Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Administración y Dirección de Empresas

Teoría de Juegos. Aplicaciones.

Presentado por:

Jonatan Arranz Pardo

Valladolid, xx de Julio de 2023

RESUMEN

El presente trabajo de fin de grado explica en primer lugar, la teoría de juegos a lo largo de la historia, sus hechos más importantes y los autores de referencia. Continuando con la definición del juego, sus elementos, tipos y formas de representación. Una vez expuesto todo ello, el trabajo se centra en los juegos no cooperativos y en su solución, ya sea por argumentos de dominancia, equilibrio de Nash o inducción hacia atrás, o siguiendo la estrategia Maximin.

La última parte del trabajo, usando juegos que son una simplificación de situaciones reales, hace que lleguemos a una solución teórica que no siempre va a ser la óptima desde una perspectiva práctica y dándole la consiguiente importancia a la colaboración en la sociedad. Hacemos referencia al torneo sobre el dilema del prisionero iterativo, el problema sobre la contaminación el cual está estrechamente relacionado con este último y un ejemplo práctico de posible cooperación entre dos agentes y su relación con la paradoja del Ciempiés.

Palabras clave: Teoría de juegos, Equilibrio de Nash, Dilema del prisionero, Juegos no cooperativos.

CÓDIGOS JEL: C70, C71, C72

ABSTRACT

The following final degree project explains, first of all, the game theory throughout its history, its most remarkable events and the authors of reference. Followed by the definition of game itself, its elements, types and forms of representation. Once explicated the information above, this project focuses on non-cooperative games and their solution, either by dominant strategy, Nash equilibrium or backward induction, or following the Maximin strategy.

The last part of the work, using games that are a simplification of real situations, brings us to a theoretical solution that will not always be optimal from a practical perspective and giving the consequent importance to collaboration in society.

We refer to Robert Axelrod’s tournament on the iterative prisoner´s dilemma, the pollution issue which is closely related to prisioner´s dilemma and a practical example of possible cooperation between two agents and its relation to the centipede game.

Key words: Game theory, Nash Equilibrium, Prisoner’s dilemma, Non-cooperative games.

JEL CODE: C70, C71, C72

Índice de contenido.

1. INTRODUCCIÓN

Las personas tomamos una media de 35.000 decisiones diarias, todas ellas siempre con la maximización de nuestra propia utilidad como prioridad.

Cuando al concepto de toma de decisiones le añadimos el hecho de tener en cuenta las decisiones que tomarán el resto de agentes intervinientes, hablamos de teoría de juegos.

De esta manera es cómo podemos definir la teoría de juego como “una rama de la ciencia económica donde se estudian las decisiones de uno o varios individuos teniendo en cuenta las decisiones y acciones tomadas por el resto de agentes que intervienen en el escenario”.

En el presente Trabajo Fin de Grado (TFG) estudiaremos las partes de las que constan los juegos, los tipos de juego que existen y las diferentes soluciones existentes, para terminar mencionando ciertas aplicaciones de la teoría de juegos.

El objetivo principal del proyecto es analizar la teoría de juegos tanto desde un punto de vista teórico como práctico. Veremos como no siempre la realidad de los individuos se corresponde con lo que la teoría establece para estos.

1.1. Metodología

La metodología elegida para el proyecto es de tipo cualitativa. Se ha hecho uso de múltiples libros y artículos con la finalidad de recolectar e interpretar toda la información necesaria para su correcto desarrollo.

El proyecto se divide en una parte fundamentalmente teórica con la historia de la teoría de juegos, componentes, tipos de juego, su forma de representación y soluciones, y una parte donde podemos observar la posible disonancia entre la teoría y la práctica.

2. HISTORIA DE LA "TEORÍA DE JUEGOS"

A mediados del siglo XVII, algunos científicos (Huygens y Leibniz) se iniciaron en investigaciones sobre los conflictos y las interacciones humanas, sin alcanzar resultados relevantes o concluyentes (Palomo, 2020).

No obstante, esta disciplina nació en el siglo XVIII, pero no fue sino hasta el siglo XX, cuando se generaron elementos integradores que permitieron su desarrollo estructural (Valdez Juárez & Pérez de Lema, 2017).

Los padres de la "Teoría de Juegos", se identifican desde los trabajos elaborados por Cournot y Edqeworth, quienes en 1881 empezaron a elaborar documentos relacionados con la intervención astronómica.

Los autores cuyas obras fueron más relevantes en la época, fueron respectivamente, "Zermelo (1913), Borel (1921), John Von Neumann (1928) y John Forbes Nash (1950)", entre otros (Buenrostro Mercado, 2014).

Se destaca que la figura del gran matemático Borel (1921), representó un interés particular por la teoría, que, en aquel entonces, se encontraba emergiendo y posicionándose como una idea de estrategia mixta facilitando los pasos iniciales para la orientación de la teoría y el teorema del "minimax", la cual fue potencializada por el matemático "John Von Neumann" (Urquía Grande & Pérez Estébanez, 2021).

Entre otras cosas este teorema establece lo siguiente:

"…en un juego finito para dos jugadores A y B, existe un valor medio que representa la cantidad que el jugador A puede ganar a B si los dos jugadores juegan de manera razonable, tratando de obtener los mayores beneficios o menores pérdidas…" (Binmore, 2019).

Más adelante, esta aportación resultó clave para el desarrollo de la disciplina (Sánchez-Cuenca, 2019).

La obtención de la solución del teorema de "minimax", que se identificó como un elemento tan profundo, permitió la apertura de nuevas áreas y puso a disposición las conexiones que podrían existir dentro de las matemáticas y las interpretaciones del teorema (Ricart, 1988).

Así mismo, el autor "Albert W. Tucker", fue de gran relevancia para el modelo en el año 1950, contribuyendo con grandes aportes a partir de su nombre y dando la primera interpretación que se generaba desde "el dilema del prisionero" (Sánchez-Cuenca, 2019).

En el Año 1944 se publicó "Theory of Games and Economic Behaviour", que, traducida al castellano, se entiende cómo "la teoría de juegos y el comportamiento económico" (Restrepo Carvajal, 2019), escrito por "John Von Neumann y Oskar Morgenstern".

