

# Fenómenos electromagnéticos en medios bi-isótropos y en metamateriales quirales

Héctor Zalama Alonso

Tutores:

Ismael Barba García  
Ana Cristina López Cabeceira



---

**Universidad de Valladolid**



*Study hard what interests you the most in the most undisciplined, irreverent and original manner possible.*

***Richard Feynman***

*Science is a way of life. Science is a perspective, the process that takes us from confusion to understanding in a manner that's precise, predictive and reliable. It's a transformation, for those lucky enough to experience it, that is empowering and emotional.*

***Brian Greene***



# Prefacio

El presente documento constituye el Trabajo de Fin de Grado de Héctor Zalama Alonso, es decir, un documento original que se presenta como última responsabilidad para acceder al título de Graduado en Física por la Universidad de Valladolid, y que ha sido tutorizado por don Ismael Barba García y doña Ana Cristina López Cabeceira. Su contenido versa sobre distintos fenómenos electromagnéticos que aparecen en *metamateriales*. Se incluye un tratamiento matemático y una exposición de la fenomenología apoyada en dicho tratamiento.

El texto se divide en 3 capítulos bien diferenciados. El primero pretende contextualizar y definir qué es un metamaterial. Se incluye un breve resumen de las ecuaciones de Maxwell para definir qué son los medios bi-isótropos, en los que se centra el estudio en este capítulo por la relativa simplicidad de las ecuaciones que los definen. El segundo capítulo desarrolla ejemplos y aplicaciones de los *metamateriales* y *metasuperficies quirales*, comparándolos con los materiales convencionales bi-isótropos estudiados en el capítulo anterior. El tercer capítulo centra su estudio en las metasuperficies quirales a través de la simulación en el software CST comprobando algunos de los fenómenos tratados en el Capítulo 2.

Espero que el lector encuentre provechoso el presente trabajo, al menos, tanto como ha sido para mí elaborarlo.

Para cualquier sugerencia, que serán bienvenidas, ya sea por presencia de erratas o por cualquier otro motivo, se facilita el contacto *hectorzalama@gmail.com*.



# Índice general

<b>Prefacio</b>	<b>1</b>
<b>1. Medios bi-isótropos</b>	<b>5</b>
1.1. Metamateriales . . . . .	5
1.2. Las ecuaciones de Maxwell . . . . .	6
1.3. Medios bi-isótropos . . . . .	8
1.4. Propagación de los campos electromagnéticos en medios bi-isótropos .	10
1.5. Funciones de Green y reciprocidad . . . . .	13
<b>2. Metamateriales y metasuperficies quirales</b>	<b>19</b>
2.1. Actividad electromagnética (óptica) . . . . .	20
2.2. Propagación asimétrica a través de superficies quirales . . . . .	22
2.3. Reflexión: espejos quirales . . . . .	24
2.4. Índice de refracción negativo . . . . .	26
<b>3. Simulaciones en CST</b>	<b>29</b>
3.1. Ejemplo de transmisión no recíproca . . . . .	30
3.2. Ejemplo de espejo selectivo . . . . .	32
3.3. Ejemplo de índice de refracción negativo . . . . .	33
3.3.1. El modelo de Condon . . . . .	35
3.3.2. Índice de refracción . . . . .	36
3.4. Conclusiones . . . . .	38
3.4.1. Transmisión asimétrica . . . . .	38
3.4.2. Espejo selectivo . . . . .	39
3.4.3. Índice de refracción negativo . . . . .	39
<b>Bibliografía</b>	<b>41</b>



# Capítulo 1

## Medios bi-isótropos

### 1.1. Metamateriales

El desarrollo de la tecnología de alta precisión a lo largo de las últimas décadas, un tiempo relativamente muy corto en la historia del hombre, requiere de controlar con enorme *finura* determinados procesos físicos que somos capaces de explicar con una exactitud muy satisfactoria.

Un ejemplo de esta situación se encuentra en los numerosos dispositivos que trabajan con radiación electromagnética. Se han desarrollado y se siguen desarrollando multitud de aparatos como lentes o polarizadores que permiten controlar la propagación de la luz<sup>1</sup>. Es bien conocido que la radiación electromagnética puede propagarse en distintos *modos* con distintas propiedades. Poder controlar y manipular estos fenómenos es enormemente útil y ayuda a profundizar en nuestro entendimiento tanto de la radiación como de las propiedades electromagnéticas de los materiales.

Además, existen compuestos en la Naturaleza que presentan también propiedades sorprendentes y, en ocasiones, muy útiles. Algunos de estas sustancias presentan en su estructura cristalina o geométrica determinados complejos que producen interferencia en las ondas que se propagan por ellos. Se han estudiado, por ejemplo, los patrones de estructuras que algunos insectos exhiben en sus alas o en su exoesqueleto que les hacen dispersar o absorber luz, probablemente para evitar o confundir a sus depredadores. Éste y otros ejemplos se tratan en el capítulo siguiente.

Aquellos materiales artificiales que por sus propiedades físicas y geométricas exhiben un comportamiento útil o interesante se denominan *metamateriales*. Esta definición tan laxa permite incluir en un mismo grupo a materiales de muy diversa índole, inspirados en otras sustancias naturales o diseñados *ad hoc*, que se utilizan tanto en procesos industriales como en laboratorios de alta precisión. En este conjunto heterogéneo abundan materiales con propiedades electromagnéticas de interés.

Gracias al desarrollo de las redes de difracción por parte de J. R. von Fraunhofer a principios del siglo XIX, la espectroscopía ha sufrido una verdadera revolución, y el desarrollo del electromagnetismo y la óptica ha sido imparable, para lo que han necesitado desarrollarse materiales adaptados a cada uso concreto. La descripción de las propiedades de estos materiales frente a la radiación ha de hacerse en el lenguaje

---

<sup>1</sup>A lo largo del texto, se asimilará *luz* (*iluminar*) por radiación electromagnética en general de forma laxa y no centrado en el espectro visible.

del electromagnetismo, del que se hará un desarrollo clásico. La terminología, así como una lectura general de las ecuaciones, se incluye a continuación.

## 1.2. Las ecuaciones de Maxwell

En primer lugar, hemos de determinar el marco en el que se va a estudiar el fenómeno físico. Las ecuaciones de Maxwell<sup>2</sup>, ampliamente conocidas, dan el marco general para el estudio del electromagnetismo. En el vacío, sus formulaciones diferencial e integral, equivalentes vía el teorema de Stokes y el teorema de la divergencia, adoptan la forma en la Tabla 1.1

$$\begin{array}{llll}
 \nabla \cdot \vec{E} & = & \frac{\rho}{\epsilon_0} & \oiint \vec{E} d\vec{S} & = & \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \\
 \nabla \cdot \vec{B} & = & 0 & \oiint \vec{B} d\vec{S} & = & 0 \\
 \nabla \times \vec{E} & = & -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} & \oint \vec{E} d\vec{l} & = & -\frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} d\vec{S} \\
 \nabla \times \vec{B} & = & \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \oint \vec{B} d\vec{l} & = & \mu_0 \iint \vec{J} d\vec{S} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{E} d\vec{S}
 \end{array}$$

Tabla 1.1: Ecuaciones de Maxwell en su formulación moderna. En la columna de la izquierda, en formulación diferencial. A la derecha en formulación integral.

donde  $\vec{E}$  representa el vector campo eléctrico,  $\vec{B}$  representa el vector densidad de flujo magnético y  $\vec{J}$  representa el vector densidad de corriente eléctrica.  $\mu_0$ ,  $\epsilon_0$  son constantes físicas que relacionan estas magnitudes.

Estas ecuaciones relacionan los campos eléctrico y magnético en el vacío. En la Tabla 1.1, la primera de las ecuaciones indica que las fuentes escalares del campo eléctrico son las densidades de carga eléctrica, es decir, que existen *fuentes y sumideros* del campo eléctrico. En el caso electrostático, permite deducir fácilmente la expresión de la fuerza de Coulomb. La segunda de las ecuaciones, análogamente, nos dice que no existen fuentes o sumideros de campo magnético. Sus líneas de campo son cerradas y el campo es solenoidal: no existen los monopolos magnéticos<sup>3</sup>.

Las dos últimas ecuaciones establecen las relaciones entre las variaciones temporales de los campos y sus fuentes vectoriales, es decir, las regiones en torno a las que estos campos *giran*. Las fuentes vectoriales del campo eléctrico están relacionadas con las variaciones temporales de la densidad de flujo magnético y, recíprocamente, las fuentes vectoriales del campo magnético están relacionadas con las corrientes eléctricas y con las variaciones temporales del campo eléctrico.

Matemáticamente, es sencillo comprobar que para un campo de vectores  $\vec{F}$ , se verifica

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{F}) - \Delta \vec{F}$$

<sup>2</sup>James Clerk Maxwell, 1831-1879. Fue un físico y matemático escocés, célebre por completar la formulación del electromagnetismo clásico, explicando también el comportamiento de la luz como radiación electromagnética. Su formulación constaba de 20 ecuaciones en derivadas parciales, que hoy día se resumen en 4.

<sup>3</sup>Su existencia no contradice ningún principio físico conocido, pero experimentalmente no se ha encontrado evidencia de la existencia de monopolos magnéticos. Algunas teorías interesantes se han desarrollado partiendo de su existencia y considerarlos puede ser interesante a la hora de resolver las ecuaciones de Maxwell ya que permite simetrizar las expresiones en términos de los monopolos magnéticos y sus corrientes magnéticas asociadas.

y donde  $\Delta$  representa el operador laplaciano. Aplicando esta identidad matemática apropiadamente a los campos  $\vec{E}$  y  $\vec{B}$  se obtienen, respectivamente

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.2)$$

Estas ecuaciones, formalmente ecuaciones de ondas homogéneas, son las ecuaciones diferenciales que gobiernan la radiación electromagnética en el vacío. La constante  $c$  verifica  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \approx 2,998 \times 10^8$  m/s y es precisamente la velocidad de la luz en el vacío.

Si bien estas ecuaciones, junto a las condiciones de contorno correspondientes y necesarias, dan lugar a soluciones perfectamente válidas en el vacío, no resultan ser sencillas ni cómodas para trabajar con medios materiales. Esto se debe a que la presencia de campos alteran el propio estado de los materiales, polarizándolos o produciendo corrientes en ellos, de modo que el efecto puede verse apantallado o amplificado de maneras muy sorprendentes. Esto es especialmente importante cuando se está trabajando con radiación, ya que la propagación de la onda en el material puede ser muy difícil de explicar y tratar matemáticamente.

Para soslayar estos problemas en los medios materiales, se introducen el campo desplazamiento eléctrico  $\vec{D}$  y el campo magnético  $\vec{H}$ , que están relacionados con los anteriores a través de los campos polarización  $\vec{P}$  y magnetización  $\vec{M}$ . Definimos  $\vec{P}$  como la densidad de momento dipolar eléctrico,  $\vec{p}$  y análogamente  $\vec{M}$  la densidad de momento dipolar magnético,  $\vec{m}$ . Esta densidad de dipolos puede parametrizarse en función de los campos aplicados, de modo que podemos establecer una relación entre ellos. La determinación de estos campos puede caracterizarse experimentalmente o incluso describirse con algunos modelos de Física del Estado Sólido apropiados. De esta manera, los campos  $\vec{D}$  y  $\vec{H}$  se definen como

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad (1.3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1.4)$$

Las dependencias de unos campos con otros hacen que el estudio pueda ser de enorme dificultad en cuanto a la descripción física y a la posterior resolución matemática, pero es habitual suponer ciertas hipótesis de simplificación. Cuando la dependencia entre los campos es lineal, existiendo posiblemente una dependencia cruzada entre la parte eléctrica y la magnética, hablamos de medios *bi-anisótropos*. Podemos considerar medios isótropos como simplificación de los anteriores, respetando la dependencia lineal entre los campos, recibiendo estos medios el nombre de *bi-isótropos* y son éstos los que se estudian a continuación.

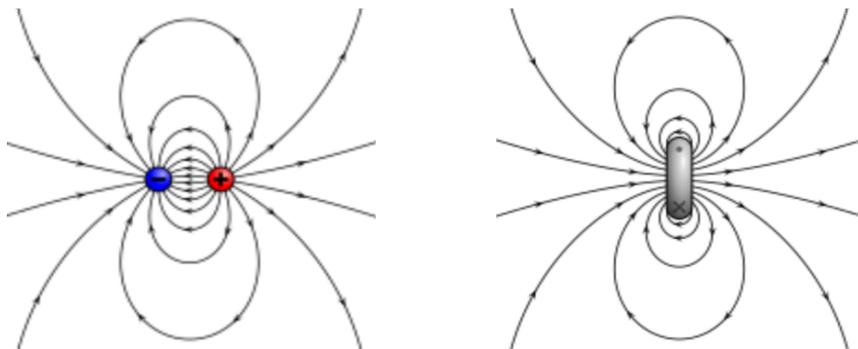


Figura 1.1: Representaciones esquemáticas de dipolos, junto a sus líneas de campo correspondientes. a) Dipolo eléctrico. b) Dipolo magnético.

### 1.3. Medios bi-isótropos

En el presente trabajo se van a considerar fundamentalmente medios homogéneos, de modo que la dependencia entre los campos descritos sea independiente del punto del espacio. En el caso de superficies, la independencia debe darse a lo largo del área del sistema bajo estudio. Aun con esta restricción, los campos definidos pueden tener una dependencia combinada entre las partes eléctrica y magnética, que en determinados medios puede resultar muy interesante. En primera aproximación, podemos asumir independencia entre la parte magnética y eléctrica, obteniendo las dependencias funcionales para un punto  $\vec{r}$  y un instante  $t$

$$\begin{aligned}\vec{D}(\vec{r}, t) &= \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}, t) \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}, t)\end{aligned}$$

lo que simplifica enormemente el tratamiento matemático. La célebre transformada de Fourier, habitual en el tratamiento de ondas, nos lleva a estudiar los procesos en el *dominio de la frecuencia*, expresando las dependencias de estos campos en función de la frecuencia de una onda que se propaga, lo que fuerza una dependencia en  $\epsilon$  y  $\mu$  con dicha frecuencia. Hablamos de *anisotropía* cuando además las funciones  $\epsilon$  y  $\mu$  adoptan carácter tensorial, es decir, los campos no están respectivamente alineados. La anisotropía en este caso da lugar a materiales interesantes, con la propiedad de presentar índices de refracción distintos para ondas de igual frecuencia pero plano de polarización distinto, pero que no son objeto de este trabajo.

