Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Economía

Teoría de juegos y publicidad cooperativa en una cadena de distribución con distintos poderes de mercado para el fabricante y el distribuidor.

Presentado por:

Beltrán Grijalba Molero.

Tutelado por:

Guiomar Martin Herrán.

Valladolid, 10 de Julio de 2023

RESUMEN:

El presente trabajo utiliza la teoría de juegos para examinar la publicidad cooperativa en un canal de distribución con un productor y un distribuidor. Valiéndose del modelo de Aust y Buscher (2012), el cual considera una cadena de distribución cuyos miembros poseen diferente poder de mercado, se realiza un análisis de la sensibilidad respecto a los principales parámetros del modelo, pongan o no los jugadores en práctica una estrategia cooperativa.

Del estudio de la diferencia relativa entre los beneficios obtenidos por cada miembro de la cadena en los juegos no cooperativos de Nash, Stackelberg con el productor como líder y Stackelberg con el distribuidor como líder, frente al juego cooperativo, se obtiene que la necesidad de consumo de los bienes y la efectividad de la publicidad de los miembros del canal influyen en la viabilidad de la cooperación. Del mismo modo, a través del juego de negociación se realiza el reparto del beneficio excedente que surge como consecuencia de la cooperación, siendo este determinado en igual magnitud por el poder de negociación y la actitud frente al riesgo.

Palabras clave: Teoría de juegos, publicidad cooperativa, cadena de suministro, poder de negociación.

Códigos JEL: M37, L22, C71.

ABSTRACT:

The present work applies game theory to examine cooperative advertising in a supply chain with a manufacturer and a retailer. Through the Aust and Buscher (2012) model, which considers a supply chain whose members have different market power, a sensitivity analysis with respect to the main parameters of the model is conducted to determine the feasibility of the cooperation in the sense that the members of the chain are interested or not in cooperating.

From the study of the relative difference between the individual profits of each member of the supply chain in the non-cooperative games such as the Nash game, the Stackelberg game with the manufacturer as a leader and the Stackelberg game with the retailer as a leader, and the cooperative game, it is found that the necessity of the good and the advertising effectiveness influence the feasibility of the cooperation. Likewise, through the bargaining game, the distribution of the surplus profit that arises as a result of the cooperation, is determined to the same extent by the players bargaining power and risk attitude.

Keywords: Game theory, cooperative advertising, supply chain, bargaining power.

JEL codes: M37, L22, C71.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo principal de este trabajo es el análisis de las relaciones que surgen entre productores y distribuidores en el marco de la publicidad cooperativa, mediante sistemas de resolución y optimización de las mismas basadas en la Teoría de Juegos. Basándose en el modelo de Aust y Buscher (2012), se analizarán los efectos de cada una de las variables y parámetros de este, con el objetivo de caracterizar las situaciones en las cuales el juego cooperativo es ventajoso para ambos miembros del canal de distribución, lo que llevará a poner en práctica las estrategias cooperativas. Además, se realizará un análisis del juego de negociación, con el fin de analizar el efecto que entre el poder de negociación y la actitud frente al riesgo tiene en el incentivo de los jugadores a cooperar.

1.1. La publicidad cooperativa.

El concepto central a partir del cual se desarrolla la problemática de este trabajo es la publicidad cooperativa (*coop advertising).*

Tal y como recogen Bergen y John (1997), por definición, la publicidad cooperativa es un acuerdo por el cual un productor asume el pago de cierta parte de los costes de publicidad en los que incurre el distribuidor por la promoción de los productos del primero. En la misma dirección recalca Crimmins (1984), que no se trata de un tipo específico de publicidad, sino más bien del propio acuerdo entre dos comerciantes sobre el reparto de los costes.

La razón de ser de la cooperación es la diferencia entre la dirección de los esfuerzos promocionales de ambos, la cual surge por el tipo de información que maneja cada uno. Los productores centran sus recursos en el área más global, de creación de una imagen de la marca, buscando una actitud más favorable del consumidor general hacia sus productos; mientras que el distribuidor orienta su publicidad a la toma de decisiones de compra, desde una perspectiva local, enfocada generalmente en los precios.

Cronológicamente hablando, desde los años 70 del siglo pasado, este término ha ido ganando interés, tanto en número de publicaciones científicas, tal y como recogen Aust y Buscher (2014), como en gasto total estimado, pasando en

Estados Unidos de 0,9 Billones de dólares en 1970 según Nagler (2006) a 25 billones en 2007 conforme a Chutani & Sethi (2012b).

Este desarrollo del área de conocimiento ha sido contemporáneo al desarrollo de las nuevas tecnologías, mediante las cuales las nociones clásicas de lo “local” y lo “global” han ido perdiendo parte de su significado, hasta llegar al punto donde la cooperación en materia publicitaria entre productor y distribuidor se ha tornado esencial.

En cuanto a su clasificación, Aust y Buscher (2014) enumeran los distintos tipos existentes de publicidad cooperativa, entre los cuales destacan:

- Publicidad Cooperativa Vertical: trata la colaboración que tiene lugar entre dos actores pertenecientes a distinto nivel dentro del canal de distribución. En ella el fabricante se hace cargo de parte de los costes del distribuidor, considerando un reparto jerárquico entre ambos.
- Publicidad Cooperativa Horizontal: en ella, los miembros del canal están en el mismo nivel de la cadena, por lo tanto, se reparten los costes de un modo equitativo.

Este trabajo se va a centrar en la publicidad cooperativa vertical, siendo la naturaleza microeconómica, de resolución de problemas de optimización, la que posteriormente nos lleva a recurrir a la teoría de juegos como método de resolución matemático, con el objetivo de encontrar el equilibrio entre los intereses de cada uno de los actores de la cadena de suministro.

1.2. Teoría de juegos.

Una vez establecido el concepto de publicidad cooperativa, es conveniente hacer lo propio con el método matemático que da solución a la problemática anteriormente expuesta.

“La teoría de juegos es el estudio matemático de las situaciones de conflicto de intereses” (Owen, G. 2012, pp. 391). Entendemos por teoría de juegos el método matemático que permite resolver situaciones de conflicto entre diferentes individuos, quienes actúan de forma racional y tienen la posibilidad de seguir diferentes estrategias, tomando decisiones donde la interacción y la información sobre la situación juegan un rol fundamental.

Tal y como recoge Paul Walker en su artícul*o* “An outline of the history of game theory” (1995), la primera aparición del planteamiento de un juego es atribuida a James Waldegrave en 1713. Posteriormente Agustin Cournot trata en 1838, dentro del estudio de la competencia entre productores, el caso de un duopolio, cuya solución matemática es una versión restringida del equilibrio de Nash. Prácticamente un siglo más tarde, en el año 1913 E. Zermelo publicó el primer *teorema* de Teoría de Juegos.

Pese a la relevancia de estos antecedentes, se considera a John von Neumann como el primer teórico que modelizó la teoría de juegos y su aplicación en la economía. En 1928 publicó un artículo en la revista alemana *Mathematische Annalen* titulado “Sobre la Teoría de Juegos”, donde planteó la estrategia de minimización de la pérdida máxima posible en un contexto de información perfecta. Casi dos décadas después, en 1944 publicó junto con el economista alemán Oskar Morgenstern el libro “Teoría de Juegos y comportamiento económico”, el cual es ampliamente reconocido como el primer manual a partir del cual la Teoría de Juegos pasa a ser una disciplina de estudio científica.

John Forbes Nash, en varias publicaciones entre 1950 y 1953, realizó diferentes aportaciones trascendentales para la resolución de juegos cooperativos y no cooperativos, introduciendo lo que se conoce como “el equilibrio de Nash”, concepto esencial en la teoría de juegos no cooperativos.

A partir de la segunda mitad del siglo XX el desarrollo de la teoría de juegos ha sido muy extenso, en cuanto a riqueza académica y aplicación a otras ramas de la ciencia, destacando las figuras de John Harsanyi y Reinhard Selten, quienes junto a Nash fueron galardonados con el premio Nobel de economía en 1994.

Pueden diferenciarse dos tipos de juegos:

- Juegos cooperativos: Aquellos que tienen lugar cuando los diferentes jugadores tratan de llegar a acuerdos en búsqueda de la maximización del beneficio conjunto.
- Juegos no cooperativos: A diferencia de los cooperativos, son aquellos en los cuales los jugadores tratan de maximizar su beneficio individual, siendo los intereses entre ambos contrapuestos.

1.3. Aplicación de la teoría de juegos a la publicidad cooperativa.

Desde el punto de vista cronológico, la evolución de la publicidad cooperativa y la teoría de juegos ha sido paralela. La aplicación de la teoría de juegos es uno de los elementos que ha permitido avanzar en el área de la publicidad cooperativa, siendo la herramienta necesaria para resolver diferentes modelos de relación entre productores y distribuidores que surgen en los canales de distribución. A través de la teoría de juegos se resuelve el problema de la maximización del beneficio, minimizando el gasto o esfuerzo publicitario y determinando la inversión óptima para un tipo de relación concreta entre los diferentes participantes de la cadena de suministro.

En el presente trabajo, dicha aplicación se planteará en primer lugar, en el apartado segundo, mediante la caracterización de los diferentes tipos de modelos de publicidad cooperativa expuestos en Jorgensen y Zaccour (2014). Posteriormente, en la sección tercera se tratarán los ingredientes propios de los juegos, como son las funciones de demanda y los métodos de resolución de estos, y en el apartado cuarto, la explicación especial del caso de los juegos de negociación. De esta forma se indagará en todo aquello que es característico del modelo de Aust y Buscher (2012), el cual se desarrollará en el apartado quinto, siendo su estudio e interpretación el objeto del presente trabajo.

2. MODELOS DE PUBLICIDAD COOPERATIVA.

Jorgensen y Zaccour (2014) dividen los tipos de modelos en función de:

1) El número de agentes que participan en el canal de marketing: En este caso distinguimos entre modelos con un único productor y distribuidor, o modelos con varios productores y/o varios distribuidores.
2) La escala temporal: Diferenciamos entre modelos estáticos, donde los agentes toman decisiones en un único período de tiempo y modelos dinámicos, que consideran múltiples períodos de tiempo.
3) Las variables endógenas utilizadas: Existen modelos que incluyen además del esfuerzo publicitario, otro tipo de variables, como los precios.

