



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Dpto. Matemática Aplicada

**EL CINE, UN RECURSO DIDÁCTICO
EN LA ENSEÑANZA DE LAS
MATEMÁTICAS**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación
Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza
de Idiomas. Especialidad de Matemáticas.**

Alumno: Samuel González Pastor

Tutor: Alfonso Jesús Población Sáez

Valladolid, julio de 2023

RESUMEN

El cine y las Matemáticas pueden parecer dos términos completamente aislados y sin relación aparente. Sin embargo, trabajar con el cine como recurso didáctico en la enseñanza de las Matemáticas es una opción más que factible que está al alcance de todos los docentes. Aprovechando la popularidad de este medio de comunicación en la sociedad, y, con el fin de influir positivamente en la motivación del alumnado en la asignatura de Matemáticas, en este trabajo se recogen dos propuestas didácticas para la Educación Secundaria Obligatoria y una para Bachillerato, que relacionan el recurso cinematográfico con las Matemáticas. En primer lugar, se selecciona la película o serie, y la escena correspondiente, y, a partir de ahí, se proponen las diferentes actividades que relacionan dicha escena con los contenidos correspondientes de Matemáticas. Las propuestas se realizan atendiendo a la contextualización en función de los alumnos y ubicándolas en un marco temporal específico. Dichas actividades cumplen con la visión competencial de la normativa vigente en el marco educativo, aspecto relevante del que también se hace uso para llevar a cabo la evaluación de las mismas.

ABSTRACT

Cinema and Mathematics may seem like two completely isolated and apparently unrelated terms. However, working with the cinema as a didactic resource in the teaching of Mathematics is more than a feasible option that can be used by all teachers. Taking advantage of the popularity of this means of communication in society, and in order to positively influence the motivation of students in the Mathematics subject, this paper includes two didactic proposals for Educación Secundaria Obligatoria and one for Bacchillerato, which relate the cinematographic resource with Mathematics. First of all, the film or series is selected, as well as the corresponding scene, and, after that, the different activities that relate the scene with the corresponding Mathematics contents are proposed. The proposals are made according to the contextualization based on the students and placing them in a specific time frame. These activities comply with the competence vision of current regulations in the educational system, a relevant aspect that is also used to determine the evaluation process.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	4
2. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS	6
3. MARCO TEÓRICO	10
4. ACTIVIDADES	21
4.1. SECUENCIA 1	23
4.1.1. PRIMERA ESCENA	23
4.1.2. PRIMERA ACTIVIDAD	26
4.1.3. SEGUNDA ESCENA	34
4.1.4. SEGUNDA ACTIVIDAD	44
4.2. SECUENCIA 2	49
4.2.1. PRIMERA ESCENA	49
4.2.2. SEGUNDA ESCENA	57
4.3. SECUENCIA 3	61
4.3.1. PRIMERA ESCENA	62
4.3.2. PRIMERA ACTIVIDAD	63
5. CONCLUSIONES	74
6. BIBLIOGRAFÍA	76

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día, la forma de enseñar Matemáticas en Secundaria está en proceso de revisión, o al menos, es lo que se da a entender con los últimos cambios legislativos. Entre otras cosas, lo que se quiere es que las Matemáticas estén contextualizadas, y que no parezca que son un ente abstracto que no tiene apenas relación con la realidad. Quizás, con las modificaciones que van en esta línea, el pensamiento general acerca de la dificultad de las Matemáticas o la escasa comprensión de muchos conceptos, podrían cambiar de manera sustancial. De hecho, se supone que es lo que se pretende llevando a cabo este tipo de cambios.

Hay muchas maneras de buscar esa ansiada contextualización, y una de ellas es utilizar la cultura que se tiene a nuestro alcance. Ésta se expresa en multitud de formas en la vida diaria, y en todas ellas las Matemáticas aparecen, aunque a simple vista a veces no sea fácil de percatarse. Sin embargo, la gente que tiene ciertos conocimientos y capacidad de análisis es la que puede enseñar a los demás cómo trabajar con ella, y de esa relación tan pretendida sobre la que se habla.

Uno de los lugares donde se refleja de manera más sencilla la situación precedente es en los centros educativos, y entra por tanto en juego la labor docente. En este ámbito, lo ideal sería usar todos los recursos posibles que estén al alcance, y, por ello, no hay que dejar de lado el uso del cine en el aula, que puede llegar a ser una herramienta muy potente, como tantas otras que a lo mejor no se consideran tan convencionales o no están tan aceptadas a nivel del profesorado.

El hecho de que un profesor nunca haya trabajado con un recurso en particular no tiene que cerrarle las puertas a usarlo, simplemente debe aprenderlo. Más allá de todas las Matemáticas que hay detrás de los algoritmos, la toma de planos, secuencias, enfoques, etc., aparecen de vez en cuando en los diálogos de personajes. Con una simple escena cinematográfica, la motivación del alumno puede verse afectada positivamente, y ésta es otra manera de mostrar al alumnado la presencia constante de esta ciencia en el mundo real.

Por lo tanto, este trabajo se enfocará en el uso del recurso cinematográfico en el aula de Matemáticas, proponiendo, analizando y trabajando secuencias de actividades basadas en escenas de la gran pantalla donde aparecen las Matemáticas, relacionándolas con algunos de los conceptos impartidos en los currículos. Se centrará la atención en la Educación Secundaria

Obligatoria, en dos de las tres secuencias propuestas, mientras que la restante se enfocará en Bachillerato.

2. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS

El motivo de realizar este trabajo es atender a las nuevas pautas marcadas por la ley en lo que concierne a relacionar las Matemáticas con la vida cotidiana y su contextualización. Los alumnos deben ver la utilidad de todos los conocimientos que adquieren en las etapas de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, entre otras cosas, para una mejor comprensión, y, para ello, se necesita precisamente establecer estas relaciones de las que se hablan.

Para este propósito, se pueden utilizar innumerables recursos, y más con la tecnología disponible en la actualidad. Por ello, este trabajo se va a centrar en el uso en concreto del recurso cinematográfico en el aula de Matemáticas, haciendo los nexos correspondientes entre la cotidianeidad y la asignatura propiamente dicha.

Por ende, una de las motivaciones es ver realmente cómo se puede introducir este recurso en el aula. Es cierto que hay suficientes artículos que hablan de este tema, pero, hasta que no se trabaja sobre ello y se buscan creaciones propias, no se ve la importancia y las oportunidades que puede dar el cine en las clases de Secundaria (ya no sólo de Matemáticas, aunque sea donde se centrará el trabajo).

Otra de las razones por las que se ha elegido este tema para este trabajo es saber cuál es la tendencia actual de este sector económico y cultural. La sensación que se tenía es que cada vez la gente va menos al cine. Sin embargo, era una sensación que había que confirmar o desmentir atendiendo a los datos objetivos. Habiendo consultado datos del Ministerio de Cultura y Deporte (2022) (figura 1), RTVE (2022) y *Newtral* (2022), se han sacado algunas conclusiones en relación con este tema y sobre lo que se pensaba.

16.8. Películas estrenadas, exhibidas, espectadores y recaudación por nacionalidad de la película ⁽¹⁾

	VALORES ABSOLUTOS					DISTRIBUCIÓN PORCENTUAL				
	2017	2018	2019	2020	2021	2017	2018	2019	2020	2021
TOTAL										
Películas estrenadas	587	616	655	439	556	100	100	100	100	100
Películas exhibidas	1.806	1.947	1.835	1.686	2.121	100	100	100	100	100
Espectadores (millones)	99,8	98,9	104,9	27,0	41,7	100	100	100	100	100
Recaudación (millones de euros)	591,3	585,7	614,7	161,0	251,9	100	100	100	100	100
DE PELÍCULAS ESPAÑOLAS										
Películas estrenadas	153	168	207	159	209	26,1	27,3	31,6	36,2	37,6
Películas exhibidas	415	464	487	379	555	23,0	23,8	26,5	22,5	26,2
Espectadores (millones)	17,4	17,7	15,9	6,8	6,7	17,4	17,9	15,1	25,2	16,1
Recaudación (millones de euros)	103,0	103,1	92,2	39,4	39,7	17,4	17,6	15,0	24,5	15,8
DE PELÍCULAS EXTRANJERAS										
Películas exhibidas	1.391	1.483	1.348	1.307	1.566	77,0	76,2	73,5	77,5	73,8
Espectadores (millones)	82,5	81,2	89,0	20,2	35,0	82,6	82,1	84,9	74,8	83,9
Recaudación (millones de euros)	488,3	482,7	522,6	121,6	212,2	82,6	82,4	85,0	75,5	84,2

Figura 1

Como se puede apreciar en la figura 1, la recaudación entre los años 2017 y 2019 fue bastante parecida, incluso habiendo un pequeño repunte en 2019. Esto no hace otra cosa que, en primer lugar, mostrar que lo que se pensaba era erróneo, pero sólo en parte. Los años 2020 y 2021 no tiene sentido analizarlos porque hubo una pandemia que hizo incluso que en el año 2020 los cines permanecieran cerrados durante un tiempo, y en 2021 también hubo un tiempo con restricciones severas como el toque de queda, que hizo que esos dos años no fueran normales en cuanto a ocio, y, en consecuencia, en cuanto al cine y a los datos obtenidos. Sin embargo, habiendo consultado los datos de recaudación y espectadores de 2022 en *RTVE* (2022) y *Newtral* (2022), se obtuvieron datos donde la recaudación fue de 379 millones de euros, mientras que se registraron 61,2 millones de espectadores. Como se puede apreciar, si se compara con el último año antes de la pandemia, los datos han bajado considerablemente. Se puede deber en parte por algunas de las secuelas de la pandemia, pero es cierto que 2022 fue un año normal en cuanto a posibilidad de ir al cine y no había restricciones de ningún tipo ni de horarios ni de movilidad. Por lo tanto, sí que se puede comparar con 2019. A esto se hacía referencia con el hecho de que el pensamiento estaba equivocado en parte, porque sí que es verdad que ahora en 2022 los números han sido peores, pero antes la tendencia no era a la baja. Simplemente por mencionarlo, ha llamado la atención el número de espectadores en lo que respecta al cine español, que sí que tiene una tendencia más a la baja, como se puede ver en la figura 2 (de nuevo, poniendo atención en los datos de 2020 y 2021, que son los que son por la pandemia).

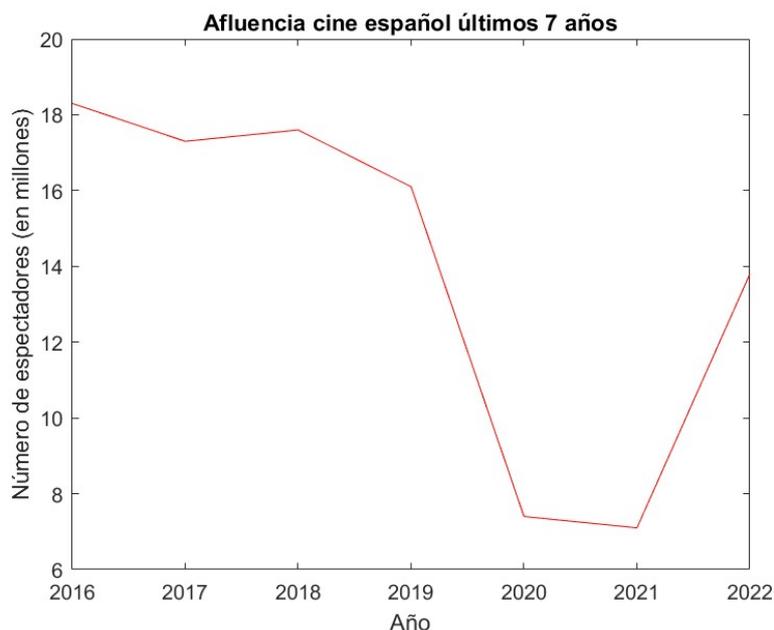


Figura 2 (gráfico realizado con *Matlab*)

Por último, para cerrar con este tema de la industria del cine en España en la actualidad, ha resultado llamativo que, en 2022, en una encuesta realizada por Orús (2023) a 30.000 personas, se llegó a la conclusión de que, casi el 60% de ellas, no va al cine nunca o casi nunca. Es un dato bastante significativo y que habla de la cultura cinematográfica española, que, sin embargo, era la tercera mejor en Europa en 2018, según *The Objective* (2019).

Una vez vista la justificación del trabajo, se pasa a los objetivos, que son dos principalmente.

En primer lugar, se quiere hacer una revisión bibliográfica para saber cómo de avanzado está el uso del cine en las aulas y cuáles son las conclusiones a las que ya se han llegado, de modo que sirva de guía también para el siguiente objetivo que se va a marcar. Se analizarán diversos artículos que ayudarán a la futura propuesta de actividades.

En segundo lugar, se puede hablar de un objetivo con miras a la comunidad educativa. Hoy en día ya son varias las páginas web en castellano donde se puede encontrar una amplia información sobre escenas de cine y Matemáticas (las principales que se han consultado han sido las hechas por la *RSME*, (s.f.) y Sorando (s.f.)), incluso tratando escenas concretas, donde además se detallan qué temas aparecen y en qué cursos podrían encajar. Se está hablando en este caso de la página de Sorando (s.f.). Sin embargo, en esta página vienen ordenadas por temáticas, y, en algunos casos con el curso sin definir exactamente, dando un abanico amplio en los que podría ser útil la escena en cuestión. En lo que se centrará este trabajo será en exponer

tres secuencias de escenas que podrían presentarse al terminar un bloque en cuestión en un curso correspondiente, proponiendo actividades relacionadas con las mismas, teniendo como guía las escenas que presenta Sorando (s.f.). Normalmente, las escenas que se presentan en esta página web son excesivamente cortas, así pues, lo ideal es elegir varias, entrelazarlas y trabajar los conceptos ya estudiados a partir de ellas, dando lugar también al debate y a la palabra por parte del alumnado. Es por ello que, de alguna manera, este trabajo puede ser útil a cualquier docente de un centro educativo, pudiendo utilizar dichas secuencias y reproducirlas (junto con las actividades propuestas) en sus respectivas clases y cursos.

3. MARCO TEÓRICO

El tema que acontece a lo largo de este Trabajo de Fin de Máster ha sido ya trabajado anteriormente por otros autores, llegando a diferentes conclusiones en la relación entre el cine y la enseñanza de las Matemáticas. Se repasarán algunos de los artículos escritos por estos autores, que serán de guía en lo que respecta a las ideas que van a soportar, tanto el trabajo de manera general, como las propuestas de actividades que se presentarán en los siguientes apartados.

El primer artículo que ha sido de referencia a la hora de motivar y dar una perspectiva a este trabajo ha sido uno de los muchos publicados por Sorando (2021), precisamente un docente que ha llevado el cine a sus clases de Matemáticas de Secundaria.

Una de las primeras ideas que se comenta es la importancia de entender el problema que se plantea en una situación cotidiana, aspecto que debe ser trabajado por los docentes, ya no sólo de Matemáticas, sino de cualquier ámbito. Saber enfrentarse a situaciones del día a día y utilizar los diversos recursos de los que se disponen es un aspecto que todo ser humano debería saber manejar, en mayor o menor medida, y eso pasa, entre otras cosas, por trabajarlo en el centro educativo. En cuanto a esa búsqueda de las Matemáticas en la vida cotidiana, que es primordial, se puede ver plasmado en el cine. El hecho de que en el cine haya diálogos preparados y escenas evidentemente ensayadas puede, a veces, hacer pensar que la vida real no tiene nada que ver con él. Sin embargo, nada más lejos de la realidad, quitando las películas de ciencia-ficción (que precisamente el género tiene ese nombre por una razón obvia), el cine es un espejo en el que todo el mundo puede verse reflejado. Eso no significa que siempre sea con situaciones idílicas, pero tanto para lo bueno como para lo malo, siempre habrá alguna película con la que sentirse identificado (si no es así, es que esa persona aún no ha dado con “su” película). Tampoco es de extrañar que al final en el cine “aparezcan” situaciones cotidianas, ya que, por mucho que sean guiones puestos en escena, los actores que lo realizan son seres humanos, al igual que los directores. *Por ende*, las ocurrencias que van a tener (incluso en ciencia-ficción) son situaciones que ya han vivido o han visto de alguna u otra forma y el resultado no puede ser nada inesperado (la imaginación humana tiene un límite y, de hecho, no hay ninguna película donde aparezcan seres que no se asemejan a algo que todo el mundo conoce).

En este mismo artículo, otro de los aspectos que se tratan, y que es importante resaltar, es el hecho de hablar de ética. Surge al hablar de probabilidades y tener que tomar una decisión.

Es cierto que las Matemáticas no dejan de ser una ciencia objetiva, lo que, de algún modo, no da lugar a malentendidos u opiniones como pueden llegar a darse en las Ciencias Sociales. En ese sentido, eso no quita para que, llegado el momento, el resultado al que se llega no sea el esperado, y eso entonces haga que aparezcan dudas acerca de cómo afrontar ese resultado obtenido.

Imaginemos que se quiere hacer un trayecto de Segovia a Dijon. Dichas ciudades están separadas por 1306 km exactamente. Dado que es un trayecto largo, hay varias opciones para realizarlo. Una puede ser ir en avión de Madrid a Lyon y coger sendos trenes de Segovia a Madrid y de Lyon a Dijon; y otra puede ser ir en coche directamente de una ciudad a la otra. Lo lógico, teniendo en cuenta esas dos alternativas, es que ir en avión sea más rápido, pero también más caro, mientras que ir en coche sea más lento, pero también más barato. Esta situación podría perfectamente aparecer en una escena cinematográfica, y, por otro lado, es un problema que se podría plantear perfectamente a alumnos de primero de la ESO para que practicasen con números enteros en una situación real (precios, tiempos, etc.).