Definimos los medios bi-isótropos como aquellos en los que la dependencia funcional es de primer orden (lineal) con ambos campos, cruzando así los efectos eléctricos y magnéticos y de ahí el prefijo *bi*. Es conveniente enfatizar que se respeta la isotropía, obteniendo  $\epsilon$  y  $\mu$  escalares. Las ecuaciones pueden entonces ser escritas como

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \xi \vec{H} \quad (1.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \zeta \vec{E} \quad (1.6)$$

La relación funcional establecida es todavía muy general y permite clasificar los medios en función de sus parámetros constituyentes. Reescribiendo las ecuaciones

anteriores en el dominio de la frecuencia podemos obtener una descomposición de la forma

$$\vec{\mathbf{D}} = \epsilon \vec{\mathbf{E}} + (\chi - j\kappa) \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{\mathbf{H}} \quad (1.7)$$

$$\vec{\mathbf{B}} = \mu \vec{\mathbf{H}} + (\chi + j\kappa) \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \vec{\mathbf{E}} \quad (1.8)$$

donde  $\epsilon$ ,  $\mu$  son respectivamente iguales a los anteriores,  $\chi$  se conoce como el *parámetro de Tellegen* y  $\kappa$  es el *parámetro de quiralidad* o simplemente *quiralidad* [Lin+94]. Las cuatro posibilidades entre que estos parámetros exhiben de anularse simultáneamente o no permiten clasificar los medios. Analicemos con más detalle el papel que juegan los nuevos parámetros definidos.

- **Quiralidad:** La quiralidad está relacionada con el concepto geométrico de simetría o reflexión del material con el que se está trabajando. Estas simetrías son habituales en el estudio de la interacción luz-materia. La quiralidad se manifiesta por la sucesión de patrones en celdillas o *átomos* elementales que no sean superponibles bajo una simetría. Dos compuestos tridimensionales relacionados de esta manera se llaman isómeros ópticos. En el caso de los montajes quirales planos, suelen ser celdillas dadas por patrones geométricos en los que se intercalan conductores y aislantes. Este concepto geométrico no es equivalente para materiales planos o materiales volumétricos. Así, la quiralidad 3D es recíproca pero no lo es en general para materiales quirales planos. La **actividad óptica** (electromagnética) da cuenta de la rotación del plano de polarización de luz linealmente polarizada al propagarse por determinados medios y es un fenómeno y está estrechamente relacionada con la quiralidad. Otro concepto clave relacionado es el *dicroísmo circular*, que describe el comportamiento distinto frente a la radiación incidente polarizada a derechas o a izquierdas (RCL, LCL por sus siglas en inglés). Radica en la absorción desigual de la radiación circularmente polarizada de tal manera que una señal con polarización lineal se transforma en una con polarización elíptica y eventualmente circular.
- **Reciprocidad:** Decimos que un sistema físico es recíproco cuando presenta un comportamiento simétrico bajo intercambio de las fuentes y los campos para oscilaciones armónicas de las fuentes. Este concepto está fuertemente vinculado con el concepto de invariantes bajo operadores de simetría. Diversos teoremas de reciprocidad pueden ser probados bajo distintas hipótesis, que suelen diferir en el comportamiento de los campos a grandes distancias de las fuentes. Un ejemplo habitual consiste en el principio de las antenas, por el que una antena puede ser estudiada simultáneamente como emisor y como receptor de señales armónicas propagándose por el aire. Algunos ejemplos de no reciprocidad pueden encontrarse en [Cas72]. El efecto Faraday da cuenta del fenómeno por el que una onda que se propaga por un material magnetizado sufre una rotación en su plano de polarización, presentando diferencias entre las ondas cuyo vector de onda sea paralelo a la magnetización y polarizado a derechas o a izquierdas, es decir, constituye un ejemplo sencillo de montaje no recíproco. Este fenómeno es similar a la actividad óptica. Más detalles se incluyen en el Capítulo 2, Sección 2.2.

Es importante señalar que toda onda linealmente polarizada puede expresarse como superposición (combinación lineal) de ondas circularmente polarizadas y viceversa, luego estudiar la respuesta de los materiales a un u otro tipo de radiación polarizada es equivalente.

Estas dos propiedades permiten clasificar los materiales bi-isótropos de acuerdo con la tabla siguiente

■	<i>no quiral</i> $\kappa = 0$	<i>quiral</i> $\kappa \neq 0$
<i>recíproco</i> $\chi = 0$	isotrópo simple	de Pasteur
<i>no recíproco</i> $\chi \neq 0$	de Tellegen	bi-isótropo general

Tabla 1.2: Clasificación de medios bi-isótropos en función de los parámetros de reciprocidad y quiralidad.

Estos materiales son conocidos y utilizados porque, debido a las relaciones lineales establecidas, puede demostrarse que pueden rotar el plano de polarización de luz incidente, así como actuar como elementos no recíprocos en montajes para evitar reflejos o situaciones similares, es decir, los medios bi-isótropos son un marco general para estudiar procesos que involucren quiralidad y ausencia de reciprocidad.

Cabe destacar que el fenómeno de la *birrefringencia*, si bien es ampliamente conocido y utilizado, no se debe a los mismos motivos ni está directamente relacionado con los medios bi-isótropos. La birrefringencia suele explicarse como un fenómeno electromagnético fruto de la anisotropía del material, pero que respeta la linealidad separada entre la parte eléctrica y la magnética. No es, por tanto, equivalente a los fenómenos esperados para los medios bi-isótropos. Sin embargo, los medios bi-anisótropos sí presentan en general birrefringencia, pero es más difícil de tratar por la dependencia cruzada entre los campos.

## 1.4. Propagación de los campos electromagnéticos en medios bi-isótropos

Respetando la hipótesis de homogeneidad, estudiemos la propagación de ondas por medios de este tipo. Admitiendo una dependencia temporal sinusoidal de frecuencia  $w$  podemos escribir los fasores y sus correspondientes relaciones como

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{\mathbf{E}} &= -jw\vec{\mathbf{B}} - \vec{\mathbf{M}} \\ \nabla \times \vec{\mathbf{H}} &= jw\vec{\mathbf{D}} - \vec{\mathbf{J}}\end{aligned}$$

La dependencia lineal ya establecida en la sección anterior en las ecuaciones (1.5) y (1.6) nos permite escribir

$$\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -jw\mu\vec{\mathbf{H}} - jw\zeta\vec{\mathbf{E}} - \vec{\mathbf{M}} \quad (1.9)$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{H}} = jw\epsilon\vec{\mathbf{E}} + jw\xi\vec{\mathbf{H}} + \vec{\mathbf{J}} \quad (1.10)$$

## 1.4. PROPAGACIÓN DE LOS CAMPOS ELECTROMAGNÉTICOS EN MEDIOS BI-ISÓTROPOS

---

La idea sobre la que se apoya todo el siguiente desarrollo matemático consiste en suponer que podemos separar los campos en dos de modo que podemos escribir  $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_+ + \vec{\mathbf{E}}_-$  y  $\vec{\mathbf{H}} = \vec{\mathbf{H}}_+ + \vec{\mathbf{H}}_-$ . Esta forma de escribir los campos nos permitirá entender los medios bi-isótropos como una suma de dos medios isótropos, pudiendo adaptar lo que ya se conoce de los mismos a estos nuevos medios. El subíndice +, - hace referencia a que, a la postre, demostraremos que estas funciones en las que dividimos el problema original se corresponden con ondas circularmente polarizadas a derechas o izquierdas respectivamente.

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{D}}_{\pm} &= \epsilon_{\pm} \vec{\mathbf{E}}_{\pm} \\ \vec{\mathbf{B}}_{\pm} &= \mu_{\pm} \vec{\mathbf{H}}_{\pm}\end{aligned}$$

Esta descomposición matemática se apoya en las siguientes asunciones:

- Cada campo respectivamente *ve* (interacciona con) el medio como si éste fuera isótropo de parámetros  $\epsilon_{\pm}$  y  $\mu_{\pm}$ . Matemáticamente lo único que se pretende es transformar los campos de modo que la matriz de coeficientes sea diagonal, existiendo dos subespacios de dimensión 1 que indicaremos con estos subíndices.
- Ambas parejas de campos electromagnéticos son independientes, es decir, no se acoplan en medios homogéneos. Esta afirmación es más difícil de demostrar pero asumiremos que los campos así separados no interactúan entre ellos: asumimos la independencia de los autovectores.

La linealidad con los parámetros  $\epsilon$ ,  $\zeta$ ,  $\mu$  y  $\xi$  resumidas en dependencias lineales con  $\epsilon_{\pm}$  y  $\mu_{\pm}$  permite obtener las relaciones

$$(\epsilon - \epsilon_{\pm})(\mu - \mu_{\pm}) - \xi\zeta = 0$$

de modo que resulta natural definir unas relaciones escalares entre la parte eléctrica y la magnética, como se verá en (1.20) y (1.21). Éstas son las impedancias

$$\eta_{\pm} = j^{\pm 1} \frac{\xi}{\epsilon_{\pm} - \epsilon} = j^{\pm 1} \frac{\mu_{\pm} - \mu}{\zeta}$$

La linealidad con  $\epsilon_{\pm}$  y  $\mu_{\pm}$  permite recuperar las ecuaciones habituales para medios isótropos, obteniendo

$$\nabla \times \vec{\mathbf{E}}_{\pm} + j\omega\mu_{\pm}\vec{\mathbf{H}}_{\pm} = 0 \quad (1.11)$$

$$\nabla \times \vec{\mathbf{H}}_{\pm} - j\omega\mu_{\pm}\vec{\mathbf{E}}_{\pm} = 0 \quad (1.12)$$

Comparando con las ecuaciones constitutivas obtenemos que

$$\eta_{\pm} = \sqrt{\frac{\mu_{\pm}}{\epsilon_{\pm}}}$$

Esta ecuación podemos tomarla junto con las definiciones de  $\eta_{\pm}$ . Definimos los parámetros de Tellegen  $\chi$  y de quiralidad  $\kappa$  *relativos* en función de los parámetros que aparecen en (1.5) y (1.6) como

$$\chi_r = \frac{\zeta + \xi}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \quad \kappa_r = -j\zeta\eta$$

para obtener  $(\mu_{\pm} - \mu)^2 + 2\eta\zeta\chi_r(\mu_{\pm} - \mu) + \zeta^2\eta^2 = 0$  que podemos resolver para obtener  $\mu_{\pm}$  en función de  $\mu$  y estos parámetros. Escribiendo por conveniencia  $\chi_r = \sin(\theta)$  se obtienen

$$\mu_{\pm} = \mu(\cos(\theta) \pm \kappa_r)e^{\mp j\theta} \quad \epsilon_{\pm} = e(\cos(\theta) \pm \kappa_r)e^{\pm j\theta} \quad (1.13)$$

y por lo tanto se obtienen impedancias y números de onda respectivos según las fórmulas

$$\eta_{\pm} = \sqrt{\frac{\mu_{\pm}}{\epsilon_{\pm}}} = \eta e^{\mp j\theta} \quad k_{\pm} = w\sqrt{\epsilon_{\pm}\mu_{\pm}} = k(\cos(\theta) \pm \kappa_r) \quad (1.14)$$

y se verifican

$$\vec{\mathbf{E}}_{\pm} = \frac{e^{\mp j\theta}\vec{\mathbf{E}} \mp j\eta\vec{\mathbf{H}}}{2\cos(\theta)} \quad (1.15)$$

$$\vec{\mathbf{H}}_{\pm} = \frac{e^{\pm j\theta}\vec{\mathbf{H}} \pm \frac{j}{\eta}\vec{\mathbf{E}}}{2\cos(\theta)} \quad (1.16)$$

De la misma manera, pueden incluirse las fuentes de campo  $\vec{\mathbf{J}} = \vec{\mathbf{J}}_+ + \vec{\mathbf{J}}_-$  y  $\vec{\mathbf{M}} = \vec{\mathbf{M}}_+ + \vec{\mathbf{M}}_-$  para obtener ecuaciones que relacionan las fuentes reales y la separación que hacemos formalmente. Estas ecuaciones adoptan la forma

$$\vec{\mathbf{J}}_{\pm} = \frac{e^{\pm j\theta}}{2\cos(\theta)}\vec{\mathbf{J}} \quad (1.17)$$

$$\vec{\mathbf{M}}_{\pm} = \frac{\pm j\eta}{2\cos(\theta)}\vec{\mathbf{J}} \quad (1.18)$$

tras eliminar la dependencia magnética en las ecuaciones de  $\vec{\mathbf{H}}$  en medios homogéneos, se obtienen las identidades

$$\nabla \times \vec{\mathbf{E}}_{\pm} \mp k_{\pm}\vec{\mathbf{E}}_{\pm} = \mp j\eta_{\pm}\vec{\mathbf{J}}. \quad (1.19)$$

Si suponemos que se están propagando ondas planas, podemos estudiar con mayor detalle el comportamiento de los campos. Separando entre la parte circularmente polarizada en un sentido y en otro, podemos escribir

$$\vec{\mathbf{E}}_{\pm}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{E}}_{\pm}e^{-j\vec{k}_{\pm}\cdot\vec{r}} \quad \vec{\mathbf{H}}_{\pm}(\vec{r}) = \vec{\mathbf{E}}_{\pm}e^{-j\vec{k}_{\pm}\cdot\vec{r}}$$

donde se verifica  $\|\vec{k}_{\pm}\| = k_{\pm} = w\sqrt{\mu_{\pm}\epsilon_{\pm}} = k_0n_{\pm}$  siendo  $k_0 = \sqrt{\mu_0\epsilon_0}$  y obteniéndose

$$n_{\pm} = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}\cos(\theta) \pm \kappa = n(\cos(\theta) \pm \kappa_r)$$

con  $n = \sqrt{\mu_r\epsilon_r}$  el índice de refracción del medio. Tomando una dirección de propagación dada por el vector unitario  $\vec{u}$  y las direcciones dadas por los vectores de onda  $\vec{k}_{\pm} = k_{\pm}\vec{u}$  podemos resolver directamente las ecuaciones de Maxwell para estos campos dados por ondas planas, obteniendo

$$\vec{\mathbf{H}}_{\pm} = \frac{\vec{k}}{w\mu_{\pm}} \times \vec{\mathbf{E}} = \frac{1}{\eta_{\pm}}\vec{u} \times \vec{\mathbf{E}} \quad (1.20)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_{\pm} = \frac{-\vec{k}}{w\epsilon_{\pm}} \times \vec{\mathbf{H}} = -\eta_{\pm}\vec{u} \times \vec{\mathbf{H}} \quad (1.21)$$

de modo que la parte magnética es ortogonal a la parte eléctrica y ambos campos son ortogonales a la dirección de propagación  $\vec{u}$ . El vector de polarización de la onda se define, para un vector de coordenadas complejas  $\vec{c}$  como

$$p(\vec{c}) = -j \frac{\vec{c} \times \vec{c}^*}{\vec{c} \cdot \vec{c}^*}$$

y operando, es claro que

$$p(\vec{\mathbf{E}}_{\pm}) = \pm \vec{u}$$

obteniendo así finalmente que la solución determinada por  $\vec{\mathbf{E}}_+$  representa una onda circular polarizada a derechas, en la dirección de  $\vec{u}$ , mientras que  $\vec{\mathbf{E}}_-$  representa una onda circularmente polarizada a izquierdas en la misma dirección de propagación.