El modelo de Aust y Buscher (2012) está caracterizado, tal y como se expone en los siguientes apartados, por considerar una relación entre un único productor y distribuidor, en un marco estático e incluyendo dos variables endógenas como son el esfuerzo publicitario y el precio, para cada uno de los miembros de la cadena de distribución.

2.1. Modelo con un productor y un distribuidor.

Esta relación se caracteriza por la inexistencia de competencia entre diferentes productores o distribuidores, así como entre el canal de marketing que conforman ambos y otros canales distintos. Constituyen el modelo más sencillo. El minorista es el único distribuidor del fabricante, quien a su vez es el único productor del bien o servicio que suministra el distribuidor.

Cuadro 2.1: Esquema del canal de distribución

El modelo de Aust y Buscher (2012) propone este esquema, entre otras razones, por su más sencilla implantación para el estudio, reduciendo la complejidad de las interacciones entre participantes en el mismo nivel de la cadena de distribución. Esta simplicidad es especialmente provechosa en una situación de reparto de beneficios, donde únicamente se considera la participación de dos jugadores.

2.2. Modelo estático.

A diferencia de los modelos dinámicos, en los cuales las decisiones de distintos períodos están interrelacionadas, teniendo afección entre sí, los modelos estáticos proponen una situación donde los jugadores toman decisiones en un único período de tiempo, de forma que estas no alteran la situación futura. Este modelo tiene una lógica utilización para entornos estables, como es el caso del modelo de Aust y Buscher (2012). Los modelos estáticos, pese a que pueden tener algunas limitaciones, como la elusión del efecto aprendizaje de los jugadores, son muy provechosos a la hora de aislar y estudiar aspectos clave como los parámetros elegidos y las variables endógenas, con el fin de determinar la estrategia óptima a jugar.

2.3. Modelo con precio y esfuerzo publicitario.

En el modelaje de la relación entre fabricante y distribuidor, pueden considerarse diversos tipos de variables a tener en cuenta. Según Aust y Buscher (2014), la utilizada en todos ellos es el gasto en publicidad, puesto que es la temática propia del estudio. No obstante, también hay modelos que consideran simultáneamente la inclusión de variables adicionales, siendo la más común el nivel de precios, pese a que existen otras como la calidad del producto o el aprovisionamiento.

3. DISEÑO Y CARACTERÍSTICAS DE UN JUEGO.

Los modelos de publicidad cooperativa se configuran a través de dos elementos principales: la función de demanda y el tipo de equilibrio que se quiere caracterizar.

3.1. La función de demanda.

Las funciones de demanda son un elemento principal en la caracterización de cualquier juego. Constituyen la fundamentación matemática que pone en relación la demanda de los consumidores con las variables propias del modelo. Estas funciones dependen del tipo de modelo de publicidad cooperativa; no obstante, se asumirá la siguiente notación independientemente de su tipología:

- ***a*** = Esfuerzo o gasto publicitario del distribuidor a nivel local
- ***A*** = Esfuerzo o gasto publicitario del productor a nivel nacional
- ***P*** = Precio de venta

La clasificación, recogida en Aust y Bucher (2014), es la siguiente:

1) Funciones raíz cuadrada: Pese a que existen múltiples variaciones, fue introducida por primera vez en *Xie y Wei (2009)*, y definida como una función del tipo:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}\,(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{A}) = k_m\sqrt{\boldsymbol{A}} + k_r\sqrt{\boldsymbol{a}}$$

La lógica subyacente radica en el efecto de saturación. A medida que aumenta el esfuerzo o gasto publicitario (A, a), el aumento de la demanda de un bien o servicio (S) es cada vez menor, de forma que existe un límite en el impacto del marketing sobre el nivel de ventas. En este límite los consumidores están ya expuestos a tal cantidad de publicidad que una unidad más de esfuerzo publicitario tiene un impacto prácticamente nulo sobre la demanda.

2) Funciones potenciales: Al igual que las raíz cuadrada, existen diversas expresiones, pero la introducidas por Huang y Li (2001) tienen la siguiente especificación:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{S}\ \boldsymbol{(a, A)} = \alpha - \beta \boldsymbol{a}^{-\gamma} \boldsymbol{A}^{-\delta}$$

Esta tipología también implica la existencia del efecto saturación, pero permite un ajuste más preciso del mismo, utilizando parámetros nuevos que miden el nivel máximo de ventas, la demanda del mercado y la elasticidad del gasto o esfuerzo de fabricante y distribuidor sobre el volumen de ventas.

3) Funciones lineales: Son utilizadas principalmente cuando en vez de tratar el gasto o esfuerzo publicitario, las variables hacen referencia al nivel publicitario. La relación entre la demanda y el gasto en publicidad no tiene por qué ser lineal, debido a los rendimientos decrecientes de los mismos. Sin embargo, si se dejan de lado los costes empresariales en publicidad y solo se analiza su nivel, se supone que a mayor nivel publicitario existirá una mayor demanda, de modo que su relación sea directamente proporcional.

En el caso del modelo estático con publicidad y precios de Aust y Bucher (2012), la especificación funcional que se tratará en el apartado quinto será de raíz cuadrada y de la forma D = f (a, P, A), de modo que también se incluye la variable "precio".

3.2. El tipo de equilibrio.

La solución del juego se produce cuando se llega a un equilibrio, entendido como la situación donde los jugadores alcanzan una estrategia óptima y estable, sin que ninguno de ellos tenga incentivo alguno para cambiarla. El tipo de equilibrio depende de la existencia o no de cooperación entre los jugadores, siguiendo la clasificación realizada en el apartado 1.2 entre juegos cooperativos y no cooperativos. A partir de esta primera categorización, el orden en la toma de decisiones también permite considerar diferentes tipos de juegos no cooperativos:

1) Equilibrio de Nash: En el contexto del estudio, el equilibrio de Nash, introducido por John Nash en 1950, ocurre cuando tanto fabricante como distribuidor maximizan sus beneficios individuales, en una situación donde toman sus decisiones simultáneamente, sin información sobre las estrategias del otro jugador.
2) Equilibrio de Stackelberg: La situación de equilibrio de Stackelberg surge de un juego secuencial o jerárquico. En él, el líder del suyo, ya sea fabricante o distribuidor, toma la decisión primero, a partir de una asimetría en la información que le permite conocer la decisión del otro jugador con anterioridad a la maximización de su beneficio.

En el caso de los juegos cooperativos, estos se centran en la división del posible beneficio en caso de formación de coaliciones, surgiendo así los juegos de negociación, que serán estudiados en el apartado cuarto. La solución de este tipo de juegos depende del modelo empleado para el reparto y la inclusión de los factores de decisión, que son principalmente dos: la actitud frente al riesgo y el poder de negociación. Entre estos modelos destacan el modelo simétrico de Nash, el modelo de Eliashberg (1986) y el modelo asimétrico de Nash de Harsanyi y Selten (1972) y Kalai (1977).

Para el modelo de Aust y Buscher (2012) se obtendrán en el apartado quinto los equilibrios de Nash y Stackelberg. Además, a través del modelo asimétrico de Nash se llegará a la solución del problema de maximización conjunta, para el posterior estudio del reparto del beneficio.

4. JUEGOS DE NEGOCIACIÓN (BARGAINING GAMES).

En economía se producen con cierta frecuencia situaciones en las cuales, tal y como enunciaba Nash (1950), dos jugadores tienen la oportunidad y el común interés de colaborar en beneficio mutuo, pero existen divergencias en cómo hacerlo exactamente. De todas las situaciones para las que la cooperación implica un resultado provechoso para ambos, cada uno tendrá un orden de preferencias, de modo que la más preferida sea la que le reporte una mayor ganancia, aquella que lo maximice. Para que la negociación sea exitosa, recalca Abhinay Muthoo (1999), que cada jugador no debe considerar únicamente su propio interés, sino también el de los demás participantes, así como el efecto de sus estrategias y decisiones.

En el marco de la publicidad cooperativa podemos definir los juegos de negociación, según Aust y Buscher (2014), como aquellos juegos cooperativos que tienen como objetivo la justa distribución de los beneficios entre productor y distribuidor, cuando provengan de la cooperación entre ambos en la cadena de suministro. El reparto entre los distintos jugadores dependerá de dos factores: la actitud frente al riesgo y el poder de negociación.

4.1. Actitud frente al riesgo.

La actitud frente al riesgo es el primero de los dos componentes de un juego de negociación y hace referencia al comportamiento de cada uno de los jugadores en la dicotomía entre beneficio esperado y riesgo propia del análisis económico. Dicha actitud determina la utilidad que le reporta al jugador el beneficio obtenido y puede representarse mediante diversas funciones.

En este estudio se empleará la función del tipo $U(\Pi) = \Pi^{\mu}$, siendo Π el beneficio esperado, la inclusión del parámetro μ permite integrar el nivel de aversión frente al riesgo, considerando jugadores aversos al riesgo, jugadores neutrales y jugadores proclives a él, que tomarán estrategias y decisiones diferentes entre sí, mediante posiciones más conservadoras o agresivas.

4.2. Poder de negociación.

El segundo componente propio de este tipo de juegos es el poder de negociación, entendido por Abhinay Muthoo (1999) como la capacidad de un jugador para influir en el resultado de una negociación de modo que esta le sea favorable.

Su inclusión se realiza a través del tipo de modelo de negociación que se utilice, es decir, en la forma en la que se calcula la utilidad total conjunta que reporta el beneficio. Tal y como se mencionó en el apartado 3.2, para los juegos cooperativos se obtiene el equilibrio mediante diferentes métodos. En el caso del presente trabajo será el modelo asimétrico de Nash, planteado y estudiado por Harsanyi y Selten (1972) y Kalai (1977), el que nos permita agregar el poder de negociación, por medio de la siguiente función: $U_T(\pi_1,\pi_2) = U_1(\pi_1)^{\lambda_1} U_2(\pi_2)^{\lambda_2}$ siendo λ_1 y λ_2 el poder de negociación de cada uno de los jugadores, el cual puede ser mayor o menor en función de diferentes factores, como pueden ser la información disponible o el poder de mercado.

