Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo de Fin de Grado

Grado en Economía

Juegos de señalización: Aplicaciones.

Presentado por:

Jorge Marbán Municio

Valladolid, 18 de Julio de 2023

<u>ÍNDICE</u>

RESUMEN

En este Trabajo de Fin de Grado se aborda el tema de los juegos de señalización en el contexto de la Teoría de Juegos. El trabajo comienza con una introducción general sobre la Teoría de Juegos y sus fundamentos. Se exploran los conceptos básicos, como la definición y elementos de un juego, así como las diferentes formas y tipos de juegos existentes, incluyendo juegos en forma normal/estratégica y forma extensiva, juegos cooperativos y no cooperativos, juegos estáticos y dinámicos, y juegos según la información disponible. Luego, se analizan diferentes equilibrios en los juegos, como el Equilibrio de Nash, el Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos, el Equilibrio Bayesiano de Nash y el Equilibrio Bayesiano de Nash Perfecto en Subjuegos. Se exploran sus propiedades y aplicaciones en diversos contextos económicos y empresariales.

El núcleo del trabajo se centra en los juegos de señalización, donde se estudian sus conceptos fundamentales y se desarrolla el modelo de señalización en el mercado laboral propuesto por Spence. Se examinan los equilibrios agrupadores y separadores en estrategias puras en este modelo. Además, se presenta un modelo que aborda la decisión de patrocinar eventos deportivos por parte de las grandes empresas de productos. Se analizan los equilibrios y estrategias óptimas en este contexto.

Este TFG ofrece una visión integral de la Teoría de Juegos, enfocándose específicamente en los juegos de señalización y su aplicación en diferentes contextos económicos.

Clasificación JEL: C70, D82, E24

Palabras clave: Teoría de juegos, juegos de señalización, equilibrio, óptimo.

ABSTRACT

This Bachelor's thesis addresses the topic of signaling games within the framework of Game Theory. The thesis begins with an introduction that provides a general overview of Game Theory and its foundations. It explores the fundamental concepts, such as the definition and elements of a game, as well as the various forms and types of games, including normal/strategic and extensive form games, cooperative and non-cooperative games, static and dynamic games, and games categorized based on available information. Next, different equilibria in games are examined, including Nash equilibrium, Perfect Nash equilibrium in subgames, Bayesian Nash equilibrium, and Perfect Bayesian Nash equilibrium in subgames. Their properties and applications in various economic and business contexts are explored.

The core focus of the thesis is on signaling games, where the fundamental concepts are studied, and Spence's signaling model in the labor market is developed. Grouping and separating equilibria in pure strategies in this model are analyzed. Additionally, a model is presented that addresses the decision of sponsoring sports events by large product firms. Equilibria and optimal strategies in this context are examined.

This Bachelor's thesis provides a comprehensive overview of Game Theory, with a specific focus on signaling games and their application in different economic contexts.

JEL clasification: C70, D82, E24

Keywords: Game Theory, signaling games, equilibrium, optimal.

1. INTRODUCCION

La teoría de juegos, como disciplina matemática y de toma de decisiones, ha demostrado ser una herramienta invaluable para resolver problemas complejos en una amplia gama de campos, desde la economía y la política hasta la biología y la inteligencia artificial. Su relevancia radica en su capacidad para analizar interacciones estratégicas entre agentes racionales, anticipando sus acciones y consecuencias en un entorno competitivo. Esta teoría proporciona un marco conceptual sólido y riguroso para comprender y predecir el comportamiento humano en situaciones conflictivas, donde las elecciones individuales impactan en el resultado global.

El presente trabajo de fin de grado se enfoca en explorar y analizar un área específica de la teoría de juegos: los juegos de señalización. Estos juegos presentan un escenario donde los jugadores tienen información asimétrica, es decir, ciertos jugadores conocen aspectos relevantes que otros desconocen. En este contexto, el objetivo principal es estudiar la resolución de estos juegos mediante el concepto de equilibrio bayesiano.

El trabajo se estructura en varias secciones fundamentales. En primer lugar, se proporciona una introducción a los fundamentos de la teoría de juegos, abordando aspectos esenciales como los elementos de un juego, los tipos de juegos, como los juegos estáticos y dinámicos, y los diferentes conceptos de equilibrio, incluyendo el equilibrio de Nash y el equilibrio bayesiano de Nash.

A continuación, se explora en profundidad el campo de los juegos de señalización, que representan una interesante aplicación de la teoría de juegos en situaciones donde la información asimétrica desempeña un papel crucial. Se analiza el modelo de señalización en el mercado laboral propuesto por Spence, (Spence, 1973) examinando los equilibrios agrupadores y separadores en estrategias puras, también, y de forma análoga, el juego descrito por M. J. Osborne (Osborne, 2004) de patrocinio para eventos deportivos.

Por último, se presentan las conclusiones derivadas de este estudio, destacando la importancia de la teoría de juegos y su aplicación en los juegos de señalización como una herramienta para comprender y resolver problemas prácticos en diversas áreas. Se resalta la relevancia de los equilibrios bayesianos en la resolución de estos juegos, enfatizando su capacidad para capturar la racionalidad estratégica y la toma de decisiones informada en un entorno de información asimétrica.

2. FUNDAMENTOS DE LA TEORÍA DE JUEGOS

2.1. Origen

La teoría de juegos es una rama de las matemáticas y la economía que se ocupa del estudio de las decisiones racionales en situaciones de interacción estratégica. Su origen se remonta al trabajo pionero realizado por John von Neumann y Oskar Morgenstern en su libro "Theory of Games and Economic Behavior" (Teoría de Juegos y Comportamiento Económico), publicado en 1944. Este libro sentó las bases de la teoría de juegos y estableció los conceptos fundamentales que se utilizan hasta el día de hoy.

La motivación principal detrás del desarrollo de la teoría de juegos fue la necesidad de comprender y modelar las decisiones estratégicas tomadas por individuos o agentes económicos en situaciones de conflicto o competencia. Von Neumann y Morgenstern se dieron cuenta de que muchas de estas situaciones no podían ser analizadas adecuadamente utilizando los métodos tradicionales de la economía neoclásica, que se basan en el supuesto de que los agentes económicos actúan de forma individual, maximizando el beneficio o minimizando el riesgo, sin considerar las acciones de los demás.

En su libro, von Neumann y Morgenstern introdujeron varios conceptos y herramientas matemáticas fundamentales para el análisis de juegos. Estos incluyen los conceptos de juego, jugador, estrategia, pago, equilibrio y solución de juegos. También desarrollaron el concepto de matriz de pagos, que proporciona una representación compacta de las recompensas o pagos asociados con las diferentes combinaciones de estrategias de los jugadores.

El trabajo de von Neumann y Morgenstern no solo sentó las bases teóricas de la teoría de juegos, sino que también tuvo un impacto significativo en una variedad de disciplinas, incluyendo la economía, la ciencia política, la biología evolutiva y la teoría de la negociación. La teoría de juegos ha sido utilizada para analizar una amplia gama de fenómenos, desde la competencia en los mercados hasta la estrategia militar, el comportamiento animal y la toma de decisiones en situaciones sociales.

Especial mención a John Forbes Nash Jr., matemático y economista estadounidense, que hizo importantes contribuciones a la teoría de juegos durante la década de 1950. Su trabajo en este campo se considera revolucionario y sentó las bases para su posterior desarrollo. Nash recibió el Premio Nobel de Economía en 1994 por su contribución a la teoría de juegos y sus aplicaciones en la economía.

Una de las obras más influyentes de Nash es su artículo de 1950, titulado "Non-Cooperative Games" (Juegos No Cooperativos). En este artículo, Nash introdujo el concepto de equilibrio de Nash, que es un punto en un juego en el que ningún jugador tiene incentivos para cambiar su estrategia dado el conocimiento de las estrategias de los demás jugadores. Este concepto fundamental ha sido ampliamente estudiado y aplicado en diversos campos, desde la economía hasta la biología y la ciencia política. Parte de la divulgación que ha sido experimentada en este campo, viene dada por la fascinante biografía de este autor que llegó a la gran pantalla con el título de: “A Beautiful Mind” en 2001.

A lo largo de las décadas siguientes, la teoría de juegos ha experimentado un rápido desarrollo y ha dado lugar a numerosos avances teóricos y aplicaciones prácticas. Se han desarrollado diferentes tipos de juegos, como los juegos cooperativos, los juegos repetidos, los juegos de información incompleta y los juegos evolutivos, entre otros. Además, se han propuesto diferentes conceptos de solución de juegos, que se traducen a distintos equilibrios con sus propiedades correspondientes.

2.2. Definición y elementos de un juego

Un "juego" se refiere a una interacción estratégica (adaptativa) entre dos o más jugadores, donde cada jugador toma decisiones con el objetivo de maximizar su propia utilidad o ganancia, teniendo en cuenta las acciones de los demás jugadores. Los juegos se utilizan para analizar situaciones en las que las decisiones de un jugador afectan a los resultados obtenidos por otros jugadores, lo que implica que en muchos de ellos se considerarán estrategias de cooperación o competencia.