Este es uno de los libros que se considera como la base teórica para la "Teoría de Juegos", puesto que inicia una disciplina científica redactando la importancia de la teoría y su penetración en el mercado.

A esa obra, hoy se le considera como una de las más importantes en cuanto a la contribución que se le hacía a las matemáticas aplicadas a la economía y a la administración, marcando la definición integral de la "Teoría de Juegos" (Cerdá, E., 2014).

Más adelante, se produjo un desarrollo evidente en cuanto a la "Teoría de Juegos", pues aparecieron las aportaciones iniciales sobre los dilemas de los prisioneros, y se estableció el concepto de las estrategias óptimas para generar juegos con diferentes características que incluyen múltiples jugadores, en las condiciones en las que no se puede establecer un óptimo previo, denominado como "El equilibrio de Nash" (Restrepo Carvajal, 2019).

De esta manera, el concepto se hacía válido para aquellos juegos con características no cooperativas, pero que se podían extender a aquellos juegos que facilitaran una cooperación (Riker, 2019).

En 1951, el autor John Forbes Nash estableció un concepto fundamental dentro de la teoría, el anteriormente mencionado "Equilibrio de Nash".

Nash, generó un aporte a la teoría desde su tesis doctoral que consistía en un trabajo sobre los juegos no cooperativos, el cual tendría un posterior reconocimiento por parte de diferentes expertos relacionados con la "Teoría de Juegos" (Paucar Coque & Morales Cevallos, 2020).

Nash hizo popular un juego de conexión inventado por el matemático Piet Hein con el nombre de Hex, donde se demostró la viabilidad de la existencia de una estrategia ganadora para el primer jugador, aunque esta fuera desconocida (Monsalve & Arévalo, 2016).

En el año 1994 Nash recibió el premio Nobel de Economía por las diferentes contribuciones que había hecho a la “Teoría de Juegos”, con su tesis que tenía una sólida base en la consecución por parte de dos o más competidores, los cuales tenían los mismos resultados sin generar una cooperación entre ellos. En el año 2001 su historia fue llevada al cine, bajo el nombre de “a beautiful mind” (Monsalve & Arévalo, 2016).

Se entiende que el creador de dicha teoría fue John Von Newmann, por cuanto sentó las bases teóricas del juego, que resultaron de vital importancia para definir el inicio de la disciplina, sin embargo, su gran impulsor y desarrollador fue John F. Nash, quien generó aportaciones hasta el punto de que sus trabajos han generado diferentes aportaciones en diferentes prácticas y ramas científicas, reconociendo su intervención en las disciplinas políticas, económicas y otras (Correa Espinal & Gómez Montoya, 2020).

Recientemente, la “Teoría de Juegos” ha recibido un gran respaldo desde el enfoque académico, puesto que gran parte de sus exponentes y desarrolladores han recibido premios Nobel de Economía que les ha facilitado un posicionamiento dentro de la estructura académica actual (Macías-Collahuazo & Esparza-Parra, 2020).

A continuación, se presentan algunos de los principales pioneros que llevaron esta teoría al reconocimiento universal ante la academia y otras instituciones reguladoras.

Tabla 2.1. Personajes e hitos

Personajes e hitos		
Años	**Personaje**	**Hito**
1994	“John C. Harsanyi, John F. Nash y Reinhard Selten”	El análisis del equilibrio de la teoría de juegos que presenta características no cooperativas.
1996	“James A. Mirrlees y William Vickrey”	Las contribuciones que se refieren a la teoría económica por cuanto los incentivos se generan bajo información asimétrica.
2005	“Robert J. Aumann y Thomas C. Schelling”	Por la contribución a la comprensión de los conflictos y por la cooperación a través de los análisis propios de la teoría de juegos.
2007	“Leonid Hurwicz, Eric S. Maskin y Roger B. Myerson”	Por sentar unas bases sólidas frente a la teoría del diseño en los mecanismos relacionada con la teoría de juegos.
2012	“Alvin E. Roth y Lloyd S. Shapley”	Por la teoría que se refiere a la distribución estable y a la práctica del diseño en los mercados.
2020	“Paul R. Milgrom y Robert B. Wilson”	Por sus mejoras en la teoría de subastas y la invención de nuevos formatos de subastas.

Fuente: Elaboración propia.

3. LOS JUEGOS.

Un juego es una modelización de un conflicto entre dos o más agentes, los cuales deben tomar una serie de decisiones, sometidas a una serie de reglas, obteniendo un resultado.

A continuación, se mostrarán los diferentes elementos que forman parte de los juegos y se clasificarán a partir de su intervención y participación.

Como ejemplo de juego, vamos a recurrir al Dilema del Prisionero.

Existen dos delincuentes que son capturados al momento de la finalización de un grave delito. No existen pruebas cruciales contra ellos o el crimen que cometieron, pero sí existen grandes indicios relacionados con el delito, que además se fortalecen desde las pruebas existentes de un delito menor. Cada uno de los delincuentes, son interrogados en espacios separados, y ambos tienen en conocimiento que, si los dos no generan ningún tipo de declaración, podrían ser absueltos por los delitos principales, ya que no existen las pruebas suficientes para inculparlos. Pero en esa circunstancia sí que serían culpados y condenados por el delito menor a un año de cárcel. En ese sentido, se entiende que, si ambos generan una confesión, podrían ser condenados por el principal delito, pero se les otorgaría una rebaja por dicha confesión de aproximadamente 2 años. Finalmente, en el caso de que solo uno de los dos confiese, se librará de todas las penas o condenas, mientras que al otro se le atribuirán 5 años de cárcel (Monsalve & Arévalo, 2016).

3.1. Elementos en los juegos

De acuerdo con la misma terminología propuesta desde el caso de estudio, y la teoría de juegos planteada, los principales elementos que hacen parte de los juegos y sus conceptos son los siguientes:

- **Los jugadores:** son quienes participan en los juegos y las personas que toman las decisiones con la intención de generar una maximización en cuanto a las utilidades que se están poniendo a prueba.

