



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SORIA

Grado en Educación Primaria

TRABAJO FIN DE GRADO

El uso de GeoGebra en 5º de Educación Primaria

Presentado por Diego Melguizo Ovejero.

Tutelado por: Laura Conejo Garrote.

Soria, 15/06/2023

RESUMEN

En dicho trabajo de Fin de Grado se va a realizar una intervención en el aula de 5º de Educación Primaria sobre geometría, en concreto sobre las figuras planas a través del programa de geometría dinámica GeoGebra. Para llevarla a cabo se va a emplear una metodología activa, basada en el descubrimiento guiado.

La investigación viene anticipada de un estudio del currículo de Educación Primaria de Castilla y León, en especial de la geometría. Además, de un análisis de la enseñanza de la geometría en Primaria a través de la teoría Van Hiele y del uso de GeoGebra en experiencias previas.

Finalmente, se presentará un diseño de intervención en el aula con el uso del programa de geometría dinámica GeoGebra, así como su análisis de esta.

Palabras clave: geometría, GeoGebra, teoría Van Hiele, software geometría dinámica, Educación Primaria.

ABSTRACT:

In this Final Degree Project, an intervention on geometry will be carried out in the 5th grade Primary School classroom, specifically on plane figures through the dynamic geometry programme GeoGebra. To carry it out, an active methodology based on guided discovery will be used.

The research is based on a study of the Primary Education curriculum in Castilla y León, especially geometry. In addition, an analysis of the teaching of geometry in Primary School through the Van Hiele theory and the use of GeoGebra in previous experiences.

Finally, an intervention design in the classroom with the use of the dynamic geometry program GeoGebra will be presented, as well as its analysis.

Keywords: geometry, GeoGebra, theory Van Hiele, dynamic geometry software, primary education.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	7
2. OBJETIVOS.....	9
3. FUNDAMENTACIÓN Y ANTECEDENTES	10
3.1. Búsqueda sistemática.....	11
4. METODOLOGÍA	16
4.1. Diseño de una propuesta de intervención a partir de la fundamentación	17
4.1.1. Enseñanza de la Geometría en Educación Primaria	18
4.1.2. Currículo de educación primaria	25
4.2. Desarrollo de la intervención en el aula.....	27
4.2.1. Muestra	27
4.2.2. Cuestionario inicial.....	28
4.2.3. Cuestionarios Geogebra Classroom	28
4.2.4. Evaluación final.....	34
5. RESULTADOS.....	35
5.1. Análisis de caso de la evaluación inicial	35
5.2. Análisis cuestionarios GeoGebra Classroom.....	38
5.3. Análisis de las evaluaciones finales	45
6. CONCLUSIONES, ALCANCES DEL TRABAJO.....	51
REFERENCIAS	56

ANEXOS:.....	59
ANEXO I: Prueba inicial.....	60
ANEXO II: Libro cuestionarios Geogebra Classroom:.....	63
ANEXO III: Evaluación final:.....	64

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha habido avance en la educación a través de las nuevas tecnologías de la comunicación y la información (TIC). Los grandes cambios que se llevan a cabo en la sociedad para acostumbrarse a las nuevas tecnologías, deberían manifestarse en el sistema educativo. Estamos en un mundo que se irá desarrollando cada vez más.

Las nuevas tecnologías nos han llevado a un moderno desarrollo de socialización en la sociedad, que también se ve reflejado tanto en los alumnos como en la enseñanza que obtienen.

Las Matemáticas no se excluyen de las nuevas tecnologías. Normalmente la educación de las matemáticas no ha estado muy relacionada con las TIC y la gran variedad de recursos y materiales que nos ofrecen. De la misma manera que en cualquier área la tecnología le proporciona al docente una abundancia de recursos que ninguna otra vía podría ofrecer, que además posibilitan que el alumno interactúe con materiales y activen una enseñanza cooperativa, inclusiva y motivadora para los alumnos.

Según el DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León (D 38/2022), desde el área de matemáticas se pretenderá que los niños desarrollen las competencias tecnológicas básicas e impulsar el espíritu crítico, ético, seguro y responsable sobre su uso, a través de instrumentos y aplicaciones digitales como medio de comunicación e información.

Además, el currículo hace mención a la contribución del área de matemáticas al desarrollo de las competencias clave (D 38/2022):

Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería: “El desarrollo del pensamiento matemático contribuye a la competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería porque hace posible una mejor comprensión y una descripción más ajustada del entorno. En primer lugar, con el desarrollo de la visualización espacial, el alumnado mejora su capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que le será de gran utilidad en el empleo de mapas, la planificación

de rutas, el diseño de planos, la elaboración de dibujos y maquetas, etc. En segundo lugar, a través de la numeración y la medida, se logra un mejor conocimiento de la realidad y se aumentan las posibilidades de interactuar con ella y de transmitir informaciones cada vez más precisas sobre aspectos cuantificables del entorno. En tercer lugar, la destreza en la utilización de representaciones gráficas para interpretar la información aporta una herramienta muy valiosa para conocer y analizar mejor la realidad, entendiendo el mundo a través de la aplicación de conceptos y el análisis de fenómenos que ocurren a su alrededor. Por último, la capacidad para detectar información con errores matemáticos permitirá al alumnado reinterpretar correctamente la realidad. Además, utilizará el pensamiento científico e interpretará algunos métodos inductivos, deductivos y tecnológicos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas de forma crítica y responsable para construir nuevos conocimientos.” (D 38/2022, p. 48731)

Competencia digital: “Persigue la alfabetización matemática, es decir, la adquisición de los conocimientos, las destrezas y actitudes, así como los instrumentos necesarios para aplicar la perspectiva y el razonamiento matemático en la formulación de una situación o problema, la selección de las herramientas adecuadas para su resolución, la interpretación de las soluciones en el contexto y la toma de decisiones estratégicas. También se contribuye al desarrollo de esta competencia a través del acercamiento textos multimodales y a la utilización de herramientas, aplicaciones, recursos digitales y plataformas virtuales. Mediante la búsqueda de información en internet sobre aspectos propios del área. Además, de la creación, integración o reelaboración de contenidos digitales y a la participación en proyectos relacionados con las matemáticas, con herramientas y aplicaciones digitales, procurando, el fomento del espíritu crítico, ético, seguro y responsable ante su utilización.” (D 38/2022, p. 48731)

Es por ello que se va a realizar una investigación con la herramienta digital GeoGebra, con el fin desarrollar una secuencia de actividades para trabajar las competencias mencionadas. Es por ello que con GeoGebra podemos trabajar la visualización espacial, realizar construcciones y manipular figuras. Ya que en el momento de realizar este TFG

me encontraba en periodo de prácticas resultó interesante poder llevar al aula dicha secuencia y analizar el impacto que tiene en los alumnos.

Para ello haremos una búsqueda sistemática de antecedentes, con el fin de analizar experiencias previas con dicha herramienta en Educación Primaria. Posteriormente, propondremos un caso práctico a través de GeoGebra con alumnos de 5º de Educación Primaria fundamentando con el modelo de Van Hiele, donde se trabajará la geometría plana. Para finalizar con el análisis de resultados de la experiencia y con unas conclusiones.

2. OBJETIVOS

El objetivo general del TFG es revisar las experiencias previas del uso de GeoGebra para la enseñanza de geometría en Educación Primaria para diseñar e implementar una propuesta de aula usando dicho software y valorar la utilidad del mismo.

Este objetivo general se concreta a través de los siguientes objetivos específicos:

- Realizar una búsqueda de experiencias previas basadas en el uso de GeoGebra en Educación Primaria.
- Diseñar una propuesta de intervención en el aula teniendo en cuenta la teoría de los niveles de Van Hiele para el desarrollo del razonamiento geométrico en alumnos de 5º de Educación Primaria.
- Implementar dicha propuesta de aula a través del programa de geometría dinámica GeoGebra.
- Analizar y valorar los resultados obtenidos de los alumnos con GeoGebra a partir de la teoría de Van Hiele.

3. FUNDAMENTACIÓN Y ANTECEDENTES

En este apartado se propondrán los fundamentos teóricos en los que se basará el trabajo. Primero se empezará con el currículo y sus competencias, seguido de GeoGebra y sus experiencias previas.

Se trabajarán las siguientes competencias específicas de área descritas en el currículo de educación primaria de la Comunidad de Castilla y León (D 38/2022).

La competencia número 3: “Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.” Dicha competencia se trabajará a través de formular conjeturas matemáticas sencillas investigando patrones, propiedades y relaciones de forma guiada, y planteando nuevos problemas sobre situaciones cotidianas que se resuelven matemáticamente de forma razonada. (D 38/2022, p. 48741).

También se trabaja la competencia número 6: “Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.” En dicha competencia se trata de analizar el lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana en diferentes formatos, adquiriendo vocabulario específico y mostrando la comprensión del mensaje.

También se trabajará el comunicar y representar en diferentes formatos las conjeturas y procesos matemáticos, utilizando lenguaje matemático sencillo. (D 38/2022, p 48742)

En los contenidos del currículo de matemáticas de Educación Primaria se hace mención al uso de programas de geometría dinámica (D 38/2022, p. 48778). En este caso encontramos GeoGebra que se define como: “un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor.”

GeoGebra fue creado por Markus Hohenwarter en el año 2002 en el marco de su tesis de Máster presentada en Austria. Su objetivo era crear un programa en el cuál

estuvieran presentes tanto las capacidades de los programas de geometría dinámica como las de los sistemas de cálculo simbólico.

En GeoGebra podemos llevar a cabo una multitud de opciones. Entre ellas existen applets, que son actividades que se les puede llenar de interactividad, por ejemplo puedes modificar los lados de un polígono, sus ángulos, etc. GeoGebra permite realizar rectas, rectas paralelas o perpendiculares, segmentos, polígonos regulares, polígonos, ángulos. Además, estas herramientas pueden ser llevadas a cabo con unas medidas dadas. También existen deslizadores que se le pueden asignar a las herramientas mencionadas, con unos valores mínimos y máximos y varía el elemento al que corresponde, es decir, si está asociado a un ángulo con el deslizador varía los grados de dicho ángulo. También existen botones que permiten que se oculten o aparezcan los elementos, por ejemplo podemos poner un botón para que aparezca la amplitud de los ángulos de un polígono o la longitud de sus lados.

Posteriormente se pueden crear actividades donde mostremos applets con elementos interactivos, o applets vacíos y les proporcionemos herramientas para que lleven a cabo la construcción deseada. También podemos añadir fotos y preguntas, tanto de respuesta abierta como de respuestas test de varias opciones.

3.1. Búsqueda sistemática

Según Codina (2018) las revisiones sistemáticas nos ofrecen una estructura de análisis precisa y sistemática con el fin de poder llevar a cabo un estudio de fuentes documentales, algo necesario en cualquier búsqueda académica. Una revisión sistemática puede llevarse a cabo a través de tesis de máster, tesis doctorales, memorias y artículos científicos.

Un estudio bibliográfico está formado por los documentos seleccionados, de carácter científico, y el análisis de ellos. Es necesario que los datos encontrados sean precisos y fiables (Codina, 2018).

Para llevar a cabo dicha búsqueda sistemática acerca del uso del GeoGebra en Educación Primaria, vamos a explorar diferentes webs de recursos científicos como

WOS, SCOPUS y Google Scholar. Las que más no interesan son WOS y SCOPUS, ya que las investigaciones que llegan a ellas han pasado una mayor revisión científica. De tal manera que vamos a buscar investigaciones acerca del uso de GeoGebra en Educación Primaria, y nos quedaremos con aquellas que nos resulten más adecuadas para nuestra investigación y pasaremos a analizarlas. A continuación, se detallará la búsqueda en cada una de las webs científicas acompañado del análisis de los artículos científicos seleccionados para nuestro estudio.

La primera web científica en la que indagamos fue en WOS, denominada Web of Science. Para poder explorar artículos científicos tuvimos que introducir nuestras credenciales de la UVa. Lo primero que se hizo fue llevar a cabo una búsqueda de artículos científicos con las palabras clave: GeoGebra en Educación Primaria, sin obtener ningún resultado. Debido a esto se decidió buscar en inglés poniendo como palabras clave GeoGebra primary education, donde obtuvimos 54 resultados en la búsqueda. Dentro de estos 45 artículos científicos encontramos algunos destinados al aprendizaje de GeoGebra para maestros por lo que los obviamos, y fuimos a buscar experiencias en las que fueran partícipes alumnos en la etapa de Educación Primaria. De los 45 resultados, nos quedamos con 15 artículos tras leer sus resúmenes. Posteriormente algunos de estos artículos no pudimos visualizarlos de manera completa ya que no eran gratuitos por lo que finalmente nos quedamos con 7. Tras leer los 7 artículos nos dimos cuenta que 4 de ellos no eran de nuestro interés, por lo que finalmente analizamos y sacamos conclusiones de 3 artículos.

Arnal y Guerrero (2015) llevó a cabo una investigación, “Construyendo la idea de cuadrado”. Dicho experimento se llevó a cabo una secuencia de actividades para el aprendizaje de los cuadriláteros en 1º de Educación Primaria a través de GeoGebra. Los alumnos con los que se desarrollaron las actividades tenían 6-7 años de edad. Uno de los puntos fuertes que se observó fue que permite colocar figuras, en este caso el cuadrado, en diferentes posiciones y tamaños para tratar de no crear estereotipos de manera temprana en estos alumnos.

Reisa (2010), “Computer supported mathematics with GeoGebra”. En dicho estudio se formaron dos grupos homogéneos de alumnos para llevar a cabo de forma paralela dos pruebas durante un periodo de dos semanas. Un grupo de los alumnos trabajó de manera

tradicional, mientras que otro grupo estudió con el software GeoGebra. En este estudio se observó que los alumnos que llevaron a cabo el aprendizaje de manera tradicional no llegaron a adquirir los conocimientos de manera deseada ya que dicha metodología únicamente atrae al oído, y además se comprobó que los alumnos de esta manera se aburren. Todo lo contrario ocurre con GeoGebra, que se consiguieron los aprendizajes que se deseaban, debido a que GeoGebra atrae un mayor número de órganos sensoriales. Los alumnos que trabajaron los números enteros con GeoGebra mostraron que adquirieron un aprendizaje más duradero. Finalmente, a las dos semanas se repitió el examen, comprobando otra vez que los estudiantes que trabajaron con GeoGebra obtuvieron un mejor resultado, pero hubo una mejora de los alumnos que llevaron un aprendizaje tradicional posiblemente debido a que algunos alumnos volvieron a repasar los conceptos. Aún así el aprendizaje adquirido por los alumnos que estudiaron con el método convencional no es el deseado. De esta manera se concluyó que la enseñanza a través de GeoGebra es mejor que el aprendizaje tradicional, atribuido a la teoría de las inteligencias múltiple de Gardner mencionado por Reisa, de manera que con GeoGebra se consigue trabajar con más inteligencias de los estudiantes. Se recuerda el 30% de lo que se oye pero conseguimos recordar el 80% de lo que vemos, oímos y decimos.

