



Universidad de Valladolid

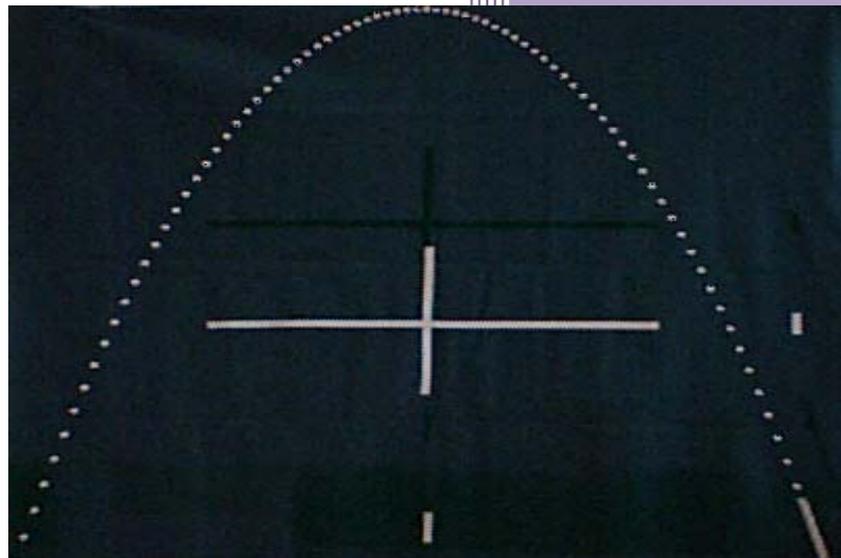
Trabajo Fin de Máster

*Máster en Profesor de Educación Secundaria
Obligatoria y Bachillerato, Formación
Profesional y Enseñanzas de Idiomas*

*Especialidad
Física y Química*

Curso 2013/2014

Diseño de una experiencia de tiro parabólico para Bachillerato



Alumno: Víctor Peña Maniega

*Tutores: Carlos Torres Cabrera
José M^a Muñoz Muñoz*

RESUMEN

En este trabajo fin de máster se presenta el diseño de una experiencia de laboratorio de tiro parabólico para alumnos de Bachillerato. El objetivo general es que dicha experiencia sea novedosa, motivante y un ejemplo práctico de la aplicación de las diversas fases del método científico. Para ello, se utiliza un lanzador casero de proyectiles de aire comprimido, y la grabación en video digital como herramienta de trabajo y análisis. También se presentan opciones de cómo realizar el tratamiento de vídeos e imágenes y de cómo planificar el montaje adecuado para ello. Por último, se presentan diferentes variantes posibles de presentación a los alumnos. En la realización y justificación de este trabajo se han tenido en cuenta las tendencias pedagógicas actuales, en especial la idea de que cualquier situación es buena para que los alumnos adquieran un conocimiento, una habilidad o una actitud.

ABSTRACT

In this master final work the design of a lab experience in parabolic shot for High School students is presented. The overall objective is that the experience is novel, motivating and a practical example of the implementation of the various stages of the scientific method. To do this, a homemade “missile” launcher compressed air based, and digital video recording as a work tool and analysis, are used. A method for how to treat video and images, and how to plan the proper assembly is also presented. Finally, several possible variants in the presentation for the students are mentioned. Current pedagogical trends have been taken into account in the implementation and justification of this work, for example, the idea that any situation is good for students to acquire knowledge, skill or attitude.

ÍNDICE

RESUMEN	i
ÍNDICE.....	iii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN.	3
2.1. El sistema educativo y los procesos de enseñanza-aprendizaje.	3
2.2. La Física en Bachillerato.....	6
2.3. La utilización del trabajo experimental en la enseñanza.....	9
2.4. Adecuación al currículo.....	13
2.5. Objetivos del TFM y plan de trabajo.....	14
3. DISEÑO DE LA EXPERIENCIA.....	16
3.1. Descripción general.	16
3.2. Características principales de la experiencia.....	19
3.3. Materiales y recursos.....	29
3.4. Comprobación experimental y discusión.	35
4. IMPLANTACIÓN DE LA EXPERIENCIA.....	54
4.1. Consideraciones generales y metodología.....	54
4.2. Uso de espacios, recursos y tiempo.	56
4.3. Guion para el alumno.	58
4.4. Evaluación del alumno.....	59
4.5. Variantes e innovación.....	60
5. CONCLUSIONES	62
BIBLIOGRAFÍA.....	64
ANEXO I. MACRO VBA DE TRATAMIENTO DE IMÁGENES.....	66

1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo del Trabajo Fin de Máster es poner de manifiesto los conocimientos y competencias adquiridos durante el curso al que da colofón, y de manera conjunta, aplicarlos a una tarea o creación conceptual concreta. En el caso del Máster de Profesor de Secundaria, y la especialidad de Física y Química, estos conocimientos se distribuyen entre unos contenidos genéricos (Sociología, Pedagogía, Psicología, aplicados a la educación), otros relacionados con la didáctica propia de esas Ciencias en Educación Secundaria (Diseño curricular, Didáctica, Metodología, Evaluación, Innovación e Investigación), y por último los relacionados con los contenidos concretos que componen el currículo de esas materias en Secundaria (Laboratorios y Complementos).

En este trabajo se presentan, convenientemente justificadas, todas las tareas realizadas y los comentarios didácticos pertinentes, orientados al diseño de una experiencia relacionada con el tiro parabólico, utilizando como herramientas de trabajo un lanzador muy interesante, la grabación mediante video digital y el tratamiento informático de imágenes y datos. Todo ello destinado a que un profesor de Bachillerato, de esas materias, sea capaz de implementarla. Este trabajo está pensado, por tanto, con la atención puesta en el proceso de enseñanza – aprendizaje, y todo aquello que le rodea, no sólo en el alumno o el profesor, pero teniendo en cuenta siempre que el objetivo principal de cualquier actividad educativa es el aprendizaje del alumno.

Se utiliza además una metodología de trabajo novedosa y altamente motivadora. En este sentido, varias ideas recorren de manera transversal este trabajo. En primer lugar, la necesidad absoluta y la importancia vital de que los alumnos realicen por sí mismos ciertas actividades (reales, palpables, que puedan oír, ver, tocar, sentir, oler), pero completamente alejadas de la utilización de recetas que olvidan inmediatamente, o de entornos virtuales que desdibujan los objetivos pedagógicos. Asimismo, es fundamental que los alumnos de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) y Bachillerato comprendan la naturaleza de las Ciencias, su forma de trabajar, su manera de aportar soluciones. Es decir, que vivan el método científico en acción. Y el profesorado debe ser capaz de transmitir esto independientemente de los gustos por la ciencia de los alumnos,

acabando con la leyenda de que la ciencia en sí misma sólo es necesaria para los científicos. Se debe transmitir el gusto por conocer cómo funciona el mundo, al igual que se debe transmitir el gusto por saber lo que ocurrió en nuestra historia, por ejemplo. Así, se conseguirán alumnos más motivados y más implicados.

En tercer lugar, la enseñanza, si es de calidad, es en su mayor parte una actividad planificada y consciente, con unos objetivos generales claros. Esto no quiere decir que no haya margen de improvisación o de libertad de cátedra, sino que cualquier hecho, actividad, situación o cambio, puede y debe generar una oportunidad de aprendizaje para el alumno. Y esto desborda los límites de la propia especialidad de cada profesor. Así, en cada uno de los pasos de la experiencia que se presenta, se muestran multitud de posibilidades de aprendizaje y de relación con otras materias.

Por último, sería imposible no mencionar la, tan actual, utilización de herramientas tecnológicas en el campo educativo. En este trabajo se fomenta su uso, como no puede ser de otro modo, pero un uso consciente, y con un conocimiento del porqué, el cómo y para qué. Se busca huir de la excesiva instrumentalización y la utilización tecnológica sin necesidad.

La estructura de este documento presenta una parte inicial en que se mencionan brevemente los antecedentes y la justificación del tema elegido y de la forma de tratarlo. En segundo lugar se presenta, con abundancia de comentarios de carácter pedagógico, el diseño de la experiencia en todas sus fases y posibilidades, así como el trabajo experimental realizado por mí para comprobar la funcionalidad y características de la experiencia. En tercer lugar, se comentan las posibilidades de implantación de dicha experiencia y las conclusiones del trabajo.

En definitiva, con este trabajo se quiere aportar una visión completa de los trabajos experimentales, aplicando los diferentes conceptos aprendidos durante el máster.

2. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN.

2.1. El sistema educativo y los procesos de enseñanza-aprendizaje.

El funcionamiento básico del sistema educativo viene regulado en España por dos leyes orgánicas: la Ley de Educación, conocida como LOE, y la Ley para la Mejora de la Calidad Educativa, LOMCE, que modificó algunas partes de la anterior (LOE, 2006; LOMCE, 2013). Estas modificaciones comportan algunos cambios organizativos más o menos importantes, pero no entran a fondo en impulsar un cambio en el espíritu metodológico de la norma, aunque se ponga el acento en facetas distintas (emprendimiento, bilingüismo, estandarización, excelencia) de una realidad muy amplia. Así, en el preámbulo de la LOMCE se hace referencia a la importancia del conocimiento práctico-científico en la formación del alumno en términos muy similares a los recogidos en la LOE.

La concreción más completa, ya sea del currículo o del funcionamiento diario, se realiza en el desarrollo de estas leyes por la administración central y las comunidades autónomas, pero quiero destacar brevemente dos puntos de ellas. El primero en relación a las características generales del Bachillerato (Texto refundido, Título I. Cap. IV. Art. 35):

1) Las actividades educativas en el Bachillerato favorecerán la capacidad del alumno para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo y para aplicar los métodos de investigación apropiados.

Y en relación a las funciones del profesor (Título III. Cap. I. Art. 91) quiero destacar dos de ellas en su relación con los objetivos de este trabajo:

a) la programación y enseñanza en las áreas, materias y módulos que tengan encomendados.

i) la investigación, la experimentación y la mejora continua de los procesos de enseñanza correspondiente.

Independientemente del apoyo recibido por parte de los centros y las instituciones, todo profesor debe, al menos, intentar cumplir con éxito estas funciones, y

ello implica una planificación adecuada de todo tipo de actividades educativas, como lo son los trabajos de investigación, y la revisión y mejora continua de estos.

Desde el punto de visto pedagógico y metodológico, la corriente dominante entre los “pensadores” de la educación está ligada al constructivismo aplicado a la educación (Caamaño, y otros, 2011a; Caamaño, y otros, 2011b; Coll, y otros, 2010; UNESCO, 2005). En este marco, se plantea la necesidad de contemplar el aprendizaje y la acción educativa del profesorado, sistemática y planificada, como dos elementos indisolubles: Enseñar y Aprender. El profesor es modelo y guía en la construcción de significados nuevos por parte del alumno, en una cadena continua que va condicionando como se afrontan las siguientes experiencias. Por ello, por ser la actividad del alumno una actividad constructiva, está muy influenciada por el profesor, por qué enseña y por cómo enseña, y por como enseña a aprender (Coll, y otros, 2010). Más aún, La forma de aprender y enseñar constituye una parte más de la cultura que todos debemos adquirir en la actual “sociedad del aprendizaje continuo”. Ello está en la base de una nueva forma de definir los contenidos de la ESO y el Bachillerato en función de las metas generales, del desarrollo de capacidades (Coll, y otros, 2010). Así, se introduce el término “competencias básicas” (aunque aparezca diluido en Bachillerato, permanece en el fondo), recogiendo el sistema educativo la necesidad de que el alumno adquiriera, en cada etapa y materia, todos los conocimientos, habilidades y actitudes posibles en relación a, al menos, ocho competencias básicas (LOE, 2006; LOMCE, 2013): comunicación lingüística, matemática, conocimiento y la interacción con el mundo físico, tratamiento de la información y competencia digital, social y ciudadana, cultural y artística, competencia para aprender a aprender y autonomía e iniciativa personal.

No se trata, como se interpreta falsamente, incluidos profesores, de renunciar a enseñar contenidos o de bajar el nivel, sino de comprender que la selección, organización, evaluación, y nivel de exigencia deben plantearse condicionados por metas más generales. No se trata de pasar sin más del contenido a la competencia. Al pensar erróneamente esto, como es lógico, muchos profesores no quieren hacerlo, y tienen razón. El tránsito necesario consiste en pasar de sólo contenidos epistemológicos a establecer tres marcos de referencia simultáneos (conceptual, procedimental, actitudinal)

y nueve niveles de objetos: fenómenos, conceptos, principios, técnicas, métodos, estrategias, conductas, normas y valores (Coll, y otros, 2010; Caamaño, y otros, 2011a).

Estas diferencias afectan a todo el proceso de enseñanza, al grado de solapamiento entre materias, a su relación con las metas generales de la etapa educativa, y la necesidad de un profesorado activo, consciente, que planifica sus acciones, que considera que cualquier hecho constituye una oportunidad de aprendizaje y cualquier actividad genera una multiplicidad de ellas. Es un profesor “meta-consciente”, conocedor de su materia y de la didáctica de su materia, y que tiene en cuenta el carácter global del proceso educativo, desde el clima en el aula hasta la función reguladora de la evaluación. La buena planificación de las prácticas de laboratorio o trabajos de investigación se hace patente en este marco, pero sus objetivos se ramifican, se pierde la meta única y concreta de reproducir un hecho, pasando a visualizar diversidad de estrategias.

En este contexto, además, se debe revisar la mirada de los profesores hacia los adolescentes, así como desterrar las representaciones tradicionales sobre esa edad. Los programas de intervención actuales ponen el acento mucho más en sus activos que en sus limitaciones. No hay que olvidar que son los pensadores más eficaces, pero a menudo no tienen aplicaciones ni modelos que seguir o juzgar. Existen muchas actividades que los profesores no realizan en base a lo que creen que puede ocurrir en relación al comportamiento de los alumnos. No olvidando estas consideraciones, será más productivo pensar en cómo soslayar y cambiar dichos comportamientos.

Por último, en este nuevo marco educativo y en la actual sociedad de la información, la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) es innegable e imparable, pero se debe evitar que con ello se pierda la visión de conjunto.

Pero, ¿Cuál es la realidad de las aulas? Es evidente que estamos lejos de conseguir la implantación general de este marco de referencia, y además, nunca se debe perder de vista la independencia del profesor en su trabajo. Sin embargo, se ha cambiado mucho en los últimos años. Sólo es necesario un último impulso, una correcta formación, y el apoyo real de todos los colectivos implicados en la educación.

2.2. La Física en Bachillerato.

Desde la Universidad se verbaliza habitualmente la necesidad de una mejora significativa de la “cultura de la ciencia”, no sólo científica, en los alumnos de la etapa secundaria de la educación (ESO, Bachillerato y Ciclos Formativos), y no sólo para aquellos que tienen intención de cursar estudios superiores relacionados. Las páginas de ciencia van desapareciendo de los periódicos porque no interesan, salvo por hechos espectaculares o socialmente de actualidad por otros motivos, lo que no implica que realmente se comprendan los fenómenos implicados (véase el cambio climático o el bosón de Higgs).

Quiero poner un ejemplo concreto, muy relacionado además con el tema del que parte este trabajo, el tiro parabólico. Si preguntáramos a un grupo de alumnos de Bachillerato, o de personas en general, si podría llegar a ser peligroso realizar un disparo al aire (en un ángulo elevado) muchos no sabrían que contestar. Y muchos de los que contestaran, lo harían recordando un capítulo de la serie CSI, dónde una bala perdida mata a un hombre a dos manzanas, y no los conocimientos sobre cinemática aprendidos en la ESO. Los menos, serían capaces de imaginar la trayectoria de la bala y verbalizar que, a falta de rozamiento, la velocidad de la bala al volver a alcanzar la misma vertical que la de salida, es la misma que la inicial.

Este tipo de conocimientos, o más bien de razonamientos sobre como la naturaleza puede interpretarse en base a las leyes de la ciencia, y como la ciencia ha llegado a descubrir esas leyes, debe estar en la base de la planificación de la enseñanza de cualquiera de ellas, y por tanto de la Física. Teóricamente, esta visión genérica de las Ciencias es la que se busca en la educación secundaria obligatoria (ESO) según la normativa que lo regula (D-52/2007, 2007). En realidad, en los tres primeros cursos de la ESO, los contenidos científicos básicos de Física, Química, Biología y Geología, distribuidos incluso dentro de una misma asignatura, tienen un déficit temporal claro. En 4º de ESO, la materia Física y Química, de sólo 3 horas semanales, es además de elección optativa para los alumnos, en función de sus intereses y su posterior inclinación en otras etapas. Así,

sus objetivos generales suelen ser asentar unos contenidos mínimos básicos. Además, por qué no decirlo, la Física suele ser la más perjudicada en ese tándem.

La enseñanza de la Física en Bachillerato está ligada básicamente a sólo dos asignaturas, ambas únicamente para la modalidad de Bachillerato de Ciencias, y ninguna de las dos obligatoria de cursar: Física y Química en 1º y Física en 2º. La situación de estas dos materias es algo diferente, pero si puede argumentarse una idea común. Pese a ser su objetivo teórico una formación más propedéutica de los alumnos que quieren continuar sus estudios en el ámbito científico, en realidad deben dedicarse a completar la visión integral que no puede realizarse en la ESO. En el camino han quedado alumnos interesados por otras modalidades de bachillerato, alimentando la creencia de que “la ciencia es sólo para los científicos”.

La primera asignatura si suele ser elegida por los alumnos de esa modalidad de modo regular. Se estructura en 4 sesiones semanales y el peso de la Física es mayor que en el curso precedente, y además suele ser el inicial. Los bloques de contenidos de esta materia son (RD-1467/2007, 2007; D-42/2008, 2008): *Contenidos comunes; Estudio del movimiento; Dinámica; La energía y su transferencia: trabajo y calor; Electricidad; Teoría atómico-molecular de la materia; El átomo y sus enlaces; Estudio de las transformaciones químicas; Introducción a la química orgánica*. Esta asignatura debe asentar una serie de conocimientos básicos y un formalismo adecuado.

La segunda, Física en 2º, suele ser elegida por un número de alumnos bastante menor, aunque no bajo. Se estructura en 4 sesiones semanales y los bloques de contenidos de su currículo son los siguientes (RD-1467/2007, 2007; D-42/2008, 2008): *Contenidos comunes; Interacción gravitatoria; Vibraciones y ondas; Óptica; Interacción electromagnética; Introducción a la física moderna*. Supone por tanto una visión de todas las ramas principales de la Física, con lo que lo eso conlleva, y con la particularidad que tiene 2º de Bachillerato, completamente condicionado por las pruebas de acceso a la Universidad.

En esta situación, ¿cómo y por qué implementar las experiencias de laboratorio o de campo sin que parezca que es perder el tiempo? Porque no lo es, porque es la obligación de un buen profesor, porque unas buenas prácticas son muy buenas

herramientas, de la forma más planificada y consciente posible, de manera optimista y confiando en los alumnos, y porque las fallas del sistema no deben ser una excusa sino un reto para los docentes.

Por último, todos los principios pedagógicos generales expresados en el apartado anterior pueden adaptarse a la enseñanza de la Física y de las Ciencias en general. El cambio fundamental es, como ya se ha dicho, pensar tanto en lo que se ha de explicar cómo en las actividades de enseñanza y aprendizaje que se van a proponer, las dificultades de aprendizaje de los contenidos y en cómo se va a ayudar a superarlos. (Caamaño, y otros, 2011a). En este sentido, se deben tener presentes cuales son las capacidades y aprendizajes básicos para desarrollar la competencia científica:

- Utilizar el conocimiento científico para describir, explicar y predecir fenómenos naturales.
- Utilizar los conceptos y modelos científicos para analizar problemas.
- Diferenciar problemas científicos y disponer de estrategias para su investigación.
- Procesar la información obtenida.
- Formular conclusiones fundamentales.
- Valorar la calidad de una información en función de su procedencia y en los procedimientos utilizados para generarla.
- Interesarse por el conocimiento, indagación y resolución de problemas científicos y problemáticas socio-ambientales.
- Adoptar decisiones autónomas y críticas en contextos personales y sociales.
- Utilizar de forma integrada todo lo anterior en contextos vivenciales.

Todas estas ideas deben tenerse en cuenta por el profesor a la hora de diseñar las actividades instruccionales de un curso de Física, incluyendo los trabajos de laboratorio.

2.3. La utilización del trabajo experimental en la enseñanza.

En el decreto de la Junta de Castilla y León que establece el currículo de Bachillerato (D-42/2008, 2008), dentro de la introducción a la materia Física y Química de 1º, se dice textualmente: *“La realización de experiencias de laboratorio pondrá al alumno frente al desarrollo real del método científico, le propondrá métodos de trabajo en equipo, le ayudará a enfrentarse con la problemática del quehacer científico, y por tanto, en la programación didáctica el profesorado incorporará las actividades más adecuadas al desarrollo de los contenidos”*. Es por tanto, una obligación del profesor.

