



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

Influencia de distintas hipótesis aplicables al cálculo plástico de un pórtico

Autor:

Alonso Gómez, Javier

Tutores:

Magdaleno González, Álvaro
Lorenzana Ibán, Antolín

CA, IT, MMCyT Estructuras

Valladolid, marzo 2024.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo conocer y analizar la influencia de las distintas hipótesis aplicables al cálculo plástico de estructuras, especialmente de pórticos. Para ello se comenzará estudiando una viga empotrada isostática para ir aprendiendo la metodología y, posteriormente, se estudiarán un pórtico plano y un pórtico a dos aguas sometidos a distintas fuerzas.

El estudio se llevará a cabo mediante el programa informático SAP 2000, el cual permitirá modificar las hipótesis para conseguir desde un modelo lo más ideal posible para simplificar el estudio, hasta un modelo con las características lo más reales posibles para conseguir la mayor semejanza a la realidad. Las características que se modificarán serán material, tipo de rótula, influencia del axil y del cortante, interacción de esfuerzos y efecto P-Delta.

Tras realizar el análisis plástico de cada modelo, se realizará un estudio y comparación entre los distintos casos para alcanzar unas conclusiones oportunas del estudio.

Palabras clave: rótula, hipótesis, pórtico, modelo, cálculo plástico.

Abstract

The present study aims to understand and analyze the influence of different hypotheses applicable to the plastic calculation of structures, especially frames. To achieve this, it begins by studying a statically determinate fixed-ended beam to learn the methodology, and subsequently, a flat frame and a two-sloped frame will be studied under various forces.

The study will be carried out using the computer program SAP 2000, which will allow for the modification of hypotheses to achieve models ranging from the most idealized characteristics to simplify the study, to models with the most realistic characteristics to achieve the greatest similarity to reality. The characteristics that will be modified include material, type of hinge, influence of axial and shear forces, stress interaction, and P-Delta effect.

After performing the plastic analysis of each model, a study and comparison will be conducted among the different cases of each model to reach appropriate conclusions from the study.

Keywords: hinge, hypotheses, frame, model, plastic calculation.

Índice general

1. Introducción	7
1.1. Introducción del trabajo	7
1.2. Justificación del trabajo	7
1.3. Alcance	8
1.4. Objetivo.....	8
2. Marco teórico. Cálculo plástico.....	9
2.1. Comportamiento plástico de un material	9
2.2. Rótula plástica	10
3. Metodología.....	13
3.1. Material utilizado	13
3.2. Hipótesis aplicables al cálculo plástico.....	15
3.3. Viga empotrada.....	16
4. Pórtico plano	57
5. Pórtico a dos aguas	73
6. Conclusiones	83
6.1. Líneas futuras	83
6.2. Consideraciones adicionales	84
Referencias bibliográficas	85

Índice de figuras

Figura 1. Curva ideal tensión – deformación.....	9
Figura 2. Evolución de la sección de un elemento cuyo material es elastoplástico perfecto sometido a flexión.	10
Figura 3. Curva tensión - deformación simplificado.	11
Figura 4. Evolución del factor de carga - deflexión, y la distribución de tensiones en la sección central para cada instante.....	11
Figura 5. Características perfil HEB 280.	13
Figura 6. Dimensiones perfil HEB 280.	14
Figura 7. Propiedades perfil HEB 280.	14
Figura 8. Viga empotrada con esfuerzo a flexión.	16
Figura 9. Propiedades modificadas del perfil.	17
Figura 10. Propiedades acero S275.....	18
Figura 11. Propiedades rótula ideal.	19
Figura 12. Interacción de esfuerzos.	19
Figura 13. Control de aplicación de carga.	20
Figura 14. Deformada viga empotrada.	20
Figura 15. Diagramas.	21
Figura 16. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.....	21
Figura 17. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	22
Figura 18. Propiedades rótula ideal no extrapolada.	23
Figura 19. Diagramas.	24
Figura 20. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.....	24
Figura 21. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	25
Figura 22. Propiedades rótula real.	26
Figura 23. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.....	27
Figura 24. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	28
Figura 25. Propiedades acero S275 reales.	29
Figura 26. Diagramas.	30
Figura 27. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.....	30
Figura 28. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	31
Figura 29. Propiedades modificadoras del perfil.....	32
Figura 30. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	33
Figura 31. Propiedades modificadas del perfil.	34
Figura 32. Propiedades reales acero S275.	35
Figura 33. Propiedades rótula real.	35
Figura 34. Interacción de esfuerzos.	36
Figura 35. Diagramas.	37
Figura 36. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.....	37
Figura 37. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	38
Figura 38. Gráfica Carga - Desplazamiento.	40