De esta manera, es sencillo estudiar la propagación de ondas circularmente polarizadas. Tomemos por comodidad  $\vec{u} = \vec{u}_z$ . Definimos los vectores

$$\vec{u}_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{u}_x \mp j\vec{u}_y) = \vec{u}_x^* \mp$$

que representan vectores polarizados a derechas o izquierdas respectivamente y unitarios. Tomando  $\vec{\mathbf{E}} = \vec{u}_x E = (\vec{u}_+ + \vec{u}_-)E$  se obtiene

$$\vec{\mathbf{E}}(z) = \vec{u}_z E = \frac{E}{\sqrt{2}}(\vec{u}_+ e^{-j\vec{k}_+ \cdot \vec{r}} + \vec{u}_- e^{-j\vec{k}_- \cdot \vec{r}}) = \frac{E e^{-jkz \cos(\theta)}}{\sqrt{2}}(\vec{u}_x \cos(\kappa_r kz) - \vec{u}_y \cos(\kappa_r kz)) \quad (1.22)$$

que representa un vector polarizado a derechas y *girado* un ángulo

$$\phi = -\kappa_r kz = -\kappa k_0 z$$

con lo que se ha encontrado una relación entre el giro en el plano de polarización y el parámetro de quiralidad del material.

## 1.5. Funciones de Green y reciprocidad

Una manera habitual de enfrentar problemas de electromagnetismo, debido a la dificultad que entrañan las ecuaciones en derivadas parciales involucradas, consiste en recurrir a las funciones de Green. Una función de Green  $G$  es por definición la solución de una ecuación de la forma

$$LG(x, s) = \delta(x - s)$$

para  $L$  un operador lineal determinado. Esta construcción es importante porque, bajo ciertas condiciones de convergencia, puede demostrarse que si  $G$  es solución de la ecuación anterior y queremos resolver  $Lu(x) = f(x)$  para  $u$ , entonces se verifica

$$u(x) = \int f(x')G(x, x')dx'$$

lo que permite obtener la solución  $u$  como suma ponderada de la contribución de  $G$  por  $f$ . La interpretación física de estas funciones suele hacerse como sigue: la

función de Green representa la respuesta a un impulso unitario, una perturbación puntual. De esta manera, la *suma* de estas respuestas puntuales permite reconstruir la función problema original. Para más detalles puede consultarse [Duf15].

Éste es exactamente el tipo de ecuación diferencial que enfrentamos al resolver los problemas de electromagnetismo, donde intentamos resolver los campos  $\vec{\mathbf{E}}_{\pm}$  y  $\vec{\mathbf{H}}_{\pm}$  en función de las fuentes  $\vec{\mathbf{J}}_{\pm}$  y  $\vec{\mathbf{M}}_{\pm}$ . En primer lugar, es habitual utilizar expresiones tensoriales  $\bar{\bar{\mathbf{J}}}$  y  $\bar{\bar{\mathbf{M}}}$ , lo que se conoce como expresión diádica de las fuentes y que resulta conveniente para el tratamiento de medios bi-isótropos. Usando vectores apropiados podemos obtener

$$\vec{\mathbf{J}} = \bar{\bar{\mathbf{J}}} \cdot \vec{v}_1 \quad \vec{\mathbf{M}} = \bar{\bar{\mathbf{M}}} \cdot \vec{v}_2.$$

La dependencia lineal cruzada entre los campos eléctrico y magnético a través de los parámetros  $\epsilon$ ,  $\mu$ ,  $\xi$  y  $\zeta$  permite deducir que existirá un tensor de Green de modo que

$$\vec{\mathbf{E}}(\vec{r}) = \int \bar{\bar{G}}_{ee}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\bar{\mathbf{J}}}(\vec{r}') \vec{v}_1 + \bar{\bar{G}}_{em}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\bar{\mathbf{M}}}(\vec{r}') \vec{v}_2 dV' \quad (1.23)$$

$$\vec{\mathbf{H}}(\vec{r}) = \int \bar{\bar{G}}_{me}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\bar{\mathbf{J}}}(\vec{r}') \vec{v}_1 + \bar{\bar{G}}_{mm}(\vec{r}, \vec{r}') \bar{\bar{\mathbf{M}}}(\vec{r}') \vec{v}_2 dV' \quad (1.24)$$

Si el medio es homogéneo, podemos de hecho reemplazar la dependencia con  $\vec{r}$  y  $\vec{r}'$  directamente por  $\vec{r} - \vec{r}'$ . En el caso más sencillo posible, en el que  $\bar{\bar{\mathbf{J}}} = \bar{\bar{I}}\delta(\vec{r}')$  (corriente puntual) y  $\bar{\bar{\mathbf{M}}} = \bar{\bar{0}}$  (material no magnético) los campos son proporcionales a  $\bar{\bar{G}}_{ee} \cdot \vec{v}_1$  y  $\bar{\bar{G}}_{me} \cdot \vec{v}_1$  respectivamente. En función de estos campos podemos escribir

$$\begin{aligned} (\nabla \times \bar{\bar{I}} + jw\zeta\bar{\bar{I}}) \bar{\bar{G}}_{ee}(\vec{r}) &= -jw\mu\bar{\bar{G}}_{me}(\vec{r}) \\ (\nabla \times \bar{\bar{I}} - jw\zeta\bar{\bar{I}}) \bar{\bar{G}}_{me}(\vec{r}) &= jw\mu\bar{\bar{G}}_{ee}(\vec{r}) + \bar{\bar{I}}\delta(\vec{r}) \end{aligned}$$

En cualquier caso y con total generalidad, puesto que  $\vec{v}_1$  era arbitrario, se tiene que las componentes del tensor de Green verifican las ecuaciones de Maxwell<sup>4</sup> y por lo tanto podemos razonar con el tensor de Green de ahora en adelante.

De entre las relaciones deducibles, en [Lin+94] puede encontrarse una que estipula que

$$\bar{\bar{G}}_{em}(\vec{r} - \vec{r}') + \bar{\bar{G}}_{me}^T(\vec{r}' - \vec{r}) = \frac{2}{\eta} \sin(\theta) \bar{\bar{G}}_{ee}^T(\vec{r} - \vec{r}'). \quad (1.25)$$

La obtención de soluciones dados unos campos es, en general, ardua puesto que consiste en resolver unas ecuaciones que en el fondo son formulaciones alternativas del problema original, que es la dificultad que queremos evitar. Las relaciones lineales de la integral, junto con la propiedad que define la función de Green, permiten volver a separar la contribución de las fuentes como antes  $\bar{\bar{\mathbf{J}}} = \bar{\bar{\mathbf{J}}}_+ + \bar{\bar{\mathbf{J}}}_-$  y tomando

---

<sup>4</sup>Ha de entenderse que se verifica una generalización de los operadores divergencia y rotacional, que actuando de forma apropiadamente definida sobre un tensor permite establecer que *el tensor de Green verifica las ecuaciones de Maxwell*. Decir que el tensor verifica las ecuaciones de Maxwell ha de entenderse como que ciertas generalizaciones de la divergencia y el rotacional pueden aplicarse a tensores para obtener ecuaciones análogas. Todo reside en las relaciones lineales de los campos involucrados.

$\bar{\bar{\mathbf{M}}} = \bar{\bar{\mathbf{M}}}_+ + \bar{\bar{\mathbf{M}}}_- = \bar{\bar{\mathbf{0}}}$  para medios no magnéticos. Esto nos hace separar  $\bar{\bar{\mathbf{G}}}$  en las componentes de subíndices  $+$ ,  $-$ . En las condiciones de corriente eléctrica dada por  $\bar{\bar{I}}\delta(\vec{r})$ .

Las soluciones pueden escribirse como ondas esféricas que parten de un determinado origen, cuya expresión es habitual y adopta la forma

$$G_{\pm}(\vec{r}) = \frac{e^{-jk_{\pm}\cdot\vec{r}}}{4\pi r}$$

ya que se verifican simultáneamente

$$\bar{\bar{G}}_{\pm}(\vec{r}) = \left( \bar{\bar{I}} + \frac{1}{k_{\pm}^2} \nabla \nabla \right) G_{\pm}(\vec{r}) \quad ; \quad \left[ -\nabla \times (\nabla \times \bar{\bar{I}}) + k_{\pm}^2 \right] \bar{\bar{G}}_{\pm}(\vec{r}) = -\bar{\bar{I}}\delta(\vec{r}) \quad (1.26)$$

y de donde se deduce (de forma nada trivial, véanse [EB89] y [Bas86]) que

$$2\bar{\bar{G}}_{em} \cos(\theta) = - \left[ \left( k_+ e^{-j\theta} G_+ - k_- e^{j\theta} G_- \right) \bar{\bar{I}} + \nabla \left( e^{-j\theta} G_+ + e^{j\theta} G_- \right) \times \bar{\bar{I}} + \nabla^2 \left( \frac{e^{-j\theta} G_+}{k_+} - \frac{e^{j\theta} G_-}{k_-} \right) \right]$$

Estas fórmulas pueden resolverse para un medio con corrientes conocidas y no magnético. Con todo lo anterior establecido, supongamos que tenemos unas fuentes  $\vec{\mathbf{J}}_1, \vec{\mathbf{M}}_1$  que producen los campos  $\vec{\mathbf{E}}_1$  y  $\vec{\mathbf{H}}_1$ , y otras  $\vec{\mathbf{J}}_2, \vec{\mathbf{M}}_2$  que producen los campos  $\vec{\mathbf{E}}_2$  y  $\vec{\mathbf{H}}_2$ . Podemos definir la integral

$$\int_V \left( \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{J}}_2 - \vec{\mathbf{H}}_1 \cdot \vec{\mathbf{M}}_2 - \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{J}}_1 + \vec{\mathbf{H}}_2 \cdot \vec{\mathbf{M}}_1 \right) dV = \int_V 2jk_0\chi \left( \vec{\mathbf{H}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 - \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{H}}_2 \right) dV \quad (1.27)$$

Decimos que un material es *recíproco* cuando la integral anterior se anula, es decir, cuando  $\chi = 0$ , como se había indicado en la Tabla 1.2. De esta manera, la reciprocidad queda claramente vinculada a la posibilidad de intercambiar los papeles que juegan las fuentes y los puntos en que se evalúan los campos. La falta de reciprocidad juega un papel fundamental en montajes prácticos donde se busca, por ejemplo, la propagación de ondas en un sentido pero no en el opuesto o bien en filtros y polarizadores.

La ecuación (1.27) motiva definir los elementos de matriz  $\langle i, j \rangle$  como

$$\langle i, j \rangle = \int_V \left( \vec{\mathbf{E}}_i \cdot \vec{\mathbf{J}}_j - \vec{\mathbf{H}}_i \cdot \vec{\mathbf{M}}_j \right) dV$$

que permite redefinir la reciprocidad en términos de que se verifique

$$\langle 1, 2 \rangle = \langle 2, 1 \rangle .$$

Alternativamente, podemos sustituir los campos en función de las fuentes gracias a las expresiones diádicas del tensor de Green como en (1.23) y (1.24) y obtener otra expresión equivalente:

$$\bar{\bar{G}}_{em}(\vec{r} - \vec{r}') = -\bar{\bar{G}}_{me}^T(\vec{r}' - \vec{r}). \quad (1.28)$$

Esto, en virtud de (1.25), implica que  $\sin(\theta) = 0$  o, equivalentemente  $\chi = 0$ , como se había concluido antes.

La existencia de tensores de Green que no verifiquen (1.28) es matemáticamente aceptable pero estudiemos brevemente un ejemplo concreto de no reciprocidad. Para ello observemos el comportamiento del sistema expresado esquemáticamente en la Figura 1.2, dado por un dipolo eléctrico *puntual*  $\vec{J}_1$  y un dipolo magnético *puntual*  $\vec{M}_2$  sobre el eje  $x$  y apuntando en la dirección  $z$ .

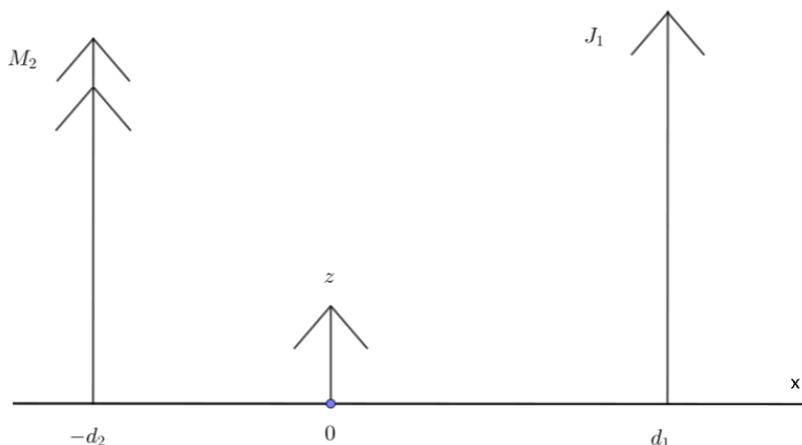


Figura 1.2: Representación esquemática de un montaje con una corriente de magnetización  $M_2$  y una corriente  $J_1$  que apuntan en la dirección  $z$  a las distancias  $d_1, -d_2$  indicadas, a lo largo del eje  $x$ .