Korenova (2017) “GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas de Educación Primaria”. En dicho artículo se habla de los métodos digitales en la enseñanza de las matemáticas ya que actualmente cualquier alumno tiene acceso a herramientas electrónicas ya sean ordenadores o tabletas electrónicas. Se llevó a cabo una investigación cualitativa con 46 alumnos de 9-11 años. En el experimento se llevó a cabo la utilización del software GeoGebra con una combinación de actividades manipulativas durante 2 semanas acerca de la simetría. Finalmente se concluyó que GeoGebra es un software adecuado para el aprendizaje de la geometría en la etapa de Educación Primaria, ya que muestran un gran potencial de interactividad, y se puede conseguir una enseñanza constructivista.

En la segunda web científica que llevamos a cabo la búsqueda de artículos científicos que han sido relevantes en el estudio del uso de GeoGebra en alumnos de Educación Primaria fue en SCOPUS. Para acceder a la búsqueda de artículos científicos tuvimos que introducir nuestras credenciales Uva. La primera búsqueda fue llevada a cabo con las palabras claves: GeoGebra educación primaria, sin obtener ningún resultado por lo

que hicimos una segunda búsqueda con GeoGebra primary education, donde obtuvimos 27 resultados de búsqueda. Muchos de estos recursos científicos no van a ser de nuestro interés porque pueden estar asociados al uso de GeoGebra para maestros y queremos centrarnos en investigaciones llevadas a cabo con alumnos. Finalmente nos quedamos con 5 artículos científicos, de los cuales 2 coinciden con la base de datos WOS, por lo que no los analizamos ya que lo hemos hecho anteriormente. Tras quedarnos con 3 artículos, finalmente dos no resultaban de nuestro interés por lo que pasamos a analizar y extraer conclusiones únicamente de uno de ellos.

Gutiérrez, Jaime y Gutiérrez (2021) en un estudio denominado “Networked Analysis of a Teaching Unit for Primary School Symmetries in the Form of an E-Book”. En dicha investigación se llevo a cabo una unidad didáctica para simetrías planas a través de un libro interactivo en GeoGebra. En esta unidad se trataba de trabajar con el descubrimiento guiado y la resolución de problemas, dando un mayor protagonismo al alumnado. En este estudio se concluyó que los niveles de Van Hiele y los niveles de demanda cognitiva son compatibles aunque sean diferentes.

Y la última web en la que se hizo esta revisión sistemática fue en Google Scholar, Google Académico en español. La primera y única búsqueda que se ha hecho ha sido con las palabras claves: GeoGebra, educación y primaria. En dicha búsqueda se han obtenido 7.804 resultados. Al ser un número muy alto de resultados no hemos podido leer todos, por lo que hemos ido leyendo los artículos que nos llamaban la atención por el nombre y analizándolos. Finalmente se han analizado y extraído conclusiones de 3 artículos.

Encontramos un estudio de Valladares (2014) llamado “Integración de GeoGebra para le enseñanza y aprendizaje de matemáticas en 2º de Educación Primaria.” Dicho estudio se iba a llevar a cabo en el aula actividades ya creadas por otros profesores de la comunidad de GeoGebra pero al haber muy pocas o nulas actividades finalmente fueron desarrolladas por el autor. El aula cuenta con 20 alumnos de 2º de Primaria. En el experimento trabaja el cálculo de perímetros y áreas de figuras planas, la construcción de polígonos dados su área y perímetro, o la comparación de figuras a través de su perímetro. Las actividades que realizaron los niños las llevaron en una única sesión ya que únicamente disponían de un ordenador por lo que cada día le tocaba a una pareja de

alumnos. Dichas actividades las llevaron a cabo de manera autónoma estando el profesor únicamente para resolver dudas, sobre todo los problemas relacionados con GeoGebra. Las conclusiones que saca el autor son positivas, llevando a cabo las actividades de manera satisfactoria, haciendo hincapié en la importancia de trabajar con los alumnos las figuras en posiciones no estereotipadas.

Otro de los estudios que hemos encontrado de la aplicación de GeoGebra en el aula ha sido el de Carvajal (2014) denominado “El uso de GeoGebra dentro del aula de Educación Primaria.” En el estudio trabajó con alumnos de 5º y de 6º de Educación Primaria llevando a cabo un experimento con el aspecto de los ángulos y los polígonos. En una de las actividades se les pidió la construcción de un polígono y que indicasen cómo lo habían realizado. Muchos de los alumnos únicamente dibujaban el polígono sin especificar y definir las características de la figura realizada. Otro de los aspectos que se observa durante la construcción del polígono es la diversidad de maneras en las que lo llevan a cabo, unos lo hacen con la herramienta de polígonos, u otros crean puntos que luego unen con segmentos. Aquí se ve el gran potencial que tiene GeoGebra, pero es el profesor quién debe de indicar la herramienta a utilizar.

En otra actividad se les pidió que llevaran a cabo la construcción de una recta con la herramienta de la recta, y únicamente un 66,7% fue capaz de realizarlo, dado que muchos alumnos confunden recta con segmento. En la última actividad se les pidió que dibujaran un cuadrado, muchos de los alumnos optaron por la herramienta de polígono regular obteniendo un cuadrado, pero otros lo llevaron a cabo con la herramienta de polígono por lo que el polígono obtenido no era regular dejando de ser entonces un cuadrado. Una de las cosas que se observa es que cuando se les pide que justifiquen cómo lo han realizado la gran mayoría no indica el proceso sino que únicamente mencionan el polígono y la herramienta empleada. Finalmente, en este estudio se llega a la conclusión de que los alumnos no justifican correctamente, algo que el National Council of Teachers of Mathematic (NCTM) en su libro denominado “*Principios y estándares*”, tiene como uno de los principales principios. Uno de los puntos fuertes que se observó de GeoGebra fue en la representación, ya que se pueden llevar construcciones dinámicas y además permite una gran diversidad de formas para llevarlas a cabo. GeoGebra permite al alumno poder interactuar de manera dinámica con

el concepto matemático en lugar de recurrir a la memorización de conceptos que en la gran mayoría de veces el alumno no es capaz de aprender o acaba olvidando.

Por último también encontramos el estudio de Segade y Yana (2018) llamado “Secuencia didáctica para el estudio de los triángulos en Educación Primaria con GeoGebra y un primer análisis”. Con este estudio pretenden enriquecer la imagen perceptual del triángulo en los estudiantes de Educación Primaria a través de actividades tanto de construcción, exploración, identificación y clasificación de triángulos. En dicha investigación se llevaron a cabo seis ejercicios en GeoGebra con el fin de llevar a cabo hipótesis en torno a las relaciones de las propiedades que existen entre los diversos triángulos. En este estudio se comprobó que los alumnos tienen interiorizado el prototipo de triángulo con base horizontal, algo que a través de GeoGebra mejoraron experimentando con las actividades. En definitiva, GeoGebra permite localizar algunos problemas acerca de la concepción de triángulo que presentan los alumnos por algunas propiedades estereotipadas.

4. METODOLOGÍA

En dicho apartado describiremos como se ha llevado a cabo dicha investigación. Primeramente se analizó el currículo de Educación Primaria de Castilla y León, analizando las competencias claves y específicas del área de matemáticas (D 38/2022).

En el currículo se hace mención al uso de programas de geometría dinámica, por lo que decidimos llevar a cabo una intervención en el aula con una propuesta de actividades del programa GeoGebra a través del método Van Hiele.

Para ello comenzamos realizando una revisión sistemática de antecedentes acerca del uso de GeoGebra en el aula de Educación Primaria. Se analizaron diversos artículos científicos llevados a cabo en el punto anterior, y a partir de ahí se desarrolló la intervención en el aula.

Para realizar la intervención en el aula, lo primero que decidimos fue dividirlo en una prueba inicial, cuestionarios de GeoGebra y una evaluación final. Para realizar los

cuestionarios llevamos a cabo una búsqueda en GeoGebra, sin obtener apenas resultados de lo que nos interesaba, por lo que decidimos crearlos desde cero nosotros mismos.

Y por último, se analizarán las pruebas iniciales, los cuestionarios de GeoGebra y las evaluaciones finales. De ellas extraeremos los niveles de Van Hiele en los que se encuentran los alumnos, los errores que cometen, dificultades que observamos, la motivación del alumnado, y por último la evolución de los alumnos en dicha intervención.

4.1. Diseño de una propuesta de intervención a partir de la fundamentación

Durante el Prácticum II de 4º curso del Grado de Educación Primaria se llevará a cabo una investigación con alumnos de 5º de Educación Primaria en el CEIP Los Doce Linajes ubicado en la capital de Soria. Para ello se van a trabajar los contenidos del currículo en lo que se refiere a figuras planas dentro de la geometría.

Objetivos del caso práctico en el aula:

1. Reconocer un polígono y sus elementos.
2. Diferenciar entre un polígono regular e irregular.
3. Clasificar los diferentes triángulos según sus lados y ángulos.
4. Clasificar los cuadriláteros según sus lados paralelos.
5. Reconocer los diferentes cuadriláteros paralelogramos.
6. Distinguir entre una circunferencia y un círculo.
7. Identificar y representar los elementos de la circunferencia y círculo.

Para llevar a cabo esta investigación se van a hacer diferentes cuestionarios. Primeramente se realizará una evaluación inicial donde se pretende tomar referencia de los conocimientos previos que poseen los alumnos, lo que nos ayuda a detectar en qué puntos o aspectos tenemos que hacer un mayor hincapié. Dicha evaluación inicial será llevada a cabo con papel y bolígrafo.

Posteriormente se llevarán a cabo diferentes cuestionarios con el programa GeoGebra Classroom en los que se trabajarán los polígonos según su número de lados, los polígonos regulares e irregulares, la clasificación de triángulos y cuadriláteros, y el círculo y la circunferencia con sus elementos. GeoGebra Classroom es una extensión de GeoGebra que nos permite asignar los cuestionarios a los alumnos. Los cuestionarios están formados por applets, por preguntas de respuesta abierta o tipo test, y por imágenes. Los alumnos acceden a dichos cuestionarios metiéndose en la web GeoGebra Classroom y nosotros les proporcionamos el código del cuestionario, posteriormente ponen su nombre y el progreso se les guardará automáticamente de manera que a nosotros se nos quedarán registradas las respuestas. GeoGebra Classroom nos permite observar que hacen en todo momento y sus respuestas, y pausarles las actividades en un momento puntual si queremos llevar a cabo una explicación y que los alumnos muestren atención.

Y por último se realizará una evaluación final con el fin de observar si han alcanzado los objetivos que inicialmente nos habíamos propuesto y si han tenido un aprendizaje significativo.

La intervención en el aula se desarrollará en un tiempo de dos semanas, del 24 de abril al 5 de mayo, y para ello tendremos disponibles 9 sesiones. De estas nueve sesiones una estará destinada a la evaluación inicial, siete a los cuestionarios de GeoGebra Classroom, y una última para la evaluación final.

4.1.1. Enseñanza de la Geometría en Educación Primaria

La Geometría ha sido uno de los bloques que más discusión ha causado en el currículo de la enseñanza. La geometría provoca que se activen en el alumno diferentes habilidades que le permiten entender otras áreas de las Matemáticas, comprendiendo el mundo que le rodea.

El docente de Matemáticas es el primer responsable que debe tener una buena base de conocimiento lo que les lleve a guiar a los alumnos de manera correcta en su aprendizaje.

Para el NCTM (2003) la geometría es el área donde el alumno estudia las formas y estructuras geométricas, y comprende sus propiedades y relaciones. Además, es fundamental la visualización espacial dentro del pensamiento geométrico, así como la construcción de modelos geométricos y el razonamiento espacial lo que permite explicar el entorno.

Según indican Vargas y Galboa (2013) la enseñanza de la geometría se encuentra perjudicada por una sucesión de cuestiones. Vargas y Galboa (2013) afirman que según Baéz, Iglesias y Ortiz (2007), las instituciones realizan una enseñanza de la geometría desde un método tradicional, donde el profesor es el principal transmisor de los contenidos. Esta enseñanza está basada en el lápiz y papel, donde no se le permite al alumno mayores estímulos de aprendizaje.

Para Hernández y Villalba (2001) mencionados por Vargas y Galboa (2013), a los estudiantes se les ofrece un producto terminado, lo que hace que el alumno no sea el protagonista de su aprendizaje geométrico.

El estudio de la geometría puede mostrar inconveniente en su comprensión. Según Barrantes y Blanco (2004), el maestro debe llevar a cabo la planificación de las sesiones según sus experiencias, por lo que según lo que ha vivido le impide llevar a cabo unos hábitos de aprendizaje que guíen a los alumnos al descubrimiento de la geometría. Estos autores afirman que en la década de los setenta la geometría fue relegada a un segundo plano, llevándose a cabo al final de curso, lo que hacía que muchas veces no se abarcasen la totalidad de los temas.

Esto declinó a que los futuros maestros acudieran a los centros educativos con un conocimiento nulo de la geometría. Esto conlleva que los maestros prefieran los contenidos que les resulten más asequibles e importantes para la enseñanza y aprendizaje, de manera que la geometría pasa a ser poco considerada.

De manera que los bloques numéricos, son más accesibles e importante en el proceso enseñanza-aprendizaje. Estos temas serán los que se lleven a cabo si en los centros de formación no se llevan a cabo las medidas necesarias para que cambien estas ideas.

Por eso, es fundamental que la geometría sea predominante en Matemáticas. De forma, que los futuros alumnos puedan tener una enseñanza que otros anteriormente no tuvieron.

La geometría ha estado establecida a conceptualizar figuras y copiarlas en papel, por lo que los alumnos no reciben ejemplos del mundo que les rodea que les ayude a comprender de mejor manera los contenidos. De esta manera, es necesario llevar a cabo nuevas metodologías para llevar a cabo la enseñanza de la metodología.

En la búsqueda de nuevos métodos que permitan a los docentes involucrar a los alumnos en el aprendizaje de la geometría, surge el Modelo de Van Hiele.

