



---

**Universidad de Valladolid**

Facultad de Ciencias

**TRABAJO FIN DE GRADO**

Grado en Estadística

**Evolución temporal de indicadores sociales y económicos**

Autor: D. José Enrique Puente Domínguez

Tutora: D<sup>a</sup>. María Cruz Valsero Blanco

## Resumen

Este trabajo explora la interdependencia entre cuatro variables macroeconómicas: el PIB real, el salario real, el IPC y la tasa de desempleo.

Para ello se plantea un modelo econométrico multivariante aplicando la metodología VAR (Vector Autoregression). Para estudiar el impacto de cada una de las variables del sistema sobre el resto se hace uso de las herramientas que ofrece el modelo VAR estimado tales como la función de impulso-respuesta y la descomposición de la varianza.

El modelo encontró relaciones significativas entre el PIB real y la tasa de desempleo, entre el IPC y la tasa de desempleo y también entre el IPC y el PIB real.

Finalmente se obtienen predicciones de las variables desestacionalizadas para los años 2014 y 2015.

## Abstract

This study explore the interdependence between real GDP, real wages, CPI and unemployment rate.

We apply the Vector Autoregression (VAR) methodology to study the impact of each of the variables on the others. We use the tools offered by the estimated VAR model such as impulse response function and variance decomposition.

The model shows significant relationships between real GDP and the unemployment rate. Also CPI and real GDP are related .

Finally, predictions for the years 2014 and 2015 are obtained.

## Índice general

1.	Introducción .....	4
2.	Metodología .....	5
3.	Datos .....	6
3.1.	PIB real .....	6
3.2.	Salario real.....	6
3.3.	IPC.....	7
3.4.	Tasa de desempleo.....	8
4.	Análisis y transformación de las series.....	9
4.1.	Estacionalidad .....	9
4.2.1.	PIB real .....	9
4.2.2.	Salario real.....	11
4.2.3.	IPC.....	13
4.2.4.	Tasa de desempleo.....	14
4.3.	Estabilidad de la varianza .....	16
4.3.1.	PIB real .....	16
4.3.2.	Salario real.....	16
4.3.3.	IPC.....	17
4.3.4.	Tasa de desempleo.....	17
4.4.	Estacionariedad .....	18
4.4.1.	PIB real .....	18
4.4.2.	Salario real.....	20
4.4.3.	IPC.....	23
4.4.4.	Tasa de desempleo.....	25
4.4.5.	Test ADF .....	28
5.	Modelo multivariante .....	28
5.1.	Identificación de los posibles modelos .....	28
5.2.	Estimación y diagnóstico .....	31
5.2.1.	VAR(2).....	31
5.2.2.	VAR(3).....	34
5.2.3.	VAR(4).....	37
5.3.	Selección del modelo .....	39
5.4.	Análisis de los residuos.....	42

5.5.	Función impulso-respuesta .....	48
5.5.1.	PIB real .....	49
5.5.2.	Salario real.....	50
5.5.3.	IPC.....	52
5.5.4.	Tasa de desempleo.....	53
5.6.	Descomposición de la varianza .....	55
5.7.	Predicción.....	56
5.7.1.	PIB real .....	56
5.7.2.	Salario real.....	57
5.7.3.	IPC.....	58
5.7.4.	Tasa de desempleo.....	59
6.	Conclusiones.....	61
	Bibliografía .....	63
	Índice de figuras .....	64
	Índice de tablas .....	66
	Anexo .....	67

## 1. Introducción

Durante los últimos años la economía ha adquirido un papel preponderante en la sociedad. Tras la crisis del año 2008 buena parte del esfuerzo gubernamental ha ido encaminado a mitigar los efectos de la crisis. Muchas de las políticas que aplican los gobiernos y Bancos Centrales están basadas en modelos econométricos que en muchas ocasiones fallan.

La econometría trata de estudiar y predecir sistemas complejos utilizando modelos matemáticos. Sin embargo las condiciones continuamente cambiantes y la aparición de nuevos factores en la economía hacen que la tarea sea harto difícil.

Un modelo econométrico con pocas variables resultará poco realista dado que deja fuera factores influyentes que podrían ser cruciales en la evolución del sistema económico. Sin embargo un modelo con gran número de variables puede introducir efectos de multicolinealidad y sobre-especificación.

El presente estudio se limita al análisis de cuatro variables macroeconómicas de gran importancia social:

- PIB real: es el valor a precios constantes de la producción de bienes y servicios finales producidos en un país durante un año.
- Salario real: representa la cantidad de bienes que un trabajador puede adquirir a partir de su salario.
- IPC: es el índice de precios de consumo que mide la evolución del conjunto de precios de los bienes y servicios que consume la población.
- Tasa de desempleo: es el número de desempleados dividido por la población activa.

Mediante el uso de modelo multivariantes para el análisis de series temporales se tratará de determinar la interdependencia entre estas cuatro variables con el objetivo de entender y predecir su comportamiento y dinámica. Para ello se estimará un modelo VAR y se estudiarán los mecanismos de transmisión y cómo influye un *shock* en cierta variable sobre el resto.

## 2. Metodología

Interesa en este estudio conocer las relaciones entre variables económicas y la influencia que cada una de ellas tiene sobre todas las demás. Este tipo de relaciones pueden modelarse de forma satisfactoria utilizando modelos multivariantes VAR. Una vez estimado el modelo VAR se puede estudiar fácilmente las respuestas de las series a innovaciones en una variable a lo largo del tiempo utilizando funciones de impulso-respuesta. Mediante el método de descomposición de la varianza también se puede estudiar las relaciones intertemporales entre las variables que componen el vector de procesos.

Por tanto los modelos VAR son una potente herramienta para describir el comportamiento dinámico de series económicas.

Dado que entre los objetivos de este estudio se encuentra el análisis de las relaciones entre variables, conviene que el modelo planteado resulte fácilmente interpretable. En caso de que las variables no sean estacionarias se hace necesario diferenciar las series hasta que lo sean. Otra opción para modelar variables no estacionarias en caso de que presenten cointegración es utilizar modelos de corrección del error, aunque si estas presentan estacionalidad el ajuste resulta complicado.

Si se realiza más de una diferenciación la interpretación del modelo y las funciones impulso-respuesta se complican. Es por ello que se buscará trabajar con series desestacionalizadas, de modo que en caso de que estas no sean estacionarias baste con diferenciarlas regularmente una sola vez. Así el modelo estimado se referirá a los incrementos en las variables y por tanto será fácil interpretar los coeficientes y las funciones impulso-respuesta.

Para desestacionalizar las series se procederá a hacer un ajuste estacional multiplicativo de las mismas mediante el procedimiento X-11 (U.S. Bureau of the Census X-11 Seasonal Adjustment).

El estudio de las relaciones entre variables resulta sencillo utilizando las herramientas que se obtienen al estimar el modelo VAR. Para determinar la respuesta predicha de cada una de las variables ante una perturbación en alguna de las otras variables que componen el sistema se utilizará la función de impulso-respuesta.

Otra herramienta útil es el análisis de la descomposición de la varianza, que explica el cambio en el valor de una variable en un período dado debido a cambios en la propia variable o en las otras variables en los períodos anteriores. Por tanto la descomposición de la varianza de los errores de predicción permite explicar la proporción de los movimientos predichos en una secuencia debida a las propias perturbaciones de la variable o a perturbaciones en las otras variables.

Para el ajuste estacional, estimación y análisis del modelo VAR se utilizó el paquete estadístico SAS 9.2. Para el análisis preliminar de los datos se utilizó el software Statsgraphics Centurion XVI y para el tratamiento y enlace de las series de datos se trabajó con MS Office Excel 2007.

### 3. Datos

#### 3.1. PIB real

A partir de la Contabilidad Nacional Trimestral de España que realiza el instituto Nacional de Estadística se obtienen los datos trimestrales de PIB a precios constantes o PIB real corregido de efectos estacionales y de calendario. Debido a los cambios metodológicos en el cálculo del PIB se tienen las siguientes series que requieren ser enlazadas:

- Serie desde el primer trimestre de 1980 hasta el último de 2004. Base 1995. Producto interior bruto – PIB según la oferta a precios constantes.

Fuente: <http://www.ine.es/dynt3/inebase/es/index.html?padre=407&dh=1>

- Serie desde el primer trimestre de 1995 hasta el último trimestre publicado. Base 2008. Producto interior bruto – Índices de volumen encadenados de PIB según la oferta.

Fuente: <http://www.ine.es/jaxiBD/menu.do?L=0&divi=CTA&his=0&type=db>

Tomando la primera serie, desde 1980 hasta el primer trimestre de 1995, se procedió a extrapolar a partir del segundo trimestre de 1995 utilizando las tasas de variación de los índices de volumen encadenados de PIB.

Para extrapolar se utilizó la siguiente fórmula recursiva:

$$G_{t+1} = G_t \cdot \left(1 + \frac{\alpha_{t+1}}{100}\right)$$

Donde  $G_t$  es el valor del trimestre t de la variable a enlazar y  $\alpha_{t+1}$  es la variación trimestral expresada en porcentaje del trimestre t +1 con respecto al trimestre t.

#### 3.2. Salario real

Para obtener una serie suficientemente larga del salario medio se enlazaron las dos series siguientes que están disponibles en la base de datos del Instituto Nacional de Estadística:

- Serie desde el primer trimestre de 1981 hasta el último trimestre de 2000. Encuesta de Salarios en la Industria y los Servicios. Ganancia media por trabajador y mes. Pagos totales.

Fuente: <http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=/t22/p131&file=inebase&L=0>

- Serie desde el primer trimestre de 2000 hasta el último trimestre publicado. Encuesta Trimestral de Coste Laboral. Coste salarial por trabajador.

Fuente: <http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=/t22/p187/&file=inebase>

Para enlazar ambas series se aplican los coeficientes de enlace disponibles en la anterior fuente mencionada del Instituto Nacional de Estadística.

	Coeficientes
Trimestre I	0.9655893097
Trimestre II	0.9986630895
Trimestre III	0.9252701870
Trimestre IV	0.9467242991

Tabla 1. Coeficiente de enlace de salario

Dichos coeficientes de enlace se calculan a partir de las observaciones en ambas metodologías durante el año 2000:

$$\text{Coeficiente}_t = \frac{\text{Valor en la nueva metodología}_t}{\text{Valor en la vieja metodología}_t}$$

Se aplica multiplicando el coeficiente del trimestre correspondiente por la serie en la vieja metodología.

Finalmente para obtener el salario real se debe deflactar dicha serie. Para ello basta dividir la serie de coste salarial por trabajador y mes entre el índice de precios al consumo.

### 3.3. IPC

Para medir la evolución del nivel de precios de los bienes y servicios de consumo adquiridos por los hogares el Instituto Nacional de Estadística elabora un índice mensual de precios de consumo.

Se dispone de índices de precios en distintas bases para períodos de tiempo diferentes. Para este estudio se utilizan las siguientes dos series:

- Serie desde enero de 1961 a diciembre de 2001. Índice de Precios de Consumo. Base 1992.

Fuente: <http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=%2Ft25%2Fp138&file=inebase&L=0>

- Series desde enero 2002 hasta el último mes publicado. Índice de Precios de Consumo. Base 2011.

Fuente: <http://www.ine.es/dynt3/inebase/es/index.html?padre=458&dh=1>

La página web del Instituto Nacional de Estadística ofrece el coeficiente de enlace Base 1992-Base 2001. Sin embargo no está disponible el coeficiente de enlace Base 1992-Base 2011.

Para calcularlo se estima antes el coeficiente de enlace Base 2001-Base 2011. Luego bastará con multiplicar el coeficiente de enlace Base 2001-Base 2011 estimado, por el coeficiente de enlace Base 1992-Base 2001 disponible. Se obtiene así el coeficiente de enlace Base 1992-Base 2011 buscado.

Para estimar el coeficiente de enlace Base 2001-Base 2011 se tomó la serie en Base 2011 y se dividió por la serie en Base 2001 en el período común de ambas series. El coeficiente es constante para todos los meses en que se estimó.

Finalmente se obtuvieron los siguientes coeficientes de enlace:

	<b>Coeficientes</b>
<b>Base 2001-Base2011</b>	0.75868
<b>Base 1992-Base2001</b>	0.74027
<b>Base 1992-Base2011</b>	0.56163

Tabla 2. Coeficientes de enlace de IPC

La serie obtenida es una serie mensual. Puesto que el resto de series a estudio son trimestrales se calcula la media del IPC de cada trimestre obteniéndose así un índice de precios trimestral.

### 3.4. Tasa de desempleo

El Instituto Nacional de Estadística elabora trimestralmente la Encuesta de Población Activa para obtener datos de la fuerza de trabajo y de sus diversas categorías (ocupados y parados).

Para la metodología 2005 se dispone de una serie enlazada desde el tercer trimestre de 1976 hasta el cuarto trimestre de 2013, con lo que en este caso no se hace necesaria ninguna operación para alargar la serie.

Fuente: [http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=/t22/e308\\_mnu/&file=inebase&N=&L=0](http://www.ine.es/jaxi/menu.do?type=pcaxis&path=/t22/e308_mnu/&file=inebase&N=&L=0)

Las series reseñadas en este apartado tienen longitudes diferentes por lo que se escoge el período en que las cuatro presentan contemporaneidad. Por tanto las series con las que se trabaja finalmente van desde el primer trimestre de 1981 al cuarto trimestre de 2013 (132 observaciones en cada serie).

## 4. Análisis y transformación de las series

### 4.1. Estacionalidad

Para facilitar la interpretación del modelo y el análisis de las series se procede a desestacionalizar estas. De este modo se evitará tener que diferenciarlas estacionalmente. Se consigue así que tanto los coeficientes del modelo VAR estimado como las funciones de impulso-respuesta sean más fáciles de interpretar.

Puesto que los datos son trimestrales es de esperar que las series presenten estacionalidad de período 4.

Para determinar la existencia o no de estacionalidad se procederá a observar la función de autocorrelación simple y el periodograma de las series después de una diferencia regular. La serie presentará comportamiento estacional de período  $s$  si se observa en la ACF que los coeficientes positivos decrecen lentamente en los retardos  $s$ ,  $2 \cdot s$ ,  $3 \cdot s$ , etc. y en el caso del periodograma aparecerán picos pronunciados en las frecuencias  $1/s$ ,  $2/s$ , ...

#### 4.2.1. PIB real

Para el caso del PIB real los datos obtenidos del Instituto Nacional de Estadística se encuentran ya desestacionalizados por lo que la función de autocorrelación simple de la serie diferenciada regularmente no muestra pauta estacional:

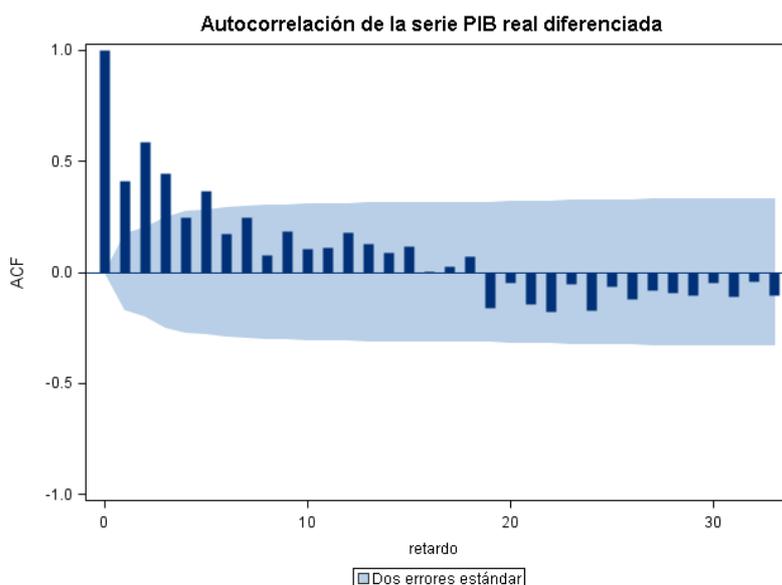


Figura 1. ACF de la serie PIB real diferenciada

Igualmente el periodograma de la serie no muestra picos pronunciados para múltiplos de cierta frecuencia como cabría esperar en caso de que la serie tuviese componente estacional.

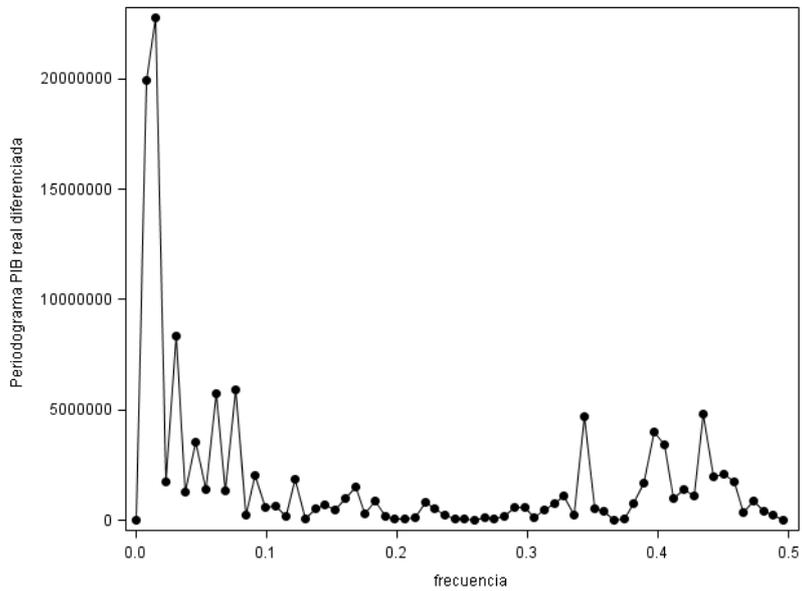


Figura 2. Periodograma de PIB real diferenciada

Por tanto la serie de PIB real de la que disponemos no necesita ser desestacionalizada.

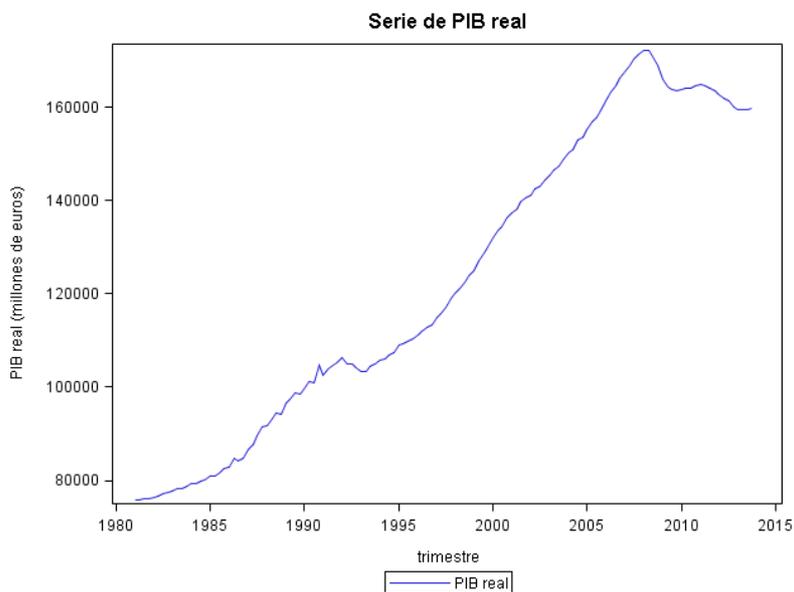


Figura 3. Serie desestacionalizada de PIB real

Se observa un crecimiento del PIB real durante el período a estudio exceptuando las épocas de recesión de 1993 y de 2008.

#### 4.2.2. Salario real

A continuación se presenta las autocorrelaciones estimadas de la serie de Salario real con una diferencia regular.

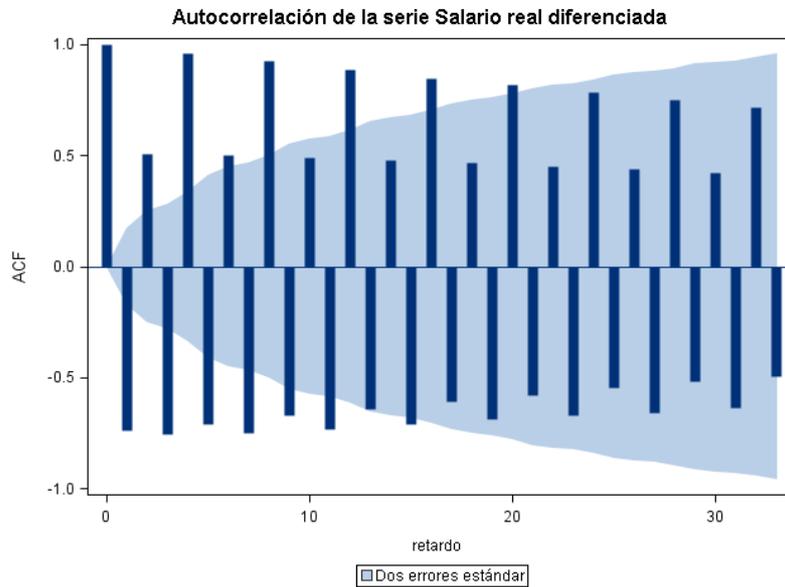


Figura 4. ACF de la serie Salario real diferenciada

Se observa claramente un descenso lineal de los coeficientes positivos de período 4 (4, 8, 12, 16, ...) y cierta estructura en los retardos adyacentes.

El periodograma de la serie muestra también dicha estacionalidad de período 4 con picos en las frecuencias 1/4 y 2/4 correspondientes.

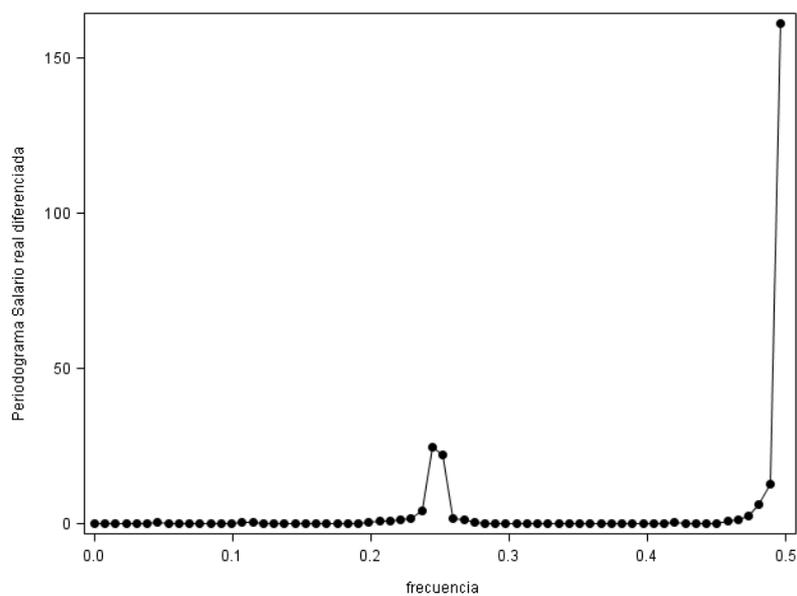


Figura 5. Periodograma de Salario real diferenciada

A continuación se representan las series de Salario real original y desestacionalizada. Se observa en la serie original que el comportamiento cada año es muy similar, aunque cabe destacar que para los primeros años a estudio (década de 1980) los salarios parecen mostrar un comportamiento diferente.