Jugadores: son los individuos o entidades que participan en el juego. Cada jugador tiene su propio conjunto de estrategias disponibles y busca maximizar su utilidad dentro de las reglas del juego. En ciertos juegos se considerará un jugador “azar”, que no tiene utilidad y no la maximiza pues representa una mera acción azarosa con su correspondiente probabilidad.

Estrategias: son las opciones o cursos de acción disponibles para cada jugador. Cada jugador elige una estrategia de su conjunto de posibles opciones en cada etapa del juego. Un perfil de estrategias se define como conjunto de estrategias de todos los jugadores en un juego.

Acciones por jugador: son las diferentes decisiones que puede tomar cada uno de los jugadores en cada instante del juego en que se encuentre.

Pagos o utilidades: representan las recompensas o ganancias que obtiene cada jugador según el resultado del juego. Estas utilidades pueden ser expresadas en términos de dinero, puntajes, bienestar, entre otros.

Resultados del juego: las distintas formas en que puede acabar un juego con sus respectivas consecuencias (pagos) para cada jugador.

Reglas del juego: establecen las restricciones y el marco en el que se desarrolla el juego. Definen las acciones permitidas, las secuencias de juego, las interacciones y las condiciones de los consiguientes resultados.

Conjuntos de información: se refiere a la información disponible para un jugador en un nodo específico de un árbol de juego. Cada nodo representa un punto de decisión en el juego, y el conjunto de información de un jugador en ese nodo consiste en todas las acciones y resultados previos que ese jugador conoce hasta ese punto.

2.3. Tipos de juegos y formalización.

2.3.1. Cooperativos y no cooperativos

La primera distinción que se puede llevar a cabo entre los distintos juegos depende de si desde un inicio los jugadores colaboran y pactan un acuerdo sobre qué acciones tomarán, habiendo analizado previamente sus respectivas posibilidades o pagos, tratándose así de un juego cooperativo. Los juegos no cooperativos, por el contrario, se basan en el análisis del juego por parte de cada jugador, teniendo en cuenta que no se producirá un acuerdo previo.

2.3.2. Estáticos y dinámicos

Dentro de los juegos no cooperativos, se pueden distinguir dos principales juegos:

Juegos estáticos: en éstos, los jugadores toman sus decisiones simultáneamente, sin conocer las elecciones de los demás jugadores. Un ejemplo común es el juego de suma cero conocido como "piedra, papel o tijera".

Juegos dinámicos: en estos juegos, los jugadores toman decisiones en secuencia, teniendo en cuenta las acciones previas de los demás jugadores. Se pueden representar y así llevando a cabo un análisis más sencillo mediante un árbol de juegos (forma extensiva). El ajedrez es un ejemplo común de juego dinámico donde cada jugador observa los movimientos del oponente antes de tomar una decisión.

2.3.3. Juegos según la información

En cuanto a la clasificación de la información en un juego, se pueden identificar principalmente cuatro tipos: perfecta, imperfecta, completa e incompleta.

Se considera que un juego tiene información completa cuando todos los jugadores están al tanto de todas las consecuencias de las acciones tomadas, tanto propias como de los demás jugadores. Por otro lado, un juego con información incompleta ocurre cuando uno o varios jugadores desconocen las consecuencias de ciertas jugadas, por ejemplo, cuando un jugador no está al tanto de la función de pagos de otro jugador.

La otra distinción que se realiza es entre información perfecta e imperfecta. Un juego tiene información perfecta si, en cada momento, se conoce el desarrollo del juego, es decir, cada jugador está al tanto de los movimientos previos antes de que le toque jugar. Por otro lado, un juego con información imperfecta ocurre cuando algún jugador debe realizar un movimiento sin conocer lo que ha ocurrido previamente, es decir, hay partes del juego que son desconocidas. En la información imperfecta, el jugador no sabe en qué nodo de información se encuentra, puede deberse a qué interviene el “jugador azar”. Esta situación es representada mediante un conjunto de información compuesta por más de un nodo.

2.3.4. Forma normal/estratégica y forma extensiva

Se distinguen dos principales formas de representación de un juego, en las cuales se especifican los jugadores, las acciones y los pagos. La forma estratégica, también conocida como forma normal, tiene en cuenta y describe los pagos en función de las estrategias de los jugadores, considerando que pueden tomar todas sus decisiones simultáneamente. Al tratarse de una representación de dos jugadores (J1 y J2) y dos estrategias cada uno (A, B), se vería representado de la siguiente forma en este ejemplo de juego sencillo e inventado:

Figura 2.1: Representación en forma normal

	A	B
A	-1,0	15,2
B	0,4	8,-4

Las estrategias de J1 se verían representadas por las dos filas y las de J2 por las dos columnas. Los pagos correspondientes a J1 son los situados a la izquierda de la coma, así como los correspondientes a J2 los situados a la derecha de la coma.

Por otro lado, la forma extensiva presenta la descripción en forma de árbol, destacando la secuencia del juego y cómo se desarrollan o podrían desarrollarse las acciones de los jugadores para alcanzar los diferentes resultados posibles del juego. Por cada nodo hablamos de un distinto conjunto de información, momento en el que un único jugador elige sobre tomar una acción u otra.

También cabe mencionar la importancia de la representación estratégica mediante agentes o representación multiagente, que es empleada en los juegos dinámicos en forma extensiva en la que uno o varios jugadores tienen más de un conjunto de información distinto.

3. EQUILIBRIOS EN LOS JUEGOS

En la Teoría de Juegos, como ya he mencionado previamente, se buscan soluciones a los juegos mediante argumentos de equilibrio. Existen diferentes tipos de equilibrio con sus correspondientes propiedades para los distintos tipos de juego según su información.

3.1. Equilibrio de Nash

El Equilibrio de Nash (EN) es la solución adecuada para los juegos estáticos, de información completa. Al tratarse de un juego estático emplearemos la forma normal de representación donde el juego es: $G = \{S_1, \ldots, S_n; u_1, \ldots, u_i, \ldots, u_n\}$. El Equilibrio de Nash lo constituiría el perfil de estrategias: $(s_1^*, \ldots, s_i^*, \ldots, s_n^*)$ para cada jugador i, con un n total de jugadores. Cumpliéndose así:

$$u_i(s_1^*, \ldots, s_i^*, \ldots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \ldots, s_i, \ldots, s_n^*), \text{ para todo } s_i \text{ perteneciente a } S_i$$

Para cada jugador i se maximiza la utilidad de s_i teniendo en cuenta que el resto de los jugadores (-i) también lo harán:

$$\text{Max } u_i(s_1^*, \ldots, s_i, \ldots, s_n^*) \rightarrow s_i^*$$

Obteniendo que s_i^* es la respuesta óptima a s_{-i}^* (conjunto de estrategias óptimas de todos los jugadores exceptuando el jugador i). El Equilibrio de Nash cumple que ningún jugador puede mejorar su utilidad individual cambiando su estrategia sin que los otros jugadores también cambien las suyas, representa una situación estable en la que las elecciones de los jugadores se mantienen sin cambios, ya que cualquier desviación de una estrategia llevaría a un resultado menos favorable para el jugador que se desvía.

El ejemplo común y más sencillo con el que explican este equilibrio la mayoría de autores es el del Dilema del Prisionero:

“Dos delincuentes habituales son apresados cuando acaban de cometer un delito grave. No hay prueba clara contra ellos, pero sí indicios fuertes de dicho delito y además hay pruebas de un delito menor. Son interrogados simultáneamente en habitaciones separadas. Ambos saben que si los dos se callan serán absueltos del delito principal por falta de pruebas, pero condenados por el delito menor (1 año de cárcel), que si ambos confiesan, serán condenados por el principal pero se les rebajará un poco la pena por confesar (4 años), y finalmente, que si sólo uno confiesa, él se librará de penas y al otro «se le caerá el pelo» (5 años)". (Cerdá, E. et al, 2004, pp.64)

Su representación en forma normal, donde las filas callar y confesar representan las estrategias del jugador (preso) 1 y las columnas al jugador (preso) 2, es la siguiente:

Tabla 3.1: Dilema del prisionero

	CALLAR	CONFESAR
CALLAR	-1,-1	-5,0*
CONFESAR	0*,-5	-4*,-4*

Los pagos situados a la izquierda de la coma son los recibidos por el jugador 1 (J1) y los que se sitúan a la derecha son los recibidos por el jugador 2 (J2). Para hallar el EN, analizamos en función de los pagos recibidos, que estrategia elegirá cada jugador suponiendo que el otro elija primero CALLAR, y luego analizamos si eligiese CONFESAR. Analizando el jugador 1, en la situación en que J2 elija la estrategia CALLAR, le interesará jugar la estrategia CONFESAR, puesto que 0>-1. En la segunda situación (J2 elige CONFESAR) elegirá CONFESAR por el mismo razonamiento (-4>-5). Este juego es simétrico, por lo que J2 actuará de la misma forma. Señalo con un * lo comentado y llegamos al resultado final en que el EN= (CONFESAR, CONFESAR). Los EN se expresan de forma que en primer lugar se describen la/s estrategias de J1 que llevan al EN, y en segundo lugar (posterior a la coma) se describen la/s estrategias de J2 que llevan al EN. Éstas son las estrategias optimas de cada jugador, por lo que podríamos expresarlo como EN= (s_1*, s_2*)= (CONFESAR, CONFESAR). El resultado que conllevaría el EN sería, como se puede interpretar en la representación formal del juego, que ambos delincuentes (jugadores) confesarían y serían penados a 4 años de cárcel respectivamente. Por la definición de Equilibrio de Nash, no consiguen mejorar su situación si unilateralmente cambiasen de estrategia alguno de los dos, pero esta solución no sería óptimo de Pareto. El óptimo de Pareto en este juego se daría si ambos eligen CALLAR como estrategia, puesto que ambos mejoran sus pagos (-1>-4), pasarían tan solo un año en la cárcel.

