este programa no dispone de ninguna función específica para su cálculo, a diferencia del método francés. Por tanto, es necesario utilizar las expresiones obtenidas en la Sección 3.2.

En primer lugar calculamos las cuotas de amortización a partir de (3.9) ya que se caracterizan porque, con este método, son constantes. Una vez obtenidas estas cuotas, calculamos el capital total amortizado y el capital pendiente de amortizar utilizando (3.10) y (3.11), respectivamente. La cuota de interés en cada periodo la obtenemos a partir de (3.12). Finalmente, los términos amortizativos son la suma de la cuota de amortización y de interés, véase (2.3). Todas estas magnitudes se resumen en el cuadro de amortización de la Tabla A3 del Anexo.

Al igual que sucede con el método francés cuando incluimos el fraccionamiento de los intereses, la cuota de amortización, el capital total amortizado y el capital pendiente de amortizar se mantienen invariantes y solo se ven afectados por este hecho las cuotas de interés y los términos amortizativos.

Para calcular la nueva cuota de interés, utilizamos el tipo de interés efectivo trimestral equivalente, obtenido previamente en la Sección 5.1. Así calculamos la cuota de interés en cada subperiodo a partir del capital pendiente de amortizar en el periodo anterior multiplicado por el tipo de interés efectivo trimestral, véase (4.4). Posteriormente, calculamos los términos amortizativos mediante (4.5), si existe pago de cuota de amortización, o (4.6) si solo hay pago de cuota de interés.

La Tabla A4 del Anexo recoge el cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el sistema de amortización uniforme con fraccionamiento de los intereses.

A continuación, analizamos cómo afecta el fraccionamiento de los intereses al cuadro de amortización de un préstamo que se amortiza con el método uniforme.

En la Figura 5.3 mostramos el comportamiento de la cuota de interés cuando el préstamo de la Tabla 5.1 se amortiza utilizando el sistema uniforme con pagos semestrales y cuando incorporamos un fraccionamiento trimestral de los intereses.

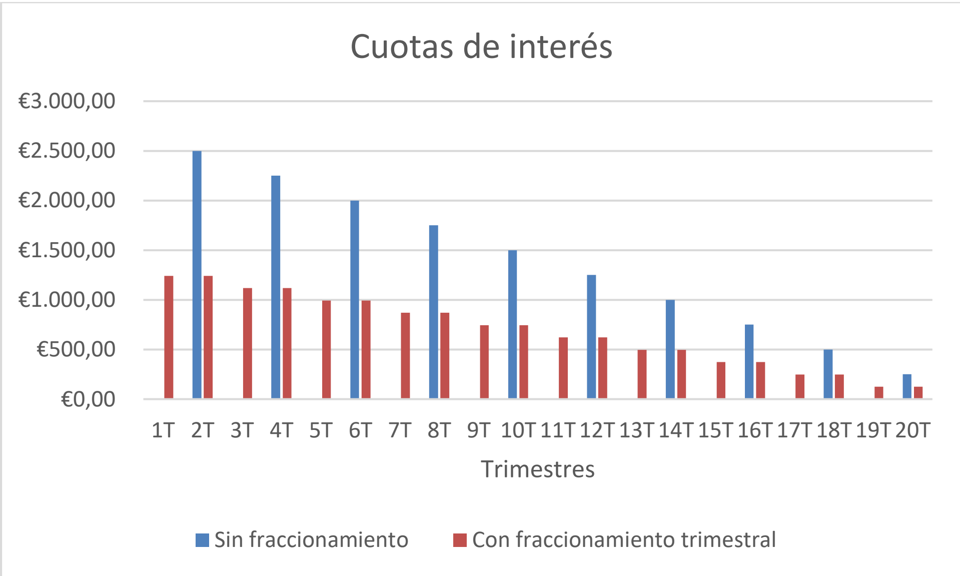

Figura 5.3. Cuota de interés del préstamo de la Tabla 5.1 cuando se amortiza con el método uniforme con y sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

En este gráfico observamos que, al igual que con el método francés, a lo largo de la vida del préstamo las cuotas de interés con ambos métodos tienen una tendencia decreciente, pero no llegan a equipararse. Si sumamos la totalidad de las cuotas de interés, observamos que hay una pequeña diferencia entre los intereses totales sin fraccionamiento (13.750 €) y los intereses con fraccionamiento (13.665,12 €). Esta diferencia se debe a que con el fraccionamiento los pagos se producen antes.

En la Figura 5.4, mostramos el comportamiento de los términos amortizativos cuando el préstamo recogido en la Tabla 5.1 se amortiza con el método uniforme con y sin fraccionamiento de intereses.