El modelo de Van Hiele surge por el matrimonio Pierre Marie van Hiele y Dina van Hiele-Geldof en sus investigaciones doctorales, denominadas “*El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*” (1957). La teoría se explica en el libro denominado “*Structure and Insight: A theory of mathematics education*” (Pierre Van Hiele, 1986). Dicho modelo trata de demostrar la evolución geométrica de los estudiantes en 5 niveles diferentes. Este modelo surgió cuando Pierre Marie van Hiele, en sus comienzos como docente, observó que los alumnos no llegaban a comprender los conocimientos por mucho que los explicase. Probó diferentes métodos, pero aun así los alumnos seguían teniendo dificultades, por lo que decidió crear dicho modelo. En ese momento observó que algunos alumnos no llegaban a adquirir el aprendizaje necesario porque se encontraban en distintos niveles de razonamiento del resto de sus compañeros (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Para Gutiérrez y Jaime (1991), el modelo describe cómo es el desarrollo del razonamiento geométrico de los alumnos, y cómo los docentes pueden contribuir a que los alumnos mejoren ese razonamiento.

El modelo de Van Hiele se divide en dos partes, la primera sería con los niveles de razonamientos, es decir, en el que se indica el grado de desarrollo del razonamiento geométrico. Y la segunda corresponde con las fases del aprendizaje, es decir, con los métodos e instrucciones que el profesor proporciona a sus alumnos para que puedan

llevar el aprendizaje en cada uno de los niveles y alcanzar el nivel de razonamiento en el que se hallen (Gutiérrez y Jaime, 1990).

Cada estudiante se encuentra en un nivel concreto al comienzo y según va alcanzando aprendizajes pasa al siguiente nivel. Para pasar al siguiente nivel es primordial tener un dominio del nivel en el que se encuentra. Para alcanzar al siguiente nivel se deben cumplir una serie de aprendizajes, y no se puede omitir un nivel, es decir, el individuo alcanza un nivel y debe dominarlo para pasar al siguiente.

Cuando un alumno alcanza el siguiente nivel va aumentando el nivel de comprensión y dominio del conocimiento. Por lo que los contenidos que se llevan a cabo en el nivel superior son extensiones de los contenidos llevados a cabo en el nivel anterior.

Los niveles en los que se sustenta el modelo de Van Hiele están establecidos en cinco, pero no hay una aprobación en lo que se refiere a su numeración ya que muchos autores nombran los niveles del 0 al 4 y otros del 1 al 5. En nuestro caso vamos a llevar la segunda terminología, los niveles del 1 al 5.

A continuación, se va a detallar el modelo según los autores Fouz y De Donosti (2005), Jaime (1993), Jaime y Gutiérrez (1994), Esquivel y Ferrari (2005) citados por Vargas y Galboa (2013).

Los niveles de razonamiento geométrico en los que se divide el modelo de Van Hiele se encuentran estructurados de la próxima forma:

- Nivel 1: reconocimiento o visualización. En dicho nivel los alumnos reconocen los objetos sin diferenciar propiedades.
- Nivel 2: análisis. En el nivel 2 los alumnos empiezan a identificar y clasificar objetos a través de sus propiedades.
- Nivel 3: deducción formal u orden. En el nivel 3 describen los objetos de manera precisa y llevan a cabo relaciones entre propiedades.
- Nivel 4: deducción. En el nivel 4 realizan deducciones y demostraciones.
- Nivel 5: rigor. En el nivel 5 se reconoce la naturaleza de las matemáticas. Dicho nivel únicamente lo alcanzan alumnos de universidad.

A continuación se detallarán las propiedades de los niveles de razonamiento que los alumnos de Educación Primaria pueden desarrollar que son el nivel 1 de reconocimiento, nivel 2 de análisis y nivel 3 de clasificación u orden.

En el nivel 1 de reconocimientos los alumnos son capaces de reconocer figuras en conjunto, pero no de distinguir las propiedades de estas ni los elementos. Las descripciones que hacen de las figuras son a través de la vista y los relacionan componentes de su vida cotidiana, de su entorno. Llevan a cabo descripciones de figuras atendiendo al color, al tamaño, es decir, únicamente tienen en cuenta la apariencia física y se centran en parecidos. En este nivel no emplean un lenguaje preciso acerca de la geometría, sino un vocabulario cotidiano. En dicho nivel no universalizan las propiedades de las figuras de su mismo tipo. Si nosotros les mostramos un cuadrado, ellos nos dirán que es un cuadrado, pero si se lo mostramos girado nos dirán que es un rombo. Como dicen Gutiérrez y Jaime (1990), los alumnos que se encuentran en este nivel serían los de preescolar o los alumnos en los primeros cursos de Educación Primaria.

En el nivel 2 de análisis los alumnos empiezan a observar propiedades y elementos de las figuras geométricas, pero no establecen relaciones entre ellas o clasificaciones entre propiedades de diferentes grupos de figuras. Son capaces de describir las partes que forman una figura y comienzan a dejar atrás el vocabulario cotidiano. Las propiedades son adquiridas a través de la manipulación y la experimentación. No es capaz de llevar a cabo definiciones, ya que la mayoría se forman a partir de las propiedades. Muchos alumnos no son capaces de hacer clasificaciones correctas de familias de grupos. Nuestro objetivo en dicho nivel es que los alumnos adquieran las propiedades de los polígonos y sepan clasificar de manera exclusiva dejando atrás el vocabulario cotidiano. Para ello les podemos mostrar diferentes figuras del mismo tipo y que puedan manipularlas, en nuestro caso a través de GeoGebra, para así adquirir las propiedades de las figuras deseadas. También cuando se expliquen los polígonos inicialmente, verán los elementos y las propiedades de estos, por ejemplo un pentágono tiene cinco lados, cinco ángulos y cinco vértices.

El nivel 3 clasificación u orden, es el último nivel de razonamiento que los alumnos pueden alcanzar, los alumnos describen las figuras a través de sus propiedades, y es

capaz de determinar que unas propiedades provienen de otras. Adquiere el significado de las figuras geométricas, a pesar de ello su razonamiento sigue fundamentado en la manipulación. Cuando el alumno se encontraba en el nivel 2 de análisis no establecía relaciones entre propiedades, es decir, no sabía que unas propiedades derivan de otras, lo que si llega a realizar en el nivel 3. En dicho nivel los alumnos comprenden las demostraciones llevadas a cabo en el aula por el maestro, comprenden los pasos pero no tienen la capacidad para construirlas por si mismos ya que no presentan el conocimiento necesario. En dicho nivel nuestro objetivo es que hagan clasificaciones de figuras planas tanto exclusivas como inclusivas y puedan llevar a cabo definiciones empleando un lenguaje preciso y un buen uso de las propiedades. Por lo que nuestro objetivo para este nivel es que lleven a cabo clasificaciones de grupos de familiar. Por ejemplo, los alumnos observan polígonos de tres lados y saben que es un triángulo y saben clasificarlos en equiláteros, isósceles o escalenos. Para ello les haremos actividades donde tengan que llevar a cabo clasificaciones inclusivas.

El nivel en el que se sitúa un alumno no se encuentra determinado únicamente por la forma en la que llevan a cabo la resolución de las actividades, sino también en el vocabulario que utilizan. Según Gutiérrez y Jaime (1990) en cada nivel nos encontramos con un modelo de lenguaje determinado.

En cuanto al pase de un nivel a otro encontramos varias teorías. Para Pierre Marie van Hiele es cambio de un nivel a otro se da de forma brusca. Cuando Pierre Marie van Hiele era docente observó que por más que llevase a cabo explicaciones, los alumnos no llegaban a comprenderlas, pero de manera repentina los alumnos parecían conseguir dicho aprendizaje. A pesar de ello, hay otros autores que contradicen dicha teoría, como Gutiérrez y Jaime (1990), ya que según ellos únicamente se tiene como superado un nivel de razonamiento en el momento en el que se controlan todos los saberes. Para Gutiérrez y Jaime el paso de un nivel al posterior se lleva a cabo de forma progresiva.

Según Jaime (1993) citado por Vargas y Galboa (2013), el matrimonio Van Hiele llevo a cabo la creación de cinco fases de aprendizaje con el fin de ayudar al maestro a llevar a cabo un proceso de enseñanza-aprendizaje en el que el alumno pueda progresar adecuadamente de manera que pase de un nivel a otro. En cada nivel los alumnos llevan

a cabo tareas de todas las fases, comenzando en la primera y terminando en la fase 5, cuando habrá alcanzado el nivel de razonamiento posterior.

Las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele son:

- Fase 1: información.
- Fase 2: orientación dirigida.
- Fase 3: explicitación.
- Fase 4: orientación libre.
- Fase 5: integración.

A continuación se expondrán los elementos que han sido tenidos en cuenta a la hora de realizar la intervención en el aula relacionándolo con las fases de Van Hiele explicadas según Jaime (1993) y Fouz y De Donosti (2005) mencionados por Vargas y Galboa (2013)

Primeramente se llevó a cabo una prueba inicial con el fin de conocer los conocimientos previos del alumnado que encajaría en la fase 1 de información, donde se produce el primer trato con el nuevo aprendizaje. Es necesario que el maestro identifique los conocimientos previos de los alumnos con el fin de conocer que saben y cuál es su nivel de razonamiento acerca de dichos conocimientos. Además, en dicha fase los alumnos deben de adoptar los aspectos más importantes acerca del tema que van a iniciar, las actividades que se van a llevar a cabo, los procedimientos y los materiales que se empleara, etc.

En cuanto a las actividades que se llevan a través de GeoGebra Classroom se podrían incluir en las fases 2 y 3. En la fase 2 orientación dirigida, se guía a los alumnos a través de actividades, llevando a cabo un aprendizaje por descubrimiento. El docente es quién les guía hacia la respuesta correcta sin dársela nunca de manera directa. Y la tercera fase, explicitación, se daría cuando los alumnos expresan las soluciones a las que han alcanzado con las constantes preguntas de razonamiento y explicación que hemos propuesto.

Las actividades de construcciones podrían incluirse en la cuarta fase de orientación libre, donde tratamos de que pongan en práctica lo aprendido anteriormente y lleven a

cabo las construcciones que se les pide. En dicha fase los alumnos utilizan el aprendizaje logrado para afrontar los problemas. Los problemas o actividades que deben realizar deben de presentar nuevas relaciones, en lo que para alcanzar la solución haya diferentes formas, en este caso para llevar a cabo una construcción tienen libertad.

Y por último, la evaluación final se encontraría encasillada con la fase 5 de integración. En este momento es cuando los alumnos llevan a cabo una percepción general del aprendizaje que han adquirido sobre el tema y una serie de relaciones que están finalizando, integrando los nuevos conocimientos con los que poseían anteriormente. En las actividades que se propongan no deben aparecer contenidos nuevos sino se deben estructurar los adquiridos. Además, esta fase mediante la evaluación sirve para que el profesor compruebe si dichos contenidos se han adquirido e integrado con los previos.

4.1.2. Currículo de educación primaria

En esta unidad se van a trabajar los siguientes saberes básicos correspondientes al currículo de educación primaria de la Comunidad de Castilla y León (D 38/2022).

Esta unidad la incluimos en el bloque C del sentido espacial y el bloque F del sentido socioafectivo.

Bloque C, sentido espacial. Dicho bloque es fundamental para comprender y apreciar los aspectos geométricos del mundo. Está constituido por la identificación, representación y clasificación de formas, el descubrimiento de sus propiedades y relaciones, la descripción de sus movimientos y el razonamiento con ellas. En él se trabaja (D 38/2022, p. 48778):

1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones:
 - Formas geométricas en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y a las relaciones entre ellos.
 - Técnicas de construcción de formas geométricas por composición y descomposición, mediante materiales manipulables, instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas.

- Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de formas geométricas.
- Propiedades de formas geométricas: exploración mediante materiales manipulables (cuadrículas, geoplanos, policubos, etc.) y herramientas digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada, robótica educativa, etc.).
- Los ángulos y sus elementos. Tipos de ángulos.
- La circunferencia y el círculo. Elementos básicos: centro, radio, diámetro, cuerda y tangente.
- Desarrollo plano de cuerpos geométricos.

4. Visualización, razonamiento y modelización geométrica:

- Estrategias para el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas en situaciones de la vida cotidiana.
- Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos.
- Uso de recursos digitales en el desarrollo y asimilación de contenidos relacionados con la geometría.

Bloque F, sentido socioafectivo. Dicho sentido integra conocimientos, destrezas y actitudes esenciales para entender las emociones. Manejarlas correctamente mejora el rendimiento del alumnado en matemáticas, combate actitudes negativas hacia ellas, contribuye a erradicar ideas preconcebidas relacionadas con el género o el mito del talento innato indispensable y promueve el aprendizaje activo. Para ello se propone normalizar el error como parte de aprendizaje, fomentar el diálogo y dar a conocer al alumnado las contribuciones de las mujeres y los hombres en las matemáticas a lo largo de la historia y en la actualidad (D 38/2022, p. 48781).

1. Creencias, actitudes y emociones.

- Autorregulación emocional: autoconcepto y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva de género. Estrategias de mejora de la perseverancia y el sentido de la responsabilidad hacia el aprendizaje de las matemáticas.
- Flexibilidad cognitiva, adaptación y cambio de estrategia en caso necesario. – Valoración del error como oportunidad de aprendizaje.

2. Trabajo en equipo, inclusión, respeto y diversidad.

- Respeto por las emociones y experiencias de los demás ante las matemáticas.
- Aplicación de técnicas cooperativas simples para el trabajo en equipo en matemáticas y estrategias para la gestión de los conflictos, promoción de conductas empáticas e inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.

4.2. Desarrollo de la intervención en el aula

4.2.1. Muestra

El desarrollo de dicha unidad se ha llevado a cabo con 49 alumnos de 5º de Educación Primaria. Para ello no ha habido que realizar ninguna adaptación curricular significativa ya que ningún alumno presenta desfase curricular. En dicho curso encontramos alumnos heterogéneos, desde niños que les interesan las matemáticas y tienen un buen dominio de ellas, hasta niños que les aburren las matemáticas y presentan ciertas dificultades para adquirir sus conocimientos, siendo estos últimos una minoría.

El comportamiento general de la clase es bueno, en ocasiones demasiado habladores haciendo que sea más complicado impartir la clase y molesten a los demás compañeros. En cuanto al desarrollo social, los niños se relacionan entre todos, juegan juntos y se ayudan entre ellos cuando alguien lo necesita. Esto es fundamental para el correcto

funcionamiento de la clase y que no haya ningún tipo de roce entre los alumnos que puedan provocar bajo rendimiento académico o aislamiento social.

4.2.2. Cuestionario inicial

Primeramente se realizó el cuestionario inicial para poder observar de qué nivel partíamos y de los conocimientos previos que poseían los alumnos, algo que va a ser muy importante en el desarrollo de las posteriores actividades de GeoGebra Classroom. (ANEXO I). Dichos cuestionarios corresponderían con la primera fase de Van Hiele, denominada información.