Ahora bien, no hay que desviarse del tema del cual se partía. Se estaba poniendo ese ejemplo para intentar enmarcar la ética en una situación donde las Matemáticas daban lugar a una posible encrucijada con una decisión poco clara a tomar. Dado el problema previo, si la pregunta fuera “¿Qué medio de transporte usarías tú, teniendo en cuenta el dinero y tiempo a invertir?”, las respuestas podrían ser varias, donde algunos alumnos podrían darle más valor al dinero que al tiempo y, *por ende*, ir en coche, o al revés, e ir por tanto en avión, teniendo que argumentar su decisión, aspecto que no debe ser ajeno a la clase de Matemáticas en Secundaria ni mucho menos. No hay que olvidar que una de las ramas más importantes de las Matemáticas e inherentes a ella es la Lógica, y, por ello, ha de trabajarse también (en la Educación Secundaria Obligatoria apenas cobra valor, donde realmente se refleja es en la universidad, y, lo poco que se ve es en Bachillerato y en la asignatura de Filosofía, lo que hace que los alumnos lo vean como temario de esa asignatura y no lo relacionen también con las Matemáticas). En ese caso, las Matemáticas simplemente dan datos objetivos, y una vez con ellos en la mano, habría que trabajar otro tipo de aspectos como puede ser la toma de decisiones. Entonces, evidentemente, el hecho de trabajar con Matemáticas en el cine no hace que otro tipo de temas estén excluidos, es más, pueden cobrar bastante más importancia que en una clase magistral usual.

Como ya se ha mencionado anteriormente, el autor de este artículo era profesor de secundaria y ha utilizado este recurso numerosas veces con sus alumnos. De este tema no tiene mucho sentido que se hable, sobre todo desde el lado de la experiencia, más que nada porque no se ha tenido todavía la oportunidad de llevar al aula este recurso al no haber dado clase en un instituto todavía (y en el periodo de prácticas no ser posible por diferentes motivos).

En general, se tiene la sensación de que es un recurso aún por explotar. Normalmente, cuando los alumnos ven que el profesor va a usar una metodología diferente a la usual para dar la clase, la motivación y el interés se ve afectado positivamente, por ello el usar el cine de vez en cuando en el aula de Matemáticas se ve como un refuerzo positivo que, por otro lado, no debe ser abusivo para que los alumnos no lo aborrezcan.

Asimismo, en el artículo se habla de la adecuación del recurso cinematográfico a utilizar. Es una consideración obvia a tener en cuenta, ya que, el profesor debe saber qué temario ha estado dando y en función de eso reproducir una película o escena que se corresponda con esos conceptos y nociones, para que los alumnos entiendan lo que están viendo y precisamente el cine sirva de ayuda para poner en un contexto real aquello que acaban de estudiar de manera teórica.

También se habla de que, quizás, lo mejor es usar el cine con escenas concretas, y no con películas enteras. Encontrar una película que le guste a cada uno de los alumnos de la clase entera no es tarea sencilla, y, lo normal, es que haya caras de aburrimiento, y, lo que se pretende hacer con el cine, que es captar más la atención, se perdería. En cambio, si se usa una escena corta donde luego se dé lugar al diálogo y al debate, puede ser mucho más interesante y productivo, ya que no sería una actividad, *a priori*, tan pesada. En lo que a esto respecta, otra de las ventajas que pueden surgir de utilizar escenas tan cortas es que se puede ver la misma escena varias veces, bien sea para analizarla detenidamente, hacer hincapié en un aspecto en particular, etc. De primeras, los alumnos pueden fijarse más en los aspectos visuales de la escena, y, posteriormente, tras saber lo que van a ver, pueden fijarse en los conceptos matemáticos que ahí aparezcan o que el profesor crea convenientes.

Otro tema que va hilado a todo lo que se está argumentando, es el a veces controvertido tema de ver las películas (o escenas, según sea el caso correspondiente) en versión original o en versión doblada. Haciendo referencia a Estivill (1999), se puede hablar de ciertos aspectos que hay que tener en cuenta cuando se habla del doblaje de películas. Antes de ahondar en este

asunto, conviene comentar algunos de los temas más concretos expuestos en el artículo. Entre otras cosas, se habla de que, fue en 1941 cuando se impuso el doblaje de películas extranjeras. Es un dato que parece relevante mencionarlo, para hacerse una idea de cuándo surgió. Evidentemente, en esos años España estaba en la posguerra, y una de las razones por las que surgió este sector dentro del cinematográfico fue por temas económicos. Se menciona también la posibilidad de que se impusiera por temas ideológicos relacionados con el franquismo, pero el autor no cree que esta sea la razón principal del doblaje, aunque sí que se menciona que, entre otras cosas, también se buscaba potenciar el castellano y luchar contra las industrias internacionales. Sin embargo, el autor defiende que el principal motivo fue el económico.

Dejando a un lado la historia, en Estivill (1999) también habla de algo que toca de lleno lo que se quería comentar (en este artículo se habla de los años 40, y se habla más de cambiar diálogos por temas de manipulación, no teniendo nada que ver con la actualidad). Se trata del doblaje llevado a cabo de manera literal, o modificando los diálogos originales. Cuando una película se produce en el idioma que sea, doblarla involucra tener diferentes consideraciones.

Lo primero de todo, antes de abordar el doblaje como tal, es conveniente hablar de la traducción de los títulos de las películas. Indudablemente, si se habla de doblaje, el traducir el título de la película suele ir intrínseco. Algunas veces no se traducen estos títulos de manera literal, sino que cambian algunos términos. Según se puede observar en el artículo de Negro (2015), la principal razón por la cual se lleva a cabo este tipo de cambios en las traducciones es para captar más la atención del espectador, porque puede ocurrir que la traducción literal carezca de fuerza. Además, hay que tener en cuenta los factores culturales.

Enlazando precisamente con los doblajes de diálogos como tal, puede que las traducciones no sean literales. Zamora (2021) trata dicho tema en series o películas humorísticas. En el artículo se expone que, evidentemente, muchas veces hay que cambiar los diálogos porque son bromas que, al traducirlas literalmente no tendrían sentido o gracia. Lo que se busca con un doblaje es que se llegue a más gente (que hable el idioma en cuestión; razón expuesta también por Estivill (1999) acerca de los motivos de la imposición del doblaje en España en sus primeros años), y ahí no se pueden obviar temas culturales. Igualmente, el humor varía según la cultura o el país, así que tiene sentido que se modifique, aunque se pierdan aspectos de la idea original de la escena.

Si bien, otras veces, los problemas con el doblaje surgen con equivocaciones o errores que, en teoría, no tienen por qué venir de querer cambiar la traducción literal. Algunos de estos errores se verán en la parte de actividades, tratándolos precisamente en escenas de películas que tocan temas relacionados con las Matemáticas, como no podía ser de otro modo.

Ahora bien, al contrario de lo que comenta Sorando (2021), las secuencias que se propondrán en este trabajo no estarán pensadas para el principio o final de un periodo lectivo, sino como refuerzo al finalizar un bloque de contenido específico.

Sorando (2017) indica, cómo, en ocasiones, las Matemáticas que aparecen en el cine van asociadas a miedo, dificultad, locura, etc., sobre todo, cuando la escena o la película en cuestión trata sobre las Matemáticas de manera más específica. El autor muestra su rechazo hacia esta corriente.

Haciendo referencia a García-Bullé (2019), aparece un término que es el de “ansiedad matemática”. Precisamente en este Máster, son dos palabras que han aparecido en más de una ocasión. Según la *RAE*, ansiedad significa “estado de agitación, inquietud o zozobra del ánimo”. Como se puede ver en la definición, aparece esa inquietud, zozobra, que están directamente relacionadas con la inseguridad y el miedo. Literalmente, en el artículo con el que se está trabajando se dice que “la ‘ansiedad matemática’ se define como la falta de confianza del estudiante en sus habilidades para aprender Matemáticas y resolver problemas de esta materia”, es decir, nada nuevo a lo que se podía intuir ateniéndose a la definición de ansiedad.

Según este artículo, este problema en el alumnado se achaca a cómo se dan las clases y, curiosamente, aparece algo sobre lo que se ha hablado anteriormente también, la objetividad de las Matemáticas. Según la autora, el mayor causante de dicha ansiedad viene dado por el miedo al error, provocado a su vez por la objetividad de esta ciencia, que no da lugar a interpretaciones o malentendidos a la hora de resolver un problema (en el ámbito universitario sí que pueden aparecer situaciones donde haya ambigüedades, como, por ejemplo, a la hora de decidir si el 0 es o no un número natural, pero estos debates aparecen en las Matemáticas más abstractas y avanzadas, además de ser casos aislados).

Por un lado, se comparte la idea de que existe esta famosa ansiedad matemática, y también la opinión de que pueda venir provocada por estos dos motivos.

El primero de ellos se está intentando subsanar, de alguna manera, con las nuevas medidas legislativas y el trabajo por competencias, o al menos así se comprende y se ha hecho entender a lo largo del Máster. De hecho, una de las asignaturas aquí impartidas se llama *Innovación Docente en Matemáticas*, donde se mostraron diversas técnicas para enseñar a los alumnos conceptos de manera visual y diferente a la usual de tiza y pizarra. Eso no quita para que el método tradicional haya veces que sea necesario, porque la teoría hay que enseñarla de alguna forma, además de ser una buena manera si se realiza de manera correcta. Aun así, uno de los mayores inconvenientes es la cantidad de dinero que hay que gastar para hacer frente a este tipo de enseñanza. Muchos de los materiales que se enseñaron son costosos y lo normal es que, a estas alturas, todavía los centros no tengan los recursos suficientes para disponer de muchos de ellos. Por otro lado, el profesor por su cuenta puede hacerse con algunos de ellos, pero es un gran desembolso que es difícil que se haga de golpe, aunque sí, de manera progresiva, se pueda ir haciendo. Eso no quita para que el profesor haga lo que esté al alcance de su mano para tener estos materiales, pero teniendo en cuenta también por otro lado que eso requiere tiempo y trabajo adicional.

El otro de los problemas era tener miedo al error. Hoy en día, el acceso a la universidad viene marcado por el grado al que un estudiante quiera acceder y por su nota de corte correspondiente. Indudablemente, dicha situación crea un ambiente de competitividad con respecto a las notas, que lleva a la frustración y a la tristeza si no se alcanza la nota que uno desea, ya que puede ser un factor determinante en su futuro, y realmente, en su vida, porque ella depende en gran parte de lo que esa persona estudie. He ahí, la sociedad y su clasificación social en función de las notas, ¿cómo no va a haber ansiedad matemática si no salen los ejercicios? No se dice que el sistema sea mejor ni peor y que haya que cambiarlo, pero sí que es cierto que, la manera de enfocar las notas desde la Educación Primaria por parte de la sociedad puede que no sea la correcta, porque realmente nadie es mejor ni peor por sacar más o menos nota en un examen. Por supuesto, tampoco se va a proponer otra alternativa al modo de acceso a la universidad, únicamente se quiere justificar esa ansiedad matemática desde el punto de vista social.

Otro de los aspectos que comenta García-Bullé (2019), y que es relevante comentar es el de la cotidianeidad de las Matemáticas.

El pasar de Primaria a Secundaria requiere una cierta madurez a la hora de afrontar Matemáticas, y, junto con el hecho de que el nivel de abstracción de una etapa a otra sufre un cambio demasiado brusco, puede ser una bomba de relojería, que, en muchos casos, explota.

Eso, si no ha llegado antes, como bien argumenta la famosa matemática y divulgadora Clara Grima en el artículo de Martínez (2018), que expone que el problema puede venir incluso ya en la etapa Primaria.

Una pregunta habitual en una clase de secundaria es: “¿Esto para qué sirve?” Es decir, muchas veces, el alumno no ve la relación que eso tiene con la realidad, y he ahí la demostración de que, en este tema, no se está haciendo del todo bien. Sin embargo, la nueva ley, de nuevo, aboga por buscar esa relación con la realidad; no hace falta más que irse al Boletín Oficial de Castilla y León que establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria (Decreto 39/2022) y rescatar (por ejemplo) la primera competencia específica del primer curso: “*1.1 Interpretar **problemas matemáticos** y de la **vida cotidiana** extrayendo los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas*” (p. 49347). Por lo tanto, este problema también parece que va por el camino de resolverse.

No se menciona en ninguno de los artículos previos, pero, otro problema que surge es que muchas veces, cuando uno es alumno, se ven las asignaturas como si fueran islotes en medio de un océano donde ninguna tiene que ver con las demás. Ese es otro gran error que hay hoy en día, ya que todo debería estar entrelazado, y esas utilidades de conceptos matemáticos se verían rápidamente reflejados en asignaturas como Física, Química, Tecnología, etc. A lo largo de este Máster se ha repetido por activa y por pasiva que las asignaturas en un centro educativo no deben ser estancos aislados y que cada una debe nutrirse de las demás. Lógicamente, no todas las asignaturas tienen la misma relación con el resto, pero sí que hay un mínimo siempre. Para llegar a ello se necesita la coordinación también de los profesores en un mismo centro de las diferentes asignaturas, situación que tampoco tiene por qué ocurrir siempre, por diferentes motivos que puede haber. Por consecuente, es totalmente normal que esa visión se le haga llegar al alumno y no se aprecie esa relación entre las diferentes materias.

Otro de los aspectos que expone Sorando (2017) y que no ha aparecido anteriormente es el tema de la Geometría. Entre las ramas que componen las Matemáticas, probablemente la que sea más fácil de enseñar de manera visual es la Geometría. Lo normal es que las demás ramas de las Matemáticas se puedan mostrar donde son útiles, pero, visualmente no son tan llamativas como ésta en concreto. Sobre todo, en los años de Secundaria y Bachillerato, la Geometría que se trabaja es en 2D y 3D, lo que hace que sea toda la que nos rodea, y que sea todo tangible. Precisamente por eso las actividades manipulativas son más factibles.

Durante el periodo de prácticas en un centro educativo, realizado meses atrás, la profesora estaba acabando de dar el tema de Geometría en segundo de la ESO, y decidió realizar una de estas actividades famosas de las que se hablan (se va a describir brevemente y sin entrar en mucho detalle porque simplemente se quiere poner a modo de ejemplo). La actividad consistía en lo siguiente. Ella trajo a clase un montón de cajas, con diversas formas: cilindros, prismas, pirámides, etc.; y, además, trajo unos metros flexibles para distribuirlos a los alumnos. Con esos materiales, los alumnos, en grupos, debían calcular las áreas y volúmenes de algunas de esas figuras. La actividad sólo duró una sesión, pero hizo despertar rápidamente el interés de los alumnos y tuvieron más ganas de aprenderse la teoría para así ser capaces de ser más hábiles a la hora de realizar la actividad. *Por ende*, en un primer lugar se ve que el interés del alumno crece cuando se realiza una actividad diferente a lo que están acostumbrados. En cuanto a los materiales, todos eran reciclados, es decir, las cajas eran de cápsulas de café, chocolatinas, etc.

Por lo tanto, aquí ha surgido otro de los temas tratados también anteriormente y que puede subsanar uno de los problemas que se han comentado por el coste de los materiales complementarios. Evidentemente, si un profesor no quiere gastar dinero en estos materiales tan caros, pero quiere utilizar algo parecido, puede conseguirlo, buscando nuevas ideas o usando materiales reciclados. Eso sí, requiere un tiempo y un esfuerzo tanto de búsqueda como de preparación mucho mayor que si fuera ir a la tienda y comprar los materiales pertinentes. Aun así, si una actividad se quiere hacer, con más o menos recursos económicos es posible realizarla. En consecuencia, en este punto, las limitaciones algunas veces son las que son y no se puede hacer nada al respecto, pero otras veces sí que se puede. De todas formas, lo que también quería hacer ver es la facilidad, entre comillas, de hacer una actividad con el tema de la Geometría.

Sin embargo, según este artículo, la Geometría no es una de las ramas más vistas en escenas cinematográficas, hecho que puede ir en contradicción con esa facilidad de ver objetos geométricos en la vida real. Según comenta el autor, lo que más se suele repetir en cuanto a relación con las Matemáticas es el realizar cálculos o resolver enigmas mediante la realización de los mismos.

Indudablemente, hace que se vuelva de nuevo a una concepción errónea de lo que son las Matemáticas, frustrando a gente del gremio como son los matemáticos. En este caso, es el de asociar las Matemáticas con los cálculos puramente numéricos. El hecho de que en Secundaria la mayoría de los conceptos que se dan se resuma en saber hacer unos ejercicios tipo, realizando

cálculos que muchas veces se pueden mecanizar, hace que se tenga esta concepción errónea de esta ciencia que va mucho más allá de realizar cálculos. Es cierto que no es fácil enseñar a los adolescentes a abstraer, pero otras nociones relacionadas, por ejemplo, con la Lógica, como ya he comentado anteriormente, deberían ser también trabajadas. Que conste que no se está echando la culpa a los profesores, que al final se tienen que ceñir a un temario impuesto por ley, simplemente, si todo el mundo pusiera de su parte, se podría ir cambiando poco a poco.

Por último, se comenta un último documento, en este caso un artículo de Ventura (2014). Con el análisis y discusión de lo que se crea conveniente, se darán las últimas pinceladas al apartado de marco teórico, donde se están viendo las posturas con las que se están más o menos de acuerdo sobre el tema de llevar el cine a un aula de Secundaria. Además, aunque parezca que el artículo podría estar desactualizado, se va a ver que muchas de las cosas ya comentadas estaban presentes en 2014 y por ello, que la corriente general acerca de este tema va en un mismo sentido, desde hace ya tiempo.