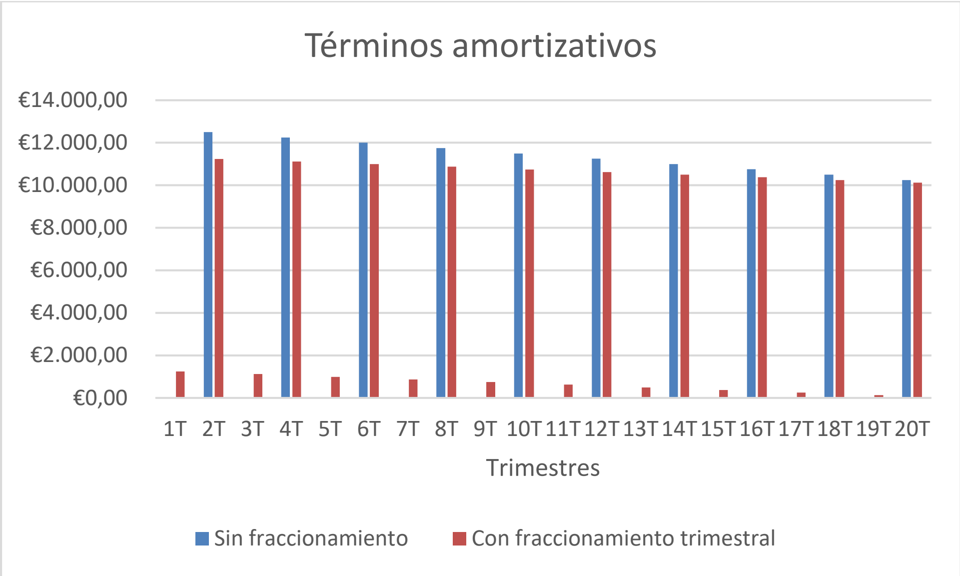

Figura 5.4. Términos amortizativos del préstamo de la Tabla 5.1 cuando se amortiza con el método uniforme con y sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

En esta figura observamos que, como ocurría con el método francés, cuando no hay fraccionamiento de intereses los términos amortizativos están formados por la cuota de amortización y la cuota de interés. En el caso que haya fraccionamiento de intereses existen dos tipos de términos amortizativos: uno de ellos solo incluye la cuota de interés y el otro la cuota de interés junto con la cuota de amortización. En los periodos en los que se abona tanto la cuota de capital como de interés hay una pequeña diferencia con ambos métodos. Esto se debe a que cuando existe fraccionamiento de los intereses, existe un pago anterior de intereses.

El término amortizativo que se abona cuando hay fraccionamiento de los intereses e incluye cuota de amortización e interés es siempre menor que cuando no se considera el fraccionamiento, aunque está diferencia es cada vez más pequeña.

La ventaja que tiene el fraccionamiento de los intereses es esta diferencia, por lo que el capital total desembolsado incluidos los intereses es siempre menor.

En cuanto al resto de magnitudes del cuadro de amortización, no las representamos ya que no se ven afectadas por el fraccionamiento de los intereses.

Por lo tanto, de forma general, podemos afirmar que:

- La cuota de amortización es siempre constante e idéntica, independientemente de si existe o no fraccionamiento de los intereses.
- Con el método uniforme sin fraccionamiento se paga una cantidad total de intereses algo mayor que con el fraccionamiento, pues estos se pagan con mayor antelación.
- Según avanza la vida del préstamo se produce una aproximación del término amortizativo, que varía en los diferentes periodos, entre el método con fraccionamiento y sin fraccionamiento de los intereses. Esto se debe a que la cuantía de los intereses que se paga en cada subperiodo es cada vez menor, ya que se reduce el capital pendiente de amortizar.

6. CONCLUSIONES

Los prestamos son una de las operaciones financieras más importantes que existen actualmente, debido a que son el motor de la economía. Sin estas operaciones, los países no podrían obtener fondos para poder ejecutar sus planes de gobierno, los empresarios no podrían desarrollar sus ideas de negocio y las familias no podrían realizar compras que requieren un gran desembolso.

En este trabajo definimos en qué consiste el fraccionamiento de los intereses y que efecto tiene sobre los principales sistemas de amortización: el método francés y el uniforme.