El cuestionario se llevó a cabo de manera tradicional, con papel y bolígrafo, ya que se consideró que en esta primera sesión no era importante el uso del GeoGebra, sino que lo que nos interesaba era observar lo que sabían los alumnos para poder abordar las futuras clases con las actividades GeoGebra. Otra de las razones por las que se decidió de esta manera es que los alumnos nunca habían utilizado GeoGebra, por lo que creíamos que al ser algo novedoso para ellos de esta manera podríamos sacar mayores conclusiones.

Para su realización nos apoyamos en el libro de texto que presentan los alumnos. Observamos algunas de las preguntas que realizaba en el apartado previo al tema que proponía el libro además de observar el currículo de 4º de Educación Primaria para saber qué contenidos habían trabajado el año anterior. Junto con esto también se llevaron preguntas con nuestros objetivos finales para observar evolución.

4.2.3. Cuestionarios Geogebra Classroom

Tras realizar la evaluación inicial y observar en qué nivel partíamos se llevaron a cabo los cuestionarios en GeoGebra Classroom. Para ello se ha creado un libro con diferentes cuestionarios en GeoGebra (ANEXO II).

En la realización de dichos cuestionarios nos encontraríamos en la fase 2 de Van Hiele, orientación dirigida. Los alumnos deben de realizar las actividades mediante un

descubrimiento, mientras nosotros como maestros debemos de guiarles hacia la respuesta correcta.

Dichos cuestionarios iban a estar compuesto de diferentes actividades donde se trabajan los saberes básicos de la unidad. Los cuestionarios estaban divididos de la siguiente forma:

- Polígonos.
 - Según su número de lados
 - Regulares e irregulares
 - Cóncavos y convexos
- Triángulos.
 - Según sus lados
 - Según sus ángulos y suma de ángulos
 - Razonamiento de triángulos
- Cuadriláteros.
 - Clasificación según sus lados paralelos
 - Razonamiento de cuadriláteros
- Circunferencia y círculo.
 - El círculo y la circunferencia, sus elementos y razonamiento.
- Construcciones.

Lo que se pretendía con estos cuestionarios era mejorar la propuesta que nos ofrecía el libro de texto mejorando los niveles de razonamiento que se promueven en él. Por lo nos apoyamos en el libro de texto que emplea la maestra a lo largo del curso, cogiendo algunas actividades que nos parecían interesantes y añadiendo otras mejorando dicho razonamiento.

Polígonos:

En los cuestionarios de polígonos lo primero que se hizo fue crear un applet de polígonos según su número de lados. En dicho applet se mostraba un polígono con su nombre, el número de lados que tenía, el número de vértices y el número de ángulos. La parte interactiva estaba en un deslizador el cual modificaba el número de lados del polígono. Dicho deslizador tenía un valor mínimo que era el tres y un máximo que es el 12, y cada valor corresponde al número de lados de dicho polígono. Al mover el deslizador por tanto se modificaba el polígono y también cambiaba el nombre, el número de lados, el número de vértices y de ángulos. Con esta actividad los alumnos pueden explorar los diferentes polígonos de una manera sencilla y sin la necesidad de tener que dibujar todos los polígonos.

A continuación, se realizaron pequeñas preguntas relacionadas con el applet, para las que podían volver a manipular el applet para responder. Y por último se les proporcionó un applet en blanco con diferentes herramientas para que llevaran a cabo la construcción de dos polígonos.

En el siguiente cuestionario destinado a los polígonos cóncavos y convexos, lo primero que se hizo fue proporcionarles un applet con un ángulo cóncavo y otro convexo junto con una casilla con la amplitud de cada uno de los ángulos. Había un ángulo en el que se mostraba que era convexo con un punto en cada segmento y podían modificar la amplitud del ángulo, en el momento en el que la amplitud superaba los 180° el ángulo pasaba a denominarse cóncavo. Y lo mismo pasaba con un ángulo inicial que era cóncavo, podían modificar su amplitud del ángulo y en el momento en el que la amplitud era menor de 180° pasaba a denominarse convexo. Con esta actividad podemos conseguir que los alumnos manipulando el ángulo junto con el indicador de la amplitud adquieran fácilmente el concepto de ángulo cóncavo y convexo. Seguido de este applet se les mostraron diferentes preguntas para observar si habían sido capaces de comprender lo que era un ángulo cóncavo y convexo.

A continuación, se comenzó a trabajar los polígonos cóncavos y convexos, primero se les mostró la definición de lo que es un polígono cóncavo y uno convexo seguido de una pregunta en la que se mostraban dos polígonos y los alumnos debían de indicar de qué tipo de polígono se trataba. Posteriormente se les realizaron pequeñas preguntas

acerca de los polígonos cóncavos y convexos y por último se les pedía que realizarán polígonos cóncavos o convexos. Para esta última actividad se les proporcionaba un applet en blanco con herramientas para que ellos construyeran el polígono que se les pedía o bien un applet con un polígono y sus vértices y se les pedía que movieran los vértices para conseguir el polígono que se les mandaba.

El último cuestionario en el punto de polígonos, fue el de regulares e irregulares. En dicho cuestionario teníamos un applet de un polígono regular con un deslizador que correspondía con el número de lados de dicho polígono. Al mover el deslizador modificaban el número de lados y por tanto se modificaba el polígono apareciendo siempre al lado el nombre de los diferentes polígonos regulares que encontramos. Todo esto acompañado de unas breves preguntas. Posteriormente se crearon tres applet diferentes de polígonos irregulares con dos polígonos diferentes en cada uno. Un applet en el que los dos polígonos tenían todos sus lados iguales y ángulos diferentes, otro en el que tenían todos los ángulos iguales y lados diferentes y un applet en el que tenían lados y ángulos desiguales. Todos los applet iban acompañados de unas pequeñas preguntas. Y finalmente como última actividad se propusieron diferentes polígonos y tenían que clasificarlos según su número de lados, en cóncavos o convexos y en regulares e irregulares.

Enlace cuestionarios polígonos: <https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b#chapter/956023>

Triángulos:

Para crear los cuestionarios destinados a esta parte nos fijamos en el libro. Observamos que el libro trabajaba la clasificación según sus lados (equilátero, isósceles y escaleno) y según sus ángulos (rectángulo, acutángulo y obtusángulo). Además, incluimos la suma de los ángulos de un triángulo que no lo trabajaban en la unidad del libro pero si lo hacían como avance al final del mismo.

El primer cuestionario estaba destinado a la clasificación de los triángulos según sus lados. Creamos tres applets diferentes, uno para cada tipo de triángulo. En esos applets los alumnos podían modificar el triángulo pulsando en sus vértices y siempre se les

mostraba los ángulos y la longitud de sus lados. Una de las cosas importantes es que siempre mantenía las proporciones, es decir, si tenía dos lados iguales y lo modificabas seguía teniendo dos lados iguales. Cada uno de los applet lo acompañamos de pequeñas preguntas para observar si iban entendiendo los diferentes tipos de triángulos.

En el segundo cuestionario trabajaron los triángulos según sus ángulos. Teníamos tres applets destinados a cada uno de los tipos que hay. En el primer applet correspondían los rectángulos, donde teníamos uno isósceles y uno escaleno, podían modificar los lados y siempre tenían la longitud de sus lados y de los ángulos. En el siguiente applet teníamos a los acutángulos. En este caso teníamos un deslizador para uno de los ángulos que podían cambiar la amplitud de ese ángulo y modificar la longitud de algún lado. Y por último nos encontramos con los obtusángulos, que al igual que en el anterior teníamos un deslizador de un ángulo obtuso para que pudieran modificar su amplitud y obtener nuevos triángulos. Todos los applet iban acompañados de preguntas para observar el progreso y si iban adquiriendo el aprendizaje deseado.

Y por último teníamos dos cuestionarios. Uno pequeño para la suma de los ángulos de un triángulo y otro de razonamiento. En el primero teníamos un applet con diferentes triángulos en los que se mostraban sus ángulos y al lado su suma, dando siempre 180° . Y en el segundo había preguntas de repaso de lo dado anteriormente y de clasificar de diferentes triángulos.

Enlace cuestionarios triángulos: <https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b#chapter/956024>

Cuadriláteros:

Para este punto tuvimos dos cuestionarios, uno para su clasificación y otro para su razonamiento.

En el primer cuestionario tuvimos tres applet, uno para cada tipo de cuadrilátero según sus lados paralelos (trapezoide, trapecio y paralelogramo). En cada applet se les mostraba diferentes cuadriláteros con la longitud de sus lados y sus ángulos y podían manipular modificando dicho cuadrilátero. En el último, el de los paralelogramos, además se les puso los cuatro tipos que hay junto con sus nombres, pudiendo también

explorar y modificar dicho polígono pero manteniendo siempre sus propiedades. Todos los applet iban acompañados de preguntas.

En el cuestionario de razonamiento, teníamos unos cuadriláteros que tenían que clasificar y pequeñas preguntas de razonamiento para observar el grado de aprendizaje que habían alcanzado.

Enlace cuestionarios de cuadriláteros:

<https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b#chapter/956025>

Círculo y circunferencia:

En este cuestionario tenemos el círculo y la circunferencia. En él se hacen pequeñas preguntas de definiciones acerca de los elementos del círculo y la circunferencia, así como su identificación.

Enlace cuestionario círculo y circunferencia:

<https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b#material/hgmjft85>

Construcciones:

En dicho cuestionarios se llevan a cabo actividades de construcción de polígonos. Para ello se les hace una descripción de la actividad que tienen que llevar a cabo. Se les proporcionará un applet con diversas herramientas, de las cuales ellos deberán seleccionar las que crean convenientes para llevar a cabo las construcciones.

En este último cuestionario pondrán en práctica lo aprendido anteriormente, por lo que les servirá también de ayuda para preparar la evaluación final.

Enlace cuestionario de construcciones:

<https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b#material/gy3khnn3>

4.2.4. Evaluación final

Para finalizar esta intervención se llevó a cabo una evaluación final a modo de examen realizado de manera tradicional en papel o bolígrafo. En esta prueba no se empleó el uso de GeoGebra ya que lo que queríamos con ella era comprobar si habían alcanzado los objetivos que nos habíamos propuesto en dicha unidad.

Dicha prueba estaba compuesta por actividades de definiciones, actividades de clasificar, actividades de dibujar y por problemas relacionados con la vida cotidiana. (ANEXO III).

En cuanto a las actividades de definiciones teníamos una en la que se pedía nombrar los elementos de un polígono, indicar las diferencias entre un polígono regular y uno irregular, y explicar las diferencias entre un polígono cóncavo y otro convexo. Otra de las actividades de definiciones consistía en indicar de qué elemento del círculo y la circunferencia se trataba con una definición dada. Y la última actividad consistía en averiguar de qué polígono se trataba con unas definiciones dadas.

En las actividades de clasificar teníamos varias. En la primera tenían que clasificar unos polígonos dados en regulares e irregulares, e indicar el nombre de cada polígono según su número de lados. También teníamos dos actividades más, en una teníamos que clasificar unos triángulos según sus lados y ángulos y en otra clasificar unos cuadriláteros en trapecoides, trapecios y paralelogramos, en este último indicando de qué tipo se trataba.

Respecto a las actividades de dibujar, debían de realizar polígonos cóncavos y convexos con unas condiciones dadas. Y por último, con un círculo dado debían dibujar los elementos de este.

Finalmente, teníamos unos ejercicios de problemas en los que se proponían algunas situaciones de la vida cotidiana.

5. RESULTADOS

5.1. Análisis de caso de la evaluación inicial

Primeramente se va a analizar esta evaluación inicial tanto de manera cuantitativa como de manera cualitativa. Para analizarlo de manera cuantitativa tendremos en cuenta las notas de los alumnos en dicha evaluación, y para afrontarlo de manera cualitativa nos centraremos en el contenido de las respuestas.

Dicha evaluación nos sirve para conocer los conocimientos previos de los alumnos por lo que dichas notas no se tendrán en cuenta, pero sí que posteriormente podremos compararlas con las obtenidas en la evaluación final. Como no vamos a tenerlas en cuenta en lugar de asignarles un valor numérico, vamos a contabilizarlas como aprobadas o suspensas. Para el aprobado mínimo tienen que haber respondido bien a 3 preguntas de 7.

- Pruebas aprobadas: 16.
- Pruebas no aprobadas: 34.

Como observamos tan solo superan la prueba 16 alumnos de 49, es decir, un 32% frente a 34 suspensos, que representan un 78% de los alumnos. Encontramos más del doble de suspensos que aprobados.

En cuanto a las preguntas de la evaluación encontramos de diferentes niveles de Van Hiele:

- Nivel 1 visualización y reconocimiento.
- Nivel 2 análisis.
- Nivel 3 orden y clasificación.
- Nivel 4 deducción.
- Nivel 5 rigor, dicho nivel solo lo podrán alcanzar algunos estudiantes universitarios.

En la primera pregunta se les proporciona figuras planas tanto abiertas como cerradas, y se les pide que indiquen cuáles son polígonos. En esta pregunta se observa como la

totalidad de los alumnos indican que las figuras abiertas no son polígonos argumentando que no están cerradas, e indican que el resto son polígonos porque son figuras planas cerradas. Pero una gran mayoría indica como polígono al sector circular, y algunos otros alumnos pero en menor medida indican al círculo como polígono. Esto se debe a que ellos entienden como polígono una figura plana cerrada y tanto el círculo como sector circular están cerrados. Muchos de ellos no han indicado el círculo pero si el sector circular ya que piensan que los polígonos tienen lados, y observan que el sector circular presenta dos lados junto al arco y lo consideran polígono.

La gran mayoría de alumnos indica cuáles son polígonos pero sin explicar por qué lo son, o algunos otros argumentan que las figuras que tienen esquinas o las figuras cerradas. De esta manera deducimos que en esta pregunta los alumnos se encuentran en el nivel 1 de Van Hiele de reconocimiento, ya que no han llegado a justificar el por qué unas figuras son polígonos.

En la pregunta 2 se les proporcionó un polígono con los elementos señalados en él y debían de indicar el nombre de cada elemento. Encontramos que muchos alumnos a la hora de indicar la diagonal le llaman de otra manera como radio, línea o diámetro. Con esto vemos que los alumnos transfieren los elementos de la circunferencia como son el diámetro y el radio al del polígono. Otros alumnos al lado lo denominan línea. En dicho ejercicio los alumnos que han sido capaces de colocar correctamente los nombres se encuentran en un nivel 2 de Van Hiele de análisis. Los alumnos que ponen algunos nombres bien pero a otros los denominan de otra manera como línea a la diagonal o al lado de encuentran en un nivel 1 de reconocimiento ya que utilizan un lenguaje poco preciso.