5. MODELO AUST Y BUSCHER (2012).

5.1. Contexto e introducción al modelo.

A partir de la revolución tecnológica característica del nuevo milenio, se ha producido una transformación significativa en las estructuras de los mercados, y con ello de las relaciones entre los agentes de la cadena de suministro. El nacimiento y desarrollo de estas nuevas tecnologías ha reconfigurado la forma a través de la cual los usuarios acceden a los mercados de bienes y servicios, principalmente mediante el comercio on-line y el uso de los dispositivos móviles. Los consumidores ven incrementado su poder al tener la capacidad de acceder a una mayor cantidad de información sobre los productos antes de adquirirlos, información que, en gran medida, les llega a través de la publicidad, ganando esta también importancia.

Este nuevo contexto impulsa también la función de los distribuidores. Su capacidad de analizar datos sobre el comportamiento de los consumidores a través de algoritmos, muy eficaces en el marco de las plataformas de comercio on-line y las redes sociales, ha supuesto un punto de inflexión en la comprensión de las conductas de consumo. Asimismo, las mejoras en logística propias de la implementación de sistemas de entrega y reparto rápidos y eficientes llevan consigo una ganancia de competitividad. Estos factores han supuesto la consolidación de las grandes corporaciones distribuidoras como Amazon o eBay, con el consiguiente refuerzo de su poder de negociación.

Estos cambios en el entorno han puesto fin a la dinámica clásica de la publicidad cooperativa. La posición tradicionalmente dominante del productor, quien decidía su participación en los gastos de publicidad del distribuidor, ha dado paso a un nuevo entorno donde el establecimiento de relaciones más estrechas entre ambos, mediante la colaboración en el contexto de la publicidad cooperativa se ha convertido en indispensable.

Gerhard Aust y Udo Buscher realizaron un estudio y conformaron un modelo donde el cambio del poder de mercado de productores a distribuidores se toma en consideración. El trabajo se publicó en el año 2012 en la revista European Journal of Operational Research bajo el título "*Vertical cooperative advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer supply chain: A game- theoretic approach*".

En esta sección se resume en primer lugar en el apartado 5.2 la especificación del modelo. A continuación, en el apartado 5.3, se presenta la solución de equilibrio de cada uno de los juegos. En la sección 5.4 para diferentes valores de los parámetros del modelo se compararán los distintos escenarios, analizando en el 5.5 cuando es conveniente la cooperación. Cuando esta sea ventajosa se pondrá en práctica el juego de negociación planteado en el apartado 5.6. con el objetivo de distribuir los beneficios entre los miembros del canal de distribuciónEl apartado 5.6.1 presenta una solución del juego de negociación y en el apartado 5.6.2 se estudiará como la relación entre poder de negociación y actitud frente al riesgo afecta a esta solución.

5.2. Especificación del modelo.

El modelo propuesto por Aust y Buscher (2012) se basa en líneas generales en el trabajo de SeyedEsfahani (2011). Tal y como se ha mencionado anteriormente, es un modelo estático para el cual se contempla un escenario con un único productor y distribuidor y en el que se consideran dos variables endógenas: el precio y la publicidad.

5.2.1. Función de demanda publicitaria.

Asume la función de demanda publicitaria de SeyedEsfahani (2011), heredada a su vez del estudio de Xie y Wei (2009). Dicha función viene dada por la expresión:

$$h(a,A) = k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A} \quad \textbf{(1)}$$

Donde:

- k_d, es la eficacia que tiene la publicidad del distribuidor en la generación de ventas, también considerado como la eficacia de la publicidad local.
- a, es el gasto en publicidad incurrido por el distribuidor o gasto en publicidad local.
- k_p, es la eficacia que tiene la publicidad del productor en la generación de ventas o eficacia de la publicidad global.
- A, es el gasto en publicidad incurrido por el productor o gasto en publicidad global.

Tanto k_d como k_p son parámetros del modelo, mientras que a y A son variables endógenas o variables de elección del productor y distribuidor, respectivamente. La función (1) mide la respuesta de la cantidad demandada frente al gasto en publicidad. Es una función creciente y cóncava respecto de las variables publicitarias, lo que implica rendimientos decrecientes en el gasto publicitario.

5.2.2. Función precio demanda.

Aust y Buscher (2012) caracterizan una cadena de suministro donde el productor vende al distribuidor a un precio w, quien tras añadir un margen m vende al consumidor final el producto a un precio p. De dicha afirmación deducimos:

1) $w < p$
2) $w + m = p$

Frente al modelo de SeyedEsfahani (2011), se sustituye p por $(w + m)$ en la función precio demanda, de modo que el precio al que el productor vende el producto al distribuidor también tiene un impacto sobre la demanda de este. La función precio demanda tiene la expresión:

$$g(w, m) = [\alpha - \beta(w + m)]^{1/v} \quad \textbf{(2)}$$

Con:

- α, es la demanda o mercado potencial.
- β, es la sensibilidad de la demanda frente al precio.
- w, es el precio del mayorista
- m, es el margen del distribuidor
- v, es el parámetro que define la forma funcional de la demanda en función del precio.

El parámetro de forma funcional v tiene una gran relevancia. La razón de su inclusión, según SeyedEsfahani (2011) surge del concepto de elasticidad precio de la demanda, que mide la variación de la cantidad demandada ante un cambio en el precio. La función precio demanda será lineal ($v = 1$) cuando la elasticidad precio sea cercana a la unidad, siendo bienes de elasticidad unitaria. Si la gran mayoría de consumidores tiene una elasticidad precio de la demanda baja, es decir, se trata de bienes inelásticos, la función será convexa ($v < 1$). Por último, si la distribución de los precios está polarizada, el bien será elástico y un cambio en el precio produce una gran variación en la cantidad demandada, de tal manera que la función será cóncava ($v > 1$).

5.2.3. Funciones de beneficios.

Las funciones de beneficios propias de productor π_p y distribuidor π_d son:

$$\pi_p = w[\,\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}}\left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - A - ta \qquad (3)$$

$$\pi_d = w[\,\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}}\left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - (1-t)a \qquad (4)$$

Donde todos los parámetros y variables ya se han descrito en los apartados 5.2.1 y 5.2.2 a excepción de la variable t, variable de decisión del productor, que mide la ratio de participación de este último en el gasto publicitario del distribuidor.

5.2.4. Condiciones del modelo.

Para que el modelo tenga sentido, se introducen las siguientes condiciones:

1) Todos los parámetros y variables del modelo deben tomar valores positivos.
2) De la función precio demanda obtenemos que, para que la demanda sea positiva, ha de cumplirse que: $w + m < \frac{\alpha}{\beta}$
3) La ratio de participación en la publicidad por parte del productor ha de estar comprendida entre 0 y 1, de modo que: $0 \leq t < 1$

5.3 Solución del juego.

El equilibrio del juego vendrá determinado en cada caso por la resolución del problema de maximización de las funciones objetivo, que serán las de beneficio, sujeto a las restricciones planteadas en el apartado 5.2.4. En el caso de los juegos no cooperativos, las funciones a maximizar son las de beneficio individual de productor y distribuidor, mientras que en el caso cooperativo, es la función de beneficio conjunto.

5.3.1. Equilibrio de Nash.

La relación entre productor y distribuidor es de no cooperación, y la distribución de poder es simétrica. El problema de maximización a resolver por cada miembro del canal de distribución es el siguiente:

Para el productor:

$$Max\ \pi_p = w[\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}} \left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - A - ta$$

$$s.a: \quad w < \frac{\alpha}{\beta} - m, \qquad A > 0 \quad y \qquad 0 \leq t < 1$$

Para el distribuidor:

$$Max\ \pi_d = w[\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}} \left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - (1-t)a$$

$$s.a: \quad m < \frac{\alpha}{\beta} - w \quad y \quad a > 0$$

Según el *Teorema 1* de Aust y Buscher (2012) las expresiones propias de cada una de las variables en el equilibrio de Nash son las siguientes:

$$\boldsymbol{I^N}:\ w = m = \frac{\alpha v}{\beta(1+2v)}$$

$$\boldsymbol{II^N}:\ p = \frac{2\alpha v}{\beta(1+2v)}$$

$$\boldsymbol{III^N}:\ A = \frac{v^2 k_p^2}{4\beta^2}\left(\frac{\alpha}{1+2v}\right)^{\frac{2}{v+2}}$$

$$\boldsymbol{IV^N}:\ a = \frac{v^2 k_d^2}{4\beta^2}\left(\frac{\alpha}{1+2v}\right)^{\frac{2}{v+2}}$$

$$\boldsymbol{V^N}:\ t = 0$$

5.3.2. Equilibrio de Stackelberg con el productor como líder del canal de distribución.

Ahora se supone una situación donde el productor tiene más poder que el distribuidor, al ser conocedor de cuál va a ser la respuesta de este último ante cada una de sus estrategias, por lo tanto, actúa como líder de un juego de Stackelberg.

Para ello, se resuelve primero el problema de maximización del distribuidor para obtener sus funciones de respuesta, añadiéndolas posteriormente al programa del productor como restricciones.