Supongamos, por simplicidad ambos dipolos son estacionarios y que están suficientemente separados como para considerar interacción de campo lejano<sup>5</sup>. Resolviendo (1.26) para esta disposición, puede mostrarse ([Lin+94], pág. 44) que

$$\langle 1, 2 \rangle - \langle 2, 1 \rangle \approx -j \tan(\theta) I I_M L^2 (k_+ G_+ + k_- G_-)$$

que se anula efectivamente cuando  $\tan(\theta) = 0$ , es decir, cuando  $\chi = 0$ . Hemos, por tanto, encontrado un ejemplo de no reciprocidad sencillo analizando los elementos de matriz dados por las funciones de Green.

### **Conclusiones:**

La linealidad cruzada entre la parte magnética y la eléctrica

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \xi \vec{H}$$

$$\vec{B} = \zeta \vec{E} + \mu \vec{H}$$

permite plantearse diagonalizar la matriz, obteniéndose autofunciones que hemos denotado por subíndices  $+, -$  y se corresponden a ondas circularmente polarizadas a

<sup>5</sup>Las expresiones de campo lejano pueden encontrarse en [Lin+94] o [Mar21]. La interacción de campo cercano de dipolos es más compleja, interviniendo más términos y resulta suficiente recurrir a las expresiones de campo lejano para mostrar la no reciprocidad.

derechas e izquierdas respectivamente. Estos campos no presentan el mismo comportamiento electromagnético, pero están relacionados entre sí a través de unos parámetros que podemos caracterizar como la quiralidad  $\kappa$  y el parámetro de Tellegen  $\chi$ . Existe un tensor, llamado tensor de Green por desempeñar el papel de las funciones de Green para problemas de ecuaciones en derivadas parciales lineales de dimensión 1, que permite formular ecuaciones diferenciales alternativas para el problema dado por unas fuentes y unos campos. Finalmente, se concluye que la reciprocidad puede caracterizarse en función del valor, nulo o no nulo de  $\chi$ , el parámetro de Tellegen.

La no reciprocidad de los medios bi-isótropos ha sido discutida ampliamente. En este sentido, cabe destacar [WL97] en el que se concluye que la no reciprocidad de los medios bi-isótropos está prohibida por ciertas identidades entre las componentes del tensor de Green. Esto es sistemáticamente discutido en [Sih95] así como en el ejemplo tratado anteriormente.

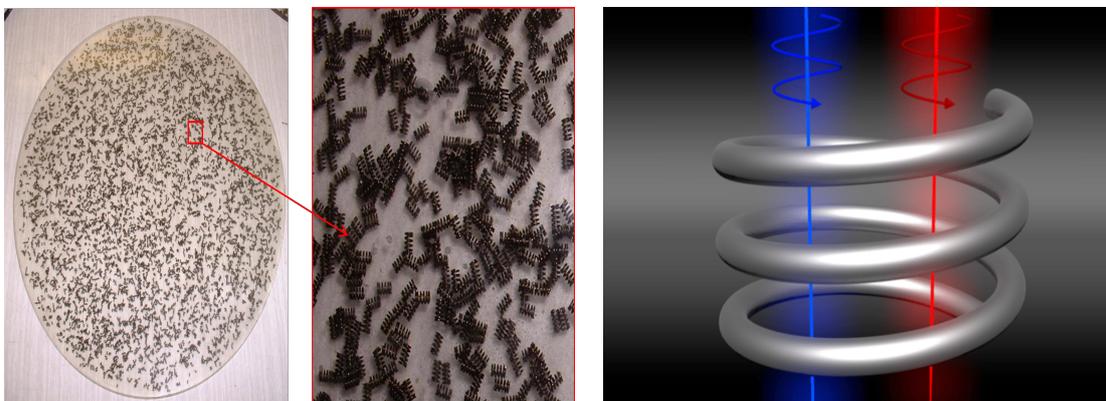


Figura 1.3: a): Montaje real de muelles sobre un sustrato dieléctrico. b): Representación de radiación circularmente polarizada incidente sobre un muelle. Es claro que una de las direcciones se acopla con la estructura del muelle, mientras que la otra no, dando lugar a respuestas asimétricas.

Cabe destacar que el tratamiento que se ha hecho ha sido para medios isótropos, es decir, para constantes de linealidad escalares. Éstas pueden ser a su vez tensoriales, desarrollando así las ecuaciones para medios bi-anisótropos (que representan el caso más general posible para relaciones lineales entre los campos electromagnéticos), con conclusiones similares a las obtenidas para los isótropos pero con la consecuente dificultad añadida en el tratamiento. Para un desarrollo semejante, véase [LO98].

Con esto, se ha hecho un estudio breve pero detallado de las ecuaciones involucradas. Algunos de estos resultados teóricos serán comparados con los resultados experimentales fruto de la simulación, que se pospone hasta el tercer capítulo y con las adaptaciones pertinentes a los medios planos, que se tratan en el capítulo siguiente.

Aunque estos materiales se conocen bien, presentan algunos inconvenientes. Aquellos formados por disoluciones acuosas tienen a degradarse con el tiempo y perder sus propiedades. Los montajes de los muelles, aunque son realizables, tienen el problema de ser difícil cuantificar su efecto dada la aleatoriedad de la disposición y la no homogeneidad en su distribución, además del importante *scattering* que introducen.

Por este motivo, se han desarrollado muchas metasuperficies que permitan emular estas interacciones pero que presenten además otras ventajas. Algunas cuestiones o aplicaciones específicas de estos materiales se abordan a continuación.

## Capítulo 2

# Metamateriales y metasuperficies quirales

Un tipo particular de estas metasuperficies son aquellas que presentan patrones quirales a lo largo de su área. Con mayor precisión, se clasifican como *metasuperficies bi-isótropas quirales*. La mayoría de ellas están compuestas por la sucesión de determinados patrones, como los que aparecen en la Figura 2.1. La propagación de la radiación a través de estas superficies, puede ser muy difícil de explicar para rangos demasiados grandes de frecuencias, así que el diseño y construcción de estos materiales presenta ciertas restricciones sobre el rango operativo de funcionamiento. Como requisito mínimo, hemos de exigir que la longitud de onda sea razonablemente mayor que las dimensiones de la periodicidad de la red. Esto se exige para evitar efectos difractivos importantes, que harían perder la coherencia y la polarización de la radiación reflejada o transmitida.

Cabe destacar que algunas metasuperficies no son exactamente planas. Esto puede deberse a cierto volumen e inclinación relativa entre los elementos que formen la celda patrón, o bien a la superposición de varias de estas celdas con posiciones relativas distintas. Claro está, las posibilidades que ofrece jugar con cierto grado de volumen o de inclinación permite obtener toda una gama de respuestas a la radiación incidente muy variada y adaptada a cada uso concreto. En cualquier caso, las propiedades geométricas pueden ser descritas desde un punto de vista de las simetrías planas. La Figura 2.1 b) presenta efectivamente un material artificial que puede clasificarse como metasuperficie pero en el que juega un papel importante no ser exactamente bidimensional. Otra situación habitual es la presencia de patrones repetidos pero a distinta profundidad de penetración, que nuevamente constituye un ejemplo no exactamente plano. Esta situación se ilustra en la Figura 2.1 a).

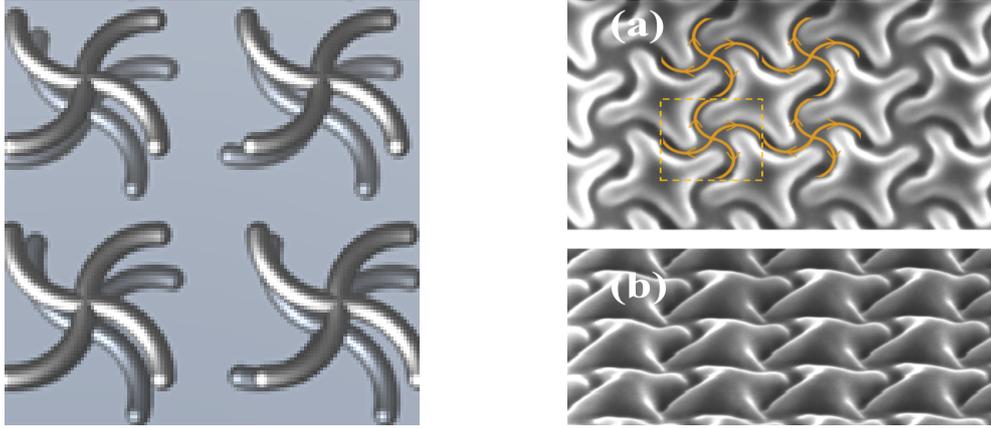


Figura 2.1: a): Superposición de patrones girados en dos capas superpuestas. Este patrón da lugar a un índice de refracción negativo. b): Fotografías en distintos ángulos de superficies quirales a escala nanométrica. Proviene de materiales artificiales en los que se ha dispuesto una capa de silicio con el patrón periódico sobre un sustrato de óxido de aluminio, [Gor+18].

Nuevamente, la propiedad más interesante que presentan estos materiales es probablemente el *dicroísmo circular*, es decir, la distinta respuesta frente a la luz circularmente polarizada a derechas o a izquierdas. Esto puede explotarse a la hora de fabricar filtros o evitar reflejos indeseados pero con materiales planos, con diferencias significativas con respecto de aquellos quirales tridimensionales. Algunos fenómenos que estos medios exhiben se estudian a continuación.

## 2.1. Actividad electromagnética (óptica)

La quiralidad 3D puede dar lugar a la rotación del plano de polarización de la luz linealmente polarizada incidente, fenómeno conocido como *actividad óptica*. Las diferencias geométricas existentes entre unas sustancias y sus imágenes especulares (isómeros ópticos) resultan ser importantes para describir la interacción de la luz con ellas, y pueden dar lugar a configuraciones no recíprocas para la interacción con la radiación tanto para los materiales planos como para sustancias volumétricas. La quiralidad 3D se manifiesta en la *actividad óptica*. Está vinculada con la rotación del plano de polarización de la luz incidente en función de la concentración relativa de cada isómero óptico. El parámetro clave aquí es el parámetro de quiralidad  $\kappa$  que, como se observa en (1.22) está directamente vinculado con la rotación del plano de polarización. Este fenómeno se produce cuando la radiación electromagnética incidente interactúa con las sustancias, sus densidades de carga y las corrientes presentes así como las que la propia radiación produce, lo que da lugar a una modificación sustancial en la polarización de la luz transmitida. Se manifiesta como un giro en el plano de polarización de la luz incidente y por lo tanto puede exhibir comportamientos inusuales para la luz circularmente polarizada. La magnitud de este giro, conocida como *poder rotatorio específico*, depende de la estructura y la configuración química y geométrica del material, así como de las propiedades de la radiación incidente. Sin embargo, la quiralidad plana o tridimensional da lugar,

respectivamente, a comportamientos distintos.

Históricamente, la actividad óptica se observó por primera vez en disoluciones acuosas de moléculas orgánicas. Un ejemplo de sustancia que presenta este comportamiento es la *sacarosa*, que es la molécula principal del azúcar común, y presenta dos isómeros ópticos dependiendo de si se las pentosas que la forman (glucosa y fructosa) se orientan en un sentido o en otro. Una disolución con la misma concentración de ambos isómeros se conoce como mezcla *racémica*, [SD91].

Otro ejemplo sencillo puede fabricarse con muelles cuyas hélices se orienten de la misma manera: la corriente que en ellos se puede inducir presenta un acoplamiento entre la parte eléctrica y magnética bajo un campo aplicado. Tanto la disolución de azúcar como el material formado por muelles presentan actividad óptica, aunque el caso de los muelles apantalla y dispersa más la radiación por ser metálicos. Si los muelles se orientan de forma aleatoria, se preservará la reciprocidad. Si existe una dirección privilegiada, la reciprocidad puede perderse al aparecer un acoplamiento nuevo entre los campos. Este ejemplo ilustra cómo pueden fabricarse materiales con distinto nivel de acoplamiento y por lo tanto distinta relación  $(\chi, \kappa)$ , adecuado a las necesidades específicas.

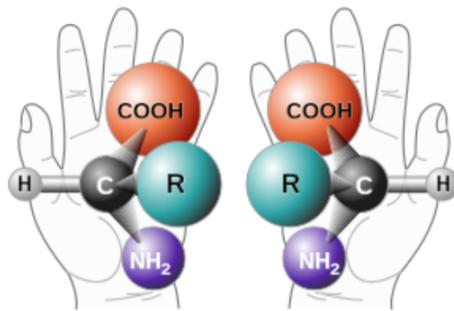


Figura 2.2: Representación de moléculas enantioméricas, junto a manos humanas, que dan cuenta de la imposibilidad de superponer una sobre otra. Esta propiedad es en última instancia la responsable de su respuesta frente a la radiación circularmente polarizada incidente.

La actividad electromagnética tiene aplicaciones importantes en la química y la física de los materiales como la fabricación de dispositivos ópticos, como polarizadores, filtros y pantallas de visualización, donde la actividad electromagnética se aprovecha para controlar la polarización y dirección de la luz transmitida.

Existen dos posibles fenómenos de actividad electromagnética: decimos que el efecto es *directo* cuando la polarización es inducida por un campo magnético y que es *inverso* cuando la magnetización ocurre como consecuencia de un campo eléctrico. Estos efectos aparecen de forma cruzada frente a la radiación incidente.

El estudio de la actividad electromagnética tiene importantes aplicaciones en varios campos tanto en investigación como tecnológicos. Los materiales con esta propiedad pueden usarse como sensores de alta precisión de campos magnéticos débiles o en las memorias magnéticas MRAM. Estas memorias tienen distintas ventajas frente a las convencionales, como son su mayor eficiencia energética, mayor velocidad de acceso a la información y mayor resistencia a perturbaciones eléctricas externas. Véase [Kat03].

Un uso habitual de materiales con esta propiedad es el *girador*, un elemento de los circuitos que presenta un comportamiento lineal pero no recíproco. Pueden fabricarse metasuperficies quirales análogas al girador para las guías de ondas. Pueden encontrarse algunas aplicaciones en [ADT18].

## 2.2. Propagación asimétrica a través de superficies quirales

Con los preliminares de las secciones anteriores, es razonable pensar que algunas metasuperficies quirales exhibirán un comportamiento asimétrico para la radiación polarizada circularmente incidente por las dos caras de la superficie.