- **Las acciones:** son los movimientos que puede aplicar cada uno de los jugadores al momento de su turno en el juego, son estos los detonantes de las consecuencias favorables o desfavorables que se puedan presentar.

- **Estrategias:** una estrategia para un jugador determina una acción en cada uno de los momentos del juego en el que le toque jugar. Un perfil de estrategias, es un conjunto de estrategias para cada uno de los jugadores que engloba completamente todas las acciones de un juego.
  Es erróneo pensar que estrategia es lo mismo que acción, ya que acción es, por ejemplo, el cambio de casilla de la reina en el juego del ajedrez, y estrategia es el conjunto de movimientos que tomas a lo largo de la partida.

- **La información**: son los datos ordenados que puede manejar el jugador para optimizar la toma de las decisiones y contribuir al beneficio o resultado favorable desde las variables previstas.

- **Los resultados:** son las diferentes formas en las que se pueden concluir los juegos a partir de las decisiones tomadas y acciones establecidas. Es importante destacar que los resultados siempre producirán consecuencias para cada uno de los jugadores.

- **Los pagos:** son la utilidad esperada para cada jugador dependiendo de los posibles resultados del juego.

- **Equilibrios:** perfiles de estrategias que consisten en las mejores tácticas posibles para cada jugador de acuerdo a una determinada regla.

En el caso concreto del dilema del prisionero los principales elementos que intervienen en el desarrollo de la actividad son los siguientes:

- **Los jugadores:** el prisionero 1 y el prisionero 2.

- **Las acciones:** la confesión o la no confesión.

- **Los resultados:** ser ambos condenados por un delito grave o leve, ser uno condenado y el otro absuelto, o viceversa.

- **Los pagos:** los años que podrían pasar en la cárcel.

3.2. Tipos de juegos

Al existir gran variedad de situaciones que se pueden modelizar como un juego y dadas las semejanzas y diferencias entre ellas, vamos a clasificar los juegos, atendiendo a los siguientes criterios:

La relación que existe entre los jugadores:

- **Cooperativos:** los jugadores pueden desarrollar estrategias que faciliten la colaboración mutua. En este sentido se analizan los resultados que se alcanzan desde las coaliciones que se puedan llevar a cabo. Un claro ejemplo de esto se entiende desde la existencia de partidos políticos, aun cuando los intereses de cada uno de ellos sean opuestos, pues en ciertas condiciones pueden aliarse con la intención de conseguir un mayor beneficio.

- **No cooperativos:** los jugadores no cuentan con el resultado de llegar a un acuerdo común entre ellos (cada jugador juega de manera independiente). Esta es una situación que se presenta claramente en el dilema del prisionero, pues al estar separados los protagonistas, no pueden generar ningún tipo de cooperación.

Las formas en las que se llevan a cabo las jugadas:

- **Estáticos:** los jugadores toman sus decisiones de forma simultánea con la intención de conocer las principales estrategias elegidas por los demás jugadores, entendiendo que se puede generar un beneficio desde la adecuación o no de estas estrategias.

- **Dinámicos:** los jugadores establecen sus acciones unas después de las otras, reconociendo que actúan sinérgicamente con su equipo. Es decir, no generan un juego simultáneo.

La información que poseen los jugadores:

- **Información completa:** en el caso de que todos los jugadores tengan acceso a la información que se relaciona con los pagos o las otras estrategias que manejan los jugadores, se pueden obtener resultados favorables desde las estrategias propias del equipo, por lo que los factores de los juegos resultan ser de conocimiento público.

- **Información incompleta:** en esta situación alguno de los jugadores puede tener acceso a información que otros jugadores dentro de la actividad no poseen, en ese sentido resultan estrategias favorables para el tenedor de este tipo de información.

- **Información perfecta:** hace alusión a la información que se tiene de manera completa de todo el juego, tanto de la estructura de este como de las decisiones a tomar por ambos jugadores.

- **Información imperfecta:** se desconocen las acciones que se pudieran llevar a cabo durante el desarrollo del juego, por lo que existe alta vulnerabilidad ante los resultados e incertidumbre frente a las acciones que puedan tomar los otros jugadores.

Finalmente resulta pertinente aclarar, que aquella expresión que se refiere a la información completa no es lo mismo que la información perfecta, puesto que por un lado la información completa hace referencia a los conocimientos acerca de las estructuras del juego, sin que sea necesario el conocimiento propio hacia las acciones de los jugadores por los otros, mediante el desarrollo de la actividad.

En el caso “del dilema del prisionero”, se trata de información completa, aunque es un juego de información imperfecta, entendiendo esta afirmación porque los prisioneros desconocen las acciones que se pueden llevar a cabo, uno independiente del otro.

3.3. Formas de representación de los juegos no cooperativos.

Los juegos no cooperativos implican que no se permite la colaboración entre los agentes, por lo que toman sus decisiones de manera independiente. Para facilitar la comprensión del juego, pueden ser representados de dos maneras: normal o estratégica, y de forma extensiva.

3.3.1. Normal o Estratégica

Para formalizar un juego de forma normal o estratégica, se necesitan precisar quienes son los jugadores, cuáles son sus estrategias y las funciones de pagos de cada jugador en función de los posibles resultados Es la forma más utilizada de representar un juego estático con información completa y se suele representar con una matriz de pagos.

Para este ejemplo, vamos a representar cómo sería la matriz de pagos con el dilema del prisionero, que es un juego de dos jugadores con un número determinado de estrategias el cual es simple, pero nos hacemos una idea de la forma de representación.

La primera columna engloba la decisión que va a tomar el jugador 1 (Confesar y No Confesar), y la primera fila es la decisión del jugador 2 (Confesar y No Confesar). Los pagos (-1,-1), hacen referencia a las decisiones de ambos Jugadores de (No Confesar). (-5,0) el jugador 1 (No Confiesa) y el jugador 2 (Confiesa). (0,-5) el jugador 1 (Confiesa), y el Jugador 2 (No Confiesa). Por último, el pago (-3,-3) corresponde a la confesión de ambos jugadores.