Esto es de tal forma, puesto que el óptimo de Pareto es una situación en la que no se puede redistribuir las ganancias entre los jugadores para mejorar a uno sin perjudicar a otro. En este juego, no coincide con EN en estrategias puras, y la diferencia se halla en que, mientras que el EN en estrategias puras se centra en la estabilidad estratégica individual, el óptimo de Pareto se enfoca en la eficiencia global y la imposibilidad de mejorar la situación de un jugador sin empeorar la de otro. Puede haber equilibrios de Nash en los que la distribución de ganancias no sea óptima desde una perspectiva global.

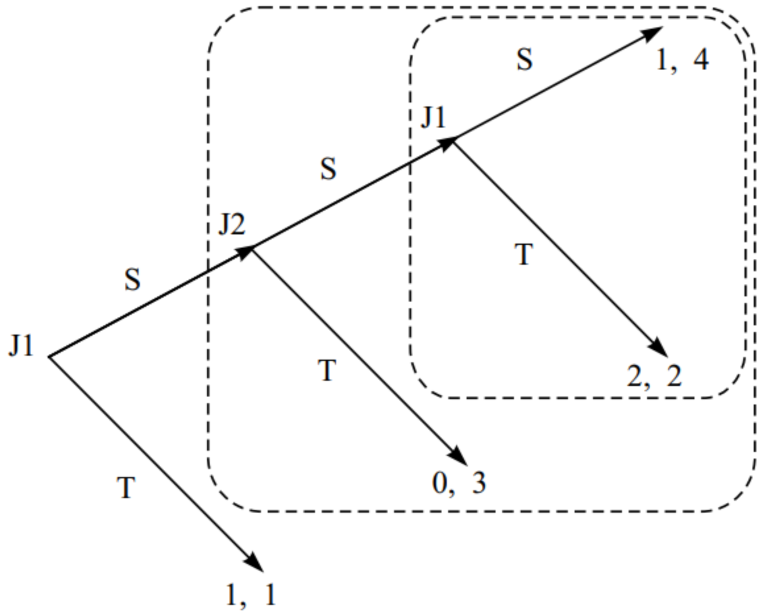
3.2. Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos

El Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos (ENPS) es la solución más correcta para los juegos dinámicos con información completa. Se trata de un refinamiento del Equilibrio de Nash en estrategias puras, y del cual depende pues, solo habrá ENPS si ya existe un EN en dicho juego, agrega la condición de consistencia estratégica en todos los subjuegos. Mientras que un EN en estrategias puras solo considera la estabilidad estratégica en el juego global, el ENPS exige que el equilibrio sea óptimo tanto en el juego global como en todos sus subjuegos. Esto es así pues el ENPS se halla calculando los EN en todos los subjuegos que compongan el juego y de forma que se cumpla el principio de racionalidad secuencial.

La racionalidad secuencial: principio que consiste y se cumple en el equilibrio en el cual la estrategia de cualquier jugador ha de ser una respuesta óptima en cada punto del juego a las estrategias del resto de jugadores.

Un subjuego es un subconjunto de un juego más grande que surge cuando se alcanza un punto de decisión. Se trata de una etapa o situación específica dentro de un juego en la cual los jugadores tienen la oportunidad de tomar decisiones independientes. En un juego habrá uno o más subjuegos. El método de inducción hacia atrás es el empleado para hallar el ENPS y consiste en ir encontrando los EN en los distintos subjuegos, y de forma regresiva, empezando por el final de la secuencia, se irán eliminando las estrategias que no son EN para cada subjuego. Para ello se utiliza la forma extensiva y explicaré el método por medio de este ejemplo:

Figura 3.1: Subjuegos propios del juego del trespiés. (Cerdá,E. et al, 2004, pp. 236)



En el juego del Trespiés, en el que intervienen dos jugadores, con 3 nodos distintos, en el primero y último actúa el jugador 1 y en el segundo el jugador 2. Localizamos 3 subjuegos, uno por cada nodo que forma un conjunto de información unitario. Al realizar el método de inducción hacia atrás, nos fijaremos en el subjuego que se forma en el tercer nodo en el que J1 elegirá la estrategia T, pues le aporta un mayor pago (2>1), por lo que eliminamos la estrategia S del nodo 3 y continuamos observando el segundo subjuego teniendo esto en cuenta. En el segundo subjuego, que nace en el segundo nodo, J2 elegirá la estrategia T, pues le aporta un mayor pago que eligiendo la estrategia S, pues eligiendo dicha estrategia, posteriormente J1 elegiría T y por tanto un pago para J2 igual a 2<3. Siguiendo con el proceso, analizamos el último y tercer subjuego (que en este caso ya es el juego), en el que J1 elegirá la estrategia T pues: 1>0. Por lo que el ENPS del ejemplo sería: ENPS= (T, T; T). El resultado de este equilibrio sería por tanto de (1,1).

3.3. Equilibrio Bayesiano Perfecto

Los Equilibrios Bayesianos Perfectos son una extensión de los equilibrios de Nash que tienen en cuenta la información asimétrica, son la solución idónea a juegos estáticos de información incompleta. Estos juegos son más acordes a los problemas que surgen en la realidad, en la práctica, donde no toda la información es de dominio público. En un EBP, los jugadores seleccionan estrategias bayesianas, que son estrategias condicionales basadas en sus creencias sobre los tipos de los demás jugadores. Las creencias son las probabilidades subjetivas que los jugadores asignan a los diferentes tipos posibles de los demás jugadores.

En un EBP, las creencias de los jugadores son consistentes con sus estrategias y sus conjeturas. La consistencia entre estrategias y creencias, junto con las conjeturas, garantiza que los jugadores tomen decisiones racionales y optimicen su utilidad esperada dado su conocimiento y creencias.

Todo ello resulta en que los EBP proporcionan un enfoque más sofisticado para comprender cómo los jugadores toman decisiones en situaciones en las que la información es asimétrica y evoluciona a lo largo del juego.

En un juego estático con información incompleta, hay un conjunto de jugadores que toman decisiones estratégicas. Cada jugador tiene diferentes tipos posibles que pueden afectar sus preferencias o información privada. Los tipos representan las características individuales de los jugadores que pueden ser desconocidas para los demás jugadores.

Cada jugador tiene un conjunto de estrategias posibles que puede elegir para tomar decisiones. Las estrategias determinan las acciones que cada jugador toma en función de su tipo (t_i dentro del conjunto de tipos del total de jugadores, lo represento por T_i) y de la información que tiene.

Las creencias pueden basarse en la información disponible o en suposiciones/conjeturas sobre las características y comportamientos de los demás jugadores.

Cada tipo tiene su propia distribución de probabilidad conocida por todos los jugadores, es el azar quién determina los tipos y hace pública dicha información.

Posteriormente, las creencias de cada jugador dan lugar a una conjetura denominada $p_i(t_{-i}/t_i)$ partiendo del tipo efectivo y la distribución a priori, t_{-i} es la información desconocida del jugador. Se calcula dicha conjetura por medio de la Regla de Bayes: $p_i(t_{-i}/t_i)/p(t_i) = P_i(t_{-i}/t_i)$

Ya habiéndose calculado la conjetura, el jugador i tomará la acción a_i del conjunto de A_i. Finalmente, cada jugador recibirá un pago en función de los tipos y acciones tomadas: $u_i(a_1, \ldots, a_i, \ldots, a_n; t_1, \ldots, t_i, \ldots, t_n)$

Para maximizar su utilidad, el jugador i deberá tomar una acción óptima dependiente del tipo, por lo que formará una estrategia óptima esperada $s_i{*}(t_i)$ (en los juegos estáticos con información completa una estrategia era igual a una acción, en los juegos con información incompleta una estrategia no lo es, ya que dependerá de los tipos de los jugadores) a la combinación $s_{-i}{*}= (s_1{*}, \ldots, s_{i-1}{*}, s_{i+1}{*}, \ldots, s_n{*})$. El conjunto de estrategias óptimas esperadas, en la que ningún jugador quisiera cambiar su estrategia, forma el EBP de Nash → $s{*}= (s_1{*}, \ldots, s_{i-1}{*}, s_i{*}, s_{i+1}{*}, \ldots, s_n{*})$. La estrategia óptima descrita $s_i{*}(t_i)$ es el resultado formal de:

$$\text{Max } \Sigma\, p_i(t_{-i}/t_i)u_i(s_i{*}(t_1), \ldots, s_{i-1}{*}(t_{i-1}), s_i, s_{i+1}{*}(t_{i+1}), \ldots, s_n{*}(t_n); t_1, \ldots, t_n) \rightarrow s_i{*}$$

3.4. Equilibrio Bayesiano Perfecto en Subjuegos

Los Equilibrios Bayesianos Perfectos en Subjuegos (EBPS) son la solución óptima para los juegos dinámicos con información incompleta. Son el resultado del perfeccionamiento de los ENPS, para que sean posibles en juegos bayesianos con información imperfecta (estructura temporal y la posibilidad de información privada por parte de uno o más jugadores). En estos juegos, uno o más jugadores pueden por tanto, no saber en que nodo del juego se encuentran.