En cierto sentido, esto se asemeja al famoso fenómeno de no reciprocidad del efecto Faraday en medios magnetizados, como se comentó en la sección 1.3, pero no requiere de un campo magnético inducido. Resulta de la interacción de una onda electromagnética con una estructura quiral en una escala sub-longitud de onda. Tanto en el efecto Faraday como en el producido por la quiralidad plana, la transmisión y desfase de una onda polarizada circular son diferentes en sentidos opuestos. En ambos casos, los estados de polarización propios, es decir, los estados de polarización conservados en la propagación son elípticos.

Existen diferencias esenciales entre los dos fenómenos. La asimetría del efecto Faraday se aplica a la transmisión y desfase de la onda polarizada circular incidente en sí misma, y los estados propios de un medio anisotrópico de Faraday son dos ondas polarizadas elípticamente de la misma intensidad pero de orientaciones opuestas. El efecto de la quiralidad plana conduce a la conversión parcial de la onda incidente en una de polarización circular opuesta, y es la eficiencia de esta conversión lo que presenta un comportamiento asimétrico. Los estados propios en este caso son, sin embargo, dos polarizaciones elípticas de igual sentido de giro. El fenómeno asimétrico requiere de la presencia simultánea de quiralidad plana y anisotropía en la estructura, y no implica ningún cambio en la dirección de las ondas transmitidas en condiciones ideales.

	Propagation of Circularly Polarized Wave through Media in Opposite Directions	Polarization Eigenstates	
		Forward	Backward
3D-Chiral Media	Intensities and phase retardations are the same 		
Faraday Media	Intensities and phase retardations are different 		
Planar Chiral Media	Intensities and phase retardations of these components are different Total intensities are different 		

Figura 2.3: Tabla comparativa entre tres fenómenos distintos y los modos que se propagan. En la primera fila, la respuesta de materiales quirales 3D. En la segunda fila, el efecto Faraday, también para materiales volumétricos. En la tercera fila, la respuesta para metasuperficies quirales apropiadas, [Fed+06].

Podemos estudiar el comportamiento de la transmisión en superficies para los campos  $E_{\pm}^0$  incidentes circularmente polarizados en sentido positivo o negativo a través de la matriz compleja de transmisión<sup>1</sup>:

$$\begin{pmatrix} E_+^T \\ E_-^T \end{pmatrix} = \chi \begin{pmatrix} E_+^0 \\ E_-^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+^0 \\ E_-^0 \end{pmatrix}$$

en donde suponemos  $\chi_{++} = \chi_{--} = \alpha$  por simplicidad, lo que implica que tanto el desfase como las pérdidas son iguales para ambas polarizaciones circulares, respectivamente. Esta simplificación se sigue de los resultados experimentales presentados en [Fed+06]. Lo interesante reside en la asimetría de la matriz, es decir, en la conversión de parte de la onda incidente en una onda con el sentido de giro opuesto. Notemos que para un medio isótropo, la matriz es diagonal.

Por lo tanto, este fenómeno es, en cierta medida, análogo al dicroísmo circular magnético y algunos autores han dado en llamarlo *dicroísmo de conversión circular quiral plano*. En estructuras quirales planas anisotrópicas con pérdidas, la asimetría en la transmisión total se acompaña de asimetrías similares en la reflexión y la absorción: una estructura quiral plana sin pérdidas no mostrará un efecto asimétrico en la intensidad de la transmisión.

<sup>1</sup>En esta sección se está considerando un medio anisótropo, como puede observarse en la no simetría de la matriz presentada. Este tratamiento será necesario también en la sección siguiente. Sin embargo, el tratamiento esencialmente es similar al realizado para los medios bi-isótropos. Las limitaciones de los materiales 2D en cuanto a profundidad requieren de este tratamiento matemático más complejo para dar cuenta de sus propiedades.

La novedad fundamental de este efecto se puede explicar al comparar los estados de polarización propios de una estructura quiral planar anisotrópica con los de un medio de Faraday y la actividad óptica convencional en medios volumétricos. A diferencia del efecto Faraday, o la actividad óptica convencional 3D en medios volumétricos, donde los estados propios son un par de estados elípticos de sentido de rotación opuesto, los estados propios de una estructura quiral planar anisotrópica con pérdidas son dos polarizaciones elípticas de igual sentido de rotación. Estos estados propios solo difieren en las azimut de sus ejes principales. Al igual que en el caso del efecto Faraday pero a diferencia de la girotropía en medios convencionales quiral 3D, el sentido de rotación de los estados propios elípticamente polarizados se invierte para el sentido opuesto de propagación.

En definitiva, esta asimetría esencial se produce debido a la quiralidad y la anisotropía planas y está inherentemente relacionado con la disipación de energía en la estructura. El descubrimiento puede conducir al desarrollo de nuevas técnicas espectroscópicas para la física del estado sólido y la química. Cabe destacar que este fenómeno se ha observado y comprobado experimentalmente recientemente (2006, [Fed+06]) y es un campo de investigación intenso en materiales ópticos con propiedades específicas.

### 2.3. Reflexión: espejos quirales

Uno de los fenómenos en los que podemos estar interesados es el de la reflexión de ondas sobre distintos materiales. La reflexión en superficies dieléctricas o metálicas es conocida pero, bajo las hipótesis más sencillas de homogeneidad e isotropía, la respuesta del medio no presenta diferencias selectivas entre la radiación circularmente polarizada en un sentido y en el otro. La luz reflejada cambia su dirección de giro tras la reflexión.

Las sustancias quirales en 3D no resultan ser adecuados para este caso puesto que son invariantes bajo la acción de observar la propagación en sentido contrario, que es lo que ocurre en la reflexión. El cambio de dirección de giro junto al cambio en la dirección de propagación deshacen la distinción entre las ondas polarizadas: son mediosrecíprocos. Es decir, la actividad óptica es interesante desde el punto de vista de la propagación y el plano de polarización de la luz incidente, pero no resultan ser idóneos para aplicaciones de la reflexión.

Algunos de estos espejos pueden diseñarse de modo que la respuesta a una de las direcciones de giro sea la de apantallamiento, funcionando como dispositivos asimétricos que pueden eliminar la parte polarizada inconvenientemente en un determinado montaje. En la Figura 2.2 se clasifican los distintos metamateriales posibles con respuestas extremas a la radiación incidente.

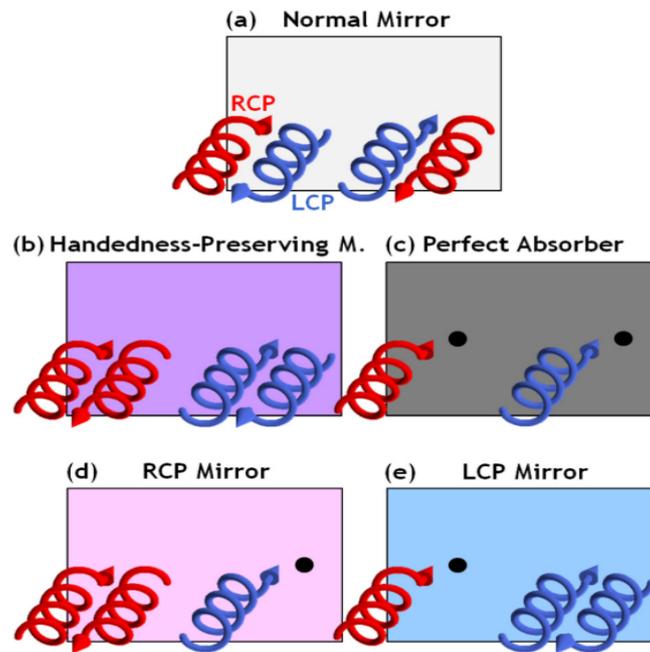


Figura 2.4: Ejemplos de comportamiento extremo de metasuperficies frente a la radiación circularmente polarizada incidente. Los 5 casos representados cubren toda la gama de posibles respuestas a la radiación, [PZ15].

Algunas metasuperficies quirales son especialmente convenientes para producir estos fenómenos. La periodicidad plana que presentan permite precisamente ajustar las relaciones matemáticas para obtener comportamientos asimétricos extremos para la radiación incidente circularmente polarizada extremos como en la Figura 2.2. Experimentalmente, no cualquier configuración es físicamente realizable y, por lo tanto, cabe esperar comportamientos menos extremos. En [PZ15] se muestra haber obtenido experimentalmente un material con una eficiencia de transmisión de aproximadamente el 80 % para una polarización circular frente a un 20 % para la polarización circular opuesta en el rango de los gigahercios. También se indica que comportamientos más extremos son esperables según nuevos materiales se vayan desarrollando.

La combinación de estos espejos quirales con espejos convencionales permite obtener respuestas selectivas a ondas circularmente polarizadas y es interesante considerar las posibles aplicaciones. Entre los usos más evidentes se encuentran los polarizadores circulares reflectantes, los detectores de polarización circular (por ejemplo, bolómetros) y las cavidades Fabry-Pérot auto-polarizantes.

Este último caso se ilustra en la Figura 2.5. Los modos de las cavidades convencionales, compuestas por un par de espejos isotrópicos normales, requieren que la longitud de la cavidad sea un múltiplo semientero de la longitud de onda. Los modos propios son patrones de ondas estacionarias para unas condiciones de contorno dadas impuestas por la red quiral.

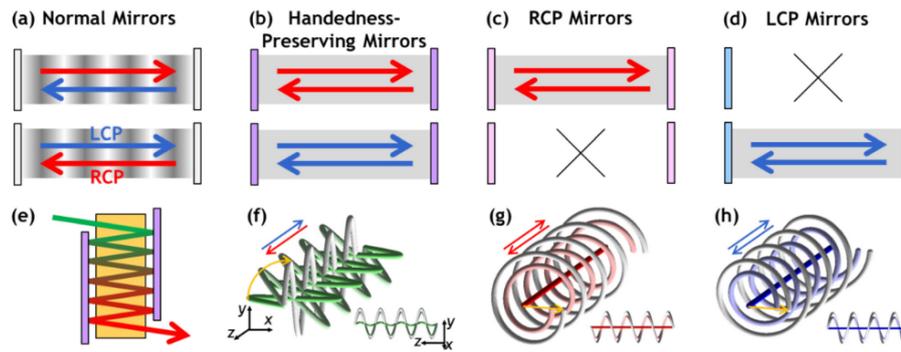


Figura 2.5: Representación esquemática de algunas disposiciones de espejos quirales y de los modos permitidos entre ellos. Poder controlar selectivamente qué modos se propagan resulta ser de gran utilidad en investigación y en la industria.

Mientras que el ajuste de las cavidades convencionales de Fabry-Pérot requiere un ajuste fino de la posición del espejo dentro de medio ciclo de longitud de onda, un resonador con espejos que preservan la polaridad puede ajustarse de manera conveniente. Además, a diferencia de las cavidades basadas en espejos anisotrópicos que preservan la polaridad y admitirán modos con todo tipo de polarizaciones, las cavidades compuestas por un par de espejos de polarización circular derecha o de polarización circular izquierda son auto-polarizantes, admitiendo sólo ondas circularmente polarizadas de una polaridad dada. Por lo tanto, si se combinan con un medio de isotrópico de ganancia, dichas cavidades permitirían la realización de láseres circularmente polarizados fáciles de ajustar. Para más detalles, véase [PZ15].

## 2.4. Índice de refracción negativo

La quiralidad presente puede dar lugar a la ruptura de la degeneración entre dos ondas polarizadas circularmente, haciendo que el índice de refracción se incremente para una polarización circular y se reduzca para la otra. Esto puede ocurrir para un material 3D quiral con un factor de quiralidad suficientemente grande. Es posible obtener una refracción negativa para una onda polarizada circularmente, mientras que para la otra polarización circular el índice de refracción sigue siendo positivo. Esto da lugar a fenómenos interesantes que los materiales convencionales con índice de refracción positivo no exhiben, como la reflexión negativa para las ondas electromagnéticas incidentes en un espejo incrustado en dicho medio. Además, en el caso especial en el que dos ondas polarizadas circularmente tengan índices de refracción de la misma amplitud pero signos opuestos, la luz incidente en el espejo sería reflejada de vuelta exactamente en la misma dirección. Este fenómeno de inversión temporal es similar al de la luz reflejada desde un espejo de conjugación de fase, pero sin involucrar la no linealidad.

En [Zha+09] y [WL09] se muestra haber verificado experimentalmente y por separado la existencia de metamateriales con estas propiedades en el rango de los terahercios. Éste es un rango de frecuencia único con muchas aplicaciones que precisamente adolece de que los dispositivos para manipular ondas con frecuencias de terahercios están considerablemente limitados. Por lo tanto, el desarrollo de

materiales artificiales con propiedades inusuales en este rango de frecuencias es especialmente importante. Sin embargo, debido a la complejidad de la geometría de estos medios, las realizaciones experimentales con metamateriales quirales en terahercios, e incluso frecuencias más altas, siguen siendo desafíos importantes.

Matemáticamente, podemos estudiar el comportamiento de las ecuaciones en [Zha+09]. Las relaciones funcionales entre los campos para una onda plana que avanza en la dirección  $+\vec{k}$  son de la forma

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \end{pmatrix} = \epsilon_r \epsilon_0 \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} + \frac{i}{c_0} \begin{pmatrix} \xi & \xi_{12} \\ -\xi_{12} & \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \end{pmatrix} = \frac{i}{c_0} \begin{pmatrix} -\xi & \xi_{12} \\ -\xi_{12} & -\xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} + \mu_r \mu_0 \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

donde se está asumiendo implícitamente la quiralidad del material y que sea bi-anisotrópico dada la dependencia tensorial, es decir,  $\xi_{12} \neq 0$ . La diagonalización de estas relaciones, análoga a la realizada en el Capítulo 1, da lugar a dos soluciones que son ondas circularmente polarizadas a derechas o a izquierdas, que denotamos por subíndices ' $\pm$ ', con respectivos índices de refracción  $n_{\pm}$  que adoptan la forma

$$(n_{\pm} \mp \xi)^2 = \epsilon\mu - \xi_{12}^2$$

de donde se deduce que

$$n_{\pm} = \sqrt{\epsilon\mu - \xi_{12}^2} \pm \xi.$$

Por lo tanto, un valor de  $\xi_{12}$  suficientemente alto puede dar lugar a un índice de refracción negativo para una de las polarizaciones circulares. En el caso en que  $\epsilon\mu = \xi_{12}^2$  ambos índices son de la misma magnitud pero de signo opuesto, dando lugar a un índice de refracción aproximadamente nulo, es decir, un material que impide la penetración de radiación en su interior. Este caso es interesante porque puede permitir el filtrado de ciertas frecuencias en montajes experimentales.