Para analizar el efecto que dicho fraccionamiento produce sobre un cuadro de amortización de un préstamo, realizamos una comparación numérica con un préstamo tipo. A partir de esta comparación observamos que, con ambos sistemas de amortización, el fraccionamiento de intereses beneficia al prestatario. Los intereses que genera el préstamo son de una cuantía menor que si no se realiza un fraccionamiento, independientemente del método de amortización utilizado. Sin embargo, el fraccionamiento también tiene sus desventajas, ya que los intereses se deben abonar con mayor antelación, lo que requiere que el prestatario tenga que disponer de mayor liquidez.

Por tanto, nuestra preferencia dependerá, principalmente, de la situación financiera del prestatario, puesto que si este no tiene recursos suficientes para pagar esa periodificación preferirá un préstamo sin fraccionamiento, aunque este suponga un mayor coste económico a largo plazo. Pero en el caso de que el prestatario disponga de una buena salud financiera la mejor opción es la amortización del préstamo con fraccionamiento en el pago de los intereses. Adicionalmente, por ejemplo, si el préstamo se utiliza para financiar un proyecto de inversión que tarda en reportar beneficios, el fraccionamiento tampoco sería una opción muy adecuada.

7. BIBLIOGRAFIA

BBVA (2022): “Qué es un contrato de préstamo”. Recuperado de https://www.bbva.es/finanzas-vistazo/ef/prestamos/que-es-un-contrato-de-prestamo.html
[Consultado: 17/09/2022].

Bonilla Musoles, M., Ivars Escortell, A., Moya Clemente, I. (2011): Matemática de las Operaciones Financieras: Teoría y Práctica. Editorial: Paraninfo, 2ª Edición.

Blog Udima (2022): “Préstamo Francés Fraccionado”. Recuperado de https://blogs.udima.es/administracion-y-direccion-de-empresas/amortizacion-con-terminos-amortizativos-constantes-metodo-frances-i-p27-htm/
[Consultado: 30/07/2022].

Caballero González, J.M. (2006). Valoración Financiera: Teoría y Práctica con Excel. Editorial Delta, Madrid.

Córdoba Padilla, M. (2012): Gestión Financiera. Editorial Ecoe, Madrid.

De Pablo López, A. (2002): Valoración Financiera. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces, Madrid.

Ley 16/2011, de 24 de junio, de contratos de crédito al consumo. Recuperado de https://www.boe.es/buscar/pdf/2011/BOE-A-2011-10970-consolidado.pdf
[Consultado: 30/07/2022].

Navarro, E. (2019). Matemática de las Operaciones Financieras. Edición Pirámide.

Pérez, C. (2007). Finanzas Básicas con Excel: Versiones 97 a 2007. Editorial: RA-MA.

Prestamos Ideales (2022):” Origen de los Préstamos”. Recuperado de https://prestamosideales.es/origen-de-los-prestamos#:~:text=Los%20primeros%20registrados%20sobre%20los,incluían%20intereses%20de%20por%20medio.
[Consultado: 20/07/2022].

Ramos, J. (2018):” Evolución de los Préstamos”. Recuperado de https://www.lugaresconhistoria.com/evolucion-de-los-prestamos
[Consultado 20/07/2022].

Valls Martínez, M. C., Cruz Rambaud, S. (2009): Introducción a las Matemáticas Financieras. Problemas Resueltos. Editorial Pirámide, Madrid.

ANEXO

Para la obtención de los cuadros de amortización de los préstamos considerados en este trabajo hemos utilizado el programa Microsoft Excel.

Periodo	a_t	I_t	A_t	E_t	C_t
0					100.000 €
1S	11.425,88 €	2.500,00 €	8.925,88 €	8.925,88 €	91.074,12 €
2S	11.425,88 €	2.276,85 €	9.149,02 €	18.074,90 €	81.925,10 €
3S	11.425,88 €	2.048,13 €	9.377,75 €	27.452,65 €	72.547,35 €
4S	11.425,88 €	1.813,68 €	9.612,19 €	37.064,84 €	62.935,16 €
5S	11.425,88 €	1.573,38 €	9.852,50 €	46.917,34 €	53.082,66 €
6S	11.425,88 €	1.327,07 €	10.098,81 €	57.016,15 €	42.983,85 €
7S	11.425,88 €	1.074,60 €	10.351,28 €	67.367,43 €	32.632,57 €
8S	11.425,88 €	815,81 €	10.610,06 €	77.977,49 €	22.022,51 €
9S	11.425,88 €	550,56 €	10.875,31 €	88.852,80 €	11.147,20 €
10S	11.425,88 €	278,68 €	11.147,20 €	100.000,00 €	0,00 €
		14.258,76 €	100.000,00 €		

Tabla A1. Cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el método francés sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