Es una realidad reconocida por todos, incluidos los profesores, al menos conceptualmente, que los trabajos prácticos constituyen una de las actividades más importantes de la enseñanza científica, por su multiplicidad de objetivos y por muy diferentes motivos todos ellos muy importantes (Caamaño, y otros, 2011a; Caamaño, y otros, 2011b):

- Motivan al alumno.
- Permiten un conocimiento vivencial de fenómenos.
- Permiten practicar la interpretación de fenómenos.
- Pueden ayudar a la comprensión de conceptos.
- Permiten contrastar experimentalmente hipótesis emitidas en la elaboración de modelos.
- Proporcionan experiencia en el manejo de instrumentos de medida y el uso de técnicas de laboratorio y de campo.
- Permiten acercarse a la metodología y a los procedimientos propios de la investigación científica.
- Constituyen una oportunidad de trabajo en equipo y desarrollo de actividades y de aplicación de normas propias del trabajo experimental: planificación, orden, limpieza, seguridad.
- Constituyen un ejemplo valioso del uso de terminología científica, magnitudes, símbolos, unidades, y del trabajo con gráficos y su análisis.

Hay un proverbio chino que expresa de manera muy condensada todo ello: Leo, olvido; Veo, recuerdo; Hago, comprendo. Ante esta actividad, el profesor debe postularse como guía y como modelo. Así, son tareas del profesor, específicamente, plantear a los estudiantes una situación en forma de problema o cuestión, comunicar los objetivos y ofrecer orientación a lo largo del proceso experimental (Caamaño, y otros, 2011b).

La realidad de los centros educativos en relación al trabajo experimental ha mejorado mucho en los últimos años, y cada vez existen más recursos a disposición del profesor (Caamaño, y otros, 2011b; Hidalgo & Medina, 2008; Lahera, 2007; Tomás & Hurtado, 2010). Sin embargo, sigue siendo una actividad poco utilizada, y más dependiente del criterio de cada profesor en concreto y de su vocación científica, que de planes de estimulación genéricos creados por los centros y las administraciones. Se debe admitir sin mayor problema este diagnóstico, y trabajar para mejorarlo, más aún con el objetivo de acercarnos a otros países de nuestro entorno (Cañizares, 2008; Tarraga, Bechtold, & De Pro, 2007). Sin duda que pueden aludirse multitud de dificultades: el número de alumnos, el acceso al material, los equipos disponibles, el tiempo necesario de preparación, las horas lectivas dedicadas al trabajo de laboratorio, la escasa formación docente, etc. Uno de los aspectos sobre los que reflexionar, en mi opinión, es la rigidez del horario escolar. No sería mala idea integrar planes temporales de trabajo en las programaciones didácticas de todos los departamentos, de modo que en épocas especiales del curso (tras los periodos de evaluación, antes de los periodos vacacionales) se pudieran modificar los horarios de los cursos, y que un profesor de Física pudiera por ejemplo disponer de tres o cuatro horas sucesivas con el mismo grupo de alumnos para dedicarlos a trabajos específicos, o incluso incluir la obligatoriedad de la realización de un mínimo de horas prácticas.

Por otro lado, también existe una duda general entre el profesorado en cómo responder a la pregunta: ¿Qué tipo de experiencias hacemos y para qué? En la situación del sistema educativo actual, la peor elección es optar sólo por lo más complejo o lo más vistoso. Se trata de plantear preguntas a las que los alumnos puedan dar respuesta experimentalmente, sin que eso requiera grandes conocimientos teóricos ni materiales sofisticados, sino sentido común y en especial, la destreza que se les quiere transmitir

(Cañizares, 2008). Se trata de poder plantear distintos tipos de trabajos: demostraciones (perceptivas, ilustrativas, interpretativas), experiencias (para el aprendizaje de destrezas o para ilustrar teorías), o investigaciones (para resolver problemas teóricos o prácticos). Y se trata, en definitiva, de que los alumnos vivencien y entiendan las fases básicas (planteamiento y prospección del problema, planificación, desarrollo de la investigación, tratamiento de resultados y comunicación) del método científico, como puede ejemplificarse en el esquema de la siguiente figura:

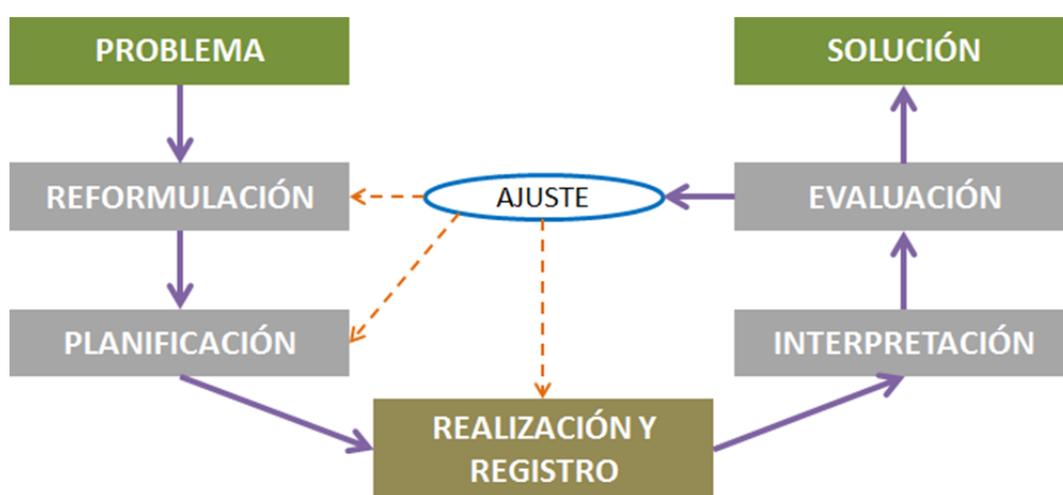


Figura 1: Esquema del método científico.

Para ello, no son necesarios grandes recursos. Se pueden utilizar pequeñas investigaciones como modelos innovadores de prácticas, para evitar que estas se reduzcan al seguimiento de una receta más o menos compleja y laboriosa, y a la simple manipulación por parte de los alumnos. Pueden encontrarse ejemplos de este tipo en artículos y manuales (Cañizares, 2008; Lahera, 2007), como por ejemplo: pedir a los alumnos que investiguen cómo afecta a la velocidad del efecto dominó la distancia entre las piezas. En ellas, se difumina la rigidez característica, se adquiere amenidad y conexión con el entorno, se presentan situaciones más transversales, para pensar y hacer pensar, atendiendo a la cultura general científica. Esto está en la base de esta experiencia.

En este punto, es necesario volver a hablar de la utilización de las TICs y las herramientas informáticas o electrónicas en general, también en el ámbito de los trabajos

de laboratorio o de campo. No se debe perder de vista que las TICs son a la vez un contenido del currículo, una herramienta de trabajo y soporte, y una herramienta de gestión del aula y administrativa. Están integradas en nuestra vida, y deben integrarse, de la forma conveniente, en la escuela. Esto puede hacerse de multitud de formas distintas (Caamaño, y otros, 2011b; Ezquerro, Iturrioz, & Diaz, 2012; Hidalgo & Medina, 2008; Torres Climent, 2010). Obviando la natural utilización de ordenadores y software de tratamiento de datos y gráficos, que debería ser una situación más natural, todo laboratorio debe sufrir una reconversión paulatina, y actualizar en este sentido materiales y manuales.

En la actualidad “se están poniendo de moda” dos vertientes del uso de las TICs. El primero de ellos es el de los experimentos asistidos por ordenador (conocidos por sus siglas en inglés, MBL, microcomputer based laboratory), con sensores y otras herramientas fabricadas por empresas de recursos educativos (PASCO, PHYWE, etc.). Los trabajos con sensores permiten un tipo de experimentación que tradicionalmente no han sido fáciles de realizar, por ejemplo por su extrema rapidez (Caamaño, y otros, 2011b). Sin embargo, en mi opinión, no se debe abusar de estos recursos, que al fin, son cajas cerradas. En segundo lugar, se están generando una gran cantidad de aplicaciones en Internet para la simulación de fenómenos, conocidas como “applets”, programadas habitualmente en flash o java. Sin dudar de su utilidad expositiva y descriptiva, hay una gran diferencia, como mencionan algunos autores (Hidalgo & Medina, 2008) entre lo que es la búsqueda, estudio y aplicación de una ley física basándose en la experimentación respecto a la construcción de un algoritmo basado en dicha ley. El riesgo más grave es que se difumina la importancia de un buen montaje.

En este trabajo se plantea el uso de tecnología como apoyo al proceso científico, en especial del video digital, pero sin perder de vista la naturaleza del proceso ni el funcionamiento concreto de cada herramienta y el porqué de su elección, y siendo el objetivo principal que los alumnos comprendan todas las fases del proceso. A lo largo de la descripción del diseño de esta experiencia se realizan más comentarios sobre los objetivos de aprendizaje asociados a ella.

2.4. Adecuación al currículo.

En el decreto que establece el currículo de Bachillerato en Castilla y León (D-42/2008, 2008) se fijan, dentro de los objetivos generales de toda la etapa, los siguientes:

h) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad escogida.

j) Comprender los elementos y procedimientos fundamentales de la investigación y de los métodos científicos. Conocer y valorar de forma crítica la contribución de la ciencia y la tecnología en el cambio de las condiciones de vida, así como afianzar la sensibilidad y el respeto hacia el medio ambiente.

La experiencia elegida puede enmarcarse dentro de ambos. Más específicamente, se relaciona con las dos materias del Bachillerato de Ciencias mencionadas (Física y Química en 1º y Física en 2º) y de modo directo con los contenidos que dicho currículo establece (y que se recogen a continuación), así como con los criterios de evaluación asociados:

Física y Química, 1º Bachillerato.

1. Contenidos comunes:

– Utilización de estrategias básicas de la actividad científica tales como el planteamiento de problemas y la toma de decisiones acerca del interés y la conveniencia o no de su estudio; formulación de hipótesis, elaboración de estrategias de resolución y de diseños experimentales y análisis de los resultados y de su fiabilidad.

– Búsqueda, selección y comunicación de información y de resultados utilizando la terminología adecuada.

2. Estudio del movimiento:

– Importancia del estudio de la cinemática en la vida cotidiana y en el surgimiento de la ciencia moderna.

[...]– Las aportaciones de Galileo al desarrollo de la cinemática y de la ciencia en general. Problemas a los que tuvo que enfrentarse. Superposición de movimientos: tiro horizontal y tiro oblicuo.

Física y Química, 1º Bachillerato.

1. *Contenidos comunes: (idénticos al de primer curso)*

2. *Interacción gravitatoria:*

[...]- Estudio de la gravedad terrestre y determinación experimental de g. Movimiento de los satélites y cohetes. Visión actual del universo: separación de galaxias, origen y expansión del universo.

Además, en el diseño de esta experiencia se pondrá de manifiesto su relación con aplicaciones de la Termodinámica, la Óptica, la Electrónica y la Informática. Del mismo modo, se pondrá de manifiesto la necesidad o relación de conocimientos de otras materias y/o cursos anteriores como Matemáticas y Tecnología. Una adaptación simple de la práctica que se presenta también podría ser usada en el 4º curso de la ESO, de acuerdo con los contenidos de ese curso (D-52/2007, 2007).

2.5. Objetivos del TFM y plan de trabajo.

De acuerdo con todo lo expresado en los apartados anteriores, los objetivos principales que se han querido cubrir con este Trabajo Fin de Máster son los siguientes:

- Diseñar una experiencia en relación al tiro parabólico para Bachillerato, que incluya un procedimiento novedoso y motivador, sin dejar de ser altamente educativo.
- Valorar las posibilidades metodológicas de este tipo de experiencias en Bachillerato.
- Ejemplificar como se puede optimizar al máximo los objetivos de aprendizaje de cualquier trabajo experimental concreto.

- Comprobar la viabilidad de utilizar un lanzador “por aire comprimido”, la grabación por video digital y el análisis de imágenes para su desarrollo o para otras experiencias.

- Desarrollar u optimizar todos los recursos necesarios para el más completo desarrollo de dicha experiencia.

- Valorar todas las posibles interrelaciones de esta experiencia con otras materias y áreas educativas.

- Presentar todas las variaciones posibles para la implantación de esta experiencia en un centro educativo, así como proponer unos mínimos de metodología y evaluación.

En base a ellos, se diseñó un plan de trabajo consistente en diversas fases:

- Primer acercamiento al problema del tiro parabólico como contenido educativo práctico.
- Comprobación cualitativa del funcionamiento del material que se piensa utilizar.
- Montaje definitivo y comprobación experimental lo más extensa posible del funcionamiento.
- Valoración de los resultados obtenidos.
- Reflexión pedagógica acerca de las posibilidades de implantación de esta experiencia, contrastación bibliográfica y creación de esta memoria.

3. DISEÑO DE LA EXPERIENCIA.

3.1. Descripción general.

Se conoce cómo “tiro parabólico” al movimiento y/o la trayectoria seguida por un “proyectil”, es decir, un objeto que se lanza con una determinada velocidad inicial (v_0) o energía cinética, y una vez lanzado queda sometido exclusivamente a la fuerza de la gravedad (si se prescinde de la fricción con el aire), por lo que sigue una trayectoria de forma parabólica. Fue la necesidad de estudiar el movimiento de proyectiles, ya sean piedras de catapulta o balas de cañón, lo que generó esos nombres y que muchos científicos en toda la historia se interesaran por este movimiento (Arenas, 2013), desde las primeras ideas de Aristóteles, que perduraron mucho tiempo, a las descripciones e hipótesis posteriores de Tartaglia, o de Galileo, el primero que demostró que la trayectoria base debe ser parabólica, y de uno de sus discípulos, Torricelli. Con la aparición del formalismo newtoniano de la dinámica, el propio Newton y Cassini, establecieron las leyes del tiro parabólico clásico, sin rozamiento. Posteriormente, se intentó determinar el efecto de fricción, para explicar el comportamiento “real”, empleando también el péndulo balístico como herramienta. Euler fue el primero en utilizar el cálculo analítico para introducir el problema de la fricción, dependiendo ésta de la velocidad del objeto o de su cuadrado. Ya en el siglo XIX y primeros del XX, se crearon varios laboratorios nacionales (dependientes del ejército) para el estudio de la trayectoria de proyectiles.

La presentación de este tipo de movimiento a los alumnos de ESO y Bachillerato se hace en las aulas de distinto modo, en base a los conocimientos previos y los objetivos de aprendizaje en cada curso, como puede verse en los manuales. Así, el movimiento (sólo vertical) de un objeto bajo la acción de la gravedad es uno de los ejemplos típicos que se introducen en el estudio de la cinemática en 4º de la ESO, Física y Química, presentando las ecuaciones del movimiento sin mayor explicación. No sería descartable utilizar la parte más cualitativa de esta experiencia ya en ese curso, para avanzar en el conocimiento de los alumnos y en la visualización de fenómenos.

Es ya en 1º de Bachillerato, Física y Química, cuando se estudia por primera vez este movimiento formalmente, al contar los alumnos con los conocimientos matemáticos mínimos requeridos y con un formalismo más avanzado en Física (sistemas de referencia, dinámica, etc.). En todo caso, se sigue introduciendo el “tiro parabólico”, (incluso en el propio currículo) cómo una especie de superposición de movimientos: uno horizontal sin aceleración, y uno vertical sometido a la aceleración de la gravedad. Aunque en mi experiencia del Practicum he comprobado cuán delicado es utilizar este tipo de analogías (debe quedar muy clara su validez y por qué se usan, para no confundir a los alumnos), la comprensión de ésta se verá muy favorecida con la experiencia que se presenta en este trabajo, al poder visualizar y medir esas dos componentes. Por último, en 2º de Bachillerato, Física, se repasan todos los conocimientos ya adquiridos sobre cinemática y dinámica, a la vez que el alumno puede ser capaz de resolver, incluso usando cálculo diferencial básico, o desde el punto de vista energético, las ecuaciones del movimiento. Una mayor independencia del alumno a la hora de trabajar con la experiencia presentada es posible, e indicada para que alumno pueda aprender más y mejor (Coll, y otros, 2010).

Desde el punto de vista clásico, sin rozamiento, y considerando la intensidad del campo gravitatorio (g) constante en el entorno de trabajo, el movimiento de un proyectil en relación a un sistema de coordenadas cartesianas (x , y ; en este trabajo se toma siempre el eje $x = 0$ coincidente con la vertical inicial del movimiento y el eje $y = 0$ como el suelo) se verá caracterizado únicamente por tres factores relacionados con el lanzamiento: la altura del punto inicial respecto al suelo (y_0), el módulo de la velocidad en el instante inicial (v_0) y el ángulo formado por el vector velocidad con el eje $y = 0$ (α_0). Es, por lo tanto, independiente de la masa del objeto, siendo las ecuaciones paramétricas en función del tiempo y la trayectoria las siguientes:

$$x = v_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot t \quad [1]$$

$$y = y_0 + (v_0 \cdot \sin \alpha_0 \cdot t) - \frac{g}{2} \cdot t^2 \quad [2]$$

$$y = y_0 + (\tan \alpha_0 \cdot x) - \frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha_0} \cdot x^2 \quad [3]$$

Es usual también presentar estas ecuaciones, según sea o no más útil, en función de las componentes de la velocidad inicial y sus relaciones: $v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0$; $v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0$; $\tan \alpha_0 = v_{0y}/v_{0x}$. Se suele señalar también como puntos interesantes de la trayectoria dos de ellos, aquel en que se alcanza máxima altura, y aquel en que se llega al valor $y = 0$, también llamado alcance (R).

$$x_{hmax} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0 \quad [4]$$

$$h_{max} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha_0 \quad [5]$$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0 \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2gy_0}{v_0^2 \sin^2 \alpha_0} \right)} \right] \quad [6]$$

Es decir, suponiendo que no existe rozamiento, se puede estimar, despejando de la ecuación [6], la velocidad inicial del objeto si se conocen el ángulo inicial y el alcance, valores que a priori se determinan en la experiencia o son características del montaje previo. El valor de la altura máxima es muy útil también para estimar si podemos realizar la experiencia en una habitación sin que el objeto golpee el techo.

Por último, es necesario considerar como actúa la fricción sobre este movimiento. Cualitativamente, es lógico pensar, y es un buen razonamiento que hay que inducir a que hagan los alumnos, que sometido a fricción con el aire, el objeto móvil llegará “más bajo” y “más cerca”, ya que el rozamiento dificultará el movimiento. Se podría pensar, y en determinados experimentos no es una mala aproximación, que todo sucede como si la aceleración de la gravedad “efectiva” fuera mayor que la ideal. En realidad, la forma de la trayectoria, para fricción no despreciable, deja de ser parabólica, como bien sabían los artilleros del pasado, especialmente siendo la caída más brusca en la parte final del movimiento. Matemáticamente, se introduce la fricción como proporcional a la velocidad o a su cuadrado, dependiendo del rango de velocidades (el primer caso para velocidades moderadas o bajas). El primer caso conduce a un problema resoluble analíticamente pero el segundo requiere cálculo numérico. En todo caso, la fuerza de rozamiento máxima dependerá también de la forma del objeto y la superficie sometida a fricción, y de la densidad del aire. Para el experimento que se presenta en éste trabajo, las velocidades

máximas empleadas (en función de la longitud de la sala disponible) no debían superar los 10 m/s y el proyectil tipo es una esfera de acero de 15 mm de diámetro. Con estos valores se estimó que el efecto del rozamiento máximo (considerando la dependencia cuadrática con la velocidad) estaría en torno a los 10 cm. de desviación en el alcance, en el peor de los casos. Los resultados reales de la experiencia indican, como se verá, un efecto de la fricción mucho menor aún. Por lo tanto, dada su importancia relativa, la complejidad de introducirlo en relación al aprendizaje que se obtendría, y que existen en el experimento fuentes de error más relevantes para el cálculo, no se considera el efecto de la fricción. En todo caso, se debe hablar de él a los alumnos, y yo soy partidario de que entiendan por qué no lo consideramos en lugar de omitirlo arbitrariamente.

3.2. Características principales de la experiencia.

Partiendo de todo lo expuesto, la experiencia que se plantea, como base de un trabajo de investigación para alumnos de Bachillerato, consiste básicamente en la comprobación experimental de que un objeto sigue el movimiento descrito. Sin embargo, como ya se ha justificado, no consiste sólo en eso. Desde el punto de vista del diseño de la experiencia por parte de un profesor se deben tener en cuenta al menos cuatro fases diferenciadas, interrelacionadas (Caamaño, y otros, 2011b), pero con objetivos parciales de aprendizaje independientes, todos ellos buscados por el profesor de manera consciente, y correspondientemente evaluados:

Fase 1: Conocimientos previos y montaje físico.