Un elemento indispensable que se analiza para la obtención de los EBPS es el conjunto de información. Es imprescindible en los juegos de información imperfecta, puesto que el conjunto de información está compuesto por los nodos de acción/decisión en los que el jugador no dispone de la información suficiente para saber en cuál de éstos se halla.

Los Equilibrios Bayesianos Perfectos en Subjuegos (EBPS) involucran diversos aspectos que deben ser considerados cuidadosamente. Aquí se presentan los elementos clave para comprender este concepto:

Análisis de la información: El jugador que toma decisiones debe realizar una evaluación sobre el conjunto de información alcanzado en el juego. Si el conjunto de información contiene más de un elemento, se debe formular una conjetura en forma de una distribución de probabilidad que abarque los diferentes nodos posibles. Por otro lado, si el conjunto de información consta de un único elemento, la probabilidad asignada será de 1 al nodo de decisión único.

Racionalidad sucesiva: Considerando las conjeturas formuladas, se establece que una estrategia debe ser sucesivamente racional. Esto implica que la acción tomada por un jugador en un momento dado, así como sus estrategias posteriores, deben ser óptimas en términos de maximizar el pago esperado de acuerdo con la conjetura aplicada en ese conjunto de información y las estrategias futuras de los demás jugadores. De esta manera, se evitan conjeturas poco razonables y se promueve un criterio de consistencia en el juego. Al igual que en los ENPS, este aspecto le dota de una mayor rigurosidad a este tipo de solución. Y de la misma forma se aplica definiendo los subjuegos, calculando el EBPS para cada uno de ellos. Después de calcular los EBPS para cada subjuego, se realiza un retroceso de la solución para verificar si los EBPS calculados son consistentes en todo el juego. Esto implica examinar si las estrategias y las creencias asignadas en cada estado del juego son óptimas y consistentes entre sí.

Consistencia y regla de Bayes: en los conjuntos de información relacionados con la trayectoria del equilibrio, las conjeturas deben ser consistentes con las estrategias. Esto implica que se deben determinar utilizando la regla de Bayes y tomando en cuenta las estrategias de equilibrio adoptadas por los jugadores.

Por último, se exige que para los conjuntos de información fuera de la trayectoria del equilibrio, las probabilidades de las conjeturas deben ser actualizadas mediante el uso de la actualización bayesiana, siempre que sea posible. Esto permite ajustar las creencias y adaptarse a nueva información a medida que el juego progresa.

Por ello, un Equilibrio Bayesiano Perfecto en Subjuegos implica la combinación de una estrategia y una conjetura que cumplen con los requisitos mencionados anteriormente. Este nuevo concepto de equilibrio garantiza el cumplimiento del principio de racionalidad secuencial, tal como se plantea en los EBPS, y, en consecuencia, elimina las posibles amenazas no creíbles por parte de los jugadores.

Junto con la estrategia óptima calculada, y el sistema de conjeturas consistente con ella, se forma la evaluación (explicada formalmente en el apartado 4.1.), es realmente un par perfil estratégico-sistema de conjeturas (σ, μ), que de cumplir todas las condiciones relatadas, daría lugar al equilibrio.

3.5. Aplicaciones

La Teoría de Juegos, con los previamente descritos equilibrios de Nash y Bayesianos, tiene una amplia gama de aplicaciones en diversos campos dentro de la economía y el mundo empresarial, como la negociación; la toma de decisiones estratégicas macroeconómicas (impuestos, políticas económicas, acuerdos protocolarios internacionales…), en marketing y logística en la empresa, método de optimización de precios; en la teoría de contratos, entre otros.

En concreto, las aplicaciones más relevantes según el tipo de equilibrio son las siguientes:

Equilibrio de Nash: en un modelo de duopolio de Cournot, las empresas eligen la cantidad de producción óptima dadas las decisiones de producción de las demás empresas. El equilibrio de Nash en este caso determina el nivel de producción en el que ninguna empresa tiene incentivos para cambiar su estrategia, logrando así un equilibrio en el mercado.

Equilibrio de Nash Perfecto en Subjuegos: en un modelo de duopolio de Stackelberg, una empresa líder toma decisiones antes que su competidor seguidor. El ENPS se utiliza para analizar cómo la empresa líder maximiza sus ganancias al anticipar la respuesta del seguidor y elegir la cantidad de producción óptima en consecuencia.

Equilibrio Bayesiano de Nash: tienen una aplicación relevante en el contexto de las subastas. En las subastas, los participantes tienen información privada sobre el valor que le asignan al bien subastado. El equilibrio bayesiano perfecto en este caso implica que cada participante debe determinar su estrategia óptima, teniendo en cuenta tanto su información privada como las creencias sobre los valores de los demás participantes.

En una subasta con información incompleta, el equilibrio bayesiano perfecto permite modelar cómo los participantes forman sus ofertas en función de sus creencias y estimaciones de los valores de los demás. Los participantes evalúan su información privada, la información disponible y las probabilidades asignadas a los valores de los demás, con el objetivo de maximizar su utilidad esperada. Esto conduce a una situación en la que ninguna de las partes tiene incentivos para cambiar su estrategia dado el conocimiento de los demás, alcanzando así un equilibrio.

Por último, como objetivo y principal trasfondo de este trabajo, explicaré a continuación (siguiente y último apartado) con mayor extensión y más detalladamente, una de las mayores aplicaciones que tiene los Equilibrios Bayesianos Perfectos en Subjuegos, por ser la solución a este juego dinámico con información incompleta: los juegos de señalización.

4. JUEGOS DE SEÑALIZACIÓN

4.1. Introducción y desarrollo

Los juegos de señalización, como previamente introduje, son una aplicación real y puesta en la práctica de juegos dinámicos con información incompleta. Destacan por la diversidad de modelos que se han conjeturado a finales del siglo pasado y principios de este. Los más difundidos y galardonados son:

Además de los modelos que profundizaré en su explicación análisis y resolución: 4.2. Modelo de Spence de señalización en el mercado laboral y 4.3. Modelo para el sponsor de eventos deportivos. Se encuentran:

El modelo de señalización de Akerlof (Akerlof, 1970), también conocido como "selección adversa", analiza situaciones en las que existe asimetría de información entre compradores y vendedores. En este modelo, los vendedores tienen información privada sobre la calidad de los bienes o servicios que ofrecen, mientras que los compradores solo pueden hacer una evaluación promedio basada en la oferta general en el mercado. Esta asimetría crea un problema de selección adversa, donde los compradores tienden a desconfiar y están dispuestos a pagar menos debido a la incertidumbre sobre la calidad. Como resultado, los vendedores de alta calidad se ven penalizados y los de baja calidad pueden beneficiarse, lo que genera una disminución en la calidad promedio de los bienes y servicios en el mercado. Se ejemplifica con el mercado de compraventa de coches de segunda mano.

El modelo propuesto por Rothschild y Stiglitz, (Rothschild, M. y Stiglitz, J. E. , 1976), donde un individuo que es averso al riesgo busca transmitir esta aversión a través de la compra de un seguro parcial. De esta manera, el individuo revela su alta propensión a asegurarse, lo que indica su nivel de aversión al riesgo.

El modelo de Milgrom y Roberts (Milgrom, P. y Roberts, J., 1982), se centra en una empresa que tiene la capacidad de producir bienes a bajos costos. Para señalizar su eficiencia en la producción, la empresa establece precios de venta bajos. Esta estrategia de precios bajos sirve como una señal creíble para los competidores y el mercado en general, indicando la capacidad de la empresa para producir de manera eficiente.

El modelo de Sobel (Sobel, 1989) examina una situación en la que un demandante tiene altas posibilidades de éxito en un caso legal. Para demostrar su confianza en el resultado favorable del caso, el demandante busca una alta indemnización como señal creíble. Esta demanda de indemnización significativa muestra su confianza en el éxito de la demanda y puede influir en la decisión de la contraparte de retirar la demanda.

Los autores M. Spence, G. Akerlof, y Joseph Stiglitz ganaron el Premio Nobel de Economía en 2001 por sus “Análisis de los mercados con información asimétrica”.