P1/P2	**NO CONFESAR**	**CONFESAR**
NO CONFESAR	(-1,-1)	(-5,0)
CONFESAR	(0,-5)	(-3,-3)

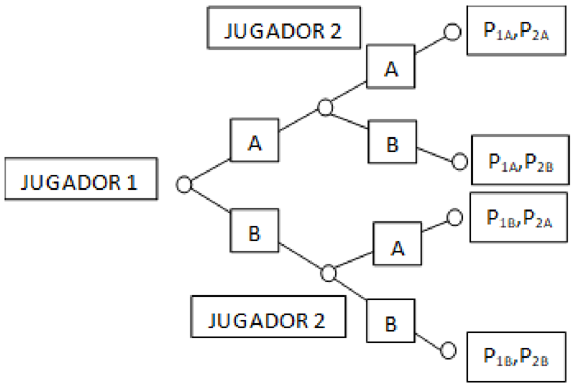
3.3.2. Forma Extensiva

Para formalizar un juego de forma extensiva se necesitan precisar quienes son los jugadores, el momento que debe jugar cada jugador, lo que puede hacer cada jugador cuando le toca su turno, la información que tiene en ese momento y la ganancia recibida dependiendo de la combinación de jugadas posibles.

Para este conjunto de juegos, se emplea un árbol de decisión. Es un diagrama que se usa para ver las decisiones que los jugadores toman a lo largo del tiempo. Debido a esto, se utiliza normalmente para juegos dinámicos, cuya información es completa, ya que tanto las reglas del juego como los pagos son conocidos por los jugadores.

Para construirlo vamos a utilizar un juego en el cual hay 2 jugadores (1 y 2) los cuales pueden elegir entre dos estrategias posibles (Estrategia A y Estrategia B).

Comencemos con el Jugador 1: como es el primero en jugar, el Jugador 1 deberá tomar una decisión la cual se representa con un nodo de decisión (los nodos son puntos en el tiempo en los que los jugadores toman decisiones). Las estrategias se representan con ramas, y como vemos en este ejemplo, cada jugador puede elegir entre dos estrategias (una rama para la estrategia A y otra para la estrategia B). Analizando al jugador 2, vemos que aparecen dos nuevos nodos. Asumiendo que cada jugador sabe exactamente en qué nodo se encuentra, si el jugador 1 elige la estrategia A, el jugador 2 elegirá entre A y B. Si el jugador 1 elige la estrategia B el jugador 2 elegirá entre A y B. En función de cada decisión tomada llegaremos a diferentes pagos, los cuales se representarán después de cada rama final (P_{1A}, P_{2A}, P_{1B} y P_{2B}) .



3.4. Solución de los Juegos.

Llamaremos concepto de solución de un juego a un procedimiento que permita obtener, de manera precisa y bien argumentada, una solución, y llamaremos solución de un juego a un conjunto de perfiles de estrategias tales que es razonable pensar que los jugadores tomarán decisiones pertenecientes a dicho conjunto. (Cerdá, E. et al, 2014, pp. 68)

Para ver las formas de resolución de los juegos, vamos a indicar algunas premisas que son necesarias. Partimos de la base de que todos los jugadores son racionales, y eligen sus estrategias con el fin de promover su propio bienestar. Además, los procedimientos que llevan a la solución de un juego tienen que ser realistas, razonables y estar bien argumentados. Podemos distinguir tres conceptos básicos aplicables en diferentes situaciones. Estos son:

- Dominancia: Se basa en el hecho de que, si tenemos una estrategia que es mejor que la otra, independientemente de lo que haga el resto de jugadores, hoy elegiremos aquella que nos proporciona mejores pagos.
- Equilibrio de Nash: En este caso, si un perfil de estrategias es una solución ello implica que ningún jugador tiene incentivos para desviarse de su elección. Dicho de otra forma, la estrategia elegida por el jugador es la mejor posible dadas las elegidas por el resto de jugadores.
- Estrategias Maximin: el jugador pretende asegurarse cierto pago independientemente de lo que haga el resto de jugadores. En el concepto

de solución adecuado en los juegos de suma cero (la suma de los pagos de todos los jugadores es nula).

A continuación, hoy vamos a explicar estos tres procedimientos con más detalle.

3.4.1. Dominancia.

La relación de dominancia se establece entre 2 estrategias de un jugador. Concretamente, si *s* y *s** son dos estrategias de un jugador *i*, se dice que *s* domina estrictamente a *s** si los pagos para i que proporciona s son mayores que los generados por *s**, fijadas las estrategias del resto de jugadores. Si los pagos son mayores o iguales, y en algún caso mayor estrictamente, entonces hablamos de dominancia débil o simplemente dominancia. Se representa $s>s^*$ o $s \geq s^*$.

Cuando una estrategia domina (estrictamente o débilmente) a todas las estrategias del jugador, entonces tenemos una estrategia dominante (estrictamente o débilmente según corresponda).

El primer concepto de solución nos lleva a elegir una estrategia dominante si existe. En el caso del dilema del prisionero, tenemos un perfil de estrategias dominantes qué es (No confesar, No confesar). A pesar de ser estrategias dominantes no es un óptimo de Pareto[1].

No es frecuente la existencia de estrategias dominantes. Esto no implica que no podamos resolver un juego con argumentos de dominación. Podemos acudir a la eliminación de estrategias que están dominadas, utilizando los procesos de eliminación iterativa estricta y eliminación iterativa débil que explicamos a continuación e ilustramos con un ejemplo y cuya matriz de pagos es la siguiente. El jugador 1 puede optar por las estrategias A o B y el jugador 2 puede optar por las estrategias C,D Y E.

[1] Se entiende por óptimo de Pareto al equilibrio donde los agentes intervinientes no pueden mejorar su situación sin perjudicar a otro agente.

J1/J2	C	D	E
A	(7,6)	(5,11)	(9,10)
B	(8,9)	(8,2)	(0,1)

Como vemos para el jugador 2 la estrategia E está estrictamente dominada por la estrategia D, ya que 10<11 y 1<2.

J1/J2	C	D
A	(7,6)	(5,11)
B	(8,9)	(8,2)

Cuando eliminamos una estrategia, los pagos que han quedado eliminados, no condicionará las siguientes decisiones.