Las actividades más relevantes que se van a proponer a un alumno durante un curso académico (y las prácticas de laboratorio, experiencias o trabajos de investigación como éste lo son) deben estar en parte planificadas y temporalizadas al inicio del curso, dentro de la programación didáctica correspondiente, y en el propio plan de aula que pueda seguir el profesor. En ese sentido, cuando en las clases expositivas (o de la metodología elegida) se presenten los conceptos y fenómenos relacionados con el tiro parabólico, el profesor debe tener en cuenta que va a proponer más tarde la realización de esta experiencia y por tanto, podrá incidir en conceptos, ejemplos, descripciones o

problemas de cálculo que preparen el terreno. Así, cuando se indique a los alumnos que se va a realizar una experiencia de tiro parabólico, se debe llegar de manera rápida a que los alumnos deduzcan o recuerden algunas ideas básicas: la dependencia del movimiento con el ángulo inicial y la velocidad inicial, la variación del alcance con el ángulo, siendo máximo para un ángulo de 45 grados, etc.

La mayoría de los alumnos, en la actualidad, han jugado alguna vez al juego “Angry Birds” o similares (los ha habido desde que existen los videojuegos) pero puede que no hayan pensado a fondo en la Física detrás del juego, si además sumamos el efecto de “cámara lenta” de dicha aplicación. Esto puede servir como punto de enganche. En ese primer paso, son los alumnos mismos (se puede utilizar una metodología dialógica en la presentación) los que pueden deducir que para esta experiencia, en primer lugar se necesita un dispositivo lanzador, y un proyectil adecuado, y que pueda configurarse para distintos ángulos y velocidades iniciales. Tal vez incluso alguno de ellos introduzca un método para determinar experimentalmente el alcance (el más habitual es utilizar una hoja de papel de carbón o papel de calco, de modo que el impacto provoque sobre una hoja fija bajo él, una marca). A menudo, recordar y fijar conceptos se realiza mejor interpretando gráficos, por lo que se puede utilizar uno como el que se presenta en la figura 2.

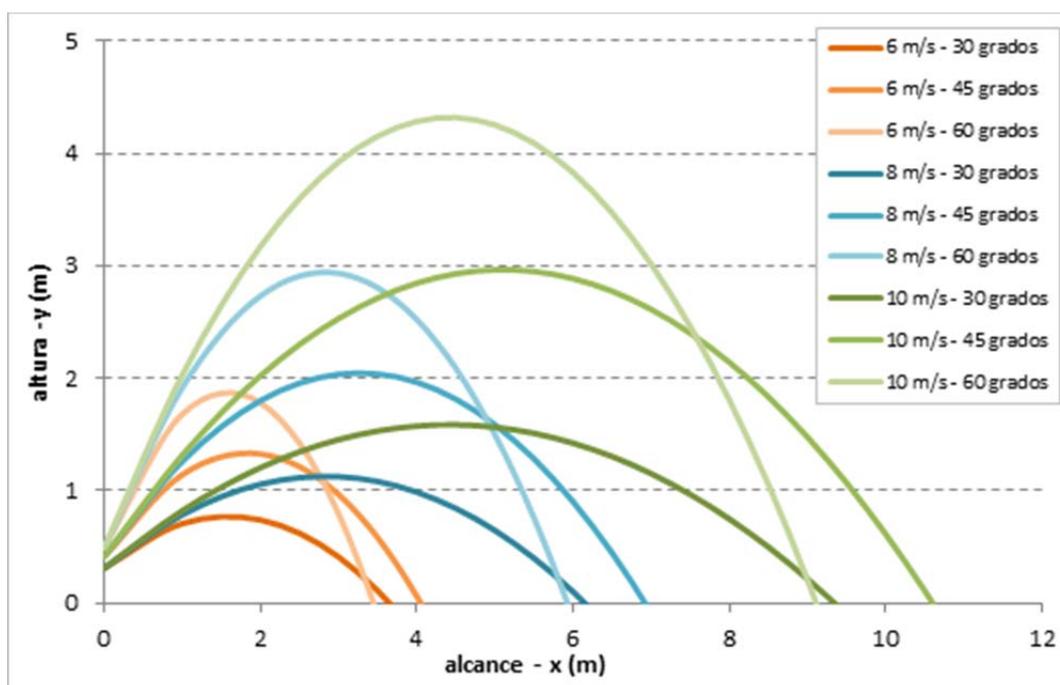


Figura 2: Gráfico con diferentes trayectorias parabólicas ideales.

Más aún, al ser uno de los objetivos de aprendizaje de cualquier materia “científica” la realización e interpretación de gráficos, el profesor de ESO o Bachillerato debe utilizarlos a menudo, y ser muy cuidadoso al usarlos. Una de las mejores maneras de que los alumnos aprendan a dibujar “buenos” gráficos es que se les presenten buenos ejemplos y se les inste a ello, haciendo hincapié en la utilización correcta de magnitudes, unidades, escalas, etc. Además, como es el caso, los gráficos no deben ser del todo “inocentes u objetivos”. Los valores de velocidades y alcances presentados en la figura 2 están en relación directa con los valores encontrados en la comprobación experimental realizada y el espacio físico utilizado. Como se indicará, la adaptación de esta propuesta a cada centro, implica adecuar los márgenes y valores al espacio físico y los recursos con que se cuenta, incluida una gráfica similar.

Una vez que se han recordado los conocimientos previos en relación con el tiro parabólico, se debe presentar a los alumnos, paso a paso, el objetivo y el material, tanto físico como digital, que se va a utilizar, presentando a grandes rasgos la idea del diseño instrumental. Es el momento de que comprendan la escala temporal real con la que se va a trabajar (de todos los movimientos de la figura 2, ninguno supera los 3 segundos!!! entre el tiempo de salida y el de impacto) y por qué eso condiciona, y a la vez abre la puerta a la utilización del video digital (Ezquerro, Iturrioz, & Diaz, 2012), de modo que después se pueda realizar un tratamiento de esa grabación mediante software para poder obtener medidas (es muy importante recalcar la importancia que en cualquier experimento se le da a la obtención de resultados y a su validez). Por tanto, se les propondrá y presentará la utilización de una webcam o cámara digital para grabar el experimento (se puede incluso suscitar un debate orientado a que ellos piensen métodos de cómo conseguir “ver” u “obtener medidas”).

La utilización de la cámara digital es el primer punto novedoso y altamente motivador que se ha considerado en el presente trabajo. Como ya se ha indicado, la utilización de herramientas TIC en la educación está fundamentada en que su utilidad sea práctica. La utilización del video digital es una práctica usada en muchas nuevas propuestas de prácticas, en especial en relación al registro de movimientos (Caamaño, y otros, 2011b; Ezquerro, Iturrioz, & Diaz, 2012; Hidalgo & Medina, 2008; Torres Climent, 2010). Por sí sólo, permitirá visualizar mucho mejor el movimiento (ajustando la velocidad

de reproducción). Más aun, el uso de software de tratamiento de video permitirá trabajar con fotogramas individuales, en base a los cuales obtener posiciones concretas del objeto lanzado en tiempos concretos (o intervalos de tiempo conocidos). En el apartado 3.3 se presentan en mayor profundidad los materiales y recursos utilizados, de modo que aquí sólo se presentará su importancia y objetivo didáctico. El profesor debe conocerlos a fondo en su funcionamiento, a la vez que debe seleccionar cual es la información básica que necesitan sus alumnos para un desarrollo completo de la experiencia.

El segundo punto novedoso y motivante para el alumnado es el lanzador de proyectiles utilizado. Se podría decir que es un lanzador en base a aire comprimido, pero de fabricación casera. El funcionamiento base consiste en generar una sobrepresión en un recipiente (en este caso dos botellas de plástico), y al abrir una electroválvula de cierre, dejar que el aire que sale impulse el proyectil por un conducto. Una vez fuera de éste, el aire saliente se difunde en todas direcciones y se puede considerar que deja de impulsar el objeto, por lo que el proyectil, que tiene una velocidad, continuará su movimiento en base a las ecuaciones presentadas ([1] a [3]). Al poder modificar el ángulo del conducto respecto a la horizontal, y la presión, tenemos control sobre los parámetros de lanzamiento. En realidad, la reproducibilidad de estos parámetros fue uno de los primeros fenómenos a estimar en la preparación de éste trabajo, y debe serlo por parte del profesor al utilizar cualquier dispositivo lanzador.

¿Por qué utilizar éste dispositivo y no otro? En realidad, dadas las prestaciones posibles del aparato usado, algunos profesores pueden aducir razones de seguridad para utilizar otros. En mi opinión, hay que dar un margen de confianza a los alumnos, y además, es también tarea del profesor supervisar el correcto uso de cualquier aparato. Además de otras razones que se comentan posteriormente, hay dos fundamentales que merecen ser destacadas: en primer lugar, que no es un objeto “cerrado”, destinado a un uso específico, e incluso que no tiene un “diseño para agradar”. Todo esto, en la sociedad actual, tan cosificada y tecnológica, puede generar un plus de motivación y de comprensión del fundamento por parte del alumno. Existen en el mercado educativo algunos dispositivos lanzadores (PASCO, PHYWE, etc...) muy “bonitos”, y también útiles, pero muy cerrados. Muchos de ellos funcionan mediante la compresión de muelles, pero

éstos no se ven. Y en segundo lugar, hay un hecho interesante desde el punto de vista pedagógico en relación a los contenidos de Bachillerato. Este dispositivo es un ejemplo práctico de la transformación de la energía en sus diferentes formas. En él se interrelacionan conceptos dinámicos, termodinámicos, e incluso eléctricos.

En definitiva, una vez presentados todos los elementos del diseño, los alumnos ya deben tener una idea básica del montaje del experimento: lanzamiento de un proyectil con el dispositivo indicado; grabación de una parte de su movimiento, en especial la inicial, y tratamiento posterior del video; registro del alcance midiendo la distancia entre el punto de impacto y la vertical inicial (con una simple cinta métrica).

Fase 2: Comprensión de otros fenómenos implicados y ajuste final del montaje.

Con lo expuesto en la Fase 1 podría ser suficiente para una posterior visualización y análisis cualitativo del movimiento de proyectiles. Pero se ha dejado claro el interés en obtener resultados cuantificados, y realizar un análisis más profundo del movimiento, en especial registrando la posición del objeto en intervalos de tiempo. Para ello, se debe indicar, explicar, y hacer que los alumnos de Bachillerato entiendan que el diseño concreto de cualquier experimento debe ser tal que cubra todas las necesidades que surjan de ese interés por la cuantificación.

En primer lugar, como ya se adelanta en la fase 1, los alumnos deben entender el funcionamiento del dispositivo lanzador. Al introducir aire en el recipiente cerrado, la presión total aumenta. Al abrir la electroválvula, la diferencia de presión respecto al exterior hace que una cantidad de aire se vea impulsada hacia afuera y empuje a su vez al proyectil (funciona más o menos como un émbolo que se deja libre). En este sentido, tras un recorrido inicial (por ello se coloca un tubo de salida) se puede considerar que la velocidad del proyectil es prácticamente constante en el interior del tubo. Cabe destacar la importancia del tamaño y material del proyectil en relación al tubo. La máxima velocidad se alcanzará para proyectiles lo más cercanos en tamaño al diámetro del tubo, sin llegar a que el rozamiento con las paredes sea alto o que provoque un giro del proyectil esférico. Si el proyectil es demasiado pequeño, es posible que no salga por el tubo. Lo mismo ocurrirá para presiones por debajo de un valor límite. El profesor debe valorar además, explicar a sus alumnos dos hechos en relación a la velocidad de salida del

proyectil: que no tiene por qué ser directamente proporcional a la presión inicial, y que para una misma presión, podría variar en función del ángulo de salida. Es más, estos fenómenos pueden ser objeto de estudio en un trabajo de investigación más amplio. Se pasa así de estudiar el movimiento del proyectil a describir también el funcionamiento del dispositivo implicado, todo ello en el mismo experimento. Además, ello condiciona el porqué de las distintas pruebas a realizar (variando ángulos y presión, y haciendo repeticiones). En definitiva, se está introduciendo al alumno en la manera de pensar del método científico, en la que él es el que “controla” el diseño, pero en base a razonamientos con una base conceptual (Caamaño, y otros, 2011a; UNESCO, 2005). Se huye, entonces, de las prácticas “receta” y se fomenta el pensamiento científico.

Respecto a la grabación del movimiento surgen dos fenómenos que pueden ser más difíciles de “adivinar” por los alumnos de Bachillerato, pese a que están capacitados para interpretarlos y resolverlos. Estos son: la escala de representación y la profundidad. Ambos están relacionadas con el hecho de que la grabación se realiza siempre “sobre un fondo” captado por la cámara. Y ese fondo es el que se dividirá en “píxeles” de acuerdo con la resolución aplicada. En este caso se ha usado siempre una resolución de 640x480 píxeles. Sobre ese fondo, será necesario establecer una referencia, de modo que se pueda realizar un cálculo de la escala de proporcionalidad (nº de píxeles por cm o viceversa). Por ello es habitual colocar una referencia de longitud conocida, o una por cada eje, para corregir la rotación de la cámara, o una rejilla completa en todo el fondo, de medidas conocidas. En la comprobación experimental realizada se ha experimentado con los dos sistemas.

El efecto de la “profundidad” tiene que ver con la situación del plano en el que están los objetos en relación al plano de fondo. Es fácil entender que cualquier punto más cercano a la cámara que el fondo, se asimila en la imagen final al punto del fondo dónde llega la proyección del anterior. Para esta experiencia, este efecto influye claramente. Esto se entiende mejor con la representación de la figura 3. El único “punto fijo” en este sentido es el centro de la imagen (que puede encontrarse por sus coordenadas en píxeles 320-240). Así, la distancia real entre un objeto más cercano a la cámara y ese centro, es

menor que la distancia que podría calcularse en la imagen en un factor de proporcionalidad que puede considerarse fijo para cada plano.

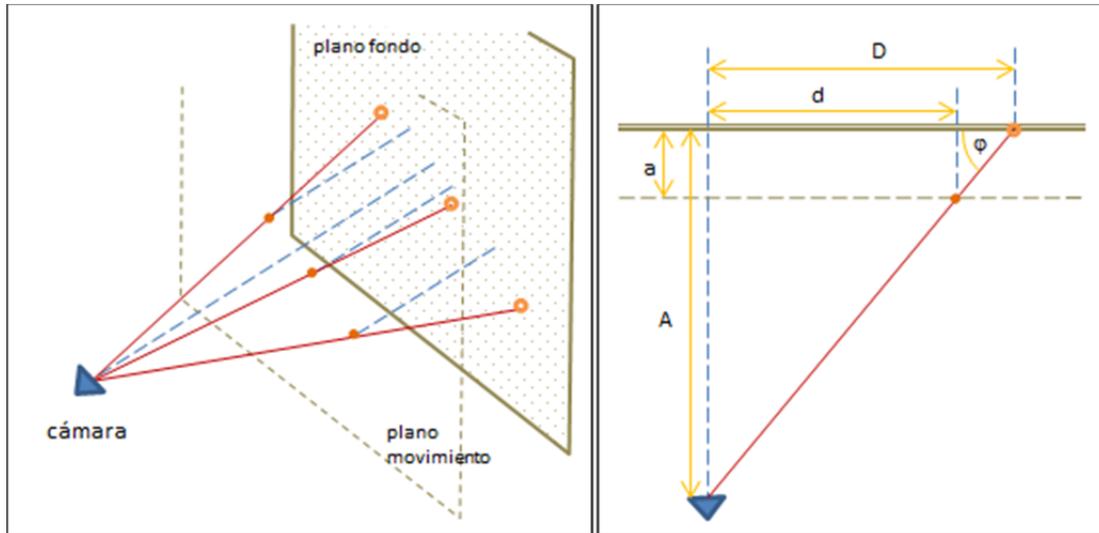


Figura 3: El efecto de la profundidad en las imágenes.

Para que ese factor sea constante y se pueda calcular, es necesario establecer algunas consideraciones en el diseño del experimento. En primer lugar, todos los “objetos intervinientes” deben estar lo más “nivelados” posible. El fondo usado, con la referencia, debe ser perpendicular al suelo, y por tanto paralelo al plano donde se produce el movimiento del proyectil. Y la cámara debe estar colocada de modo que el centro de la imagen quede perfectamente a la altura de la propia cámara y que no exista rotación del objetivo. Por último, hay que tener un objeto fijo en el plano del movimiento y otro en el fondo de los que conozcamos sus coordenadas exactas reales respecto al sistema que consideremos. Lo más sencillo es utilizar el punto de salida del tubo del lanzador, cuyas coordenadas serán, desde el sistema descrito $(0, y_0)$ y señalar de algún modo (con la rejilla o una referencia) esas coordenadas en el plano fondo. En definitiva, se trata de un problema geométrico (ver figura 3) para calcular el factor de profundidad en función del punto fijo conocido (se conoce de antemano D y d). El procedimiento inverso, para cualquier otro punto genérico, consistirá por tanto en calcular la distancia real d_p , en función de la que se puede calcular en el video, D_p , aplicando el factor calculado de modo inverso. Todo ello se recoge en las siguientes ecuaciones:

$$\tan \varphi = \frac{A}{D} = \frac{a}{D-d} \quad [7]$$

$$f = \frac{a}{A} = \frac{D-d}{D} \quad [8]$$

$$d_p = D_p(1 - f) \quad [9]$$

Fase 3: Experimentación, recogida de datos, tratamiento y realización de cálculos.

Una vez que los alumnos tienen claro el diseño y el plan de trabajo, se procede a la realización en sí de la experiencia. En la figura 4 se presenta una vista general del diseño y de los dispositivos implicados. Previamente, se han elegido los valores de ángulos de salida aproximados y presiones a utilizar (en la comprobación experimental, en base al manómetro utilizado, se han utilizado presiones de 0,4, 0,5, y 0,6 Kp/cm²). El procedimiento estándar debe ser comprendido por los alumnos en todos sus puntos.

En primer lugar, se ajusta el ángulo de salida variando la inclinación del tubo de salida del lanzador (1, ver figura 4). La medida puede hacerse con un medidor de ángulos, pero resulta más útil, al necesitar también la medida de la altura del punto central de salida del tubo (que se corresponde con y_0), estimar el ángulo conociendo ese valor, la longitud del tubo hasta el eje de giro (49,5 cm) y la altura inicial de ese eje sobre el suelo (7 cm) utilizando la función arco seno. En todo caso, el ángulo exacto se determinará con los cálculos de la trayectoria.

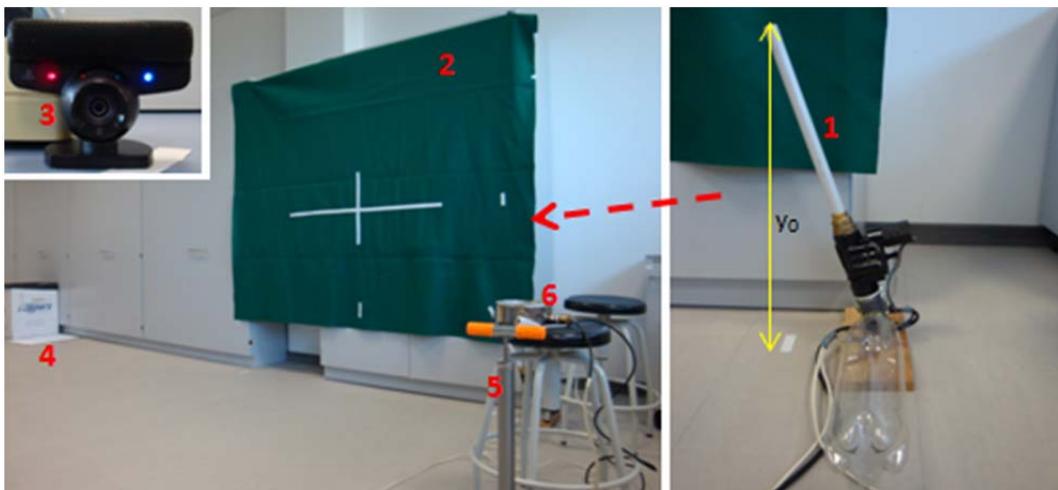


Figura 4: Vista general del diseño de la experiencia y sus dispositivos.

En segundo lugar se colocan adecuadamente el fondo con la referencia o rejilla (2) y la cámara web (3), convenientemente alineadas y niveladas. Se coloca el lanzador de modo que el punto de salida quede alineado con una referencia en el fondo. Se puede realizar un disparo de prueba y en base a éste colocar en el entorno del punto de alcance una hoja blanca con papel de calco sobre él, bien fijado (4). A continuación se configura la cámara web (resolución 640x480 pixeles, 75 imágenes por segundo, ganancia media y baja exposición) para comenzar la grabación comprobando que la imagen es correcta. Se inicia la grabación. Se introduce el proyectil en el lanzador y aire en el sistema con la bomba (5). Se dispara cuando el manómetro esté en la lectura indicada (6). Se para la grabación y se mide el alcance (4). Conviene avisar a todos los presentes en la sala de que se va a realizar el disparo para que nadie pueda interponerse y ocurra un accidente.