En la pregunta 3 deben de realizar lo mismo que en la anterior pregunta pero con los elementos de la circunferencia. En esta pregunta vemos que hay más dificultades y muchas de ellas sin contestar o incompletas lo que hace que esos alumnos se encuentren en un nivel 1 de Van Hiele de reconocimiento. En cuanto a algunos de los fallos que observamos es que llaman línea recta o segmento tanto al diámetro, al radio o a la cuerda. También vemos que llaman línea curva al arco de la circunferencia. Los alumnos que son capaces de identificar correctamente los elementos se encuentran en un nivel 2 de Van Hiele, de análisis, mientras que los alumnos que no son capaces de

indicar con un correcto lenguaje matemático diámetro o radio se encuentran en un nivel 1 de Van Hiele, reconocimiento, junto con los que no son capaces de identificar los elementos.

En la pregunta 4 se les preguntó que definieran lo que es un polígono regular y un polígono irregular. Podríamos decir que una pequeña minoría de unos 3 o 5 alumnos fueron capaces de responder correctamente esta pregunta. Los alumnos que responden correctamente podrían estar en un nivel 2 de Van Hiele, de análisis, cómo mínimo ya que son capaces de aportar definiciones y reconocer propiedades. Otros alumnos cometen errores como nombrar a los polígonos regulares “los polígonos que tienen líneas rectas”, “los polígonos que tienen 8 lados o más”, “los polígonos regulares están abiertos y los irregulares cerrados” o “los polígonos regulares tienen lados paralelos”. Estas son algunas de las respuestas que más se han repetido llamándome la atención en la que dicen que tienen 8 lados o más, ya que la regularidad de un polígono no está en el número de sus lados, creemos que es debido a que cuando presentamos polígonos de un número elevado de lados ya sean 6, 7, 8 o más, dichos polígonos suelen encontrarse de manera regular, pero cuando presentamos un triángulo o un cuadrilátero nos los encontramos de cualquiera de las dos maneras. Estos alumnos que cometen errores y no llegan a dar una definición correcta a la pregunta se encontrarían en el nivel 1 de reconocimiento.

En cuanto a la pregunta 5 y 6 la gran mayoría de alumnos no la respondieron. En la pregunta 5 se pedía que dijeran las diferencias que existen entre un círculo y una circunferencia. Los pocos alumnos que respondieron dijeron lo siguiente: “el círculo es lo dentro o el relleno y la circunferencia lo de fuera”. Estos alumnos se encuentran en un nivel 1 ya que han utilizado un lenguaje cotidiano y poco apropiado para poder pasar a un nivel 2 de análisis.

En cuanto a la última pregunta, se les proporcionó dos cuadrados, uno normal y otro girado y se les pedía que indicasen si encontraban alguna diferencia y el nombre de cada figura. Una amplia mayoría indicó que el cuadrado girado era un rombo, ya que estos alumnos perciben los polígonos como figuras individuales y no percibir las características de cada figura. Los alumnos que indican que es un rombo podríamos decir que están en un nivel 1 de reconocimiento, ya que no reconocen sus propiedades.

En cambio el alumno que haya dicho que es un cuadrado girado, se situaría en un nivel 2 de análisis, ya que sabe las propiedades del cuadrado, 4 lados iguales y 4 ángulos iguales.

Podemos concluir que dichos alumnos de 5° de Educación Primaria, en encuentran en un nivel 1 de reconocimiento, una minoría de ellos podría situarse en un nivel 2 de análisis.

5.2. Análisis cuestionarios GeoGebra Classroom

En este apartado vamos a analizar los resultados que hemos obtenido con GeoGebra Classroom dentro del aula. Para ello hablaré de las dificultades que he podido observar, la motivación del alumnado y si hemos conseguido alcanzar los objetivos planteados.

Al comienzo de esta experiencia los alumnos tenían ganas por trabajar con GeoGebra los contenidos de la unidad ya que para ellos era algo novedoso y además era una manera diferente de trabajar sin el cuaderno y el libro.

Las mayores dificultades que he observado son que les cuesta explicar las cosas, responden a las preguntas pero no son capaces de decir el por qué de esa respuesta. Además, cuando se encontraban en un applet manipulativo donde podían explorar diferentes polígonos, ya sea moviendo sus lados, comprobando la longitud de sus lados o la amplitud de sus ángulos, tendían a mover los lados sin un criterio y en ocasiones acababan desorganizando el applet por lo que luego era difícil volver a trabajar con ese applet.

También pude observar que les costaba establecer relaciones entre dos figuras semejantes. Por ejemplo, si teníamos dos triángulos, uno con dos lados de 7 cm y otro de 3 cm, y el otro triángulo con dos lados de 4 cm y otro de 6 cm, les costaba ver que lo que presentaban en común era que ambos triángulos tenían dos lados iguales y por lo tanto son isósceles. No solo les ha pasado con los triángulos, sino que con una gran cantidad de actividades como con los cuadriláteros, los polígonos irregulares, etc.

A continuación, voy a analizar los cuestionarios divididos por bloques: polígonos, triángulos, cuadriláteros, y círculo y circunferencia.

Polígonos:

En dichos cuestionarios, como ya he comentado anteriormente, se observa que no aportan explicaciones a las preguntas. En las preguntas de dibujar se observa que casi la totalidad de los alumnos la llevan a cabo correctamente con las herramientas que se les ha proporcionado, algo que en un inicio pensé que les podría suponer dificultad ya que nunca antes habían utilizado GeoGebra.

En cuanto a los polígonos cóncavos y convexos se observa que muestran una mayor dificultad por comprenderlo. En el applet tienen un ángulo cóncavo y otro convexo que pueden manipular modificando su apertura, y junto a ellos se les muestra la amplitud del ángulo y el nombre de si es cóncavo o convexo. Cuando la amplitud del ángulo es mayor de 180° aparece como cóncavo y cuando es menor de 180° aparece como convexo. En el momento en el que se les pide que indiquen las diferencias no son capaces de por sí solos observar que en el momento en el que el ángulo se encuentra entre 0° y 180° siempre aparece como convexo, y en el momento en el que el ángulo va de 180° a 360° aparece como cóncavo. Y es en este momento cuando nosotros como docentes tenemos que guiarles para conseguir que consigan su aprendizaje, es por ello que en esta actividad hubo que insistirles a que movieran el ángulo y observaran con atención que es lo que ocurría y sobre todo que se fijasen en qué momento cambiaba de cóncavo a convexo. En cuanto a sus respuestas eran muy simples sin apenas explicaciones, y algunos confundían 180° con 90° en sus respuestas. En el momento en el que tenían que convertir un polígono convexo en uno cóncavo moviendo uno de sus lados algunos alumnos lo hacían de manera incoherente llegando incluso a cortar un lado con otro.

En los polígonos regulares e irregulares se observa que las respuestas están carentes de explicación. Por ejemplo, cuando se les pide que digan que es un polígono regular responde con “tienen mismos lados y ángulos”, en lugar de decir que sus lados y ángulos miden lo mismo. Lo mismo ocurre cuando se les pregunta por irregular.

Podemos entender que han adquirido el concepto de polígono regular e irregular pero las expresiones no son adecuadas porque decir que tienen mismos lados, puede suponer polígonos que tengan todos 4 lados, por eso es importante hacer hincapié en las explicaciones correctas utilizando todos los términos. Dichos alumnos se encontrarían en un nivel 1 de reconocimiento, ya que el lenguaje que emplean es cotidiano y poco preciso

En los applet en los que se les presenta dos polígonos irregulares, ya sea que fallen en los lados o en los ángulos, cuando les preguntamos lo que tienen en común ambos polígonos tenemos que empujarles nosotros preguntándoles como tienen sus lados y sus ángulos. En ese momento se dan cuenta de que un polígono tiene todos los lados iguales pero sus ángulos no, y que en el otro ocurre lo mismo, llegando a comprender el concepto de irregular.

Triángulos:

Los cuestionarios de triángulos los teníamos divididos en triángulos según sus lados, triángulos según sus ángulos y suma de sus ángulos, y razonamiento de los triángulos.

En el cuestionario de triángulos según sus lados en el applet con triángulos equiláteros encontramos una gran variedad de respuestas. Cuando se les pregunta qué tienen en común esos triángulos algunos responden que los lados son iguales, otros que los ángulos son iguales y otros que regular, siendo válidas todas las respuestas. En el momento en el que se les pide que definan lo que es un triángulo equilátero algunos alumnos únicamente nombran que tiene los tres lados iguales, otros que tienen tres ángulos iguales y algunos que tienen todos los lados y ángulos iguales. En dicha pregunta por lo menos deberían haber dicho que tienen los lados iguales, aunque también tengan los ángulos iguales, ya que estamos clasificando los triángulos por sus lados. Los alumnos que hayan llevado correctamente a cabo la definición se encontrarán en un nivel 2 de análisis, ya que enumeran correctamente las propiedades de dichas figuras.

En las actividades referentes al applet de triángulos isósceles se presenta uno con un ángulo recto, otro con un ángulo obtuso y otro con todos los ángulos agudos. En la pregunta que se les pide que nos digan lo que presentan en común la responden bien casi todos los alumnos, pero cuando las pedimos que nos digan las diferencias no todos ven que tienen diferentes ángulos; uno rectángulo, otro obtuso y todos agudos. Lo mismo ocurre cuando se les pide las diferencias en los triángulos escalenos, no diferencian los ángulos. No podemos tratarlo como grandes fallos ya que al no haber impartido todavía los triángulos según sus ángulos es posible que no se acuerden de otros años. En cuanto a los triángulos escalenos cuando se les pide que lo definan lo hacen de una manera poco precisa indicando que son los que no tienen todo igual, en lugar de explicar que son los triángulos que tienen todos sus lados y ángulos desiguales. Los alumnos que hayan llevado a cabo una definición precisa y con vocabulario matemático se encontrarán en un nivel 2 de análisis, mientras que los alumnos que hayan utilizado un lenguaje más cotidiano podrán situarse en un nivel 1 de reconocimiento.

En el segundo cuestionario teníamos los triángulos y la suma de los ángulos de un triángulo. En el applet de triángulos rectángulos no se observa ninguna dificultad y todos los alumnos lo responden de manera correcta. En cuanto al applet de triángulos acutángulos se introdujo un deslizador de la amplitud de un ángulo, es decir, es una herramienta en la que se introduce unos valores mínimos y máximos, en este caso la amplitud de un ángulo en grados y puedes ir modificando dicha amplitud entre ambos valores. De manera que si modificas la amplitud de dicho ángulo también se modifican automáticamente las amplitudes del resto de ángulos. Este applet lo llevaron a cabo de manera correcta y supieron interactuar con el de una manera apropiada y precisa. En los applet de la suma de los ángulos de un triángulo lo comprenden perfectamente, llegando a no necesitar ayuda para llegar a la respuesta correcta. Los alumnos se situarían en un nivel 3 de deducción informal, ya que han llevado a cabo relaciones de varias propiedades como es la suma de los ángulos de un triángulo y sus ángulos.

En el último cuestionario de los triángulos, el de razonamiento, encontramos que las respuestas son escuetas sin aportar ninguna explicación ni razonamiento como se les pide, algo que hemos observado continuamente en el resto de cuestionarios. Es algo que sorprende ya que aun haciéndoles hincapié en el aula de que deben de explicar sus

respuestas no llegan a ponerlas. En muchos casos no saben explicarlas por ellos mismos pero con un pequeño empujón y ayuda del docente se observa que son capaces de razonarlas. En la actividad de clasificar los triángulos según sus lados y ángulos observamos que en torno a la mitad de los alumnos la responden de manera correcta pero sin aportar las explicaciones que se les pide. Algo muy sencillo ya que únicamente se le pide decir el por qué es isósceles, equilátero, etc. Otros alumnos únicamente los clasifican según su número de lados, otros según sus ángulos y algunos mezclando ambos criterios. Los alumnos que realizan correctamente las clasificaciones aportando diferentes definiciones podríamos situarles en un nivel 3 de clasificación, mientras que los alumnos que hacen clasificaciones únicamente fijándose en las propiedades y sin aportar explicaciones podrían situarse en un nivel 2 de análisis.

En la mayoría de cuestionarios encontramos que hay que empujarles para que lleguen a la respuesta correcta ya que por sí mismos no son capaces. Una vez les guías van adquiriendo el aprendizaje y van contestando por ellos mismos al resto de preguntas, cómo hemos visto en las fases de van Hiele, en concreto correspondería con la fase 2 de orientación dirigida.

Cuadriláteros:

Los cuestionarios de los polígonos cuadriláteros se dividen en: clasificación de cuadriláteros y de razonamiento de cuadriláteros. En el primer de los cuestionarios hubo cambios respecto a los anteriores, introduciendo preguntas de test de varias opciones con la intención de potenciar el aprendizaje por descubrimiento que buscamos con estas actividades. En dichas preguntas es difícil indicar en qué nivel de Van Hiele se encuentran los alumnos, ya que al ser de tipo test ellos no llevan a cabo explicaciones.

El primer cuestionario, clasificación de cuadriláteros, presenta un applet para los trapezoides, otro para los trapecios y otro para los paralelogramos. En la primera pregunta respecto a los trapezoides encontramos que la realizan correctamente el 77% de los alumnos. En cuando a la pregunta de si los trapezoides pueden tener dos lados iguales hay diversidad entre respuestas que sí y otras que no, siendo la correcta que sí ya que aunque no haya paralelismo puede haber lados de la misma longitud. Era una

pregunta que podían explorar en el applet manipulando las figuras que se les mostraban para tratar de conseguir una con dos lados iguales. En cuanto a los trapecios, cuando les preguntamos cuál es la característica que comparten tenían las siguientes opciones: dos lados paralelos, los cuatro ángulos iguales y tienen dos lados iguales. Acertando tan solo un 54% de los alumnos. Se observa que una amplia mayoría de alumnos responden a la de tienen dos lados iguales, es cierto que hay un trapecio que tiene los dos lados iguales pero los demás no por tanto no es una característica común, siendo la respuesta correcta que tienen dos lados paralelos.