Ahora el jugador 1, también tiene una estrategia dominada, A esta estrictamente dominada por B , ya que 7<8 y 5<8. La matriz de pagos quedaría así:

J1/J2	C	D
B	(8,9)	(8,2)

Se han reducido las posibilidades de elección de ambos jugadores. El jugador 2 al tener en conocimiento lo anteriormente mencionado, el jugador 2 elegirá C ya que le reporta mayor utilidad. El equilibrio del juego seria (B,C).

J1/J2	C
B	(8,9)

Vemos que no son las estrategias que les aportan mayor utilidad, debido a que (A,E) induce a mayores pagos.

Este ejemplo de eliminación de estrategias dominadas es sencillo, sin embargo, en algunos juegos que no todos los jugadores tienen una estrategia estrictamente dominante (estrategia débilmente dominante). Vemos un ejemplo.

Otro juego conocido es la Batalla del mar de Bismark, basado en una operación real en la cual las tropas japonesas toman la decisión de navegar vía norte o vía sur de la isla de Nueva bretaña de Rabaul a Lae. Por otra parte, los estadounidenses, con el general Kenney al mando, tomaban una serie de decisiones para interceptarlos e infligir el máximo daño posible. Ante las posibles opciones de los japoneses de ir por el norte o por el Sur, el general Kenney tiene dos estrategias, que son concentrar la mayoría de sus tropas en el norte o concentrarlas en el Sur. La matriz de pagos quedaría de la siguiente manera:

KENNEY/JAPONESES	**NORTE**	**SUR**
NORTE	(2,-2)	(2,-2)
SUR	(1,-1)	(3,-3)

Vemos los posibles cuatro escenarios posibles (correspondiendo la primera parte del paréntesis a la decisión de las tropas estadounidenses y a la segunda parte a la decisión de los japoneses):

- (Norte, Norte): Ambas tropas se concentran en la zona norte, lugar donde se encuentran la mayor parte de bombarderos americanos, aunque debido a las condiciones climatológicas no se detectan hasta el segundo día de travesía, por lo que son bombardeados durante los otros dos días restantes.
- (Norte, Sur): la mayor parte de los bombarderos estadounidenses se concentran en el Norte, los japoneses van por el Sur. Al no haber excesiva vigilancia y estar despejado, es al segundo día cuando son descubiertos, provocando otros dos dias de bombardeos.

- (Sur, Norte): al estar la mayoría de las tropas americanas en el sur y con la mala visibilidad de la ruta norte, no son interceptados hasta el tercer día, por lo que solo hay un día de bombardeos.
- (Sur, Sur): los americanos se encuentran en el Sur y debido a la buena visibilidad, los japoneses son interceptados el primer día, siendo bombardeados durante tres días.

Como podemos comprobar, no hay equilibrio de estrategias dominantes, ya que Kenney no tiene una estrategia dominante, los pagos que proporciona tomar una estrategia o la otra no son estrictamente superiores uno del otro. En cambio, los japoneses sí que tienen una estrategia dominante que es ir por el norte, ya que les aporta mayor utilidad. Al proceder con el método de eliminación de estrategias dominadas, vemos que la estrategia de los japoneses es ir por el norte. Al considerar que los japoneses van por el norte, a Kenney le reporta mayor utilidad la estrategia Norte. Por lo tanto, Norte/Norte, es el equilibrio de dominancia débil.

3.4.2. Equilibrio de Nash.

Un perfil de estrategias es un equilibrio de Nash si la estrategia elegida por cada jugador es la mejor posible dadas las estrategias del resto de los jugadores.
"De esta definición se deduce que un Equilibrio de Nash (EN) es un perfil de estrategias del que ningún jugador desearía desviarse unilateralmente, es decir, ninguno se arrepiente de la decisión tomada, dadas las estrategias decididas por el resto de los jugadores. Un EN está formado por estrategias que son óptimas para cada jugador dadas las estrategias del resto de jugadores. Esto no significa que en un EN cada jugador esté alcanzando el mejor resultado posible, sino el mejor resultado condicionado por el hecho de que los demás jugadores jueguen las estrategias indicadas para ellos en dicho perfil" (Cerdá, E. et al, 2014, pp. 90).

Usando como ejemplo el dilema del prisionero con la matriz de pagos buscamos estrategias que, una vez establecidas por el otro jugador, maximiza sus ganancias. Pasamos a analizar el perfil de estrategias, para ver si fijando una estrategia a un determinado jugador, la otra estrategia maximiza sus pagos.

- (No confesar, No confesar): Si el jugador 1 piensa que el jugador 2 elegirá la opción de No confesar, el jugador 1 desviará su elección a Confesar debido a que 5>4. Lo mismo le ocurriría en el caso contrario al jugador 2, que sabiendo que el jugador 1 va a elegir No confesar, se desviaría igualmente.
- (Confesar, No confesar): Si el jugador 2 piensa que el jugador 1 va a elegir Confesar, le convendría Confesar, ya que le reporta mayor utilidad (1>0).
- (No confesar, Confesar): Al ser pagos simétricos para ambos jugadores, también tendría que cambiar de elección.
- (Confesar, Confesar): Si cualquier jugador sabe que el otro elegiría la opción de Confesar, no habría ninguna tentación de cambiar de estrategia, ya que 1>0. Por lo tanto, Confesar, Confesar es el equilibrio de Nash.

P1/P2	**NO CONFESAR**	**CONFESAR**
NO CONFESAR	(-1,-1)	(-5,0)
CONFESAR	(0,-5)	(-3,-3)

Como nota aclaratoria, cualquier equilibrio en estrategias dominantes es Equilibrio de Nash, en cambio, no todos los Equilibrios de Nash son equilibrios de estrategias dominantes.