Lo primero de todo, la autora comenta que la finalidad del cine en sí no es educativa, pero eso no quita para que pueda usarse como recurso a modo de alternativa o como un recurso más. Realmente, la finalidad del cine es entretener, pero es totalmente cierto que puede ser de utilidad en el aula. Es el mero hecho de aprovechar de los recursos disponibles para intentar sacarle el máximo rédito a la enseñanza lo que hay que tener en cuenta, y, que, precisamente, eso hace también que se evite la monotonía. De nuevo, en este artículo se habla de la adecuación de lo que se exponga en el aula, como ya ha sido recurrente en los artículos previos.

Asimismo, se aborda un tema muy importante sobre el que se había hablado, pero pasando un poco de puntillas por él. Se trata de la transversalidad. Hoy en día, es otra de las nociones sobre las que se ha insistido a lo largo del Máster (sobre todo en la parte genérica del mismo). Al igual que antes se hablaba de ver las asignaturas como islotes sin conexión alguna, precisamente ahora al tratar la transversalidad es lo que se pretende evitar. El tocar temas comunes en las distintas asignaturas puede ayudar, y mucho, a esta labor. Precisamente, con el cine se puede trabajar, porque, en una película (o incluso en una escena) no sólo aparecen Matemáticas, aparecen muchas otras nociones de las cuáles se pueden sacar conclusiones muy interesantes para el alumnado.

Entre otras cosas, el párrafo anterior justifica que los profesores no sólo deberían ir al centro educativo a dar su clase de su asignatura, sino que deberían ir también a educar. No hace falta

más que irse a lo que significan las siglas de la ESO para ver que esto debería ir de manera intrínseca a la enseñanza de cualquier asignatura. También porque en Secundaria se trata con adolescentes, personas que están en periodo de cambio y a las cuales hay que marcar ciertos límites en el aula, pero que pueden verse reflejados fuera, como tantas otras enseñanzas de los docentes. Al fin y al cabo, a estas edades, hay que formar a las personas.

Por lo tanto, se considera que, con el cine se trabajaría la transversalidad, y de ahí la importancia de hacerlo. Tocando el tema de educar a personas (que parece que a veces se olvida que los alumnos lo son), Ventura (2014) expone que, con el cine, las emociones del alumnado pueden florecer.

Por un lado, un profesor no debe ser un amigo o un colega de los alumnos, porque no es su función. Sin embargo, sí que debe ser un referente y un ejemplo, entre otras muchas cosas. Además, es la única persona adulta en el aula (puede ser que en Bachillerato haya ya adultos, pero se sobreentiende), y, no menos importante, cabe recordar que los alumnos son adolescentes. Eso hace que muchas veces, no tengan claros ni ellos mismos sus emociones, por eso, cuando un alumno las expresa, el profesor debería interesarse por ellas mínimamente. Por ello, debe estar presente en un aula de Secundaria.

En este mismo artículo se habla de algunas investigaciones que han demostrado la mejor motivación al usar el recurso cinematográfico, como ya había aparecido en otros trabajos previos también.

Por último, Ventura (2014) expone que, aunque es generalizado el hecho de que usar el cine es positivo para el alumno, en cuanto a estudios realizados y propuestas no se está demasiado avanzado, lo que indudablemente hace ver que es un tema de investigación con mucho trabajo por hacer. Aunque es verdad que hoy en día sí que hay algunas páginas web específicas donde se abordan propuestas de escenas para cursos y contenidos concretos, con los correspondientes comentarios acerca de ellas realizados por Sorando (s.f.), o artículos comentado Matemáticas en distintas escenas de películas, como los publicados en la *RSME* (s.f.).

Una vez habiendo analizado cómo está el tema del cine y su relación con la clase de Matemáticas, y, habiendo expuesto diversos temas que lo conciernen, se hace un resumen de lo que se ha tratado.

Por un lado, los estudios demuestran que el cine es un recurso muy útil para ayudar a los alumnos a motivarse. Por ese mismo motivo, al ser un recurso al alcance de la mano, debe usarse, tal y como piensan los autores de los artículos previos, eso sí, adecuando la escena al momento y a la edad convenientes. Así también se pueden mostrar situaciones cotidianas donde aparezcan Matemáticas, y evitar concepciones erróneas de esta ciencia.

Por último, puede ayudar a trabajar aspectos transversales muy útiles para un adolescente, y, de esta forma, tener una relación entre todas las materias, lo que podría aumentar el interés por parte del alumnado hacia las diversas asignaturas.

4. ACTIVIDADES

Una vez se han recorrido los distintos apartados más bien teóricos de este Trabajo de Fin de Máster, se pasa a la parte más práctica del mismo, y, a su vez, a la más matemática también. Eso no significa que ahora se deje de hablar de aspectos de didáctica, es más, se intentarán establecer el mayor número de vínculos posibles entre las dos partes.

Como ya se había anticipado, se propondrán dos secuencias cinematográficas para un aula de Secundaria y otra para Bachillerato. También se propondrán distintos problemas o ejercicios para realizar con lápiz y papel, bien sea antes o después de ver las escenas correspondientes, porque pueden compaginarse de manera adecuada con la proyección y posterior análisis de las escenas propuestas.

De hecho, algunas de ellas vendrán motivadas por haberlas visto en asignaturas del Máster, y, se pueden relacionar directamente con las escenas que se vean, o bien, otras se podrán poner como actividades complementarias tal y como se ha dicho que se hará en alguna ocasión. De este modo, se puede ver también la aplicación directa de algunas nociones ya adquiridas en las asignaturas del Máster, y su relación con un recurso como el cine.

Como referencia para proponer las actividades, se supone que se está en un centro educativo público, en el que se imparten Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Se supone que dicho centro se encuentra en un entorno urbano y en las clases se presupone que hay niveles dispares en Matemáticas. Se entiende también que el centro dispone de los recursos tecnológicos disponibles para la realización de éstas (no sólo aquí se incluyen proyector y ordenador, alguna de las actividades necesitará del uso de *GeoGebra*, luego, lo ideal sería tener un aula de Informática, y poder utilizarla a conveniencia).

En primer lugar, se presentarán las escenas de la secuencia en cuestión, indicando el curso y la rama a la que corresponden, exponiendo, posteriormente, las razones de incluirlas en dicho curso y rama. En su presentación se identificarán las películas o series a las que pertenecen, poniendo una breve ficha técnica de cada una de ellas (habiéndose basado en las páginas web de Sorando (s.f.) y Filmaffinity (s.f.)). Esto, entre otras cosas, es necesario para buscar la escena en cuestión (sabiendo en qué película y en qué momento está) por parte del lector. Además, se hablará de manera breve del argumento de las películas o series que aparezcan,

además de ubicar la escena en el contexto de la película correspondiente. Esta parte del trabajo ha estado guiada por lo que ya muestra Sorando (s.f.).

En segundo lugar, se hablará de esa justificación del curso y bloque de las Matemáticas que se va a tratar con las escenas ya presentadas, argumentando el porqué de ese curso y de esa parte. Al hablar de curso, podría hacer falta una contextualización, la cual ya se ha realizado de manera general poniendo unas condiciones genéricas que podría tener un centro educativo. Normalmente, la rama de las Matemáticas que se trabaja es obvia por la naturaleza de las escenas, y con un visionado sería fácil de saber. Sin embargo, el curso es una decisión que no es tan fácil de tomar como la anterior, no se puede hacer tan a la ligera. Habrá veces que las escenas a tratar sean más claras que otras a la hora de clasificarlas, pero, en cualquier caso, siempre se acudirá a lo que está establecido en el BOCYL que regula la ESO (Decreto 39/2022) y el BOCYL que establece la ordenación y el currículo del Bachillerato (Decreto 40/2022) para encuadrarlo donde sea más adecuado. Cabe destacar que, en general, una escena puede tocar contenidos de diferentes cursos, en cuyo caso es un aspecto positivo por ejemplo para los alumnos de altas capacidades, que pueden ir más allá de lo dado en clase. Aun así, se cree conveniente enmarcar las escenas en un curso correspondiente para que así luego sea más fácil también el llevarlo a la práctica (en un hipotético futuro).

Una vez ubicado el curso y el bloque, se entrará de lleno en el desarrollo propio de las actividades, tanto las que puedan ser en papel, como las relacionadas directamente con las escenas.

A continuación, se hará explícita la relación de cada una de las secuencias con las competencias correspondientes que vienen detalladas en el BOCYL que regula la ESO (Decreto 39/2022) o el BOCYL que regula Bachillerato (Decreto 40/2022), según corresponda. Como ya se sabe, hoy en día lo que se busca es trabajar por competencias, y, de hecho, así lo exige la ley. Es por ello por lo que se adentrará en esta parte en profundidad para buscar cubrir esas competencias requeridas. Se hablará tanto de las competencias clave como de las específicas.

Posteriormente, se verán reflejadas las valoraciones de todas las competencias en la evaluación propuesta, llevadas a cabo mediante rúbricas.

Por último, al acabar cada secuencia de escenas y actividades, se hará una pequeña conclusión de todo lo que se ha mostrado. Se expondrán las sensaciones que se esperarían obtener con la consecución de dichas actividades, atendiendo a las diferentes competencias y a la dificultad

de lo que se proponga. Además, será importante tener en cuenta la rama con la que se esté trabajando y el momento del desarrollo.

Cabe destacar que, esas conclusiones que se van a incluir no tienen por qué coincidir en absoluto con la realidad. Es decir, puede ser que en la teoría se imagine lo que puede ocurrir, pero no hay que olvidarse de que, en la práctica, se está trabajando con alumnos, que no dejan de ser personas, cada uno siendo de una familia diferente, y habiendo recibido una educación distinta a la de sus compañeros. Es muy importante también tener en cuenta que, habrá ciertas escenas que serán mejores para según qué contextos educativos, grupos, centros, etc. En caso de llevarlo a la práctica, queda en manos del profesor correspondiente, el saber qué usar y cómo.

4.1. SECUENCIA 1

La primera secuencia se va a centrar en el tema de simetrías, que aparece en el BOCYL (Decreto 39/2022) en tercero de la ESO, por ello, es el curso en el cual centrarse a la hora de atender a las competencias correspondientes. Concretamente se propone visualizar dos escenas con sus correspondientes actividades, y otras dos actividades más. Una de ellas tratará el sentido espacial de ese mismo curso, concretamente el tema de vectores y coordenadas en el plano. Aparecerá incluso el sentido socioafectivo, contenido explicitado en el BOCYL (Decreto 39/2022).

4.1.1. Primera escena

La primera escena transcurre durante el capítulo número 8 de la primera temporada de la serie *Futurama* (ver figura 3), y se propone hacer el visionado de la misma y la siguiente actividad de manera conjunta.

- **Ficha técnica:** la serie *Futurama* fue creada en 1999 por Matt Groening y producida por él mismo, junto con David X. Cohen. Es una serie estadounidense que, actualmente, cuenta con 7 temporadas y un total de 140 capítulos de unos 22 minutos de duración. En la escena que se presenta aparecen *Philip J. Fry* (humano), *Leela* (cíclope) y *Bender* (robot).

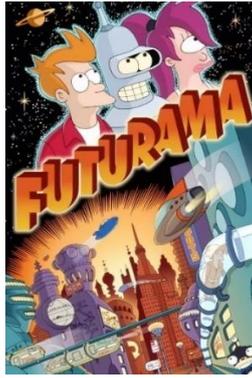


Figura 3 (cartel de la serie televisiva *Futurama*)

- **Argumento de la serie:** *Philip J. Fry* es un humano que se despierta en el siglo XXXI, donde para entonces hay toda clase de seres, extraterrestres, robots (como *Bender*) o cíclopes (*Leela*), entre otros. A partir de ahí transcurre la serie, hablando sobre las novedades tecnológicas y cambios con respecto al siglo XXI.
- **Descripción de la escena:** *Bender*, *Fry* y *Leela* se encuentran en otro planeta distinto a la Tierra. Además, tanto *Leela* como *Fry* van con trajes de astronautas, indicando así que están en el espacio (*Bender* no lo lleva por ser un robot). Deben poner una bomba en un lugar específico de ese planeta, activarla, e irse antes de que explote. En la bomba hay un contador digital que indica cuánto tiempo tarda en activarse, que inicialmente marca 25 minutos. Sin embargo, cuando *Leela* pone en marcha dicho contador, algo raro ocurre, y es que de repente pasan a quedar 15 minutos, luego 5 minutos...; en ese momento *Bender* se da cuenta de que están visualizando el contador al revés, y que en realidad no tienen 25 minutos para irse de allí, sino 52 segundos, por un fallo a la hora de colocar el contador, y haberlo hecho al revés.
- **Matemáticas en la escena:** la confusión de los personajes viene dada por estar dado la vuelta un contador digital, es decir, hay una simetría respecto al eje de abscisas, ya que los personajes ven el problema al realizar al contador un giro de 180 grados. Así pues, evidentemente lo que hay detrás de este problema es la simetría en los relojes digitales actuales (en la figura 4 se muestran todos los dígitos del 0 al 9 en versión digital).



Figura 4 (tomada de *freepik.es*)

Hay algunos números (como el 0, 1 o el 8) que, escritos en la versión de estos relojes, son simétricos por sí mismos (independientemente de si el eje de simetría es el de ordenadas o el de abscisas), y, hay otros que, al aplicarles una simetría, dan lugar a otros números. En este contexto se encuentran el 2 y el 5, que al aplicarles una simetría se llega al 5 y al 2 respectivamente, y lo mismo ocurre con el 6 y el 9, aplicando eso sí, en ambos casos una simetría con respecto al eje de abscisas. En caso de aplicar la simetría con respecto al eje de ordenadas, el 2 y el 5 siguen cumpliendo la simetría comentada, sin embargo, con el 6 y el 9 ya no funciona.

Por lo tanto, uno de los aspectos más importantes hoy en día a la hora de enseñar Matemáticas, se ve reflejado aquí. Es el referente a relacionarlas con la vida cotidiana, y, ¿qué puede haber más cotidiano que los dígitos que aparecen en un reloj digital? Con esta escena los alumnos pueden ver que, si no se tiene cuidado en este tipo de situaciones, las simetrías pueden jugar malas pasadas.

- **Curso y rama elegidos:** la rama de las Matemáticas donde encuadrar esta escena es en la Geometría, por ser en particular de simetrías en el plano. Precisamente por ser este tema el que se ve en la escena, se propone para tercero de la ESO, ya que, acudiendo al BOCYL (Decreto 39/2022), se incluyen los siguientes contenidos en dicho curso: *“Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas tecnológicas o manipulativas”* (p. 49349). Es de manera clara el lugar donde ubicarlo.

Lo ideal sería proyectar la escena según se haya dado la teoría correspondiente a simetrías, y tras haber realizado ejercicios.

- **Actividad propuesta:** atendiendo a la escena en cuestión, se propone visualizarla en el momento que ya se ha comentado, y utilizar una sesión entera (se presupone de 50 minutos) para ello y para la actividad siguiente (debido a su innegable parecido).

Después de dos visionados (el primero puede ser de toma de contacto, y el segundo para que los alumnos se detengan más a analizar lo que ocurre), lo ideal sería que el profesor preguntara a los alumnos si lo han entendido, y que alguno de ellos lo explicara en voz alta, intentando hacer el nexo con la teoría vista en clase.

Una vez hecha esa primera parte, que no debería llevar excesivo tiempo, se propone a los alumnos que intenten averiguar qué cifras del 0 al 9 en formato digital son simétricas, cuáles dan otro número, y cuáles no tienen ninguna de las dos propiedades anteriores. Esta parte se puede preguntar tanto para hacer la simetría en el eje de ordenadas como en el de abscisas.

Esta actividad y la siguiente se pueden realizar de manera individual o en grupo, queda a decisión del profesor. Sin embargo, se aboga por llevar a cabo en grupo este tipo de actividades, para fomentar el trabajo en equipo y la cooperación, como se verá más adelante con las competencias.

Debido a la unión de esta actividad con la siguiente, lo próximo a hacer por parte de los alumnos se especifica en la actividad dos.

- **Relación con competencias:** ver actividad siguiente.
- **Evaluación:** ver actividad siguiente.
- **Conclusiones:** ver actividad siguiente.

4.1.2. Primera actividad

Esta primera actividad que se propone tras la visualización de la primera escena toca exactamente el mismo tema. Por ello, las justificaciones serán breves, dado que ya hayan sido expuestas en la parte anterior y lo importante será lo que es la actividad en sí y la parte de las competencias y conclusiones, que no se ha hecho anteriormente.

- **Actividad propuesta:** teniendo en cuenta los resultados de la actividad anterior, es decir, sabiendo qué les ocurre a las cifras en formato digital al aplicar una simetría respecto al eje de ordenadas, se pedirá buscar qué horas se mantienen iguales al aplicar esta simetría. La actividad se propone realizarla en el aula de Informática del centro, para que cada alumno disponga de un ordenador. Lo ideal es que, en primer lugar, los alumnos lo traten de resolver en papel, y, una vez han llevado a cabo esas partes, conviene remitirse a la asignatura de *Innovación Docente en Matemáticas*. En esta asignatura del Máster, un antiguo alumno, Álvaro Vielba, impartió una charla sobre

cómo usar *GeoGebra Classroom* con los alumnos en el aula. En dicha presentación, uno de los ejercicios que propuso era precisamente éste. Se trataba de, a partir de una plantilla que él había creado en dicha plataforma, jugar con los dígitos y ver qué horas de todas las que hay en un día son simétricas en un reloj digital.

El resultado, tal y como propone Vielba (2022), debe ser el siguiente:

0000	0000	1001	1001	2005	2005
0110	0110	1111	1111	2115	2115
0250	0250	1251	1251	2255	2255
0520	0520	1521	1521		

Figura 5

- **Relación con las competencias:** como ya se ha dicho anteriormente, se propone realizar la actividad en grupos, aspecto muy a tener en cuenta a la hora de ver qué competencias se trabajan, tanto con esta actividad, como con la siguiente. Se tratan las competencias clave de manera general y luego de manera más concreta las competencias específicas que correspondan.