En cuanto al tercer applet, el de los paralelogramos, presentaba los 4 diferentes paralelogramos que existen con sus nombres. En la pregunta de qué tienen en común todos los paralelogramos tan solo marcó la respuesta correcta el 50% del aula. Es cierto que muchas de las opciones estaban presentes en algunos polígonos como la de “tienen todos los lados y ángulos iguales”, es una propiedad presente en el cuadrado, pero no está ni en el rombo, ni rectángulo, ni en el romboide. Este problema es debido a no leer correctamente todas las soluciones y volver a observar en el applet, ya que presentando el applet la longitud de los lados y los ángulos se observa fácilmente. Otra de las respuestas llamativas en los paralelogramos fue a la pregunta abierta donde se les pedía definir el rectángulo, respondiendo una gran cantidad de alumnos: “un rectángulo es un cuadrado alargado”, aquí nos damos cuenta de que aun sabiendo ellos cómo es un rectángulo no saben explicar las propiedades que tiene un rectángulo, aunque algunos alumnos, pocos, respondieron de manera correcta. Por último, en la pregunta abierta que tenían que definir lo que es un paralelogramo se observa que confunden el paralelismo con la longitud de sus lados, a pesar de haber explicado anteriormente el paralelismo en clase para poder abordar esta parte de manera satisfactoria. Los alumnos que en dicha pregunta responden que tienen los lados iguales se encontrarían en un nivel 1 de reconocimiento, mientras que los alumnos que responden de manera correcta argumentando que los polígonos que presentan lados paralelos dos a dos, se encontrarían en un nivel 2 de análisis.

En este último cuestionario donde más dificultades se han encontrado ha sido en la parte de los paralelogramos, ya que aunque en muchas ocasiones comprendan los conceptos no llegan a adquirir correctamente las propiedades de las figuras planas que es lo que pretendemos con este tipo de actividades.

En el segundo cuestionario teníamos el razonamiento. La primera pregunta consistía en clasificar unos cuadriláteros en trapezoides, trapecios y paralelogramos, para ello en algunos cuadriláteros llevaban indicados las longitudes de los lados y la amplitud de los ángulos. El error más común que se observó fue que confunden los polígonos trapecios con los trapezoides, lo que puede deberse a una similitud en el nombre más que en sus propiedades. Otro de los errores que algunos alumnos han cometido ha sido nombrar al rombo como cuadrado girado, o nombrar al cuadrado girado como rombo, por lo que vemos que pueden tener la percepción de lo que es un rombo pero no de sus propiedades. Otro de los aspectos como se ha ido nombrando anteriormente ha sido la nula explicación de sus respuestas cuando clasificaban dichos polígonos. Los alumnos que nombran al cuadrado girado como rombo se encontrarían en un nivel 1 de reconocimiento, mientras que los que nombran correctamente se encontrarían en un nivel 2 de análisis, ya que sabe las propiedades de dicha figura. Por otra parte si los alumnos hubiera llevado a cabo una correcta respuesta argumentando el por qué de su clasificación se encontrarían en un nivel 3 de deducción informal, mientras que al no haberlo realizado nadie se encuentran en un nivel 2 de análisis.

Círculo y circunferencia:

En este cuestionario se trató de trabajar tanto el significado del círculo y la circunferencia, como también sus diferencias. Además, se trabajaron los elementos de ambos. El cuestionario fue llevado a cabo a de manera grupal para poder guiar a los alumnos de manera más efectiva y poder así conseguir que adquieran de manera más precisa los conocimientos.

Se comenzó con unas preguntas previas para observar que sabían que era un círculo y una circunferencia. Esta pregunta había formado parte de la evaluación inicial por lo que al corregirla podían saber algo. Se podría decir que la gran mayoría de alumnos tienen interiorizado lo que es un círculo pero a la hora de expresarlo utilizan un lenguaje poco matemático y preciso denominando al círculo “el relleno de la circunferencia”. Lo mismo ocurre con la definición de la circunferencia denominando “lo que rodea al círculo”. Teniendo en cuenta la edad y el curso de estos alumnos es normal que las explicaciones que aporten sean poco matemáticas.

En el applet donde se presenta una circunferencia y un círculo, cuando se les pide que definan la circunferencia la gran mayoría de alumno responde con “es un línea curva cerrada cuyos puntos están a la misma distancia”. Vemos que es una respuesta incompleta porque están a la misma sin exponer de dónde, en este caso el centro.

En cuanto a los elementos del círculo y la circunferencia observamos que lo han comprendido de manera satisfactoria, sabiendo explicar de manera precisa cada uno de ellos.

Construcciones:

Y la última parte destinada a las construcciones de polígonos donde se iba a poner en práctica todo lo aprendido anteriormente no se pudo realizar por falta de tiempo, por lo que no tenemos respuestas y por tanto no podemos analizarlos.

5.3. Análisis de las evaluaciones finales

La evaluación final se llevó a modo de examen que realizaron de manera individual en papel y bolígrafo sin utilizar GeoGebra. Se llevó a cabo de esta manera tradicional ya que lo que pretendíamos era comprobar si había cumplido los objetivos de la intervención que habíamos llevado a cabo durante esas dos semanas en el aula. La evaluación final se analizará tanto de manera cuantitativa como cualitativa.

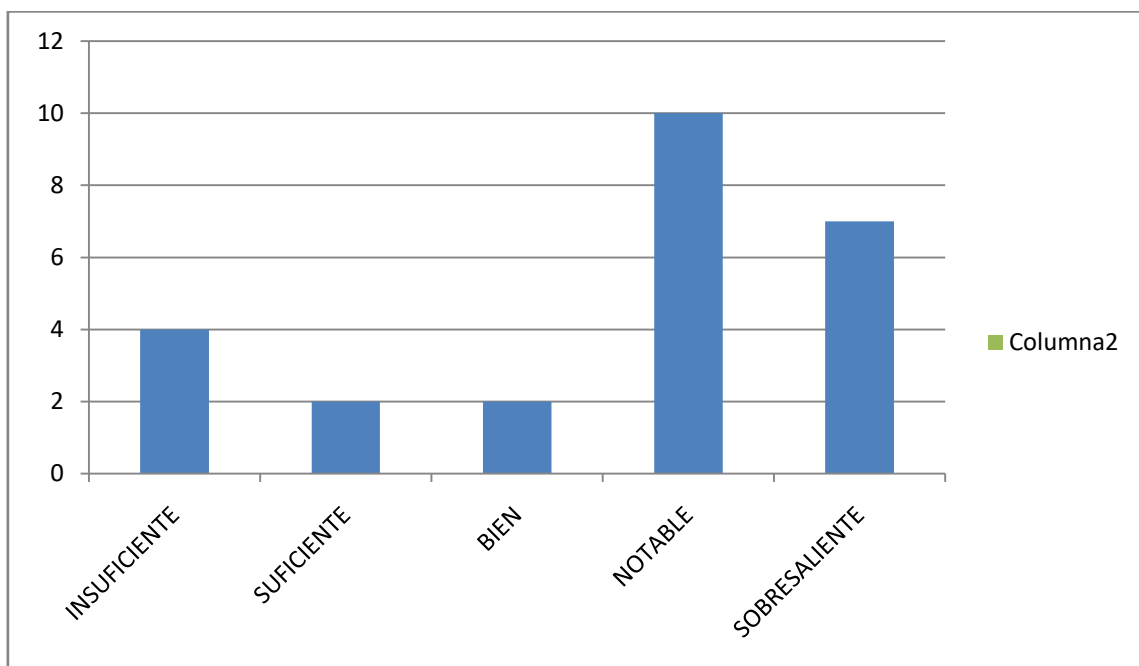
Primeramente se van a analizar las pruebas finales según el valor numérico que han obtenido en ella, es decir, la nota. La evaluación estaba establecida en 10 puntos, para obtener un aprobado debían alcanzar mínimo 5 puntos. Vamos a clasificar primeros las notas de una clase, de 5° A, y posteriormente las notas de 5° B.

En el aula de 5° A encontramos 25 alumnos, de los cuales todos han realizado la evaluación final sin ningún tipo de inconveniente. A continuación, aparecerán el número de alumnos que han conseguido superar la prueba y los que no lo han conseguido:

- Aprobados: 21 alumnos han superado la evaluación.
- Suspensos: 4 alumnos no han superado la evaluación.

Ahora, vamos a analizar las calificaciones calificándolas de la siguiente manera:

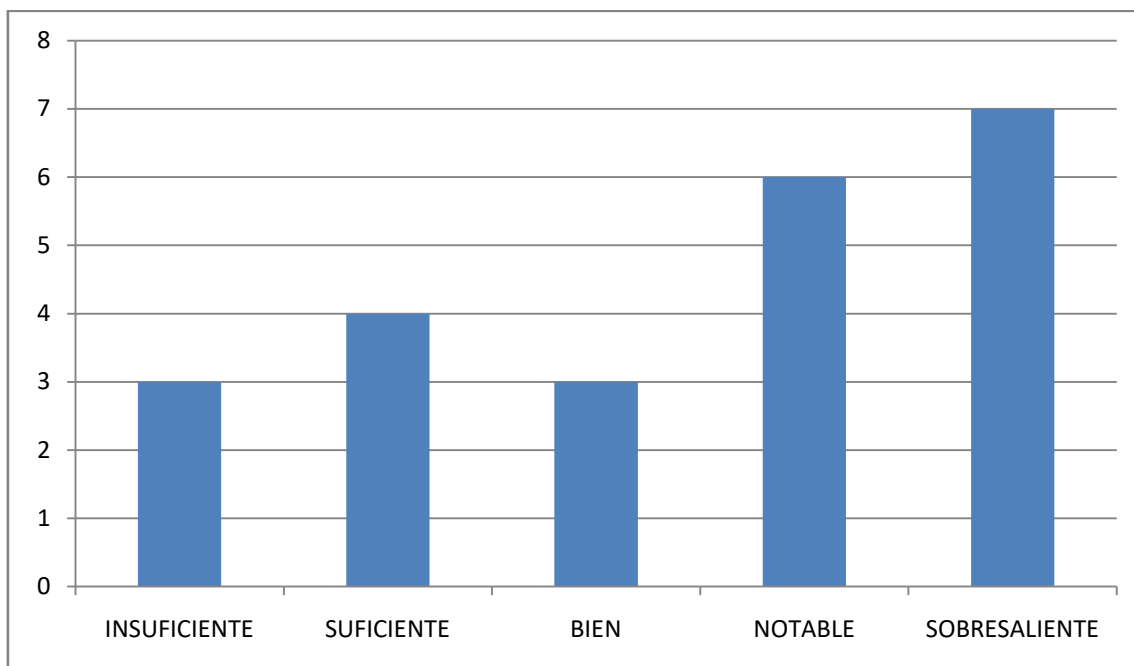
- Suficiente: del 5 al 5,99.
- Bien: del 6 al 6,99.
- Notable: del 7 al 8,99.
- Sobresaliente: del 9 al 10.



Como podemos observar tenemos 4 insuficientes correspondientes a los alumnos suspensos, 2 suficientes, 2 bienes, 10 notables y 7 sobresalientes.

En el aula de 5ºB nos encontramos con 24 alumnos, de los cuáles han realizado la evaluación final 23, debido a que uno de los alumnos durante esa semana se rompió el brazo y no pudo asistir en un periodo de días. Primero analizaremos cuantos alumnos han superado la prueba y posteriormente lo agruparemos por calificaciones en insuficiente, suficiente, bien, notable y sobresaliente.

- Aprobados: 20 alumnos.
- Suspensos: 3 alumnos.



Observamos que tenemos 3 insuficientes, 4 suficientes, 3 bienes, 6 notables y 7 sobresalientes. Dentro de estos 7 sobresalientes encontramos cuatro alumnos cuya nota obtenida fue un 10.

Encontramos que entre ambas clases las notas numéricas obtenidas son muy similares, el número de suspensos únicamente varía en un alumno, y el de sobresalientes es el mismo. Pero donde sí encontramos diferencia es que en la clase de 5ºA no se obtuvo ningún 10, mientras que en el aula de 5ºB obtuvieron cuatro 10. No nos sorprende que en dicha clase tengamos notas más elevadas ya que según hemos observado como realizaban los cuestionarios, 5º B solía trabajar de manera más fluida y sin problemas.

A continuación, vamos a analizar las respuestas de los alumnos en la evaluación para observar los errores que han cometido y en lo que han mejorado respecto a la evaluación inicial. Todas las preguntas tenían un valor de 1 punto que sumadas todas hacían 10 puntos. Los alumnos que contestan la pregunta correctamente en su totalidad reciben un punto, si presenta un fallo no significativo también se le proporciona el punto. Si presentan varios fallos se le va a restando parte del punto.

En la primera pregunta tenían que nombrar los elementos de un polígono, definir un polígono regular e irregular, y nombrar las diferencias entre un polígono cóncavo y uno convexo. En esta pregunta encontramos que 31 alumnos se olvidan de nombrar la

diagonal en los elementos del polígono, un número muy elevado. Si nos fijamos en la evaluación inicial hubo un gran número de alumnos que confundían la diagonal del polígono por otros nombres o no sabían identificarla, por lo que es un error que siguen cometiendo y no se ha corregido. En cuanto a la parte de polígonos regulares e irregulares no encontramos ningún alumno que haya contestado mal por lo que estamos contentos ya que han adquirido los conocimientos y las propiedades de los polígonos regulares. En la pregunta en la que tienen que indicar las diferencias entre un polígono cóncavo y convexo observamos más dificultades. Encontramos 4 alumnos que definen lo que es un polígono cóncavo y convexo pero sin indicar cuál es cada uno, por lo que vemos que saben lo que son ambos pero no sabemos si se les olvidó indicarlo o no saben cuál de los dos es cada uno. También hemos visto que 5 alumnos definen polígono cóncavo y convexo del revés, y un alumno en lugar de indicar que un polígono cóncavo tiene al menos un ángulo mayor de 180° y convexo los que tienen todos los ángulos interiores menores de 180° lo indica con 90° . Por último, tan solo encontramos 7 alumnos que tengan la pregunta completa sin ningún tipo de error. En dicha pregunta situaríamos a la gran mayoría de alumnos en un nivel 2 de análisis, ya que reconocen las propiedades de las figuras y emplean un lenguaje correcto,

En la pregunta número dos, presentaban diferentes polígonos y tenían que indicar si eran regulares e irregulares, y cómo se llamaba cada polígono en función del número de lados. En esta pregunta han obtenido el valor total 24 alumnos, y algunos solo han tenido algunos pequeños fallos. Dentro de los otros 24 alumnos encontramos que hay 14 alumnos que saben clasificar los polígonos regulares e irregulares, hay 2 alumnos que no identifican al hexágono regular como irregular, y hay un único alumno que no responde. En la segunda parte encontramos que 6 alumnos a la hora de nombrar los cuadriláteros lo hacen yendo un paso más allá, indicando que cuadriláteros son. Además, encontramos un alumno que no sabe identificar los dos pentágonos que hay, todos los demás polígonos los nombra de manera adecuada. Los alumnos que son capaces de llevar a cabo correctamente tanto la clasificación de polígonos regulares e irregulares como de nombrar correctamente las figuras se encontrarían en un nivel 2 de análisis. Mientras que los alumnos que no son capaces de clasificar correctamente los polígonos regulares se encontrarían en un nivel 1 de reconocimiento, ya que no tienen adquiridas las propiedades de los polígonos.