Estos casos mencionados anteriormente son resoluciones para juegos estáticos. Para hallar el equilibrio perfecto en juegos secuenciales de forma finita, una manera sencilla es la denominada inducción hacia atrás. Consiste en ver cuál es la estrategia óptima del jugador que hace el último movimiento, y después, dada la decisión de ese jugador, se obtiene la decisión óptima del otro jugador en la anterior decisión. Así consecutivamente, haciendo el camino inverso en el juego, se llega a la mejor decisión de cada jugador en cada momento y por lo tanto al equilibrio de Nash de cada subjuego.

3.4.3. Estrategias Maximin.

Los jugadores que siguen esta estrategia buscan maximizar su mínima ganancia esperada. En el caso de ganar quieren obtener lo máximo posible, pero al menos garantizar una ganancia mínima y en el caso de que el juego por su definición le lleve a perder, buscará una menor pérdida.

Pongamos el ejemplo práctico del juego de prisionero mencionado anteriormente y cuya matriz de pagos les aporta esta utilidad.

P1/P2	**NO CONFESAR**	**CONFESAR**
NO CONFESAR	(-1,-1)	(-5,0)
CONFESAR	(0,-5)	(-3,-3)

Vamos a extraer el mínimo pago para cada estrategia de cada jugador. Como observamos para el P1 el mínimo pago de la estrategia No confesar es (-5), y la de confesar es (-3). Ahora elegimos el Máximo pago entre esas elecciones. Vemos que siguiendo la estrategia Maximin elegiría (-3) que es Confesar.

Para el jugador 2 al ser los pagos simétricos llegamos a la misma conclusión.

Si ambos jugadores siguen la estrategia Maximin, vemos que el equilibrio sería Confesar, Confesar.

4. APLICACIONES.

Como hemos visto anteriormente, la teoría de juegos propone una solución teórica de los juegos, una estrategia que no siempre es la que consideraríamos las más óptima desde un punto de vista social. Este hecho, supone varias críticas a la teoría de juegos defendiendo que se centra en la racionalidad del individuo y en que maximice su utilidad, dejando de lado aspectos muy presentes en la vida real como lo son la empatía, compromiso y la responsabilidad social.

Un ejemplo de disociación de una respuesta teórica a una estrategia lo más óptima posible, fue la realizada por Robert Axelrod (matemático especializado en ciencias políticas) que realizó un torneo donde se convocaron a varios intelectuales especialistas en teoría de juegos y que hayan investigado sobre el dilema del prisionero, para extraer dicha estrategia óptima en el juego del dilema del prisionero iterativo (se juega al juego varias veces), ya que como vimos anteriormente el equilibrio de Nash (Confesar, Confesar) no es la estrategia óptima para ambos jugadores. En este caso 200 jugadas.

Se hicieron varios enfrentamientos individuales y luego se sumaron los resultados para obtener una puntuación global la cual, era la decisiva.

Se llegó a la conclusión que la estrategia más válida era la que argumentaba que se cooperaba en el primer movimiento, y en los sucesivos juegos, se hace lo que el otro jugador realizó en el movimiento anterior. Esta estrategia es conocida como Toma y Daca (TIT FOR TAT). Todos hemos escuchado la expresión Ojo por ojo y diente por diente, y esta estrategia es una manera de cooperación sostenida entre personas con comportamientos egoístas, y aunque todo el mundo la use en su beneficio, haces que la otra persona tenga o piense en colaborar, debido a que si no lo hace puede que tenga consecuencias para él.

Fue una manera de demostrar que no siempre la solución teórica, o la que proponen los métodos de solución, no son las que tendríamos las personas en la vida real, ya que no tienen en cuenta todos los factores que engloba tomar una decisión. A continuación, veremos varias propuestas de juegos en los que se ve claramente esta diferencia.

4.1. Contaminación.

Supongamos que somos dos dirigentes de dos países contiguos y que tenemos que tomar decisiones sobre la contaminación de nuestro territorio y nuestra economía. La decisión que vamos a tomar es la de contaminar o no contaminar. Contaminar nos supone un mayor beneficio económico y la de no contaminar hace nuestro aire y el de nuestro país vecino más limpio, pero se ve perjudicada nuestra economía.

Para verlo más claro, lo vamos a representar en una matriz de pagos.

PRESIDENTE 1/PRESIDENTE 2	**Contaminar**	**No Contaminar**
Contaminar	**2,2**	**4,1**
No Contaminar	**1,4**	**3,3**

Los resultados de dichos pagos se han obtenido de la siguiente reflexión:

La peor opción para cada presidente es que tu país decida no contaminar, con la consiguiente disminución de rentabilidad puramente económica y que el otro país contamine y siga con sus beneficios económicos normales, ya que empeora la calidad del aire de ambos, ya que son países vecinos. P(1,4)

Otra opción es la de contaminar ambos, la calidad del aire sufre considerablemente, pero los beneficios económicos no se ven afectados. P(2,2)

La segunda mejor opción para tu país es que ambos dejemos de contaminar, la calidad del aire mejorara, pero ninguno de los 2 países obtiene económicamente los resultados de contaminar. P(3,3)

En contraposición de lo argumentado en la primera opción, ambos presidentes obtienen los mejores resultados cuando el propio país sigue con sus beneficios económicos y decide contaminar, y el otro país decide no contaminar. P(4,1)

Procedemos a ver qué resultado es el mejor para cada jugador, dependiendo de la elección del otro.

Nos vamos a poner en la piel del Presidente 1, y para ello vamos a analizar la mejor opción que tiene el Presidente 2.

P1/P2	**Cont.**
Cont.	2,2
No Cont.	1,4

P1/P2	**No Cont.**
Cont.	4,1
No Cont.	3,3

Como vemos en la Matriz de pagos, la estrategia de no contaminar es estrategia dominante , ya que le reporta mayor utilidad, decida lo que decida el Presidente 1. El presidente 2 elegirá Contaminar.

P1/P2	**Cont.**
Cont.	2,2
No Cont.	1,4

Como el Presidente 2 ha elegido contaminar, la opción que le reporta mayor utilidad al Presidente 1 es también contaminar.

Como la matriz de pagos es simétrica para ambos Presidentes, cuando analizamos desde la perspectiva del Presidente 2, vamos a llegar al mismo resultado

Contaminar, Contaminar es el equilibrio de Nash.