Se comienza con las competencias clave:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): el hecho de trabajar en grupo hace que los alumnos tengan que expresarse de manera verbal con sus compañeros. Se pretende que, al trabajar en grupo, se ponga de manifiesto si han adquirido el vocabulario matemático pertinente y que se vea si son capaces de transmitir los conocimientos explicados en la teoría, tras haber visto una situación cotidiana y práctica como la que se ha presentado.
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): esta competencia estará presente en todas y cada una de las actividades que se presenten, sólo por el mero hecho de estar en la asignatura de Matemáticas. Más concretamente, en estas dos actividades se promueve el trabajo de esta competencia haciendo uso de las simetrías en objetos cotidianos como un reloj digital. El hecho de trabajar las simetrías ya hace que se trabaje la competencia en sí, pero, también se puede relacionar de manera directa con la Tecnología y la Ingeniería debido a la cantidad de lugares donde aparece esta parte de la Geometría. Además, se puede hacer hincapié a la hora de advertir a los alumnos de que, incluso en la Informática y Tecnología, hay que comprobar

que lo que se ha hecho es correcto, ya que, si no se hace, pueden darse fallos como el de la escena en cuestión, y poner mal un temporizador, pasando de ser de 25 minutos a 52 segundos, con lo que ello puede conllevar.

- Competencia digital (CD): se utiliza *GeoGebra Classroom* para el desarrollo de la segunda actividad. De esta manera, se pretende mostrar a los alumnos el potencial de este tipo de herramientas y todo lo que les puede ayudar en el día a día y en un futuro, tal y como se desea hacer ver. Es más, la actividad en sí gira sobre los relojes digitales y cómo son sus cifras, lo que ayuda también al desarrollo de esta competencia. Además, al estar usando el cine continuamente, todas las actividades que vayan relacionadas con la reproducción de escenas fomentarán el desarrollo de esta competencia, ya que se mostrará a los alumnos la utilidad de recursos de Internet para su aprendizaje.
- Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): dicha competencia se desarrolla con el trabajo en grupo. Con los intercambios de opiniones e ideas entre los alumnos, se espera que aprendan los unos de los otros, y más después de haber visto una escena de cine. Al ver una película, cada persona saca diferentes conclusiones, interpretaciones, y ha visto los sucesos que han ocurrido de una manera en particular. Por otro lado, al mostrar la simetría en los relojes digitales, se espera que a algunos de los alumnos les entre curiosidad por ver en qué otros objetos que tienen en su casa y ven todos los días puede haber simetría, fomentando así que sean en parte autodidactas, motivándoles a ello.
- Competencia ciudadana (CC): dicha competencia se espera desarrollar con el trabajo en equipo, al igual que la anterior. Ya se ha comentado que, realmente las actividades se pueden hacer de manera individual o en grupo, queda a elección del profesor (porque, además, independientemente de la manera elegida, el tiempo de las actividades sería más o menos el mismo). Sin embargo, es preferible hacerlo en grupos. De esta manera, se busca que los alumnos tengan que trabajar juntos, aspecto que es muy importante para cuando vayan al mundo laboral (ya que lo normal es tener que estar en contacto con gente y tener que llegar a acuerdos con los compañeros), es decir, se fomenta esa cooperación. El tener que resolver un problema de manera conjunta también hace que los alumnos se puedan ayudar los unos a los otros.

- Competencia emprendedora (CE): yendo de la mano con parte de lo dicho en la CPSAA, con las actividades se pretende despertar en el alumnado ese afán por interesarse por conceptos nuevos, y que sean ellos mismos los que decidan mostrar su creatividad y emprendimiento personal.
- Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC): posiblemente, junto con la STEM, sea la competencia que se palpa de manera más evidente, no sólo en estas dos actividades, sino en ellas y en todas las demás. El hecho de usar un recurso como el cinematográfico en el aula va motivado por diversos aspectos, como ya se ha mencionado a lo largo del trabajo. El que concierne a la CCEC es el de mostrar la cultura en el aula, y hacer ver que las situaciones cotidianas y las Matemáticas están presentes en el cine. Normalmente, no se espera que los alumnos de tercero de la ESO se hayan dado cuenta de ello, salvo que algún profesor en cursos anteriores lo hubiera hecho. Por ello, se pretende estimular este arte como es el cine, y fomentar las emociones de los alumnos que surgen al ver una escena de película. En este caso, se aprovecha el cine para trabajar la simetría, recurso que va más allá de la teoría. Como bien se sabe, en arquitectura es visible cómo se usa para la estética, entre otras muchas utilidades. El profesor podría haber terminado de motivar al alumnado en esta parte de la Geometría con la realización de las dos actividades, habiéndolo tocado ya antes en la parte teórica.

Una vez echado un vistazo a las competencias clave, se van a tratar las competencias específicas que se trabajan (atendiendo a lo establecido en el BOCYL (Decreto 39/2022, pp. 49357-49358), de tercero de la ESO, evidentemente), y más adelante se relacionarán con la evaluación:

- *“1.1 Interpretar problemas matemáticos y de la vida cotidiana, organizando los datos dados y/o localizando y seleccionando información, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas”*: esta competencia específica aparece al mostrar la simetría en los relojes digitales, objetos presentes en la vida cotidiana. Además, se muestra una situación que le podría pasar a cada uno de los alumnos, atendiendo a la escena de la serie que se ha reproducido. Con la otra actividad, simplemente se pretende profundizar en lo ya visto en la escena, siguiendo con la cotidianidad de los problemas propuestos.

- “1.2 Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas”: deberán utilizar lo visto en clase, tanto en la teoría como en los ejercicios. Esas son precisamente las herramientas de las que se hablan. Además, tendrán que usar esas estrategias apropiadas al trabajar en equipo y buscar consensos y acuerdos.
- “1.3 Obtener soluciones matemáticas de un problema, activando los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias”: al igual que en lo anterior, se intenta que los alumnos recurran a lo ya visto para explicar la situación de la escena y posteriormente el problema del reloj digital.
- “2.1 Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema realizando los procesos necesarios”: con los demás compañeros una vez hayan terminado sus ejercicios, al ponerlo en común.
- “2.2 Comprobar la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando el alcance y repercusión de estas desde diferentes perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable, etc.)”: en estas actividades, si los alumnos tienen claro lo que es la simetría y han llevado a cabo la parte de la escena correctamente, cuando lo hagan sabrán si lo están haciendo bien o no.
- “3.3 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas o problemas analizando el resultado obtenido”: mediante la comprobación de las soluciones propuestas con *GeoGebra*, antes habiendo utilizado la primera parte, donde tenían que ver qué números en un reloj digital eran simétricos.
- “4.1 Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional”: aplicando las simetrías de los números ya conocidas para así juntarlas a la hora de formar horas y ver su correspondiente simetría.
- “4.2 Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando y modificando algoritmos”: utilizando la primera parte del ejercicio para realizar la segunda.
- “5.1 Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente”: al tener que utilizar lo visto en clase con el ejercicio propuesto, viendo la relación que hay entre la vida real y las Matemáticas.

- “5.2 Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas”: pueden haber visto las simetrías en otras asignaturas como puede ser Tecnología, y ahí podrían hacer no sólo un nexo entre conocimientos previos y nuevos, sino entre asignaturas, dado la importancia que se cree que tiene.
- “6.1 Reconocer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir”: el hecho de que las actividades giren en torno a los relojes digitales y las horas hace que se desarrolle esta competencia.
- “6.2 Identificar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias resolviendo problemas contextualizados”: tal y como se ha explicado en la 6.1.
- “7.1 Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, incluidas las digitales, visualizando ideas, estructurando procesos matemáticos y valorando su utilidad para compartir información”: la segunda parte en particular se pide hacer primero en papel y luego en *GeoGebra*, por lo que se pretende que se llegue a la solución y luego se compruebe con los recursos digitales disponibles.
- “8.1 Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones”: con el trabajo en grupo se desarrolla esta competencia, al tener que usar y haber entendido los conceptos matemáticos, de manera que, con sus propias palabras y con jerga matemática, sean capaces de transmitir a sus compañeros lo que saben.
- “8.2 Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana comunicando mensajes con contenido matemático con precisión y rigor”: mismas razones que la anterior.
- “10.1 Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa y tomando decisiones y juicios informados”: mediante el trabajo en grupo.

- “10.2 Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, asumiendo el rol asignado y responsabilizándose de la propia contribución al equipo”: teniendo que organizarse entre los miembros del grupo.

Como se aprecia, prácticamente todas las competencias se trabajan con estas dos actividades, lo que hace que sean bastante completas y, *a priori*, enriquecedoras.

- **Evaluación:** la rúbrica que se presenta corresponde a la primera escena y a la primera actividad. Con los ítems descritos, se tocan todas las competencias presentadas, tanto claves como específicas.

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Trabajo grupal	Se ha visto una gran cooperación y no ha habido ningún problema para organizarse y sacar el trabajo adelante	Se ha visto interés por trabajar conjuntamente y se ha llegado a acuerdos de manera aceptable	Se ha visto un ademán de cooperar, pero ha habido problemas	Se han visto desavenencias constantes y cada miembro del grupo iba por su cuenta
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Conocimientos utilizados	Se ha recurrido a todos los conocimientos necesarios proporcionados en las clases teóricas	Se han utilizado nociones vistas en clase, pero ha faltado alguna	Se ha utilizado algún concepto visto en clase, pero no los suficientes	No se ha aplicado ningún concepto visto en clase

Uso de <i>GeoGebra</i>	Se ha visto un dominio excelente del programa, y no se ha necesitado nada de ayuda	El uso del programa ha sido el correcto, pero ha habido alguna duda	Se ha necesitado la guía del profesor	Se ha requerido ayuda constante para manejar el programa
Solución presentada	Se ha hecho de manera perfecta la primera parte y se han proporcionado las 11 horas simétricas	Se ha hecho correctamente la primera parte y se han proporcionado entre 6 y 10 horas simétricas	Ha habido algún problema con la primera parte y/o no se han proporcionado más de 6 horas simétricas	La primera parte no se ha hecho correctamente y/o no se han proporcionado más de 3 horas simétricas
Ampliación	Se ha relacionado la simetría con Tecnología y con situaciones cotidianas	Se ha relacionado la simetría con otras situaciones cotidianas	Se ha intentado relacionar el ejercicio con otras situaciones, pero no se ha conseguido	No se ha ido más allá de lo que pedía el ejercicio

Como se puede apreciar, hay 6 ítems, donde cada uno de ellos puede aportar desde 1 hasta 4 puntos, lo que hace un máximo de 24 puntos.

- **Conclusiones:** con estas dos actividades propuestas, se supone que la motivación de los alumnos va a verse afectada de manera positiva, ya que, en primer lugar, se reproduce una escena de una serie que seguramente la mayoría de ellos conozcan. Además, es una situación totalmente contextualizada y relacionada con la vida real, al tratar temas como la hora y los relojes digitales. Por otra parte, se trabaja en grupo, aspecto que se considera fundamental a desarrollar por parte del alumnado a estas edades. Se puede ver

la relación con otras asignaturas como puede ser Tecnología, y se hace uso de recursos digitales como *GeoGebra*, tras haber intentado la actividad de manera manual, potenciando también los ordenadores como ayuda a la hora de resolver un problema o comprobar la solución.

En general, se cree que la acogida por parte del alumnado sería buena, pero hasta que no se pusiera en práctica no se podrían confirmar dichas sensaciones.

4.1.3. Segunda escena

Al igual que en lo que se lleva de secuencia, esta escena se va a centrar en las simetrías. Esta vez, se propone reproducir una escena que aparece en el episodio 5 de la primera (y única) temporada de la famosa serie *Mr. Bean* (ver figura 6). La actividad propuesta irá de la mano con el departamento de Biología, por la naturaleza de la escena tratada.

- **Ficha técnica:** la serie *Mr. Bean* fue creada por Rowan Atkinson, Richard Curtis y Ben Elton, dirigida por John Birkin, y producida por ITV y A&E. Esta serie fue producida entre los años 1990 y 1995, cuenta con una única temporada de 15 capítulos, donde cada uno de ellos dura 25 minutos. En la escena que se presenta aparecen *Mr. Bean* y el dentista.



Figura 6 (cartel de la serie televisiva *Mr. Bean*)

- **Argumento de la serie:** dicha serie de humor trata sobre *Mr. Bean*, un hombre con un comportamiento un tanto peculiar. Se le plantean siempre situaciones embarazosas y comprometidas (aunque a veces no lo son, es él quien hace que sean así), de las que consigue salir, pero no de la manera más ortodoxa. No hay que olvidar que es una comedia británica, es decir, el humor que se busca es el que se tiene en esa cultura. Además, se caracteriza por no haber apenas diálogo, lo que hace que sea más fácil verla en otros países casi sin necesidad de traducirla.
- **Descripción de la escena:** la escena entera transcurre en el dentista. *Mr. Bean* entra a la consulta del especialista para, como se puede intuir después, realizarse un empaste en uno de sus dientes. Mientras el dentista prepara lo necesario para llevar a cabo su trabajo, se ve a *Mr. Bean* jugar con los materiales que encuentra al lado de su silla. Todo esto por supuesto ocurre mientras el dentista no se entera de nada porque sigue preparando lo que después tendría que utilizar. Llegado un momento de la escena, *Mr. Bean* coge una jeringuilla que tenía a su alcance, y se la clava (se entiende que, por error, aunque tampoco se puede sacar esa conclusión de manera clara) en la pierna al dentista, lo que hace que éste se caiga y no pueda seguir haciendo su trabajo. En ese momento, *Mr. Bean* decide realizarse el empaste por su cuenta (y aquí es donde van a llegar las Matemáticas, sin embargo, todo lo que se acaba de contar se cree conveniente reproducir para situar a los alumnos que vean la escena, y, además, para que se hagan una idea de cómo es *Mr. Bean* y la dinámica de la serie). Él, en principio, se fija en una radiografía de su boca para saber en qué diente tiene que realizarse el empaste, y posteriormente, lo lleva a cabo. El problema llega cuando se da cuenta de que, el lugar donde está sujeta la radiografía, se puede girar, tanto respecto al eje vertical como al horizontal. Por lo que entonces se hace en total cuatro empastes.
- **Matemáticas en la escena:** al igual que en la anterior escena de esta primera secuencia, las Matemáticas que aparecen van de la mano con una confusión por parte del protagonista, y, claro está, que, al estar tratando con simetrías, es algo que puede ocurrir y así los alumnos pueden darse cuenta de cómo funcionan. En este caso, la simetría aparece en la disposición de los dientes (tanto la parte superior como la parte inferior son simétricas, si se deja el mismo número de dientes a cada lado (ver figura 7) al verlo desde una vista superior (para

los dientes de la parte inferior) o desde una vista inferior (para los dientes de la parte superior de la boca). Pero no sólo visto así, desde una vista frontal, también se puede apreciar esa simetría comentada (ver figura 8).

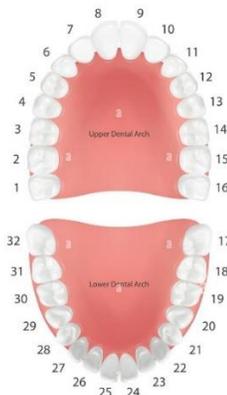


Figura 7 (tomada de *alamy.es*)



Figura 8 (tomada de *alamy.es*)

En el caso que le atañe a *Mr. Bean*, él dispone de una radiografía realizada desde una vista frontal, es decir, ve algo como la figura 8. Cuando se da cuenta de que el soporte donde está la radiografía admite varias posiciones, ve que hay cuatro posibles dientes (girando la radiografía) a los que realizar el empaste (ya que hay un diente marcado, que es donde hay que hacerlo), debido a la simetría comentada. Siendo estrictos, los incisivos superiores normalmente se pueden distinguir de los inferiores y no sería tal el problema de haber cuatro posibilidades, sin embargo, sí que podría llegar a haber confusión si los dos dientes son de la parte superior o ambos de la parte inferior.

De todas formas, el objetivo de esta escena es parecido al de los relojes digitales. Se pretende hacer ver al alumno que la simetría aparece continuamente en la vida cotidiana, y

no sólo en la de los profesores de Matemáticas, sino en la suya también. Esa conexión entre esta ciencia y la vida real es factible, y se puede sacar mucho partido si se utilizan los recursos de manera adecuada.

En este caso, la relación es estrecha entre las simetrías y el cuerpo humano, consideración relevante tal y como se plasma más adelante.

- **Curso y rama elegidos:** la rama de las Matemáticas donde encuadrar esta escena es en la Geometría, por ser en particular de simetrías en el plano. Precisamente por ser este tema el que se ve en la escena, se propone para tercero de la ESO, ya que, acudiendo al BOCYL (Decreto 39/2022, p. 49359), se incluyen los siguientes contenidos en dicho curso: *“Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas manipulativas”*. Por tanto, es de manera clara el lugar donde ubicarlo.

Lo ideal sería proyectar la escena según se haya dado la teoría correspondiente a simetrías, y tras haber realizado algún ejercicio.

- **Actividad propuesta:** atendiendo a la escena en cuestión, se propone visualizarla después de haber dado la teoría y ejercicios necesarios, y utilizar dos sesiones enteras (se presupone de 50 minutos cada una) para ello.

Lo que se propone a continuación es realizar una actividad en conjunto con el departamento de Biología del centro, ya que, en esta escena aparecen las simetrías en una parte del cuerpo humano. Ahora bien, dado que no es un hecho aislado, y que la simetría aparece constantemente en los seres humanos y su morfología, se cree que se puede sacar mucho provecho de esta situación. Además, al relacionarlo con otra asignatura, es esperable que los alumnos detecten la relación que puede existir entre ellas si se busca de manera adecuada, aspecto sobre el que se ha insistido mucho por parte del profesorado (sobre todo en la parte genérica) de este Máster.