Las funciones de respuesta del distribuidor son:

$$m = \frac{v(\alpha - \beta w)}{\beta(1+v)}$$

$$a = \frac{k_d^2 m^2 [\alpha - \beta(w+m)]^{2/v}}{4(1-t)^2}$$

El problema de maximización del beneficio del productor será el siguiente:

$$Max\ \pi_p = w[\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}} \left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - A - ta$$

$$s.a: \quad m = \frac{v(\alpha - \beta w)}{\beta(1+v)}\ , \quad a = \frac{v^2 k_d^2}{4\beta(1-t)^2}\left(\frac{\alpha - \beta w}{1+v}\right)^{\frac{2}{v+2}},$$

$$w < \frac{\alpha}{\beta} - m, \qquad A > 0 \quad y \quad 0 \leq t < 1$$

Según el *Teorema 2* de Aust y Buscher (2012) las expresiones de cada una de las variables en el equilibrio de Stackelberg con el productor como líder son:

$$\boldsymbol{I^{SP}}:\ w = \frac{2\alpha k^2(v+1)\sqrt{4k^2(1+v)^2(k^2+1)+(v+2)^2}}{\beta[(v+2)^2 + 4k^2(v+1)^2]}$$

con $k = \frac{k_p}{k_d}$

$$\boldsymbol{II^{SP}}: m = \frac{v(\alpha - \beta w)}{\beta(1+v)}$$

$$\boldsymbol{III^{SP}}: p = \frac{\alpha v + \beta w}{\beta(1+v)}$$

$$\boldsymbol{IV^{SP}}: A = \frac{k_p^2 w^2}{4}\ \left(\frac{\alpha - \beta w}{1+v}\right)^{\frac{2}{v}}$$

$$\boldsymbol{V^{SP}}: a = \frac{k_d^2(\beta v w + 2\beta w + \alpha v)^2}{16\beta^2(v+1)^2}\left(\frac{\alpha - \beta w}{1+v}\right)^{2/v}$$

$$\boldsymbol{VI^{SP}}: t = \frac{\beta w(2+3v) - \alpha v}{\beta w(2+v) + \alpha v}$$

5.3.3. Equilibrio de Stackelberg con el distribuidor como líder del canal de distribución.

De forma semejante al apartado anterior, se asume la situación inversa. El distribuidor es quien tiene en esta ocasión un mayor poder, es el líder del canal al saber con anterioridad cual va a ser la respuesta óptima del productor, la cual viene dada por:

$$w = \frac{(\alpha - \beta m)}{2\beta}$$

$$A = \frac{k_p^2 w^2 [\alpha - \beta(w+m)]^2}{4}$$

$$t = 0$$

El programa de maximización al cual se enfrenta el productor será, por tanto:

$$Max\, \pi_d = w[\alpha - \beta(w+m)]^{\frac{1}{v}} \left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - (1-t)a$$

$$s.a:$$

$$w = \frac{\alpha - \beta m}{2\beta}\ , \quad A = \frac{k_p^2(\alpha - \beta m)^4}{64\beta^2}, \qquad t = 0\,, \qquad m < \frac{\alpha}{\beta} - w \quad y \quad a > 0.$$

Según el *Teorema 3* de Aust y Buscher (2012) las expresiones de cada una de las variables en el equilibrio de Stackelberg con el distribuidor como líder del juego serán:

$$\boldsymbol{I^{SD}}: m = \frac{-\alpha\left[1 + v - k^2(2+3) + \sqrt{(v+1)^2 - 2k^2v(1+v) + k^4(2+v)^2}\right]}{2\beta(1+v)(2vk^2 - v - 1)}$$

$$con\ k = \frac{k_p}{k_d}$$

$$\boldsymbol{II^{SD}}: w = \frac{v(\alpha - \beta m)}{\beta(1+v)}$$

$$\boldsymbol{III^{SD}}:\ p = \frac{\alpha v + \beta m}{\beta(1+v)}$$

$$\boldsymbol{IV^{SD}}:\ A = \frac{v^2k_p^2}{4\beta^2}\left(\frac{\alpha - \beta m}{1+v}\right)^{\frac{2}{v+2}}$$

$$\boldsymbol{V^{SD}}:\ a = \frac{k_d^2 m^2}{4}\,\left(\frac{\alpha - \beta m}{1+v}\right)^{\frac{2}{v}}$$

$$t = 0$$

5.3.4. Solución del juego cooperativo.

El juego de cooperación tiene lugar cuando los dos miembros de la cadena de suministro actúan tomando decisiones de manera conjunta. La solución óptima se obtiene como consecuencia de la maximización del beneficio total de la cadena de suministro:

$$Max\, \pi_{p+d} = p[\alpha - \beta(p)]^{\frac{1}{v}} \left(k_d\sqrt{a} + k_p\sqrt{A}\right) - A - a$$

$$s.a: \quad p < \frac{\alpha}{\beta} \quad y \ A, a > 0$$

La cooperación entre productor y distribuidor lleva a la siguiente solución, caracterizada en el *Teorema 4* de Aust y Buscher (2012):

$$\boldsymbol{I^C}: \ \boldsymbol{p = \frac{\alpha\beta}{\beta(1+v)}}$$

$$\boldsymbol{II^C}: \ \boldsymbol{A = \frac{v^2 k_p^2}{4\beta^2} (\frac{\alpha}{1+v})^{\frac{2}{v+2}}}$$

$$\boldsymbol{III^C}: \ \boldsymbol{A = \frac{v^2 k_r^2}{4\beta^2} (\frac{\alpha}{1+v})^{\frac{2}{v+2}}}$$

6. ESTUDIO DE VALORES: COMPARACIÓN DE LOS BENEFICIOS DE CADA JUEGO.

En esta sección analizamos la variación de los beneficios ante los cambios en cada uno de los parámetros del modelo: $\alpha, \ \beta, \ v$ y k. El objetivo es comparar el beneficio conjunto que obtienen los miembros de la cadena de distribución en cada uno de los juegos no cooperativos con el caso de cooperación, para diferentes valores de los parámetros.

Los apartados 6.1., 6.2, 6.3 y 6.4 comparten la misma metodología: En cada apartado se asignan distintos valores al parámetro de estudio en cada caso, manteniendo el resto de ellos constantes; a partir de ahí se calcula el valor del beneficio conjunto de ambos jugadores en cada juego no cooperativo, para posteriormente hacer la comparación con el caso cooperativo. Dicha comparación se estudia mediante la diferencia relativa, medida a través de la siguiente fórmula:

$$DR = \frac{Beneficio\ total\ del\ juego\ cooperativo - Beneficio\ total\ del\ juego\ no\ cooperativo}{Beneficio\ total\ del\ juego\ cooperativo}\ x\ 100$$

Esta metodología permite aislar el efecto de la variación de cada uno de los cuatro parámetros del modelo, pudiendo darse una interpretación económica del mismo.

6.1. Efecto de los cambios en α.

Para analizar el impacto de cambios en α en los beneficios conjuntos de cada juego se han mantenido constantes el resto de los parámetros, a los cuales se han asignado los siguientes valores:

β	v	k_d	k_p	$k = k_p/k_d$
1	3	1	2	2

Las tablas ***1.1, 1.2 y 1.3*** del Anexo A permiten deducir los siguientes resultados:

- Cuanto mayor es el valor de α, mayor es el beneficio que obtienen cada uno de los jugadores, y por tanto, el conjunto del canal de distribución en cualquiera de los cuatro juegos. Desde el punto de vista económico, esta afirmación es lógica, puesto que cuanto mayor sea la demanda potencial o el mercado potencial del producto, mayor va a ser el beneficio de la cadena de suministro, independientemente de la proporción en que se divida este entre productor y distribuidor.
- Un aumento de α no supone en ningún caso una variación en la diferencia relativa entre cada uno de los juegos no cooperativos y el juego cooperativo. De esta afirmación se deduce que el valor de α no influye en la decisión de los miembros del canal de cooperar.
- La diferencia relativa respecto al caso de cooperación alcanza su valor máximo en el caso del juego a la Stackelberg con el productor como líder, y su valor mínimo en el juego a la Stackelberg cuando es el distribuidor el líder.
- Sea cual sea el valor de α, el juego de cooperación proporciona unos beneficios conjuntos mayores que cualquiera de los juegos no cooperativos.

6.2. Efecto de los cambios en $\boldsymbol{\beta}$.

Para analizar el impacto de cambios en β en los beneficios conjuntos de cada juego se han mantenido constantes el resto de los parámetros, a los cuales se han asignado los siguientes valores:

α	v	k_d	k_p	$k = k_p/k_d$
10	3	1	2	2

Las tablas ***2.1, 2.2 y 2.3*** presentadas en el Anexo A permiten extraer los siguientes resultados y sus correspondientes interpretaciones:

- La relación entre el parámetro β y los beneficios de los cuatro juegos es inversa. A medida que β crece, los beneficios individuales y totales del canal de distribución disminuyen. La lógica económica reside en que, cuanto más sensibles son los consumidores, y por tanto la demanda de mercado, a una variación en los precios, medida a través del parámetro β, un pequeño aumento en el precio del producto significará una gran disminución de la demanda, y con ello de los beneficios.
- Los cambios en el valor de β no implican una variación en la diferencia relativa entre los juegos no cooperativos y el caso de cooperación, por tanto, se puede afirmar que el parámetro β no tiene influencia alguna en la decisión de cooperación de los miembros del canal de distribución.
- Como en el caso de la subsección anterior, el juego de Stackelberg con el productor como líder de la cadena de distribución lleva a una diferencia relativa máxima respecto al caso de cooperación, mientras que esta diferencia es mínima cuando el distribuidor es el líder de la cadena.
- De nuevo, las tablas muestran que sea cual sea el valor de β el juego de cooperación genera unos beneficios conjuntos mayores que cualquiera de los juegos no cooperativos.

6.3 Efecto de los cambios en v.

Para analizar el impacto de cambios en *v* en los beneficios conjuntos de cada juego se han mantenido constantes el resto de los parámetros, asignando los siguientes valores:

α	β	k_d	k_p	$k = k_p/k_d$
10	1	1	2	2

La relación entre el parámetro *v* y los beneficios de cada juego no es monótona. Por tanto, para realizar un análisis más riguroso del efecto de este parámetro ante la particularidad de su utilidad, al definir la forma funcional de la demanda en función del precio, conviene en primer lugar realizar la comparación de los beneficios totales en cada uno de los juegos no cooperativos frente al caso cooperativo, para posteriormente obtener unas interpretaciones generales.