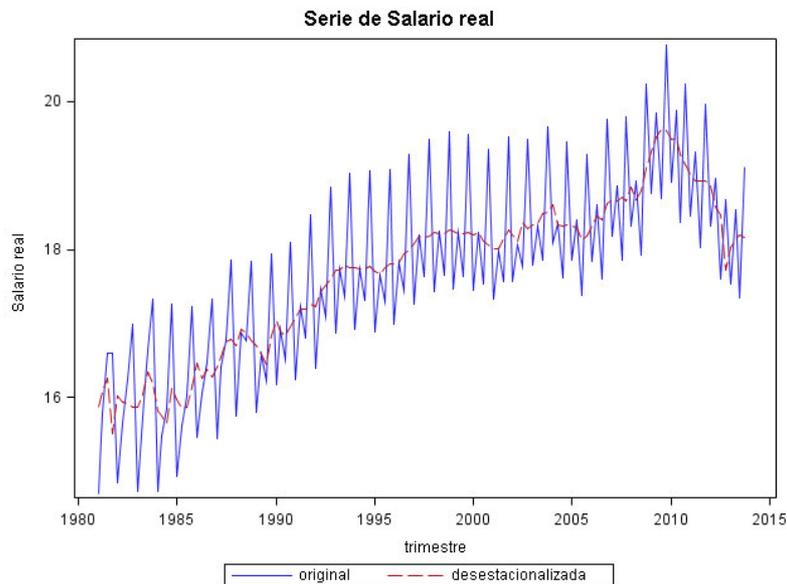


Figura 6. Series original y desestacionalizada de Salario real

Los salarios reales mantuvieron cierta tendencia creciente hasta el año 2010, sin embargo a partir de este año el salario real ha sufrido un importante descenso. Cabe destacar que la última crisis comenzó en el año 2008, por lo que durante los primeros dos años de crisis los salarios reales crecieron. Algo parecido ocurrió en la crisis de 1993. Una explicación del porqué de esta pauta es que los primeros empleos en destruirse son los temporales de menor calidad y cualificación. Estos puestos son los que menor retribución tienen, por lo que aquellos que mantienen su empleo son aquellos con mayores niveles retributivos y por tanto el salario medio tiende a subir al inicio de la crisis.

### 4.2.3. IPC

La ACF de la serie de IPC diferenciada regularmente muestra que en los retardos estacionales (4, 8, 12, etc.) se observan coeficientes significativos que decrecen muy lentamente.

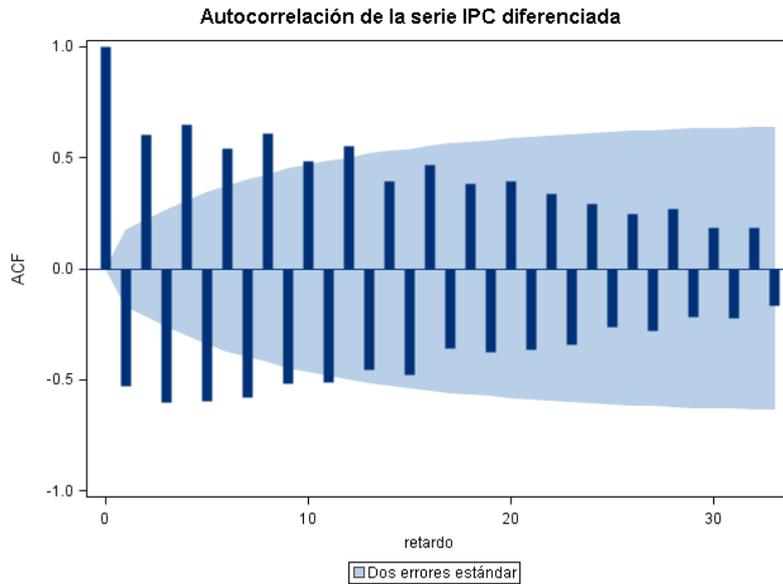


Figura 7. ACF de la serie IPC diferenciada

La gráfica del periodograma muestra un pico muy pronunciado en la frecuencia  $2/4$  y otro menor en  $1/4$  indicativo de estacionalidad de periodo 4.

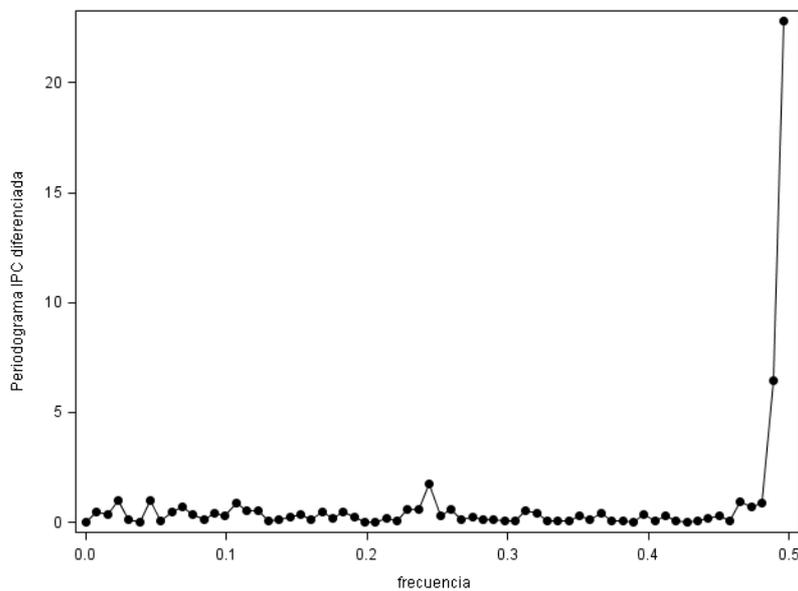


Figura 8. Periodograma de IPC diferenciada

Se procede por tanto a desestacionalizar la serie de IPC y a representarla gráficamente junto con la serie desestacionalizada.

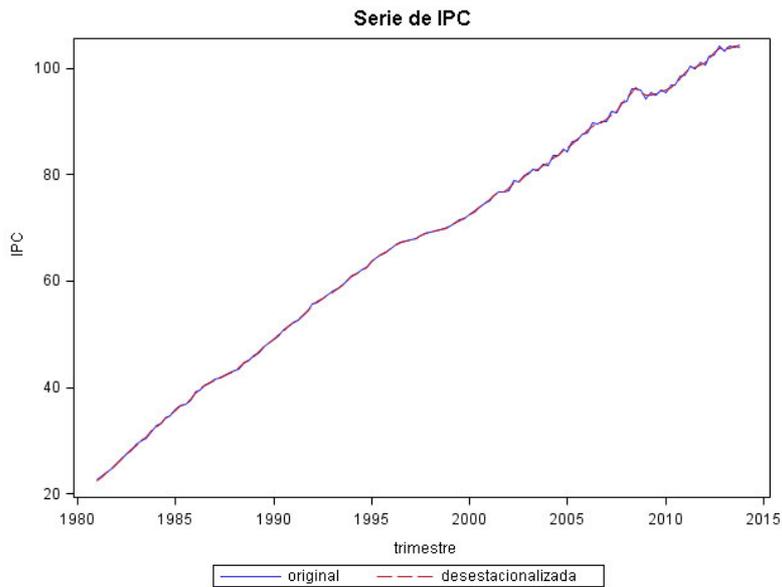


Figura 9. Series original y desestacionalizada de IPC

El índice de precios al consumo muestra una tendencia creciente continua a lo largo del tiempo con breves períodos de deflación.

#### 4.2.4. Tasa de desempleo

La serie de Tasa de desempleo también presenta estacionalidad. Se observa en la ACF de la serie tras una diferencia regular cómo decrecen linealmente los coeficientes múltiplos de 4.

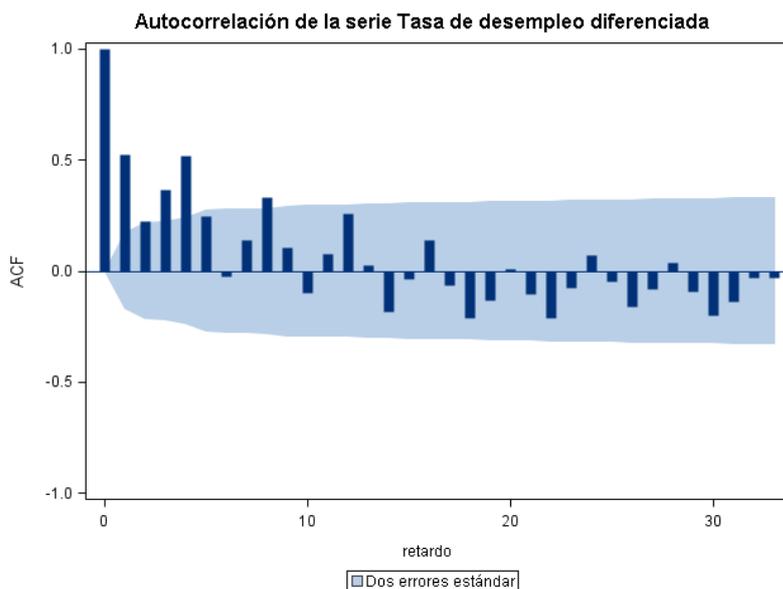


Figura 10. ACF de la serie Tasa de desempleo diferenciada

El periodograma de la serie diferenciada muestra un pico muy claro en la frecuencia  $1/4$ .

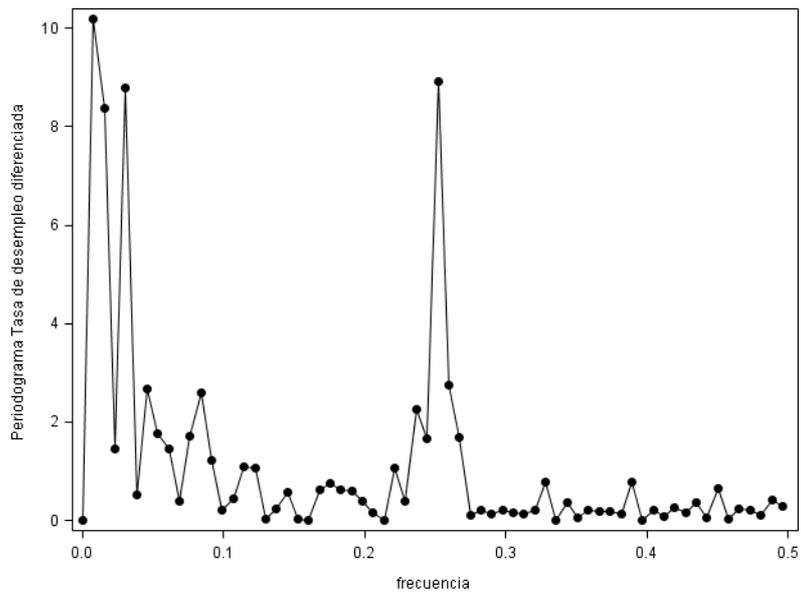


Figura 11. Periodograma de Tasa de desempleo diferenciada

Finalmente se representa la serie de Tasa de desempleo original y la serie desestacionalizada.

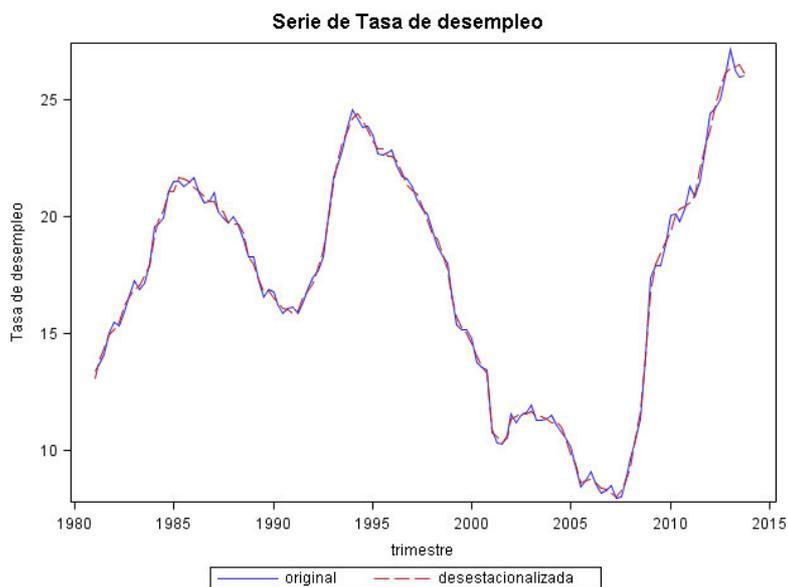


Figura 12. Serie original y desestacionalizada de Tasa de desempleo

Se observa una serie con ciclos de subida correspondientes a épocas de crisis y de descenso en períodos de crecimiento económico.

### 4.3. Estabilidad de la varianza

El objetivo es ahora determinar si es necesaria alguna transformación de las series anteriormente desestacionalizadas para estabilizar la varianza.

Con ese fin se calculan las medias y rangos en cada grupo de 4 observaciones anuales y se representan en un gráfico de dispersión para poder distinguir si existe o no relación entre la varianza y el nivel de la serie.

#### 4.3.1. PIB real

En el siguiente plot de dispersión no se observa una relación clara entre media y rango. Por tanto la varianza es estable y no se requiere transformación alguna.

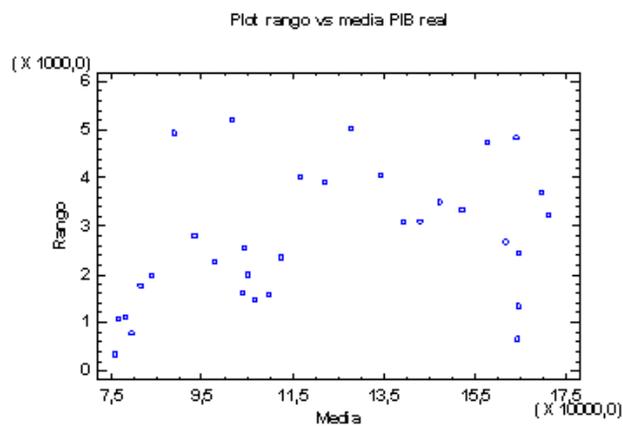


Figura 13. Plot rango vs media para PIB real desestacionalizada

#### 4.3.2. Salario real

En el caso de la serie de Salario real tampoco se hace necesaria ninguna transformación de la serie original dado que la varianza es estable como puede observarse en el gráfico.

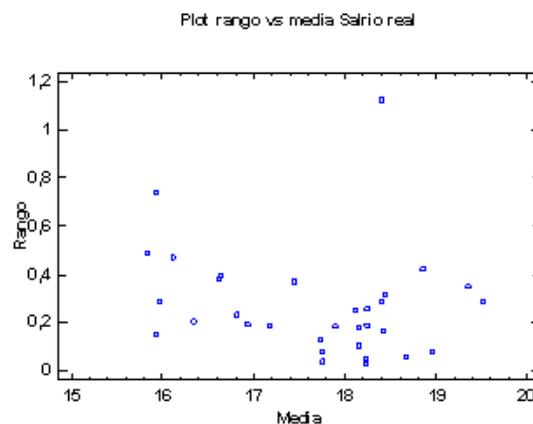


Figura 14. Plot rango vs media para Salario real desestacionalizada

### 4.3.3. IPC

Tampoco para el IPC se observa que el rango anual de la serie cambie en función de la media en ese mismo año.

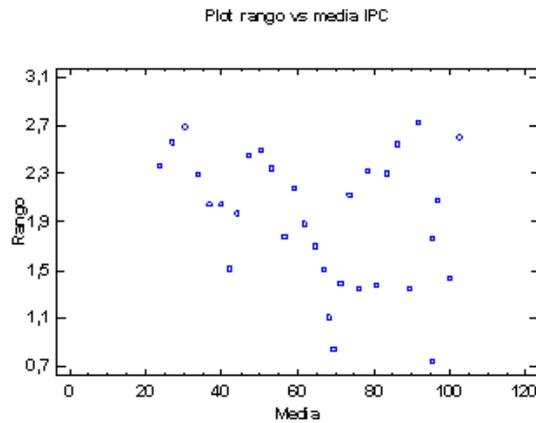


Figura 15. Plot rango vs media para IPC desestacionalizada

### 4.3.4. Tasa de desempleo

Finalmente se presenta para la serie de Tasa de desempleo el rango de cada año en función de la media del mismo. No existe relación clara entre varianza y nivel.

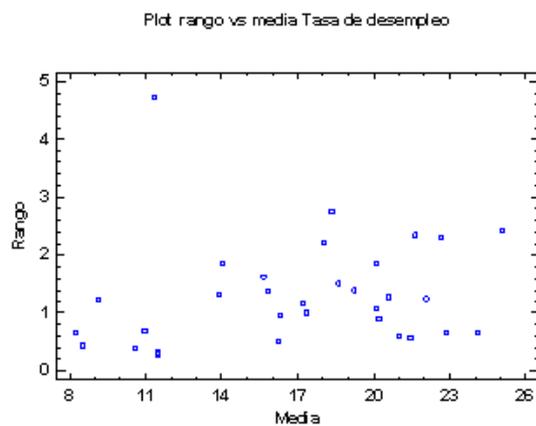


Figura 16. Plot rango vs media para Tasa de desempleo desestacionalizada

Por tanto no se hace necesaria transformar ninguna de las series para estabilizar la varianza.

En el siguiente apartado se estudiará la estacionariedad de las series y se determinará si es necesario diferenciarlas para estabilizar la media.

## 4.4. Estacionariedad

Se estudiará ahora la estacionariedad de las series desestacionalizadas. Ya se observó a simple vista que dichas series presentan tendencia por lo que no son estacionarias en media y se hará necesario tomar diferencias regulares

### 4.4.1. PIB real

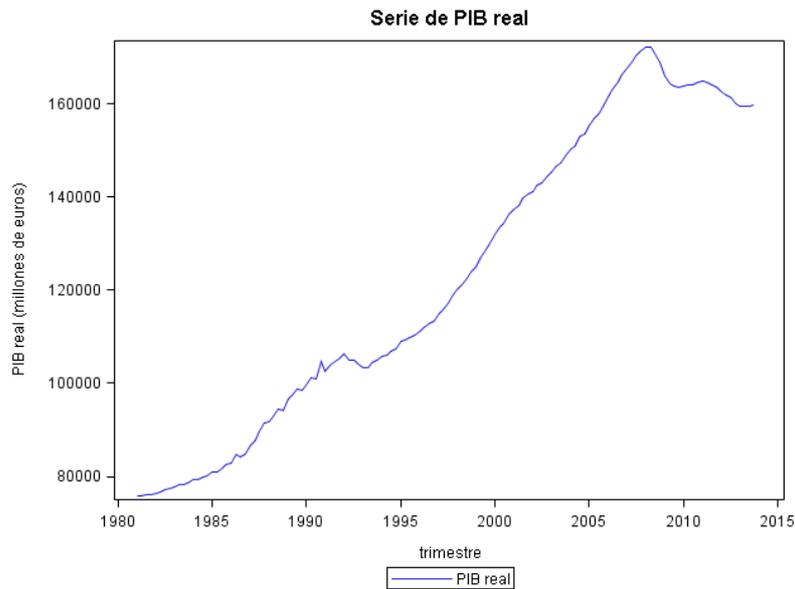


Figura 17. Serie de PIB real desestacionalizada

En el gráfico de autocorrelaciones estimadas se observa que los coeficientes decrecen linealmente, sugiriendo la necesidad de una diferenciación para convertir la serie en estacionaria.

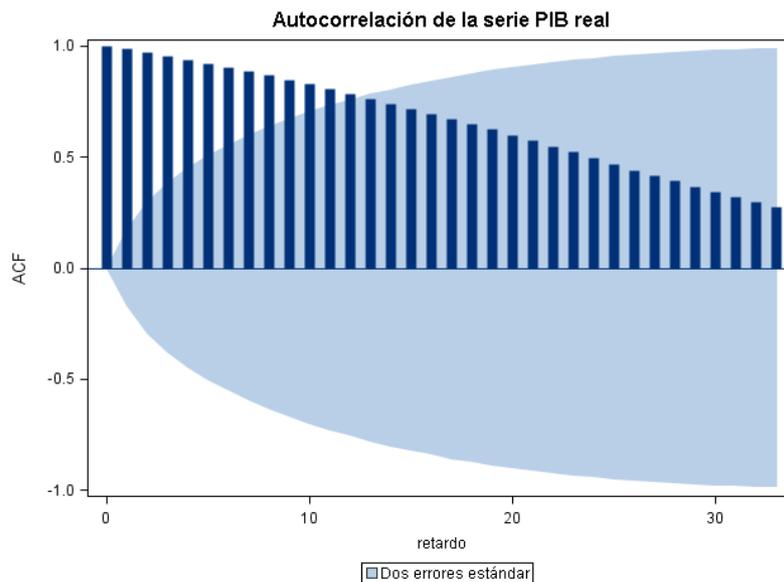


Figura 18. ACF de la serie PIB real desestacionalizada

Se muestra a continuación la serie de PIB real diferenciada regularmente.

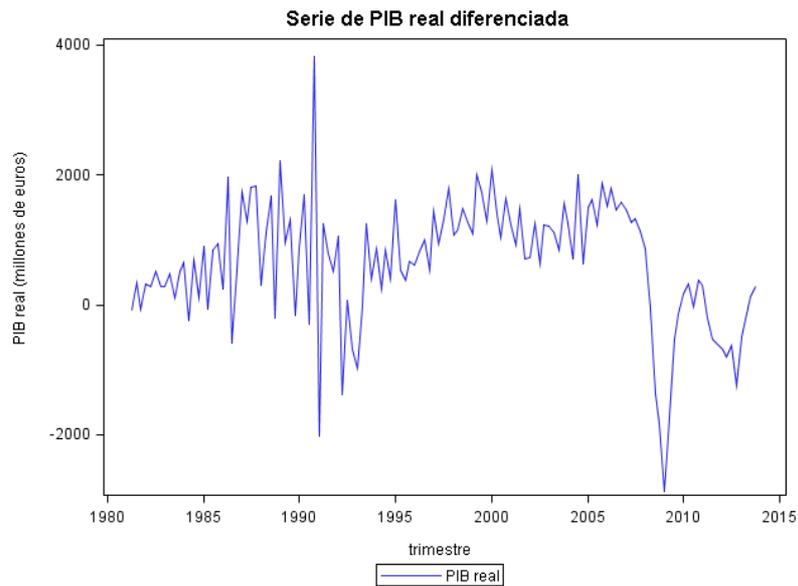


Figura 19. Serie de PIB real desestacionalizada y diferenciada

Tras la primera diferenciación de la serie de PIB real se estiman ahora las funciones de autocorrelación simple y parcial.