Se propone, por grupos, hacer un recorrido por el cuerpo humano, buscando cinco simetrías (puede ser de manera global o de manera más específica, se quiere también dar a los grupos libertad para que así tengan iniciativa y no se les dé todo hecho). Evidentemente, los huesos no tienen mucho misterio porque en sí el esqueleto es simétrico, sin embargo, sí que hay órganos que no están “duplicados”, y ahí sí que se pueden encontrar algunos que están

dispuestos en el cuerpo de manera simétrica y otros no (de estos últimos deben dar un ejemplo).

Una vez hayan echado un vistazo a estas simetrías, se propone que realicen un pequeño trabajo en grupo que pueden hacer con el tiempo restante de la primera sesión y algo más en casa si lo necesitan. Dicho trabajo consistirá en explicar con sus palabras lo que es para ellos la simetría, poniendo ejemplos de la vida cotidiana e intentando poner alguna otra situación real donde, debido a la simetría se pueda dar una confusión (como la de los relojes digitales o la dentadura). Además, deberán explicar la escena vista en clase. Por último, deberán hablar de las simetrías que han visto en el cuerpo humano, y explicar la función de las estructuras involucradas (como puede entender el lector, esto correspondería a la parte de Biología, que no puede faltar al haber dicho que era una actividad conjunta).

El trabajo lo deberán entregar a mano o por correo electrónico, y en la segunda sesión deberán realizar una exposición a sus compañeros de todo su trabajo. El tiempo de exposición sería determinado por el número de grupos que el profesor hubiera querido hacer.

- **Relación con competencias:** al igual que en la actividad anterior, ésta se propone hacer por grupos, aspecto fundamental para valorar el desarrollo de algunas competencias en concreto. Se mencionarán qué competencias se trabajarían al realizar estas actividades y se dará una pequeña explicación en cada una de ellas. Se tratarán las competencias clave de manera general y luego de manera más concreta se hablará de las competencias específicas que correspondan.

Las competencias clave trabajadas son:

- Competencia en comunicación lingüística (CCL): se intenta desarrollar a través del trabajo en grupo, por un lado, y, por otro lado, con la exposición que se les pide realizar a los alumnos al finalizar el trabajo pedido. Lógicamente, tienen que hablar en ella todos los miembros del grupo, lo que hace que todos los alumnos pongan en práctica lo que saben y cómo se desenvuelven a la hora de transmitir lo que ya han visto (la escena de *Mr. Bean*) y lo que han hecho por su cuenta.
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): se promueve el trabajo de esta competencia haciendo uso de las simetrías en situaciones cotidianas como es al ir al dentista. Además, el hecho de trabajar

aspectos del cuerpo humano y de Biología hace que se desarrolle esta competencia en el ámbito más sanitario de la ciencia.

- Competencia digital (CD): de manera específica no se trata esta competencia. Aun así, se espera que los alumnos hagan uso de Internet para buscar información sobre lo que se pide, y, por otra parte, se espera que para la exposición los grupos se apoyen en algún tipo de medio digital donde exponer las ideas mediante diapositivas, por ejemplo. Luego, aunque no se use *GeoGebra* o alguna aplicación similar en la propia clase, de manera indirecta se espera trabajar esta competencia.
- Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): siempre que se trabaja en grupo, esta competencia se ve trabajada. Ahora bien, a diferencia de las dos actividades previas, aquí los alumnos seguramente tengan que terminar lo que se les pide en sus respectivas casas. Con esto se busca que haya organización, pero no sólo en la propia clase, sino también fuera. No se está diciendo que los alumnos deban quedar para realizar el trabajo, porque puede que sea complicado para ellos. Deberán distribuirse en clase lo que cada uno debe hacer, aspecto fundamental a la hora de trabajar en equipo. Pero, ya no sólo es eso, también deben preparar una exposición, lo cual requiere que, cada uno puede hacer su parte por su cuenta, pero luego tienen que juntarlas y parecer que es un trabajo uniforme, algo que puede ser complicado si no se ha practicado las suficientes veces en cursos anteriores. Además, se les pide que busquen simetrías en el cuerpo humano, así pudiendo despertar en los alumnos unas nuevas ganas de aprender más sobre ambos temas.
- Competencia ciudadana (CC): dicha competencia se espera desarrollar con el trabajo en equipo, al igual que la anterior.
- Competencia emprendedora (CE): como se ha expuesto anteriormente, en esta actividad las pautas que se dan son las mínimas imprescindibles para que los alumnos sepan qué tienen que hacer, pero tengan libertad. Precisamente ese hecho es el que hace que se trabaje esta competencia, ya que deben tener iniciativa propia.
- Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC): al igual que en las actividades anteriores, la simetría es el tema a trabajar, y, por donde se encuentra en el día a día, se puede decir que se desarrolla esta competencia. Ya no sólo por eso,

sino también porque, de nuevo por la libertad de los alumnos y las pocas premisas a la hora de realizar el trabajo, se busca fomentar la creatividad de los alumnos.

Se hablará ahora de las competencias específicas que se trabajan (atendiendo a lo establecido en el BOCYL (Decreto 39/2022), de tercero de la ESO), y más adelante se relacionarán con la evaluación. Dado que muchas de ellas ya han aparecido en las actividades anteriores, ahora no se escribirá todo lo referente a la competencia, solamente el número que aparece en el BOCYL (Decreto 39/2022, pp. 49357-49358) (dado también que se está en el mismo curso), salvo que no haya aparecido antes dicha competencia.

- 1.1: esta competencia específica se desarrolla al trabajar las simetrías que aparecen en el cuerpo humano. Los alumnos deben comprender el enunciado y poner su punto de vista para realizar lo pedido. También deben elegir las partes del cuerpo humano que van a presentar, hablando de la simetría que ahí han visto.
- 1.2: usando todo lo que saben de simetrías de clase, y de Biología para la parte que a ello corresponde. Además, tendrán que usar estrategias para trabajar en equipo y buscar consensos y acuerdos por el bien del grupo.
- 1.3: acudiendo a lo aprendido en clase.
- 2.2: valorando la relación que tienen en este caso las Matemáticas y la Biología, en cuanto a simetrías se refiere.
- 3.3: utilizando Internet para indagar sobre el cuerpo humano y las simetrías, y para buscar información acerca de las simetrías en la vida cotidiana, si no son capaces de llegar a ellas por su cuenta.
- 5.1: usando lo que han visto de simetrías y en Biología, para darle sentido al nexo que se quiere mostrar.
- 5.2: pueden aplicar conocimientos que ya sabían de asignaturas previas y de otras veces que hayan trabajado en grupo para, entre otras cosas, no cometer los errores que hubieran podido cometer veces anteriores.
- 6.1: viendo cómo se relacionan las Matemáticas y el cuerpo humano, se puede hacer ver a los alumnos que las simetrías aparecen en muchos sitios, a veces incluso inesperados. Por tanto, así se puede fomentar que tengan una vista más

“matemática”. Asimismo, parte de esta competencia se trabaja también con la exposición a realizar.

- 6.2: se trabaja de manera evidente, ya que, de por sí, se hace la actividad de manera conjunta con el departamento de Biología.
 - “6.3 Reconocer y saber expresar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual”: dándose cuenta de que la salud y las Matemáticas van de la mano, viendo así unas pequeñas pinceladas de la importancia de tenerlas en cuenta al tratar con el cuerpo humano. Así, notando cómo las simetrías aparecen constantemente en el cuerpo humano, buscando la mejor distribución y funcionamiento de los sistemas.
 - 7.1: la exposición hace que se pueda fomentar el desarrollo de esta competencia. Al tener que realizar exposiciones, ya no sólo en esta asignatura, sino en todas, hace que los alumnos por sí mismos se vayan dando cuenta de qué aspectos deben mejorar para una mejor comunicación de la información que han trabajado previamente.
 - 8.1: se trabaja mientras trabajan en grupo e intercambian opiniones e ideas entre ellos, y a la hora de realizar la exposición.
 - 8.2: mismas razones que la anterior.
 - 10.1: mediante el trabajo en grupo.
 - 10.2: teniendo que organizarse entre los miembros del grupo.
- **Evaluación:** se ha hecho una rúbrica para valorar los diferentes apartados que se piden en la actividad, en lo que respecta a la parte de Matemáticas.

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Trabajo grupal	Se ha visto una gran cooperación y no ha habido ningún problema para organizarse y	Se ha visto interés por trabajar conjuntamente y se ha llegado a acuerdos de	Se ha visto un ademán de cooperar, pero ha habido problemas	Se han visto desavenencias constantes y cada miembro del grupo iba por su cuenta

	sacar el trabajo adelante	manera aceptable		
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Simetría órganos del cuerpo	El grupo ha propuesto al menos cinco órganos con simetría en el cuerpo y uno donde no la hay	El grupo ha propuesto tres o cuatro órganos con simetría y uno sin simetría	El grupo ha propuesto menos de tres órganos con simetría y/o le ha faltado uno sin simetría	El grupo no ha propuesto ningún órgano con simetría ni sin simetría
Definición simetría	La definición aportada se ajusta perfectamente a lo que es la simetría	La definición aportada es buena, pero ha faltado algún concepto por aclarar	La definición aportada no es buena, aunque se muestra un mínimo de comprensión	La definición aportada refleja que no se ha entendido lo que es la simetría
Ejemplos vida cotidiana	Los ejemplos presentan una simetría clara, y la explicación muestra que se ha	Los ejemplos muestran simetría, pero el razonamiento tiene algún fallo	Los ejemplos no se corresponden con simetría y/o el razonamiento no es válido	No se ha dado ningún ejemplo, o los aportados no ilustran simetría

	comprendido el concepto		con lo aportado	
Confusión vida cotidiana	La situación muestra una posible confusión debido a la simetría	La situación propuesta es un buen ejemplo, pero no es de la vida cotidiana	La situación escogida no es de la vida cotidiana, o la simetría no aparece a simple vista	No se ha hecho o no tiene sentido la confusión mostrada
Claridad en la exposición	Las ideas han quedado claras y no se ha leído constantemente	Alguna idea no ha quedado del todo clara y/o se ha leído más de lo debido	No ha quedado excesivamente claro y/o se ha leído toda la presentación	No ha quedado nada claro
Distribución del tiempo entre los miembros del grupo			Todos los miembros del grupo han estado hablando el mismo tiempo grosso modo	Ha habido disparidad entre los tiempos empleados por cada uno de los miembros del grupo
Tiempo utilizado			El marcado por el profesor	Más, o menos del 20% marcado por el profesor

La rúbrica puede dar un máximo de 32 puntos. Unido a la actividad anterior, se puede tener un máximo de 56 puntos. Se propone que, estas dos actividades puedan puntuar hasta 2,8 puntos sobre 10 de la parte de simetría.

- **Conclusiones:** con la realización de esta actividad se busca seguir haciendo hincapié en la relación de las Matemáticas con la vida cotidiana. Se sigue tratando, al igual que con las actividades previas, las simetrías. Ahora bien, en esta actividad también se ha buscado aprovechar la escena para relacionarlo de manera directa con la asignatura de Biología. Además, se ha añadido la exposición al finalizar el trabajo para que los alumnos practiquen el hablar en público y se acostumbren a ello.

4.1.4. **Segunda actividad**

Esta segunda actividad que se propone tras la visualización de la segunda escena cambia el tema sobre el que gira. Ahora, la actividad propuesta, sigue tratando de sentido espacial (y socioafectivo) de tercero de la ESO, pero, sobre la parte que en el BOCYL (Decreto 39/2022) aparece como localización y sistemas de representación.

- **Actividad propuesta:** uno de los juegos de mesa más famosos es *Hundir la Flota* (ver figura 9). Dicho juego para dos jugadores consiste en colocar una serie de barcos (de diferentes longitudes) en un cuadrante e intentar adivinar dónde los ha colocado el rival.



Figura 9 (tomada de *drim.es*)

Viendo las pautas y la dinámica del juego, se va a proponer esta actividad usando la metodología asociada a los juegos, es decir, la gamificación, modificando ligeramente las directrices del juego real (para incluir conceptos más matemáticos), aunque será muy similar.

Se pondrá a los alumnos por parejas, tal y como es el juego real, y a cada uno de ellos se les distribuirán en papel dos mallas de 10×10 (como la de la figura 10), que como se puede intuir, representan el primer cuadrante del plano.

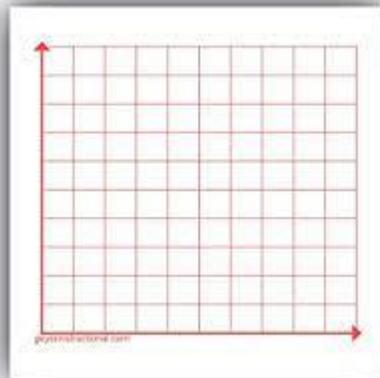


Figura 10 (tomada de *amazon.com*)

En el juego real, se dispone de un barco de cuatro cuadrados, dos barcos de tres cuadrados, tres barcos de dos cuadrados, y cuatro barcos de un cuadrado. Aquí se realiza la primera de las modificaciones. Lo que se va a decir a los alumnos es que deben colocar en el plano un vector de módulo cuatro, dos vectores de módulo tres, tres vectores de módulo dos, y cuatro vectores de módulo uno.

Una vez hecha esta primera parte, el juego comienza y se desarrolla de la misma manera que *Hundir la Flota*. Por turnos, los alumnos deben intentar adivinar dónde ha colocado los vectores su compañero. En este caso, deben adivinar todos los puntos por los que pasan dichos vectores (los que tengan por coordenadas x e y números enteros). Realmente, del vector que tiene módulo cuatro deben adivinar cinco puntos, de los que tienen módulo tres cuatro, y así sucesivamente. A partir de ahí, el juego se desarrolla como *Hundir la Flota*, hasta que hay un ganador.

Al finalizar esta parte, aparece la segunda modificación, aunque se puede tratar como un añadido. Cuando ya ha habido un ganador, los dos alumnos de la pareja se deben intercambiar las mallas donde cada uno había situado sus vectores, para identificar qué vectores son los que había escogido su compañero numéricamente). Además, deben hacer tres sumas de vectores, el vector de módulo cuatro con tres vectores, cada uno de los tres módulos que faltan, y, si es posible, dibujarlo en la misma malla (puede ocurrir que la suma

se salga del cuadrante donde están trabajando), para, por último, devolverle esa malla a su compañero y cada uno pegarla en su cuaderno.

- **Relación con las competencias:** se empieza con las competencias clave:
 - Competencia en comunicación lingüística (CCL): los alumnos tienen que realizar la actividad con un compañero, interactuando con él. Deben hacer uso del lenguaje matemático correcto para hacerse entender y hablar con coherencia de los vectores. Además, deben haber entendido cómo funciona un sistema de representación, en este caso cartesiano, para poder jugar.
 - Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): ésta se trabaja de diferentes maneras. Una de ellas hace referencia a las coordenadas. Este tema en particular aparece recurrentemente en la vida diaria, por ejemplo, cuando se busca una dirección en *Google Maps*, aparecen las coordenadas geográficas. Una buena comprensión de lo que son las coordenadas hará que estén familiarizados con ellas y podrán entender cómo funcionan.
 - Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): dicha competencia se espera desarrollar con el trabajo en parejas. Siempre que se tenga que trabajar con compañeros estará presente. Además, tienen que realizar la suma de los vectores en la malla que después irá en el cuaderno de su compañero, así pues, se espera fomentar la empatía, y que se realice de manera correcta esta parte de la actividad, aunque el resultado lo acabe teniendo el compañero. Por otra parte, con esta actividad puede desarrollarse un interés por encontrar Matemáticas en otros juegos de mesa.
 - Competencia ciudadana (CC): dicha competencia se espera desarrollar al igual que la anterior.
 - Competencia emprendedora (CE): yendo de la mano con parte de lo dicho en la CPSAA, con las actividades se pretende despertar en el alumnado ese afán por interesarse por las Matemáticas en la vida cotidiana, en este caso, en los juegos de mesa.

En cuanto a las competencias específicas, se tienen las siguientes:

- *I.2:* los alumnos, cuanto mejor utilicen los conocimientos que han adquirido, más posibilidades tendrán de ganar el juego. Además, teniendo en cuenta los módulos

de los vectores que hay en la malla, les puede servir de ayuda para una mejor estrategia.

- 1.3: mismo razonamiento que la anterior.
 - 2.1: al intercambiar la malla con la del compañero, podrán ver si han hecho bien el juego o se han equivocado en alguna parte.
 - 2.2: haciendo uso de la segunda de las mallas proporcionadas, pueden ir tachando las coordenadas que van diciendo e ir marcando cuando sepan donde hay un vector del compañero.
 - 3.1: usando los conocimientos de los vectores, cómo se disponen en el primer cuadrante, y, atendiendo a sus características para intentar adivinar dónde están.
 - 5.1: viendo la relación entre el juego de mesa de *Hundir la Flota* y el propuesto, utilizando las Matemáticas vistas en el tema correspondiente.
 - 6.1: pueden relacionar las coordenadas con la vida real.
 - 6.2: con la asignatura de Física, por el tema de los vectores y las coordenadas. A lo mejor no en tercero, pero si no más adelante, verán el nexo y la utilidad en esta otra materia.
 - “7.2. *Elaborar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada*”: utilizando la segunda malla proporcionada, que será donde se vayan marcando los vectores del compañero.
 - 8.1: al estar jugando deben hacer que el compañero les entienda con un buen uso del lenguaje.
 - 8.2: mismas razones que la anterior.
 - “9.1 *Gestionar las emociones propias y reconocer las ajenas, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta generando expectativas positivas ante nuevos retos matemáticos*”: al tener que trabajar con material que ha hecho el compañero, y, después, teniendo que devolverle lo que cada uno ha hecho para que el resultado se vea en el cuaderno del otro.
- **Evaluación:** la rúbrica propuesta para que sea utilizada por parte del profesor, y que engloba todas las competencias previas, es la siguiente:

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Reglas del juego			Se han seguido las reglas indicadas	No se han seguido las reglas estipuladas
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Expresión matemática	Se ha percibido un gran manejo del uso de lenguaje matemático, y de manera apropiada	Se ha usado el lenguaje matemático correctamente, pero ha habido alguna duda o equivocación	Se ha usado el lenguaje matemático con fallos	Se ha usado la jerga matemática de manera incorrecta y constante
Vectores	Se han utilizado los vectores que se tenían que usar	Ha habido algún vector que no ha seguido las características marcadas	Ha habido varios fallos en los vectores utilizados	Ningún vector ha sido como se había estipulado
Representación de vectores	La suma de vectores se ha realizado de manera correcta, y	Ha habido una suma mal y/o no se ha seguido alguna de las directrices	Se ha realizado alguna suma de manera correcta, siguiendo (en	No se ha representado bien ninguna suma y/o no se ha seguido

	siguiendo las directrices		su totalidad, o en gran parte) las directrices establecidas	ninguna directriz
--	---------------------------	--	---	-------------------

La rúbrica puede dar un máximo de 18 puntos. Por este motivo, se propone que la actividad cuente hasta 1,8 puntos sobre 10 en la parte correspondiente a vectores y sistemas de localización.