Cuando se produce un índice de refracción negativo, la propagación de la onda electromagnética se invierte, es decir, la transmisión se produce junto a una reflexión sobre un plano virtual, como aparece en la Figura 2.6 y, por lo tanto, se vuelve posible alcanzar resoluciones por debajo del límite de difracción, [Zha+09]. En contraste, los materiales convencionales que pretenden emular este tipo de respuestas suelen ser curvos y no pueden lograr una resolución por debajo del límite de difracción. Además, invertir las ondas electromagnéticas en un material, en conjunción con otros materiales ordinarios incluido el aire, puede ayudar a minimizar las pérdidas que normalmente ocurren.

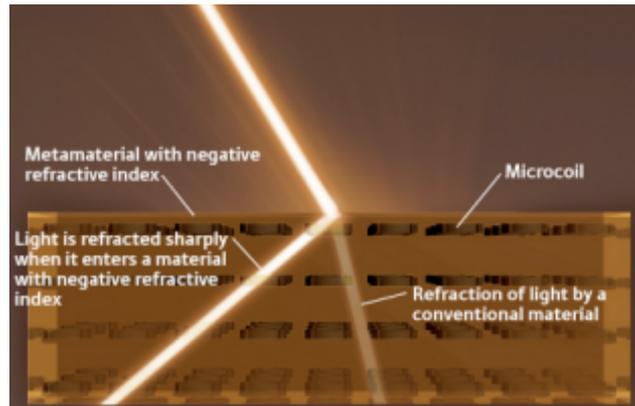


Figura 2.6: Comportamiento esperado para un material con índice de refracción negativo formado por una red de escaso grosor (menor que la longitud de onda) de conductores en disposición quiral. Notemos cómo parte de la intensidad se transmite con un índice de refracción positivo convencional, [WL09].

Clasificaciones más precisas y detalles sobre el comportamiento de las metasuperficies quirales frente a la radiación pueden encontrarse en [Shi+22] y [Kim+21] pero su alcance escapa de las pretensiones de este texto. Después de estudiar algunos fenómenos relacionados con las superficies quirales y compararlos con otros conocidos para medios convencionales, el siguiente capítulo pretende comprobar algunos de los fenómenos citados a través de simulaciones en el software CST.

# Capítulo 3

## Simulaciones en CST

Con objeto de visualizar fenómenos explicados en el capítulo anterior, se exponen a continuación 3 ejemplos de piezas modeladas en *CST Studio Suite*. Para poder analizar apropiadamente los resultados, hemos de incluir una explicación sobre cómo opera el simulador y qué resultados ofrece.

Como se expuso en el Capítulo 1 en (1.1) y (1.2) los campos eléctrico y magnético son solución de una determinada ecuación de ondas. Este tipo de ecuaciones necesita unas condiciones de frontera para que sus soluciones estén bien definidas en un determinado medio. Éste es el tipo de problema que se aborda por ejemplo en las guías de onda, [Mar21].

Las soluciones de la ecuación son llamados *modos* y dependiendo de las condiciones de contorno éstos pueden estar incluso cuantizados, permitiendo determinados valores discretos de frecuencia para que se propaguen dichas ondas. Los modos son habitualmente clasificados de la siguiente manera:

- **Modos TE:** Los modos *transversales eléctricos* son aquellos en los que no existe ninguna componente del campo eléctrico en la dirección de propagación.
- **Modos TM:** Los modos *transversales magnéticos* son aquellos en los que no existe ninguna componente del campo magnético en la dirección de propagación.
- **Modos TEM:** Los modos *transversales electromagnéticos* son aquellos en los que no existe ninguna componente ni del campo eléctrico ni del campo magnético en la dirección de propagación. Son en cierto sentido los modos "más sencillos".
- **Modos híbridos:** Estos últimos modos son aquellos en los que hay componentes de ambos campos en la dirección de propagación.

En cierto sentido, podemos entender que los modos TEM son los más sencillos, puesto que los campos se restringen al plano perpendicular a la dirección de propagación. Sin embargo, una descripción completa de una onda requiere, en principio, de una combinación de todos los modos posibles en el montaje concreto dadas sus condiciones de contorno.

Además, puesto que las condiciones de contorno son periódicas ya que se está trabajando con materiales quirales, los modos con los que se trabaja se conocen como modos de Floquet, [YGA22].

En nuestro caso concreto, las ondas se están propagando inicialmente por el aire en la dirección del eje  $z$ , que es el eje perpendicular a las 2 primeras superficies, así como a las caras que presentan quiralidad del tercer ejemplo. Tras interactuar con la pieza concreta en incidencia normal, parte se refleja, parte se transmite y parte se absorbe (recordemos que la absorción es imprescindible para dar lugar a fenómenos no recíprocos). CST ofrece información por parejas sobre qué modo está incidiendo y en qué otros modos se convierte tras interactuar con las piezas en los modelos simulados, pudiendo obtener así información sobre la reflexión y la transmisión. Un estudio más elaborado, como el que se ofrece en el tercer ejemplo, permite reconstruir los parámetros de Tellegen y de quiralidad para caracterizar el medio en un determinado rango de frecuencias. Para esto es necesario también estudiar el desfase que se introduce.

De entre los modos que CST manipula, nos centraremos en los de menor energía. Existen dos tipos de radiación que podemos emplear, de los cuáles se toman los dos modos que se indican a continuación:

- *Radiación linealmente polarizada*: Se exponen resultados de la interacción de modos cuyo campo eléctrico está linealmente polarizado, uno de ellos en la dirección del eje  $x$  y el segundo en la dirección del eje  $y$ .
- *Radiación circularmente polarizada*: Otros resultados que se incluyen se corresponden a la interacción de modos con campo eléctrico circularmente polarizado, uno de ellos a derechas (RCP) y otro a izquierdas (LCP).

Hay que tener presente que los resultados de unos u otros modos son claramente comparables puesto que la radiación circularmente polarizada puede verse como una combinación lineal de radiación linealmente polarizada y viceversa. La exposición de unos u otros resulta de haber encontrado un comportamiento más sencillo de interpretar en las gráficas correspondientes.

De una u otra manera, se incluyen los valores de coeficiente de reflexión  $R$  o coeficiente de transmisión  $T$  con respectivos subíndices  $i, j$ : el primero de ellos hace referencia a la fuente (modo que se propaga inicialmente) y el segundo al modo en que se transforma tras interactuar con la pieza modelada<sup>1</sup>. De esta manera se obtienen valores que se han de interpretar apropiadamente y que se presentan en gráficas a lo largo del texto. No obstante, el resto de modos son necesarios para describir completamente el proceso: no se tienen en cuenta por limitarnos a una aproximación de primer orden que, sin embargo, resulta ser suficiente para entender un comportamiento al menos cualitativo de los fenómenos bajo estudio.

### 3.1. Ejemplo de transmisión no recíproca

En primer lugar se presenta la pieza siguiente, tomada de [Fed+06]. Este ejemplo se analiza con radiación circularmente polarizada.

---

<sup>1</sup>De hecho, lo que se presentan son los módulos de estas magnitudes: son valores complejos pero, para evitar saturar las gráficas, sólo se adjunta su módulo. En el tercer ejemplo será especialmente importante considerar tanto la parte real como la imaginaria, cosa que se hace implícitamente.

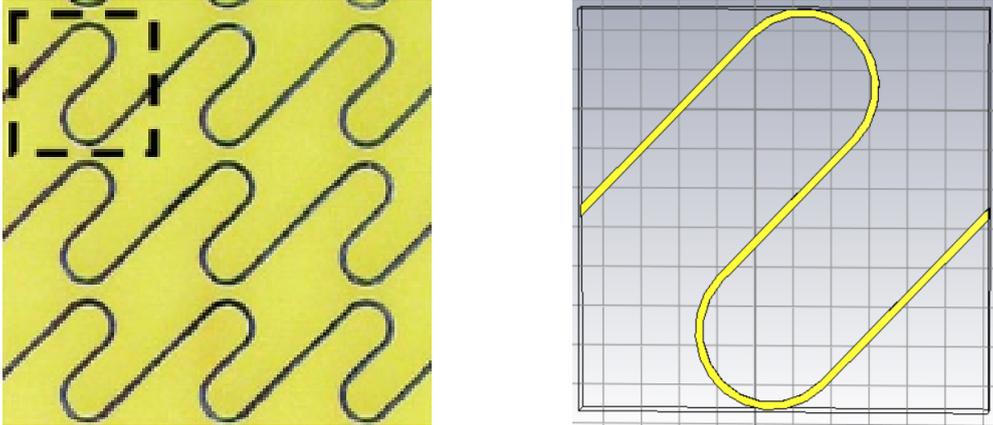


Figura 3.1: a): Imagen tomada de [Fed+06]. b): Pieza simulada en CST. Notemos que las partes extremas a la derecha y a la izquierda están a la misma altura y con un corte limpio vertical, lo que permite que encajen como en la referencia. Notemos cómo la pieza ha de ser de cobre, para posibilitar las pérdidas y que el efecto de no reciprocidad ocurra efectivamente.

Los valores obtenidos de coeficiente de transmisión son, para los modos elegidos y en un rango de GHz, los que aparecen en la Figura 3.2:

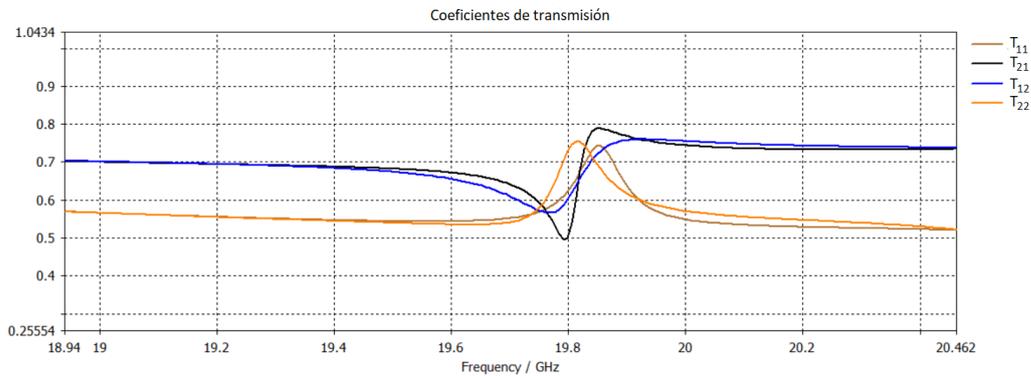


Figura 3.2: Representación de los coeficientes de reflexión para las parejas indicadas y radiación circularmente polarizada, en función de la frecuencia.

Como se aprecia en la gráfica, los coeficientes de transmisión cruzados  $T_{12}$  y  $T_{21}$  para estos modos son distintos en este rango de frecuencias. De esta manera, se verifica a través de la simulación que existen materiales quirales planos que presentan no reciprocidad en la transmisión. Además, estos resultados son similares a los obtenidos en [Fed+06] pero, a diferencia de lo que se expone en dicho artículo, en la simulación se ha omitido el material dieléctrico en el que se sumerge la pieza (y que tiene importancia evidente para que el sistema pueda montarse, ya que en la simulación las piezas están suspendidas en el aire) por eficiencia en los cálculos. Esto también hace que el rango de frecuencias en el que se aprecia este fenómeno sea mayor que el que aparece en [Fed+06].

### 3.2. Ejemplo de espejo selectivo

En segundo lugar se toma la pieza dada por una corona circular cortada asimétricamente, sumergida en un dieléctrico sin pérdidas, concretamente FR-4. No se toma en principio el mismo dieléctrico que en [PZ15] por falta de especificación. Tras la pieza, se sitúa un espejo, simulado como un conductor eléctrico perfecto (PEC por sus siglas en inglés) para estudiar el efecto de la transmisión, reflexión y segunda transmisión globalmente. De esta manera sólo estamos interesados en el coeficiente de reflexión. Además, ha de tenerse la precaución siguiente: al reflejarse la radiación circularmente polarizada en el PEC, se invierte su sentido de giro. Por este motivo, este ejemplo se analiza con radiación linealmente polarizada.

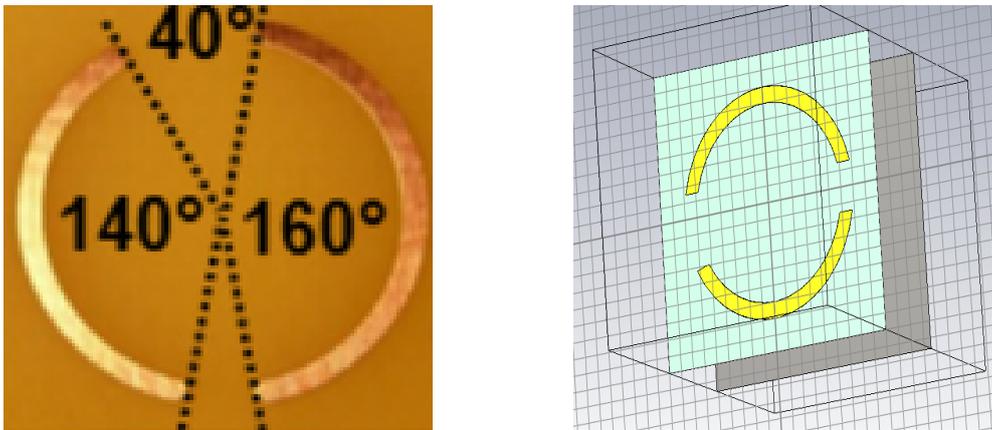


Figura 3.3: a): Referencia tomada de [PZ15]. b): Pieza modelada en CST. El material nuevamente es cobre.

Los valores obtenidos de coeficientes de reflexión para la simulación realizada, en el rango de los GHz, aparecen en la Figura 3.4.