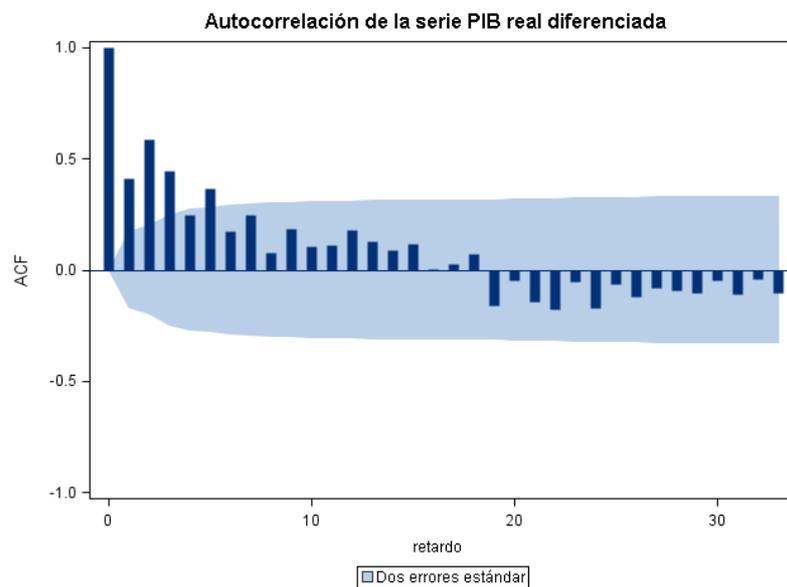


Figura 20. ACF de la serie PIB real desestacionalizada y diferenciada

En el gráfico de autocorrelaciones estimadas se observa un decrecimiento rápido que indica que la serie diferenciada es estacionaria.

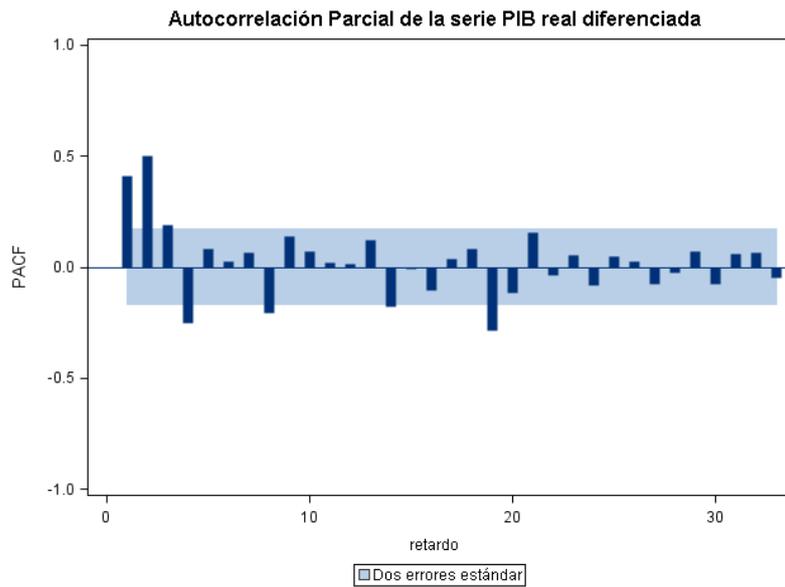


Figura 21. PACF de la serie PIB real desestacionalizada y diferenciada

#### 4.4.2. Salario real

Se muestra a continuación la serie de Salario real desestacionalizada.

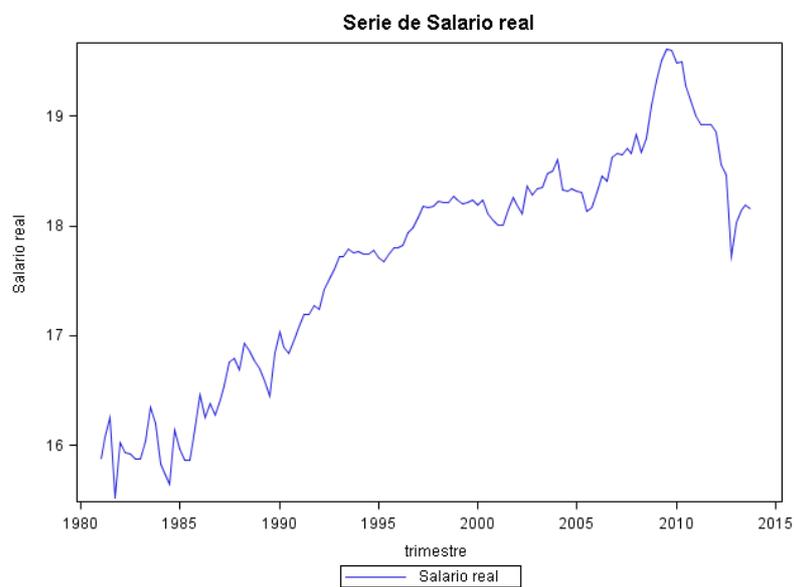


Figura 22. Serie de Salario real desestacionalizada

En el siguiente gráfico ACF se observan coeficientes significativos para retardos elevados y un decrecimiento lineal por lo que la serie desestacionalizada de Salario real no es estacionaria.

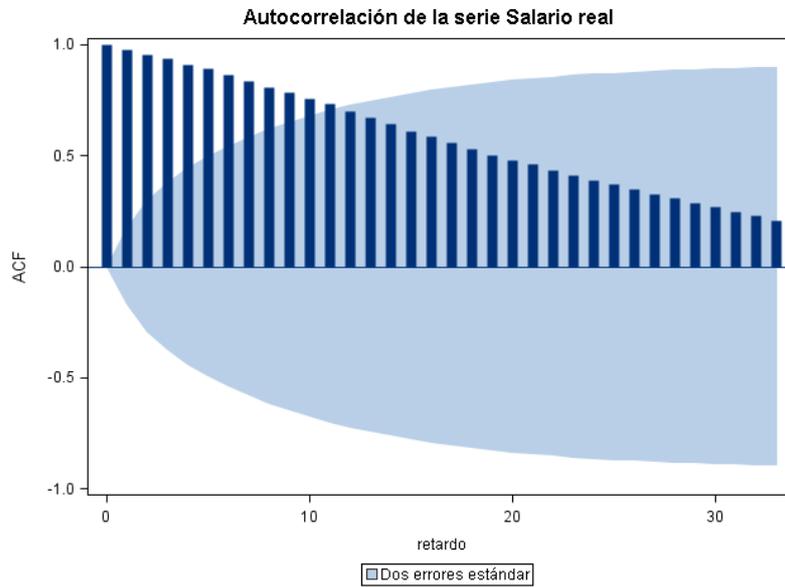


Figura 23. ACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada

A continuación se representa la serie resultante después de diferenciar regularmente.

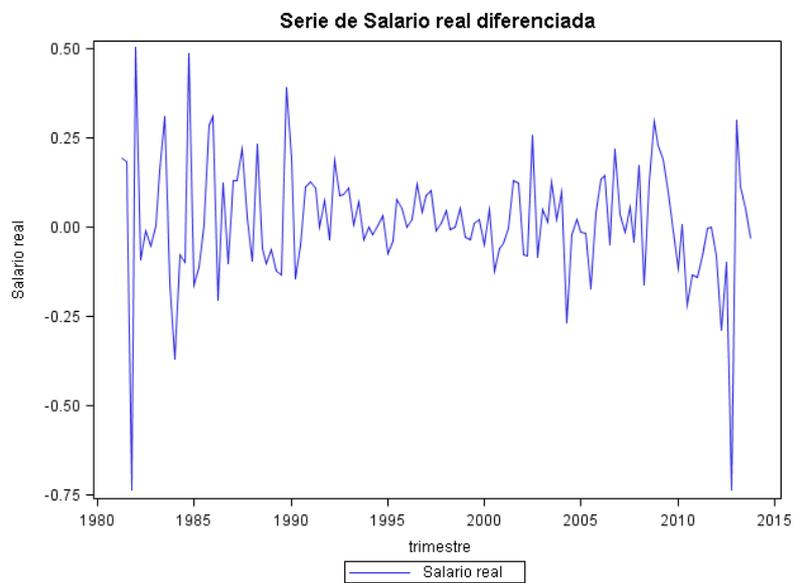


Figura 24. Serie de Salario real desestacionalizada y diferenciada

En el gráfico de autocorrelaciones estimadas de la serie diferenciada se observa que es estacionaria y que apenas muestra estructura.

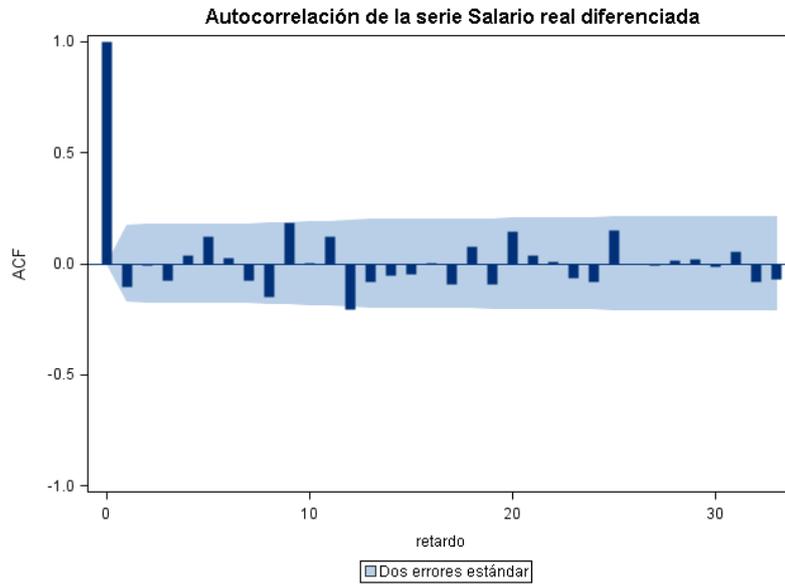


Figura 25. ACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada

Tampoco el gráfico de autocorrelación parcial muestra un patrón claro.

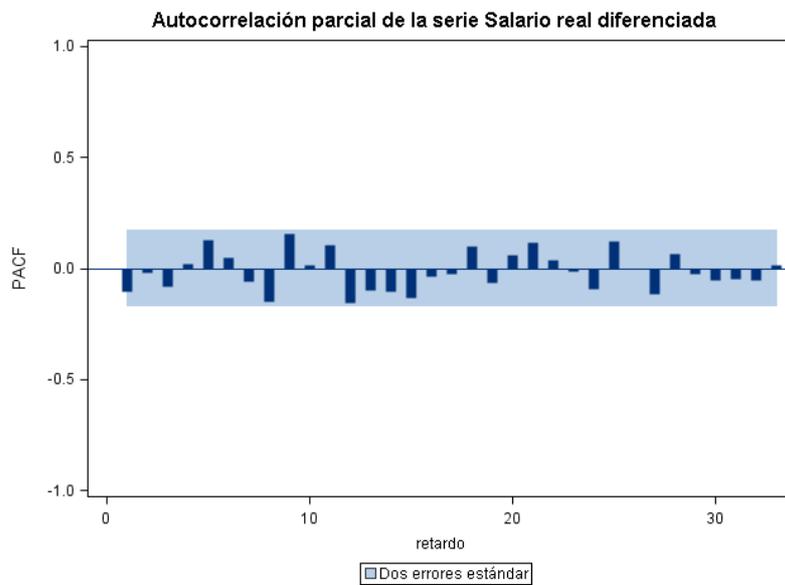


Figura 26. PACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada

#### 4.4.3. IPC

La serie de IPC desestacionalizada muestra una clara tendencia lineal.

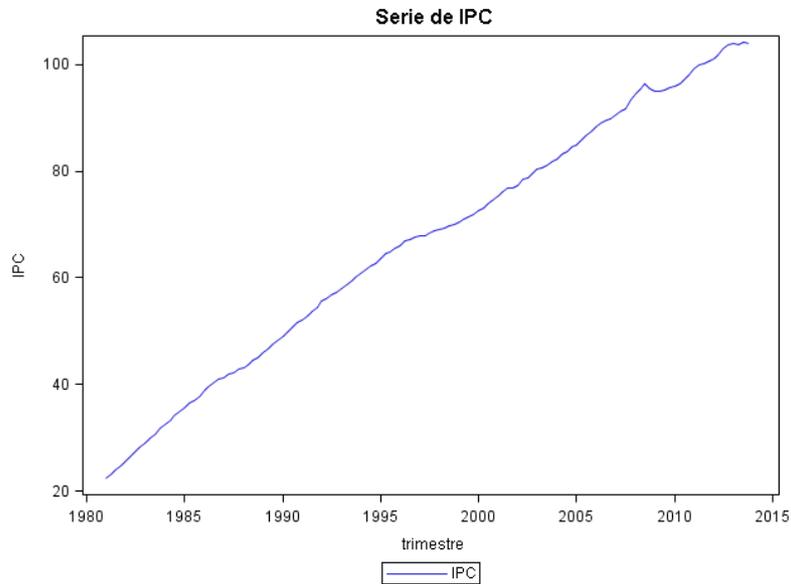


Figura 27. Serie de IPC desestacionalizada

Por tanto la serie original no es estacionaria y se hace necesario diferenciarla para conseguir que lo sea.

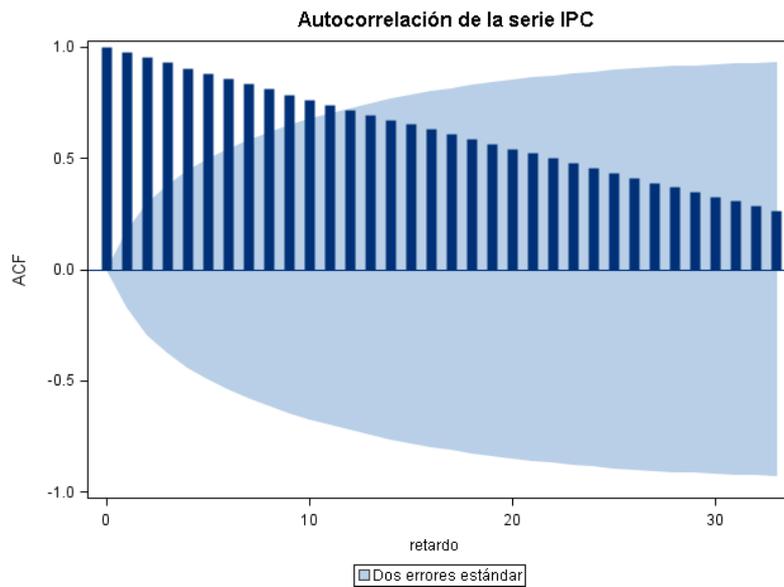


Figura 28. ACF de la serie IPC desestacionalizada

Tras diferenciar regularmente la serie resultante sí es estacionaria.

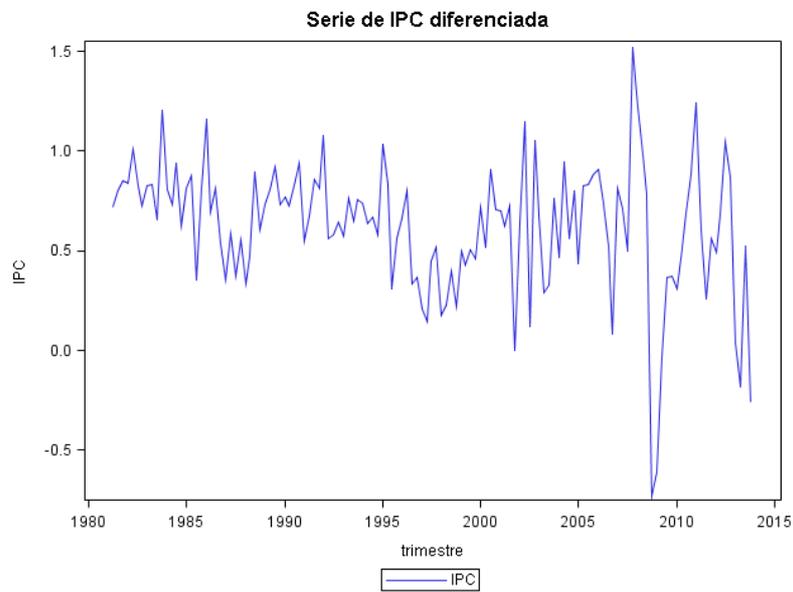


Figura 29. Serie de IPC desestacionalizada y diferenciada

No se observa tendencia en la nueva serie y los coeficientes estimados para la ACF decrecen exponencialmente.

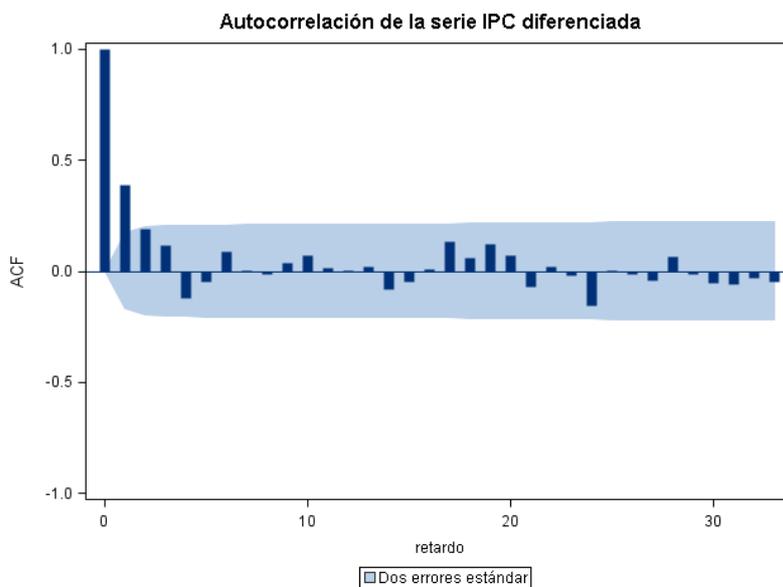


Figura 30. ACF de la serie IPC desestacionalizada y diferenciada

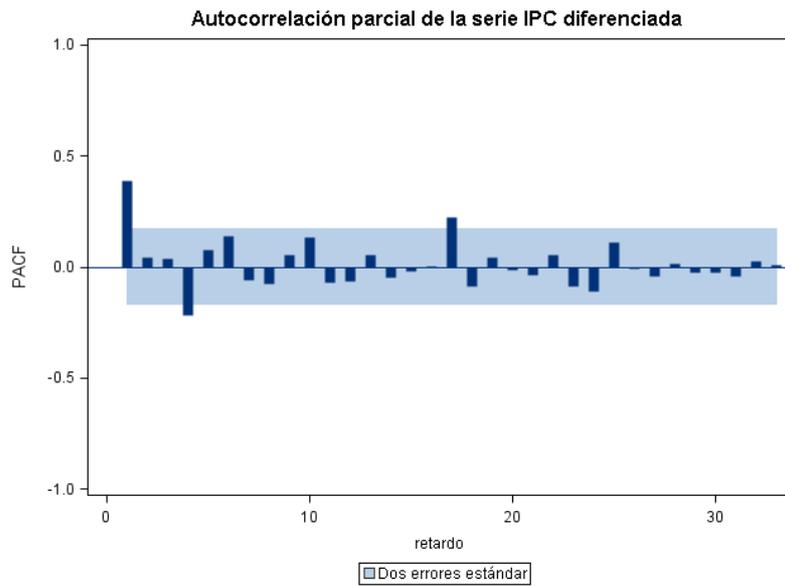


Figura 31. PACF de la serie IPC desestacionalizada y diferenciada

#### 4.4.4. Tasa de desempleo

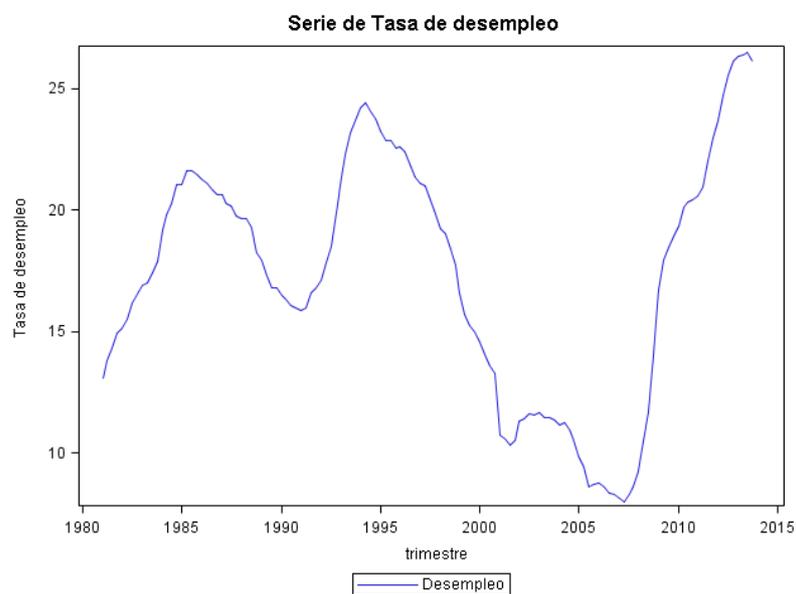


Figura 32. Serie de Tasa de desempleo desestacionalizada

El gráfico de la serie temporal muestra tendencia, aunque sea cambiante, en el período de tiempo estudiado.

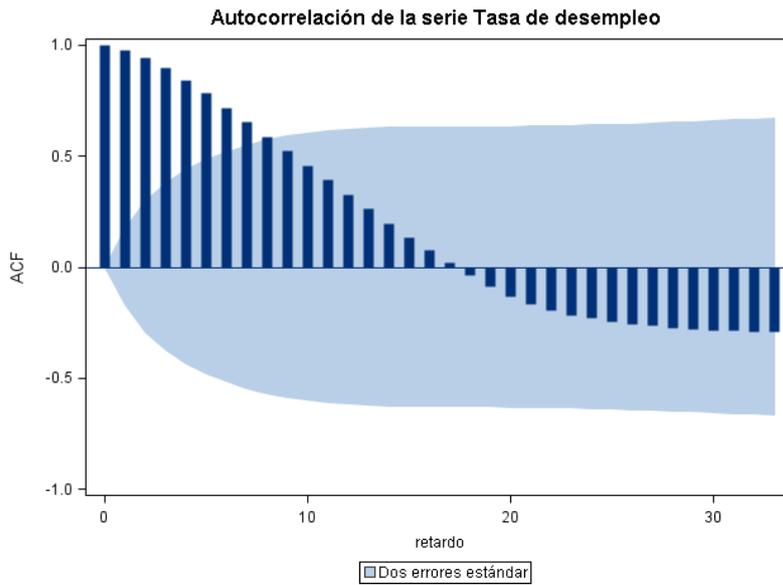


Figura 33. ACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada

Hay un decrecimiento lento de los coeficientes estimados en la función de autocorrelación simple, señalando la necesidad de diferenciar la serie de Tasa de desempleo para hacerla estacionaria.