- **Conclusiones:** con esta actividad se cierra la primera secuencia propuesta, correspondiendo en este caso al tema de sistemas de representación y vectores. Las expectativas que se tienen con esta actividad son altas, en primer lugar, por usar el método de gamificación. El trabajar los vectores mediante un juego que, seguramente la mayoría conozcan, puede ser una opción muy positiva. Evidentemente, no se trata de una actividad introductoria de vectores. Para que los alumnos de verdad aprovechen la actividad tienen que haber comprendido los vectores y haber asimilado bien los conceptos que se dan en el tema. También se pretende usar esa competitividad que aparece al querer ganar al compañero de manera sana, ya que, usando bien los conceptos que se han impartido en clase, tendrán más posibilidades de ganar.

4.2. SECUENCIA 2

En esta segunda secuencia se proponen diferentes escenas y actividades relacionadas con la probabilidad. Debido a la dificultad intrínseca que llevan, se ubican las actividades en primero de Bachillerato, atendiendo al BOCYL (Decreto 40/2022) y los contenidos que en él hay estipulados para el sentido estocástico. Sendas actividades se pretenden que se realicen por parejas, para trabajar cuantas más competencias mejor. En una sesión se podrían realizar las dos, aunque, en caso de ser necesario, podría emplearse más tiempo, según lo viera el profesor en cuestión.

4.2.1. Primera escena

Se propone ver una escena de la película *En un mundo mejor*, de la cual se saca la actividad enlazada, que trata el problema conocido como la paradoja del cumpleaños.

- **Ficha técnica:** la película danesa *En un mundo mejor* fue estrenada en 2010, bajo la dirección de Susanne Bier. Tiene una duración de 110 minutos y se enmarca en el género dramático. Cabe destacar que, ese mismo año de estreno, recibió dos premios de gran importancia: la mejor película de habla no inglesa, tanto en los Oscar como en los Globos de Oro.
- **Argumento de la película:** la película trata sobre Anton, un médico con una vida a caballo entre Dinamarca y África; y su mujer. Están al borde del divorcio y tienen dos hijos a su cargo. El mayor de ellos, Elias, se hace amigo de Christian, un niño procedente de Londres, que llega nuevo a su clase en Dinamarca. Sin embargo, esta nueva relación desembocará en consecuencias inesperadas.



Figura 11 (cartel de la película *En un mundo mejor*)

- **Descripción de la escena:** precisamente en la escena se ve el primer día que Christian va a clase en Dinamarca, y, además, el profesor les dice a sus alumnos que viene de Londres. En ese momento, el profesor le pregunta a Christian por la fecha de su cumpleaños, ya que deben apuntarla en un calendario que tienen puesto en un tablón, donde ya están escritas todas las fechas de cumpleaños de los demás alumnos de la clase. Christian dice que su cumpleaños es el 7 de julio, que es exactamente el día en el que los cumple Elias, el otro de los protagonistas. *A priori*, puede pensarse que la situación se ha forzado por parte de los guionistas, sin embargo, analizando la paradoja del cumpleaños se verá que no es en absoluto descabellado lo que ocurre en la escena.
- **Matemáticas en la escena:** como ya se ha anticipado, es la paradoja del cumpleaños la que aparece en la escena reproducida. Dicha paradoja afirma que, en un grupo de 23 personas,

es más probable que haya dos personas que cumplan años el mismo día, a que todas lo cumplan en días diferentes. Pero no solo eso, se puede afirmar también que, para un grupo de 60 personas, hay más de un 99% de posibilidades de que dos personas cumplan años el mismo día del año.

- **Actividad propuesta:** se propone a los alumnos probar la paradoja del cumpleaños por parejas. En primer lugar, se les puede dar el enunciado sin más, y dejarles por su cuenta para ver si lo consiguen. En caso contrario, se propone al profesor que les pueda ir dando pistas para ayudarles en la resolución, que, más adelante, se verá reflejado en la evaluación, el hecho de haber necesitado pistas o no. Se propone dar como primera pista que deben usar la regla de Laplace, y como segunda pista, que deben usar sucesos complementarios. A continuación, se propone que, utilizando una fórmula general que ellos mismos deben obtener (y que podrían ya haber utilizado para deducir la paradoja), en función del número de personas que haya, hagan en *GeoGebra* la gráfica que representaría la probabilidad del suceso según se aumenta el número de personas.
- **Solución propuesta:** en primer lugar, en vez de coger el suceso $A=$ “Al menos dos personas, de entre las 23, cumplen años el mismo día”, es conveniente coger el suceso complementario, $A^c=$ “Nadie, de entre las 23 personas, cumple años el mismo día”. Esta corresponde a la segunda de las pistas que se propone dar, precisamente, porque se cree que es la que más ayuda proporciona. Se pasaría a tener que calcular entonces $P(A^c)$. Para realizar este cálculo, se podría en primer lugar ver casos con números más pequeños, para tener una idea, y después sacar la fórmula general, válida para cualquier número de personas. Por último, sustituir por 23.

Si se quiere calcular $P(B)$, donde $B=$ “Dos personas cumplen años el mismo día”, sería mejor acudir a $P(B^c)$. En ese caso, se tiene que, $P(B^c) = \frac{365}{365} \cdot \frac{364}{365} = 0,973$, ya que, el primer individuo, al ser precisamente el primero, no puede coincidir su fecha de cumpleaños con otro anterior, de ahí la primera fracción, teniendo en cuenta casos favorables y casos posibles. En cambio, para la segunda, para que el día sea distinto al primero, hay $365-1=364$ opciones. Utilizando la regla de Laplace y la regla del producto para este tipo de probabilidades, se obtiene lo deseado. Ahora, aplicando la propiedad de que $P(B) = 1 - P(B^c)$, se obtiene que $P(B) = 0,027$.

De esta forma, se podría ver también el caso para 3, 4, etc., llegando a la fórmula general siguiente $P(D) = 1 - \frac{365 \cdot 364 \cdot \dots \cdot (365 - n + 1)}{365^n}$, donde $D =$ “Al menos dos personas, de entre las n , cumplen años el mismo día”. Por tanto, la comprobación que se pide hacer es sustituir en esa fórmula por 23, quedando una probabilidad de 0,507 de que, en un grupo de 23 personas, al menos dos cumplan años el mismo día.

Para el caso de $n = 60$, sustituyendo en la fórmula, se tendría una probabilidad de 0,9951. Para la última parte del ejercicio, los alumnos deberán sacar todos los valores posibles para n , desde 1 hasta 60, y así ver la gráfica, que debe quedar de la siguiente forma:

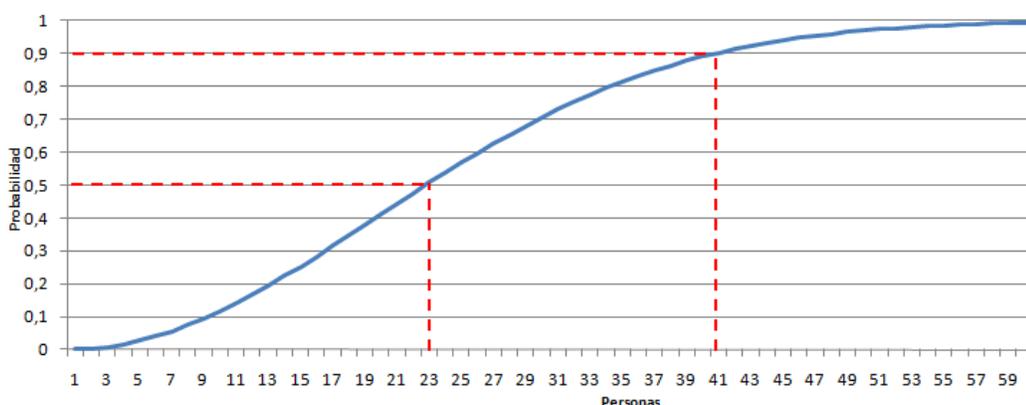


Figura 12 (tomada de elmundoderafalillo.blogspot.com)

- **Relación con las competencias:** se comienza con las competencias clave que se trabajan con esta actividad:
 - **Competencia en comunicación lingüística (CCL):** al realizar la actividad por parejas, se trabaja esta competencia. Deben expresarse de manera correcta con el compañero usando los conceptos de manera adecuada.
 - **Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM):** en la actividad se trabaja la regla de Laplace, los sucesos complementarios, *GeoGebra*, etc., todo ello ayuda al desarrollo de esta competencia.
 - **Competencia digital (CD):** se utiliza *GeoGebra* para la representación gráfica del problema propuesto, fomentando esta competencia. Además, al tener que hacer una gráfica, hay varias maneras de hacerlo, pudiendo este hecho ayudar a decidir al alumno cuál es la más eficiente.

- Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): al haber propuesto la actividad por parejas, se quiere que los alumnos tengan empatía y comprensión con el compañero. Así, aprendiendo a llegar a acuerdos de cómo resolver el problema, sabiendo escuchar y buscando lo mejor para los dos.
- Competencia ciudadana (CC): dicha competencia se desarrolla por el mismo motivo que la anterior.
- Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC): el problema en sí se llama paradójica. Indudablemente, su nombre viene por cómo va en contra de la intuición el resultado al que se llega. Por ello, y, por tratarse de una situación tan simple donde aparecen cumpleaños, hace que los alumnos puedan mirar más allá en este sentido.

En cuanto a las competencias específicas que se trabajan (atendiendo a lo establecido en el BOCYL (Decreto 40/2022, pp. 50090-50091) en primero de Bachillerato), se tienen las siguientes:

- *“1.1 Manejar algunas estrategias y herramientas, incluidas las digitales, en la modelización y resolución de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, evaluando su eficiencia en cada caso”*: esta competencia específica se desarrolla al usar *GeoGebra* para la parte digital de la que se habla, y usando las herramientas matemáticas que conocen asociadas a la probabilidad.
- *“1.2 Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de problemas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, describiendo el procedimiento utilizado”*: como se puede ver en la rúbrica presentada más adelante, se refleja el desarrollo de esta competencia, teniendo que analizar las soluciones a las que se llegan, y dando importancia no sólo al resultado final, sino también al procedimiento.
- *“2.1 Comprobar la validez matemática de las posibles soluciones de un problema utilizando el razonamiento y la argumentación”*: teniendo en cuenta que en el enunciado se dice al resultado al que deben llegar, aparece esta competencia.
- *“3.1 Adquirir nuevo conocimiento matemático a partir de la formulación de conjeturas y problemas de forma guiada”*: aprendiendo a no fiarse de la intuición, y acudiendo a las Matemáticas para cerciorarse de un pensamiento que puede ser

erróneo. Además, en el problema propuesto se hace de forma guiada dada la naturaleza del enunciado y las posibles pistas que se puede dar.

- “3.2 *Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la formulación o investigación de conjeturas o problemas*”: haciendo uso de *GeoGebra* para llegar a la solución gráfica de la paradoja.
- “4.1 *Interpretar, modelizar y resolver situaciones problematizadas de la vida cotidiana y de la ciencia y la tecnología, utilizando el pensamiento computacional, modificando y creando algoritmos*”: teniendo que llegar, entre otras cosas, a la fórmula general en función del número de personas que haya en el grupo a estudiar.
- “5.1 *Manifestar una visión matemática integrada, investigando y conectando las diferentes ideas matemáticas*”: relacionando varias nociones de probabilidad para resolver un único problema.
- “5.2 *Resolver problemas en contextos matemáticos estableciendo y aplicando conexiones entre las diferentes ideas matemáticas*”: igual que la anterior.
- “6.2 *Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, reflexionando sobre su contribución en la propuesta de soluciones a situaciones complejas y a los retos científicos y tecnológicos que se plantean en la sociedad*”: viendo cómo, usando las Matemáticas, se pueden demostrar resultados que van en contra de la intuición.
- “7.2 *Seleccionar y utilizar diversas formas de representación, valorando su utilidad para compartir información*”: resolviendo el problema primero en papel y después con *GeoGebra*.
- “8.2 *Reconocer y emplear el lenguaje matemático en diferentes contextos, comunicando la información con precisión y rigor*”: dicha competencia se desarrolla por tener que trabajar en parejas principalmente.
- “9.2 *Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando y aprendiendo de la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas*”: aceptando las críticas constructivas que haga el compañero al tener que ponerse de acuerdo para resolver el problema.
- “9.3 *Participar en tareas matemáticas de forma activa en equipos heterogéneos, respetando las emociones y experiencias de los demás, escuchando su*

razonamiento, identificando las habilidades sociales más propicias y fomentando el bienestar grupal y las relaciones saludables”: esta competencia se trabaja al haber propuesto la actividad por parejas.

- **Evaluación:** a través de la siguiente rúbrica se propone evaluar al alumnado, atendiendo a las competencias trabajadas.

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Trabajo grupal	Se ha visto una gran cooperación y no ha habido ningún problema para organizarse y sacar el trabajo adelante	Se ha visto interés por trabajar conjuntamente y se ha llegado a acuerdos de manera aceptable	Se ha visto un ademán de cooperar, pero ha habido problemas	Se han visto desavenencias constantes y cada miembro del grupo iba por su cuenta
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Pistas usadas	La pareja no ha necesitado ninguna pista para llegar a la solución	La pareja ha necesitado de una pista para llegar a la solución	La pareja ha necesitado de dos pistas para llegar a la solución	La pareja no ha llegado a la solución
Fórmula	Se ha dado la fórmula pedida, con su correspondiente razonamiento	El razonamiento es bueno y hay un error en la fórmula, o, hay	Hay grandes fallos en el razonamiento y está bien la fórmula, o, hay	No está bien el razonamiento ni la solución

		un pequeño fallo en el razonamiento y la solución es correcta	aspectos correctos en el razonamiento, pero no está la fórmula correcta	
Solución	Se ha llegado a la solución y el procedimiento está bien explicado y es correcto	Se ha llegado a la solución con el procedimiento no muy bien explicado, o, se ha hecho muy bien el procedimiento, pero hay un error en la solución	No hay apenas procedimiento o está mal explicado	No hay ni procedimiento ni solución correctos
Gráfica	La gráfica obtenida se corresponde con la pedida	La gráfica obtenida es la pedida, pero falta algo	La gráfica obtenida no es la pedida, pero el fallo es leve	La gráfica obtenida no tiene nada que ver con la pedida, hay fallos importantes

Se tienen un total de 24 puntos con el uso de la rúbrica anterior. Hay que ir a la actividad siguiente para cerrar la evaluación conjunta de las dos actividades.

- **Conclusiones:** con esta actividad se busca jugar una mala pasada a la intuición que los alumnos puedan tener acerca de un problema en concreto, haciéndoles ver que, las Matemáticas son muy potentes y a veces dan lugar a hechos totalmente inesperados. En

estos casos, dado que las Matemáticas forman parte de las ciencias exactas, no hay opción a debates, y hay que aceptar lo que dicen.

De nuevo, se muestra la importancia de trabajar en grupo (aunque sea reducido, de dos personas), buscando que, en este tipo de actividades, algo distintas a las habituales, se aproveche para cooperar entre iguales.

Se espera que la actividad tenga buena acogida por parte de los alumnos, dada la naturalidad del enunciado y su aparente sencillez.

4.2.2. Segunda escena

Se propone ver una escena de la película *El puente sobre el río Kwai*, girando en torno a la probabilidad condicionada, noción que se estudia en primero de Bachillerato, según marca el BOCYL (Decreto 40/2022).

- **Ficha técnica:** *El puente sobre el río Kwai* es una película producida en Reino Unido en 1957, bajo la dirección de David Lean. Tiene una duración de 161 minutos y se enmarca en el género bélico. Fue producida y distribuida por la compañía Columbia, y, al igual que la película de la escena anterior, recibió múltiples premios. En este caso, *El puente sobre el río Kwai* recibió 7 Oscar el mismo año de su estreno.
- **Argumento de la película:** la película se desarrolla en la Segunda Guerra Mundial. En ella, los japoneses obligan a unos prisioneros británicos a construir un puente para el ferrocarril. Mientras, los oficiales se oponen a toda acción que vaya en contra de lo estipulado en la Convención de Ginebra.