6.3.1. En el juego no cooperativo de Nash.

De los resultados obtenidos en la ***Tabla 3.1*** se tiene:

- Para valores pequeños de *v*, a medida que *v* aumenta, los beneficios van disminuyendo, hasta llegar a un mínimo, a partir del cual comienzan a crecer. El mínimo se alcanza en el caso no cooperativo para un valor de *v* más pequeño que en el caso cooperativo.
- La diferencia relativa disminuye a medida que *v* aumenta, pero cuando este parámetro tiende a valores muy altos, esta se mantiene constante en torno al 25%, de tal forma que por mucho que aumente *v*, la diferencia relativa nunca bajará de ese porcentaje, o lo que es lo mismo, esta diferencia como función de v presenta un límite horizontal en el 25%.

6.3.2. En el juego de Stackelberg con el productor como líder.

De los resultados obtenidos en la ***Tabla 3.2*** se tiene:

- Como en el apartado anterior, para valores pequeños de v, a medida que v aumenta, los beneficios van disminuyendo, hasta llegar a un mínimo, a partir del cual comienzan a crecer. De nuevo, el mínimo se alcanza para un valor de v más pequeño en el caso no cooperativo que cuando existe cooperación.
- La diferencia relativa disminuye a medida que v aumenta. Cuando este parámetro toma valores muy altos, la diferencia relativa entre los beneficios en el caso de cooperar y no cooperar tiende a cero, si bien los beneficios siempre son mayores en el caso cooperativo.

6.3.3. En el juego de Stackelberg con el distribuidor como líder.

De los resultados obtenidos en la ***Tabla 3.3*** se tiene:

- De nuevo, como en los dos casos anteriores, para valores pequeños de v, a medida que v aumenta, los beneficios van disminuyendo, hasta llegar a un mínimo, a partir del cual comienzan a crecer. Sin embargo, en este caso, ambas funciones de beneficios, π_{p+d} y π_{cop} crecen y luego decrecen a un ritmo similar, presentando un mínimo en torno a v = 9.

- La diferencia relativa disminuye a medida que v aumenta, y cuando este parámetro tiende a valores muy altos, esta se mantiene constante en torno al 29,8%. Esta diferencia como función de v presenta un límite horizontal en el 29,8%.

6.3.4. Interpretación general de los beneficios en función de *v*:

- Sea cual sea el tipo de juego considerado, los valores más altos de los beneficios totales de la cadena de distribución se alcanzan para un tipo de función precio demanda convexa, es decir, cuando v < 1. La explicación económica reside en la relación entre convexidad de la función precio demanda, la elasticidad y necesidad de un bien y los beneficios. Cuando la función precio demanda es convexa, el bien es inelástico. Tal y como señala SeyedEsfahani (2011), la elasticidad de los bienes tiene una estrecha relación con su necesidad, de modo que cuanta mayor necesidad de consumo exista, más inelástico será el bien. De este modo, se tiene una función de demanda convexa, un bien inelástico y una gran necesidad de consumo; por tanto, el margen que puede aplicarse respecto a los costes de producción puede ser alto sin que la demanda sufra una gran variación, y con ello los beneficios pueden ser mayores.
- De la interpretación anterior se deduce, secundado en los valores de v, que a medida que los bienes van siendo más elásticos, los beneficios tienden a disminuir.
- Si bien en el juego de Stackelberg con el productor como líder del canal de distribución los beneficios del juego no cooperativo y cooperativo tienden a igualarse, estos últimos siempre son algo mayores, por lo que siempre es más favorable desde el punto de vista conjunto la cooperación que actuar de forma no cooperativa.

6.3.5. Efecto de los cambios en k:

La ratio $k = k_p/k_d$, como se ha mencionado anteriormente, expresa la relación entre la eficacia que tiene la publicidad del productor en la generación de ventas

k_p y la del distribuidor k_d. Como es evidente, esta ratio no puede variar sin que k_d y/o k_p cambien, por lo que se ha optado por fijar $k_d = 1$ para permitir el análisis, de modo que, si hiciéramos lo propio con k_p, la interpretación sería simétrica.

Para analizar el impacto de los cambios en los beneficios conjuntos de cada juego se han mantenido constantes el resto de los parámetros, a las cuales se han asignado los siguientes valores:

α	β	v	k_d
10	1	3	1

De los resultados obtenidos en las tablas ***4.1, 4.2 y 4.3*** se tiene:

- A medida que k aumenta, aumentan los beneficios sea cual sea el juego, ya que la publicidad será más eficaz y con ello aumentará la demanda y los beneficios de los miembros de la cadena, y como consecuencia, los beneficios totales de la misma.
- En el caso de Nash (Tabla 4.1), independientemente de los valores, la diferencia relativa entre cooperar y no cooperar es siempre la misma (32,54%), aunque los beneficios individuales de productor y minorista cambien.
- En el caso del juego de Stackelberg con el productor como líder (Tabla 4.2), cuando aumenta kp y con ello la ratio k, la diferencia entre el caso no cooperativo y el de cooperación tiende a aumentar, siendo cada vez más beneficioso cooperar. Esto se debe a que, cuando el productor es el líder y su publicidad es muy eficaz, al cooperar, el distribuidor se va a servir de la publicidad hecha por el productor para aumentar sus beneficios, algo que no sucedería en el juego no cooperativo.
- En el caso de Stackelberg donde el distribuidor es el líder (Tabla 4.3) sucede de forma simétrica al de Stackelberg con el productor como líder. La mayor eficacia de la publicidad en este caso también sirve para aumentar los beneficios, al incrementarse la demanda. Sin embargo, en este caso según aumenta la eficacia publicitaria del productor como líder, la diferencia relativa con el caso cooperativo se va reduciendo.

- Como en todas las situaciones alcanzadas anteriormente, la cooperación siempre es más beneficiosa que la no cooperación, y los beneficios totales del canal de distribución siempre son mayores cuando los miembros del canal cooperan.

7. INTERÉS EN LA COOPERACIÓN.

En el apartado anterior se ha podido constatar a través de ejemplos numéricos que los beneficios totales del juego, como suma de los beneficios de los miembros del canal de distribución, son siempre mayores cuando estos cooperan que cuando toman una estrategia no cooperativa, independientemente de los valores que se asignen a los parámetros α, β, *v* y *k*. Por tanto, se cumplen las siguientes condiciones:

$$\pi_{p+d}^{C} > \pi_{p+d}^{N} \ , \qquad \pi_{p+d}^{C} > \pi_{p+d}^{SP} \ , \qquad \pi_{p+d}^{C} > \pi_{p+d}^{SD}$$

Donde:

- π_{p+d}^{C}, es el beneficio total del canal de distribución en el caso cooperativo.
- π_{p+d}^{N}, es el beneficio total del canal de distribución en el juego de Nash.
- π_{p+d}^{SP}, es el beneficio total del canal de distribución en el juego de Stackelberg con el productor como líder.
- π_{p+d}^{SD}, es el beneficio total del canal de distribución en el juego de Stackelberg con el distribuidor como líder.

Sin embargo, la realidad económica evidencia que estas condiciones no son suficientes para que los miembros del canal implementen una estrategia de cooperación. El juego cooperativo únicamente tendrá lugar si tanto productor como distribuidor obtienen un incremento en sus beneficios individuales como resultado de la cooperación, es decir, si los beneficios obtenidos por cada uno de los miembros por cooperar son mayores que los beneficios máximos que recibirían jugando cualquiera de las estrategias de los otros juegos no cooperativos. Por tanto, deben cumplirse las siguientes condiciones:

$$\Delta\pi_p = \pi_p^c - \pi_p^{max} \geq 0 \quad \text{y} \quad \Delta\pi_d = \pi_d^c - \pi_d^{max} \geq 0,$$

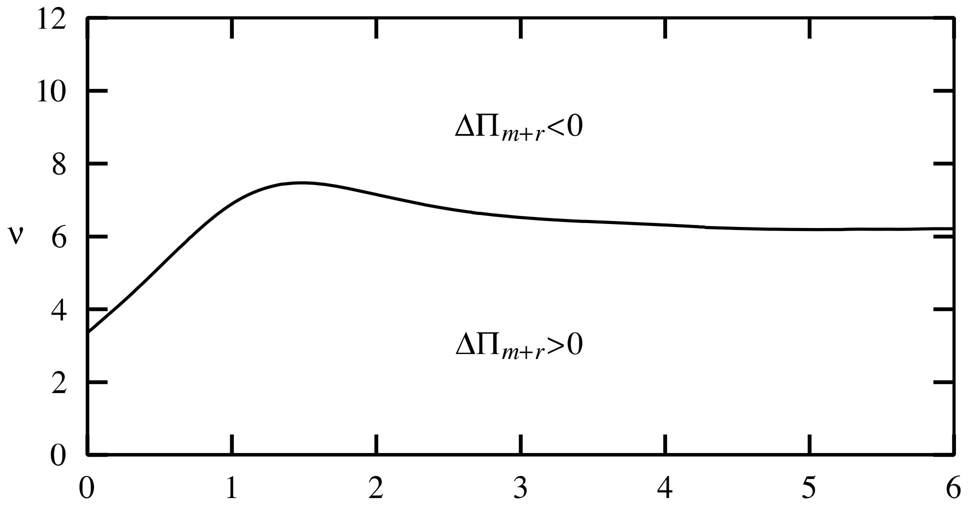
con:

- $\Delta\pi_p$, la diferencia del beneficio del productor entre el caso de cooperar y no cooperar.
- $\Delta\pi_d$, la diferencia del beneficio del distribuidor entre el caso de cooperar y no cooperar.
- π_p^c, el beneficio del productor en caso de cooperar.
- π_d^c, el beneficio del distribuidor en caso de cooperar.
- π_p^{max}, el beneficio máximo del productor en cualquiera de los juegos no cooperativos.
- π_d^{max}, el beneficio máximo del distribuidor en cualquiera de los juegos no cooperativos.