Todos ellos, tienen en común la descripción de nuevos elementos para su análisis y distintas formas de representación de las soluciones óptimas finales. Estas soluciones, serán equilibrios bayesianos, pues como hemos estado viendo son las soluciones idóneas a juegos dinámicos de información incompleta, aunque corresponderían los EBPS, en muchas ocasiones se hallarán los EBP, pues en juegos simples como los que explicaré más adelante, no existen subjuegos propios, debido a que los conjuntos unitarios de información distintos del inicial, no inician subjuegos. Se distinguirán también equilibrios agrupadores y separadores y un nuevo equilibrio llamado Equilibrio Bayesiano Perfecto Débil (EBPD), que será distinguido del EBP por no cumplir una última condición necesaria para dichos juegos.

Para comenzar con la definición de estos juegos, es conveniente mencionar que solo habrá dos jugadores, un jugador Emisor (E) y otro Receptor (R). Lo que distingue este juego del resto es la introducción de un nuevo elemento llamado señal (m de mensaje, perteneciente al conjunto de mensajes M) y en torno al que girará el desarrollo del juego, el jugador E es el que envía el mensaje que recibe el Receptor, por lo que juega en primer lugar E y posteriormente R. E tiene información privada sobre su tipo (t), la cual R no tiene, sólo conoce la distribución de probabilidad de dicho tipo p(t). El azar, por tanto, decide t, E manda m al jugador R en función del tipo, y R interpreta la señal y escoge una acción (a), y finaliza el juego con los pagos correspondientes al resultado que son: $u_E(m, a; t)$, $u_R(m, a; t)$.

E tiene un conjunto de información unitario $h_t=\{t\}$ por cada tipo t perteneciente a T que pueda observar, y R tiene un conjunto de información h_m' (con tantos nodos como tipos tiene el conjunto T) por cada mensaje m perteneciente al conjunto M de E que pueda observar. Así pues, quedarían a_m para el Receptor y para el Emisor m_t.

Dado un perfil de estrategias $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_i, \ldots, \sigma_n)$ y un sistema de conjeturas $\mu = \{\mu_h\}$ la evaluación es un EBP si cumple las 3 condiciones siguientes:

1. El perfil σ ha de ser secuencialmente racional respecto del sistema μ.
2. Mediante la regla de Bayes, en cualquier h (conjunto de información) las conjeturas han de ser consistentes con las estrategias, por tanto: $\mu_m(t) = \text{prob}\ (t/\ \sigma)\ /\ \text{prob}\ (h_m/\ \sigma)$.
3. Mediante actualización bayesiana, las estrategias de σ han de ser consistentes respecto de las conjeturas de μ en cualquier conjunto de información fuera de la trayectoria h_m'.

De no cumplirse la última condición, la evaluación sería un EBPD, como su propio nombre indica, es un equilibrio, una solución más débil que el EBP.

En el contexto específico de los juegos de señalización en los que el emisor se clasifica en dos tipos distintos, se presentan dos posibles equilibrios: el equilibrio de agrupación y el equilibrio de separación. Se dice que existe un equilibrio de agrupación cuando la estrategia del emisor consiste en enviar un mensaje común para todos los tipos. Por otro lado, se alcanza un equilibrio de separación si se encuentra una estrategia en la cual los diferentes tipos del emisor eligen mensajes distintos. Los equilibrios de separación son particularmente interesantes, ya que desempeñan un papel fundamental en la identificación del tipo de emisor y en la función de señalización. En contraste, los equilibrios de agrupación no brindan información útil ni diferenciadora. Es importante destacar la relevancia de estos equilibrios de separación, ya que permiten una comunicación más efectiva y facilitan la toma de decisiones basada en la información recibida.

Son los últimos equilibrios los que permiten y dan sentido a este tipo de juegos, a la señalización, ya que por medio de que dos o más jugadores de cualidades u objetivos distintos, pueden diferenciarse enviando una señal/mensaje, y así, con información imperfecta salgan beneficiados, o no perjudicados, por la diferenciación que puedan llegar a conseguir y fiabilidad que transmitan.

4.2. Modelo de Spence de señalización en el mercado laboral

En este modelo, Spence desarrolla la idea de cómo un trabajador, por medio del nivel de estudios, como señal indicadora de su capacidad, puede demostrar su productividad para que así puedan ser contratados por la empresa.

Este juego de señalización de 2 jugadores, como previamente he descrito que se componen este tipo de juegos, en el que el Emisor (primer jugador) es un trabajador que con un nivel de estudios a escoger $e \geq 0$ y demanda un salario $w \geq 0$ al Receptor (segundo jugador) que recibirá dicha señal y decidirá su acción (a = {A, RE}), que será la de aceptar o rechazar a dicho jugador/trabajador para el puesto de empleo. El trabajador tendrá una información privada que consiste en si su productividad es alta p_a o de lo contrario, es baja p_b, la empresa solo dispone de la probabilidad a priori (q) de que prob(p_a)= q, siendo 1 – q= prob(p_b). La elección del nivel de estudios tiene un coste dependiente de ese nivel y del tipo efectivo: c (e, p). p es la productividad. El conjunto de tipos T= {p_a,p_b}, dónde

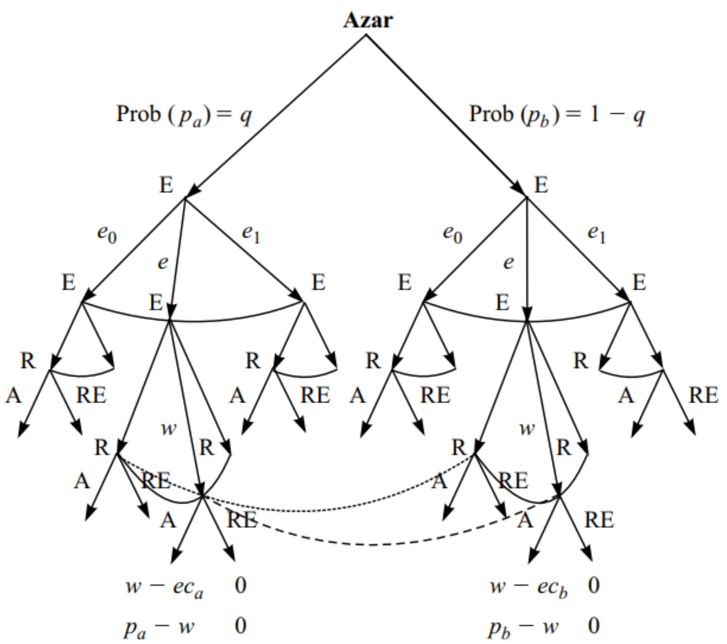
$p_a > p_b$. A la señal, los mensajes (m), también se les llamará contratos, vienen definidos por (e, w). Existirán diferentes costes de adquisición en función del tipo: $c(e, p_a) = ec_a$; $c(e, p_b) = ec_b$, sea $0 < c_a < c_b$ → *propiedad de intersección única*, muy relevante para el modelo, el coste marginal del tipo p_a es menor que el del otro tipo. Se observan, por tanto, funciones lineales → hipótesis simplificadora. Otra de las hipótesis simplificadoras es que la función de productividad: $g(e; p)=p$, depende sólo y únicamente del tipo. Por todo ello, si finalmente, tras el mensaje (e, w), la acción del segundo jugador es RE (rechazar), el vector de pagos sería = (0, 0). Si dicha acción fuese A (aceptar), el vector de pagos dependería del tipo:

Si el tipo del trabajador fuese de p_a → $(w - ec_a, p_a - w)$

Si el tipo del trabajador fuese de p_b → $(w – ec_b, p_b - w)$

En forma extensiva el juego se vería representado de la siguiente manera:

Figura 4.1: Juego del modelo de Spence en forma extensiva (Cerdá,E. et al, 2004, pp. 388)



Por lo que, el análisis del juego consistirá en buscar ese nivel de salarios (w) y de estudios (e), es decir, el mensaje en función del tipo, para que la evaluación derive en un EBP, distinguiré en mi análisis cuándo trate de hallar EBP agrupadores y EBP separadores, veremos a las conclusiones que he llegado y cómo ambos proporcionan soluciones diferentes.

4.2.1. Equilibrios agrupadores en estrategias puras

A continuación, realizaré un análisis del juego previamente descrito, tratando de encontrar los equilibrios agrupadores en estrategias puras. Estos equilibrios se dan cuando el mensaje enviado por los distintos tipos de emisores (E), de productividad alta o baja, es el mismo, indiferentemente del tipo; definido formalmente de la siguiente manera: $s^* = ((s_E^*(p_a), s_E^*(p_b)), (s_R^*(m))_{m \in M})$, para un $m^* = (e_0, w_0)$, único para ambos tipos. La conjetura es: $\mu_{m^*} = (q, 1 - q)$, por lo que la productividad esperada de E en la que se basará la decisión/acción de R se describe como: $\varphi_q = qp_a + (1 - q)p_b$.

Por lo que el pago esperado de R será de: $(\varphi_q – w_0)$, ante un único m^*, R decidirá Aceptar (A) si $\varphi_q \geq w_0$.