Todo esto se repite un número adecuado de veces para cada ángulo y presión elegidos (típicamente entre 3 y 5 para este nivel). Los alumnos deben entender la importancia de las repeticiones para la eliminación de errores, aunque en este trabajo se ha obviado el cálculo de estos para no introducir una excesiva complejidad.

El siguiente paso consiste en el tratamiento de los vídeos grabados para obtener los fotogramas como imágenes. Para ello se utiliza un software al uso, en este caso VirtualDub. Con él, se pueden almacenar, de cada vídeo, una sucesión de imágenes tipo mapa de bits (.bmp) que nos interesen. Lo más útil para el tratamiento posterior es extraer la imagen previa a la primera en que se ve el proyectil y todas aquellas en que se ve éste. En la comprobación experimental realizada se han obtenido de este modo entre 7 y 18 imágenes para la zona inicial y hasta 87 imágenes cuando se ha conseguido registrar un movimiento completo. Ejemplos de estas imágenes se ven en la figura 5.

El tratamiento básico de dichas imágenes consiste en registrar las distintas posiciones de los puntos de referencia y fijos (A, ver figura 5), así como del proyectil (B). El tiempo transcurrido entre cada fotograma es de 1/75 segundos, por lo que se puede realizar un análisis temporal. Esos registros se basarán en unidades “pixeles” que se transforman convenientemente a cm incorporando la corrección de escala y profundidad. En el apartado 4.4 se describe más a fondo todo ese proceso, al aplicarlo a los resultados obtenidos.

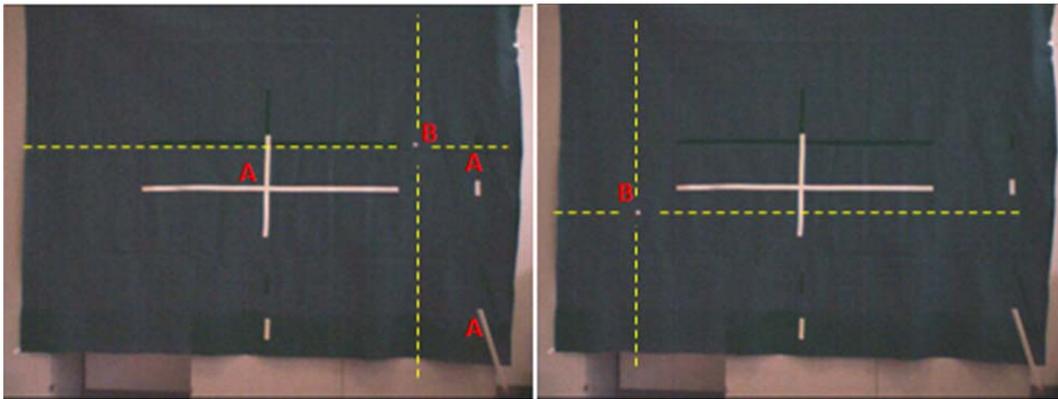


Figura 5: Ejemplo de dos imágenes obtenidas con posiciones señaladas.

Un tratamiento especial de las imágenes consiste en conseguir generar (mediante una macro de Excel en visual basic creada al efecto) una sola imagen a partir de todas las obtenidas de cada grabación. No sólo será más fácil registrar los puntos concretos en que se va encontrando el proyectil (sin necesidad de analizar imágenes una a una) sino que la imagen resultante es muy ilustrativa del movimiento y será muy útil para el aprendizaje de los alumnos. Además, este es otro punto en que se manifiesta la potencialidad del uso de las TICs, pero no de modo cerrado, utilizando aplicaciones pre-programadas, sino entendiendo exactamente el proceso que se sigue y mostrando al alumno que este conocimiento está a su alcance. Esto es favorecer realmente la competencia digital del alumno y no sólo su “instrumentación”. En el apartado 3.3 y el anexo I se describe algo más este recurso y en el 3.4 se presentan ejemplos de su uso.

El último paso es la realización de los cálculos y ajustes destinados a comprobar que el movimiento del proyectil se ajusta al descrito como “tiro parabólico”. Como se explica en los apartados siguientes, se pueden estimar la velocidad inicial y el ángulo inicial y comprobar que el movimiento se ajusta a los efectos de la gravedad.

Fase 4: Discusión de los resultados, redacción de un informe y aplicaciones.

El profesor de ESO y Bachillerato debe ser capaz de transmitir dos ideas fundamentales en relación al trabajo científico: su utilidad no sólo está basada en la realización de experimentos complejos y la toma de gran cantidad de datos, sino en el adecuado tratamiento de esos datos y su discusión, con el objetivo de establecer, comprobar o refutar las hipótesis de trabajo, así cómo presentar todo ello

adecuadamente, con un lenguaje y estructura concretos, introduciendo además las posibles aplicaciones y las consecuencias de lo descubierto, que además sean la base de trabajos posteriores. La interpretación de los resultados, la argumentación y su presentación es tan importante o más que la realización del experimento (Caamaño, y otros, 2011a). Desde el punto de vista del proceso de enseñanza y aprendizaje, una buena presentación de los resultados es un síntoma de que se han adquirido los conocimientos requeridos.

De nuevo, para que el alumno adquiera esta competencia, será necesario que durante su etapa educativa, tenga a su disposición unos criterios claros de cómo realizar un buen informe final y ejemplos de ello. Este punto además, es una de las bases para la evaluación del alumno, de la que se hablará en un apartado posterior.

Por último, como colofón de la experiencia, puede diseñarse una actividad aplicativa, incluso con un fin más o menos lúdico. En este caso, como se propondrá más adelante al hablar de posibles variantes, una vez caracterizado el dispositivo lanzador, se puede generar una pequeña competición entre grupos de alumnos consistente en acertar con un proyectil en un blanco dado, sorteando obstáculos conocidos. Es decir, de alguna manera, es volver al punto inicial, y aportar un final más motivador y relajante.

3.3. Materiales y recursos.

A continuación se describen los elementos básicos utilizados, tanto materiales como de software, en el desarrollo de esta experiencia. Todos ellos (o sustituidos como se indicará) pueden ser contruidos o estar disponibles fácilmente en un centro de educación secundaria.

a) Dispositivo lanzador.

El aparato completo puede verse en la siguiente figura. Éste en concreto fue construido por el profesor José M^a Muñoz Muñoz, no con la finalidad que aquí se le da, sino con fines más lúdicos. El diseño está basado en sistemas caseros de propulsión de cohetes simulados (construidos con cartón, corcho u otros materiales) que pueden

encontrarse en internet. El funcionamiento es similar, colocando el “cohete” sobre el conducto de salida.

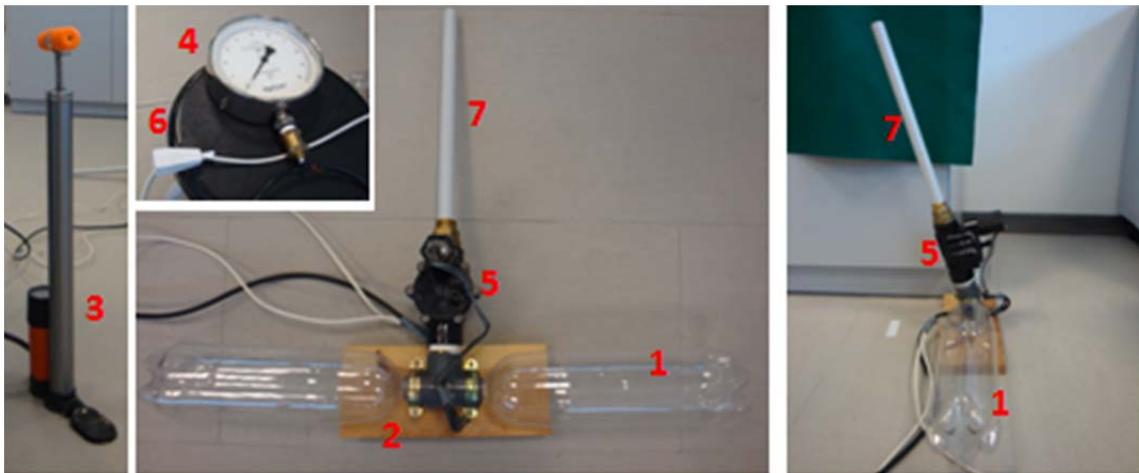


Figura 6: Dispositivo de lanzamiento completo con todas sus partes.

Consta básicamente de dos botellas de refresco de 2 litros (1) que funcionan como depósito. Estas se unen a los dos extremos de una pieza de PVC en forma de T (2). Esta pieza se une a un soporte mediante unas abrazaderas, que también permiten el giro de la pieza respecto al soporte y por tanto del resto del sistema, como puede verse en la figura. En la T se ha insertado una conexión para un tubo de llenado, el cual está conectado al final con una bomba de aire (3, como las usadas para una bicicleta). Entre ellas, se ha insertado un manómetro (4) para medir la presión interna de las botellas (en realidad la lectura corresponde a la “sobrepresión”, es decir, la variación de presión respecto a la presión atmosférica). Al otro extremo de la T se une una electroválvula (5), de medidas adecuadas y con una velocidad de apertura relativamente alta, del que salen dos conexiones correspondientes, una a los bornes de una fuente de alimentación o una pila, según se disponga, y otro a un pulsador (6) para abrir la válvula y efectuar el disparo. A la salida de la electroválvula está unido un tubo de PVC (7, 18 mm de diámetro externo). En éste, cerca de la electroválvula, se insertaron dos pequeños alambres pasantes cruzados entre sí, cuya finalidad es sostener la bola usada como proyectil para que ésta no bloquee la válvula, pero sin que introduzcan excesiva perturbación.

El funcionamiento se ha descrito en apartados anteriores. Se introduce aire en las botellas, creando una sobrepresión. Al activar el pulsador, se abre la válvula, una cantidad de aire es empujado fuera por el tubo y éste empuja la bola. Como se ha dicho, el tamaño

y capacidad de este dispositivo es adecuado para el fin que se construyó. Un profesor de Bachillerato dispuesto a implementar esta práctica puede investigar modificaciones del montaje (suele ser muy común consultar también con los compañeros del departamento de tecnología, e incluso implicar a los alumnos en la construcción del mismo). Por ejemplo, y pensando en limitar la velocidad de salida, se podría probar la utilización de una sola botella más pequeña y de incluir un sistema de anclaje más eficiente para poder fijarlo por ejemplo a una mesa, e incluso incluir un medidor de ángulos en el propio dispositivo y otros modelos de bomba y manómetro. En todo caso, el sistema no tiene ninguna pieza que no sea de fácil localización y es además completamente portátil.

Por último, una observación importante respecto al lanzamiento. La mayor reproducibilidad del lanzamiento a cada presión se obtiene al permanecer activado el pulsador el tiempo necesario para que se iguale la presión interior y exterior. De otro modo, no es controlable la cantidad de aire que sale, y por tanto, variará la velocidad de salida del proyectil.

b) Fuente de alimentación.

En las pruebas de funcionamiento se ha utilizado una fuente de tensión de laboratorio, alimentando la válvula con 6 V, por lo que, si es necesario se podría alimentar con simples pilas, haciendo completamente autónomo el dispositivo. En el caso de hacerlo así, sólo hay que tener la precaución de desconectar las pilas después de cada lanzamiento para no descargarlas en poco tiempo.

c) Proyectiles.

En las pruebas se ha usado generalmente un único proyectil, una bola de acero de 15 mm de diámetro. En algunas pruebas se recubrió ésta de una sola capa de cinta aislante blanca. Este tipo de proyectil es el más recomendable, por su homogeneidad y su forma. Se realizó también alguna prueba usando como proyectil una pieza cilíndrica de madera con final en forma de cono bajo, con la intención de observar de modo cualitativo, la influencia del tipo, forma y peso del proyectil en relación al dispositivo lanzador.

d) Fondos de referencia.

Se han utilizado dos tipos de fondos con referencias de escala, que aparecen en la figura 7. El primero de ellos es una tela de paño verde, de aspecto similar al usado como base en las mesas de billar. Sobre él se han colocado, convenientemente niveladas, dos referencias cruzadas con cinta aislante blanca, de 100 y 40 cm, y dos pequeñas tiras de referencia para indicar la vertical inicial (eje $x = 0$, alineado al cual se ha de colocar el punto central final del tubo de salida del lanzador) y el eje central, para poder corregir visualmente el giro de la cámara web. Con éste fondo es con el que se utilizó la bola de acero con la cinta aislante blanca, con la idea de mejorar lo más posible el contraste entre objeto y fondo. Al ser, de este modo, más ajustada la relación entre el proyectil y el tubo, se alcanzaron velocidades de salida mayores, y sólo era posible utilizar presiones bajas sin que el proyectil rozara el techo del laboratorio. Por ello, y también para utilizar un fondo más fácil aún de conseguir, se utilizó también el otro fondo de referencia. En este caso, consiste en un mantel de papel, con una cara de color negro, que se puede adquirir en cualquier tienda “multi-hogar”, sobre el que se superpone una rejilla completa con cinta aislante blanca, creando cuadrados de 20 cm. de lado entre puntos similares.

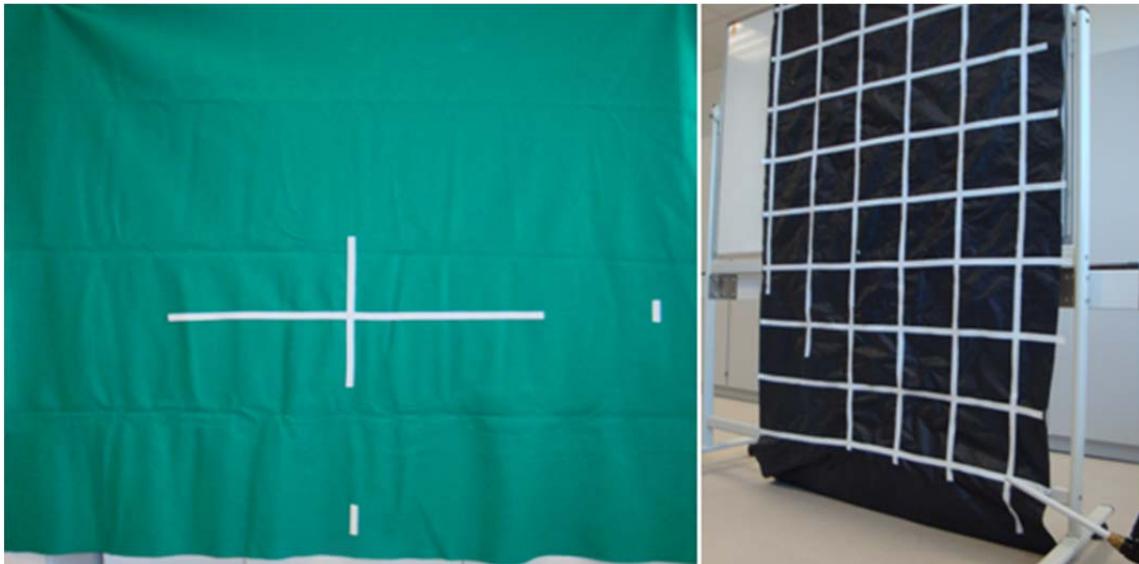


Figura 7: Fondos usados con sus sistemas de referencia.

e) Cámara digital “PlayStation Eye” de Sony™.

Más que una cámara web, esta cámara se diseñó como complemento para la PlayStation 3 (por lo que no será difícil que algún alumno pueda prestarla para la realización de la experiencia), y utiliza tecnología que está pensada para el reconocimiento del movimiento. La utilidad de dicha cámara en esta experiencia o similares se basa en la resolución y la tasa de imágenes o “frames” por segundo (fps) que es capaz de grabar: hasta un máximo de 75 fps en 640x480 píxeles o hasta 187 fps en 320x240 píxeles. Esto aporta una capacidad muy alta de resolución temporal con poco error.

f) Otro material: Evidentemente, un PC con el software adecuado y conectores USB, así como nivel, cinta métrica, papel de calco y otro material genérico disponible en cualquier laboratorio de un centro de Bachillerato.

g) Software de control y grabación.

Para controlar la cámara y registrar los vídeos correspondientes se ha utilizado un controlador de libre descarga válido para este dispositivo conectado a un PC en lugar de la consola original. Se llama CL-Eye-Toy y está creado por Code Laboratories y disponible en varias páginas de internet. Para la grabación se requiere espacio suficiente en disco, ya que los vídeos se generan en un formato bruto muy pesado, que luego pueden comprimirse a otros formatos más habituales. Los puntos fundamentales de uso son: escoger la configuración y resolución recomendada y también la ganancia y exposición. En este tipo de experiencias interesa que la exposición sea lo menor posible, ya que al analizar cada fotograma se quiere ver el objeto móvil en una posición fija y no alargado por el efecto de su propio movimiento. Convendría que los alumnos entendieran también este fenómeno y cómo “graban” las cámaras.

h) Software de tratamiento de video.

Para el tratamiento de video y la extracción de imágenes se ha utilizado el programa VirtualDub (Copyright de Avery Lee, de libre distribución y descarga para uso no comercial). Este programa nos permite analizar el video capturado fotograma a fotograma, comprobando que la grabación ha sido correcta, comprimirlo a formatos habituales (como .avi), incluso cambiando la tasa de presentación de imágenes por

segundo, introducir filtros (como contraste, brillo, escala de grises, inversión, etc.), y extraer al disco duro un grupo de fotogramas seleccionados, cada uno de ellos en formato de mapa de bits (.bmp) con los correspondientes filtros aplicados. Estas son las funciones utilizadas en esta experiencia.

i) Macro de tratamiento de imágenes.

Para facilitar el análisis de datos y la visualización en imágenes de los resultados de la experiencia se ha utilizado una hoja Excel con un macro programado en VBA, cuya finalidad es generar una imagen “total” con todos los puntos, lo cual no es del todo trivial. El “Visual Basic for applications” (VBA) es el lenguaje de programación de macros (o macroinstrucciones) de Microsoft asociado a sus programas propios, en especial los del paquete Office, como un “dialecto” de BASIC para esos programas.

En esta experiencia se ha partido de una macro ya realizada por mis tutores con idéntica finalidad y se ha procedido a hacer una modificación del código de procesamiento de imágenes de acuerdo con las necesidades del problema, así como una modificación estética de la pantalla de introducción de datos y otros complementos. En el anexo I se presenta la parte nueva del código y una explicación sencilla de su funcionamiento general.

j) Otro software: Las imágenes pueden abrirse con un programa tipo Paint, siendo lo único necesario poder determinar las “coordenadas” en píxeles dentro de la imagen. También se han usado el programa Excel, para el tratamiento de datos, en especial la herramienta “Solver” para los ajustes numéricos. Esta herramienta consigue reajustar unos parámetros indicados de modo que se consigue minimizar (o maximizar) una celda variable. Por lo tanto, si la celda variable que se le indica es la suma del cuadrado de la diferencia entre los valores experimentales y los predichos, en el fondo lo que se realiza es un ajuste de mínimos cuadrados pero controlando los parámetros que en verdad se quieren variar, y en el entorno de los valores iniciales de los parámetros

3.4. Comprobación experimental y discusión.

Cuando un profesor va a proponer la realización de una práctica, trabajo o experiencia (ya sea de propia creación, en base a guiones y material creado para ello, o en base a artículos u otra documentación), considero que debe conocer toda aquella situación, problema, funcionamiento, rangos de uso y validez, etc... relacionados con ella. Es decir, debe haber realizado por sí mismo la experiencia, en base a tener claro qué proponer a los alumnos, cómo proponerlo, cuales son los objetivos básicos de aprendizaje y que elementos son superfluos y cuales problemáticos. Bajo esta perspectiva, al plantearme la realización de una experiencia de tiro parabólico, y una vez considerado el material con que contaba, y el uso del video digital y las imágenes en el análisis, mi primer trabajo había de consistir en probar el funcionamiento y la validez de todo el proceso y las herramientas a utilizar, a la vez que se iban introduciendo ajustes en modo “retroalimentación”, cómo corresponde al método científico (ver figura 1).