Periodo	a_t	I_t	A_t	E_t	C_t
0					100.000 €
1T	1.242,28 €	1.242 €			
2T	10.168,16 €	1.242 €	8.925,88 €	8.925,88 €	91.074,12 €
3T	1.131,40 €	1.131,40 €			
4T	10.280,42 €	1.131,40 €	9.149,02 €	18.074,90 €	81.925,10 €
5T	1.017,74 €	1.017,74 €			
6T	10.395,49 €	1.017,74 €	9.377,75 €	27.452,65 €	72.547,35 €
7T	901,24 €	901,24 €			
8T	10.513,44 €	901,24 €	9.612,19 €	37.064,84 €	62.935,16 €
9T	781,83 €	781,83 €			
10T	10.634,33 €	781,83 €	9.852,50 €	46.917,34 €	53.082,66 €
11T	659,44 €	659,44 €			
12T	10.758,25 €	659,44 €	10.098,81 €	57.016,15 €	42.983,85 €
13T	533,98 €	533,98 €			
14T	10.885,26 €	533,98 €	10.351,28 €	67.367,43 €	32.632,57 €
15T	405,39 €	405,39 €			
16T	11.015,45 €	405,39 €	10.610,06 €	77.977,49 €	22.022,51 €
17T	273,58 €	273,58 €			
18T	11.148,90 €	273,58 €	10.875,31 €	88.852,80 €	11.147,20 €
19T	138,48 €	138,48 €			
20T	11.285,68 €	138,48 €	11.147,20 €	100.000,00 €	0,00 €
		14.171 €	100.000 €		

Tabla A2. Cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el método francés con fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

Periodo	a_t	I_t	A_t	E_t	C_t
0					100.000 €
1S	12.500,00 €	2.500,00 €	10.000,00 €	10.000,00 €	90.000,00 €
2S	12.250,00 €	2.250,00 €	10.000,00 €	20.000,00 €	80.000,00 €
3S	12.000,00 €	2.000,00 €	10.000,00 €	30.000,00 €	70.000,00 €
4S	11.750,00 €	1.750,00 €	10.000,00 €	40.000,00 €	60.000,00 €
5S	11.500,00 €	1.500,00 €	10.000,00 €	50.000,00 €	50.000,00 €
6S	11.250,00 €	1.250,00 €	10.000,00 €	60.000,00 €	40.000,00 €
7S	11.000,00 €	1.000,00 €	10.000,00 €	70.000,00 €	30.000,00 €
8S	10.750,00 €	750,00 €	10.000,00 €	80.000,00 €	20.000,00 €
9S	10.500,00 €	500,00 €	10.000,00 €	90.000,00 €	10.000,00 €
10S	10.250,00 €	250,00 €	10.000,00 €	100.000,00 €	0,00 €
		13.750,00 €	100.000,00 €		

Tabla A3. Cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el método uniforme sin fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.

Periodo	a_t	I_t	A_t	E_t	C_t
0					100.000 €
1T	1.242,28 €	1.242 €			
2T	11.242,28 €	1.242 €	10.000,00 €	10.000,00 €	90.000,00 €
3T	1.118,06 €	1.118,06 €			
4T	11.118,06 €	1.118,06 €	10.000,00 €	20.000,00 €	80.000,00 €
5T	993,83 €	993,83 €			
6T	10.993,83 €	993,83 €	10.000,00 €	30.000,00 €	70.000,00 €
7T	869,60 €	869,60 €			
8T	10.869,60 €	869,60 €	10.000,00 €	40.000,00 €	60.000,00 €
9T	745,37 €	745,37 €			
10T	10.745,37 €	745,37 €	10.000,00 €	50.000,00 €	50.000,00 €
11T	621,14 €	621,14 €			
12T	10.621,14 €	621,14 €	10.000,00 €	60.000,00 €	40.000,00 €
13T	496,91 €	496,91 €			
14T	10.496,91 €	496,91 €	10.000,00 €	70.000,00 €	30.000,00 €
15T	372,69 €	372,69 €			
16T	10.372,69 €	372,69 €	10.000,00 €	80.000,00 €	20.000,00 €
17T	248,46 €	248,46 €			
18T	10.248,46 €	248,46 €	10.000,00 €	90.000,00 €	10.000,00 €
19T	124,23 €	124,23 €			
20T	10.124,23 €	124,23 €	10.000,00 €	100.000,00 €	0,00 €
		13.665,12 €	100.000,00 €		

Tabla A4. Cuadro de amortización del préstamo de la Tabla 5.1 utilizando el método uniforme con fraccionamiento de los intereses. Fuente: elaboración propia.