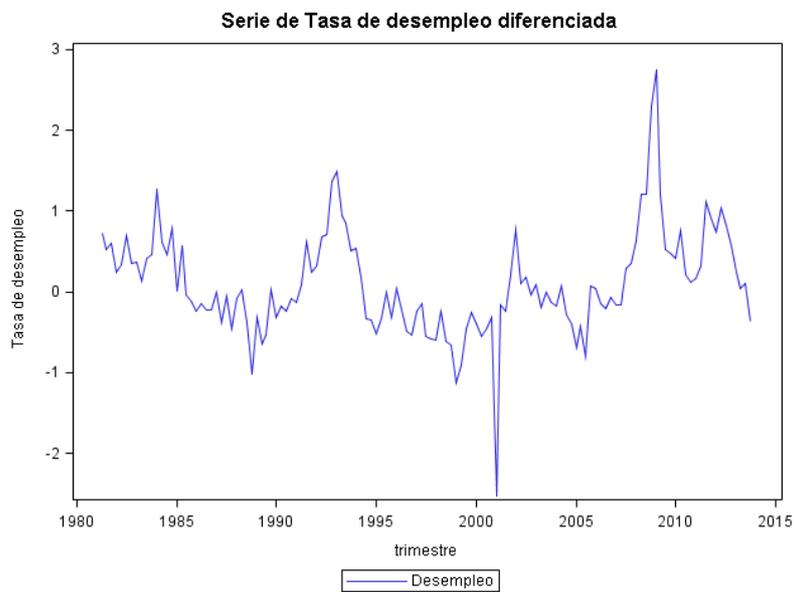


Figura 34. Serie de Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada

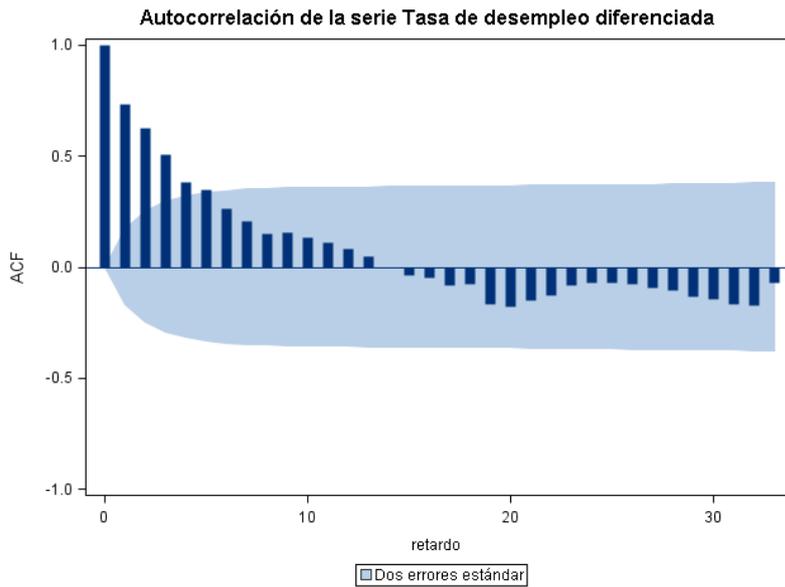


Figura 35. ACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada

El gráfico de autocorrelaciones muestra un descenso geométrico de los coeficientes de modo que la serie transformada es estacionaria.

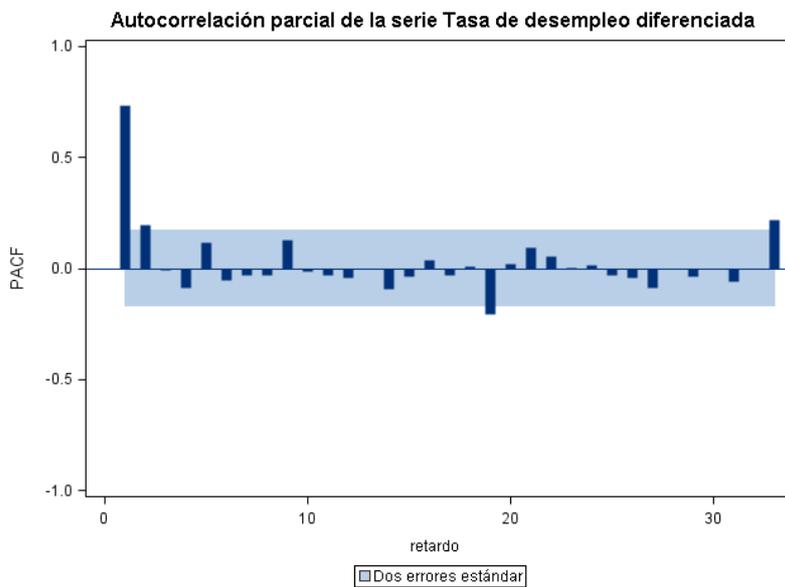


Figura 36. PACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada

#### 4.4.5. Test ADF

Tras diferenciar las series desestacionalizadas se realizó el test de no estacionariedad de Dickey-Fuller aumentado para contrastar la existencia de una raíz unitaria en un modelo autorregresivo.

Tests de raíz unitaria de Dickey-Fuller					
Variable	Tipo	Rho	Pr < Rho	Tau	Pr < Tau
pib	Zero Mean	-13.61	0.0092	-2.54	0.0112
	Single Mean	-23.30	0.0038	-3.21	0.0220
	Trend	-24.08	0.0232	-3.29	0.0719
salario	Zero Mean	-125.48	0.0001	-7.25	<.0001
	Single Mean	-129.76	0.0001	-7.26	<.0001
	Trend	-133.95	0.0001	-7.39	<.0001
ipc	Zero Mean	-7.97	0.0490	-1.95	0.0495
	Single Mean	-69.10	0.0011	-5.77	<.0001
	Trend	-75.24	0.0004	-5.94	<.0001
desempleo	Zero Mean	-21.17	0.0009	-3.22	0.0015
	Single Mean	-21.72	0.0058	-3.25	0.0197
	Trend	-22.33	0.0347	-3.32	0.0685

Tabla 3. Resultados de test de Dickey-Fuller aumentado

Los bajos p-valores contenidos en la tabla de resultados del test permiten rechazar la hipótesis de que exista raíz unitaria en los modelos autorregresivos para todas las variables. De este modo se confirma analíticamente que las series diferenciadas son estacionarias.

## 5. Modelo multivariante

### 5.1. Identificación de los posibles modelos

En esta etapa el objetivo es determinar la estructura del vector de series estacionarias utilizando las matrices estimadas de correlación simple y parcial para a continuación proceder a ajustar los modelos que resulten más adecuados.

La siguiente tabla muestra cómo las funciones de autocorrelación para cada variable decaen rápidamente, a excepción de Salario real que apenas presenta estructura.

Correlaciones cruzadas de las serie por Variable					
Variable	Lag	piB	salario	ipc	desempleo
piB	0	1.00000	-0.02682	0.22858	-0.65000
	1	0.38882	0.01594	0.15616	-0.59091
	2	0.56509	0.04227	0.09715	-0.49381
	3	0.41762	0.09901	0.06441	-0.33819
	4	0.21721	0.13516	-0.04007	-0.34476
	5	0.33944	0.07118	0.03668	-0.21416
	6	0.14430	0.18626	-0.02859	-0.16972
	7	0.22360	0.08845	-0.12480	-0.16964
salario	0	-0.02682	1.00000	-0.31029	0.06749
	1	0.00664	-0.05859	-0.08161	0.04979
	2	-0.01583	0.02212	-0.09738	0.09714
	3	0.01233	-0.04089	-0.07891	-0.00775
	4	0.03929	0.04507	-0.01735	0.02105
	5	-0.01682	0.13159	0.01626	-0.03057
	6	0.05914	0.02511	-0.05210	0.00064
	7	-0.01309	-0.06905	0.08933	-0.00080
ipc	0	0.22858	-0.31029	1.00000	-0.15891
	1	0.07178	-0.10256	0.40522	-0.04117
	2	-0.07097	-0.00919	0.19091	0.12165
	3	-0.14805	0.13491	0.12473	0.23628
	4	-0.17736	0.22940	-0.12277	0.26639
	5	-0.18158	0.16434	-0.03368	0.22915
	6	-0.16392	0.14050	0.07951	0.18475
	7	-0.02013	0.05054	-0.03263	0.16987
desempleo	0	-0.65000	0.06749	-0.15891	1.00000
	1	-0.63493	0.01525	-0.08440	0.73510
	2	-0.55895	-0.04852	-0.09354	0.62850
	3	-0.49422	-0.00648	-0.00245	0.51047
	4	-0.35233	-0.09626	-0.02168	0.38601
	5	-0.39770	-0.11584	-0.04288	0.35611
	6	-0.27321	-0.15379	0.06266	0.27109
	7	-0.23938	-0.06431	0.08932	0.21254

Tabla 4. Correlaciones cruzadas entre variables

Los coeficientes de las matrices de autocorrelación simple decaen rápido aunque presentan coeficientes significativamente distintos de cero para retardos altos, lo que indica que la estructura sería la de un proceso VAR o también VARMA.

Esquema de las correlaciones cruzadas								
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7
piB	+.+	+..	+..	+..	+..	+..	..+	...
salario	..+	....	....	....	....	....	....	....
ipc	++.	..+	..+	..+	..+	..+	..+	....
desempleo	..+	..+	..+	..+	..+	..+	..+	..+
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between								

Tabla 3. Representación esquemática de matrices de correlación simple

Las matrices de correlación parcial presentan uno o ningún coeficiente significativamente distinto de cero a partir del retardo 5. En el retardo 3 la matriz de correlaciones sólo tiene un coeficiente significativo. Esto sugiere que el orden del proceso VAR puede estar entre 2 y 4.

Esquema de las correlaciones cruzadas parciales							
Variable/Lag	1	2	3	4	5	6	7
pib	+..-	+...+	...+	-...-	....	....	....
salario	....	...+	....	....	..+..	....	....
ipc	..+.	-..+	....	..+.	....	..+.	....
desempleo	-...-	....	....	....	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between							

Tabla 5. Representación esquemática de matrices de correlación parcial

A continuación se muestran las correlaciones canónicas parciales y puede observarse que a partir del retardo 5 no son significativas. Esto indica que modelos VAR hasta de orden 4 podrían ser elecciones adecuadas.

Correlaciones canónicas parciales							
Lag	Correlation1	Correlation2	Correlation3	Correlation4	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
1	0.78351	0.41621	0.26567	0.05092	16	108.40	<.0001
2	0.43945	0.22143	0.10780	0.00642	16	31.73	0.0109
3	0.32669	0.28018	0.13964	0.00510	16	25.39	0.0633
4	0.35052	0.29033	0.21275	0.00913	16	31.06	0.0132
5	0.30661	0.17833	0.13082	0.05147	16	17.76	0.3381
6	0.29703	0.25578	0.09421	0.04188	16	19.88	0.2258
7	0.24340	0.21404	0.11566	0.04857	16	14.49	0.5619

Tabla 6. Correlaciones canónicas parciales

Utilizando el criterio de mínima información en AICC resulta que el menor valor AICC lo presenta el modelo VAR(4), no siendo muy diferente de los obtenidos para los modelo VAR(3) y VAR(2). El modelo VARMA(1,1) también presenta un valor AICC bajo, pero los algoritmos de estimación no convergen en este caso por lo que se descarta el uso de modelos VARMA. Lo mismo sucede con los modelos GARCH multivariantes por lo que se limitará el estudio a los modelos VAR de órdenes 2, 3 y 4.

Criterio de mínima información basado en AICC								
Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5	MA 6	MA 7
AR 0	6.3747544	6.1772268	6.198162	6.1959893	6.2825134	6.1658514	6.2777173	6.4744074
AR 1	5.4039245	5.2788802	5.440611	5.5577423	5.7296668	5.8024611	6.103252	6.4083065
AR 2	5.3890289	5.3383359	5.6063488	5.7558343	5.9375463	6.0248073	6.3435784	6.672516
AR 3	5.2981771	5.3338014	5.5318381	5.7954481	6.0827977	6.2005375	6.541829	6.9097659
AR 4	5.2517117	5.4254824	5.7443817	6.0784566	6.3584301	6.4393754	6.8134474	7.2503889
AR 5	5.4867559	5.6050323	5.9350966	6.3739335	6.5898409	6.8303048	7.2119586	7.6638998
AR 6	5.722813	5.8496352	6.2139242	6.525232	6.7730254	7.0981839	7.597626	7.9573802
AR 7	6.0789373	6.104495	6.3299585	6.7916333	7.0354083	7.637531	8.1123147	8.5152216

Tabla 7. Criterio de mínima información para modelos ARMA

En la siguiente sección se estiman los siguientes modelos:

- VAR(2)
- VAR(3)
- VAR(4)

## 5.2. Estimación y diagnóstico

Se procede a estimar los tres modelos propuestos en la fase de Identificación y a realizar los diferentes test de diagnóstico para identificar errores en su formulación. Para el ajuste se utilizarán las 128 observaciones de cada una de las series desestacionalizadas (127 al diferenciarlas) correspondientes al período de 1981 a 2012. Se reservan por tanto los datos de 2013 para testar la capacidad predictiva de los modelos ajustados.

El diagnóstico del modelo consiste básicamente en el análisis de los residuos para comprobar si siguen un proceso de ruido blanco. Esto es, que cada componente del vector de residuos sea un ruido blanco y que además el vector de residuos sólo tenga correlación cruzada contemporánea, de modo que las matrices de autocorrelación de los residuos deben tener todos sus coeficientes no significativamente distintos de cero a partir del primer retardo en adelante.

Por tanto se estimará cada uno de los modelos identificados y se determinará si los modelos ajustados son adecuados.

### 5.2.1. VAR(2)

Se presentan a continuación los resultados de ajustar un modelo VAR(2) a las series desestacionalizadas y diferenciadas.

La siguiente tabla muestra las constantes del modelo estimadas.

Constantes estimadas	
Variable	Constant
<b>pib</b>	845.22411
<b>salario</b>	0.04398
<b>ipc</b>	0.36750
<b>desempleo</b>	-0.17486

Tabla 8. Constantes VAR(2)

A continuación se muestran los parámetros del modelo estimados.

Coeficientes AR estimados					
Lag	Variable	piB	salario	ipc	desempleo
1	piB	-0.05655	415.31507	198.42306	-552.81655
	salario	0.00001	-0.13182	-0.08933	0.02988
	ipc	0.00003	0.05718	0.39573	0.03363
	desempleo	-0.00015	0.05885	0.06793	0.42908
2	piB	0.33793	25.52203	-676.73009	-220.32696
	salario	0.00001	0.01546	0.01351	-0.01337
	ipc	0.00000	-0.13585	0.00075	-0.02460
	desempleo	-0.00010	0.55266	0.52673	0.11771

Tabla 9. Coeficientes VAR(2)

La siguiente tabla representa en forma de matriz con un signo + ó un – los coeficientes significativamente distintos de cero y los coeficientes que no resultan significativos se representan mediante un punto.

Representación esquemática de los coeficientes			
Variable/Lag	C	AR1	AR2
piB	+	...-	+.-.
salario	.	....	....
ipc	+	..+.	....
desempleo	.	-.+	..+.
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between, * is N/A			

Tabla 10. Representación esquemática de estimaciones VAR(2)

Tanto el vector de constantes como las matrices de coeficientes autorregresivos contienen parámetros significativos.

La ecuación correspondiente a la variable Salario real no incluye ningún coeficiente significativamente distinto de cero, sin embargo la presencia de esta variable ayuda a explicar el comportamiento de la Tasa de desempleo por lo que se mantiene en el modelo.

La variable IPC únicamente presenta en su ecuación un coeficiente autorregresivo significativo mientras que los parámetros correspondientes al resto de variables no son significativamente distintos de cero.

Una posibilidad que se plantea es utilizar un modelo VARX con las variables Salario real e IPC como exógenas, pero por motivos prácticos y dado que no es segura la exogeneidad de dichas variables se mantendrá el modelo VAR tal como se ha planteado inicialmente.

La siguiente tabla muestra que para los retardos 4, 5, 7, 8, 9, 10 y 12 hay correlaciones significativas entre residuos.

Representación esquemática de las correlaciones cruzadas de los residuos													
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>pib</b>	+.+	....	....	....	-..	..+	....	....	...+	....	....	....	+..
<b>salario</b>	..+	....	....	....	....	....	....	....	....	..+	....	....	-..
<b>ipc</b>	+++	....	....	....	..+	....	....	+..	....	....	+..	....	....
<b>desempleo</b>	-..+	....	....	....	+..	-..	....	....	....	..+	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between													

Tabla 11. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(2)

Los tests de Portmanteau recogen este hecho rechazándose la hipótesis nula de que los residuos son incorrelados.

Test de Portmanteau de correlación cruzada de los residuos			
Up To Lag	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
3	16	30.19	0.0170
4	32	63.21	0.0008
5	48	88.60	0.0003
6	64	107.17	0.0006
7	80	121.85	0.0018
8	96	143.40	0.0012
9	112	164.20	0.0010
10	128	180.97	0.0014
11	144	201.54	0.0011
12	160	224.58	0.0006

Tabla 12. Test de Portmanteau VAR(2)

La siguiente tabla muestra los resultados de las pruebas de diagnóstico para las ecuaciones del sistema en forma univariante.

Esta tabla muestra la bondad del ajuste de cada una de las ecuaciones mediante los valores de  $R^2$ . El p-valor de la última columna se refiere al test de la hipótesis nula de que todos los coeficientes de la ecuación son iguales a cero.

Diagnósticos ANOVA del modelo univariante				
Variable	R-Square	Standard Deviation	F Value	Pr > F
<b>pib</b>	0.5120	704.40052	15.21	<.0001
<b>salario</b>	0.0349	0.17248	0.52	0.8367
<b>ipc</b>	0.1768	0.29738	3.11	0.0032
<b>desempleo</b>	0.6432	0.40567	26.14	<.0001

Tabla 13. ANOVA univariante VAR(2)

Se observa que para las variables PIB real y Tasa de desempleo el modelo consigue explicar más de la mitad de la varianza observada ( $R^2$  de 0.51 y 0.64 respectivamente). En el caso del Salario real el valor  $R^2$  es muy bajo (0.04).

Para la variable Salario real se observa en la anterior tabla que el p-valor es grande (0.84) por lo que no se rechaza que todos los coeficientes de la ecuación sean iguales a cero. Consta así nuevamente lo comentado anteriormente acerca de la dificultad de explicar y predecir el comportamiento del salario real con este conjunto de variables.

A continuación se comprueba si cada componente del vector de residuos es un ruido blanco.

Ninguno de los estadísticos de Durbin Watson son menores de 1 de modo que no existe autocorrelación significativa de los residuos. Se rechaza la hipótesis de normalidad de Jarque-Bera para todas las variables y los test de homocedasticidad rechazan la hipótesis de covarianzas constantes para PIB, Salario y Desempleo.

Test de ruido blanco para el modelo univariante					
Variable	Durbin Watson	Normality		ARCH	
		Chi-Square	Pr > ChiSq	F Value	Pr > F
<b>pib</b>	2.18742	19.31	<.0001	21.64	<.0001
<b>salario</b>	1.65040	111.08	<.0001	5.17	0.0248
<b>ipc</b>	1.99908	120.17	<.0001	2.50	0.1166
<b>desempleo</b>	2.01603	375.71	<.0001	4.18	0.0429

Tabla 14. Test univariantes de ruido blanco VAR(2)

En la siguiente tabla se indica que las series son estacionarias dado que todos los autovalores son menores a la unidad en módulo.

Raíces del polinomio característico AR					
Index	Real	Imaginary	Modulus	Radian	Degree
1	0.87960	0.00000	0.8796	0.0000	0.0000
2	0.47892	0.00000	0.4789	0.0000	0.0000
3	0.37396	0.00000	0.3740	0.0000	0.0000
4	0.04131	0.00000	0.0413	0.0000	0.0000
5	-0.06298	0.00000	0.0630	3.1416	180.0000
6	-0.22567	0.27191	0.3534	2.2635	129.6901
7	-0.22567	-0.27191	0.3534	-2.2635	-129.6901
8	-0.62304	0.00000	0.6230	3.1416	180.0000

Tabla 15. Raíces del polinomio característico VAR(2)

### 5.2.2. VAR(3)

Se ajustó el modelo VAR(3) y se obtuvieron las siguientes estimaciones de los parámetros del modelo.

Constantes estimadas	
Variable	Constant
<b>pib</b>	856.91093
<b>salario</b>	-0.01219
<b>ipc</b>	0.32519
<b>desempleo</b>	-0.25548

Tabla 16. Constantes VAR(3)

Coeficientes AR estimados					
Lag	Variable	piib	salario	ipc	desempleo
1	piib	-0.15641	455.22639	308.71177	-488.82811
	salario	0.00001	-0.08323	-0.07829	0.01710
	ipc	0.00004	0.04695	0.37624	0.01871
	desempleo	-0.00016	0.02523	0.05279	0.41450
2	piib	0.36066	112.02547	-612.53200	-160.70313
	salario	0.00002	0.04859	-0.01642	0.00054
	ipc	0.00003	-0.18512	-0.05620	-0.07127
	desempleo	-0.00010	0.50484	0.43775	0.16823
3	piib	0.26620	337.09667	-443.84719	59.98559
	salario	0.00002	-0.01792	0.08127	0.03463
	ipc	-0.00000	-0.11513	0.09241	0.12976
	desempleo	0.00006	-0.07985	0.17550	0.00395

Tabla 17. Coeficientes VAR(3)

La tabla siguiente muestra de forma esquemática los coeficientes significativos y los que no lo son. Para la matriz asociada al retardo 3 sólo se observa un coeficiente significativamente distinto de cero por lo que no puede esperarse que este modelo mejore sustancialmente al anterior. Además se corre el riesgo de sobre especificar el modelo al aumentar el número de parámetros estimados.