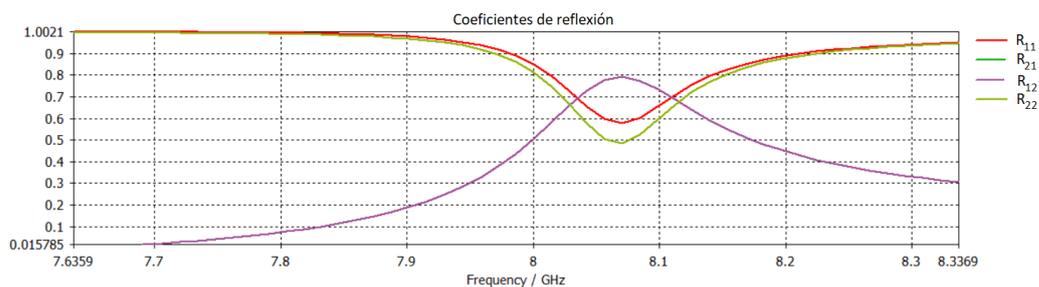


Figura 3.4: Representación de los coeficientes de reflexión para las parejas indicadas y radiación linealmente polarizada, en función de la frecuencia.

Notemos que en la gráfica aparecen superpuestos  $R_{12}$  y  $R_{21}$ , es decir, la conversión entre estos modos ocurre con igual magnitud. Sin embargo, los valores realmente importantes son  $R_{11}$  y  $R_{22}$ , puesto que la conversión asimétrica de estos modos es lo que efectivamente da lugar a la absorción selectiva y por lo tanto a la respuesta asimétrica frente a la radiación RCP ó LCP incidente (recordemos que la radiación

circularmente polarizada se puede escribir como combinación lineal de dos ondas linealmente polarizadas y desfasadas  $90^\circ$ ).

Queda probado entonces que un metamaterial quiral puede ser selectivo en cuanto a la radiación polarizada incidente, actuando en este caso como espejo selectivo.

### 3.3. Ejemplo de índice de refracción negativo

El último ejemplo que se incluye pretende ser el más elaborado, llegando a demostrar que existe un modo propio con índice de refracción negativo para el medio bi-isótropo quiral que aparece en la Figura 3.5. El ejemplo se ha seleccionado de [Mol+11]. Por tratarse de un material quiral 3D, el sistema es recíproco, de modo que podemos asumir desde el principio que el parámetro de Tellegen  $\chi = 0$ . También puede deducirse de la propia estructura que aparece en la Figura 3.5. Esto simplificará enormemente el resto de cálculos, pudiendo limitarnos a estudiar el material exclusivamente con los coeficientes de transmisión. De esta manera, podemos directamente escribir

$$n_{\pm} = n \pm \kappa = \sqrt{\mu_r \epsilon_r} \pm \kappa.$$

Esta expresión se obtuvo en el primer capítulo y se ha particularizado para un medio recíproco.

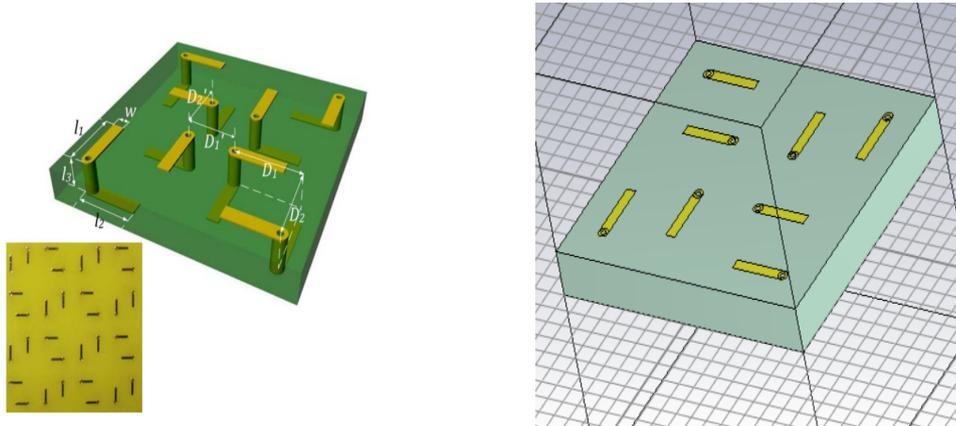


Figura 3.5: a): Representación del modelo tomado de [Mol+11].  $D_1 = D_2 = D'_1 = D'_2 = 4,0mm$ ,  $l_1 = l_2 = 3,5mm$ ,  $l_3 = 2,4mm$  y  $w = 0,6mm$  b): Pieza simulada en CST. Las piezas metálicas son de cobre en una base de FR-4.

En este caso se adjuntan dos gráficas en las Figuras 3.6 y 3.7 correspondientes a los valores de coeficientes de transmisión para la radiación lineal y circularmente polarizada respectivamente.

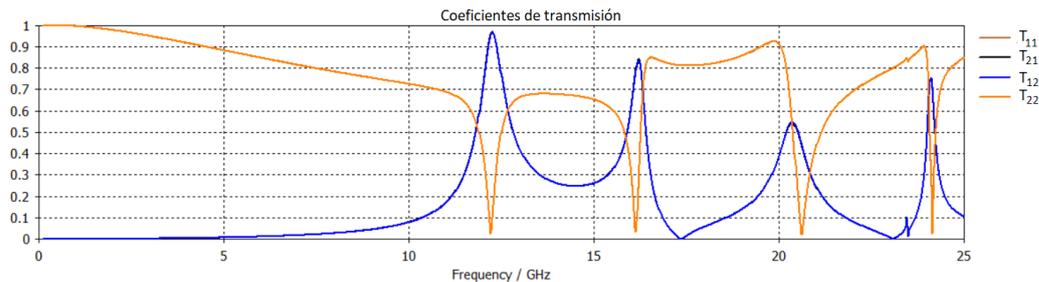


Figura 3.6: Valores de coeficiente de transmisión para las parejas indicadas y radiación linealmente polarizada. Notemos que  $T_{11} \approx T_{22}$  y  $T_{21} \approx T_{12}$ , es decir, el sistema es isótropo (no selecciona direcciones privilegiadas).

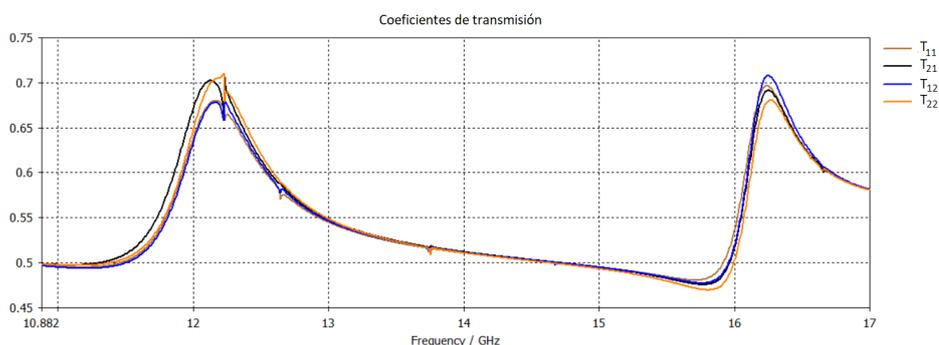


Figura 3.7: Valores de coeficiente de transmisión para las parejas indicadas y radiación circularmente polarizada. El mayor *zoom* aplicado y los errores numéricos, amplificadas al utilizar radiación de este tipo, hacen que las parejas de valores correspondientes sean muy similares pero no exactamente iguales.

De la banda de frecuencia de GHz que se presenta, nos centraremos en el intervalo 10-17 GHz ya que en este abanico de frecuencias aparecen dos máximos claros en la transmisión, como se observa en las gráficas anteriores. Notemos que esos máximos se corresponden con rotadores de  $90^\circ$  y es en esta propiedad en donde radica su interés de cara a las potenciales aplicaciones.

Para caracterizar el índice de refracción del medio y su coeficiente de Tellegen  $\kappa$ , se harán uso de las expresiones que pueden hallarse en [Lin+94] y en el mismo artículo [Mol+11]. Como se mostró en el primer capítulo, el ángulo de giro del plano de polarización de la radiación incidente puede escribirse como  $\phi = -\kappa k_0 z$  donde  $k_0$  es el número de onda y  $z = 2,4 \text{ mm}$ . Haciendo uso de los valores obtenidos para polarización lineal, definimos

$$T_R = T_{11} - jT_{21} \quad T_L = T_{11} + jT_{21}$$

Con estas nuevas funciones (ya que dependen de la frecuencia), el ángulo de giro en el plano de polarización puede escribirse como<sup>2</sup>

$$\phi = \frac{1}{2} \arg \left( \frac{T_R}{T_L} \right).$$

<sup>2</sup>El cálculo de  $\phi(w)$  a partir de  $T_{11}$  y  $T_{21}$  se ha hecho en un programa en Python desarrollado íntegramente *ad hoc*.

### 3.3. EJEMPLO DE ÍNDICE DE REFRACCIÓN NEGATIVO

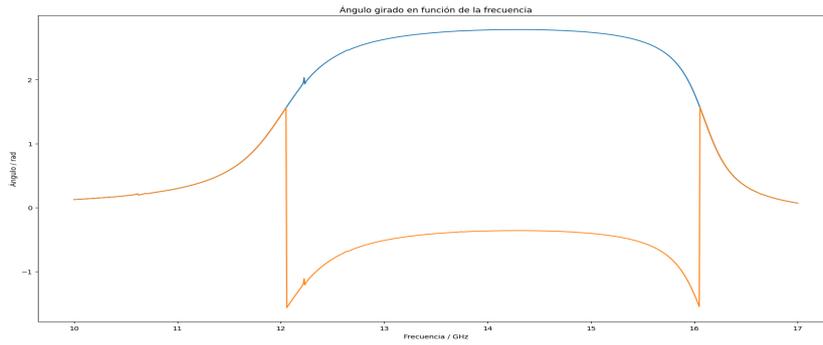


Figura 3.8: Ángulo de giro del plano de polarización en función de la frecuencia. La gráfica azul es la que ha de tenerse en cuenta puesto que la otra es resultado de la elección de rama del argumento.

Con respecto a la gráfica anterior, cabe comentar que distintos autores la han interpretado de distinta manera. El salto de fase que la función *argumento* introduce al sobrepasar  $\pi/2 \text{ rad}$  puede verse como un error a subsanar sumando esa cantidad (representado en la gráfica azul) o una propiedad que debe ser respetada (gráfica naranja). A este respecto, el modelo de Condon ([Lin+94], Capítulo 6) presenta una ecuación de resonancia con un crecimiento hasta un determinado máximo y una caída brusca en los valores de  $\kappa$ .

Puesto que

$$|\kappa| = \frac{|\phi|c}{z2\pi f}$$

obtenemos unos valores de parámetro de quiralidad como en la Figura 3.9.

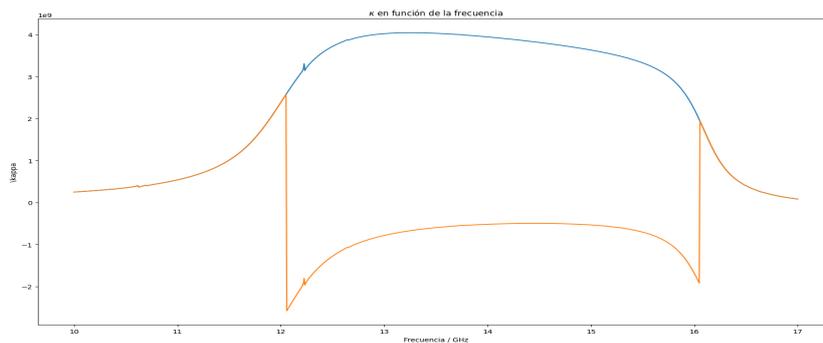


Figura 3.9: Valores de  $\kappa$  en función de la frecuencia. Los valores representativos son los marcados en naranja.

#### 3.3.1. El modelo de Condon

Para estudiar la relación de dispersión de los parámetros de los medios BI se necesita estudiar los mecanismos responsables de la polarización magnética y eléctrica. Uno de los primeros modelos que se utilizó para estudiar materiales BI

quirales fue el modelo de Condon ([Lin+94]) que describe la dependencia del parámetro de quiralidad  $\kappa$ . Este modelo explica la respuesta frente a la radiación incidente como consecuencia de las transiciones electrónicas que a su vez también determinan el índice de refracción.

En materiales homogéneos, el modelo de Condon establece que la dependencia  $\kappa(w)$  se debe a una resonancia en los modos del cristal entorno a una frecuencia  $w_0$ , adoptando así la forma funcional

$$\kappa(w) = \frac{\tau w_0 b}{1 - b^2 + jdb} = \tau w_0 \frac{b(1 - b^2) - jdb^2}{1 - (1 - d^2)b^2 + b^4}$$

donde  $b = w/2_0$ ,  $d$  es un parámetro que depende de la variación de energía entre modos y  $\tau$  es una constante que describe la magnitud de la quiralidad. En particular, el modelo muestra la ausencia de actividad óptica para procesos estáticos ( $w = 0$ ).

De esta manera,  $\kappa$  es una magnitud compleja que podemos escribir como  $\kappa(w) = \kappa'(w) - j\kappa''(w)$ . Así,  $\kappa''(w) > 0$  para toda frecuencia y su máximo valor se encuentra en  $\kappa''(w_0) = \tau w_0/d$ . Esto se corresponde con el máximo de absorción de energía (para la absorción debida a la quiralidad).

En nuestro estudio, nos hemos limitado a ofrecer valores de la parte real de  $\kappa$  según la expresión obtenida en el primer capítulo. La forma funcional obtenida para  $\kappa(w)$  se corresponde razonablemente con la esperada para una resonancia.

### 3.3.2. Índice de refracción

Para poder caracterizar los parámetros del medio, necesitamos, en principio, una segunda ecuación que nos relacione los coeficientes de transmisión y de reflexión. En [Mol+11] se hace uso de la *elipticidad* de la transmisión (que da cuenta de la diferencia de amplitudes de los modos transmitidos). En nuestro caso, nos remitiremos a [RS10] donde se expone cómo obtener la impedancia del medio y su índice de refracción en función de los coeficientes de reflexión y transmisión.