Para verificar la tercera condición de los EBP, analizo con una conjetura: $\mu_m = (0, 1)$, por razones de simplicidad, que sea consistente dicho equilibrio fuera de la trayectoria, es decir, cuando $m = (e, w) \neq m^*$. Por lo que, $\varphi_q = p_b \geq w$.

Con todo ello, el óptimo para el emisor haría coincidir la señal con la productividad esperada, en concreto el salario y por tanto un nivel de estudios nulo $\rightarrow \varphi_q = w_0$, $e_0 = 0 \rightarrow m^* = (0, \varphi_q)$. Ante dicha señal y sostenido por la conjetura $\mu_{m^*} = (q, 1 - q)$, la respuesta de R sería la de Aceptar consistentemente: $s_R^*(m))_{m \in M}$. Y Aceptar fuera de la trayectoria de equilibrio ($m = (e, w) \neq m^*$), con un mensaje distinto al de la productividad esperada, sólo y sostenido por la conjetura $\mu_m = (0, 1)$, si el mensaje se sitúa por encima de la productividad de tipo baja: $p_b \geq w$.

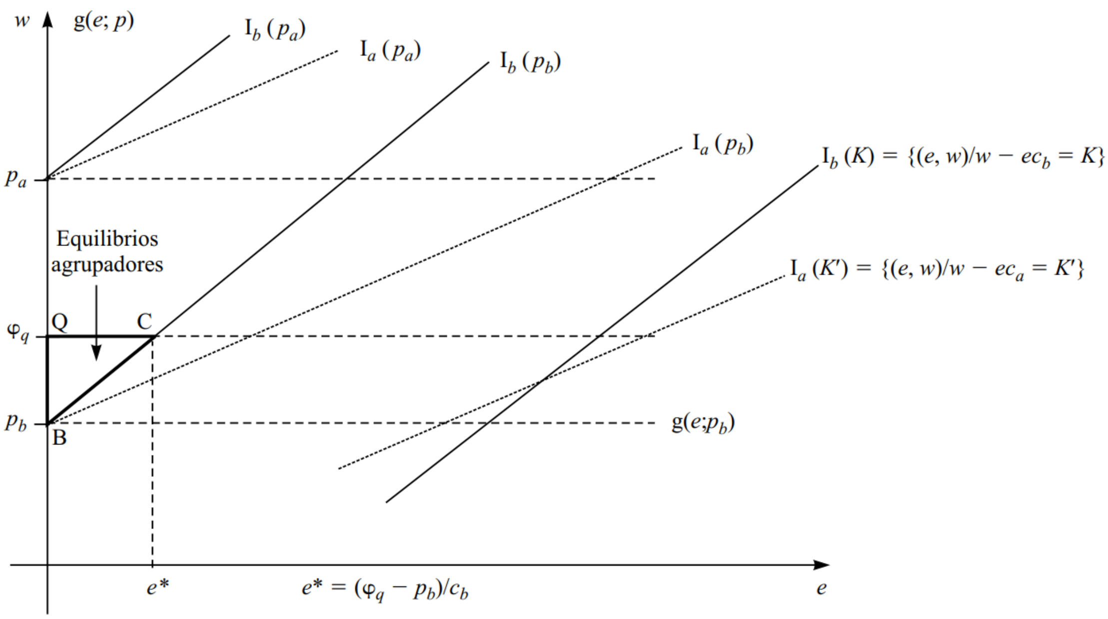
Este no sería el único EBP agrupador del juego, también se puede contemplar la situación en la que $m^* = (e_0, \varphi)$, siempre y cuándo se cumpla que:

1. $p_b \leq \varphi \leq \varphi_q$, esto es porque de no darse dicha condición: si $\varphi < p_b$, a ambos tipos de jugadores les interesaría desviarse a (e_0, p_b). Y también, si $\varphi > \varphi_q$ les interesaría desviarse a (e_0, φ_q), situación en que sí aceptaría R.

2. $e_0 \leq (\varphi - p_b)/c_b$, o lo que es lo mismo, $p_b \leq \varphi - e_0c_b$, les conviene a ambos (analizando en este caso el tipo de productividad baja), hacer el esfuerzo de nivel de estudios e_0 pudiendo mantener el salario φ y, con ello, un pago positivo y no sólo de p_b.

Por lo que el conjunto de evaluaciones, este último con las dos condiciones impuestas, y el primero analizado dentro y fuera de la trayectoria de equilibrio, supondrían los EBP agrupadores en estrategias puras, los cuales se pueden representar gráficamente de esta forma:

Figura 4.2: Equilibrios agrupadores en el juego del modelo de Spence (Cerdá,E. et al, 2004, pp. 391)



En el triángulo formado por las letras B, Q y C se encontrarían todos ellos. Estos EBP agrupadores sólo beneficiarían al trabajador de productividad baja respecto de si el juego fuese de información completa. Esto es así pues, si la información privada en el juego fuese de dominio público, es decir, la empresa fuese conocedora del tipo del trabajador, al maximizar la utilidad de ambos jugadores, la señal supondría un salario igual a la productividad de cada tipo en cada situación, con un esfuerzo en nivel de estudios nulo para ambos tipos. Por tanto, también se puede concluir con que perjudicaría al trabajador del tipo p_a, pues obtiene pagos muy inferiores en comparación. En este último caso beneficiaría a la empresa, pero en el que el tipo es p_b, en todos aquellos EPB situados en el triángulo exceptuando el vértice B, la empresa se vería perjudicada y E se vería beneficiado.

Además, se puede observar como no todos los EBP del triángulo son eficientes, pues sólo lo serían los situados en el segmento BQ, pues con los mismos tipos y probabilidades de ellos, se darían equilibrios más costosos por añadir un nivel de estudios no nulo, dando lugar así a equilibrios ineficientes.

4.2.2. Equilibrios separadores en estrategias puras

Los equilibrios separadores se ajustan mejor a la realidad, a la práctica, y por ello son más completos y complejos. Consisten en el estudio de equilibrios en los que cada tipo de Emisor envía una señal diferente según su tipo al Receptor. Esto lleva a que el perfil de estrategias óptimas en equilibrio estará compuesto por dos estrategias óptimas para el Emisor y una para el Receptor:

$$(e_a, w_a) = m^*_a = s_E^*(p_a) \neq s_E^*(p_b) = m^*_b = (e_b, w_b)$$

Por ello, R está sujeto a dos conjeturas en el momento de recibir el mensaje de equilibrio, $\mu_{m^*a} = (1, 0)$ al recibir m^*_a, y al recibir m^*_b la conjetura será por tanto $\mu_{m^*b} = (0, 1)$. Sencillamente, R al recibir m^*_a sabe del tipo que se trata (p_a), al igual que de recibir m^*_b sabe que el trabajador es de capacidad baja.

La respuesta óptima de R es, por tanto, Aceptar (A) si y sólo si para $w_a \leq p_a$ si recibe m^*_a, al igual que aceptará si y sólo si para $w_b \leq p_b$ de recibir la señal m^*_b.

Aclarada la respuesta óptima de R, el análisis de los mensajes de equilibrio de cada tipo sería el siguiente, empezaré por el de segundo tipo (p_b):

En primer lugar, $w_b > p_b$ no le aportaría más que pago 0 porque R rechazaría, por lo que le interesaría desviarse a $w_b = p_b$. Y de elegir un $w_b < p_b$, a pesar de que R sí aceptaría en este caso, a E le interesa recibir un salario mayor (mayor pago) por la misma productividad, por lo que tendería también a $w_b = p_b$. Por lo que reclamará siempre un salario igual a la productividad ($w_b = p_b$).

En segundo lugar, elegirá un nivel de estudios nulo, pues si $e_b > 0$, con el salario elegido $w_b = p_b$, R aceptaría, pero le reportaría un pago menor debido al coste de adquisición de estudios a E del tipo p_b, por lo que le interesa un nivel de estudios nulo. Por ambas condiciones, finalmente: $m^*_b = (e_b, w_b) = (0, p_b)$

Una vez analizado este tipo, se tendrá en cuenta y el mensaje óptimo que enviará el emisor de primer tipo se verá sujeto a las siguiente condiciones:

La primera de ellas, debido al m^*_b calculado, y la respuesta óptima de R, por la misma lógica empleada en el otro tipo, el salario del trabajador de productividad alta será: $p_b = w_b \leq w_a \leq p_a$.

Esta segunda condición va ligada a la tercera, y consiste en que, para que a p_b le siga interesando separar el mensaje dado, y por ello no quiera agruparlo simulando que es de tipo p_a, m^*_a se debe encontrar por debajo o en la curva de indiferencia $I_b(p_b)$, la que nace de m^*_b, por ello, $w_a - p_b \leq e_a c_b$.