Representación esquemática de los coeficientes				
Variable/Lag	C	AR1	AR2	AR3
piib	+	...-	+.-.	+...
salario	.	....	....	....
ipc	+	..+.	....	....
desempleo	.	-.+	..+.	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between, * is N/A				

Tabla 18. Representación esquemática de estimaciones VAR(3)

A continuación se muestra que para los retardos 4, 5, 7, 8 y 9 hay correlaciones significativas entre residuos.

Representación esquemática de las correlaciones cruzadas de los residuos													
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
piib	+.+	....	....	....	....	..+.	....	....	....	....	....	....	....
salario	+..	....	....	....	....	....	....	....	.-.	....	....	....	....
ipc	+++	....	....	....	..-	....	....	....	....	....	....	....	....
desempleo	-.+	....	....	....	....	..-	....	....	....	..+.	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between													

Tabla 19. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(3)

Igual que sucedía con el modelo anterior el test de Portmanteau rechaza la hipótesis nula de que los residuos son incorrelados.

Test de Portmanteau de correlación cruzada de los residuos			
Up To Lag	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
4	16	34.26	0.0050
5	32	57.04	0.0042
6	48	74.22	0.0089
7	64	84.91	0.0413
8	80	109.18	0.0168
9	96	128.68	0.0146
10	112	139.36	0.0408
11	128	155.36	0.0503
12	144	177.79	0.0292

Tabla 20. Test de Portmanteau VAR(3)

En la siguiente tabla se observa que en comparación con el modelo anterior los valores  $R^2$  aumentan, aunque la diferencia no es importante y puede deberse únicamente a que ha aumentado el número de parámetros estimados.

Diagnósticos ANOVA del modelo univariante				
Variable	R-Square	Standard Deviation	F Value	Pr > F
pib	0.5503	689.59061	11.32	<.0001
salario	0.0678	0.15901	0.67	0.7742
ipc	0.2063	0.29797	2.40	0.0083
desempleo	0.6563	0.40608	17.66	<.0001

Tabla 21. ANOVA univariante VAR(3)

Los residuos están alejados de una distribución normal para todas las ecuaciones. Nuevamente se observa heterocedasticidad para algunos modelos.

Test de ruido blanco para el modelo univariante					
Variable	Durbin Watson	Normality		ARCH	
		Chi-Square	Pr > ChiSq	F Value	Pr > F
pib	1.91630	22.13	<.0001	15.95	0.0001
salario	1.64333	49.69	<.0001	0.16	0.6935
ipc	1.95281	100.37	<.0001	3.20	0.0759
desempleo	1.98083	369.93	<.0001	2.92	0.0901

Tabla 22. Test univariantes de ruido blanco VAR(3)

### 5.2.3. VAR(4)

Se ajusta finalmente un modelo VAR(4) a las series desestacionalizadas y diferenciadas obteniendo los siguientes parámetros estimados.

Constantes estimadas	
Variable	Constant
piib	743.72726
salario	-0.08442
ipc	0.43629
desempleo	-0.25714

Tabla 23. Constantes VAR(4)

Coeficientes AR estimados					
Lag	Variable	piib	salario	ipc	desempleo
1	piib	-0.09254	684.09023	248.09683	-418.08333
	salario	0.00001	0.01840	-0.08080	-0.00264
	ipc	0.00005	0.23219	0.44036	0.05419
	desempleo	-0.00016	-0.04574	0.07560	0.42909
2	piib	0.45700	201.79650	-638.05219	-247.63806
	salario	0.00001	0.02942	-0.03167	-0.01787
	ipc	0.00003	-0.19259	-0.06375	-0.04968
	desempleo	-0.00009	0.53084	0.42722	0.15085
3	piib	0.28186	351.52414	-472.94957	-118.68733
	salario	0.00002	-0.03278	0.03009	0.05182
	ipc	-0.00001	-0.11706	0.18472	0.12199
	desempleo	0.00002	-0.01811	0.21216	0.03951
4	piib	-0.17162	489.61724	247.90838	253.09801
	salario	0.00001	0.14659	0.15717	0.01014
	ipc	-0.00005	-0.11012	-0.24993	-0.11155
	desempleo	-0.00006	0.19516	0.06116	-0.14089

Tabla 24. Coeficientes VAR(4)

Aparecen dos coeficientes significativos en la matriz asociada al retardo cuarto.

Representación esquemática de los coeficientes					
Variable/Lag	C	AR1	AR2	AR3	AR4
piib	+	...-	+.-	+...	....
salario	.	....	....	....	..+.
ipc	+	..+.	....	....	..-
desempleo	.	..+	..+.	....	....

+ is > 2\*std error, - is < -2\*std error, . is between, \* is N/A

Tabla 25. Representación esquemática de estimaciones VAR(4)

El número de correlaciones entre residuos se reduce y ahora sólo hay correlaciones cruzadas para los retardos 5, 8 y 9.

Representación esquemática de las correlaciones cruzadas de los residuos													
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<b>pib</b>	+.+	....	....	....	....	..+	....	....	....	....	....	....	....
<b>salario</b>	.+.	....	....	....	....	....	....	....	.-.	....	....	....	....
<b>ipc</b>	+++	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
<b>desempleo</b>	-.+	....	....	....	....	..-	....	....	....	..+	....	....	....
+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between													

Tabla 26. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(4)

Los residuos son incorrelados excepto para los retardos 5, 8 y 9.

Los test de Portmanteau sólo indican problemas de autocorrelación para retardos bajos.

Test de Portmanteau de correlación cruzada de los residuos			
Up To Lag	DF	Chi-Square	Pr > ChiSq
5	16	31.50	0.0116
6	32	47.49	0.0383
7	48	57.25	0.1693
8	64	74.44	0.1749
9	80	92.48	0.1607
10	96	102.48	0.3067
11	112	119.26	0.3018
12	128	141.59	0.1942

Tabla 27. Test de Portmanteau VAR(4)

Nuevamente aumentan los valores  $R^2$  en comparación con modelos anteriores aunque, como ya se comentó, esto pudiera deberse únicamente al aumento de parámetros que componen el modelo.

Diagnósticos ANOVA del modelo univariante				
Variable	R-Square	Standard Deviation	F Value	Pr > F
<b>pib</b>	0.5873	675.58433	9.43	<.0001
<b>salario</b>	0.1615	0.14807	1.28	0.2260
<b>ipc</b>	0.2671	0.29252	2.41	0.0039
<b>desempleo</b>	0.6694	0.40748	13.41	<.0001

Tabla 28. ANOVA univariante VAR(4)

Los residuos de las ecuaciones univariantes siguen sin ser normales y los residuos de la primera ecuación presentan una clara heterocedasticidad.

Test de ruido blanco para el modelo univariante					
Variable	Durbin Watson	Normality		ARCH	
		Chi-Square	Pr > ChiSq	F Value	Pr > F
<b>pib</b>	1.91940	27.57	<.0001	8.36	0.0046
<b>salario</b>	1.88664	54.45	<.0001	0.09	0.7670
<b>ipc</b>	1.94509	46.25	<.0001	1.18	0.2797
<b>desempleo</b>	1.95630	331.84	<.0001	3.38	0.0685

Tabla 29. Test univariantes de ruido blanco VAR(4)

### 5.3. Selección del modelo

Además de los anteriores diagnósticos acerca de los modelos ajustados se tendrá en cuenta para seleccionar el modelo final la capacidad predictiva del mismo.

Se obtendrán predicciones de las series para el año 2013 y se compararán con los datos observados ese mismo año. De este modo se realizará una validación por predicción y se elegirá el modelo que mejor prediga.

Se muestran en las siguientes tres tablas los valores observados de la cuatro variables y los intervalos de predicción para cada modelo. En caso de que el intervalo no contenga el valor observado este se formatea en color rojo.

VAR(2)												
Observado					Predicho							
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Intervalo de predicción PIB real		Intervalo de predicción Salario real		Intervalo de predicción IPC		Intervalo de predicción Tasa de paro	
2013:T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	158108.50	160869.70	17.45	18.12	103.86	105.02	26.27	27.86
2013:T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	156802.22	160911.57	17.30	18.22	104.17	106.17	26.23	29.12
2013:T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	155690.15	161663.91	17.18	18.31	104.43	107.15	26.31	30.60
2013:T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	154512.84	162241.98	17.09	18.41	104.74	108.09	26.29	32.08

Tabla 30. Intervalos de predicción VAR(2)

VAR(3)												
Observado					Predicho							
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Intervalo de predicción PIB real		Intervalo de predicción Salario real		Intervalo de predicción IPC		Intervalo de predicción Tasa de paro	
2013:T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	157917.26	160620.41	17.44	18.06	103.90	105.06	26.25	27.84
2013:T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	156337.55	160195.52	17.28	18.16	104.27	106.28	26.29	29.18
2013:T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	154588.04	160152.00	17.15	18.25	104.61	107.34	26.51	30.81
2013:T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	153025.91	160353.85	17.04	18.31	104.91	108.31	26.73	32.44

Tabla 31. Intervalos de predicción VAR(3)

VAR(4)												
Observado					Predicho							
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Intervalo de predicción PIB real		Intervalo de predicción Salario real		Intervalo de predicción IPC		Intervalo de predicción Tasa de paro	
2013:T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	157571.58	160219.83	17.32	17.90	103.87	105.02	26.32	27.91
2013:T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	155717.70	159559.45	17.08	17.93	104.26	106.26	26.39	29.29
2013:T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	153647.05	159394.48	16.94	18.02	104.58	107.30	26.65	30.93
2013:T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	151290.78	159153.17	16.70	17.96	104.99	108.42	26.86	32.63

Tabla 32. Intervalos de predicción VAR(4)

El modelo VAR(2) hace predicciones correctas para las variables IPC real, Salario real y para los tres primeros trimestre de la Tasa de paro.

Iguales resultados consigue el modelo VAR(3).

El modelo VAR(4) sin embargo sólo consigue predecir correctamente los dos primeros trimestres de PIB real y Tasa de paro.

Ninguno de los modelos consigue hacer una predicción acertada sobre el IPC del año 2013.

Comparando la amplitud de los intervalos de confianza no se observan diferencias importantes entre los tres modelos.

Se realiza a continuación el cálculo de los errores de predicción para los tres modelos habiendo hecho la estimación de los parámetros con los primeros 128 datos y construyendo la predicción para las 4 observaciones restantes.

Se obtuvo la siguiente tabla de predicciones que incluye las sumas de errores de predicción absolutos de cada modelo:

VAR(2)												
Observado					Predicho				Error absoluto			
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Error  PIB	Error  Salario	Error  IPC	Error  paro
2013T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	159489.10	17.79	104.44	27.06	133.73	0.24	0.61	0.69
2013T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	158856.89	17.76	105.17	27.67	549.93	0.38	1.52	1.26
2013T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	158677.03	17.74	105.79	28.45	852.79	0.45	1.63	1.95
2013T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	158377.41	17.75	106.42	29.18	1431.05	0.41	2.51	3.05
<b>SUMA</b>									<b>2967.51</b>	<b>1.49</b>	<b>6.27</b>	<b>6.95</b>

Tabla 33. Errores de predicción absolutos VAR(2)

VAR(3)												
Observado					Predicho				Error absoluto			
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Error  PIB	Error  Salario	Error  IPC	Error  paro
2013T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	159268.84	17.75	104.48	27.05	354.00	0.28	0.65	0.68
2013T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	158266.53	17.72	105.27	27.73	1140.29	0.42	1.63	1.33
2013T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	157370.02	17.70	105.98	28.66	2159.80	0.50	1.81	2.15
2013T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	156689.88	17.68	106.61	29.59	3118.58	0.49	2.70	3.45
<b>SUMA</b>									<b>6772.67</b>	<b>1.68</b>	<b>6.79</b>	<b>7.60</b>

Tabla 34. Errores de predicción absolutos VAR(3)

VAR(4)												
Observado					Predicho				Error absoluto			
Trimestre	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	PIB real	Salario real	IPC	Tasa de paro	Error  PIB	Error  Salario	Error  IPC	Error  paro
2013T1	159622.83	18.03	103.83	26.37	158895.71	17.61	104.44	27.11	727.13	0.42	0.61	0.74
2013T2	159406.83	18.14	103.65	26.41	157638.58	17.51	105.26	27.84	1768.25	0.64	1.62	1.43
2013T3	159529.83	18.19	104.17	26.51	156520.76	17.48	105.94	28.79	3009.06	0.71	1.77	2.28
2013T4	159808.46	18.16	103.91	26.14	155221.97	17.33	106.70	29.74	4586.49	0.83	2.80	3.61
<b>SUMA</b>									<b>10090.9</b>	<b>2.60</b>	<b>6.80</b>	<b>8.06</b>

Tabla 35. Errores de predicción absolutos VAR(4)

La suma de los errores absolutos de predicción para el modelo VAR(2) fue inferior en todas las variables que para los modelos VAR(3) y VAR(4).

Puesto que la diferencia entre capacidades de predicción de los tres modelos ha resultado ser importante parece razonable elegir el modelo que mejores predicciones consigue: el modelo VAR(2).

Aunque este modelo VAR(2) presentaba problemas de correlación entre residuos los otros dos modelos tampoco conseguían resolver bien el problema aumentando en buena medida el número de parámetros estimados.

Por tanto los modelos VAR(3) y VAR(4), además de producir peores predicciones, presentan riesgo de sobre-especificación.

Por tanto, por su mayor simplicidad y capacidad predictiva, el modelo elegido finalmente es el VAR(2).

El modelo VAR(2) estimado fue:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \Delta PIB_t \\ \Delta SALARIO_t \\ \Delta IPC_t \\ \Delta DESEMPLEO_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 845.22 \\ 0.04 \\ 0.36 \\ -0.17 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} -0.05 & 415.31 & 198.42 & -552.81 \\ 0.00 & -0.13 & -0.08 & 0.02 \\ 0.00 & 0.05 & 0.39 & 0.03 \\ -0.00 & 0.05 & 0.06 & 0.42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PIB_{t-1} \\ \Delta SALARIO_{t-1} \\ \Delta IPC_{t-1} \\ \Delta DESEMPLEO_{t-1} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} 0.33 & 25.52 & -676.73 & -220.32 \\ 0.00 & 0.01 & 0.01 & -0.01 \\ 0.00 & -0.13 & 0.00 & -0.02 \\ -0.00 & 0.55 & 0.52 & 0.11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PIB_{t-2} \\ \Delta SALARIO_{t-2} \\ \Delta IPC_{t-2} \\ \Delta DESEMPLEO_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \\ \epsilon_{4t} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

#### 5.4. Análisis de los residuos

Los diferentes test realizados presentaron ciertos problemas de normalidad, heterocedasticidad y autocorrelación de los residuos. Dado que el modelo elegido presenta estos problemas resulta adecuado hacer una representación gráfica de los residuos para hacernos una idea de su gravedad.

Para detectar la posible heterocedasticidad se presentan gráficos de residuos frente al tiempo.

En el siguiente gráfico de residuos se observa una clara heterocedasticidad para la serie de PIB real, con períodos en los que la varianza aumenta (períodos 1985-1995, 2008-2010) y otros en los que disminuye (1995-2000).

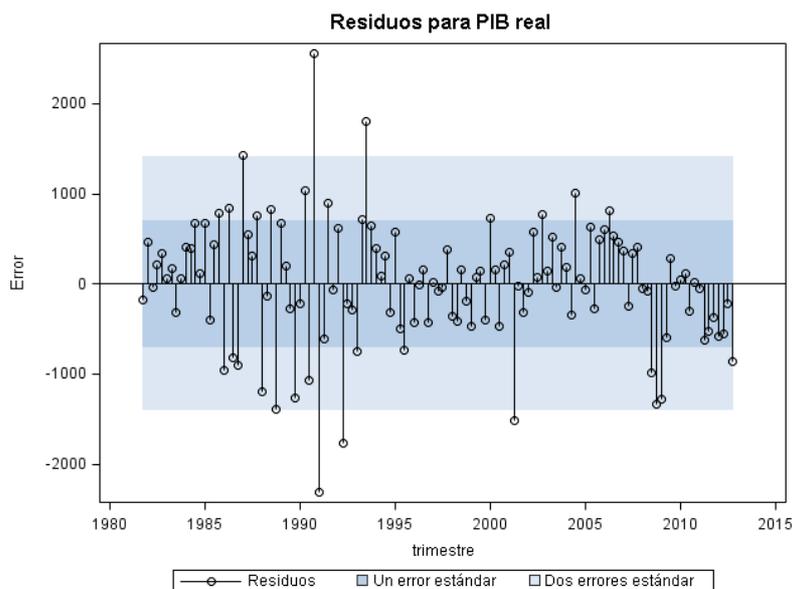


Figura 37. Residuos frente al tiempo de PIB real

La serie de Salario real también parece mostrar períodos de mayor volatilidad (1981-1990) y de menor (1990-2000).

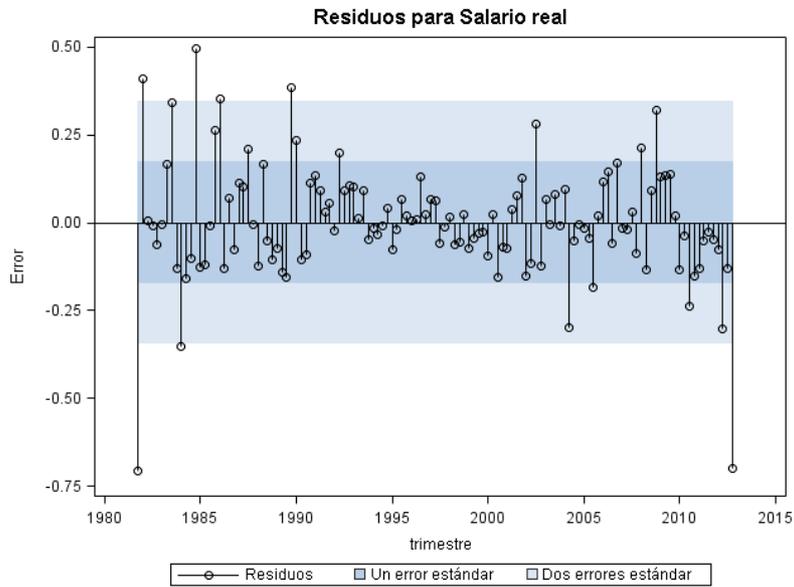


Figura 38. Residuos frente al tiempo de Salario real

La heterocedasticidad no es tan clara en el caso del IPC aunque también aparece en torno al año 2008 un aumento de la variabilidad de la serie.

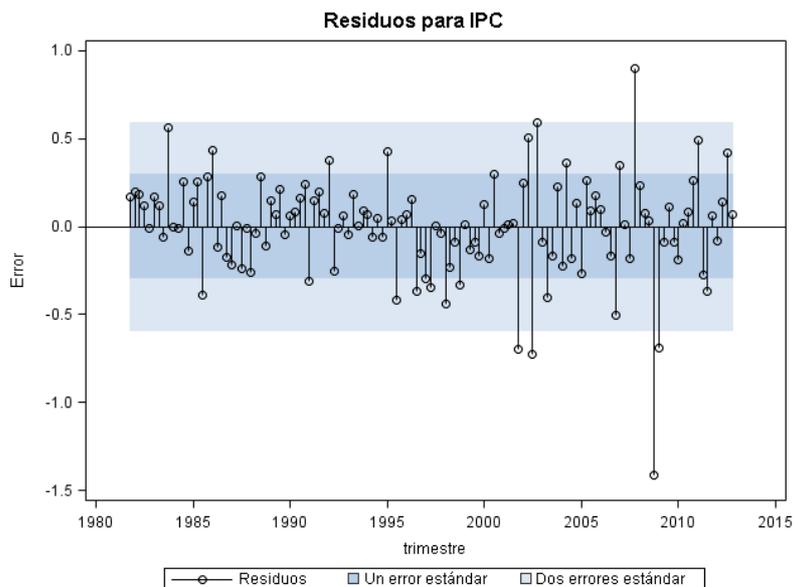


Figura 39. Residuos frente al tiempo de IPC

La serie Tasa de desempleo presenta algunos valores claramente atípicos.

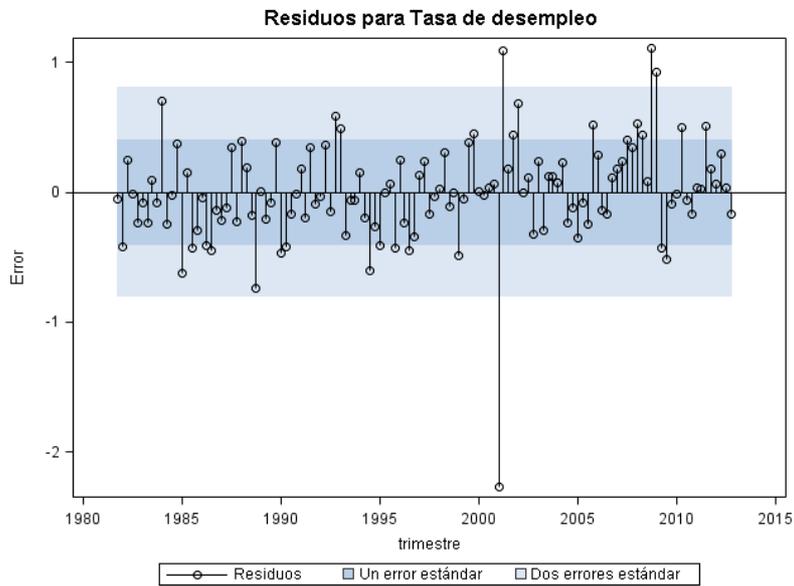


Figura 40. Residuos frente al tiempo de Tasa de desempleo

La gráfica de la ACF de los residuos para la variable PIB real presenta un buen número de coeficientes significativamente distintos de cero por lo que no se puede considerar que la serie de residuos sea un ruido blanco.

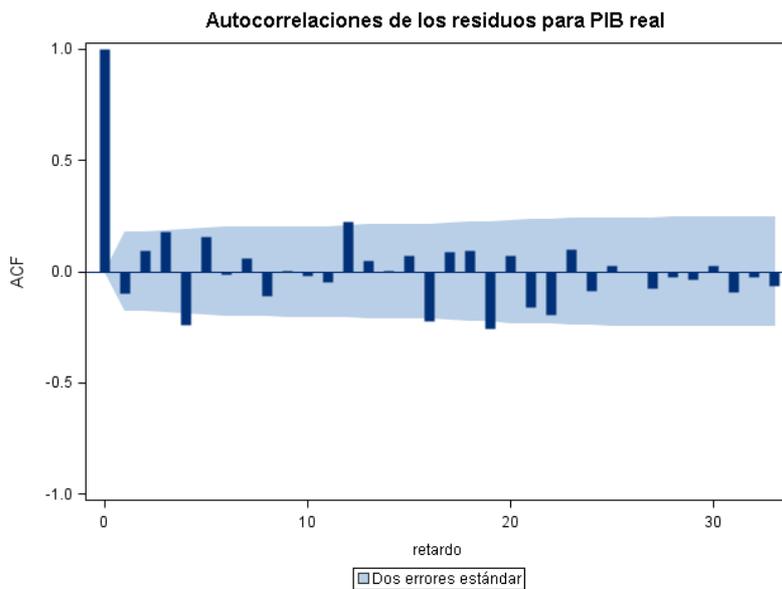


Figura 41. ACF de los residuos de PIB real

La gráfica de autocorrelaciones de los residuos para la serie Salario real muestra un número reducido de coeficientes distintos de cero, y dado que la banda de confianza es del 95% se puede esperar que, siendo la serie de residuos un ruido blanco, de cada veinte coeficientes estimados uno sea significativo. Por tanto no se rechaza con certeza que sea un ruido blanco.