En cuanto a la tercera pregunta, tenían que llevar a cabo unas construcciones de polígonos cóncavos y convexos con unos criterios. En dicha pregunta durante la realización del examen los alumnos presentaban numerosas dudas que se les fueron solucionando con el fin de que llegaran a la respuesta correcta. Finalmente 20 alumnos responden de manera correcta a la pregunta, llevándose el punto completo. Algunos alumnos presentan algunos errores, 10 de ellos solo realizan correctamente el polígono convexo de 4 lados, hay 7 alumnos que no fueron capaces de realizar correctamente el polígono cóncavo de más de un ángulo cóncavo, y 4 alumnos no dibujaron ningún polígono cóncavo. A pesar de las dudas que presentaban inicialmente en el examen, y durante la realización del cuestionario en GeoGebra Classroom, dicha pregunta no ha obtenido tan mal resultado como nos hacía pensar que tuviera.

En la pregunta cuatro, se les presentaban cuatro triángulos y tenían que decir cómo era cada uno según sus lados y sus ángulos. Encontramos que solo 20 alumnos responden de manera correcta a la pregunta completa. En el triángulo 3, observamos que 8 alumnos no identifican bien ese triángulo según sus ángulos, además de que el ángulo recto está marcado, como se explicó en clase. También observamos 7 alumnos que no responden a los dos criterios, ya sea clasificándolos únicamente según sus lados o según sus ángulos, o mezclando ambos. Finalmente, tan solo 4 alumnos tienen la pregunta contestada totalmente errónea.

En la quinta pregunta se les presentaban unos cuadriláteros, los cuales debían de clasificar en trapezoides, trapecios y paralelogramos, y a la vez esos paralelogramos en cuadrados, rombos, rectángulos y romboides. Tan solo 14 alumnos presentan la pregunta contestada de manera correcta. La gran mayoría de alumnos clasifica correctamente los cuadriláteros en trapezoides, trapecios y paralelogramos, y tan solo 4 alumnos presentan alguna dificultad con los trapezoides y trapecios. El error más común es que 14 alumnos no clasifican los paralelogramos, esto es debido a que no leyeron correctamente la pregunta, a pesar de que durante la realización de la prueba se insistió en dicho apartado. En cuanto a los alumnos que sí clasifican los paralelogramos, observamos que 5 alumnos confunden el cuadrilátero 6 con un rombo, ya que es un cuadrado girado. Dichos alumnos se siguen encontrando en un nivel 1 de análisis ya que no tienen adquiridas las propiedades de las figuras, en este caso la del rombo, lados paralelos dos a dos y ángulos iguales dos a dos.

En la pregunta número seis, debían de dibujar los elementos de una circunferencia, y después se les presentaba la definición de los elementos y debían de indicar de cuál se trataba. Encontramos que 27 alumnos tienen la pregunta contestada de manera completa sin ningún error, y 2 alumnos tienen la pregunta contestada totalmente mal. Hay 11 alumnos que dibujan de manera correcta todos los elementos, pero a la hora de relacionarlos con su significado presentan algún error. En cuanto a la parte de las definiciones encontramos que 7 alumnos presentan dificultades tanto con la cuerda como con el arco, colocándolos de manera contraria.

En la séptima pregunta se les presentaban unas características de un polígono y tenían que identificar a cuál pertenecía. En esta pregunta han contestado de manera correcta a todas las definiciones 12 alumnos. La definición que hemos observado errores y más nos ha llamado la atención ha sido la de cuadrilátero regular, ya que muchos alumnos no han contestado de manera adecuada. También nos ha llamado la atención la definición de triángulo que presenta tres ángulos iguales, ya que han fallado muchos alumnos. Además en esa definición pretendíamos que los alumnos nos respondieran con triángulo equilátero, y hemos observado 8 respuestas donde nombraban al triángulo acutángulo, por lo que hemos validado ambas ya que también es un triángulo acutángulo.

Las preguntas 8, 9 y 10 las vamos a analizar de manera conjunta ya que corresponden a problemas. En dichas preguntas los alumnos presentaron más dificultades de comprender el significado del problema que de geometría, por eso que las analicemos separadas del resto. En la pregunta que más dificultades hemos observado ha sido en el problema 9, donde tienen que dibujar un circuito de 200m de ancho y el doble de largo, y después se les dice que una persona dio 4 vueltas. Algunos alumnos lo que hicieron fue sumar 200m más 400m y posteriormente multiplicando por 4, algo que es incorrecto ya que en este caso sería media vuelta, por lo que no entendieron que debían de dibujar un rectángulo. En los otros dos problemas no encontramos mayores dificultades de carácter geométrico.

En definitiva creemos que se han cumplido los objetivos que nos marcamos para llevar a cabo dicha unidad. Hemos observado una gran mejoría respecto a la prueba inicial, donde la gran mayoría de alumnos no tenía conocimientos previos acerca del tema, suspendiendo la prueba final tan solo 7 alumnos de los 48 frente a los 34 suspensos en

la prueba inicial. Además se han obtenido buenos resultados, obteniendo un gran número de sobresalientes, 14 en concreto.

En la prueba inicial presentaban un nivel 1 de reconocimiento ya que no tenían adquiridos las propiedades de los polígonos, y lo relacionaban con lo que conocían de su entorno. Tras la prueba final, podemos observar que mínimo presentan un nivel 2 de análisis ya que son capaces de clasificar los polígonos atendiendo a sus propiedades, incluso a sus definiciones. Es difícil saber si han adquirido el nivel 3 de rigor ya que no se presentan actividades de este nivel en la prueba final, donde deban hacer relaciones entre propiedades de polígonos.

6. CONCLUSIONES, ALCANCES DEL TRABAJO

En este último apartado vamos a explicar las conclusiones a las que hemos llegado a través de la intervención llevada a cabo en el aula durante el Prácticum II del Grado de Educación Primaria.

De acuerdo con el currículo de Castilla y León, la enseñanza de la geometría debe basarse en la clasificación e identificación a través de sus elementos, construcciones a través de materiales manipulativos y aplicaciones informáticas, y trabajar las propiedades geométricas con materiales manipulativos y herramientas digitales como en nuestro caso GeoGebra. Como observamos el propio currículo incentiva el uso de programas de geometría dinámica como GeoGebra. (D. 38/2022)

Además, el currículo insiste en no alejar el aprendizaje de la geometría de otros saberes, sino relacionar varios bloques con una actividad. Es por ello, que en la parte práctica con GeoGebra y en la evaluación final se han diseñado actividades donde también se trabaje la medida con la geometría, ya sea a través de la resolución de problemas.

Además, como hemos observado anteriormente, la enseñanza de la Geometría se basa en una metodología tradicional, donde el profesor es el transmisor de los conocimientos y los alumnos son los receptores de esa información llevada a cabo en papel y bolígrafo, lo que hace que el alumno no tome un papel protagonista en su aprendizaje.

El papel del docente debería ser totalmente distinto, no basarse únicamente en ser un mero transmisor de los conocimientos, sino de hacer partícipes a los alumnos en su aprendizaje guiándoles hacía un descubrimiento guiado como indican Barrantes y Blanco (2004).

La enseñanza de la Geometría siempre estaba relegada a finales de curso, sin apenas darle el trato que se merece. La Geometría se basaba en realizar figuras planas en papel sin que los alumnos tuvieran una visualización de esta con el mundo que les rodea. Es ahí cuando surgen algunos modelos como el de Van Hiele.

Gracias al modelo de Van Hiele, hemos podido llevar a cabo esta experimentación con el programa de geometría dinámica GeoGebra. Ya que esto nos permitía llevar a cabo una enseñanza de la geometría alejada de los métodos tradicionales con papel, y trabajar a la vez con programas de geometría dinámica como dicta el currículo. Por lo que de esta manera conseguíamos un aprendizaje activo de los alumnos donde llevaban a cabo una enseñanza por descubrimiento guiado basado en el modelo de Van Hiele.

En cuanto a la realización de la intervención en el aula, primeramente realizamos una búsqueda acerca de actividades geométricas en GeoGebra que se pudieran utilizar en 5º de Primaria y trabajaran los contenidos adecuados. Pudimos comprobar que apenas hay actividades destinadas a estos alumnos, y las que había no nos aportaban esa metodología de aprendizaje por descubrimiento que queríamos llevar a cabo.

Aquí nos damos cuenta de que los programas informáticos de Geometría Dinámica pueden carecer de actividades debido a que los profesores no utilicen dichas herramientas digitales, y prefieran llevar a cabo una enseñanza con unos métodos más tradicionales, ya sea en papel o con objetos manipulables.

Pensamos que una de las razones por las que los docentes no emplean estas herramientas digitales, puede deberse a su desconocimiento acerca de ellas. También pensamos que otra de las razones es que los docentes piensen que los alumnos no presentan las capacidades cognitivas necesarias para poder explotar el potencial que ofrecen los programas de geometría dinámica. A pesar de ello, puede ser bueno ir trabajando con estas herramientas para ir acostumbrando a los alumnos y poder explotarlas en el momento en que sus capacidades lo permitan.

Como hemos observado en el aula durante la realización de los cuestionarios de Geogebra, los alumnos no se encuentran habituados a trabajar con esta metodología por descubrimiento, y al principio sienten mayores dificultades y se agobian. En el momento en el que ellos mismos no llegan a adquirir el aprendizaje que necesitan se frustran, pero ahí es cuando nosotros como docentes tenemos que orientarles y guiarles hacia la solución correcta de tal manera que lleguen a adquirir dichos conocimientos.

Como he mencionado anteriormente al no estar acostumbrados a esta manera de trabajar, basada en el modelo de Van Hiele, los cuestionarios llevados a cabo con GeoGebra no salieron del todo como se pensó en un inicio. Si los alumnos estuvieran habituados a trabajar con programas de este estilo, el aprendizaje hubiera sido más satisfactorio, pero al tener tan poco tiempo para poder llevar a cabo la implementación creemos que ha sido satisfactoria.

Aunque en los cuestionarios con GeoGebra los alumnos mostraban ciertas dificultades han ido llevando un aprendizaje correcto y han ido adquiriendo los conocimientos de geometría que nos propusimos. Podemos observar como en la evaluación inicial que llevamos a cabo el primer día, muy pocos alumnos la superaron, por lo que partíamos de unos conocimientos previos muy pobres. Esto también hizo que los cuestionarios GeoGebra les resultasen de una mayor dificultad ya que partían de una base muy baja. Pero finalmente hemos visto como con la evaluación final los alumnos han adquirido el aprendizaje que deseábamos, teniendo muy pocos alumnos suspensos, en concreto 7, en comparación con la prueba inicial, 34 suspensos.

También hemos observado una pequeña diferencia entre ambas clases. La clase de 5º B presentaba menores dificultades durante la realización de los cuestionarios GeoGebra, además de unas mejores notas en las evaluaciones finales.

Uno de los aspectos positivos para llevar a cabo esta intervención en el aula ha sido disponer de portátiles ambas clases, lo que nos ha permitido trabajar a diario con GeoGebra e ir avanzando en dicho aprendizaje por descubrimiento. Además, del buen funcionamiento de la conexión Wi-fi que no hemos tenido ningún problema técnico, por lo que el desarrollo de las sesiones ha sido correcto.

En el momento de realizar este Trabajo de Fin de Grado, tanto a la hora de elaborar el documento como en la realización de la intervención en el aula hemos presentado algunas limitaciones. Como hemos mencionado anteriormente, apenas encontramos actividades en GeoGebra adaptables a los alumnos de 5º de Educación Primaria, por lo tuvimos que diseñar nosotros mismos las actividades desde cero, creando los applets oportunos e introduciendo las preguntas que considerábamos oportunas.

Además de no encontrar actividades, encontramos muy pocos artículos científicos de experiencias previas en el aula de Educación Primaria con GeoGebra. Muchos de los artículos que encontrábamos no estaban ceñidos a experiencias con alumnos, sino a aprendizajes para maestros por lo que no nos servían, y los pocos que encontramos solían estar en otros idiomas. Al realizar la búsqueda sistemática leímos algunos resúmenes de artículos que parecían interesantes y que nos podían aportar algo positivo, pero cuando tratamos de buscarlos para leerlos nos fue imposible conseguirlos de manera gratuita por lo que no pudimos llevar a cabo un análisis de ellos.

Al momento de llevar a cabo esta investigación, también he aprendido aspectos que no conocía. El software de geometría dinámica GeoGebra lo había utilizado únicamente en 4 o 5 ocasiones durante una asignatura de matemáticas del 2º curso del grado de Educación Primaria, y no sabía la cantidad de aprovechamiento que tenía dicho programa. Además, no conocía de la existencia de GeoGebra Classroom y me ha parecido muy interesante poder realizar diferentes actividades y que los alumnos puedan unirse a través de un simple código y quede todo totalmente registrado. Algo que me recordaba a otras webs de las cuales si tenía conocimiento como Kahoot, pero que no ofrecen recursos matemáticos.

Con esta experiencia he aprendido a poder diseñar actividades donde se refuerce la participación activa de los alumnos, en lugar de explicar y que ellos escuchen y luego realicen actividades. Si no que sean ellos mismos los que construyen su aprendizaje.

Me ha satisfecho poder realizar dicha intervención en el aula y volvería a repetir dicha experiencia con futuros alumnos. Aunque, para un mejor aprovechamiento los alumnos deberían estar más acostumbrados a trabajar con dicha metodología para aprovechar el potencial geométrico que nos brinda GeoGebra. Para ello deberían de trabajar a lo largo del curso con esta metodología por descubrimiento, además de empezar a utilizar

GeoGebra en cursos inferiores, para cuando alcancen cursos más elevados puedan exprimir el gran potencial de dicho software.

Finalmente, creemos que se han conseguido cumplir los objetivos que nos pusimos inicialmente donde hemos podido llevar a cabo una gran revisión de experiencias previas y posteriormente poder diseñar una propuesta para los alumnos, la cual ha resultado productiva y motivadora para el alumnado que no está acostumbrado a trabajar de esta forma.