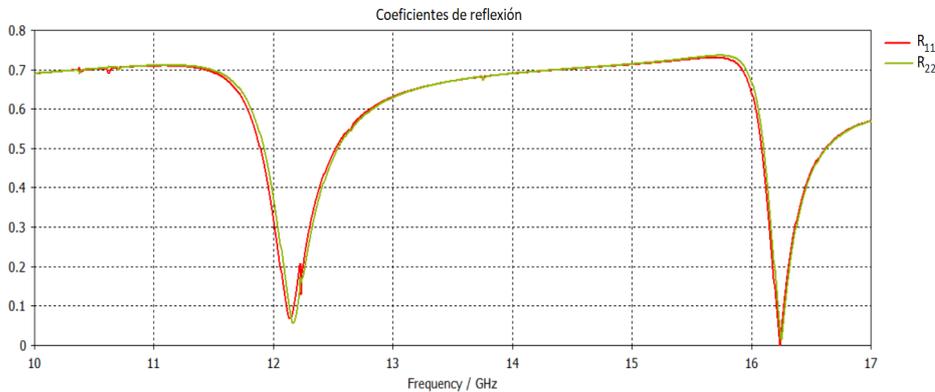


Figura 3.10: Valores de los coeficientes de reflexión para las polarizaciones horizontal y vertical respectivamente. Notemos que son prácticamente iguales. Se tomará la media aritmética entre ambas.

### 3.3. EJEMPLO DE ÍNDICE DE REFRACCIÓN NEGATIVO

Con estos valores de  $T_R$ ,  $T_L$  y  $R \approx R_{11} \approx R_{22}$  podemos escribir ([RS10])

$$\eta = \pm \sqrt{\frac{(1+R)^2 - T_R T_L}{(1-R)^2 - T_R T_L}}$$

y

$$n_{\pm} = \frac{ic}{2\pi fz} \left( \ln \left[ \frac{1 - \frac{\eta-1}{\eta+1} R}{T_{R,L}} \right] \pm 2\pi m \right)$$

donde  $T_R$  se corresponde con  $n_+$  y  $T_L$  con  $n_-$ . La elección del signo en  $\eta$  y la elección del entero  $m$  han de ser tales que  $\text{Re}(\eta) \geq 0$  y  $\text{Im}(n) \geq 0$ . Con estas fórmulas, se calcula el valor de  $n(w)$  que se adjunta en la Figura 3.11 para la primera resonancia.

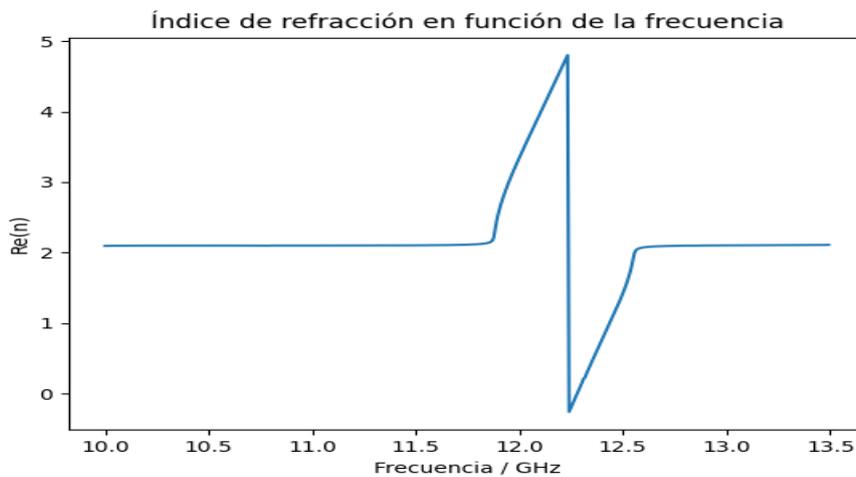


Figura 3.11: Índice de refracción del medio en función de la frecuencia.

Comparando con los valores de  $\kappa$  de la Figura 3.9, queda demostrado la existencia de un valor de índice de refracción negativo en un rango de frecuencias de 12.2 - 12.3 GHz para el material estudiado. Por último, se incluyen dos imágenes que representan los campos eléctrico antes y después de atravesar el material para una radiación incidente de 12.1 GHz, que es aproximadamente la frecuencia de la primera resonancia.

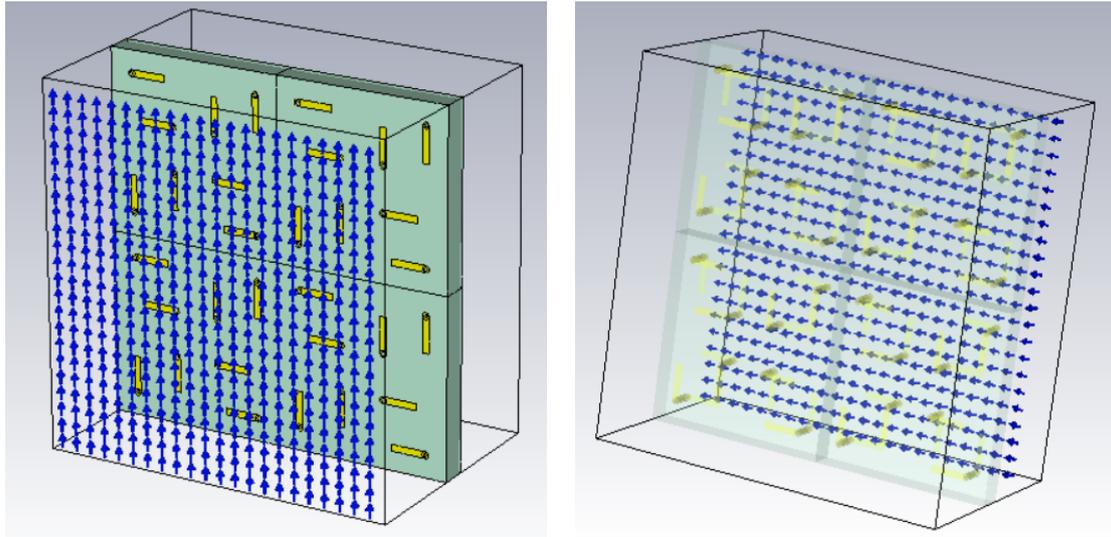


Figura 3.12: a): Representación de las líneas de campo eléctrico antes de atravesar la pieza. b): Representación de las líneas de campo eléctrico después de atravesar la pieza. El efecto rotatorio se ve claramente y es aproximadamente de  $90^\circ$  para  $f = 12,1$  GHz.

## 3.4. Conclusiones

A continuación y para concluir se incluye una breve lectura de los resultados obtenidos en la simulación, comparándolos con los resultados presentados en los artículos citados y que han servido de referencia para el estudio realizado.

### 3.4.1. Transmisión asimétrica

El estudio de la primera pieza quiral muestra efectivamente una asimetría en la transmisión de los modos estudiados desde un lado y otro de la metasuperficie. Este fenómeno es el que se ha observado experimentalmente en [Fed+06] y aquí se completa con una comprobación a través de la simulación. La no reciprocidad de esta estructura queda por lo tanto demostrada.

El mayor problema que se ha encontrado a la hora de simular es que en el citado artículo no se presentan detalles sobre las dimensiones de las estructuras de cobre que aparecen en las celdillas patrón que se emplean, lo que hace difícil simular ajustadamente lo que se presenta en el artículo. Pequeñas diferencias en este sentido pueden dar lugar a efectos de resonancia indeseados en el sistema. Tampoco se indica el grosor del material.

Además, en la simulación se ha omitido la presencia de un dieléctrico con pérdidas ([Fed+06]) en el que deberían ir sumergidas las estructuras metálicas y que puede apantallar este efecto dispersivo. La omisión de esta parte se debe a cuestiones de eficiencia en la simulación. Esto además contribuye a observar el rango de frecuencias donde se aprecia mejor la no reciprocidad en frecuencias más altas.

### 3.4.2. Espejo selectivo

La simulación para el espejo quiral ha mostrado que una metasuperficie quiral puede exhibir un comportamiento asimétrico para la radiación polarizada incidente, es decir, puede absorber selectivamente un modo frente a otro. Este fenómeno era el que cabía esperar en virtud de [PZ15]. Esto ocurre en torno a los 8.05 GHz con una anchura de banda de unos 100 MHz.

Sin embargo, el efecto mostrado en CST ha sido muy inferior cualitativamente a lo que aparece en el citado artículo. Esto puede deberse a diversas razones:

- En [PZ15] no se especifican el radio interior ni el radio exterior del anillo, ni el material dieléctrico en el que se ubican estos anillos. Tampoco se indica la anchura o profundidad del conjunto dieléctrico-anillos, lo que hace que en la simulación se haya optado por escoger un grosor de 1 mm.
- No se especifica el material que se emplea en el espejo del fondo, que en la simulación se ha asimilado a un PEC. Un material distinto puede afectar al desfase con que los modos se reflejan, y este desfase puede ser significativo para producir el efecto global.

### 3.4.3. Índice de refracción negativo

Esta última simulación, la más elaborada de las tres que se exponen, presenta unos coeficientes de transmisión bien definidos, con dos máximos evidentes entre las frecuencias de 10-17 GHz (para la radiación linealmente polarizada). A partir de los resultados obtenidos se han podido deducir los índices de refracción para los modos que se propagan en el material, concluyendo efectivamente la existencia de un índice de refracción negativo para uno de ellos en una frecuencia de entorno a  $12.2 \pm 0.2$  GHz. Además, se ha observado una fuerte actividad electromagnética (ángulo de giro en el plano de polarización,  $\phi$ ).

Los resultados relativos al parámetro de quiralidad  $\kappa$  son enormemente similares a los presentados en [Mol+11]. Por lo tanto, queda totalmente demostrada la posibilidad de crear metamateriales quirales con índice de refracción negativo en este rango de frecuencias. Sin embargo, son algo distintos los valores presentados de índice de refracción  $n$  (parte real). Esto se debe a la falta de información sobre qué método se ha seguido en dicho artículo para obtenerlo desde los valores experimentales y/o simulados. En cualquier caso, el comportamiento cualitativo observado es análogo y el parámetro de quiralidad suficientemente grande en el rango de  $12.24 \pm 0.1$  GHz como para asegurar un índice de refracción negativo en esta banda.



# Bibliografía

- [ADT18] Viktor Asadchy, Ana Díaz-Rubio y Sergei Tretyakov. «Bianisotropic metasurfaces: Physics and applications». En: *Nanophotonics* 7 (abr. de 2018). DOI: 10.1515/nanoph-2017-0132.
- [Bas86] S Bassiri. «Dyadic Green's function and dipole radiation in chiral media». En: *Alta Frequenza* 2 (1986), págs. 83-88.
- [Cas72] Justiniano Casas. *Óptica*. Universidad de Zaragoza. Facultad de Ciencias. Departamento de Optica, 1972.
- [Coo75] David Marsden Cook. «The theory of the electromagnetic field». En: *Englewood Cliffs* (1975).
- [Duf15] Dean G Duffy. *Green's functions with applications*. cRc press, 2015.
- [EB89] N. Engheta y S. Bassiri. «One-and two-dimensional dyadic Green's functions in chiral media». En: *IEEE transactions on antennas and propagation* 37.4 (1989), págs. 512-515.
- [Fed+06] VA Fedotov *et al.* «Asymmetric propagation of electromagnetic waves through a planar chiral structure». En: *Physical review letters* 97.16 (2006), pág. 167401.
- [Gor+18] Maxim V Gorkunov *et al.* «Chiral visible light metasurface patterned in monocrystalline silicon by focused ion beam». En: *Scientific reports* 8.1 (2018), pág. 11623.
- [Kat03] R. R. Katti. «Giant magnetoresistive random-access memories based on current-in-plane devices». En: *Proceedings of the IEEE* 91.5 (2003), págs. 687-702.
- [Kim+21] Joohoon Kim *et al.* «Chiroptical metasurfaces: principles, classification, and applications». En: *Sensors* 21.13 (2021), pág. 4381.
- [Lin+94] Ismo Lindell *et al.* *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*. Artech House, 1994.
- [Lin92] Ismo V Lindell. «On the reciprocity of bi-isotropic media». En: *Microwave and Optical Technology Letters* 5.7 (1992), págs. 343-346.
- [LO98] Ismo V Lindell y Frank Olyslager. «Generalized decomposition of electromagnetic fields in bi-anisotropic media». En: *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* 46.10 (1998), págs. 1584-1585.
- [Mar21] Rafael Gómez Martín. *Campo electromagnético para físicos e ingenieros: radiación y propagación*. Universidad de Granada, 2021.

- 
- [MM07] Stefan A Maier y Stefan A Maier. «Electromagnetics of metals». En: *Plasmonics: Fundamentals and Applications* (2007), págs. 5-19.
- [Mol+11] Gregorio J Molina-Cuberos *et al.* «Chiral metamaterials with negative refractive index composed by an eight-cranks molecule». En: *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* 10 (2011), págs. 1488-1490.
- [PZ15] Eric Plum y Nikolay I Zheludev. «Chiral mirrors». En: *Applied Physics Letters* 106.22 (2015), pág. 221901.
- [RS10] T. Koschny R. Zhao y C. Soukoulis. «Chiral metamaterials: retrieval of the effective parameters with and without substrate». En: *Opt. Express* 18, 14553-14567 (2010).
- [SD91] Eugene S Stevens y Christopher A Duda. «Solution conformation of sucrose from optical rotation». En: *Journal of the American Chemical Society* 113.23 (1991), págs. 8622-8627.
- [Shi+22] Tan Shi *et al.* «Planar chiral metasurfaces with maximal and tunable chiroptical response driven by bound states in the continuum». En: *Nature Communications* 13.1 (2022), pág. 4111.
- [Sih95] Ari H Sihvola. «Are nonreciprocal bi-isotropic media forbidden indeed?». En: *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 43.9 (1995), págs. 2160-2162.
- [Tan95] Brian K Tanner. *Introduction to the Physics of Electrons in Solids*. 1995.
- [WL09] Martin Wegener y Stefan Linden. «Giving light yet another new twist». En: *Physics* 2 (2009), pág. 3.
- [WL97] Werner S Weiglhofer y Akhlesh Lakhtakia. «On the non-existence of linear non-reciprocal bi-isotropic (NRBI) media». En: *Journal of Physics A: Mathematical and General* 30.7 (1997), pág. 2597.
- [YGA22] Shixiong Yin, Emanuele Galiffi y Andrea Alù. «Floquet metamaterials». En: *ELight* 2.1 (2022), págs. 1-13.
- [Zha+09] Shuang Zhang *et al.* «Negative refractive index in chiral metamaterials». En: *Physical review letters* 102.2 (2009), pág. 023901.