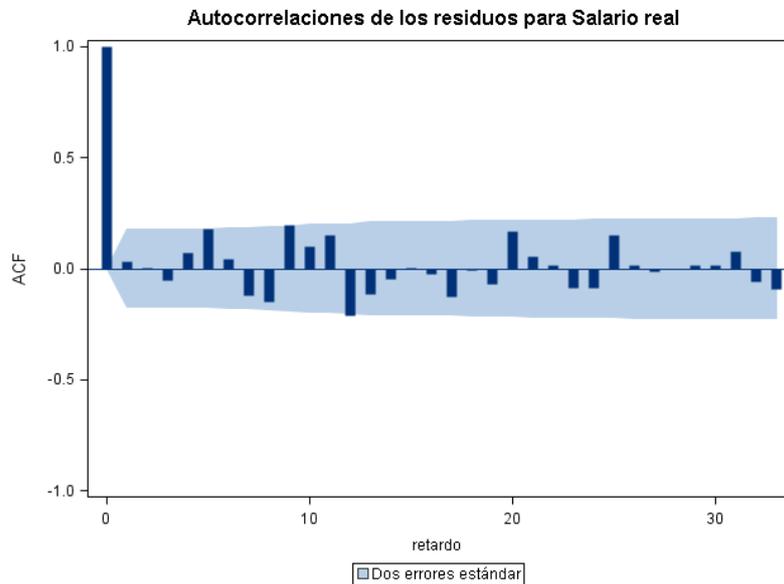


Figura 42. ACF de los residuos de Salario real

La gráfica de la ACF muestra valores altos en algunos de los primeros coeficientes. El coeficiente de autocorrelación para el cuarto retardo resulta significativamente distinto de cero, sin embargo al ser la banda de confianza del 95% cabe esperar que aparezca un coeficiente significativo por cada veinte valores estimados y no se rechaza que los residuos sean un ruido blanco.

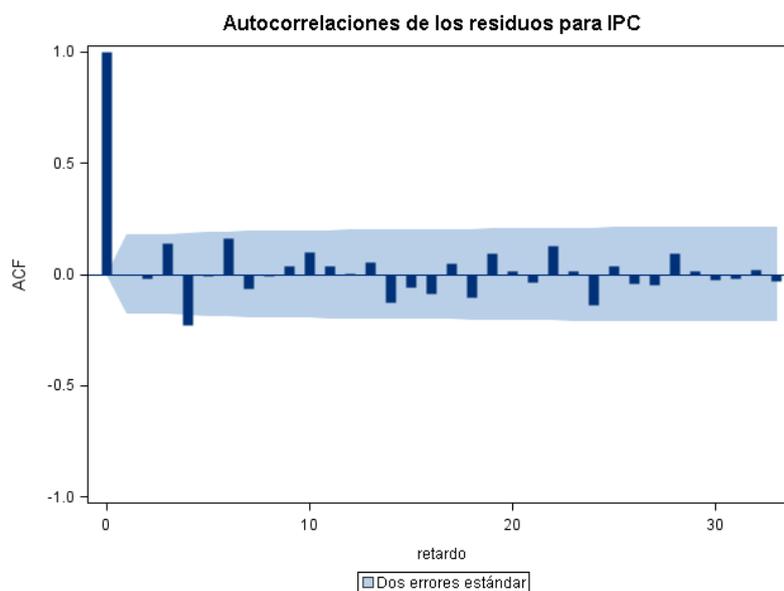


Figura 43. ACF de los residuos de IPC

Igualmente sucede con la serie de residuos para la Tasa de desempleo. No se rechaza que los residuos del modelo ajustado sean un ruido blanco.

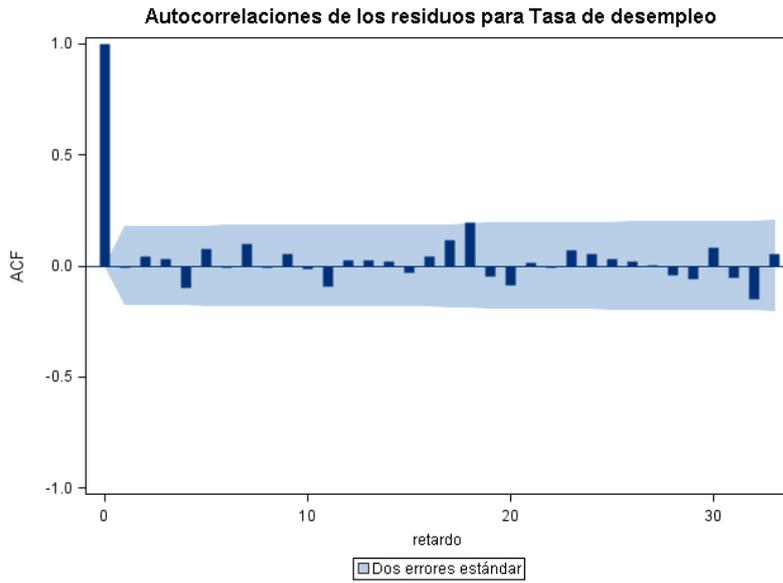


Figura 44. ACF de los residuos de Tasa de desempleo

Los residuos de la serie PIB real muestran cierta asimetría negativa y apuntamiento. De modo que no se ajustan bien a una distribución normal.

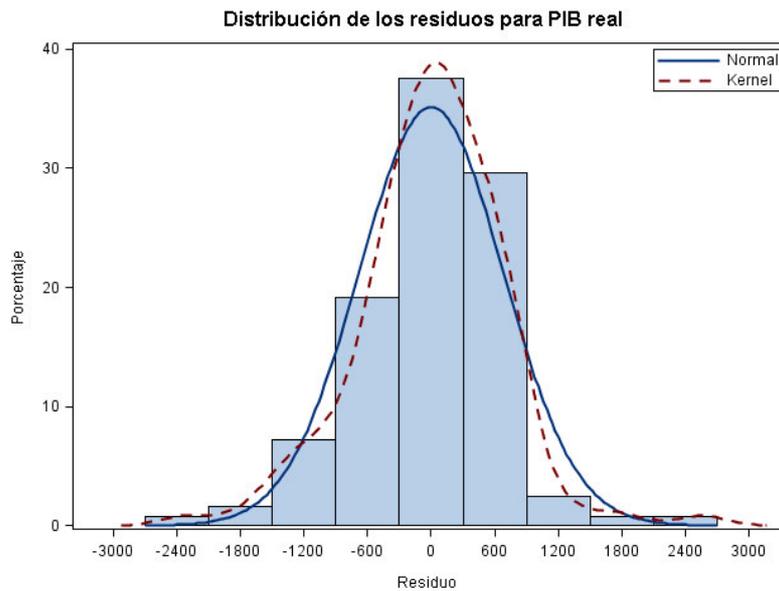


Figura 45. Distribución de los residuos de PIB real

Tampoco en el caso de la variable Salario real se cumple la hipótesis de normalidad, observándose en la distribución de los residuos una alta curtosis y colas más pesadas que la normal.

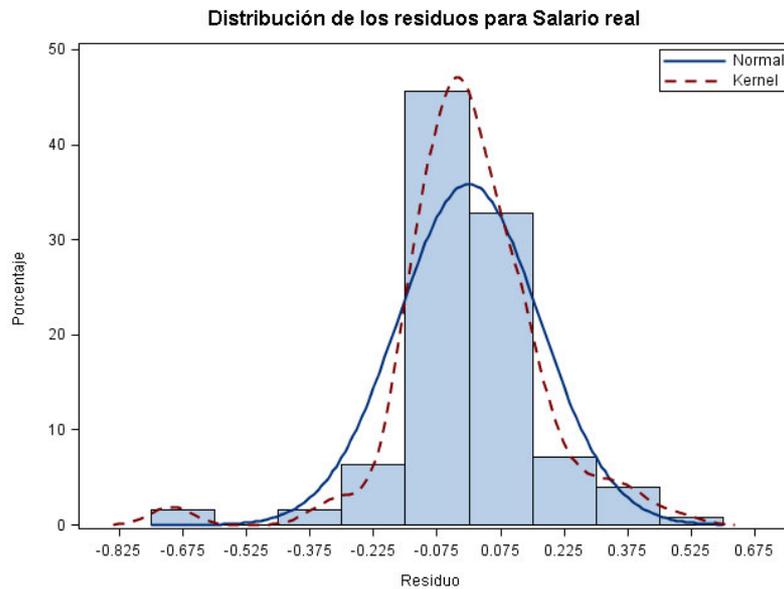


Figura 46. Distribución de los residuos de Salrio real

Los residuos de la serie de IPC presentan también asimetría negativa.

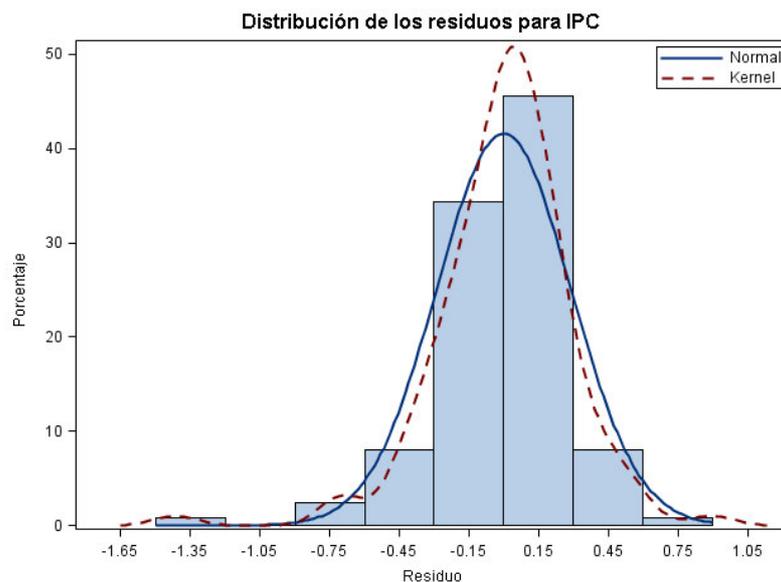


Figura 47. Distribución de los residuos de IPC

En el caso de la Tasa de desempleo la falta de normalidad viene dada por un mayor apuntamiento y la presencia de observaciones atípicas.

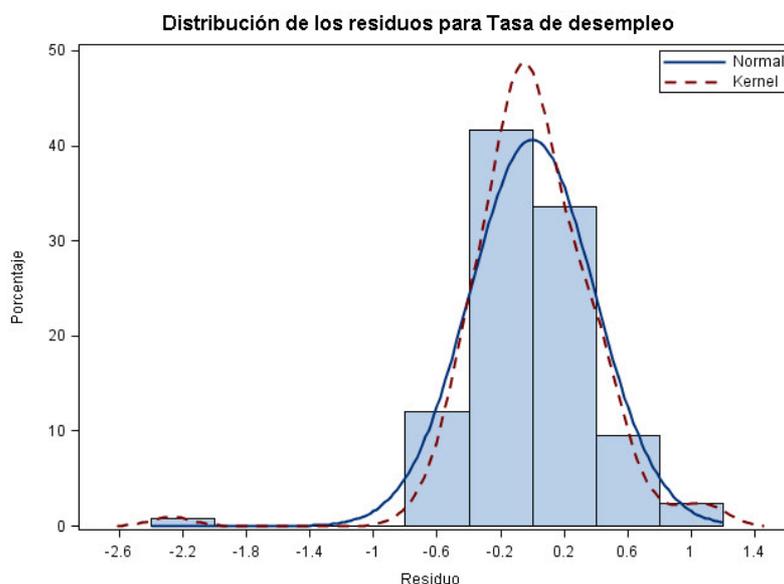


Figura 48. Distribución de los residuos de Tasa de desempleo

Con todo esto puede afirmarse que el modelo presenta problemas de heterocedasticidad, falta de normalidad y autocorrelación cruzada entre residuos. Por tanto a la hora de hacer predicciones con este modelo han de tenerse en cuenta sus limitaciones.

## 5.5. Función impulso-respuesta

Para entender mejor la relación entre variables se hace uso de la función de impulso-respuesta.

A partir del modelo VAR ajustado se puede estimar la función impulso-respuesta. La misma permite estudiar la respuesta de las variables a un *shock* o perturbación sobre uno de los términos de error del modelo. Una desviación estándar en un término de error asociado a cierta variable afectaría en ese instante a esa única variable, en el período siguiente el choque afectaría al resto de variables y continuaría afectándolas sucesivamente.

Los siguientes gráficos ilustran la respuesta de una variable con respecto a otra. Así, a partir del examen visual de la gráfica nos podemos formar una idea de cómo responden las variables del sistema a innovaciones en las mismas y la velocidad de la respuesta.

### 5.5.1. PIB real

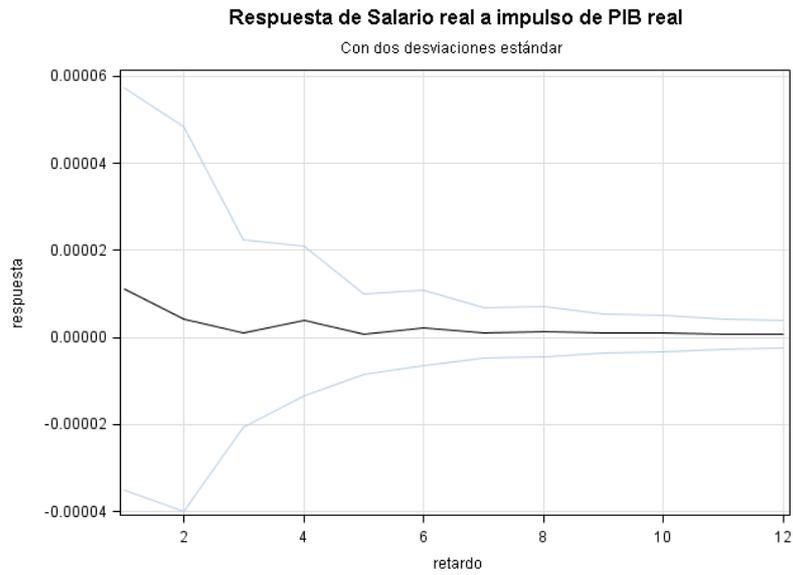


Figura 49. Respuesta de Salario real a PIB real

Aunque se observa que el Salario real aumenta al incrementarse el PIB real, este crecimiento no es significativo.

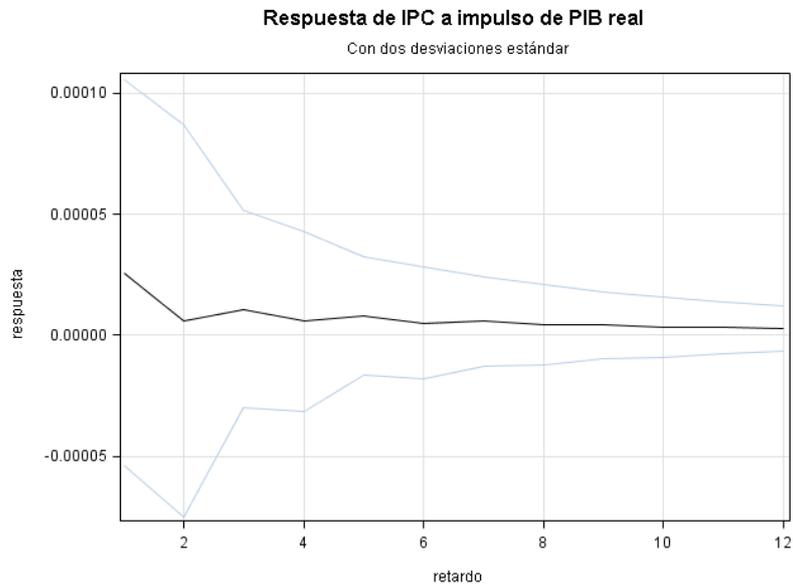
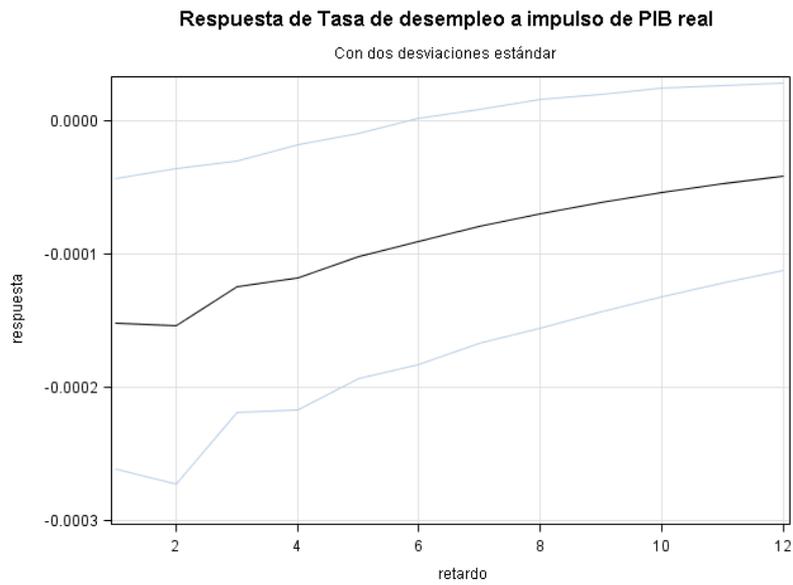


Figura 50. Respuesta de IPC a PIB real

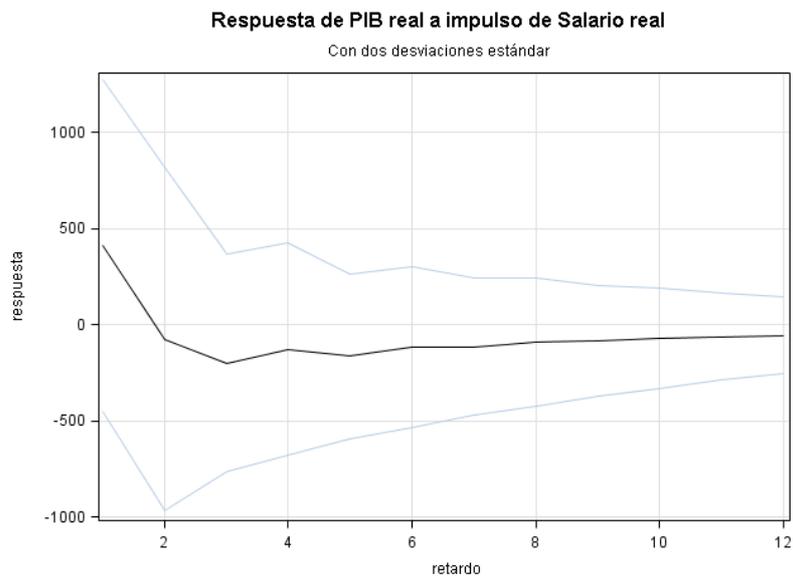
Igualmente el IPC aumenta al incrementarse el PIB real aunque este crecimiento no resulta significativo.



**Figura 51. Respuesta de Tasa de desempleo a PIB real**

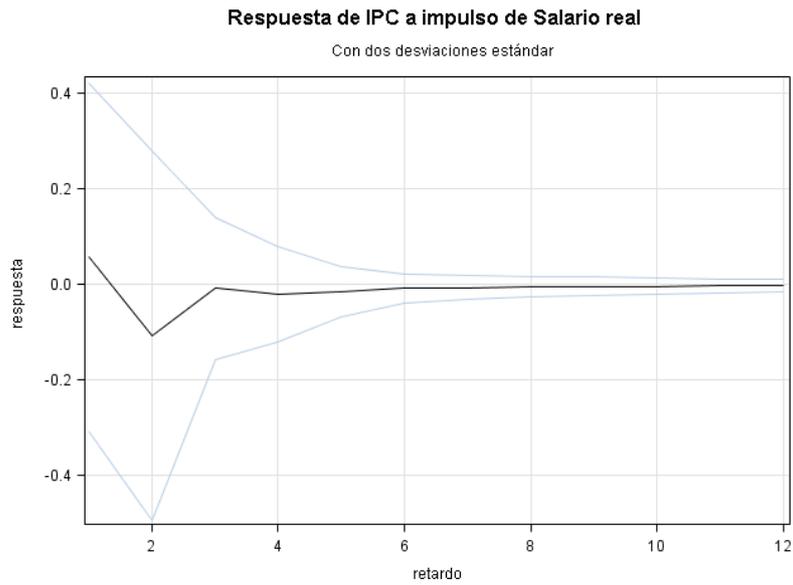
Un aumento del PIB real provoca una disminución significativa en la Tasa de desempleo.

### 5.5.2. Salario real



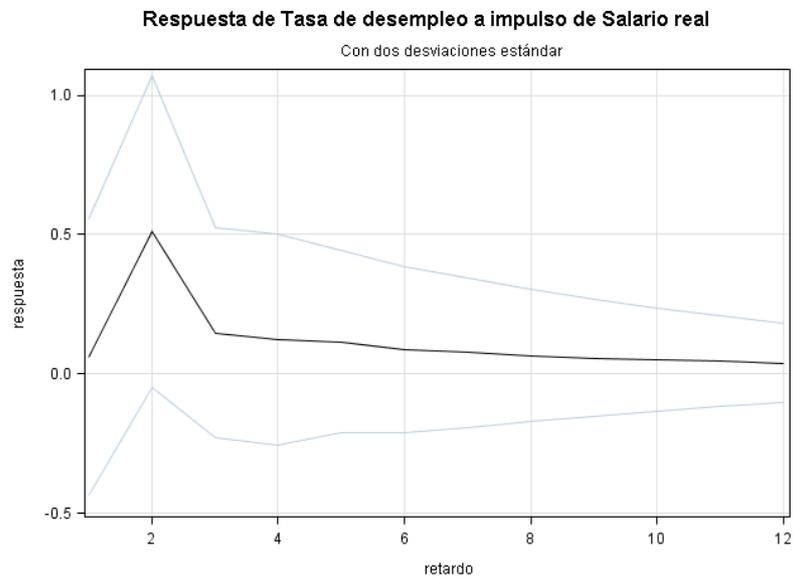
**Figura 52. Respuesta de PIB real a Salario real**

El PIB real no responde de forma significativa a un aumento del Salario real.