Figura 13 (cartel de la película *El puente sobre el río Kwai*)

- **Descripción de la escena:** la escena se desarrolla al aire libre, donde se ve a tres militares discutir sobre las probabilidades que tiene de herirse uno de sus soldados al saltar (desde un avión se supone) con paracaídas, no habiéndolo hecho nunca.
- **Matemáticas en la escena:** ya se había comentado que en esta escena iba a aparecer la probabilidad compuesta. Pues bien, lo que se dice en la escena es lo siguiente. Si dicho militar salta, la primera vez tendría unas posibilidades del 50% de herirse, si salta dos veces, el 80%, y el 100% si salta tres. Atendiendo al diálogo, se puede comprobar si, es posible que se cumplan las Matemáticas que se exponen en él. Precisamente, es lo que se propone como actividad.
- **Actividad propuesta:** se propone comprobar, mediante el uso de la probabilidad condicionada, si se podría tener el caso descrito en la escena, con las probabilidades que ahí aparecen.
- **Solución propuesta:** el primer suceso sería $A =$ “Herirse en el primer salto”, donde, según el diálogo de la escena, se puede deducir que $P(A) = 0,5$, y, *por ende*, $P(A^c) = 0,5$, aplicando las probabilidades de los sucesos complementarios.

Ahora bien, si $B =$ “Herirse en el segundo salto”, habría que tener en cuenta que, para no herirse en el segundo salto, se debería haber salido ileso del primero, es decir, que $P(B) = P(A^c \cap B) = 0,8$, según la escena. Esta nueva manera de escribirlo permitirá llegar a un absurdo, utilizando la ya mencionada probabilidad condicionada. Se sabe que $P(B|A^c) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(A^c)}$, y haciendo las sustituciones pertinentes en esos valores, se llega a que $P(B|A^c) = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$. Se obtendría una probabilidad con un valor superior a 1, lo que automáticamente lleva a un absurdo.

Por otro lado, acudiendo al suceso $C =$ “Herirse en el tercer salto”, se podría repetir el mismo procedimiento. Se sabría que $P(C) = P(A^c \cap B^c \cap C) = 1$, ya que, para saltar la tercera vez, habría que poder saltar, lo que implicaría no haberse herido ni en el primer salto ni en el segundo. Se tendría por tanto ahora que, de nuevo por la probabilidad condicionada, $P(C|A^c \cap B^c) = \frac{P(C \cap A^c \cap B^c)}{P(A^c \cap B^c)}$.

A su vez, se puede deducir de $P(B^c|A^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(A^c)}$, que $P(A^c \cap B^c) = P(B^c|A^c) \cdot P(A^c)$.

Si se concatena ahora todo esto, se llega a que $1 = P(A^c \cap B^c \cap C) = P(C|A^c \cap B^c) \cdot P(B^c|A^c) \cdot P(A^c) = P(C|A^c \cap B^c) \cdot P(B^c|A^c) \cdot 0,5$.

Es decir, se habría llegado a que 1 debe ser igual a 0,5 multiplicado por dos números que tienen que ser menores o iguales que 1, sea igual a 1. Dicha situación es imposible, en consecuencia, se tiene otro absurdo.

- **Relación con las competencias:** las competencias clave que se trabajan con esta actividad son las siguientes:
 - Competencia en comunicación lingüística (CCL): se fomenta su desarrollo al tener que trabajar en parejas, tal y como se da en la actividad previa.
 - Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): en la actividad se trabaja la probabilidad condicionada, aspecto que se involucra en el desarrollo de esta competencia.
 - Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): teniendo que trabajar en grupo. Además, viendo que pueden aparecer errores en las películas, se le da importancia a saber usar bien las Matemáticas, lo que puede hacer que los alumnos no cometan este tipo de errores en futuras ocasiones.
 - Competencia ciudadana (CC): haciendo valer la opinión del compañero y buscando la mejor manera de organizarse para sacar el trabajo adelante.
 - Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC): teniendo en cuenta que el cine no es perfecto, y, a veces, un mal uso de las Matemáticas puede llevar a barbaridades.

En cuanto a las competencias específicas que se trabajan (atendiendo a lo establecido en el BOCYL (Decreto 40/2022, pp. 50090-50091) en primero de Bachillerato), se tienen las siguientes:

- 2.1: acudiendo a la probabilidad condicionada para llegar a lo que se anuncia en el enunciado de la actividad.
- 5.1: enlazando los diferentes conceptos vistos en probabilidad para usar los datos proporcionados por la escena mostrada.
- 5.2: igual que la anterior.
- “8.1 *Mostrar organización al comunicar las ideas matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados*”: al tener que tratar con el compañero

el problema, haciéndose entender usando los conceptos básicos de la probabilidad condicionada.

- “9.1 Afrontar las situaciones de incertidumbre, identificando y gestionando emociones y aceptando y aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas”: al intentar resolver el problema, siendo una contradicción lo que hay que buscar en este caso.
 - 9.2: aceptando las críticas constructivas que pueda hacer el compañero para ponerse de acuerdo al resolver el problema.
 - 9.3: esta competencia se trabaja al haber propuesto la actividad por parejas.
- **Evaluación:** se propone la rúbrica que sigue:

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Trabajo grupal	Se ha visto una gran cooperación y no ha habido ningún problema para organizarse y sacar el trabajo adelante	Se ha visto interés por trabajar conjuntamente y se ha llegado a acuerdos de manera aceptable	Se ha visto un ademán de cooperar, pero ha habido problemas	Se han visto desavenencias constantes y cada miembro del grupo iba por su cuenta
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Absurdos	Se ha llegado a los dos absurdos que hay	Se ha llegado al segundo absurdo, pero no al primero	Se ha llegado al primer absurdo, pero no al segundo.	No se ha llegado a ninguna de los dos absurdos que hay

Procedimiento	Se ha seguido un procedimiento coherente, usando de manera correcta la probabilidad condicionada	El razonamiento es bueno, aunque hay aspectos a mejorar	El procedimiento tiene lagunas, pero se ha usado bien la fórmula de la probabilidad condicionada	El procedimiento usado no se entiende y/o hay errores al usar la probabilidad condicionada
---------------	--	---	--	--

Se tienen un total de 16 puntos con el uso de la rúbrica. Junto con los 24 posibles puntos de la actividad anterior, hace un total de 40 puntos. Se propone que se pueda obtener un máximo de 1 punto sobre 10 en la parte de probabilidad de este curso, con las dos actividades propuestas.

- **Conclusiones:** esta actividad no aporta tanto como la anterior aparentemente (al menos, a nivel de competencias), sin embargo, es útil para trabajar aspectos básicos de la probabilidad, y darle importancia a la probabilidad condicionada.

Aun así, es una actividad diferente a las hasta ahora propuestas, por mostrar que en el cine aparecen errores de bulto, que, *a priori*, sin el uso de las Matemáticas, pueden pasar desapercibidos para la mayoría de los espectadores. Ahora bien, el hecho de usar de manera adecuada los conocimientos que se tienen sobre la materia hace que se puedan detectar sin demasiada dificultad.

4.3. SECUENCIA 3

En esta tercera secuencia va a trabajarse sobre una escena que en sí no da mucho juego, pero que sirve como base para proponer la actividad siguiente. Se continúa trabajando el sentido socioafectivo y, ahora, también aparecen el sentido numérico y sentido de la medida. El curso en el que se propone es cuarto de la ESO, para las Matemáticas B. Debido a la naturaleza de la escena y la actividad que se exponen, lo mejor es aprovechar la secuencia para hacerla de manera conjunta con el departamento de Física y Química del centro en cuestión. Dado la innegable importancia del uso de los factores de conversión y cambios de unidades en dicha asignatura, se considera que

puede ser una experiencia enriquecedora para los alumnos, que así ven la relación directa entre las dos materias. No hay que olvidar que las Matemáticas aparecen constantemente en Física y Química, aspecto que ha de mostrarse a los alumnos.

4.3.1. Primera escena

La escena aparece en la película *Yo hice a Roque III*, que motiva a trabajar los cambios de unidades y factores de conversión, entre otras cosas.

- **Ficha técnica:** *Yo hice a Roque III* es una película española dirigida por Mariano Ozores. Fue producida por Izaro Films y estrenada en 1980. Entre los actores del reparto, destacan Andrés Pajares o Fernando Esteso.
- **Argumento de la película:** la película en sí es una parodia de *Rocky*. En esta película Roque Tercero se acabará enfrentando al campeón de España de los pesos welter, convencido por el gerente del gimnasio (Paco) y Federico, el amigo con el que vive.



Figura 14 (cartel de la película *Yo hice a Roque III*)

- **Descripción de la escena:** Roque está siendo entrenado por Federico y Paco en el gimnasio con el fin de prepararse para la pelea contra el campeón de España. Al comienzo de la misma, se ve a Roque, que está siendo pesado con una báscula para así determinar si el peso que tiene es el adecuado para el combate. En ese momento es cuando aparecen las Matemáticas, de una forma un tanto esperpéntica y sin mucho sentido. El problema surge porque la báscula no tiene como unidades kilogramos, sino Libras, y entre los tres no consiguen aclararse a cuánto equivale.
- **Matemáticas en la escena:** los personajes deben pasar 135LB a kg. Para ello, disponen de una calculadora, y, lo que es más importante, de la equivalencia. Sabiendo que 1LB son

460g, lo único que tienen que hacer son los factores de conversión necesarios para obtener el resultado. Sin embargo, empiezan a hacer operaciones al tuntún que no les llevan a ninguna parte. Al final, ya incluso mezclan las libras de peso con la moneda, y hacen factores de conversión con duros y pesetas.

- **Actividad propuesta:** por grupos, se propone que los alumnos resuelvan el problema de los protagonistas (no es excesivamente largo, por ello, va ligado a la actividad siguiente, es más a modo de introducción de la misma) y ver si los cálculos relativos a libras, duros y pesetas son correctos, proporcionándoles las equivalencias correspondientes. Por último, tienen que pasar a euros el resultado, para así familiarizarse con las cantidades que están tratando.
- **Solución propuesta:** los factores de conversión que deberían haber hecho para obtener los kg son:

$$135LB \cdot \frac{460g}{1LB} \cdot \frac{1kg}{1000g} = 62,1kg$$

Por otro lado, para comprobar los cálculos del final, los factores de conversión son los siguientes (teniendo en cuenta que ahora las libras son libras esterlinas):

$$135\text{£} \cdot \frac{30 \text{ duros}}{1\text{£}} \cdot \frac{5 \text{ pesetas}}{1 \text{ duro}} = 20.250 \text{ pesetas} \cdot \frac{1 \text{ euro}}{166,386 \text{ pesetas}} = 121,7 \text{ euros}$$

Este cálculo sí que se hace en la película de manera correcta, aunque esta última cuenta la hacen los personajes sin la calculadora. Los alumnos deberían saber que *1 duro* es como se llamaba coloquialmente a la moneda de *5 pesetas* y que 1 euro son *166,386 pesetas*. También se podría haber hecho el cambio de libras a euros directamente, pero se piden los pasos intermedios y no se proporciona la equivalencia entre estas dos unidades monetarias.

- **Relación con las competencias:** ver actividad siguiente.
- **Evaluación:** ver actividad siguiente.
- **Conclusiones:** ver actividad siguiente.

4.3.2. **Primera actividad**

Por ser continuación de la escena previa, se enmarca en el mismo curso y se propone realizarla de manera conjunta. Se estima que entre las dos actividades se ocupe una sesión. Son actividades que sirven de repaso a los alumnos y que se promueve que se hagan de manera dinámica. *A priori*, la

actividad propuesta puede parecer sencilla y sin mucho interés por su sencillez en el enunciado. Sin embargo, tiene riqueza en el sentido de hacer trabajar en grupo a los alumnos (aspecto recurrente en esta secuencia y las anteriores, más que nada porque la concepción que se tiene de un día “normal” en clase no es trabajar este tipo de situaciones grupales) y porque es una actividad que desarrolla otras capacidades del alumnado, teniendo que hacer un ejercicio que seguramente antes no habrían tenido que llevar a cabo y que les puede sacar de su “zona de confort”.

- **Actividad propuesta:** se propone dividir a la clase en cinco grupos. Una vez hecha la distribución, se pide a cada grupo que invente un problema donde haya que hacer al menos tres factores de conversión y aparezca también un sistema de ecuaciones a resolver. Además de inventárselo, deberán resolverlo (el sistema tiene que estar resuelto analíticamente y gráficamente con *GeoGebra*) y ver que tiene sentido lo que han planteado (se valorará que se usen diferentes magnitudes en los tres factores de conversión). Cuando se haya hecho esta primera parte, cada grupo deberá entregar la solución al profesor, y éste repartirá a cada grupo cuatro problemas (todos menos el suyo) para que los intenten resolver en lo que queda de clase.
- **Solución propuesta:** ya que la solución es totalmente abierta y hay infinitas ideas posibles, se da una solución para ilustrar lo que se tiene en mente (aunque luego los alumnos pueden hacer problemas totalmente diferentes al nuestro, sin que esté mal). El enunciado y solución propuestos serían los siguientes:

Mary y Jack viven en Inglaterra, en el año 1900, y van al mercado municipal para comprar madera y tela, para hacer un adorno para su jardín. Cuando llegan, saben que quieren comprar 3 yardas de tela y 2 stones de madera. A la hora de pagar, deben 15 libras. Además, la pareja anterior era estadounidense y se gastaron 29,26 dólares comprando 7 yardas de tela y 3 stones de madera. ¿A cuántos euros está el metro de tela y el kilogramo de madera?

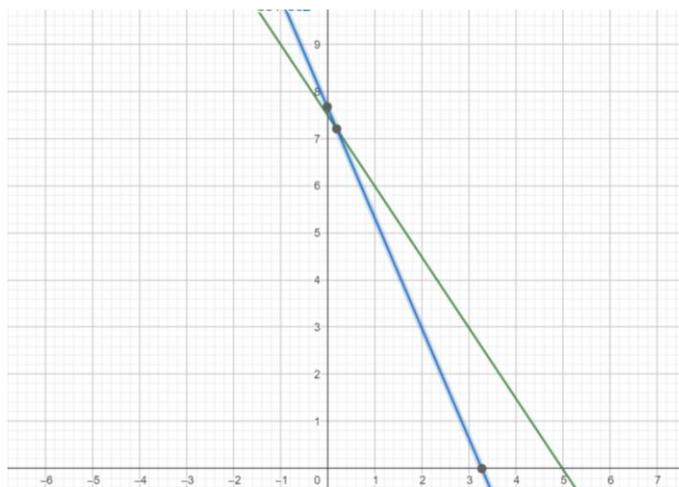
Solución: lo primero que se hace es pasar los dólares a libras, para plantear el sistema correspondiente y así ver a cuántas libras está la yarda de tela y el stone de madera (el stone es una antigua unidad de masa utilizada en Reino Unido).

$$29,26 \text{ dólares} \cdot \frac{1 \text{ libra}}{1,27 \text{ dólares}} = 23 \text{ libras}$$

El sistema por tanto que queda es el siguiente, teniendo en cuenta que todas las unidades con las que se está son las mismas. La letra “x” representa las libras que vale una yarda de tela y la letra “y” las libras que vale un stone de madera:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15 \\ 7x + 3y = 23 \end{cases}$$

Resolviendo por cualquiera de los métodos vistos en clase, se llega a que $x = 0,2$; $y = 7,2$. Gráficamente, con GeoGebra (geogebra.org) quedaría lo siguiente:



Por lo tanto, se tendría que la tela vale 0,2 libras por yarda y la madera 7,2 libras por stone. Ahora, se pasa a euros por metro y euros por kilogramo.

$$0,2 \text{ libras/yarda} \cdot \frac{1,17 \text{ euros}}{1 \text{ libra}} \cdot \frac{1,093 \text{ yardas}}{1 \text{ metro}} = 0,26 \text{ euros/metro vale la tela.}$$

$$7,2 \text{ libras/stone} \cdot \frac{1,17 \text{ euros}}{1 \text{ libra}} \cdot \frac{1 \text{ stone}}{6,35 \text{ kilogramos}} = 1,33 \text{ euros/kilogramo vale la madera.}$$

- **Relación con las competencias:** se comienza con las competencias clave trabajadas en esta actividad:
 - **Competencia en comunicación lingüística (CCL):** de nuevo, los alumnos deben trabajar en grupos y esta parte hace que se trabaje dicha competencia de manera oral. Pero, por otra parte, se fomenta el desarrollo de esta competencia de manera escrita. El hecho de tener que inventarse un problema hace que tengan que poner en práctica todos los conocimientos que tienen y plasmarlos de manera correcta en un papel, para que terceras personas sean capaces de entender lo que se pide y se proporciona sin necesidad de preguntar. A fin de cuentas, es como si estuvieran poniendo un ejercicio de examen a sus compañeros, y en ese caso, no puede haber

errores a la hora de su redacción. Por ello, también se les ha puesto en grupos, para que les sea más fácil entre todos hacer un buen enunciado del problema.

- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM): al ser una actividad que se relaciona directamente con la asignatura de Física y Química, esta competencia se trabaja desde varios de sus ámbitos. Los factores de conversión son las nociones predominantes en el trabajo, junto con la creatividad para hacer un problema matemático, donde también tienen que dominar los sistemas de ecuaciones y sus métodos de resolución, tanto analíticamente como gráficamente.
- Competencia digital (CD): deben hacer uso de *GeoGebra* para resolver el sistema gráficamente. Además, tienen a su disposición Internet para buscar los cambios de unidades que sean necesarios. Para la realización de los cálculos se les permite calculadora, dados los decimales que puede aparecer en el sistema o en los cambios de unidades.
- Competencia personal, social y aprender a aprender (CPSAA): la cooperación es una cualidad humana que se involucra en esta competencia y que se espera desarrollar de manera clara y constante, con ésta y con todas las actividades propuestas. Además, al tratar con cambios de unidades, puede serles a los alumnos de gran utilidad en el día a día o si realizan algún viaje en un futuro, dándole la importancia que ello necesita, y, entendiendo que en cada lugar se pueden usar unas medidas diferentes, no siendo mejor ni peor.
- Competencia ciudadana (CC): tener que ponerse de acuerdo es un valor que se espera trabajar con la actividad y que se involucra en esta competencia. Además, ayudar al compañero se verá reflejado en la actividad, queriendo que sea un valor que se extrapole a la vida cotidiana de los alumnos.
- Competencia en conciencia y expresiones culturales (CCEC): en primer lugar, se vuelve a trabajar con el cine. En segundo lugar, hay que remitirse al hecho de tener que crear. No es lo mismo tener que resolver un problema ya planteado, que tener que crearlo, y más siendo alumno. Resolverlos es lo normal desde el lado del alumnado. Incluso a veces se habla directamente de resolución de problemas. Sin embargo, crear un problema es una manera de darle la vuelta a la situación y sacar

de lo cotidiano a los alumnos. De esta manera, se pretende estimular la creatividad de los alumnos, y, *por ende*, el desarrollo de esta competencia. En el enunciado de la tarea simplemente se les dicen las premisas que deben tener en cuenta al hacer el enunciado, pero en ningún momento se restringe nada más, tienen total libertad.