Denotando por $\Delta\pi_{p+d}$ a la diferencia del beneficio total de productor y distribuidor en caso de cooperar, respecto al caso de no cooperar, se tiene que las dos condiciones anteriores solo pueden darse sí se cumple la siguiente condición:

$$\Delta\pi_{p+d} = \Delta\pi_p + \Delta\pi_p = \pi_{p+d}^c - \pi_p^{max} - \pi_d^{max} \geq 0$$

En el apartado 6 se ha comprobado que las variaciones en los parámetros α y β no tienen impacto alguno en la diferencia relativa, mientras que esta sí que varía ante cambios en los parámetros *v* y *k*, siendo estos los parámetros relevantes en la decisión de cooperación o no cooperación por parte de los miembros de la cadena de distribución. Aust y Buscher (2012) analizan la condición $\Delta\pi_{p+d} \geq 0$ en función de los valores de *v* y *k* a través de la ***Fig.12*** de su estudio que se recoge a continuación:



En esta figura, la notación $\Delta\pi_{m+r}$ corresponde a la notación $\Delta\pi_{p+d}$ del presente trabajo. Esta representación muestra los conjuntos de valores de k y v para los cuales la cooperación es o no viable, $\Delta\pi_{p+d} \geq 0$ y $\Delta\pi_{p+d} \leq 0$, respectivamente.

De la interpretación de esta grafica se tiene:

- La cooperación es siempre viable para valores pequeños de v. No obstante, existe un umbral, el cual varía en función del valor de k, a partir del cual la condición $\Delta\pi_{p+d} \geq 0$ deja de cumplirse, y con ello la viabilidad del juego de cooperación.
- Tal y como se ha explicado previamente en el apartado 6.3.4, el valor de v está relacionado con la curvatura de la función precio demanda, la elasticidad del bien y la necesidad de su consumo.

Para bienes altamente elásticos, la cooperación no es viable; la alta sensibilidad de los precios hace que tanto productor como distribuidor opten por jugar de forma no cooperativa para maximizar sus beneficios. La explicación económica es la siguiente: Cuanto mayor es la elasticidad de un bien, más baja es su necesidad de consumo y menos consumidores estarán interesados en su compra, por lo que su demanda disminuye. Para aumentar esta demanda será necesario incrementar el gasto publicitario, sin embargo, la función de demanda publicitaria muestra que los rendimientos de la publicidad son decrecientes. El incremento del gasto publicitario provoca cada vez menos aumento de los beneficios, y si los gastos publicitarios han de incrementarse porque los bienes son menos necesarios, los beneficios tenderán a disminuir.

Para bienes inelásticos o escasamente elásticos, la cooperación es siempre viable.

- Para valores de k relativamente bajos (entre 0 y 1,5), es decir, aquellos valores para los que la eficacia de la publicidad del productor no es significativamente mayor que la del distribuidor, los bienes han de ser más necesarios para que los miembros del canal estén interesados en cooperar; en caso contrario, la cooperación no será viable. La explicación económica es la siguiente: Si la eficacia de la publicidad del productor no es sustancialmente alta en comparación con la del distribuidor, convendrá más que sea este último quien actúe como líder. La tendencia actual, con los avances en las nuevas tecnologías, hace que sea el distribuidor quien tiene una información más detallada sobre los patrones de consumo de los individuos en mercados específicos. Es en este tipo de mercados donde se venden los bienes menos necesarios, de modo que poniendo en práctica el juego de Stackelberg donde el distribuidor es el líder, este podrá tener unos beneficios mayores que cooperando con el productor, haciendo que la cooperación sea inviable.

- A partir de una ratio de eficacia de la publicidad del productor relativamente grande (más del doble, k>2) esta deja de ser relevante a la hora de definir la viabilidad de la cooperación en comparación con v, siendo los valores de este último parámetro los que determinen el interés de cooperar o no cooperar por parte de los miembros del canal de distribución.

8. EL JUEGO DE NEGOCIACIÓN.

8.1 Modelo de negociación descrito en Aust y Buscher (2012)

El juego de negociación, tal y como se ha explicado anteriormente en el apartado cuarto, tiene como objetivo el reparto de beneficios del juego cooperativo entre productor y distribuidor de tal manera que ambos jugadores estén interesados en cooperar y no tengan incentivos en desviarse de dicha cooperación. Con este reparto se busca que las condiciones presentadas en la sección anterior se cumplan, de tal manera que cada uno de los miembros del canal obtienen más beneficios cooperando que sin hacerlo. En el modelo de Aust y Buscher (2012), esta división del beneficio se realiza teniendo en cuenta dos parámetros: la actitud frente al riesgo y el poder de negociación. Se formula el modelo incluyendo el poder de negociación μ, considerando la siguiente función de utilidad en términos del beneficio:

$$u_{p+d} = u_p(\Delta\pi_p)^{\mu_p} u_d(\Delta\pi_d)^{\mu_d}, \text{ con } \mu_p > 0, \mu_d > 0 \;\; y \;\; \mu_p + \mu_d = 1$$

Donde:

- u_{p+d} es la utilidad conjunta que le reporta el beneficio a productor y distribuidor.
- u_p es la utilidad que le reporta el beneficio al productor.

- u_d es la utilidad que le reporta el beneficio al distribuidor.
- $\Delta\pi_p$ es la diferencia entre el beneficio del productor en caso de cooperar y no cooperar.
- $\Delta\pi_d$ es la diferencia entre el beneficio del productor en caso de cooperar y no cooperar.
- μ_p es el poder de negociación del productor.
- μ_d es el poder de negociación del distribuidor.

Del mismo modo, se incluye la actitud frente al riesgo, λ, relacionándola con la utilidad que le reporta a cada miembro una variación del beneficio entre cooperar y no hacerlo, a través de la siguiente expresión:

$$u_p(\Delta\pi_p) = \Delta\pi_p^{\lambda_p}$$

$$u_d(\Delta\pi_d) = \Delta\pi_d^{\lambda_d}$$

Donde:

- λ_p, representa la actitud frente al riesgo del productor.
- λ_d, representa la actitud frente al riesgo del distribuidor.

Para obtener la solución de equilibrio del juego de negociación en un canal de distribución donde productor y distribuidor tienen sus propios parámetros de poder de negociación y actitud frente al riesgo, hay que resolver el siguiente programa de optimización:

$$Max \quad \pi_{p+d} = \Delta\pi_p^{\mu_p\lambda_p} \Delta\pi_d^{\mu_d\lambda_d}$$

$$s.a{:}\ \Delta\pi_{p+d} = \Delta\pi_p + \Delta\pi_d, \text{ con } \Delta\pi_p, \Delta\pi_d > 0$$

Aust y Buscher (2012) en el Teorema 5 caracterizan la solución del juego de negociación entre productor y distribuidor de la siguiente manera:

$$\Delta\pi_p^{JN} = \frac{\mu_p\lambda_p}{\mu_p\lambda_p + \mu_d\lambda_d}\Delta\pi_{p+d}$$

$$\Delta\pi_d^{JN} = \frac{\mu_d\lambda_d}{\mu_d\lambda_d + \mu_p\lambda_p}\Delta\pi_{p+d}$$

Esta solución establece la distribución de la diferencia del beneficio total de productor y distribuidor en caso de cooperar respecto del caso no cooperativo, obteniendo el reparto correspondiente para cada valor de los parámetros que caracterizan el poder de negociación y la actitud frente al riesgo. De cada uno de los jugadores.

8.2. Relación riesgo-poder negociación.

A continuación, realizamos un estudio numérico, asignando diferentes valores a los parámetros $\mu_p, \lambda_{p,}\mu_d\ y\ \lambda_d$:

Para los valores siguientes, que se corresponden con una situación completamente simétrica para los dos jugadores, como cabía esperar, se tiene que la proporción de $\Delta\pi_{p+d}$ es del 50% para el productor y 50% para el distribuidor, tal y como puede apreciarse en la figura 5.1 del Anexo A.

PARÁMETROS	μ_f	μ_d	λ_f	λ_d
VALOR	0,5	0,5	1	1

Para los valores siguientes, que reflejan una situación en la que productor y distribuidor tienen la misma actitud frente al riesgo, pero el poder de negociación del distribuidor es superior al del fabricante, se tiene que la proporción de $\Delta\pi_{p+d}$es del 25% para el productor y 75% para el distribuidor, tal y como puede apreciarse en la figura 5.2 del Anexo A. Es decir, el poder de negociación se refleja en el diferente porcentaje de distribución de la diferencia de beneficios.

PARÁMETROS	μ_f	μ_d	λ_f	λ_d
VALOR	0,25	0,75	1	1

Para los valores siguientes, para los que ambos jugadores presentan el mismo poder de negociación, pero diferente actitud frente al riesgo, se tiene que, al igual que para los valores μ_f = 0,25; μ_d = 0,75; λ_f =1 y λ_d =1 la proporción de $\Delta\pi_{p+d}$es del 25% para el productor y 75% para el distribuidor, tal y como puede apreciarse en la figura 5.3 del Anexo A. Lo que de nuevo refleja que el jugador con una actitud frente al riesgo tres veces la del otro jugador, consigue triplicar el porcentaje de beneficios que le corresponden en la distribución.

PARÁMETROS	μ_f	μ_d	λ_f	λ_d
VALOR	0,5	0,5	1	3

De este análisis, podemos afirmar que, para el modelo de Aust y Buscher (2012) la variación del poder de negociación y de la actitud frente al riesgo tienen un efecto idéntico sobre el reparto de $\Delta\pi_{p+d}$. Las expresiones recogidas en el teorema 5 muestran que siempre se considera el producto. El papel que juegan ambos parámetros es intercambiable, ya que lo que afecta a la distribución del reparto es el término $\mu\,\lambda$.

Sin embargo, a mi modo de ver, podría pensarse que el poder de negociación debería tener una relevancia mayor que la actitud frente al riesgo en la distribución de los beneficios como consecuencia del juego de negociación.

En una negociación existen múltiples factores que influyen en la toma de decisiones por parte del distribuidor y del productor. Estos factores pueden medirse, como la necesidad financiera, la cuota de mercado o la dependencia mutua, o no poderse medir, como la reputación de la marca, el acceso a la tecnología o las habilidades de los negociadores. Todas estas variables tienen una mayor correlación con el poder de negociación que con la actitud que se tome frente al riesgo; puedan o no medirse influyen de una forma más directa en aquel.