**Figura 53. Respuesta de IPC a Salario real**

Tampoco el IPC responde de forma significativa a un aumento del Salario real.



**Figura 54. Respuesta de Tasa de desempleo a Salario real**

Aunque se observa que la Tasa de desempleo aumenta al incrementarse el Salario real este crecimiento no es significativo.

### 5.5.3. IPC

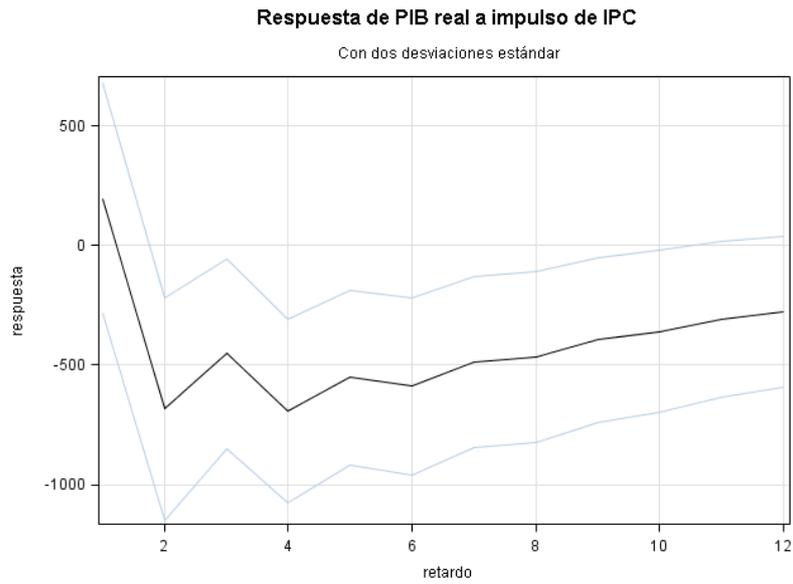


Figura 55. Respuesta de PIB real a IPC

Un aumento del IPC provoca una disminución significativa en el PIB real.

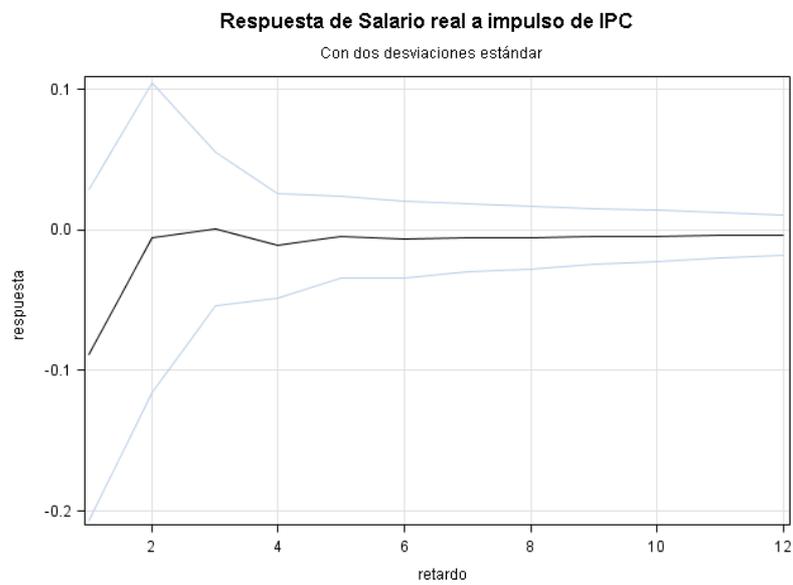


Figura 56. Respuesta de Salario real a IPC

Aunque se observa que un aumento del IPC provoca una disminución en el Salario real este decremento no es significativo.

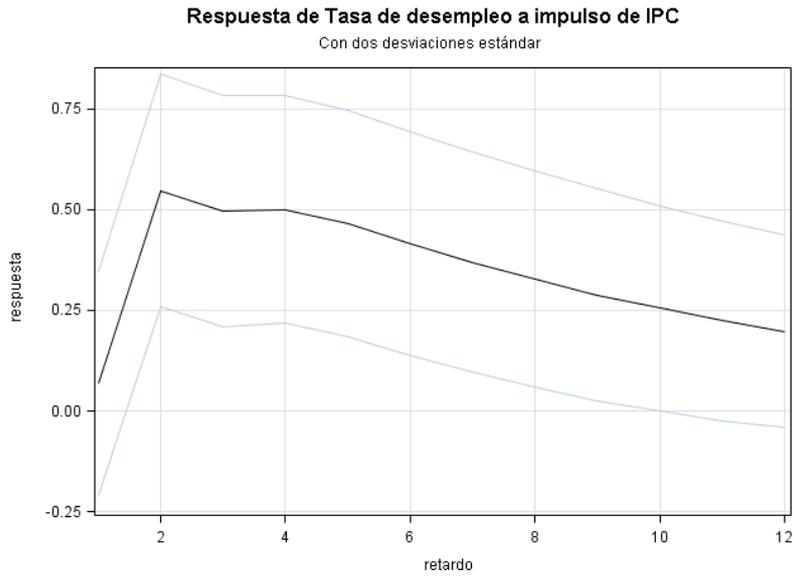


Figura 57. Respuesta de Tasa de desempleo a IPC

Un aumento del IPC provoca un crecimiento significativo en la Tasa de desempleo.

#### 5.5.4. Tasa de desempleo

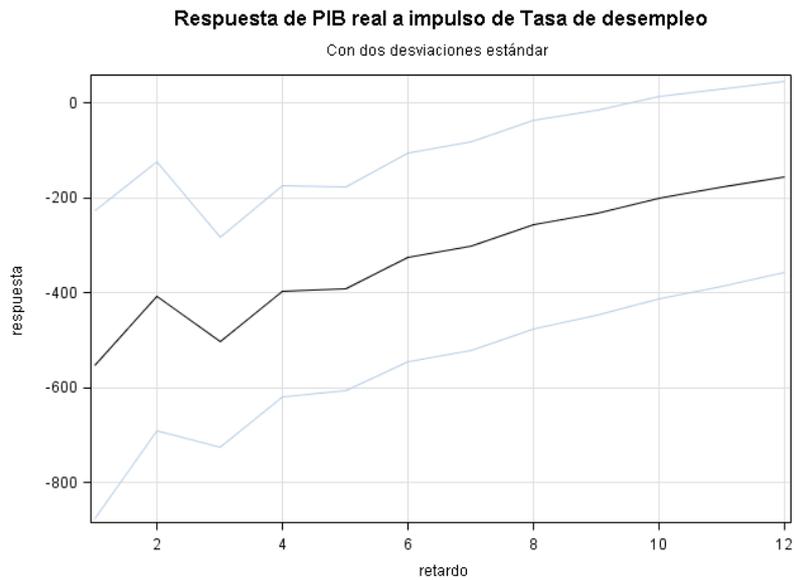
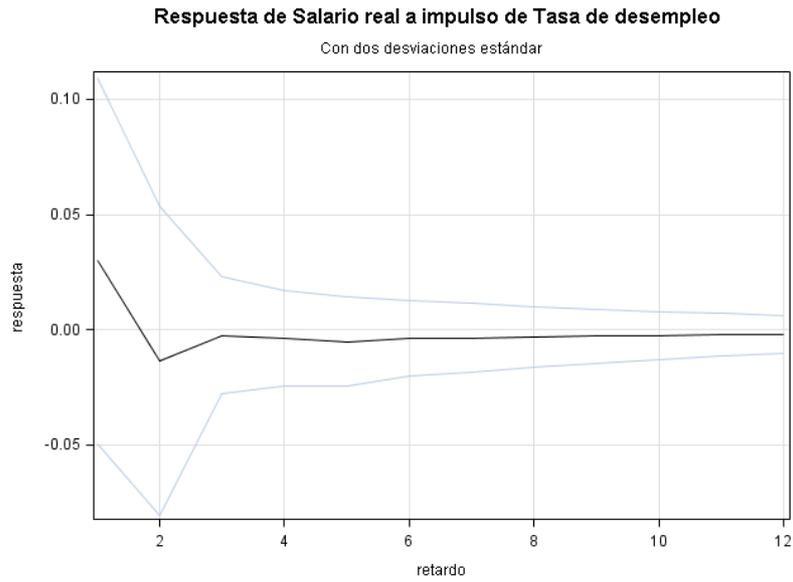


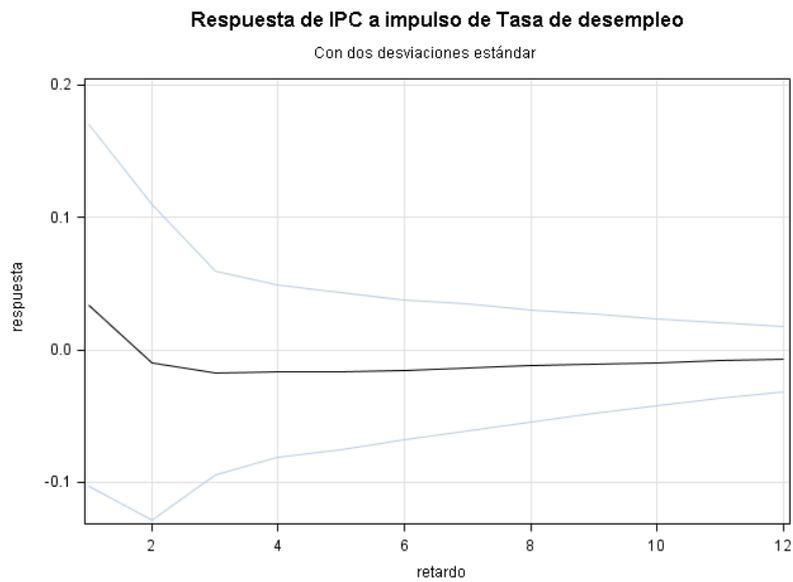
Figura 58. Respuesta de PIB real a Tasa de desempleo

Un aumento en la Tasa de desempleo provoca una disminución del PIB real en los trimestres sucesivos.



**Figura 59. Respuesta de Salario real a Tasa de desempleo**

No se observa cambio significativo en el Salario real al aumentar la Tasa de desempleo.



**Figura 60. Respuesta de IPC a Tasa de desempleo**

Tampoco se observa cambio significativo en el IPC al aumentar la Tasa de desempleo.

## 5.6. Descomposición de la varianza

El propósito ahora es identificar la porción de varianza de cada serie que se puede atribuir a innovaciones dentro del sistema.

A continuación se muestran las proporciones en la descomposición de las covarianzas de los errores de predicción asociadas a cada variable. La salida explica la proporción de covarianza que se debe a las propias innovaciones de la variable y a las innovaciones del resto de variables para cada horizonte de predicción.

Proporciones de covarianzas de los errores de predicción por variable					
Variable	Lead	pib	salario	ipc	desempleo
<b>pib</b>	1	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
	2	0.90593	0.00147	0.01041	0.08219
	3	0.84713	0.00249	0.04943	0.10095
	4	0.79295	0.00269	0.06001	0.14434
	5	0.74792	0.00305	0.09013	0.15890
	6	0.71422	0.00291	0.10598	0.17688
<b>salario</b>	1	0.00144	0.99856	0.00000	0.00000
	2	0.00158	0.97326	0.02086	0.00430
	3	0.00207	0.97191	0.02084	0.00518
	4	0.00209	0.97187	0.02083	0.00521
	5	0.00225	0.97138	0.02110	0.00527
	6	0.00227	0.97120	0.02113	0.00540
<b>ipc</b>	1	0.08435	0.09141	0.82424	0.00000
	2	0.09528	0.08446	0.81863	0.00163
	3	0.09591	0.09227	0.81012	0.00170
	4	0.09761	0.09231	0.80797	0.00211
	5	0.09802	0.09249	0.80703	0.00246
	6	0.09838	0.09248	0.80633	0.00282
<b>desempleo</b>	1	0.07990	0.01275	0.00966	0.89769
	2	0.16708	0.01237	0.00739	0.81316
	3	0.17717	0.02174	0.07057	0.73051
	4	0.17799	0.01884	0.10681	0.69636
	5	0.17661	0.01721	0.13963	0.66655
	6	0.17405	0.01613	0.16404	0.64577

Tabla 36. Proporciones de covarianzas de los errores de predicción por variable

En las filas que consideran la descomposición de la varianza del PIB real, se observa que la varianza en el pronóstico de esta variable para el primer período se atribuye en su totalidad al choque en la propia variable, esto es, un choque en el resto no explica en absoluto la varianza en el PIB real. En períodos sucesivos las variables IPC y Tasa de desempleo explican un porcentaje de varianza mayor y la variable salario tiene un efecto insignificante.

Para la variable Salario real, la variable en el pronóstico prácticamente se atribuye a la propia variable para cualquier período. PIB real e IPC apenas explican cada una el 2% de la variabilidad. La Tasa de desempleo apenas explica nada.

En el caso del IPC, las variables PIB real y Salario real explican cerca del 9% cada una y el efecto de la Tasa de desempleo es insignificante.

Finalmente, para la variable Tasa de desempleo cerca de 17% de la varianza es explicada por la variación en el PIB real y entre el 7% y 16% por la variable IPC. La participación de la variable Salario real es muy pequeña (2%).

Los resultados obtenidos en la descomposición son consistentes con lo observado en las funciones impulso-respuesta que se presentaron anteriormente.

## 5.7. Predicción

Con el fin de prever la evolución futura de las series a estudio se calcularon predicciones para los años 2014 y 2015 y se obtuvo la siguiente tabla de predicciones para las series desestacionalizadas de PIB real, Salario real, IPC y Tasa de desempleo incluyendo los respectivos intervalos de predicción:

Se construyeron además los respectivos gráficos con las predicciones y se dibujaron las bandas de predicción.

### 5.7.1. PIB real

Predicciones						
Variable	Obs	Time	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
pib	133	2014:1	160422.99419	696.30296	159058.26546	161787.72292
	134	2014:2	161669.11859	1039.97987	159630.79550	163707.44168
	135	2014:3	162903.26731	1514.17731	159935.53433	165871.00029
	136	2014:4	164296.62571	1957.21843	160460.54807	168132.70335
	137	2015:1	165621.44681	2449.15093	160821.19919	170421.69443
	138	2015:2	166945.75185	2941.18348	161181.13816	172710.36554
	139	2015:3	168188.62598	3450.95781	161424.87296	174952.37900
	140	2015:4	169384.36226	3959.61689	161623.65577	177145.06875

Tabla 37. Predicciones de PIB real en 2014 y 2015

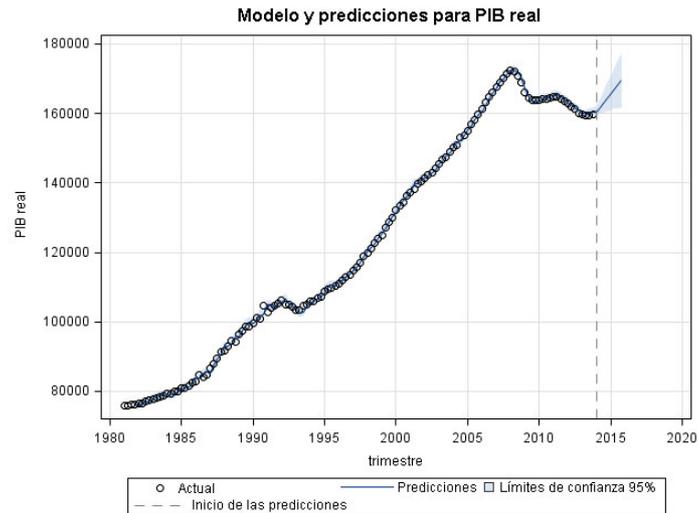


Figura 61. Modelo y predicciones para PIB real en 2014 y 2015

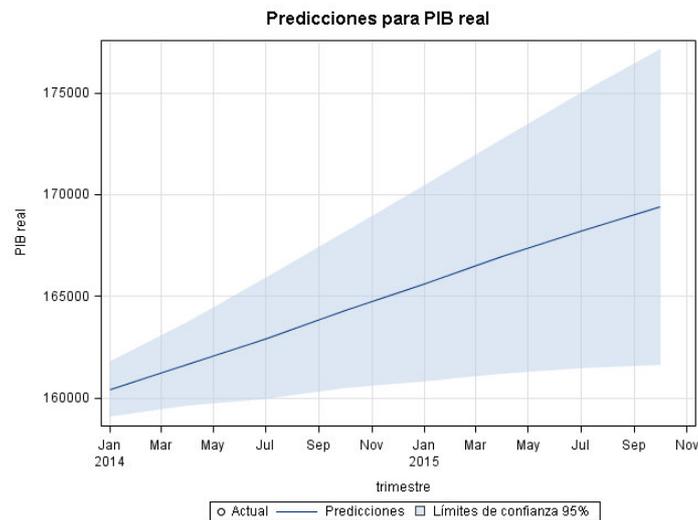


Figura 62. Predicciones de PIB real en 2014 y 2015

### 5.7.2. Salario real

Predicciones						
Variable	Obs	Time	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
salario	133	2014:1	18.25569	0.17100	17.92053	18.59084
	134	2014:2	18.27451	0.23025	17.82324	18.72578
	135	2014:3	18.28968	0.27659	17.74759	18.83178
	136	2014:4	18.31258	0.31687	17.69153	18.93364
	137	2015:1	18.33031	0.35217	17.64006	19.02055
	138	2015:2	18.34866	0.38431	17.59542	19.10190
	139	2015:3	18.36620	0.41399	17.55480	19.17760
	140	2015:4	18.38344	0.44166	17.51780	19.24909

Tabla 38. Predicciones de Salario real en 2014 y 2015

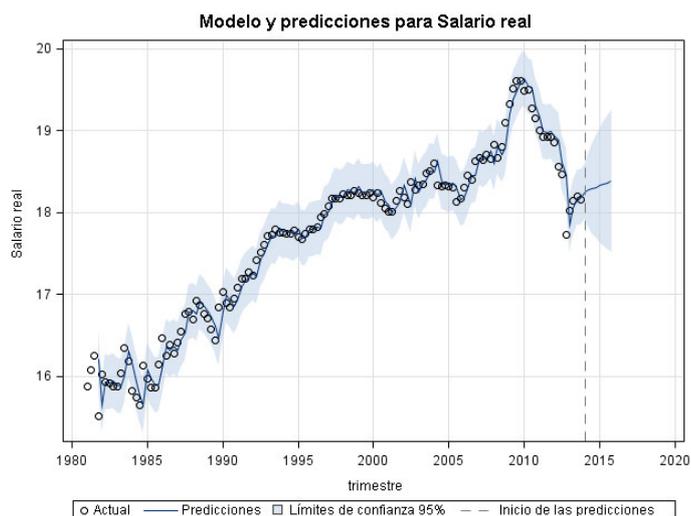


Figura 63. Modelo y predicciones para Salario real en 2014 y 2015

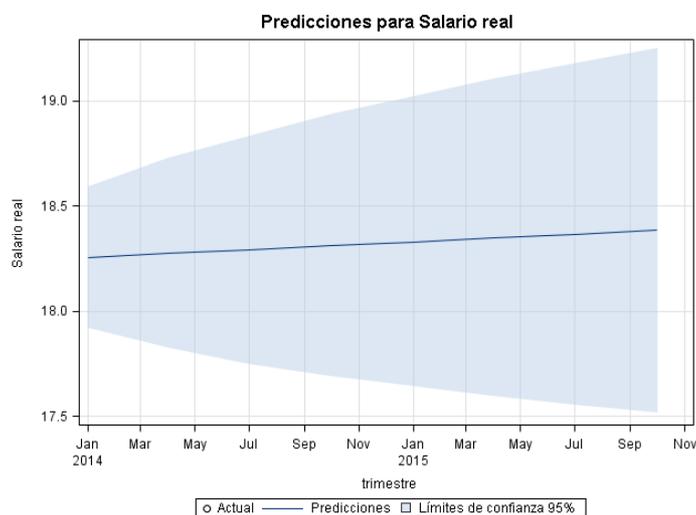


Figura 64. Predicciones de Salario real en 2014 y 2015

### 5.7.3. IPC

Predicciones						
Variable	Obs	Time	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
ipc	133	2014:1	104.11181	0.31073	103.50278	104.72083
	134	2014:2	104.53096	0.53252	103.48723	105.57469
	135	2014:3	105.05476	0.72513	103.63354	106.47599
	136	2014:4	105.64535	0.89412	103.89291	107.39779
	137	2015:1	106.27242	1.04276	104.22864	108.31620
	138	2015:2	106.91862	1.17458	104.61649	109.22075
	139	2015:3	107.57395	1.29253	105.04063	110.10727
	140	2015:4	108.23182	1.39913	105.48958	110.97406

Tabla 39. Predicciones de IPC en 2014 y 2015

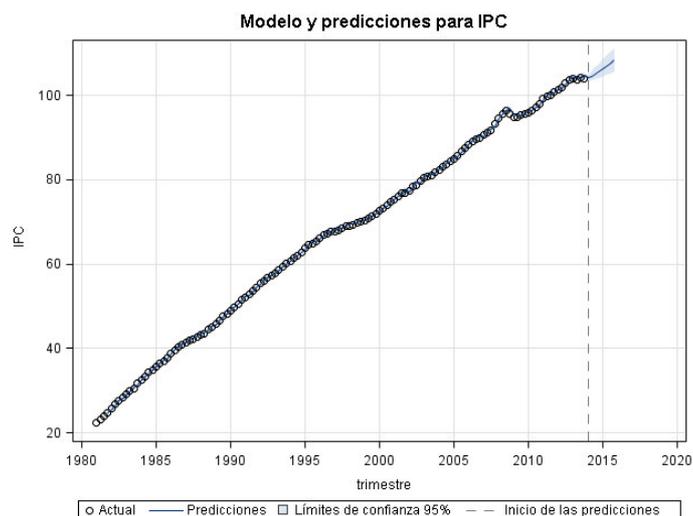


Figura 65. Modelo y predicciones para IPC en 2014 y 2015

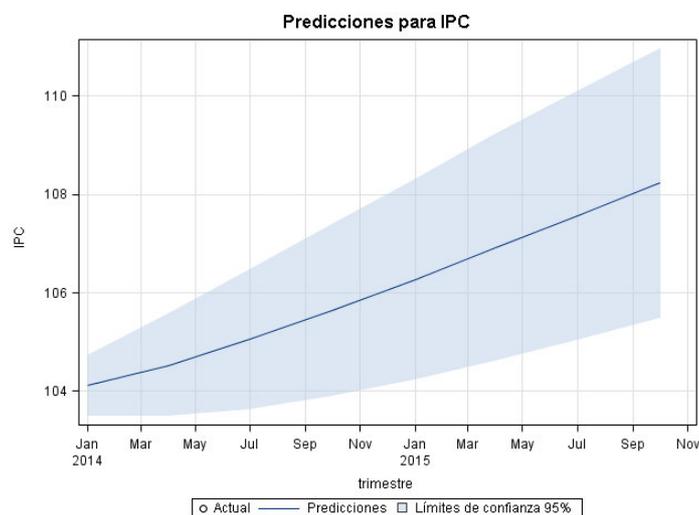


Figura 66. Predicciones de IPC en 2014 y 2015

#### 5.7.4. Tasa de desempleo

Predicciones						
Variable	Obs	Time	Forecast	Standard Error	95% Confidence Limits	
desempleo	133	2014:1	25.99768	0.40363	25.20657	26.78878
	134	2014:2	25.44939	0.73684	24.00521	26.89357
	135	2014:3	24.95427	1.10178	22.79482	27.11371
	136	2014:4	24.45452	1.49142	21.53139	27.37766
	137	2015:1	23.99764	1.89811	20.27741	27.71788
	138	2015:2	23.59661	2.31560	19.05811	28.13511
	139	2015:3	23.24900	2.73681	17.88496	28.61305
	140	2015:4	22.95407	3.15661	16.76723	29.14091