En cuanto a las competencias específicas de cuarto de la ESO de la opción B que se trabajan, son las siguientes, según el BOCYL (Decreto 39/2022, pp. 49367-49369)

- *“1.1 Reformular de forma verbal y gráfica problemas matemáticos y de la vida cotidiana, localizando y seleccionando información de distintas fuentes, interpretando los datos, las relaciones entre ellos y las preguntas planteadas”*: se trabaja ya que tienen que crear ellos mismos el problema que luego deberán resolver sus compañeros. Primero deben ponerse de acuerdo verbalmente pensando qué van a proponer y luego llevarlo a lo escrito. Además, disponen de Internet como recurso para trabajar con diferentes unidades de medida que se adecúen a lo que se pide en el enunciado. Posteriormente, se trabaja la competencia al tener que interpretar los enunciados de los demás grupos para llegar a su resolución.
- *“1.2 Analizar y seleccionar diferentes herramientas y estrategias elaboradas en la resolución de un mismo problema, valorando su eficiencia”*: para llevar a cabo los factores de conversión no hay mucho margen, sin embargo, para resolver el sistema planteado, al que primero deben llegar, pueden hacerlo con cualquiera de los tres métodos que existen. Cuando lo hayan resuelto, deben hacerlo gráficamente con *GeoGebra*, y de esta manera podrán valorar la eficiencia de los métodos, tal y como se estipula en la competencia.
- *“1.3 Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de un problema, movilizand los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias”*: haciendo uso de los conocimientos previos de Matemáticas y de Física y Química, además de utilizar *GeoGebra*.
- *“2.1 Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema realizando los procesos adecuados y necesarios”*: se puede llevar a cabo con el sistema de ecuaciones, mediante el método analítico y después con el método gráfico, viendo si coinciden. Por otro lado, al ser un problema propio, tienen que comprobar que la solución que proporcionan es correcta, es más, creando uno el

problema se pueden modificar los datos tanto como se desee para que den incluso número más “bonitos”.

- “2.2 *Justificar las soluciones óptimas de un problema desde diferentes perspectivas (matemática, de género, de sostenibilidad, de consumo responsable...)*”: teniendo en cuenta que los alumnos son los que deben proponer el problema y dar la solución, es un aspecto relevante que se trabaja a lo largo de la actividad. Además, cuando resuelvan los problemas de los compañeros podrá trabajar también esta competencia.
- “3.2 *Plantear variantes de un problema que lleven a una generalización analizando los procesos empleados*”: de nuevo, se trabaja al plantear de manera grupal el problema. Así, pudiendo analizar diferentes situaciones y llegando a una conclusión.
- “3.3 *Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas o problemas estudiando y analizando el resultado obtenido*”: haciendo uso de *GeoGebra* para resolver el sistema y comparando con lo obtenido analíticamente. Por otro lado, investigando acerca de diferentes unidades de medida con la ayuda de Internet.
- “4.1 *Generalizar patrones y proporcionar una representación computacional de situaciones problematizadas facilitando su interpretación*”: utilizando la representación gráfica para resolver los sistemas de ecuaciones tanto suyos como de sus compañeros.
- “4.2 *Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando, modificando, generalizando y creando algoritmos*”: esta competencia se trabaja con la creación del problema, teniendo que buscar una situación (dentro de lo posible) de la vida cotidiana, siendo ellos mismos los que den los datos y el enunciado.
- “5.1 *Deducir relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente*”: usando lo que ya conocen de sistemas de ecuaciones y relacionándolo con los conocimientos de Física y Química sobre cambios de unidades.

- “5.2 *Analizar y poner en práctica conexiones entre diferentes procesos matemáticos, aplicando conocimientos y experiencias previas*”: mismas razones que la anterior, tanto en la parte creativa de la actividad como en la parte resolutive.
- “6.1 *Proponer situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas y estrategias matemáticas, respetando el formalismo en el lenguaje oral y escrito, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real y las matemáticas, y usando los procesos inherentes a la investigación científica y matemática: inferir, medir, comunicar, clasificar y predecir*”: teniendo que producir un enunciado escrito y llegar a acuerdos de manera oral con los compañeros.
- “6.2 *Analizar y aplicar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias realizando un análisis crítico*”: ya se ha dicho que se trabajan nociones vistas en Física y Química. Los alumnos deben darse cuenta para aplicar los conocimientos que ya han adquirido en dicha asignatura.
- “6.3 *Valorar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad contribuyendo a superar los retos que demanda la sociedad actual*”: dicha competencia se desarrolla al ver la importancia de saber cambiar de unidades de manera correcta, siendo conscientes de que es importante, entre otras cosas, si se va a otro país.
- “7.1 *Representar matemáticamente la información más relevante de un problema, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, visualizando ideas y estructurando procesos matemáticos*”: se trabaja durante toda la actividad.
- “7.2 *Seleccionar entre diferentes herramientas, incluidas las digitales, y formas de representación (pictórica, gráfica, verbal o simbólica), valorando su utilidad para compartir información*”: analizando lo que es mejor según el contexto que hayan propuesto y que les propongan sus compañeros. Pudiendo usar herramientas como GeoGebra.
- “8.1 *Comunicar y justificar ideas, conclusiones, conjeturas y razonamientos matemáticos, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, con coherencia, claridad y terminología apropiada*”: con los compañeros durante el trabajo en equipo, haciendo un uso correcto de la jerga matemática correspondiente.

- “8.2 Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana y en diversos contextos, incluyendo el ámbito científico, comunicando mensajes con contenido matemático con precisión y rigor”: al tener que redactar un enunciado se están comunicando mensajes matemáticos de manera escrita.
- “9.1 Identificar y gestionar las emociones propias y ajenas y desarrollar el autoconcepto matemático, generando expectativas positivas ante nuevos retos matemáticos”: como se ha de trabajar en equipo, se espera que florezcan esas emociones propias y ajenas, de modo que los alumnos tengan que buscar un equilibrio entre lo individual y lo colectivo.
- “9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas, aceptando la crítica razonada”: aceptando las opiniones de los demás compañeros, y siendo crítico de manera constructiva hacia los demás, buscando el mejor resultado posible en la actividad propuesta.
- “10.1 Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa, tomando decisiones y realizando juicios informados y razonados”: se desarrolla con el trabajo en equipo.
- “10.2 Gestionar el reparto de tareas en el trabajo en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, responsabilizándose del rol asignado y de la propia contribución al equipo”: atendiendo a la empatía y buscando la comprensión entre los miembros del grupo.

- **Evaluación:** se propone la rúbrica que sigue:

	4 puntos	3 puntos	2 puntos	1 punto
Trabajo grupal	Se ha visto una gran cooperación y no ha habido ningún problema para organizarse	Se ha visto interés por trabajar conjuntamente y se ha llegado a	Se ha visto un ademán de cooperar, pero ha habido problemas	Se han visto desavenencias constantes y cada miembro del grupo iba por su cuenta

	y sacar el trabajo adelante	acuerdos de manera aceptable		
Trabajo individual	El interés se ha visto desde el primer momento y el esfuerzo ha sido constante	Se ha visto interés y el esfuerzo ha sido el adecuado	El interés y esfuerzo apreciados han sido escasos	No se ha visto ni interés ni esfuerzo a la hora de realizar la tarea
Premisas cumplidas	Se cumplen todas las premisas que se habían fijado	Aparece el sistema de ecuaciones, pero falta algún factor de conversión	No aparece el sistema de ecuaciones y/o sólo aparece un factor de conversión	No se cumple ninguna de las premisas fijadas de antemano
Enunciado comprensible	El enunciado es matemáticamente correcto con la terminología y conceptos adecuados	El enunciado es correcto, pero hay alguna ambigüedad o fallo leve	El enunciado no se entiende mucho, hay fallos graves de comprensión de conceptos	El enunciado carece de sentido, habiendo fallos graves de algunos conceptos
Originalidad	En el enunciado se aprecia creatividad y se ve que se ha investigado para buscar unidades menos usuales	Se aprecia un buen trabajo para proponer un enunciado diferente y original	Hay un atisbo de creatividad y originalidad, pero es escaso	En el enunciado se aprecia el poco interés por buscar originalidad y creatividad

Vida cotidiana	El problema podría corresponder perfectamente a una situación real	El problema podría corresponder a una situación real, pero algún aspecto del mismo no encaja del todo bien	El problema podría aparecer en la vida real, pero no de manera muy natural	El problema no corresponde a una situación real de ninguna forma
Solución propuesta al problema propio	La solución es correcta y el razonamiento es adecuado	La solución es correcta, pero hay algún fallo en el razonamiento o la solución es incorrecta, aunque todo el razonamiento es correcto	La solución es correcta, pero no hay apenas razonamiento o la solución es incorrecta y hay poco razonamiento	La solución es incorrecta y hay fallos graves en el procedimiento
Gráfica aportada			La gráfica del problema propio es correcta	La gráfica del problema propio es incorrecta
Resolución problemas de compañeros	Se han resuelto bien todos los problemas	Se han resuelto bien 2 ó 3 problemas	Se ha resuelto bien 1 problema	No se ha resuelto bien ningún problema

Hay un total de 34 puntos con esta rúbrica. Se propone por tanto que valga 1,7 puntos sobre 10 en el bloque correspondiente.

- **Conclusiones:** parece interesante proponer esta actividad, basada en una escena de cine, por lo siguiente. Durante el periodo de prácticas en el centro educativo, al acabar el temario que impartí, propuse el examen parcial de dicha unidad (eran de segundo de la ESO). Uno de los ejercicios que se propusieron era que se inventasen un problema relacionado con ese temario que se les había dado, poniendo ciertas premisas (a la profesora le pareció muy buena idea). A la hora de corregir los exámenes, se pudo ver cómo pensaban los alumnos y la manera en que desarrollaban la creatividad. No es algo a lo que estuvieran acostumbrados, y, aun así, había ideas realmente buenas y originales. Por ello, la actividad propuesta va en esta misma línea, y puede ser interesante ver cómo los alumnos se desenvuelven en este tipo de situaciones que no suelen tener que hacer. Además, por parte del profesor, a la hora de corregir, puede haber cierta subjetividad, aspecto que puede ser positivo que aparezca en esta asignatura. Puede parecer una actividad arriesgada y simple, pero así se hace razonar más a los alumnos, que mecanicen menos, y que sepan que no siempre les van a llegar situaciones que esperan.

5. CONCLUSIONES

Se ha realizado una revisión bibliográfica donde se ha podido recopilar información sobre algunos ejemplos del uso de actividades transversales en el desarrollo de la asignatura de Matemáticas. En ellas se pone de manifiesto la importancia que tienen las actividades de la vida cotidiana en el aprendizaje de una asignatura como son las Matemáticas.

Se han propuesto varias actividades que relacionan las Matemáticas y el cine dentro de un contexto que permite desarrollar ciertas competencias dentro del marco de la ley. *A priori*, puede parecer sencillo recopilar escenas que estuvieran relacionadas con el currículo, pero, a la hora de buscar esas relaciones, no es sencillo cuadrar actividades concretas y que tengan el interés suficiente en relación con la materia. Es cierto que, hay veces que las Matemáticas que aparecen son acertijos o pequeños problemas que se corresponden a la matemática recreativa, por lo tanto, no aporta lo suficiente como para incluirlo en la propuesta didáctica acorde con unos contenidos concretos. Otras veces, las Matemáticas que aparecen en las escenas de cine no son lo suficientemente concretas como para poder proponerlas como actividades, y hay que profundizar para ver una relación entre una escena y con los contenidos que se quieran tratar. El cine es un recurso cultural que, estando al alcance de cualquiera, puede ayudar a diversificar la manera de enseñar Matemáticas y darle la importancia que merece tener en la sociedad esta representación cultural que, en ocasiones, queda desvirtuada. Hoy en día, además, se hace ver a los alumnos cómo hacer un uso responsable de la tecnología mostrándoles poco a poco su utilidad que tienen más allá del puro entretenimiento.

Las competencias que se proponen para que los alumnos adquieran se han ajustado a lo establecido en el marco de la LOMLOE, ley actual que rige el sistema educativo en la Enseñanza Secundaria. Para cada curso, en la misma ley vienen especificadas qué competencias se deben trabajar, así como la metodología y evaluación para los cursos seleccionados.

Por último, conviene destacar que, todas las actividades propuestas a lo largo de este trabajo han sido enmarcadas bajo ciertas contextualizaciones de manera teórica. Sin embargo, al no haber tenido oportunidad de ponerlas en práctica, la realidad puede hacer variar alguna de las condiciones ya estipuladas para su mejor funcionamiento y desarrollo. Dependiendo de las características del

centro en el que se esté, y de los alumnos, el profesor responsable deberá tener en consideración si debe o no realizar modificaciones en las propuestas.

6. BIBLIOGRAFÍA

- Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación secundaria obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*, núm. 190, de 30 de septiembre de 2022, pp. 48850 a 49542.
<https://bocyl.jcyl.es/boletines/2022/09/30/pdf/BOCYL-D-30092022-3.pdf>
- Decreto 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo del bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*, núm. 190, de 30 de septiembre de 2022, pp. 49543 a 50352.
<https://bocyl.jcyl.es/boletines/2022/09/30/pdf/BOCYL-D-30092022-4.pdf>
- Estivill, J. (1999). La industria del cine y el impacto de la obligatoriedad del doblaje en 1941. *Hispania*, 59, 677-691.
- Filmaffinity. (s.f.). <https://www.filmaffinity.com/es/main.html>
- García-Bullé, S. (2019, 28 de junio). ¿Qué es la ‘ansiedad matemática’ y cómo se coló en las aulas? Observatorio del Instituto para el Futuro de la Educación. <https://observatorio.tec.mx/edu-news/ansiedad-matematica/>
- Martínez, A. (2018, 11 de junio). “Enseñamos a los niños a odias las matemáticas antes de empezar a estudiarlas”. Vozpópuli. https://www.vozpopuli.com/next/ensenamos-ninos-matematicas-empezar-estudiarlas_0_1144086854.html
- Ministerio de Cultura y Deporte, División de Estadística y Estudios, Secretaría General Técnica (2022). *Anuario de Estadísticas Culturales 2022*. <https://www.culturaydeporte.gob.es/dam/jcr:a51b4916-fc36-4898-b9f6-e7380e21b114/anuario-de-estadisticas-culturales-2022.pdf>
- Negro, I. (2015). The role of cognitive operations in the translations of film titles. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 212, 237 – 241.
- Newtral Data (2022, 30 de diciembre). Un año récord para el cine: las salas registran un 45% más de espectadores. <https://www.newtral.es/ano-record-cine-salas-espectadores/20221230/>

- Orús, A. (2023, 23 de febrero). Distribución porcentual de los individuos que fueron al cine en España en 2022, por frecuencia de asistencia. Statista. <https://es.statista.com/estadisticas/474262/frecuencia-de-asistencia-al-cine-en-espana/>
- RSME (s.f.). Divulgamat. Recuperado el 5 de julio de 2023. <https://www.divulgamat.net/divulgamat15/>
- RTVE (2022, 30 de diciembre). La asistencia al cine sube un 45% en 2022, animada por ‘Avatar’ y Santiago Segura. <https://www.rtve.es/noticias/20221230/asistencia-cine-sube-45-2022/2413257.shtml>
- Sorando, J.M. (s.f.). Matemáticas en tu mundo. Recuperado el 5 de julio de 2023. <https://matematicasentumundo.es/>
- Sorando, J.M. (2017). ¿Cine en clase de matemáticas?... también. *Making Of nº124-125. Especial Cine y Matemáticas. Centro de Comunicación y Pedagogía.* <http://www.centropc.com/cine-clase-matematicas-tambien/>
- Sorando, J.M. (2021). Cómo enseñar y aprender matemáticas con el cine. *Ciencia*, 72, 16-21. https://www.revistaciencia.amc.edu.mx/images/revista/72_3/PDF/06_72_3_1255.pdf
- The Objective. (2019, 8 de mayo). Los españoles son los terceros que más van al cine de Europa. <https://theobjective.com/tecnologia/2019-05-08/espana-ocupa-el-tercer-puesto-del-ranking-de-paises-europeos-por-numero-de-espectadores/>
- Ventura, M.C. (2014). Una película en la clase de Matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 717-725. <http://funes.uniandes.edu.co/5558/1/VenturaUnapeliculaALME2014.pdf>
- Vielba, A. (2022, 5 de noviembre). GeoGebra Classroom: ejemplos de uso en el aula para el desarrollo del sentido espacial. XV Congreso Regional de Educación Matemática de Castilla y León. IV Jornada de GeoGebra. Palencia, España.
- Zamora, I. (2021, 10 de agosto). La difícil traducción del humor en televisión. ABC. https://www.abc.es/play/series/noticias/abci-dificil-traducccion-humor-television-202108090007_noticia.html?ref=https%3A%2F%2Fwww.abc.es%2Fplay%2Fseries%2Fnoticias%2Fabci-dificil-traducccion-humor-television-202108090007_noticia.html