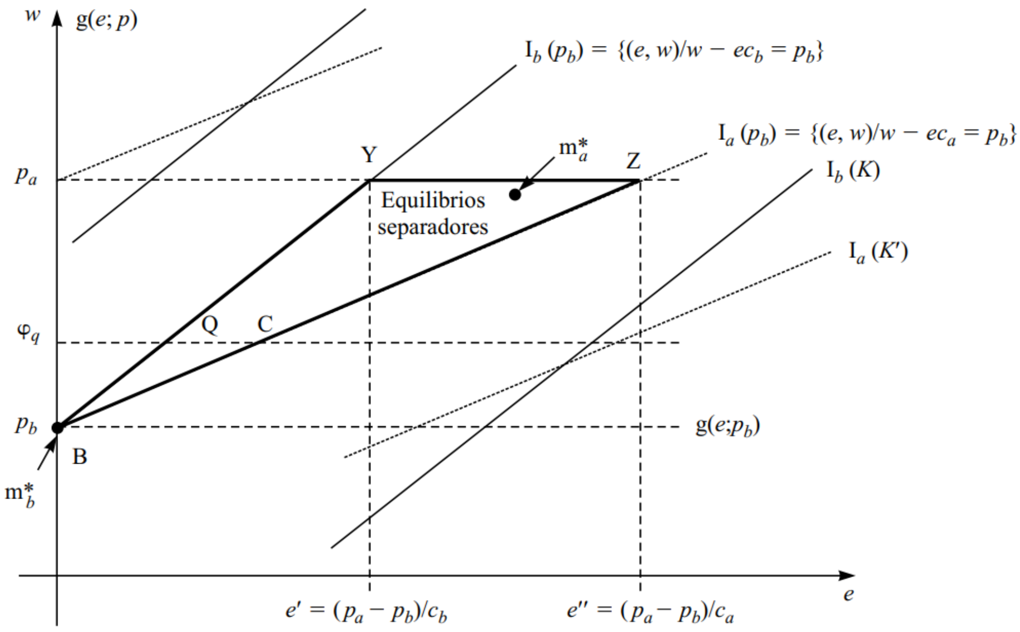
La tercera, y última condición a la que se ve sujeta la señal m^*_a, consiste en que, para que a el emisor de este tipo le interese separar su señal del otro, debe situarse por encima o en la curva de indiferencia $I_b(p_a) \rightarrow w_a - p_b \geq e_a c_a$.

Los EBP separadores del juego son las evaluaciones $[((m^*_a, m^*_b), s^*_R,), \mu]$ que cumplen todas las condiciones a las que he ido concluyendo en este apartado:

a) $(e_a, w_a) = m^*_a = s_E^*(p_a) \neq s_E^*(p_b) = m^*_b = (0, p_b)$.
b) $m^*_a = (e_a, w_a)$, si y sólo si: $p_b = w_b \leq w_a \leq p_a$, $w_a - p_b \leq e_a c_b$, $w_a - p_b \geq e_a c_a$.
c) $s_R^*(m_a^*)$= A (Acepta), $s_R^*(m_b^*)$= A.
d) $s_R^*(m)$= A, donde $m \neq m^*_a$ ni $m \neq m^*_b$, si y sólo si $w < p_b$.
e) Sujeto a las conjeturas $\mu_{m^*a} = (1, 0)$ para $m = m^*_a$, y $\mu_{m^*b} = (0, 1)$ para $m \neq m^*_b$.

Las condiciones a las que se ve sujeta m^*_a finalmente, forman un triángulo con los vértices B, Y y C, en la siguiente gráfica que se ve de una forma mucho más clara e intuitiva, donde también se ve representado m^*_b situado en el vértice B:

Figura 4.3: Equilibrios separadores en el juego del modelo de Spence (Cerdá,E. et al, 2004, pp. 396)



Cómo finalmente se puede observar en el gráfico, estos equilibrios respecto de los agrupadores benefician a la empresa (R), pues no contratarán a trabajadores de productividad baja por un salario mayor al de su tipo, y pagarán su tipo o menos a los de productividad alta. Al trabajador de productividad alta cómo vemos, le benefician los equilibrios separadores, pues tenderá a cobrar en función de su productividad, a pesar de que tenga que realizar un esfuerzo adquisitivo para su nivel de estudios, por lo que siempre le convendrá aún más que la información sea de dominio público. En el trabajador del otro tipo, en cambio, no se ve beneficiado cómo si podía estarlo en los equilibrios agrupadores, no realizará ningún coste adquisitivo de estudios y cobrará un salario igual a su productividad.

4.3. Modelo para el sponsor de eventos deportivos

Este juego, llamado formalmente y descrito por Martin J. Osborne: “Conspicuous expenditure as a signal of quality” se basa en la idea de que los jugadores pueden utilizar su nivel de gasto como una señal para transmitir información sobre su calidad a los demás.

Basándose en esta idea, propone el juego siguiente: las grandes empresas de productos son los primeros jugadores, el Emisor, denotaré por una letra F a este jugador (proveniente de Firm), disponiendo sólo este jugador de los distintos tipos referidos a la calidad del producto: T= {H, L}, H referido al de alta calidad (High-quality) y L al de baja calidad (Low-quality). Estos tipos no son conocidos, se trata de información privada, por los consumidores (C), segundo jugador y Receptor de la señal del juego. La señal del juego vendrá dada en si la firma patrocina su producto en un evento deportivo o no, realizando por ello un gasto (E, de Expenditure), el cual no tiene efecto en la calidad real del producto, esta señal será acompañada del precio del producto (p_1). El consumidor desconoce la calidad y viendo su patrocinio en un evento deportivo decidirá si comprar el producto o no. El consumidor ostentoso tenderá a comprarlo por el mero hecho de que “son las empresas de productos de alta calidad las que patrocinan estos eventos”, pero no comprará una segunda vez el producto si es de baja calidad respecto del precio al que compró, pues primeramente lo compró suponiendo que era de alta calidad.

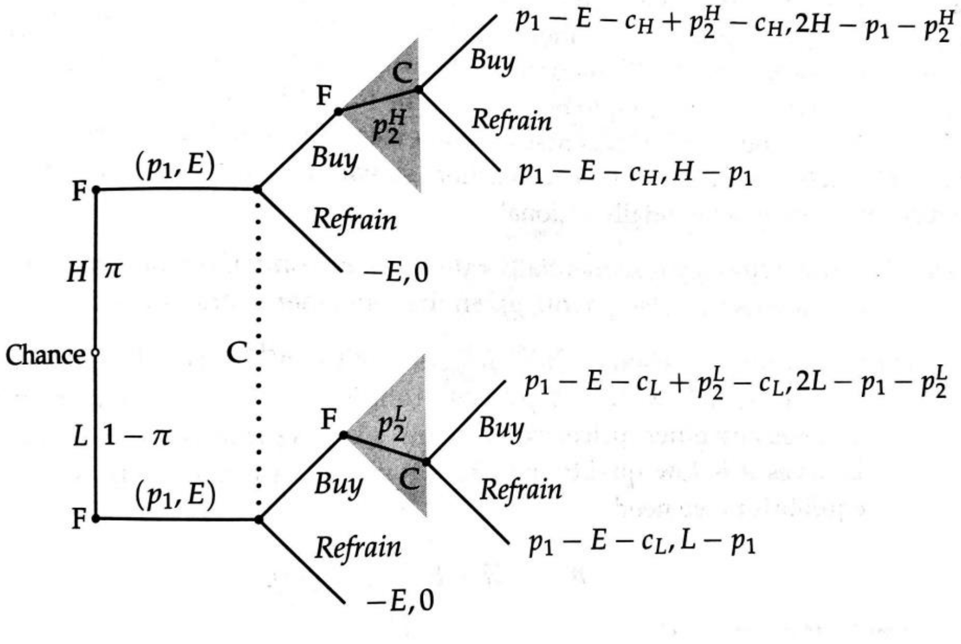
Como en todo juego de señalización, el jugador si dispone de la distribución de probabilidad de los tipos, prob (H)= π, y prob (L)= 1 – π. Para hacer más sencillo y simplificador este análisis, para el consumidor le producen una utilidad los bienes según su tipo de: H > 0 y L=0. Los costes de los bienes según su tipo son: $c_H>0$ y $c_L=0$. El gasto para el sponsor en el evento deportivo será el mismo para ambos tipos: E ≥ 0.

En primer lugar, el consumidor es quién actúa habiendo recibido la señal (p_1, E), elige si comprar (Buy) o no hacerlo, abstenerse (Refrain). Si se abstiene obtendrá un pago de 0, y la empresa un pago negativo igual al gasto en el patrocinio (-E), se supone que no se produce si no se consume, por lo que no se realizaría el coste de producción en dicha fase. Si por lo contrario decide comprar, la empresa decidirá un nuevo precio p_2 para la siguiente posible compra. Este precio será distinto en función del tipo $\{p_2^H, p_2^L\}$, pues el consumidor, al ya haber realizado la primera compra, será por tanto conocedor de la calidad del producto, del tipo.