El punto de partida fue probar que se podía obtener un video de un lanzamiento, de modo cualitativo. Se colocó la cámara de modo que pudiera obtenerse una perspectiva amplia, y se realizó un lanzamiento de la bola de acero con una sobrepresión de $0,4 \text{ Kp/cm}^2$ aproximadamente. Se registró un video que se acotó a poco más de 1 segundo de duración en que se ve el proyectil. De él se extrajeron 80 imágenes, que se utilizaron con el macro de Excel. Uno de los complementos de dicha macro consiste en poder dibujar sobre la imagen final una parábola. En la figura 8 se presentan la imagen “total” obtenida con y sin una parábola. Por sí misma, esta imagen ya tiene un alto valor tanto para el desarrollo de la práctica, como desde el punto de vista pedagógico. La visualización completa de todas las posiciones del objeto puede influir en una mejor y más rápida comprensión del fenómeno por parte del alumno, que está visualizando lo que pasa en un solo segundo. Como puede verse, el movimiento del proyectil se ajusta muy bien a una parábola, lo cual ya es un indicio de que la fricción no es muy alta, a falta de un análisis del comportamiento exacto y el alcance. La presentación a los alumnos del video grabado, reproduciéndolo por ejemplo a una tasa de 10 imágenes por segundo, puede completar y mejorar aún más la presentación del fenómeno de tiro parabólico.

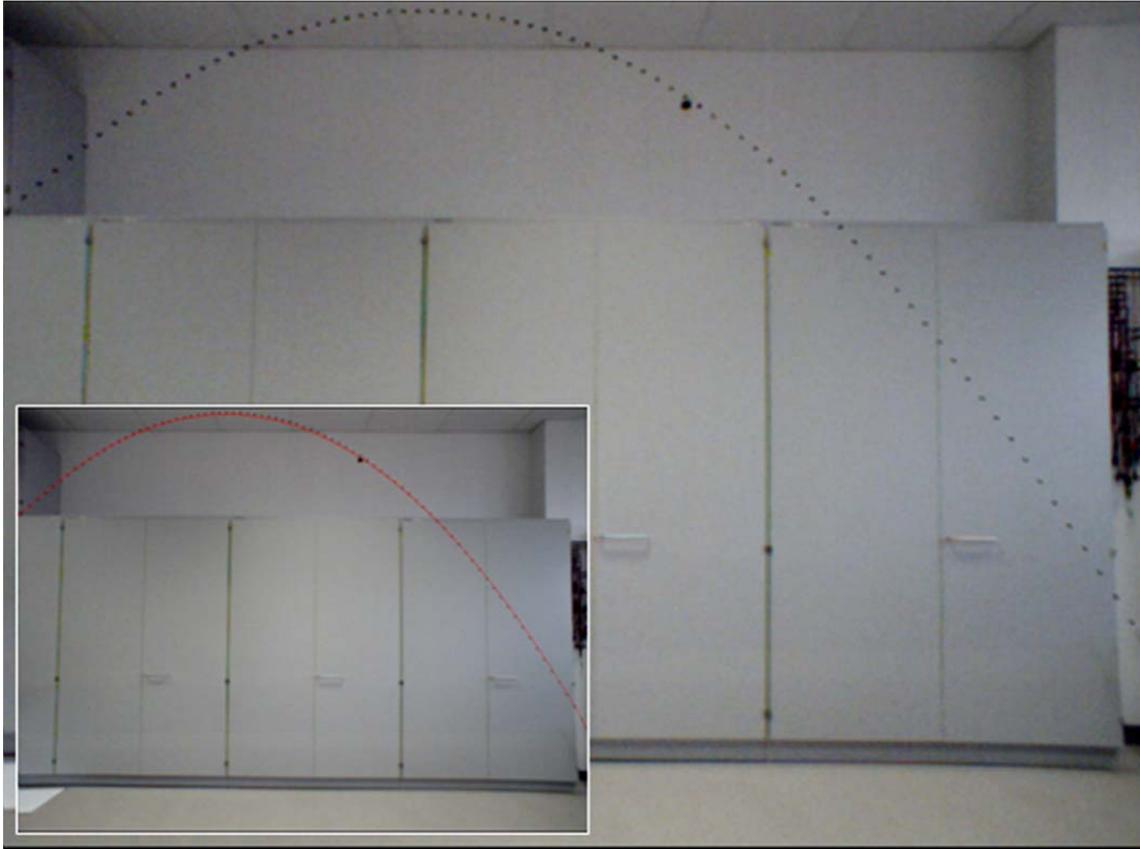


Figura 8: Imágenes generadas para un lanzamiento tipo.

El siguiente paso consistió en introducir el fondo de referencia y las características de diseño destinadas a poder realizar medidas concretas. Pese a ello, y pensando en que muchos profesores pueden tener una baja disponibilidad de tiempo para la realización de una experiencia similar, me planteé realizar un lanzamiento que pudiera grabar completo (por lo tanto a baja presión y un ángulo relativamente elevado). Por sí mismo, un solo lanzamiento de estas características puede cubrir la mayoría de los objetivos de aprendizaje que puedan plantearse. Simplemente, se obvia la reproducibilidad en los lanzamientos a igual presión y la caracterización del dispositivo de impulsión.

Por tanto, se colocó el fondo de referencia verde que se ha descrito anteriormente y se preparó el montaje. La altura del punto final de salida del tubo se midió en 0,538 m., por lo que el ángulo estimado sería de 72,8 grados. Se colocó ese punto en la vertical fija que se toma como eje. Tras algunas pruebas, se determinó que para conseguir grabar un tiro completo se debía trabajar con una presión manométrica algo por debajo de 0,3 Kp/cm². Se realizó la grabación, se extrajeron 84 imágenes a tratar (poco más de un segundo de video) y se registró un alcance de 1,78 m. En la figura 9 se presenta la imagen

total resultante obtenida con la macro. En dicha figura se han indicado además las verticales relacionadas con el punto real del fondo que se establece como $x = 0$ y la correspondiente a la salida del tubo de lanzamiento. Como era de esperar, por el efecto de la profundidad, estas líneas no son coincidentes, aunque el efecto es muy pequeño, al poder aproximar lo máximo posible el lanzador al fondo. Otra de las cosas que se ve analizando esa imagen es la importancia del contraste entre el fondo y el objeto móvil (en este caso la bola recubierta de cinta). Por ello, en lanzamientos sucesivos, a la hora de extraer las imágenes, se introdujeron filtros previos ajustando brillo y contraste, de modo que se optimizara la visualización posterior.

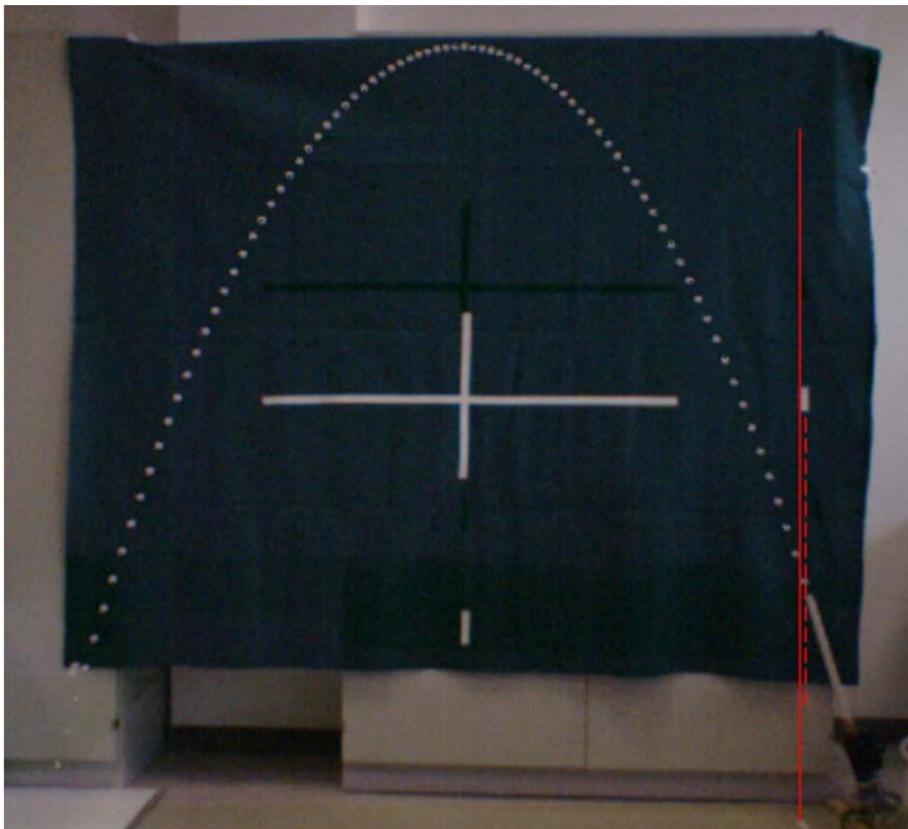


Figura 9: Imagen "completa" de un tiro parabólico con fondo de referencia.

Con dicha imagen, el siguiente paso consiste en comprobar que medidas podemos realizar y que datos resultan de ellos. A continuación, se expondrá detalladamente el procedimiento seguido en todos los casos de grabaciones de este trabajo. El primer paso consiste en calcular los factores de corrección de escala y de profundidad. Para el primero, se toman las coordenadas en píxeles de varios puntos cuyas distancias reales entre ellos son conocidas, en especial, los extremos de cada eje cruzado, el centro (para

éste caso $x=80$ cm, $y=100$ cm) y las referencias a la izquierda ($x = 0$) y abajo. Se crean todas las combinaciones posibles entre esos puntos, de modo que se obtengan varios valores del cociente $\Delta\text{pix}/\Delta\text{cm}$. Si no se ha diseñado mal el experimento, entre puntos correspondientes a una misma vertical u horizontal, el valor de la coordenada correspondiente debe ser muy similar. En caso contrario, la cámara está girada, y sería aconsejable repetir el lanzamiento, ya que, aunque podría corregirse matemáticamente, la complejidad introducida sería contraproducente. Hecho todo ello, para el caso presentado, se halló un valor medio con el que trabajar de $E = 2,149$ pixeles/cm.

Se presentan ahora dos notas de diseño: en primer lugar, por comodidad, en todo el cálculo se ha trabajado con las distancias en cm.; y en segundo lugar, al forzar para poder ver un tiro completo, se hace el factor de escala relativamente pequeño, lo cual va a introducir una posible fuente de error a considerar. A la hora de registrar la posición del proyectil en la imagen, en coordenadas tipo pixel por pixel, hace que el objeto sea apenas un cuadrado de 3×3 pixeles. A veces por efectos de imagen, o sombras, se pueden confundir estas con el objeto y ser difícil determinar la posición central.

Para la corrección de la profundidad, cómo ya se ha establecido, se calcula el valor de f , la relación entre las distancias reales en el plano fondo y las obtenidas de los objetos situados en un plano anterior (Nota: Hay que tener en cuenta que la situación del punto 0,0 en pixeles en una imagen es la esquina superior izquierda). Para ilustrar el cálculo de presenta el siguiente cuadro:

Punto fijo de referencia B		Punto tubo lanzamiento A	
$x = 80$ cm	$X (\text{pix}) = 305$	$x = 0$ cm	$X (\text{pix}) = 483$
$y = 100$ cm	$Y (\text{pix}) = 231$	$y = 53,8$ cm	$Y (\text{pix}) = 334$
Distancia A-B en plano movimiento		Distancia A-B en fondo	
$d = \sqrt{(100 - 53,8)^2 + (80 - 0)^2} = 92,38$ cm		$D = \sqrt{(334 - 231)^2 + (483 - 305)^2} = 205,65$ pix	
Distancia A-B con escala		Factor de profundidad	
$d = 92,38 \times 2,149 = 198,51$ pix		$f = 1 - (d/D) = 0,0347$	

Tabla 1: Ejemplo de cálculo del factor de profundidad.

Como puede verse, el cálculo se hace directamente con dos puntos fijos, sin tener en cuenta ya el centro de la imagen a partir del cual se definió el factor. La comprobación de que esto es correcto es un problema geométrico que debería ser fácil de comprender (en base al teorema de Tales y/o del seno) por los alumnos de Bachillerato. Incluso, podría existir una coordinación con el profesor de Matemáticas, para que utilice este caso cómo ejemplo en su materia. Por último, para calcular el factor podrían utilizarse sólo las coordenadas verticales y horizontales, y el resultado debería ser el mismo, por la misma razón que lo expuesto antes. Sin embargo, al hacerlo, los factores resultantes son 0,0342 utilizando las “x” y de 0,0361 usando las “y”. Evidentemente, son muy similares, y su variación depende del error de escala y otros errores al registrar los valores (en especial la medida de la altura del tubo respecto al suelo) e incluso podría depender de las aberraciones ópticas introducida por la cámara. En todo caso, el utilizar la distancia punto-punto para calcular f, “promedia” en algún modo el valor.

Una vez calculados los valores de E y f, el siguiente paso es ir calculando las posiciones por la que va pasando el objeto móvil, de acuerdo con la imagen total que se ha generado. Así, para cada posición sucesiva se anota: un número de orden, comenzando por el 0, y las coordenadas en pixeles. Para obtener la posición en base al sistema de referencia que nos interesa se realiza el siguiente proceso ejemplificado para cada posición. Se utiliza el valor de configuración de la cámara de 75 fps.

Posición del proyectil		Punto tubo lanzamiento A	
Orden - 27	X (pix) = 355 Y (pix) = 71	x = 0 cm y = 53,8 cm	X (pix) = 483 Y (pix) = 334
tiempo acumulado	distancias D en pix	Distancia real cm	Posición real
t = 27/75 = 0,36 seg	$\Delta X = 483 - 355 = 128$ $\Delta Y = 334 - 71 = 263$	$\Delta x = 128 * (1-f)/E$ $\Delta y = 263 * (1-f)/E$	x = $\Delta x + 0 = 57,5$ cm y = $\Delta y + 53,8 = 171,9$ cm

Tabla 2: Ejemplo de cálculo de una posición del proyectil.

Es decir, tenemos establecida la posición en referencia a un tiempo acumulado (en esta escala $t=0$ se corresponde con la posición de la primera imagen del proyectil que se ve, del que también se calcula su posición x_0, y_0). Podemos representar por tanto esas posiciones y analizar sus características. En la figura 10 se presenta la gráfica de la coordenada x del proyectil en función del tiempo. Como puede verse, es claramente una línea recta, tal y como era de esperar, al haber supuesto que no existe fricción (confirmándolo además) en base a la ecuación [1]. Además, la pendiente de esa recta ha de ser por tanto la componente x de la velocidad inicial, v_{0x} , o el producto $v_0 \cos \alpha$. Por tanto, se puede calcular este valor para el ejemplo, mediante el ajuste por mínimos cuadrados. Para restringir el ajuste y prevenir soluciones no interpretables, no se realiza un ajuste con dos parámetros libres (pendiente y ordenada), sino sólo uno, forzando a que la ordenada en $t=0$ sea, lógicamente, el valor x_0 . Para ello, en una hoja Excel, se calculan los valores sucesivos de un $x_{teorico}$, en base a parámetros de partida, y se calcula la suma de todos los valores $(x_{teo} - x_{exp})^2$. Después, se ejecuta la herramienta Solver de Excel, indicando que se busca minimizar ese valor modificando sólo el parámetro de la pendiente de la recta. En la misma figura 10 se presentan los resultados del ajuste, incluido el coeficiente de correlación de Pearson.

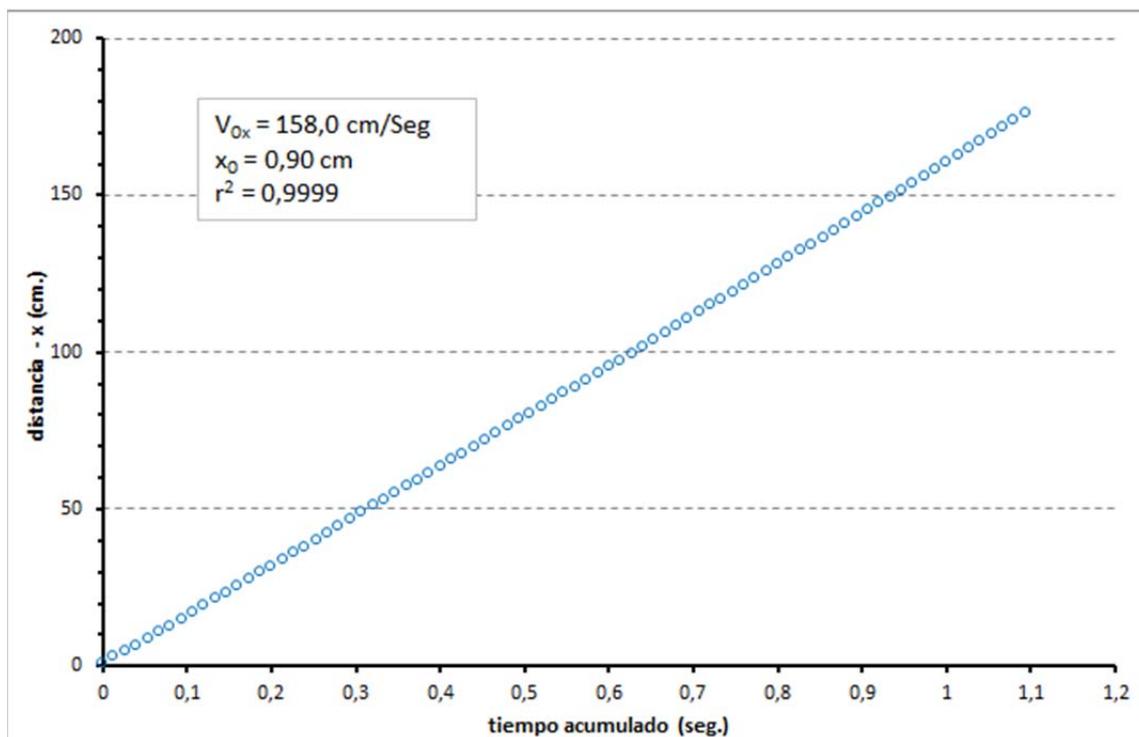


Figura 10: Gráfico x vs t para el tiro parabólico de la figura 9 y ajuste.

Algo similar puede hacerse para la relación entre la coordenada y del movimiento y el tiempo. Esta gráfica se presenta en la figura 11. En este caso, cómo era esperable también, la forma de la gráfica es una parábola ($y = at^2 + bt + c$), correspondiente a la ecuación [2]. En la figura 11 se presentan también los resultados del ajuste de esos valores (y vs t). En este caso, se toma una predicción parabólica en que se fuerza unos valores fijos ($a = -g/2$, $c = y_0$) y se deja variable el parámetro $b = v_{0y}$.

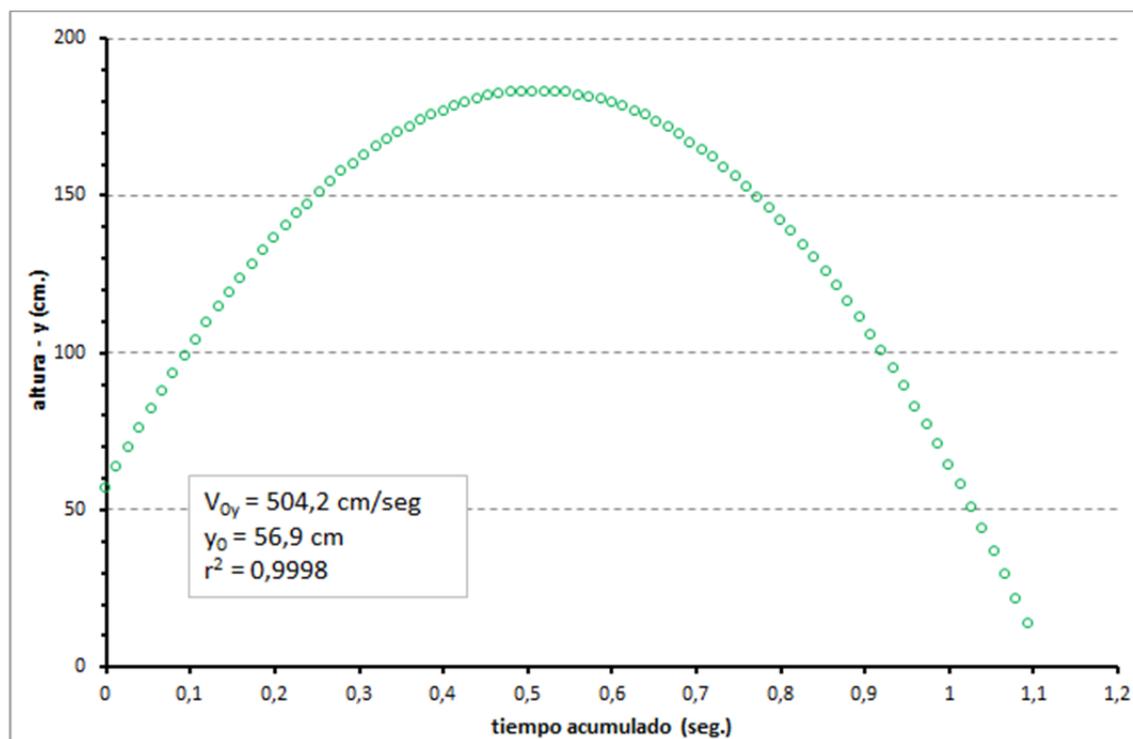


Figura 11: Gráfico y vs t para el tiro parabólico de la figura 9 y ajuste.