Ahora bien, como esta opción es algo que a largo plazo puede ser perjudicial para la sociedad, vamos a imaginar que una determinada organización internacional impone una serie de sanciones económicas a los países cuya tasa de contaminación sea elevada, reduciendo los pagos para esos casos en 2 puntos. Por lo tanto, la matriz de pagos quedaría de la siguiente manera:

Presidente 1/Presidente 2	Contaminar	No Contaminar
Contaminar	0,0	2,1
No Contaminar	1,2	3,3

Haciendo el mismo análisis que en el anterior caso, vemos que la estrategia dominante ya no es la de contaminar, ya que reporta mayor pago No contaminar.

Realizamos el mismo procedimiento, y observamos que No Contaminar/No Contaminar es equilibrio de Nash.

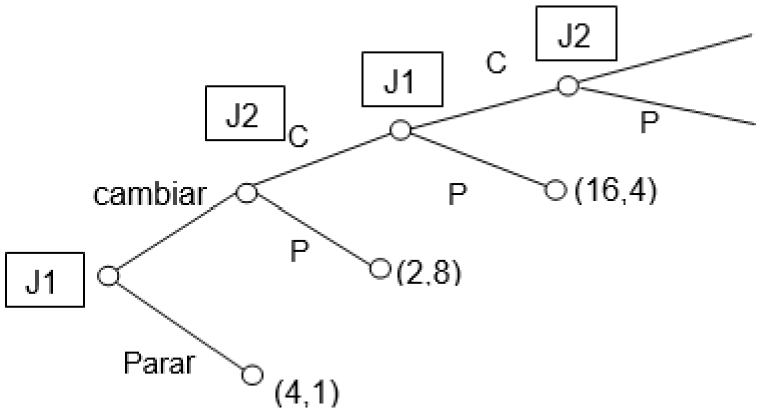
Dicho análisis de la situación de la contaminación es una mera simplificación, ya que es un problema con muchas más variables que el siempre hecho de aumentar o disminuir la calidad del aire y el beneficio económico, aunque nos ayuda a ver como la teoría de juegos está presente en la sociedad y en las decisiones políticas y económicas.

4.2. Paradoja del ciempiés.

La paradoja del ciempiés es un juego de 2 jugadores en el cual cada uno de ellos posee una cantidad de fichas (En este caso vamos a decir que el Jugador 1 tiene 4€, y el jugador 2 tiene 1€). El siguiente paso del juego es que el jugador 1 tiene dos opciones: quedarse con las monedas o cambiarlas con el otro jugador (destacar que los pagos para esta versión los aporta un ente externo). La cuestión más relevante del juego viene con la premisa de que cada vez que cambien las monedas al otro lado del tablero, las monedas se multiplican x2 inmediatamente. Si el jugador 1 decide pasar las monedas de un lado para el otro, el jugador 2 recibe 8€ (4€ que tenía el J1 multiplicado por 2), y el jugador 1 recibe 2€ (1€ multiplicado por 2).

La siguiente decisión la tiene el J2, que puede elegir entre quedarse con los 8€ o intercambiarlos con el jugador 1, duplicando las cantidades. Así pueden estar hasta que uno de los jugadores decida plantarse y no intercambiar más las monedas o que se llegue al final del juego, jugando 100 rondas de decisión (de ahí el nombre del juego del ciempiés).

A continuación, vamos a ver la representación del juego con este árbol de decisión:



En un principio podríamos pensar que seguir hasta un número grande de pagos seria la decisión que todos tomaríamos, ya que nos aporta mayor utilidad. Como ya sabemos, en juegos secuenciales, podemos calcular el equilibrio de Nash perfecto con inducción hacia atrás.

Pensamos que haría el jugador 2 en última decisión (Ronda 100). Como vemos en el árbol, la opción de parar para el jugador 2 le reporta mayor utilidad que cambiar por última vez las monedas, ya que recibe la cantidad pequeña de monedas aun habiendo sido duplicada, por lo tanto, el jugador 2 si es racional, la decisión que tomará seria parar. Claro, pero el jugador 1, sabiendo que la decisión racional del jugador 2 sería parar, la opción del jugador 1 de parar en la ronda 99 le reportaría mayor utilidad que si continuas en el juego. Entonces pararía. Nuevamente el jugador 2 sabiendo que el jugador 1 va a parar, decide tomar la decisión de parar en la jugada anterior. Así consecutivamente, hasta que vemos que el equilibrio de Nash es parar en la primera jugada que cada jugador tenga opción, en este caso, obteniendo 4€ y 1€ respectivamente.

Esta situación es paradójica, ya que, si ambos jugadores deciden continuar unas instancias más allá del juego, reciben una cantidad mayor, en este caso €, en contraposición de parar en la primera jugada que tengan la posibilidad.

Varios estudios revelan que, teóricamente sí que existe el equilibrio, el resultado empírico dice que raramente el primer jugador decide parar el juego en la primera ronda. Parece ser que hay una precondición evolutiva a la hora de colaborar, debido a eso la cooperación es siempre, a largo plazo, una estrategia más óptima que no colaborar.

Este juego está relacionado en la vida real con cualquier relación social entre dos agentes en la que uno le proporciona a otro un beneficio con el consiguiente costo para el mismo. El que ha recibido ese beneficio tiene la opción de ser recíproco y devolverle el favor o no.

Para verlo de una manera práctica, vamos a analizar la relación de dos personas que tienen un terreno en el campo. Uno de ellos es agricultor y obtiene de su trabajo tanto verduras como vegetales, y el otro es ganadero donde tiene una extensión con ganado bovino. La primera decisión la toma el ganadero que puede darle el estiércol generado por sus animales al agricultor, o venderlo y llevarse un dinero a cambio por ello. Nos ponemos en la tesitura que el ganadero le da ese estiércol al agricultor. En la siguiente decisión, el agricultor puede darle verduras en un estado que no sean para el consumo humano, por ejemplo para la alimentación de sus animales o quedarse el estiércol y terminar el intercambio de favores. Así sucesivamente pueden llegar a un intercambio mayor, por ejemplo de carne y productos en buen estado para el consumo humano, aumentando cada vez el valor de los pagos.