Además, se podría incidir en la misma dirección a partir del concepto de probabilidad propio de otras ramas de la economía, como es la estadística. La relación entre la probabilidad de éxito en una negociación y la actitud frente al riesgo es inversa. Un jugador que tiene una mayor probabilidad de éxito en una negociación querrá incurrir en un riesgo menor, teniendo una menor propensión a este. Ante una situación donde un jugador tiene escasa probabilidad de éxito, podría jugar una estrategia más arriesgada, sin embargo, si el otro jugador tiene un poder de negociación alto, no cederá ante las pretensiones del primero.

Por tanto, entiendo que podría ser interesante como objeto de próximas investigaciones el análisis de esta relación y su modelación matemática.

9. CONCLUSIONES.

A continuación, se recogen las principales conclusiones del trabajo:

I. La publicidad cooperativa, entendida como acuerdo financiero entre los diversos agentes del canal de distribución, tiene una gran relevancia en el aumento de la eficiencia del gasto publicitario. En este estudio se trata la publicidad cooperativa vertical, para un canal con un productor y un distribuidor.

II. La Teoría de juegos es una herramienta matemática que permite evaluar las situaciones en las cuales existen conflictos de intereses económicos entre dos o más jugadores, y prescribir las estrategias a seguir por ellos para llegar a situaciones de equilibrio.

III. De los modelos diferentes que se han considerado en la literatura que aplican la teoría de juegos al estudio de la publicidad cooperativa, se estudia el de Aust y Buscher (2012), el cual refleja de forma fidedigna el cambio en la estructura del canal de distribución que ha tenido lugar con el avance de las nuevas tecnologías y el incremento de la importancia del distribuidor, adaptándose a los diferentes poderes de mercado de los miembros de la cadena de producción.

IV. Este modelo, además, incluye por un lado el precio mayorista que el fabricante carga al distribuidor y el margen que carga este último a los consumidores en la función respuesta de demanda publicitaria a través de las variables w y m. Por último, también incluye la respuesta de los consumidores en la función de precio demanda, modulada por medio del parámetro v.

V. Se contemplan las estrategias óptimas de distribuidor y productor considerando cuatro tipos de juegos, tres de ellos no cooperativos como son los de Nash, Stackelberg con el productor como líder y Stackelberg con el distribuidor como líder como de Nash, y el caso del juego cooperativo. Para este último se plantea el modelo de negociación, cuya utilidad es repartir entre los miembros del canal de distribución los beneficios que surgen como consecuencia del excedente generado por la cooperación.

VI. A partir del estudio numérico realizado se puede concluir que tanto el parámetro v, que mide el tipo de bien según su elasticidad y necesidad, como el parámetro k, que mide la ratio entre la efectividad de la publicidad del productor frente al distribuidor, influyen en la decisión que toman los miembros de la cadena de distribución sobre la conveniencia o no de jugar un juego cooperativo, pudiendo obtenerse las siguientes conclusiones:

- La necesidad de consumo de un bien tiene una relación directa con la viabilidad de la cooperación, de modo que esta será mayor cuanto más necesarios e inelásticos sean los bienes.
- Cuando la eficacia de la publicidad del productor no es significativamente mayor que la del distribuidor, los bienes deben ser más necesarios para que exista un interés mutuo entre productor y distribuidor de actuar de forma cooperativa.

Adicionalmente, se podría considerar que quizás la modelización de la división de los beneficios propia del juego de negociación podría realizarse de tal manera que la relación entre el poder de negociación y la actitud frente al riesgo no fuera simétrica, pudiéndose incluir aspectos diferentes y que enriquecieran el estudio, lo que podría ser objeto de interés para un próximo análisis más detallado.

10. REFERENCIAS BILOGRÁFICAS

10.1. Articulos.

- Aust, G. & Buscher, U. (2012):"Vertical cooperative advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer supply chain: A game theoretic approach", *European Journal of Operational Research*, 223, pp. 473-482.
- Aust, G. & Buscher, U. (2014): "Cooperative advertising models in supply chain management: A review", *European Journal of Operational Research,* 234, pp. 1-14.
- Bergen, M. & John, G. (1997): "Understanding cooperative advertising participation rates in conventional channels", *Journal of Marketing Research*, 34, pp. 357-369.
- Jorgensen, S. & Zaccour, G. (2014): "A survey of game-theoretic models of cooperative advertising", *European Journal of Operational Research,* 237, pp. 1-14.
- Nash, J. F. (1950): "The bargaining problem", *Econometrica*, 18 nº2, pp.155-162.
- Roth, A. E & Rothblum, U. G. (1982): "Risk aversion and Nash solution for bargaining games with risky outcomes", *Econometrica*, 50 nº3, pp.639-647.
- SeyedEsfahani, M. M. & Biazaran, M. & Gharakhani, M. (2011): "A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer-retailer supply chains*", European Journal of Operational Research*, 211, pp.263-273.
- Xie, J & Wei, J.C (2009): "Coordinating advertising and pricing in a manufacturer-retailer channel", *European Journal of Operational Research*, 197, pp.785-791.

8.2. Libros.

- Crimmins, E. C. (1984): *Cooperative advertising.* Editorial Gene Wolff & Co. NY.
- Muthoo. A (1999): *Bargaining Theory with Applications.* Editorial Cambridge University Press. Cambridge.

ANEXO

α= 1			
2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN 32,54%	PROD	∏p	0,075290294
	DISTR	∏d	0,112935442
	CONJ	∏p+d	0,188225736
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN 37,75%	PROD	∏P	0,116987704
	DISTR	∏d	0,056724285
	CONJ	∏f+d	0,17371199
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN 31,25%	PROD	∏p	0,078811793
	DISTR	∏d	0,113038233
	CONJ	∏p+d	0,191850025
COOPERACIÓN			
	PROD	∏p	
	DISTR	∏d	
	CONJ	∏p+d	0,279035341

Tabla 1.1. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para α= 1.

α= 3			
2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	1,40949111
32,54%	DISTR	∏d	2,114236665
	CONJ	∏p+d	3,523727775
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	2,190098084
37,75%	DISTR	∏d	1,061921412
	CONJ	∏p+d	3,252019495
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	1,475416215
31,25%	DISTR	∏d	2,116160994
	CONJ	∏p+d	3,591577209
COOPERACIÓN			
	PROD	∏p	
	DISTR	∏d	
	CONJ	∏p+d	5,223752093

Tabla 1.2. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para α= 3.

α= 6

2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	8,949710684
32,54%	DISTR	∏d	13,42456603
	CONJ	∏p+d	22,37427671
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	13,90625601
37,75%	DISTR	∏d	6,742780663
	CONJ	∏p+d	20,64903667
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	9,368309009
31,25%	DISTR	∏d	13,43678475
	CONJ	∏p+d	22,80509376
COOPERACIÓN			
	PROD	∏p	
	DISTR	∏d	
	CONJ	∏p+d	33,16875827

Tabla 1.3. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para α= 6

β= 1

2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	34,94665896
32,54%	DISTR	∏d	52,41998844
	CONJ	∏p+d	87,3666474
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏P	54,30088227
37,75%	DISTR	∏d	26,32908086
	CONJ	∏f+d	80,62996313
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	36,58119369
31,25%	DISTR	∏d	52,46769989
	CONJ	∏p+d	89,04889358
COOPERACIÓN			
	PROD	∏p	
	DISTR	∏d	
	CONJ	∏p+d	129,5167324

Tabla 2.1. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para β= 1

β= 3

2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	3,882962107
32,54%	DISTR	∏d	5,82444316
	CONJ	∏p+d	9,707405267
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	6,033431363
37,75%	DISTR	∏d	2,925453429
	CONJ	∏p+d	8,958884792
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	∏p	4,064577076
31,25%	DISTR	∏d	5,829744432
	CONJ	∏p+d	9,894321509
COOPERACIÓN			
	PROD	∏p	
	DISTR	∏d	
	CONJ	∏p+d	14,39074804

Tabla 2.2. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para β= 3

β= 6

2. COMPARATIVA DE BENEFICIOS	AGENTE	TIPO DE ∏	VALOR DE ∏
NASH			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	$\prod_p$	0,970740527
32,54%	DISTR	$\prod_d$	1,45611079
	CONJ	$\prod_{p+d}$	2,426851317
STACKELBERG PRODUCTOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	$\prod_p$	1,508357841
37,75%	DISTR	$\prod_d$	0,731363357
	CONJ	$\prod_{p+d}$	2,239721198
STACKELBERG DISTRIBUIDOR LIDER			
DR VS COOPERACIÓN	PROD	$\prod_p$	1,016144269
31,25%	DISTR	$\prod_d$	1,457436108
	CONJ	$\prod_{p+d}$	2,473580377
COOPERACIÓN			
	PROD	$\prod_p$	
	DISTR	$\prod_d$	
	CONJ	$\prod_{p+d}$	3,59768701

Tabla 2.3. Comparativa de beneficios de los juegos no cooperativos con el caso de la cooperación para β= 6

NASH			
v	∏f+d	∏coop	Diferencia Relativa
0,5	14648,4375	27434,84225	46,61%
1	462,962963	781,25	40,74%
2	120	185,1851852	35,20%
3	87,3666474	129,5167324	32,54%
4	78,08092988	113,137085	30,99%
5	74,58110816	106,4846532	29,96%
6	73,19239299	103,4309278	29,24%
7	72,73325794	102,0034108	28,70%
8	72,72792026	101,401491	28,28%
9	72,95647463	101,25	27,94%
10	73,30756925	101,3552165	27,67%
11	73,72117839	101,6099648	27,45%
12	74,16353252	101,9518807	27,26%
15	75,50496414	103,1897519	26,83%
20	77,48991062	105,2711786	26,39%
25	79,09796655	107,0644934	26,12%
30	80,40050652	108,5604634	25,94%
35	81,47180249	109,8126535	25,81%
40	82,36770428	110,8723083	25,71%
50	83,78295503	112,5659037	25,57%
80	86,3751556	115,7198398	25,36%
120	88,17105906	117,9384299	25,24%
180	89,58931965	119,7081356	25,16%
250	90,49761452	120,8495945	25,12%
500	91,85470043	122,5674693	25,06%
1000	92,66902555	123,6064091	25,03%
10000	93,59823036	124,8024611	25,00%
100000	93,73049548	124,9744767	25,00%
1000000	93,74761764	124,9968718	25,00%
1000000000000000	93,75	125	25,00%