Sólo con la observación de estas dos gráficas (10 y 11) ya se puede entender mejor en que consiste la idea del tiro parabólico cómo una superposición de dos movimientos, uno horizontal sin aceleración y otro vertical bajo la acción de g. También puede ser útil, para su visualización, realizar una gráfica de la velocidad media entre puntos sucesivos en función del tiempo, buscando la relación v_y frente a t, cuya ordenada en el origen será v_{0y} (coincidiendo muy bien con el del ajuste anterior) y su pendiente, -g (ver figura 12). Más allá de esos cálculos, esta representación sirve para extraer y fijar información en torno al tiro parabólico. Es un movimiento con aceleración constante, negativa respecto al eje “y”, y se ve cómo va disminuyendo hasta anularse (en el punto de máxima altura), y luego aumenta en módulo al mismo ritmo, pero cambia de sentido.

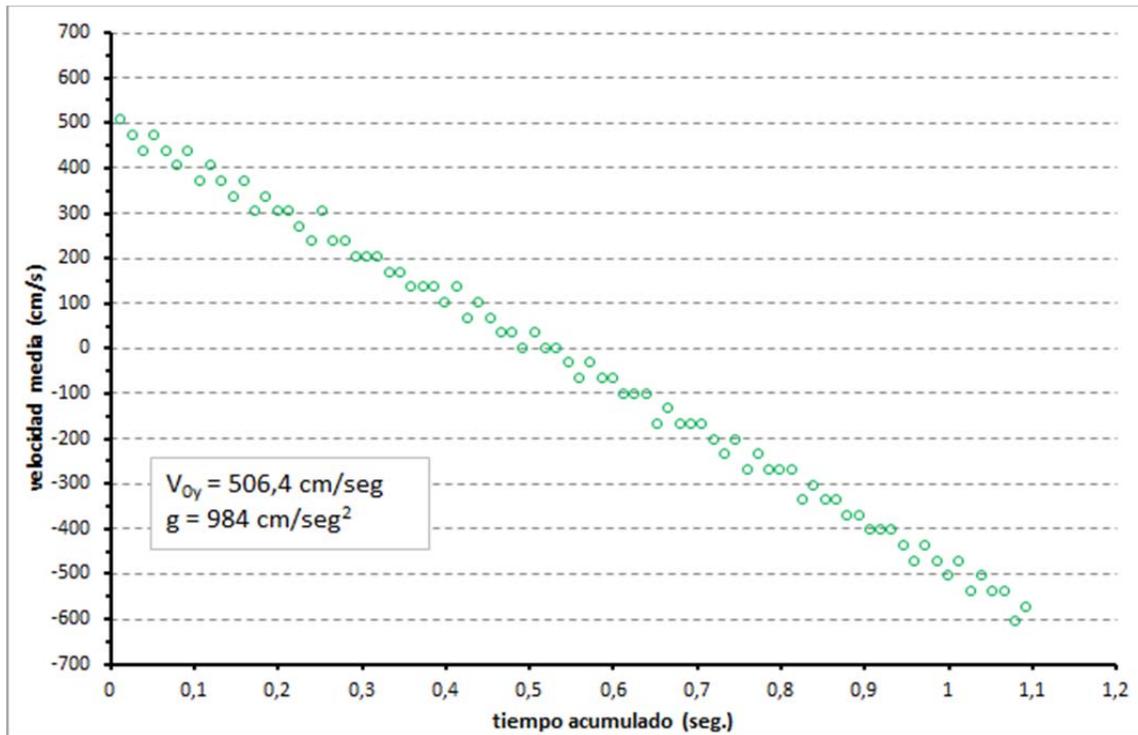


Figura 12: Gráfico velocidad media en eje y vs t para el tiro parabólico de la figura 9 y ajuste.

En base a los resultados obtenidos de los ajustes se pueden calcular el valor de la velocidad inicial, y el de la tangente y el ángulo inicial:

Velocidad inicial v_0	$\tan \alpha_0 = v_{0y} / v_{0x}$	α_0
528,4 cm/s	3,19	72,6 grados

Tabla 3: Resultados del ajuste.

El último ajuste a realizar es comprobar la forma de la trayectoria total (y vs x) y comprobar si es consistente con el valor del alcance determinado (anotados 178 cm.) Ésta debe ser parabólica, como se muestra en la figura 13, de acuerdo a la ecuación [3]. En este caso, también puede ser interesante realizar un ajuste, aunque ya viene condicionado por el anterior, del parámetro a de la parábola, y en base a él calcular un valor experimental de la aceleración de la gravedad, aunque el diseño de este experimento no está pensado para ese objetivo. Así, se fijan los valores de b y c de acuerdo a la ecuación [3] y se calcula.

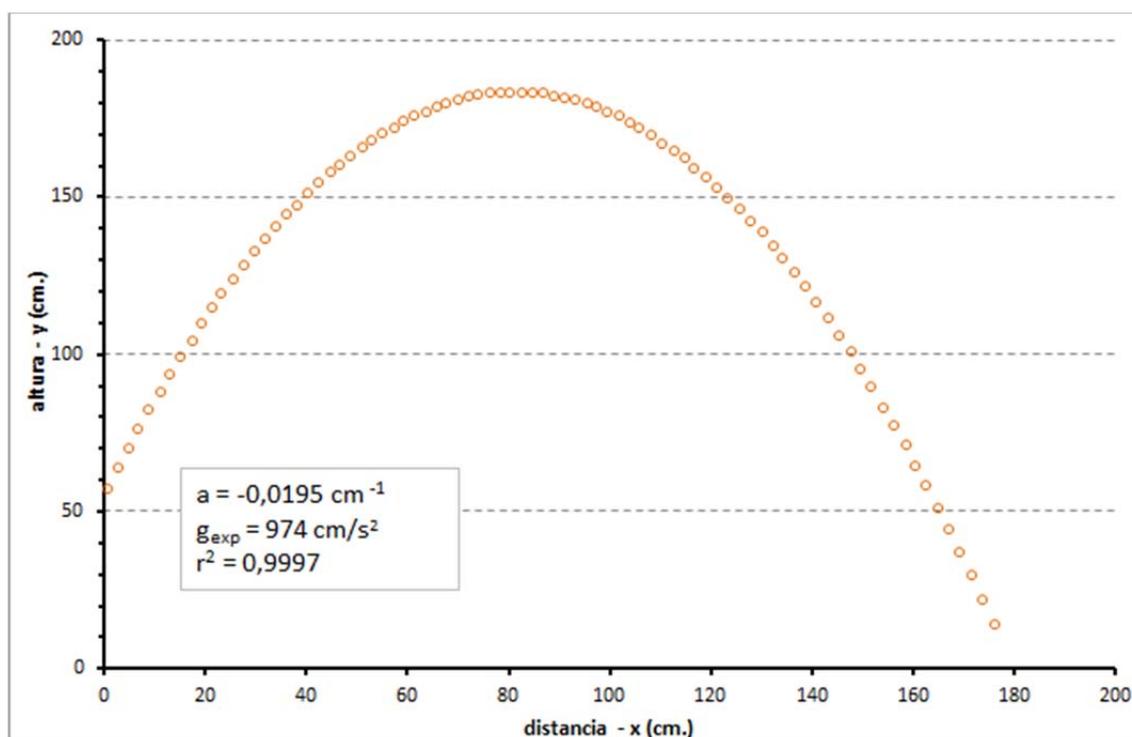


Figura 13: Gráfico y vs x para el tiro parabólico de la figura 9 y ajuste.

Con todos los valores estimados se pueden calcular también, según las ecuaciones [4], [5] y [6]:

$x_{h_{\max}}$	h_{\max}	R
81,6 cm.	184,3 cm.	178,6 cm.

Tabla 4: Resultados estimados en función del ajuste.

Tanto por la comparación numérica, cómo por la comprobación visual en el video, se demuestra la consistencia de estos valores respecto al experimento. Con esto, se ha presentado el procedimiento completo usado en esta experiencia a la hora de caracterizar un tiro parabólico. Con ello sería suficiente para plantear una pequeña práctica a los alumnos, o presentarla de modo cualitativo. En función del tiempo y las circunstancias, la propuesta concreta del profesor puede ser más o menos amplia.

Para este trabajo, sin embargo, en base a cubrir todas las propuestas posibles que un profesor de Bachillerato pueda hacer, se ha indicado la necesidad de profundizar en la descripción de las características de reproducibilidad y funcionamiento del dispositivo

lanzador usado, así como experimentar con diferentes situaciones y posicionamientos del montaje. Por ello, se realizaron algunas pruebas más.

En primer lugar, en base a determinar la presión de trabajo útil para obtener una grabación completa como la del ejemplo, se hicieron varias pruebas con el mismo ángulo inicial y diferentes presiones. Se utilizaron también las imágenes de dichas pruebas para probar si la macro de tratamiento de imágenes servía para “sumar” a su vez imágenes generadas previamente, en base a configuraciones similares, comprobando que era posible. En la figura 14 se presenta esa imagen referenciada y con la velocidad inicial calculada por el procedimiento explicado. La pérdida de algunos puntos es debida al efecto de sumar imágenes de dos situaciones distintas (en definitiva, las imágenes ya no se toman en un instante muy corto, y pueden aparecer diferencias de brillo e iluminación). Por ello, lo mejor para estos tratamientos es forzar el contraste, aunque el resultado sea algo oscuro.

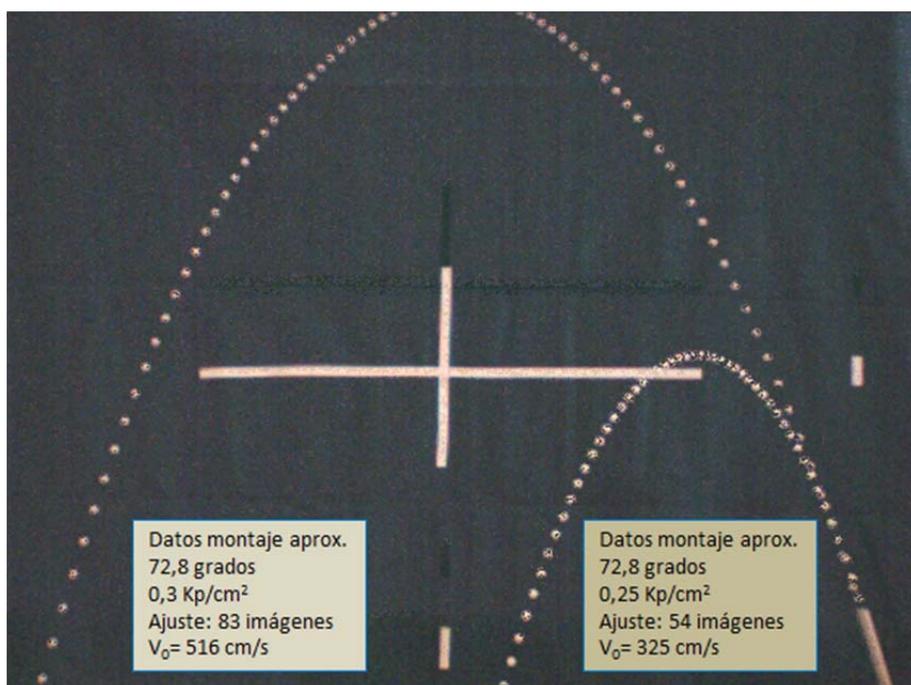


Figura 14: Comparación de lanzamientos a igual ángulo y distinta presión

Esta imagen será muy útil para los alumnos por dos motivos: en primer lugar, es algo derivado de una experiencia real, no hay “ajuste ni truco”, y lo percibirán como real, de distinto modo a una gráfica al uso dibujada por un profesor, o el resultado de un “aplet” virtual; y en segundo lugar, se entiende bien el hecho de que a menor velocidad,

el alcance y la altura máxima disminuyen, debido al efecto de la gravedad, pero la forma sigue siendo parabólica.

También, al ser condiciones similares, se pueden comparar los valores de la velocidad obtenidos para el primer ejemplo (528 cm/s) y en este segundo (516 cm/s). Pese a ser valores distintos, pueden considerarse perfectamente dentro del margen de error debido a la medida de la presión en el manómetro y a la decisión temporal exacta de apretar el pulsador de lanzamiento. Con ello, parece que los lanzamientos con este dispositivo van a ser altamente reproducibles.

Otro de los hechos básicos que es objeto de aprendizaje sobre el tiro parabólico es la influencia del ángulo de salida. Para estudiar este hecho se realizaron, con un montaje similar al visto hasta ahora, varias pruebas, utilizando una misma presión nominal de lanzamiento (0,4 Kp/cm²), y diversos ángulos. En la siguiente tabla se presentan algunos datos de descriptivos de dichas pruebas y los resultados del cálculo de velocidades iniciales. En este caso, no se ha atendido a todo el movimiento, sino a la primera zona más cercana al lanzador, colocando la cámara de modo conveniente.

Altura inicial (cm)	44,5	41,5	39	30,5
Ángulo estimado (°)	49,3	44	40,3	28,3
Alcance exp. (cm)	752	790	764	710
Nº imágenes	21	21	21	19
V_{0x} (cm/s)	551	619	641	761
V_{0y} (cm/s)	637	591	552	422
V₀ (cm/s)	842	856	846	870
Alcance estim.(cm)	752	788	765	707

Tabla 5: descripción de lanzamientos y ajustes analizados para una misma presión (0,4)

En la figura 15 se presenta la imagen superpuesta de estos lanzamientos. No se registraron ángulos superiores porque a esa presión de trabajo el proyectil ya tocaba en el techo. En la tabla de datos se ve cómo va variando cada componente de la velocidad en función del ángulo. El valor promedio de la velocidad inicial es de 853 cm/s. En principio, la variación de ésta con el ángulo parece no ser alta, y podría considerarse que no existe dependencia, pero es difícil afirmarlo sin pruebas más contundentes. Incluso se podría deducir un incremento de la velocidad al disminuir el ángulo, lo cual podría explicarse en base al rozamiento de la bola en el tubo de salida, pero no es claro. Por ello, se tratará de este hecho más adelante. Respecto a los alcances, se comprueba como varían con el ángulo, siendo mayor para el más cercano a 45 grados, de acuerdo con lo visto en la figura 2.

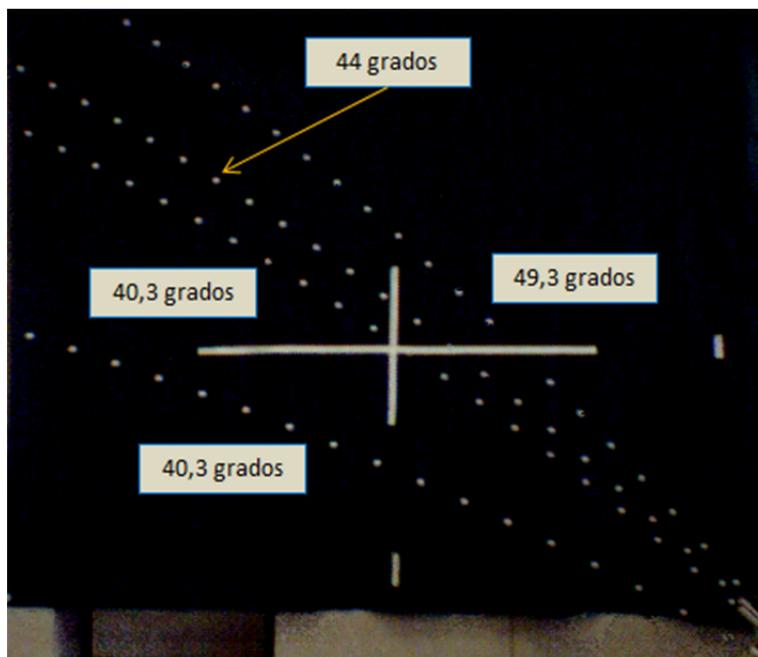


Figura 15: Comparación de lanzamientos a igual presión y distinto ángulo

Para el ángulo más pequeño se realizaron pruebas de lanzamiento a distintas presiones, para observar la diferencia. Los datos se presentan en la siguiente tabla.

Por último, se realizaron también algunas pruebas utilizando un segundo tipo de proyectil, el cilindro de madera. Las velocidades alcanzadas fueron claramente muy superiores, (se estimaron en el doble de las alcanzadas con la bola de acero) de modo que salvo para ángulos muy bajos o presiones muy bajas, el proyectil alcanzaba el techo

fácilmente y resultaba poco práctico. A muy bajas presiones se pierde efectividad en la electroválvula. Por otro lado, en algunos vídeos, con este proyectil, parece que la trayectoria no se ajusta a una parábola tan bien, detectándose un efecto de rotación del cilindro (por efectos aerodinámicos) que puede modificar la trayectoria. Por todo ello, para obtener resultados apreciables, es mejor usar la bola de acero como proyectil.

Presión (Kp/cm²)	0,4	0,5	0,6
Alcance exp. (cm)	710	840	944
Nº imágenes	19	17	16
V_{ox} (cm/s)	761	834	889
V_{oy} (cm/s)	422	462	493
V₀ (cm/s)	870	953	1016
Alcance estim.(cm)	707	838	946

Tabla 6: descripción de lanzamientos y ajustes analizados para un mismo ángulo (28,3)

En una segunda fase de comprobaciones experimentales lo que se buscó es, como ya se ha indicado, el análisis de la reproducibilidad de los lanzamientos y la caracterización de una posible dependencia de la velocidad de salida con la presión y con el ángulo. Además, para diversificar la metodología, se utilizó el segundo fondo de referencia, la rejilla completa. Como proyectil se usó la bola de acero sin recubrimiento, con lo que se pierde velocidad, pero así se pueden realizar más pruebas sin tocar el techo. El esquema seguido fue realizar entre 3 y 5 repeticiones para cada valor de ángulo y presión, según los datos que aparecen en la tabla 7. Algunos vídeos tienen fallos de grabación y no se pudieron utilizar para los cálculos. En cada caso se registraron también los alcances medidos. En cada caso, se fue posicionando la cámara de manera algo distinta, siempre en la zona inicial del lanzamiento, por lo que en todos ellos se ha calculado individualmente los factores de escala y profundidad. La velocidad inicial se ha determinado de manera análoga al ejemplo descrito.

Algunos ejemplos de imágenes “totales” obtenidas y gráficos se presentan también en las siguientes figuras. En la tabla 7 aparecen recogidos los valores medios de la velocidad inicial para cada presión. Analizados los datos, no parece existir ninguna dependencia de la velocidad de salida con el ángulo, sino sólo con la presión. La variación en la velocidad estará condicionada por el error en la medida de esa variable, pero este error no es muy elevado. Respecto a esa dependencia (v vs p), como aparece en la figura 16, no parece ser lineal, pero con sólo tres puntos (ajustaría una parábola perfectamente) y sin profundizar en los fenómenos físicos concretos que se dan en el empuje de la bola, no se debe aventurar ninguna hipótesis. Este tipo de razonamientos, respecto a los errores, las limitaciones de los resultados, también han de ser transmitidos al alumno, de modo que entienda que no es cierto que “todo funciona siempre bien”, sino que la ciencia avanza por igual en base a descubrimientos y a diseños fallidos.

Presión (Kp/cm²)	Velocidad inicial promedio (cm/s)	Desviación estándar (cm/s)
0,4	637	5
0,5	870	8
0,6	1018	11
Cálculos con el alcance	Máximo(cm)	Mínimo (cm)
diferencia máxima	40	3
desviación estándar	23,1	1,5

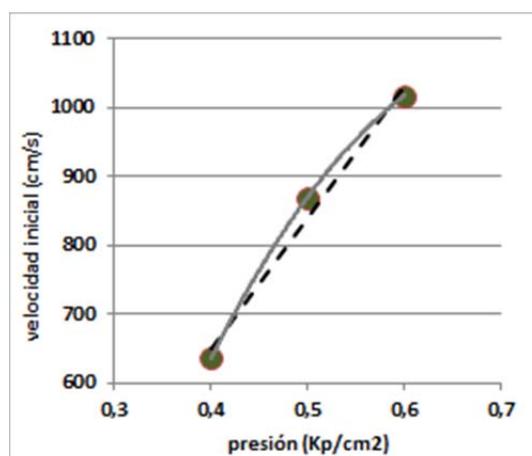


Tabla 7 y Figura 16: Resumen y estadísticas.

En conclusión, se han realizado multitud de pruebas de lanzamiento, de manera que se ha conseguido el objetivo de caracterizar lo mejor posible todos los elementos constituyentes de una experiencia de tiro parabólico, que sirvan al profesor para su posterior implantación. Asimismo, se ha fijado un procedimiento de trabajo para la utilización del video digital y la realización de medidas que puede servir no sólo para este caso sino para casi cualquier práctica que implique el movimiento de un objeto.