REFERENCIAS

- Araya, G. V. V. R. (2012). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *UNICIENCIA*, 27.
- Arnal-Bailera, A. (2015). Construyendo la idea de cuadrado: Un ejemplo de la integración de GeoGebra en el currículo de 1º de primaria. *Revista electrónica de investigación y docencia creativa*. <https://doi.org/10.30827/digibug.37015>
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL. “El Mácaro”. *Revista Enseñanza de la Matemática*, 12 al 16(número extraordinario), 67-87.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Codina, L. (2018). *Revisiones bibliográficas sistematizadas. Procedimientos generales y Framework para Ciencias Humanas y Sociales*
- DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León [BOCYL] N° 190. Consejería de Educación. 30 de septiembre de 2022.*
- Esquivel, M. y Ferrarri, E. (2005). *Evolución de los niveles de pensamiento geométrico de estudiantes de profesorado en Matemática*. Recuperado de <http://www.unne.edu.ar/Web/cyt/com2005/9-Educacion/D-019.pdf>
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. *Un paseo por la geometría*. Recuperado de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>
- GeoGebra*. (s/f). GeoGebra.

- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1991). El Modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: Los Giros. *Educación Matemática* 3(2), 49-65.
- Gutiérrez, A., Jaime, A., & Gutiérrez, P. (2021). Networked analysis of a teaching unit for primary school symmetries in the form of an E-book. *Mathematics*, 9(8), 832. <https://doi.org/10.3390/math9080832>
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI*. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Ibáñez, M. R. (2019). *ANÁLISIS DE LOS NIVELES DE VAN HIELE SOBRE CUADRILÁTEROS Y TRIÁNGULOS EN ALUMNOS DE SEXTO DE PRIMARIA*. Universidad de Sevilla.
- Jaime, A., y Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En S. Llinares y M. V. Sánchez (Eds.), *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.
- Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1994). A model of test design to assess the Van Hiele levels [Un modelo para evaluar los niveles de Van Hiele]. En J. da Ponte & J. Matos (Eds.), *Proceedings of the International Conference for the Psychology of Mathematics Education (PME-18th)* [Actas de la Conferencia Internacional para la Psicología de la Educación Matemática (PME-18th)], 41- 48. Lisboa, Portugal
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías en el plano. La Evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis Doctoral). Universidad de Valencia, España.
- Joven, C. V. (2014). *INTEGRACIÓN DE GEOGEBRA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN EL 2º CURSO DE PRIMARIA*. Universidad de Zaragoza.

M^a Elena Segade Pampín, M. C. N. R. (Ed.). (2018). *Secuencia didáctica para el estudio de los triángulos en Educación Primaria con Geogebra y un primer análisis* (Vol. 98). Reivista didáctica de las Matemáticas.

National of Council of Teacher of Mathematics. (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*.

Recursos Científicos. (s/f). Fecyt.es. Recuperado el 7 de junio de 2023, de <https://www.recursoscientificos.fecyt.es/>

Reisa, Z. A. (2010). Computer supported mathematics with Geogebra. *Procedia, Social and Behavioral Sciences*, 9, 1449–1455. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.12.348>

Roldán, S. C. (2014). *El uso de Geogebra dentro del aula de matemáticas en Educación Primaria*. Universidad de Granada.

Scopus preview - Scopus - Welcome to Scopus. <https://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic#basic>

VAN HIELE P. *El problema de la comprensión* [tesis doctoral]. Utrecht: Universidad Real de Utrecht, Facultad de Matemática; 1957

Van Hiele P. *Structure and Insight: A theory of mathematics education*, 1986.

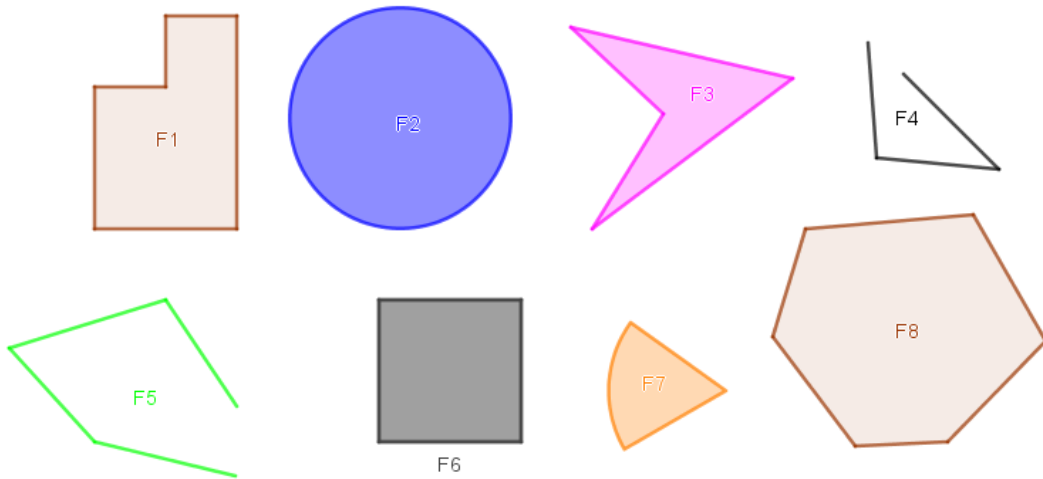
Web of Science. <https://www.webofscience.com/wos/woscc/basic-search>

ANEXOS:

ANEXO I: Prueba inicial.

NOMBRE Y APELLIDOS:

1. A partir de las siguientes figuras planas dadas, indica cuales son polígonos y cuáles no. ¿Por qué?



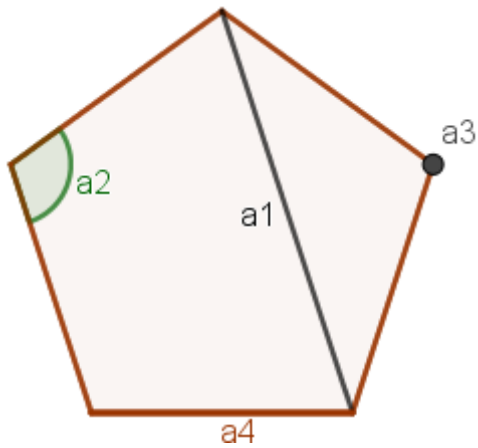
.....

.....

.....

.....

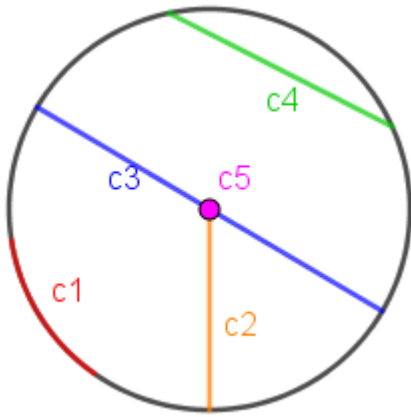
2. A partir de este polígono identifica sus partes y relaciónalas con su significado.



- 1:
- 2:
- 3:
- 4:

- : son los segmentos que forman la línea poligonal.
- : son los puntos donde se unen los lados.
- : segmentos que unen dos puntos no consecutivos.
- : son los ángulos que forman los lados.

3. A partir de la circunferencia dada identifica sus elementos.



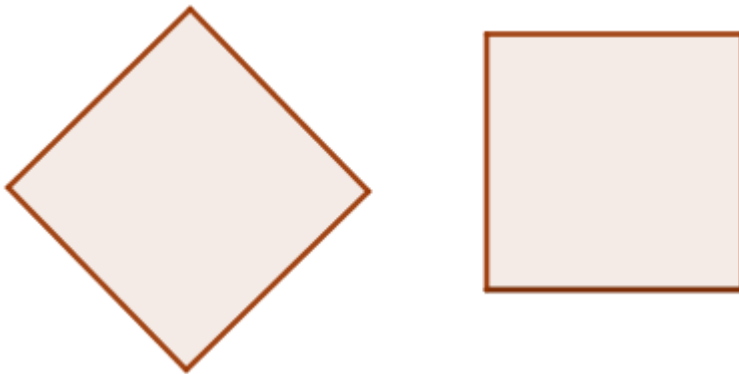
- 1:
- 2:
- 3:
- 4:
- 5:

4. ¿Qué es un polígono regular? ¿En qué se diferencia de un irregular?

5. ¿En qué se diferencian un círculo de una circunferencia?

6. ¿Recuerdas qué tipos de triángulos hay según sus lados? Explica las diferencias.

7. Observa la siguiente imagen y di qué polígonos son. ¿Observas alguna diferencia?



ANEXO II: Libro cuestionarios Geogebra Classroom:



<https://www.geogebra.org/m/gxejzj9b>

ANEXO III: Evaluación final:

1. Contesta a las preguntas:

- Nombra los elementos de un polígono.

.....
.....

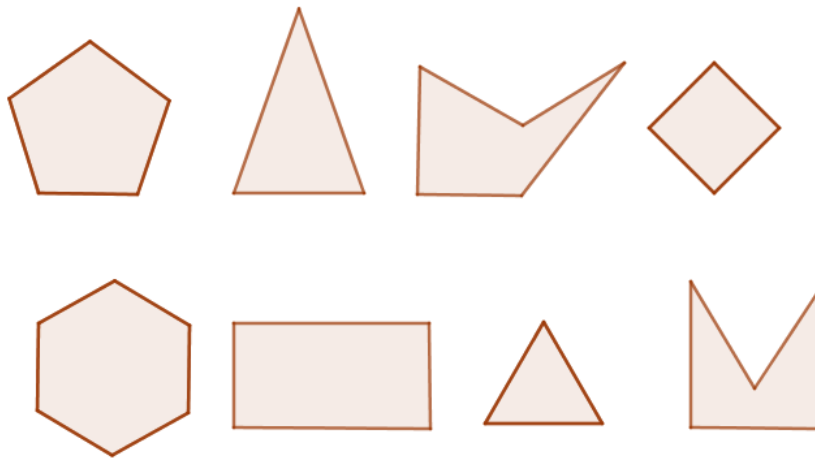
- ¿Qué es un polígono regular? ¿Y un irregular?

.....
.....
.....

- ¿Qué diferencias hay entre un polígono cóncavo y uno convexo?

.....
.....
.....

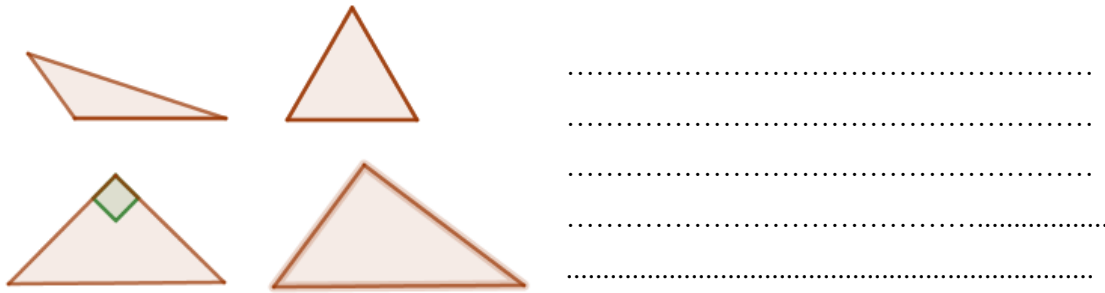
2. Clasifica estos polígonos en regulares e irregulares. Después indica como son según su número de lados.



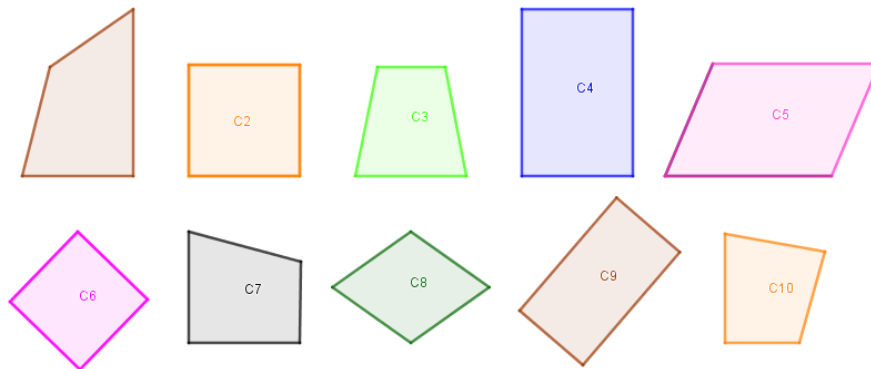
.....
.....
.....

3. Dibuja un polígono cóncavo y otro convexo de 4 lados. Después dibuja un polígono cóncavo con más de un ángulo cóncavo.

4. Clasifica estos triángulos según sus lados y ángulos.

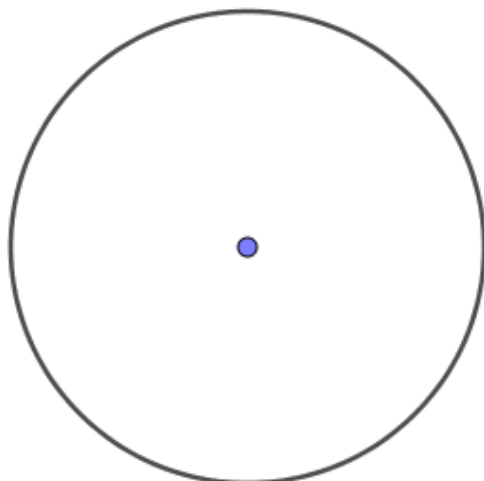


5. Clasifica los cuadriláteros en trapezoides, trapecios y paralelogramos. Después clasifica los paralelogramos.



.....

6. Señala en la circunferencia los elementos de esta. Después relaciónalos con su significado.



-: segmento que une dos puntos de la circunferencia.
-: punto que está a igual distancia de cualquier punto de la circunferencia.
-: segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro.
-: parte de la circunferencia comprendida entre dos puntos de esta.
-: segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

7. Identifica el polígono:

- Triángulo que tiene dos lados de 5cm y un lado de 7cm.....
- Paralelogramo que tiene dos lados de 4cm y otros dos de 7cm y cuatro ángulos iguales.....
- Triángulo que tiene todos sus ángulos iguales.....
- Triángulo que tiene un ángulo de 120°
- Paralelogramo que tiene cuatro lados de 5cm y dos ángulos de 120°
- Cuadrilátero regular.....

8. Una parcela cuadrada tiene de perímetro 800 metros. ¿Cuánto mide cada lado de la parcela?

9. Tomás ha dado cuatro vueltas a un parque que tiene 200 m de ancho y el doble de largo
¿Qué distancia ha caminado Tomás?

10. Queremos vallar una parcela pentagonal regular. Su lado mide igual que el lado de un triángulo equilátero de 90 metros de perímetro. ¿Cuántos metros de valla necesitaremos?