Los dos sacan beneficio de la cooperación, obteniendo mejora para su producción con la ayuda del otro, pero la teoría como ya hemos comentado no dictamina la misma solución óptima, que sería no cooperar desde el principio. El ganadero decidirá vender ese estiércol a otra empresa y ganar un dinero inferior que si empieza a colaborar con el agricultor y obtener mas beneficios en el futuro.

5. CONCLUSIONES

La toma de decisiones es una acción cotidiana y diaria de todos los individuos del mundo. Sean grandes, pequeñas, con importancia o sin ella, son constantes las decisiones que tomamos y de ellas resultan consecuencias. Este hecho está estrechamente relacionado con la Teoría de Juegos, sus modelos y características.

Como ya hemos estudiado son múltiples los tipos de juego existen según el tipo de información de la que los jugadores poseen, si actúan de manera simultánea o independientemente… Sin embargo, la dinámica es reiterativa, los jugadores van siempre en busca de la mayor utilidad o ganancia posible, minimizando su perjuicio, y en la mayoría de las ocasiones, la opción de colaborar es la más óptima si tuviéramos en cuenta todos los factores que intervienen.

6. BIBLIOGRAFÍA.

- Binmore, K. (2019): *La teoría de juegos: Una breve introducción.* Editorial Alianza Editorial.

- Buenrostro Mercado, E., (2015): Uso y apropiación de las tecnologías de la información y comunicación (TIC) en las Pymes de Aguascalientes. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento*, 3, pp. 27-40.

- Cano-Pita, G. E., & García-Mendoza, M. J. (2018): Las TICs en las empresas: evolución de la tecnología y cambio estructural en las organizaciones. *Dominio de las Ciencias*, *4*, pp. 499.

- Cerdá, E. (2014): *Teoría de Juegos.* Editorial Pearson Educación S.A.

- Completo, N. (s/f): "Revista Ciencias Estratégicas". Disponible en https://www.redalyc.org/pdf/1513/151313682002.pdf [consulta: 03/06/2023]

- *Correa Espinal, A. A., Gómez Montoya, R. A., & Cano Arenas, J. A. (2010):* Gestión de almacenes y tecnologías de la información y comunicación (TIC). *Estudios gerenciales, 26, pp. 145–171.*

- de Pablos Heredero, C., Agius, J. J. L., Romero, S. M. R., & Salgado, S. M. (2012): *Organización y transformación de los sistemas de información en la empresa.* ESIC Editorial.

- Eines, J., & Mantovani, A. (1980): *Teoría del juego dramático.* Editorial Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

- Federico Geli, J., & Quilis, E. M. (2019): Un análisis de teoría de juegos del sistema español de financiación regional / A Game-theory Analysis of the Spanish Regional Financing System. *Reis*, *166*, pp. 85–106.

- Macías-Collahuazo, E. X., Esparza-Parra, J. F., & Villacis-Uvidia, C. A. (s/f). Las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) en la contabilidad empresarial. *Revista Científica FIPCAEC (Fomento de la investigación y publicación científico-técnica multidisciplinaria)*,*5*(18), pp. 3–15.

- Monsalve, S., (2005): *Un curso de teoría de juegos clásica.* Editorial Universidad Externado de Colombia.

- Nieto, B. G., Frade, A. T., & Cid, B. G. (2015): Integración de las TIC en la gestión de la comunicación de las pymes españolas: el sector hotelero vallisoletano. *Zer - Revista de Estudios de Comunicación*, *20*, pp. 211–231.

- Ocaña, M. Á. M. (1996): *La negociación de los despidos en España: una aproximación desde la teoría de juegos*. Universidad de Alcalá.

- Palomo García, M. (2018): *Correspondencia Leibniz-Huygens y los orígenes de la ciencia moderna*. Universidad de Sevilla.

- Parra de Párraga, E. (2009): La Teoría de Juegos en la Negociación: ¿Jugando a Negociar o Negociar Jugando? *Revista de ciencias sociales - Universidad del Zulia. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales*, *10.*

- Paucar Coque, L. M., Morales Cevallos, J. W., & Altamirano Bautista, S. H. (2017): Dirección y gestión estratégica de las TICs. *Dominio de las Ciencias*, *3*, pp. 1150–1160.

- Peña, A. F. (s/f): "La guerra comercial del plátano. Una aproximación desde la teoría de juegos". Disponible en https://www.mapa.gob.es/ministerio/pags/Biblioteca/Revistas/pdf_reeap%2Fr201_05.pdf. [consulta: 26/05/2023]

- Ricart, J. E. (s/f): "UNA INTRODUCCION A LA TEORIA DE LOS JUEGOS". Disponible en https://media.iese.edu/research/pdfs/DI-0138.pdf . [consulta: 24/05/2023]

- Riker, P. W. H. (s/f): "TEORIA DE JUEGOS Y DE LAS COALICIONES POLITICAS". Disponible en https://www.coalicionesgicp.com.ar/wp-content/uploads/2016/02/Riker1992.pdf. [consulta: 24/05/2023]

- Valdez Juárez, L. E., García Pérez de Lema, D., & Maldonado Guzmán, G. (2017): TIC y la gestión del conocimiento como elementos determinantes del crecimiento de la PyME. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes*, *70*, pp. 50–62.

- Vitoriano, B. (2017): "TEORÍA DE LA DECISIÓN: Decisión con Incertidumbre, Decisión Multicriterio y Teoría de Juegos". Disponible en http://blogs.mat.ucm.es/bvitoriano/wp-content/uploads/sites/69/2023/02/a_dt_UCM.pdf. [consulta: 29/05/2023]

- Von Neumann, J. (1986): John von Neumann on Technological Prospects and Global Limits, 12, pp. 117-126.

- Von Neumann, J. (2005): *John Von Neumann: Selected Letters* (M. Redei, Ed.). Editorial American Mathematical Society.

- Von Neumann, J. (2022): *El ordenador y el cerebro*. Editorial Antoni Bosch Editor.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1953): *Theory of games and economic behavior*. Editorial Princeton University Press.