<i>Altura inic. (cm) / Ángulo aprox. (°)</i>	0,4	0,5	0,6	<i>Presión (Kp/cm2)</i>
24 cm / 20 °	5	4	5	<i>Nº repeticiones</i>
	12	10	9	<i>Nº imágenes</i>
	313	551	732	<i>Alcances exp. (cm)</i>
	322	568	738	
	326	570	740	
	326	585	741	
	334		743	
	324,2	563,0	738,8	<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	20,3	20,0	20,2	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	629	871	1007	<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	640	881	1013	
	642	884	1014	
	642	896	1014	
	647		1017	
640	883	1013	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>	
326	570	739	<i>Alcance estimado (cm)</i>	
136	256	339	<i>X_{hmax} (cm)</i>	
49	71	86	<i>H_{max} (cm)</i>	
30 cm / 30 °	5	5	5	<i>Nº repeticiones</i>
	14	10	9	<i>Nº imágenes</i>
	390	715	936	<i>Alcances exp. (cm)</i>
	403	717	946	
	408	718	963	
	410	720	968	
	416	729	969	
	405,4	719,8	956,4	<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	30,4	30,1	29,7	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	626	861	1006	<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	632	869	1010	
	635	870	1015	
	636	872	1016	
	650	877	1021	
636	870	1014	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>	
406	719	953	<i>Alcance estimado (cm)</i>	
180	335	451	<i>X_{hmax} (cm)</i>	
83	128	159	<i>H_{max} (cm)</i>	

Tabla 8: Datos de los lanzamientos realizados y los ajustes correspondientes.

<i>Altura inic. (cm) / Ángulo aprox. (°)</i>	0,4	0,5	0,6	<i>Presión (Kp/cm2)</i>
39 cm / 40 °	3	4	2	<i>Nº repeticiones</i>
	18	13	11	<i>Nº imágenes</i>
	440	781		<i>Alcances exp. (cm)</i>
	442	788	1101	
	443	804	1103	
	441,7	790,3	1102,0	<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	39	39,5	39	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	629	858		<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	630	864	1028	
	634	870	1028	
	631	864	1028	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>
	441	793	1101	<i>Alcance estimado (cm)</i>
	199	374	527	<i>X_{hmax} (cm)</i>
	119	193	253	<i>H_{max} (cm)</i>
42 cm / 45 °	5	5	3	<i>Nº repeticiones</i>
	12	10	9	<i>Nº imágenes</i>
	437	790		<i>Alcances exp. (cm)</i>
	440	792	1050	
	441	798	1050	
	453	803	1090	
	454	808		
	445	798,2	1063,3	<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	44,8	44,8	44,8	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	624	857		<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	629	859	994	
	632	862	1004	
	638	866	1015	
	639	867		
632	862	1004	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>	
446	799	1070	<i>Alcance estimado (cm)</i>	
204	379	515	<i>X_{hmax} (cm)</i>	
143	230	298	<i>H_{max} (cm)</i>	

Tabla 8 (cont): datos de los lanzamientos realizados y los ajustes correspondientes.

<i>Altura inic. (cm) / Ángulo aprox. (°)</i>	0,4	0,5	0,6	<i>Presión (Kp/cm2)</i>
45 cm / 50 °	5	4	3	<i>Nº repeticiones</i>
	12	9	7	<i>Nº imágenes</i>
	430	780	toca techo	<i>Alcances exp. (cm)</i>
	446	787		
	448	789		
	450	803		
	459			
	446,6	789,8		<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	51,1	51,1	51	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	631	865	1025	<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	636	869	1030	
	640	872	1036	
	641	875		
	652			
640	870	1030	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>	
442	790	1095	<i>Alcance estimado (cm)</i>	
204	377	530	<i>X_{hmax} (cm)</i>	
172	279	372	<i>H_{max} (cm)</i>	
50 cm / 60 °	5	-	-	<i>Nº repeticiones</i>
	10	-	-	<i>Nº imágenes</i>
	366	toca techo	toca techo	<i>Alcances exp. (cm)</i>
	377			
	381			
	384			
	388			
	379,2	-	-	<i>Alcance promedio (cm.)</i>
	61,7	-	-	<i>Ángulo ajuste promedio (°)</i>
	632	-	-	<i>Velocidades iniciales ajuste (cm/s)</i>
	645			
	648			
	650			
	652			
645	-	-	<i>V₀ promedio (cm/s)</i>	
380	-	-	<i>Alcance estimado (cm)</i>	
177	-	-	<i>X_{hmax} (cm)</i>	
215	-	-	<i>H_{max} (cm)</i>	

Tabla 8 (cont): datos de los lanzamientos realizados y los ajustes correspondientes.

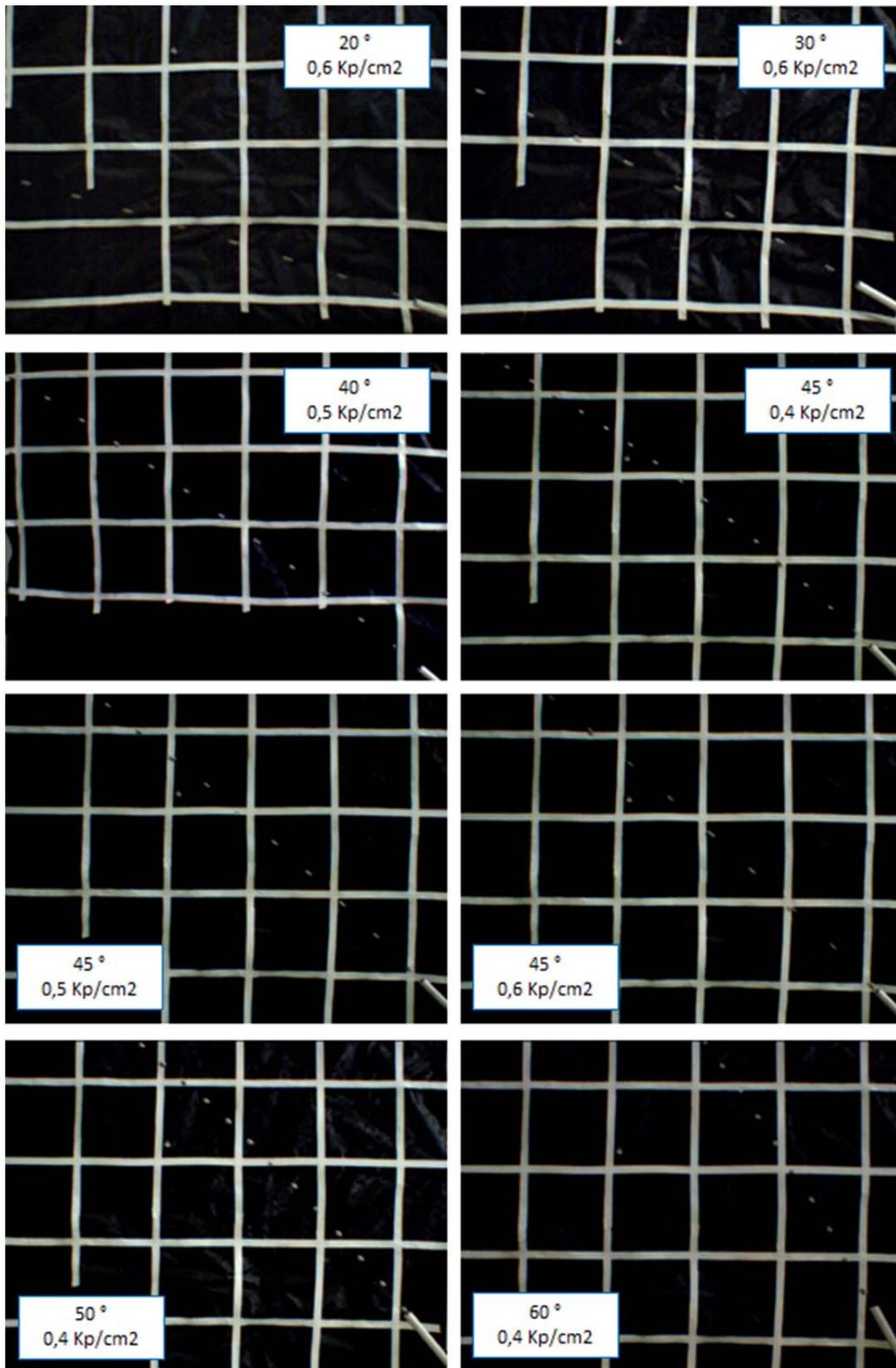


Figura 17: Diversos ejemplos de lanzamientos realizados.

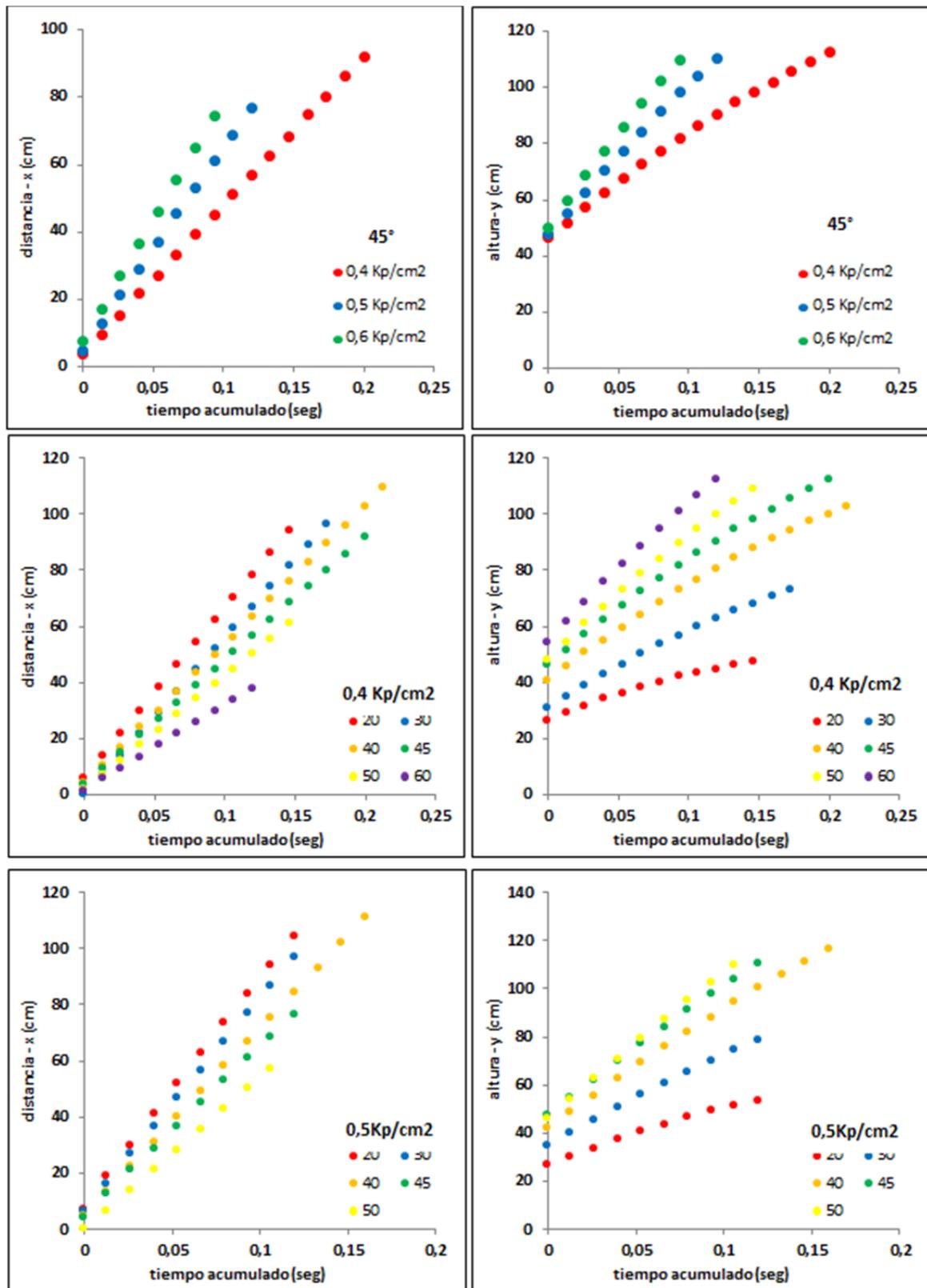


Figura 18: Diversos gráficos comparativos de lanzamientos realizados.

4. IMPLANTACIÓN DE LA EXPERIENCIA.

4.1. Consideraciones generales y metodología.

La propuesta de experiencias prácticas similares a la presentada, tanto por la utilización de elementos motivadores y herramientas tecnológicas, como por su metodología propia, no puede en ningún caso estar desligada de una manera completa y constante de afrontar los procesos de enseñanza – aprendizaje, tanto por parte del profesor como por el alumno (Caamaño, y otros, 2011a; Coll, y otros, 2010; UNESCO, 2005). Seguramente, no será viable que un profesor, anclado en el método expositivo y el uso casi exclusivo del libro de texto recomendado, sea capaz de proponer una práctica similar a esta. La formación continua del profesor debe ser vista como un todo, que implica todas las acciones de éste en el aula, pero debe construirse con un cambio adecuado, continuo y sin revoluciones. Es primordial, por tanto, la sensibilización hacia el uso de nuevas herramientas y técnicas, “arriesgando” un poco y sin preocuparse tanto por la actitud de los alumnos.

Durante la etapa del Practicum he observado una aparente contradicción en el profesorado de Ciencias. Por un lado, todos reconocen la importancia de los trabajos prácticos, del laboratorio, en la enseñanza. Sin embargo, son pocos los que se animan de manera clara a utilizarlos con regularidad (salvo por la creación de materias optativas al efecto), aduciendo problemas de tiempo, espacio, recursos, etc...

Pensando en ello, es decir, en la realidad de los centros, a la hora de plantear la implantación de una práctica de tiro parabólico como esta, planteo cuatro posibilidades diferentes, de modo que sea el profesor el que elija, según su criterio y libertad de cátedra, lo más adecuado para sus alumnos:

a) Exposición cualitativa: La mayoría de los videos, gráficas y ejemplos (como el utilizado a modo de ejemplo de procedimiento) tienen en sí mismos mucho valor pedagógico, por lo que se puede ver en ellos, y por la manera de presentarlos para completar la descripción del movimiento de un proyectil hecha en clase. El profesor que utiliza recursos variados y multitud de ejemplos, gráficas y aplicaciones en sus clases, bien puede realizar el mismo

los lanzamientos y presentar a sus alumnos los resultados. Mi opinión es que esta situación puede ser incluso más útil que la utilización de un applet virtual.

b) Experiencia sencilla: Una segunda posibilidad, como ya he indicado, es proponer a los alumnos que realicen un lanzamiento (o varios) supervisado, lo más completo posible, como el de la figura 9, ayudando el profesor en la comprensión básica y utilización del funcionamiento de las herramientas. Los alumnos podrían realizar unos gráficos sencillos para visualizar las características del movimiento y determinar la velocidad inicial pero sin mayores finalidades.

c) Experiencia completa: Se trataría de proponer a los alumnos la realización de un trabajo similar al presentado (pero de manera común para toda el aula), incluida la caracterización simple del lanzador, y la presentación de gráficos y explicaciones de la variación del movimiento con diferentes ángulos y presiones. Se podría incidir mucho más en el uso de las herramientas digitales y en la comprensión de los efectos de escala y profundidad, que en el caso anterior podrían incluso obviarse de algún modo.

d) Experiencia y aplicación: La última posibilidad consistiría en la realización completa anterior, pero en especial centrada en la caracterización del lanzador, de modo que posteriormente se pueda plantear una competición entre grupos de alumnos, tipo "Angry Birds". Es decir, con los datos obtenidos, se les plantearía a los alumnos el objetivo, por ejemplo, de golpear un elemento situado a 7 metros, teniendo un obstáculo de 50 cm de altura por delante de él otros 50 cm. Los alumnos deberían calcular la presión y el ángulo necesarios y ejecutar el lanzamiento. Quiero señalar que lo más importante es que el tiro se haga de verdad, que no se quede sólo en predicción, porque aunque se falle, los alumnos aprenderán más y mejor.

En relación a la metodología, el profesor debe tener una gran claridad expositiva a la hora de explicar el funcionamiento de todos los elementos implicados, y fomentar la atención. Ir avanzando el tipo de práctica que se va a realizar cuando se comienza el bloque temático puede ser una buena idea. Por mi experiencia, los alumnos no fijan algunos conceptos nuevos más por un problema de atención o de mala explicación que por capacidad. Como ya he comentado anteriormente, este tipo de prácticas deben estar planificadas de antemano en el plan de aula y durante la explicación conceptual se

pueden adelantar elementos a entender por los alumnos. Por último, el desarrollo de esta práctica puede convertirse en una actividad interdepartamental o incluso complementaria.

4.2. Uso de espacios, recursos y tiempo.

Cada centro educativo puede ser muy diferente en cuanto a recursos tanto físicos como informáticos, pero creo que todos los elementos expuestos, o sus variaciones, no son difíciles de conseguir o fabricar. Por otro lado, no hay que restar importancia al método en sí de captación de imágenes y tratamiento, por lo que ya sería una buena novedad utilizarlo con otros tipos de lanzadores más habituales. Todo el aparataje puede ser portátil y por tanto no se depende de la toma eléctrica. El punto clave puede ser la elección del espacio físico donde realizar esta experiencia. Mi recomendación es que en los casos donde se necesite más distancia y altura de techo se use el gimnasio o el patio, en función de la climatología y las posibilidades. Para la realización de las opciones a) y b) no sería necesario a priori, pero casi obligatorio para la d).

En todo caso, debe ser el profesor el que estime, en función de la opción realizada, los recursos necesarios y establezca los límites de funcionamiento, en base a las pruebas que él mismo debe haber realizado previamente.

Evidentemente, la realización de esta experiencia requiere varias sesiones de clase o períodos distintos. Yo realizo la siguiente propuesta de temporalización y organización, en base a la propuesta tipo c):

0.) En las clases previas, correspondientes al bloque temático de cinemática y dinámica, se presentan los conceptos generales y todos los ejemplos, problemas y aplicaciones que sean útiles, del modo habitual. Si se ha conseguido implicar a los profesores de otras asignaturas (matemáticas, tecnología), ellos realizan una acción similar.

1.) Me parece conveniente dedicar una sesión de clase, en la misma aula, a presentar la experiencia y el trabajo a realizar por los alumnos, atendiendo dudas y aclaraciones, con todo tipo de recursos gráficos de montaje, etc... Aquellos profesores que habitualmente

sigan una metodología más dialógica, o de descubrimiento, pueden aplicarla aquí sin mayor problema. En esta sesión quedará fijado el calendario y la formación de unos seis grupos de alumnos, en principio de manera voluntaria. Algunas fases del montaje (creación de fondos de referencia, ajuste del montaje, portátil, cámara web) pueden encargarse a grupos concretos, sortearse u realizarse por el profesor.

2.) Para la toma de datos, lo ideal es que cada grupo de alumnos trabaje individualmente. Lo mejor, aprovechando los factores motivacionales del ejercicio sería convocar a cada grupo individual fuera del horario escolar y que trabajen de modo supervisado. Su objetivo parcial sería: comprobar que el montaje es adecuado (el profesor “debe” descolocarlo cada día) y realizar una serie de lanzamientos a un ángulo fijo y tres presiones distintas, por ejemplo. Esto equivaldría a 15 videos a analizar, lo que no les llevaría excesivo tiempo. Cada grupo haría las pruebas para un ángulo distinto y después se pasarían todos los datos (en bruto) a todos los grupos, para que realizaran el análisis posterior. Se puede negociar con ellos una contrapartida justa por ese tiempo. En caso contrario, se necesitaría la colaboración de otro profesor, para no perder horas de clase en que los alumnos no hagan nada.

3.) En otra sesión de clase, ya conjunta, y preferiblemente en el aula de informática del centro, se insta a los alumnos a la realización del tratamiento de imágenes y de datos. Así nos aseguramos el acceso de todos a los mismos recursos y programas, y el profesor puede resolver dudas que surjan. Se les plantea a los alumnos que finalicen el trabajo y que realicen un informe final en base a las directrices del profesor.

4.) Se puede utilizar una clase final para presentar las conclusiones (incluso se pueden encargar los alumnos) y discutir sobre los resultados, así como para repasar, por parte del profesor, la importancia del método científico y la presentación de resultados.

En definitiva, se deben cubrir los cuatro ámbitos presentados a la hora de diseñar la experiencia (conocimientos previos; otros fenómenos y montaje; experimentación y cálculos; discusión, informe y aplicación).