Tabla 3.1 Comparación de los beneficios entre el juego de Nash y el caso cooperativo para cada valor de v

STACKELBERG PRODUCTOR			
v	*∏f+d*	*∏coop*	Diferencia
0,5	14010,35373	27434,84225	48,93%
1	423,5701405	781,25	45,78%
2	108,9689474	185,1851852	41,16%
3	80,62996313	129,5167324	37,75%
4	73,48778818	113,137085	35,05%
5	71,53538551	106,4846532	32,82%
6	71,42984173	103,4309278	30,94%
7	72,09828281	102,0034108	29,32%
8	73,11129801	101,401491	27,90%
9	74,27313003	101,25	26,64%
10	75,48712252	101,3552165	25,52%
11	76,70330944	101,6099648	24,51%
12	77,895411	101,9518807	23,60%
15	81,22313989	103,1897519	21,29%
20	85,85931951	105,2711786	18,44%
25	89,54507721	107,0644934	16,36%
30	92,52805218	108,5604634	14,77%
35	94,99162503	109,8126535	13,50%
40	97,06330021	110,8723083	12,45%
50	100,3631971	112,5659037	10,84%
80	106,5139927	115,7198398	7,96%
120	110,8697152	117,9384299	5,99%
180	114,370509	119,7081356	4,46%
250	116,6428031	120,8495945	3,48%
500	120,0849203	122,5674693	2,03%
1000	122,1794937	123,6064091	1,15%
10000	124,6003127	124,8024611	0,16%
100000	124,9484658	124,9744767	0,02%
1000000	124,9992545	124,9996296	0,00%

Tabla 3.2 Comparación de los beneficios entre el juego de Stackelberg con el productor como líder y el caso cooperativo para cada valor de v

STACKELBERG DISTRIBUIDOR			
v	*∏f+d*	*∏coop*	Diferencia
0,5	18416,42824	27434,84225	32,87%
1	528,7235581	781,25	32,32%
2	126,5859015	185,1851852	31,64%
3	89,04889358	129,5167324	31,25%
4	78,08092988	113,137085	30,99%
5	73,6836244	106,4846532	30,80%
6	71,70954416	103,4309278	30,67%
7	70,82503414	102,0034108	30,57%
8	70,48981598	101,401491	30,48%
9	70,4514272	101,25	30,42%
10	70,57999216	101,3552165	30,36%
11	70,8039966	101,6099648	30,32%
12	71,08207164	101,9518807	30,28%
15	72,03662848	103,1897519	30,19%
20	73,58709582	105,2711786	30,10%
25	74,90215884	107,0644934	30,04%
30	75,99117845	108,5604634	30,00%
35	76,89879777	109,8126535	29,97%
40	77,66463497	110,8723083	29,95%
50	78,88514247	112,5659037	29,92%
80	81,14886213	115,7198398	29,87%
120	82,73534271	117,9384299	29,85%
180	83,99774485	119,7081356	29,83%
250	84,81058329	120,8495945	29,82%
500	86,03173082	122,5674693	29,81%
1000	86,76885177	123,6064091	29,80%
10000	87,61562401	124,8024611	29,80%
100000	87,73710379	124,9744767	29,80%
1000000	87,75289793	124,9968718	29,80%

Tabla 3.3 Comparación de los beneficios entre el juego de Stackelberg con el distribuidor como líder y el caso cooperativo para cada valor de v

k	∏f+d	∏coop	Diferencia
0,1	17,6480628	26,1623799	32,54%
0,25	18,5654126	27,5223056	32,54%
0,5	21,8416619	32,3791831	32,54%
0,75	27,3020773	40,4739789	32,54%
1	34,946659	51,8066929	32,54%
2	87,3666474	129,516732	32,54%
3	174,733295	259,033465	32,54%
4	297,046601	440,35689	32,54%
5	454,306566	673,487008	32,54%
6	1764,80628	2616,23799	32,54%
7	7006,80512	10387,2419	32,54%
8	43700,797	64784,2695	32,54%
9	174750,768	259059,368	32,54%
10	17473347	25903372,4	32,54%

Tabla 4.1 Comparación de los beneficios entre el juego de Nash y el caso cooperativo para cada valor de k

k	$\prod f+d$	$\prod coop$	Diferencia
0,1	19,8316139	26,1623799	24,20%
0,25	20,5917024	27,5223056	25,18%
0,5	23,3436189	32,3791831	27,91%
0,75	28,0103312	40,4739789	30,79%
1	34,6285788	51,8066929	33,16%
2	80,6299631	129,516732	37,75%
3	157,647388	259,033465	39,14%
4	265,552289	440,35689	39,70%
5	404,313017	673,487008	39,97%
6	1560,76276	2616,23799	40,34%
7	6186,6445	10387,2419	40,44%
8	38567,855	64784,2695	40,47%
9	154215,041	259059,368	40,47%
10	15419643,6	25903372,4	40,47%

Tabla 4.2 Comparación de los beneficios entre el juego de Stackelberg con el productor como líder y el caso cooperativo para cada valor de k

k	∏f+d	∏coop	Diferencia
0,1	15,5294914	26,1623799	40,64%
0,25	16,1277669	27,5223056	41,40%
0,5	18,5707623	32,3791831	42,65%
0,75	23,625432	40,4739789	41,63%
1	31,7389713	51,8066929	38,74%
2	89,0488936	129,516732	31,25%
3	185,055904	259,033465	28,56%
4	319,616274	440,35689	27,42%
5	492,669872	673,487008	26,85%
10	1934,98063	2616,23799	26,04%
20	7704,36906	10387,2419	25,83%
50	48090,1545	64784,2695	25,77%
100	192325,112	259059,368	25,76%
1000	19231339,6	25903372,4	25,76%

Tabla 4.3 Comparación de los beneficios entre el juego de Stackelberg con el distribuidor como líder y el caso cooperativo para cada valor de k

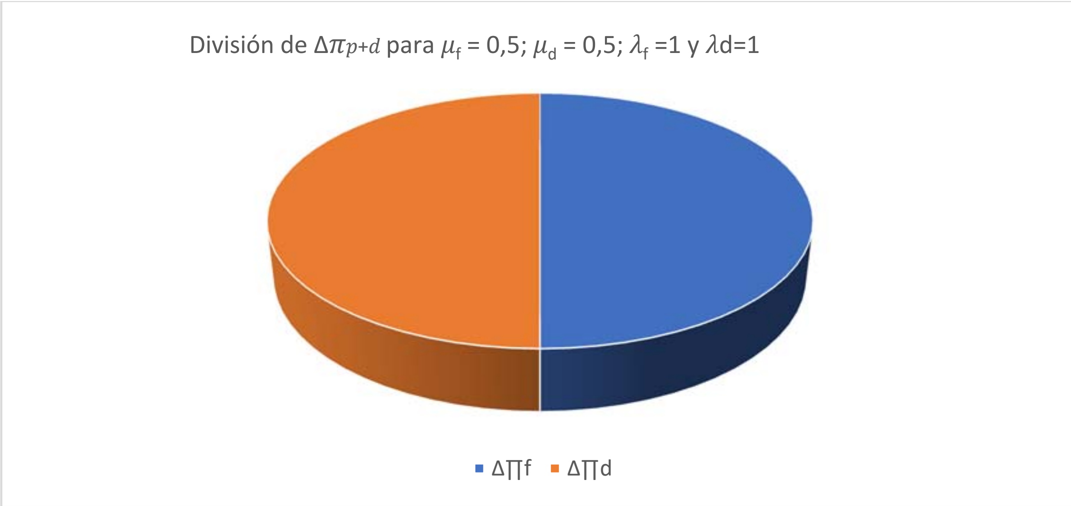


Figura 5.1

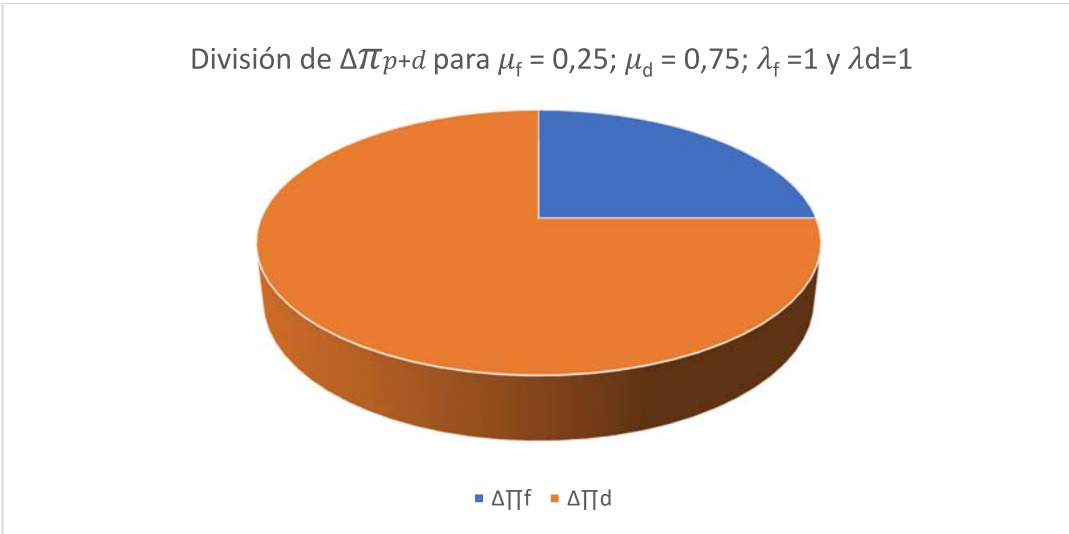


Figura 5.2