En función de este nuevo precio, C elige de nuevo si compra o no, reportándole, en el caso que el tipo fuese H, el pago: 2H – p_1 - p_2^H. Para el tipo L sería de: 2L - p_1 - p_2^L, para una L = 0, el pago sería negativo. En el caso de que se abstenga en este segundo período, los pagos respectivos para C serían de: (H – p_1), y de (L – p_1). Los pagos para F con el tipo H serían, en caso de segunda compra: (p_1 + p_2^H – E- 2c_h), en caso de abstenerse en el segundo período: (p_1 – E - c_h). Respectivamente para F con tipo L: (p_1 + p_2^L – E- 2c_L), y en casa de abstención en este segundo período: (p_1 – E – c_L). Para un c_L = 0, los pagos para L serían a priori mayores dándose el tipo L.

Ya descrito totalmente el juego, de forma extensiva se ve de la siguiente manera, siendo *Chance* el jugador "azar" que decide los tipos:

Figura 4.4: Juego del sponsor de eventos deportivos en forma extensiva (Osborne M. J., 2004, pp 337)



Realizaré el análisis de los EBP separadores, comenzaré con las conjeturas, un tanto extremas y simplificadores del juego, de los consumidores, el Receptor, así como hice en el modelo de Spence. Al hallar EBP separadores, suponemos entonces mensajes de equilibrio distintos por cada tipo, por tanto:

$$(p_1^H, E^H) = m^*_H = s_{F1}^*(H) \neq s_{F1}^*(L) = m^*_L = (p_1^L, E^L)$$

Por ello, C está sujeto a dos conjeturas en el momento de recibir el mensaje de equilibrio, $\mu_{m^*H} = (1, 0)$ al recibir m^*_H, y al recibir m^*_L la conjetura será por tanto $\mu_{m^*L} = (0, 1)$. De forma análoga al modelo de Spence, R al recibir m^*_H sabe del tipo que se trata (H), al igual que de recibir m^*_L sabe que la firma produce bienes de calidad baja. Para C, sus creencias son muy radicales como mencioné, sólo y únicamente considerará que la firma produce bienes de alta calidad para un m = (p, E), siempre que $p \leq p^{H*}$ y $E = E^*$.

Dadas estas extremas creencias, es sencillamente observable cómo $m^*_H = (p^{H*}, E^*)$ y $m^*_L(0, 0)$, y que la segunda acción óptima, según los tipos sea: $s_{F2}(H) = (p_2^H) = H$, y $s_{F2}(L) = (p_2^L)$ para un $p_2^L \geq 0$. Para dichos mensajes, secuencialmente razonable se encuentran las respuestas óptimas del consumidor:

$s_C^*(m_H^*, p_2^H)$ = Buy (Compra), para todo $p_2^H \leq H$; $s_C^*(m_L^*, 0)$ = Buy (Compra). No comprará, se abstendrá (Refrain), para todas aquellas señales distintas y acciones realizadas por F en el segundo período.

Por lo tanto, este sería un EBPD separador del juego, voy a comprobar finalmente la racionalidad secuencial:

Para el tipo H, la acción tomada en el segundo período es simplemente maximizar los ingresos por medio del precio, bajo la restricción de C ($p_2^H \leq H$) → $s_{F2}^*(H) = (p_2^H) = H$. Y para un $m^*_H = (p^{H*}, E^*)$, el beneficio, el pago final debería ser > 0 para cumplir el principio de racionalidad secuencial, porque de lo contrario a la empresa le interesaría desviarse de este equilibrio, en el cuál su pago sería 0 dadas las respuestas óptimas (debido a que C no compraría), por ello:

$$p^{H*} + H - E^* - 2c_h > 0$$

Para el segundo tipo L, la segunda acción será 0, pues a ningún otro precio superior comprará C, pues este producto le reporta una utilidad nula y, en este nodo, C ya es conocedor del tipo. El mensaje, para que se cumpla la racionalidad secuencial y la consistencia del equilibrio, y a la F de este tipo no le interese simular que es de alta cualidad su producto, así enviando la misma señal y dando lugar quizás a equilibrios agrupadores, es por ello que tiene que ser negativo el pago al que llega la firma de tipo L cuando C compra en primer lugar, por mandar un mensaje idéntico y luego rechaza o compra a un precio nulo en el segundo período, el pago para F sería de: p^{H*} - E* - c_L, sea $c_L = 0 \rightarrow p^{H*} - E^* \leq 0$.

Por último, la condición a cumplir para el jugador C, fijándonos en el pago, y siguiendo toda la secuencia racionalmente, para que no le interese desviarse del equilibrio, en el cuál obtendría un pago nulo, el pago final, en el resultado debe ser por tanto positivo: $2H – p^{H*} - p_2^H$, sea $p_2^H = H \rightarrow H – p^{H*} \geq 0$

Todo ello nos lleva, en resumen, que la evaluación desarrollada es un EBPD separador si y sólo si:

$$E^* + 2c_H – H \leq p^{H*} \leq E^*; p^{H*} \leq H$$

Por lo que el EBPD es una evaluación compuesta por el conjunto de estrategias óptimas sujetas a dichas condiciones y consistentes con el sistema de conjeturas propuesto.

5. CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se ha explorado el fascinante campo de los juegos de señalización, aplicando la teoría de juegos como una herramienta analítica poderosa para comprender y resolver situaciones complejas donde la información asimétrica desempeña un papel crucial. A través de este análisis, se ha demostrado que los juegos de señalización representan una aplicación práctica y significativa de la teoría de juegos, con un amplio potencial para abordar problemas reales en diversos ámbitos, tanto a nivel individual como a nivel societal.

En primer lugar, se ha establecido una base sólida al explorar los fundamentos de la teoría de juegos, proporcionando un marco conceptual para comprender la dinámica estratégica de las interacciones entre agentes racionales. Los conceptos clave, como los elementos de un juego, los tipos de juegos y los diferentes equilibrios, han sentado las bases necesarias para abordar los juegos de señalización de manera informada y rigurosa.

A continuación, se ha examinado en detalle el modelo de señalización en el mercado laboral propuesto por Spence, y se han analizado los equilibrios agrupadores y separadores en estrategias puras. Estos análisis han destacado la importancia de la información asimétrica y cómo los jugadores pueden utilizar señales para comunicar sus características ocultas y lograr resultados favorables. Los equilibrios bayesianos han demostrado ser una herramienta valiosa para predecir el comportamiento de los jugadores en un contexto de información asimétrica, permitiendo alcanzar resultados eficientes y deseables.

Desde una perspectiva subjetiva, personalmente encuentro que los juegos de señalización representan una aplicación práctica extraordinaria de la teoría de juegos. Su potencial para resolver problemas reales, tanto en el ámbito privado como en el ámbito más amplio de la sociedad, es notable. Estos juegos nos permiten comprender cómo los agentes racionales interactúan y toman decisiones estratégicas en un entorno de información limitada, lo que puede tener implicaciones significativas en la toma de decisiones en diversas áreas, como la economía, la política, la biología y más.

En última instancia, los juegos de señalización nos brindan una perspectiva única sobre la naturaleza humana y la forma en que nos relacionamos en situaciones estratégicas complejas. Al comprender mejor estas dinámicas, podemos mejorar nuestras habilidades de toma de decisiones, anticipar los comportamientos de los demás y diseñar estrategias óptimas. Creo firmemente que la teoría de juegos y su aplicación en los juegos de señalización tienen un potencial revolucionario y prometedor para el avance de la humanidad en general.

6. BIBLIOGRAFIA

- Akerlof, G. A. (1970): "The Market for 'Lemons': Quality Uncertainty and the Market Mechanism". *Journal of Political Economy*, 84(3), pp. 488-500.

- Milgrom, P. and Roberts, J. (1982): "Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis". *Econometrica*, 50(2), pp. 443-459.

- Nasar, S. (1998). *A Beautiful Mind*. Simon & Schuster (Traducción al español: *Una Mente Maravillosa*. Barcelona, Mondadori, 2001).

- Nash, J. F. (1950). Non-cooperative Games. The Annals of Mathematics, 54(2), 286-295.

- Osborne, M. J. (2004): *An introduction to Game Theory*. Oxford University Press.

- Pérez, J., Jimeno, J.L., & Cerdá, E. (2004). *Teoría de Juegos*. Madrid, España: Pearson Educación.

- Rothschild, M. and Stiglitz, J. E. (1976): "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information". *The Quarterly Journal of Economics*, 90(4), pp. 629-649.

- Sobel, J. (1989): "A Model of Dynamic Noncooperative Signaling". *Review of Economic Studies*, 56(4), pp. 579-594.

- Spence, M. (1973). Job Market Signaling. *The Quarterly Journal of Economics*, 87(3), 355-374.

Referencias procedentes de Internet:

Revista Libertas 31 (1999): “La teoría de los juegos y el origen de las instituciones”. Disponible en: https://www.eseade.edu.ar/files/Libertas/13_6_Krause.pdf

The Library of Economics and Liberty (2023): "John von Neumann and the Origins of Game Theory”. Disponible en: https://www.econlib.org/library/Enc/bios/Neumann.html

The Stanford Encyclopedia of Philosophy (2016): “Game Theory Overview". Disponible en: https://plato.stanford.edu/archives/spr2016/entries/game-theory/