Tabla 40. Predicciones de Tasa de desempleo real en 2014 y 2015

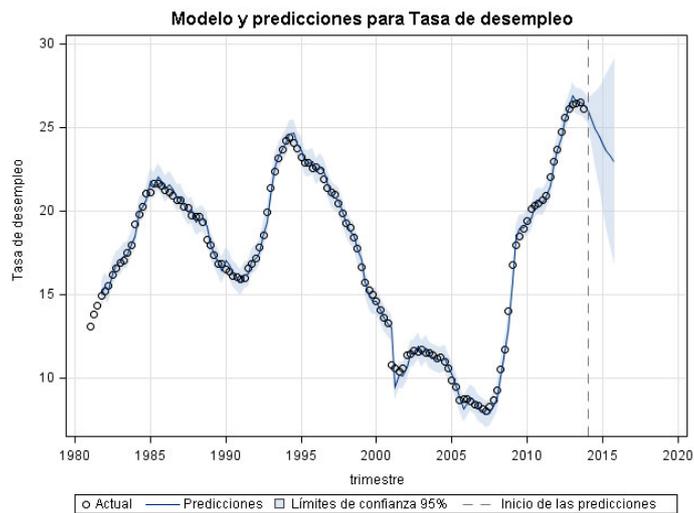


Figura 67. Modelo y predicciones para Tasa de desempleo en 2014 y 2015

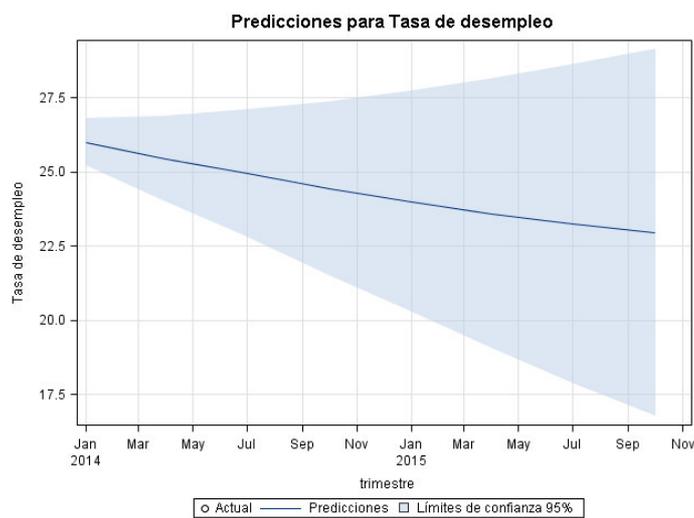


Figura 68. Predicciones de Tasa de desempleo real en 2014 y 2015

## 6. Conclusiones

Se obtuvieron diferentes series temporales para las variables PIB real, salario real, IPC y tasa de desempleo. La fuente de todos estos datos fue el Instituto Nacional de Estadística. Mediante enlazado y extrapolación de las series originales se consiguió un conjunto de series de tiempo desde el primer trimestre de 1981 hasta el cuarto trimestre de 2013.

Las series presentaban estacionalidad de período cuatro. Se desestacionalizaron para poder obtener un modelo VAR claro y fácilmente interpretable.

Una vez desestacionalizadas las series se estudió la estabilidad de la varianza. Las series no presentaban cambios en la varianza con el nivel y por tanto no fue necesaria transformación alguna.

Se procedió a estudiar la estacionariedad de la series desestacionalizadas. Ninguna de las series resultó ser estacionaria de modo que se optó por diferenciarlas regularmente. Bastó una sola diferenciación para convertirlas en series estacionarias.

A continuación se identificaron los posibles modelos para ajustar de forma correcta las series diferenciadas y se determinó que los modelos más adecuados eran VAR(2), VAR(3) y VAR(4).

Se estimaron los tres modelos y se observó que los residuos presentaban problemas de correlación, falta de normalidad y heterocedasticidad. Se comprobó la capacidad predictiva de los modelos candidatos. Dado que los tres modelos presentaban problemas con los residuos se decidió optar por el modelo que mayor capacidad predictiva demostró y que además era el modelo más sencillo: el modelo VAR(2).

El modelo VAR(2) estimado resultó:

$$\begin{bmatrix} \Delta PIB_t \\ \Delta SALARIO_t \\ \Delta IPC_t \\ \Delta DESEMPLEO_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 845.22 \\ 0.04 \\ 0.36 \\ -0.17 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} -0.05 & 415.31 & 198.42 & -552.81 \\ 0.00 & -0.13 & -0.08 & 0.02 \\ 0.00 & 0.05 & 0.39 & 0.03 \\ -0.00 & 0.05 & 0.06 & 0.42 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PIB_{t-1} \\ \Delta SALARIO_{t-1} \\ \Delta IPC_{t-1} \\ \Delta DESEMPLEO_{t-1} \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.33 & 25.52 & -676.73 & -220.32 \\ 0.00 & 0.01 & 0.01 & -0.01 \\ 0.00 & -0.13 & 0.00 & -0.02 \\ -0.00 & 0.55 & 0.52 & 0.11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta PIB_{t-2} \\ \Delta SALARIO_{t-2} \\ \Delta IPC_{t-2} \\ \Delta DESEMPLEO_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{1t} \\ \epsilon_{2t} \\ \epsilon_{3t} \\ \epsilon_{4t} \end{bmatrix}$$

Utilizando este modelo VAR(2) se estimaron las funciones de impulso-respuesta y se observó que un aumento del PIB real predecía un descenso en la tasa de desempleo en los trimestres siguientes. Un aumento del IPC representaba un impacto negativo en el PIB real y un aumento del desempleo. También se observó que, según el modelo ajustado, un aumento de la tasa de desempleo venía acompañado de un descenso del PIB en sucesivos trimestre.

También se realizó un análisis de la descomposición de la varianza de los errores de predicción de modo que la variable IPC y la tasa de desempleo explicaban respectivamente un 10% y un 15% de la varianza de los errores de predicción del PIB real. PIB real y Salario real explicaban cada una un 9% de la varianza de los errores de predicción del IPC. Además se determinó que las variables PIB real e IPC suponían cada una el 17% y el 10% respectivamente de la varianza de los errores de predicción de la tasa de desempleo.

Por último se realizaron predicciones de las cuatro variables desestacionalizadas para los años 2014 y 2015. Estas predicciones indican un posible aumento del PIB real, del salario real, del IPC y un descenso de la tasa de desempleo. Sin embargo se ha de tener en cuenta los problemas encontrados en la especificación del modelo y que la capacidad predictiva del modelo era muy limitada.

## Bibliografía

- Barnichon, R. (2010). *Productivity and unemployment over the business cycle*. Journal of Monetary Economics.
- Castillo, R. A., Varela, R. (2013). *Econometría práctica: Fundamentos de series de tiempo*.
- Lu, C., Xin, Z. (2010). *Impulse-Response function Analysis: An application to macroeconomy data of China*.
- Mochón, F. (2005). *Economía, teoría y política*. Ed. McGRAW-HILL.
- Peña, D. (2010). *Análisis de series temporales*. Ed. Alianza.
- Rashed, J. A., Samanta, S.K. (2005). *The productivity-wage gap and the recent stock Price increase: An analysis*. International Review of Economics and Finance.
- Sachdev, N. (2007). *An examination of the Wage Productivity Gap*.
- SAS Institute Inc. (2013). *SAS/ETS® 12.3 User's Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc.

## Índice de figuras

Figura 1. ACF de la serie PIB real diferenciada.....	9
Figura 2. Periodograma de PIB real diferenciada.....	10
Figura 3. Serie desestacionalizada de PIB real .....	10
Figura 4. ACF de la serie Salario real diferenciada .....	11
Figura 5. Periodograma de Salario real diferenciada.....	11
Figura 6. Series original y desestacionalizada de Salario real .....	12
Figura 7. ACF de la serie IPC diferenciada .....	13
Figura 8. Periodograma de IPC diferenciada.....	13
Figura 9. Series original y desestacionalizada de IPC.....	14
Figura 10. ACF de la serie Tasa de desempleo diferenciada .....	14
Figura 11. Periodograma de Tasa de desempleo diferenciada.....	15
Figura 12. Series original y desestacionalizada de Tasa de desempleo .....	15
Figura 13. Plot rango vs media para PIB real desestacionalizada .....	16
Figura 14. Plot rango vs media para Salario real desestacionalizada .....	16
Figura 15. Plot rango vs media para IPC desestacionalizada .....	17
Figura 16. Plot rango vs media para Tasa de desempleo desestacionalizada .....	17
Figura 17. Serie de PIB real desestacionalizada .....	18
Figura 18. ACF de la serie PIB real desestacionalizada.....	18
Figura 19. Serie de PIB real desestacionalizada y diferenciada .....	19
Figura 20. ACF de la serie PIB real desestacionalizada y diferenciada.....	19
Figura 21. PACF de la serie PIB real desestacionalizada y diferenciada.....	20
Figura 22. Serie de Salario real desestacionalizada .....	20
Figura 23. ACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada .....	21
Figura 24. Serie de Salario real desestacionalizada y diferenciada.....	21
Figura 25. ACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada .....	22
Figura 26. PACF de la serie Salario real desestacionalizada y diferenciada .....	22
Figura 27. Serie de IPC desestacionalizada .....	23
Figura 28. ACF de la serie IPC desestacionalizada.....	23
Figura 29. Serie de IPC desestacionalizada y diferenciada.....	24
Figura 30. ACF de la serie IPC desestacionalizada y diferenciada .....	24
Figura 31. PACF de la serie IPC desestacionalizada y diferenciada .....	25
Figura 32. Serie de Tasa de desempleo desestacionalizada .....	25
Figura 33. ACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada.....	26
Figura 34. Serie de Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada.....	26
Figura 35. ACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada .....	27
Figura 36. PACF de la serie Tasa de desempleo desestacionalizada y diferenciada .....	27
Figura 37. Residuos frente al tiempo de PIB real.....	42
Figura 38. Residuos frente al tiempo de Salario real .....	43
Figura 39. Residuos frente al tiempo de IPC .....	43
Figura 40. Residuos frente al tiempo de Tasa de desempleo .....	44
Figura 41. ACF de los residuos de PIB real .....	44
Figura 42. ACF de los residuos de Salario real.....	45

Figura 43. ACF de los residuos de IPC .....	45
Figura 44. ACF de los residuos de Tasa de desempleo.....	46
Figura 45. Distribución de los residuos de PIB real .....	46
Figura 46. Distribución de los residuos de Salrio real .....	47
Figura 47. Distribución de los residuos de IPC .....	47
Figura 48. Distribución de los residuos de Tasa de desempleo .....	48
Figura 49. Respuesta de Salario real a PIB real .....	49
Figura 50. Respuesta de IPC a PIB real .....	49
Figura 51. Respuesta de Tasa de desempleo a PIB real .....	50
Figura 52. Respuesta de PIB real a Salario real .....	50
Figura 53. Respuesta de IPC a Salario real .....	51
Figura 54. Respuesta de Tasa de desempleo a Salario real .....	51
Figura 55. Respuesta de PIB real a IPC .....	52
Figura 56. Respuesta de Salario real a IPC .....	52
Figura 57. Respuesta de Tasa de desempleo a IPC .....	53
Figura 58. Respuesta de PIB real a Tasa de desempleo .....	53
Figura 59. Respuesta de Salario real a Tasa de desempleo .....	54
Figura 60. Respuesta de IPC a Tasa de desempleo .....	54
Figura 61. Modelo y predicciones para PIB real en 2014 y 2015 .....	57
Figura 62. Predicciones de PIB real en 2014 y 2015.....	57
Figura 63. Modelo y predicciones para Salario real en 2014 y 2015 .....	58
Figura 64. Predicciones de Salario real en 2014 y 2015.....	58
Figura 65. Modelo y predicciones para IPC en 2014 y 2015 .....	59
Figura 66. Predicciones de IPC en 2014 y 2015.....	59
Figura 67. Modelo y predicciones para Tasa de desempleo en 2014 y 2015 .....	60
Figura 68. Predicciones de Tasa de desempleo real en 2014 y 2015.....	60

## Índice de tablas

Tabla 1. Coeficiente de enlace de salario.....	7
Tabla 2. Coeficientes de enlace de IPC.....	8
Tabla 3. Resultados de test de Dickey-Fuller aumentado.....	28
Tabla 4. Correlaciones cruzadas entre variables.....	29
Tabla 5. Representación esquemática de matrices de correlación parcial.....	30
Tabla 6. Correlaciones canónicas parciales.....	30
Tabla 7. Criterio de mínima información para modelos ARMA.....	30
Tabla 8. Constantes VAR(2).....	31
Tabla 9. Coeficientes VAR(2).....	32
Tabla 10. Representación esquemática de estimaciones VAR(2).....	32
Tabla 11. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(2).....	33
Tabla 12. Test de Portmanteau VAR(2).....	33
Tabla 13. ANOVA univariante VAR(2).....	33
Tabla 14. Test univariantes de ruido blanco VAR(2).....	34
Tabla 15. Raíces del polinomio característico VAR(2).....	34
Tabla 16. Constantes VAR(3).....	34
Tabla 17. Coeficientes VAR(3).....	35
Tabla 18. Representación esquemática de estimaciones VAR(3).....	35
Tabla 19. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(3).....	35
Tabla 20. Test de Portmanteau VAR(3).....	36
Tabla 21. ANOVA univariante VAR(3).....	36
Tabla 22. Test univariantes de ruido blanco VAR(3).....	36
Tabla 23. Constantes VAR(4).....	37
Tabla 24. Coeficientes VAR(4).....	37
Tabla 25. Representación esquemática de estimaciones VAR(4).....	37
Tabla 26. Correlaciones cruzadas entre residuos VAR(4).....	38
Tabla 27. Test de Portmanteau VAR(4).....	38
Tabla 28. ANOVA univariante VAR(4).....	38
Tabla 29. Test univariantes de ruido blanco VAR(4).....	39
Tabla 30. Intervalos de predicción VAR(2).....	39
Tabla 31. Intervalos de predicción VAR(3).....	39
Tabla 32. Intervalos de predicción VAR(4).....	40
Tabla 33. Errores de predicción absolutos VAR(2).....	40
Tabla 34. Errores de predicción absolutos VAR(3).....	41
Tabla 35. Errores de predicción absolutos VAR(4).....	41
Tabla 36. Proporciones de covarianzas de los errores de predicción por variable.....	55
Tabla 37. Predicciones de PIB real en 2014 y 2015.....	56
Tabla 38. Predicciones de Salario real en 2014 y 2015.....	57
Tabla 39. Predicciones de IPC en 2014 y 2015.....	58
Tabla 40. Predicciones de Tasa de desempleo real en 2014 y 2015.....	59

## Anexo

### Código SAS:

```
data conjunto;
    date = intnx('qtr', '01jan81'd, _n_-1);
    format date yyq.;
    input pib salario ipc desempleo;
    label pib = 'PIB real'
    salario = 'salario real'
    ipc = 'índice de precios al consumo'
    desempleo = 'tasa de desempleo';
datalines;
75868 14.69 22.58 13.38
75783 15.78 23.23 13.64
. . .
159529.82 17.34 103.85 25.98
159808.46 19.11 104.42 26.03
;
run;

*PIB;
*acf PIB;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=conjunto plots=(acf) out=a;
    id date interval=qtr;
    var pib / dif=(1);
    CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*periodograma PIB;
proc spectra data=a out=b p;
    var pib;
run;

data periodo;
set b;
if freq = 0 then p_01 = 0;
freq2 = freq / (2*3.1415);
run;

proc sgplot data=periodo;
    series x=freq2 y=p_01 / markers markerattrs=(symbol=circlefilled);
run;

*representa serie PIB;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=conjunto vectorplot=series;
    id date interval=qtr;
    var pib;
run;
ods graphics off;
```

```

*SALARIO;
*acf SALARIO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=conjunto plots=(acf) out=a;
  id date interval=qtr;
  var salario / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*periodograma SALARIOS;
proc spectra data=a out=b p;
  var salario;
run;

data periodo;
set b;
if freq = 0 then p_01 = 0;
freq2 = freq / (2*3.1415);
run;

proc sgplot data=periodo;
  series x=freq2 y=p_01 / markers markerattrs=(symbol=circlefilled);
run;

*desestacionaliza y representa SALARIO;
proc x12 data=conjunto date=date noprint;
  var salario;
  x11;
  output out=out_sal a1 d11;
run;

ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=out_sal vectorplot=series;
  id date interval=qtr;
  var salario_A1 salario_D11;
run;
ods graphics off;

*IPC;
*acf IPC;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=conjunto plots=(acf) out=a;
  id date interval=qtr;
  var ipc / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*periodograma IPC;
proc spectra data=a out=b p;
  var ipc;
run;

data periodo;
set b;
if freq = 0 then p_01 = 0;
freq2 = freq / (2*3.1415);
run;

```

```

proc sgplot data=periodo;
  series x=freq2 y=p_01 / markers markerattrs=(symbol=circlefilled);
run;

*desestacionaliza y representa IPC;
proc x12 data=conjunto date=date noprint;
  var ipc;
  x11;
  output out=out_ipc al dll;
run;

ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=out_ipc vectorplot=series;
  id date interval=qtr;
  var ipc_A1 ipc_D11;
run;
ods graphics off;

*DESEMPLEO;
*acf DESEMPLEO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=conjunto plots=(acf) out=a;
  id date interval=qtr;
  var desempleo / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*periodograma DESEMPLEO;
proc spectra data=a out=b p;
  var desempleo;
run;

data periodo;
set b;
if freq = 0 then p_01 = 0;
freq2 = freq / (2*3.1415);
run;

proc sgplot data=periodo;
  series x=freq2 y=p_01 / markers markerattrs=(symbol=circlefilled);
run;

*desestacionaliza y representa DESEMPLEO;
proc x12 data=conjunto date=date noprint;
  var desempleo;
  x11;
  output out=out_des al dll;
run;

ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=out_des vectorplot=series;
  id date interval=qtr;
  var desempleo_A1 desempleo_D11;
run;
ods graphics off;

```

```

*variables desestacionalizadas;
data desest;
set conjunto;
set out_sal;
set out_ipc;
set out_des;
where date < '01jan13'd;
salario = salario_D11;
ipc = ipc_D11;
desempleo = desempleo_D11;
keep date
pib
salario
ipc
desempleo;
run;

data completo;
set conjunto;
set out_sal;
set out_ipc;
set out_des;
salario = salario_D11;
ipc = ipc_D11;
desempleo = desempleo_D11;
keep date
pib
salario
ipc
desempleo;
run;

*estacionareidad;
*PIB;
*representa serie PIB;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf);
    id date interval=qtr;
    var pib;
    CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*representa serie diferenciada PIB;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf pacf);
    id date interval=qtr;
    var pib / dif=(1);
    CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*SALARIO;
*representa serie SALARIO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf);
    id date interval=qtr;
    var salario;
    CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

```

```

*representa serie diferenciada SALARIO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf pacf);
  id date interval=qtr;
  var salario / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*IPC;
*representa serie IPC;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf);
  id date interval=qtr;
  var ipc;
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*representa serie diferenciada IPC;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf pacf);
  id date interval=qtr;
  var ipc / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*DESEMPLEO;
*representa serie DESEMPLEO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf);
  id date interval=qtr;
  var desempleo;
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*representa serie diferenciada DESEMPLEO;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc timeseries data=completo vectorplot=series plots=(acf pacf);
  id date interval=qtr;
  var desempleo / dif=(1);
  CORR / NLAG=33;
run;
ods graphics off;

*estacionariedad test sdf;
ods html;
proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=4 dftest;
run;

```

```

*seleccion del orden;
proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=4 lagmax=7
  printform=univariate
  print=(corry parcoef pcorr pcanorr roots);
run;

proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=4 minic=(p=7 q=7 );
run;

*prueba de varios modelos;
*P=2, 3, 4;
*p=1 q=1;
proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2 print=(estimates
roots diagnose);
run;
proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  nloptions maxiter=500 maxfunc=5000;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=1 q=1
print=(estimates);
run;

* analisis residuos;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc varmax data=desest plot(unpack)=(residual model);
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2 lagmax=33;
run;
ods graphics off;

*causalidad de granger;
proc varmax data=desest;
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2 print=(estimates
roots diagnose);
  causal group1=(pib) group2=(salario ipc desempleo);
  causal group1=(salario) group2=(pib ipc desempleo);
  causal group1=(ipc) group2=(pib salario desempleo);
  causal group1=(desempleo) group2=(pib salario ipc);
run;

*prediccion 2013;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc varmax data=desest plot(unpack)=(residual model forecasts);
  id date interval=qtr;
  model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2 print=(estimates
roots diagnose);
  output out=pred lead=4;
run;
ods graphics off;

```

```

*impulso respuesta;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc varmax data=desest plot(unpack)=impulse;
    id date interval=qtr;
    model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2
    printform=univariate
    print=(impulse=(all) impulsx=(all) estimates);
run;
ods graphics off;

*descomposicion varianza;
proc varmax data=desest;
    id date interval=qtr;
    model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2
    printfrom=both
    print=(decompose(6) impulse=(all) covpe(6));
run;

*predicciones 2014 y 2015;
ods graphics on / reset=all border=off;
proc varmax data=completo plot(unpack)=(residual model forecasts);
    id date interval=qtr;
    model pib salario ipc desempleo / dify=(1) p=2 print=(estimates
roots diagnose);
    output out=pred lead=8;
run;
ods graphics off;

```