4.3. Guion para el alumno.

Personalmente no soy partidario de los guiones de prácticas habituales, cargados de información muy detallada, y muy descriptivos del “paso a paso”, y menos aún para alumnos de Bachillerato. Sin embargo, cada experimento debe tener un pequeño documento con las características principales y el esquema de trabajo, así como indicaciones de las tareas y los criterios mínimos de presentación de resultados, en este caso un informe. En él deben venir referenciados otros documentos, que hagan referencia a herramientas o situaciones concretas (uso de la cámara web, de Virtualdub, de la herramienta Solver de Excel, etc.), así como las normas generales del laboratorio o los criterios de calificación), de manera profunda, y que pueden suministrarse a los alumnos a través de las plataformas de intercambio virtuales que tienen todos los centros en la actualidad. Estas herramientas (y por ende los documentos) no tienen por qué ser exclusivos de un experimento concreto, sino pueden ser comunes a todos o varios. Así, compartimentamos la información de modo racional y se crea una biblioteca de medios muy interesante. (El departamento de informática podría hacer hasta una práctica sobre bases de datos con ellos). En cada documento específico de una práctica se haría relación a los documentos necesarios, sin obviar una breve explicación del uso dado en concreto. Además de ello, este documento debe poseer una información mínima:

- Título y descripción general de la experiencia, temporalización y tipo de agrupamiento, según lo visto en apartados anteriores.
- Breve descripción esquemática de los pasos a realizar en el trabajo experimental: comprensión del objetivo, adecuación del montaje, supervisión del montaje, reparto de tareas en el grupo y coordinación, comprobación de seguridad, inserción de proyectil, inicio de grabación, lanzamiento, finalización de grabación, recogida de proyectil, registro del alcance experimental, comprobación del video y extracción en formato .avi del intervalo útil, repeticiones
- Indicaciones de cálculos previos: dado el ángulo usado y el alcance experimental registrado, establecer los valores que se deben encontrar para la velocidad inicial y sus componentes, que servirán de guía y comprobación de los resultados.
- Breve descripción del trabajo de tratamiento de imágenes y de cálculos a realizar.

4.4. Evaluación del alumno.

Toda actividad del alumno ha de ser, de algún modo, evaluada, e incluida en la evaluación continua, sumativa y formativa que debe realizar el profesor (Coll, y otros, 2010). Pero, por otro lado, la evaluación de cada actividad debe tener el peso justo y esperable en la calificación final (Evaluación y calificación no son sinónimos en los términos pedagógicos actuales, pese a estar íntimamente relacionados). Cada profesor debe valorar su criterio. El más extendido, y posiblemente más práctico, es que la evaluación de las prácticas de laboratorio y trabajos se tiene muy en cuenta a la hora de aumentar o disminuir un poco la calificación obtenida en base a otras pruebas más estandarizadas como exámenes y tests. No puedo dejar de mencionar el carácter de autoevaluación del propio profesor.

En todo caso, y vista su importancia relativa, lo más interesante de la evaluación de la actividad del alumno que realiza una experiencia es su carácter formativo, siendo el objetivo que el alumno deduzca en que objetivos del aprendizaje debe esforzarse más y establecer una comparación entre un trabajo aceptable y el suyo. Los instrumentos más usados son la observación directa y el informe final. Su validez está ampliamente contrastada. Existen mejores propuestas de informe, y mejores y peores evaluadores, pero no todo ha de ser cambiado en la educación. Los instrumentos que funcionan pueden mantenerse sin más. Por último, la evaluación ha de girar en torno a unos objetivos pedagógicos básicos, más allá de todo lo relacionado con la adquisición de competencias:

- Comportamiento frente a espacio, los objetivos y el material.
- Capacidad de trabajo en grupo, colaboración y respeto.
- Comprensión de conceptos básicos.
- Seguimiento de directrices.
- Expresión razonada oral y escrita. Utilización y comprensión de terminología científica, gráficos, instrucciones, diagramas, etc..
- Valoración de la importancia de conocer y usar el método científico.
- Actitud y atención.

4.5. Variantes e innovación.

A continuación se comentan algunos puntos, relativos al diseño e implantación de esta experiencia, que pueden ser objeto de variación y mejora.

- Se pueden investigar, como ya se ha comentado, mejoras o distintos diseños en torno al dispositivo de lanzamiento, en especial fijando su finalidad primaria en el lanzamiento de todo tipo de móviles. Puede plantearse el uso de botellas más pequeñas, distintas dimensiones, distintos mecanismos de fijación (basal y lateral) y de medida del ángulo formado por la horizontal, mejoras en el aislamiento y materiales empleados, etc. Incluso, en otras etapas, niveles o materias, se puede crear algún mecanismo electrónico de disparo automático. En ese sentido, cualquier mejora que suponga un aumento de la seguridad en su uso (unida íntimamente a disminuir la velocidad de salida para proyectiles más ligeros) debe considerarse buena.
- Uno de los puntos clave vistos de la experiencia está en la lectura de la presión manométrica para efectuar el lanzamiento. Existen muchos modelos y calidades de manómetros que pueden acoplarse a este sistema, en función de los recursos del centro. En especial, una variación posible sería acoplar un sistema de medir la presión que construyeran (mediante otra práctica del curso) los propios alumnos, basado en la configuración de un manómetro de tubo cerrado, y así probar su funcionamiento.
- Como trabajo opcional se puede proponer a los alumnos mejorar (aquel que tenga conocimientos e interés) el código de la macro usada para el tratamiento de imágenes, o la idea en que se asienta. A lo largo de este trabajo se ha insistido en lo útil que puede ser la coordinación con otros departamentos y lo fácil que puede llegar a ser. Por ejemplo, si el departamento de informática o tecnología se plantea proponer en sus materias la realización de una aplicación macro, puede ser perfectamente de este tipo (en el fondo, la función es la excusa, normalmente).

- En principio, no hay ningún aspecto de esta experiencia que no pueda realizarse por alumnos con necesidades educativas especiales (más allá de los conceptuales para aquellos alumnos con menor capacidad), salvo, como es lógico, los que posean una deficiencia visual. En todo caso, la atención a la diversidad debe estar recogida en la planificación del aula del profesor, que debe prestar especial atención a los alumnos con más dificultades, aunque no tengan un diagnóstico específico. En especial, se debe apoyar a estos alumnos, asegurándose que han comprendido los puntos más complejos de la investigación (posiblemente lo referente al factor de profundidad) y tener especial cuidado a la hora de la configuración de los grupos de trabajo.
- En relación con lo anterior, pienso que la construcción, desarrollo y uso del material de esta experiencia podría ser una buena base para un proyecto científico guiado por el profesor para alumnos de grupos de Diversificación Curricular de 4º de la ESO, obviando los conocimientos más teóricos de funcionamiento. Tanto en este caso como en el anterior, muchas veces se desmotiva a los alumnos “diferentes” al tratarles como si no se supiera que hacer con ellos.
- Por último, como ya se ha indicado, se puede generar una competición final de tiro parabólico entre alumnos. Dentro de ese marco, se puede proponer a los alumnos que generen una simple hoja Excel para obtener los valores de manera programada en función de los requerimientos y de los resultados de la caracterización.

5. CONCLUSIONES

- ✓ La experiencia presentada, en relación al tiro parabólico, puede ser implementada como un pequeño trabajo de investigación, o en otra de las variantes presentadas, para alumnos de Bachillerato. Es compatible con los objetivos pedagógicos y los contenidos de la etapa.
- ✓ El diseño de una actividad educativa de este tipo requiere poner en conjunto muchos de los conocimientos y orientaciones que se han adquirido durante el Máster de Profesor de Secundaria, en relación a la metodología y la didáctica de la Física y Química, el diseño de objetivos, contenidos y actividades, la evaluación, la utilización de espacios y recursos, la planificación de la actividad docente y la actitud ante el aprendizaje del alumno, la búsqueda de la motivación y la socialización del alumno. Es en definitiva un ejercicio aplicativo de un diseño instruccional completo y complejo.
- ✓ La actitud del profesor ante la profesión docente, la adecuada formación continua, el uso inteligente y consciente de las herramientas tecnológicas, la mejora de la metodología educativa y la planificación y mejora constantes, son los pilares de la mejora de la calidad educativa.
- ✓ La motivación del alumno hacia la ciencia, que le acompañará el resto de su vida, debe partir de la visualización de la naturaleza del proceso científico y su importancia, pero también de la práctica concreta y vivenciada de fenómenos, de que pueda realizar experiencias acordes al método científico, por muy sencillas que parezcan, cómo se ha querido presentar con este trabajo.
- ✓ Cualquier momento o situación puede ser buena para aprender. Casi cualquier objeto (por ejemplo un lanzador casero de cohetes o una cámara de una consola de juegos) puede servir de base a una experiencia de laboratorio o de campo. La Física tiene por objeto explicar la naturaleza, luego no puede ser ajena a nada de

lo que pasa en ella, y éste es una idea que merece la pena transmitir a los alumnos.

- ✓ Ante el planteamiento de una situación que puede ser problemática (el efecto de profundidad de una grabación de video, el tiempo que se pierde en abrir uno por uno 87 archivos .bmp, etc.) el método científico nos insta a diseñar los procedimientos y herramientas que sean necesarios para mejorarlos, a afinar las hipótesis de trabajo y mejorar los diseños instrumentales. Un buen profesor es aquel que puede transmitir esa idea a sus alumnos.
- ✓ La utilización del video digital y de herramientas de tratamiento de video y audio, así como de tratamiento de datos, es muy útil, y permitirá un desarrollo superior en el futuro, para la realización de todo tipo de experiencias con objetos en movimiento.
- ✓ La utilización de la tecnología y las nuevas herramientas TIC no debe ser nunca un fin en sí mismo, pero es una de las herramientas más poderosas creadas. La competencia digital, siendo una de las prioridades del ámbito educativo, debe estar orientada a su utilización con ese sentido. Hay que huir de la instrumentalización excesiva sin ningún fin.
- ✓ En el presente y en el futuro, la coordinación y cooperación interdepartamental son fundamentales para mejorar la calidad educativa.
- ✓ En definitiva, el Master de Profesor de Educación Secundaria y Bachillerato tiene por objeto (más allá de servir de formación inicial a los futuros docentes a nivel conceptual) fomentar una visión y actitudes muy concretas ante la profesión docente y los procesos de enseñanza – aprendizaje, que enraícen con su modo de enseñar, y van mucho más allá del dominio de su ciencia y su capacidad científica. Considero haber adquirido esa visión y haberlo expresado en este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

- Arenas, A. (2013). *Estudio de regiones de seguridad asociadas a trayectorias de proyectiles*. Trabajo fin de Grado de Matemáticas, Universidad de La Rioja.
- Caamaño, A., Ametller, J., Cañal, P., Couso, D., Gallástegui, J. R., Jiménez-Aleixandre, M. P., y otros. (2011a). *Didáctica de la física y la química*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- Caamaño, A., Belmonte, M., Casellas, O., Corominas, J., Couso, D., Guitart, F., y otros. (2011b). *Física y Química. Investigación, innovación y buenas prácticas*. Barcelona: Ediciones GRAÓ.
- Cañizares, M. (2008). *Investigar en Física. Experiencia en el bachillerato internacional del IES Juan de la Cierva de Totana*. Murcia. Jornadas sobre nuevas tendencias en la enseñanza de las ciencias y la ingeniería.
http://www.murcia.com/UPLOAD/COMUNICACIONES/investigar_fisica_bi.pdf.
- Coll, C., Bustos, A., Córdoba, F., del Rey, R., Engel, A., Escaño, J., y otros. (2010). *Desarrollo, aprendizaje y enseñanza en la educación secundaria*. Barcelona: Editorial GRAÓ.
- D-42/2008. (2008). Decreto 42/2008, de 5 de junio, por el que se establece en currículo de bachillerato en la comunidad de Castilla y León. *BOCYL*, 11306-11380.
- D-52/2007. (2007). Decreto 52/2007, de 17 de Mayo, por el que se establece el currículo de la educación secundaria obligatoria en la comunidad de Castilla y León. *BOCYL*, Sup.2-87.
- Ezquerro, A., Iturrioz, I., & Diaz, M. (2012). *Análisis experimental de magnitudes físicas a través de videos y su aplicación en el aula*. Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias, 9(2), 252-264.
- Hidalgo, M. Á., & Medina, J. (2008). *Laboratorio de Física*. Pearson Educación.
- Lahera, J. (2007). *Aprendiendo física básica en el laboratorio*. Editorial CCS.

- LOE. (2006). Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de educación. *BOE*, 17158-17207.
- LOMCE. (2013). Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *BOE*, 97858-97921.
- O-EDU/1061/2008. (2008). Orden EDU/1061/2008, de 19 de Junio, por el que se regula la implantación y el desarrollo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. *BOCYL*, 12142-12170.
- RD-1467/2007. (2007). Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas. *BOE*, 45381-45477.
- Tarraga, P., Bechtold, H., & De Pro, A. (2007). *El uso de las prácticas de Física y Química en dos contextos educativos diferentes: España y Alemania*. *Educatio siglo XXI* 25, 145-166.
- Tomás, A., & Hurtado, J. (2010). *¿Qué prácticas hacemos en Física de 2º?* Murcia. Jornadas sobre nuevas tendencias en la enseñanza de las ciencias y la ingeniería. http://www.murciencia.com/UPLOAD/COMUNICACIONES/01_que_practicas_fisica.pdf.
- Torres Climent, Á. L. (2010). *Empleo del laboratorio asistido por ordenador en la enseñanza de la física y la química de secundaria y bachillerato*. *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 7(3), 693-707.
- UNESCO. (2005). *¿Cómo promover el interés por la cultura científica?* Santiago, Chile: OREALC-UNESCO.

ANEXO I. MACRO VBA DE TRATAMIENTO DE IMÁGENES

La macro utilizada está asociada a una hoja Excel, cuya pantalla principal (ver figura 19) incluye las llamadas a implementar las variantes incluidas. Está basada íntegramente en una versión previa diseñada por el profesor José M^a Muñoz, y mantiene la mayor y principal parte del código anterior, salvo la parte de procesamiento de imágenes y la estética de la pantalla principal.

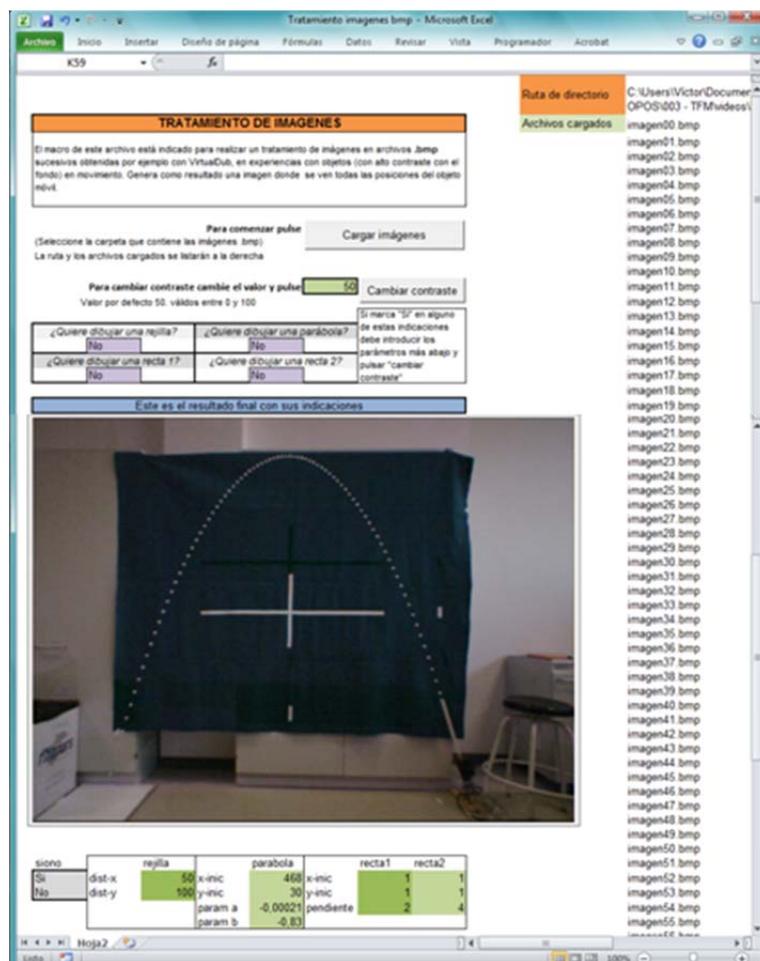


Figura 19: Pantalla principal de la macro.

Además de su función principal de “suma” de imágenes en formato .bmp (aparecen listados en la pantalla según se van procesando), se puede realizar una mejora del contraste de la imagen final o dibujar sobre ella, si se quiere (central), una cuadrícula, una parábola o dos rectas, indicando de antemano los parámetros a usar (parte inferior). Además, se visualiza la propia imagen.

La parte más compleja del código es la que implica la lectura de un archivo de imagen y su posterior recreación (que no es trivial). La información obtenida en este procesamiento corresponde con tres números, correspondientes a los componentes en que se genera un “color” determinado en la escala RGB (un valor para el Rojo, otro valor para el azul y otro para el verde, variando entre 0 y 255 cada uno), asociados a cada punto (pixel) de la imagen (determinado por sus coordenadas pix x pix, ancho x alto). Es decir, se tienen tres matrices de datos. El procesamiento consiste en cambiar adecuadamente esos valores para reconstruir la imagen “sumada”. A continuación, se listan las subrutinas de procesamiento introducidas por mí para este trabajo.

El tratamiento consiste en tomar como referencia la primera imagen del grupo (por ello se recomienda tomar una inicial sin el proyectil) de modo que cada punto de las imágenes sucesivas se va comparando con esa inicial. Cuando se detecta un cambio, (ponderado por un margen) se activa una función lógica, y se fuerza a introducir los datos “diferentes” en el resultado final.

```
ReDim datosinicio(alto, ancho)
ReDim datos(alto, ancho)
ReDim controldif(alto, ancho)
For p = 1 To alto
  For q = 1 To ancho
    controldif(p, q) = False
  Next q
Next p
For i = 1 To alto
  For j = 1 To ancho
    datosinicio(i, j).rgbBlue = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbBlue
    datosinicio(i, j).rgbGreen = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbGreen
    datosinicio(i, j).rgbRed = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbRed
  Next j
Next i
For t = 1 To alto
  For s = 1 To ancho
    datos(t, s).rgbBlue = bitmap1.aBitmapBits(t, s).rgbBlue
    datos(t, s).rgbGreen = bitmap1.aBitmapBits(t, s).rgbGreen
    datos(t, s).rgbRed = bitmap1.aBitmapBits(t, s).rgbRed
  Next s
Next t
```

```
Sub analiza()
Dim i, j As Integer
Dim B, G, R, V As Long

For i = 1 To alto
  For j = 1 To ancho
    B = Abs(datosinicio(i, j).rgbBlue - bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbBlue)
```

```
G = Abs(datosinicio(i, j).rgbGreen - bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbGreen)
R = Abs(datosinicio(i, j).rgbRed - bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbRed)
V = max(B, G, R)
If V > 25 Then
    controldif(i, j) = True
End If
Next j
Next i
End Sub
```

```
Sub procesa()
Dim i, j, p, q As Integer
For i = 1 To alto
    For j = 1 To ancho
        If controldif(i, j) = True Then
            datos(i, j).rgbBlue = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbBlue
            datos(i, j).rgbGreen = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbGreen
            datos(i, j).rgbRed = bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbRed
            controldif(i, j) = False
        End If
    Next j
Next i
End Sub
```

```
Sub normaliza()
Dim i, j, p, q As Integer
Dim landa, fact0 As Double
For p = 1 To alto
    For q = 1 To ancho
        bitmap1.aBitmapBits(p, q).rgbBlue = datos(p, q).rgbBlue
        bitmap1.aBitmapBits(p, q).rgbGreen = datos(p, q).rgbGreen
        bitmap1.aBitmapBits(p, q).rgbRed = datos(p, q).rgbRed
    Next q
Next p
If [contraste] <> 50 Then
    landa = -([contraste] / 5) + 10
    fact0 = (255 / (1 - Exp(landa)))
    For i = 1 To alto
        For j = 1 To ancho
            bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbBlue = Round(fact0 * (1 - Exp((landa * datos(i, j).rgbBlue) / 255)))
            bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbGreen = Round(fact0 * (1 - Exp((landa * datos(i, j).rgbGreen) / 255)))
            bitmap1.aBitmapBits(i, j).rgbRed = Round(fact0 * (1 - Exp((landa * datos(i, j).rgbRed) / 255)))
        Next j
    Next i
End If
If [rejilla] = "Si" Then Call dibrejilla
If [parabola] = "Si" Then Call dibparabola
If [recta1] = "Si" Then Call dibrecta1
If [recta2] = "Si" Then Call dibrecta2
End Sub
```