Figura 39. Viga empotrada con esfuerzos a flexión y a axil.....	41
Figura 40. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	42
Figura 41. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	43
Figura 42. Interacción de esfuerzos axiles y cortantes.....	44
Figura 43. Propiedades rótula.....	45
Figura 44. Diagramas.....	45
Figura 45. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	46
Figura 46. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.....	46
Figura 47. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	47
Figura 48. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	48
Figura 49. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	49
Figura 50. Propiedades rótula.....	50
Figura 51. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	50
Figura 52. Propiedades rótula.....	52
Figura 53. Propiedades rótula real.....	52
Figura 54. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.....	53
Figura 55. Gráfica Carga - Desplazamiento.....	56
Figura 56. Pórtico plano.....	58
Figura 57. Disposición rótulas.....	58
Figura 58. Deformada del pórtico plano.....	59
Figura 59. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	59
Figura 60. Propiedades modificadas perfil.....	60
Figura 61. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	60
Figura 62. Deformada del pórtico plano.....	61
Figura 63. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	61
Figura 64. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	62
Figura 65. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	63
Figura 66. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	64
Figura 67. Efecto P-Delta.....	65
Figura 68. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	66
Figura 69. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	67
Figura 70. Gráfica Carga - Desplazamiento.....	70
Figura 71. Pórtico a dos aguas.....	73
Figura 72. Disposición rótulas pórtico a dos aguas.....	74
Figura 73. Deformada ideal.....	75
Figura 74. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	75
Figura 75. Diagrama de esfuerzos axiles ideal.....	76
Figura 76. Diagrama de momentos flectores ideal.....	76
Figura 77. Deformada real.....	77
Figura 78. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.....	77
Figura 79. Diagrama de esfuerzos axiles real.....	78
Figura 80. Diagrama de momentos flectores real.....	78
Figura 81. Gráfica Carga - Desplazamiento.....	81

Índice de tablas

Tabla 1. Tabla fuerza de colapso (viga empotrada con esfuerzo a flexión).....	39
Tabla 2. Desplazamiento extremo libre (viga empotrada con esfuerzo a flexión)	39
Tabla 3. Rotación plástica (viga empotrada con esfuerzo a flexión).....	40
Tabla 4. Fuerza de colapso (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil) ...	54
Tabla 5. Desplazamiento extremo libre (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil)	55
Tabla 6. Rotación plástica (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil).....	55
Tabla 7. Fuerza de colapso (pórtico plano)	68
Tabla 8. Desplazamiento del nudo c (pórtico plano)	69
Tabla 9. Rotación plástica nudo c (pórtico plano)	69
Tabla 10. Fuerza de colapso (pórtico a dos aguas).....	79
Tabla 11. Desplazamiento nudo c (pórtico a dos aguas).....	79
Tabla 12. Rotación plástica nudo c (pórtico a dos aguas).....	80

1. Introducción

1.1. Introducción del trabajo

En el cuarto año del curso de Ingeniería Mecánica, se aborda la asignatura de Estructuras y Construcciones Industriales, donde aproximadamente un tercio de la asignatura se dedica al estudio del cálculo plástico. Durante este periodo, se abordan problemas de diversas estructuras con el objetivo de analizar cómo colapsan los sistemas planteados. Se busca determinar los momentos internos presentes, el orden de las rótulas plásticas, la fuerza de colapso y los giros y desplazamientos resultantes.

En el cálculo plástico, se busca identificar la carga máxima que una estructura puede soportar antes de experimentar un colapso plástico, es decir, antes de llegar a un punto en el cual la deformación permanente y la redistribución de esfuerzos conducen a la pérdida de la capacidad de carga de la estructura. En esencia, este enfoque se centra en determinar el límite último de resistencia de un sistema estructural antes de que se produzca un fallo irreparable.

1.2. Justificación del trabajo

Este TFG nace de la necesidad en el campo de la ingeniería estructural de profundizar en la compresión y evaluación de la influencia que diversas hipótesis pueden ejercer en el cálculo plástico de un pórtico. Por lo tanto, es fundamental realizar un análisis sistemático de cómo distintas hipótesis afectan los resultados del cálculo plástico y, en última instancia, la viabilidad y rendimiento estructural.

Se va a llevar a cabo un estudio detallado que abarcará diversas estructuras y modelos, cada uno con simplificaciones distintas. A lo largo de este proceso, se explicará cómo varía cada parámetro en función de diferentes restricciones. El objetivo es comprender hasta qué punto cada simplificación se aproxima o se aleja de la realidad. Este enfoque permitirá obtener una visión más clara de la influencia de las simplificaciones en la precisión de los distintos modelos y en su representación de la realidad.

Se explorará un rango que va desde un modelo “ideal”, que se asemejará mucho a lo que se podría lograr al realizar manualmente el cálculo plástico de un conjunto de barras, hasta un modelo “real”, donde el programa SAP2000 versión 24 examinará el cálculo plástico de una manera que sería impracticable hacer de forma manual. Esto permitirá comparar cómo las

aproximaciones más simples se relacionan con los análisis más sofisticados, mostrando las diferencias entre la teoría y las aplicaciones más avanzadas en el cálculo estructural.

1.3. Alcance

El alcance de este proyecto se centrará en hacer un análisis detallado de la influencia de distintas hipótesis en el cálculo plástico de pórticos, abordando tanto aspectos teóricos como prácticos. Se implementará una metodología sólida utilizando el programa SAP2000 para evaluar y comparar el impacto de distintas hipótesis en el comportamiento estructural de los pórticos.

1.4. Objetivo

Considerando todo lo expuesto anteriormente, el objetivo fundamental de este proyecto sobre el cálculo plástico será comparar y comprender una serie de modelos que abarcan desde los más simples e ideales hasta modelos más complejos que solo pueden ser modelados y analizados mediante el uso de softwares.

La comparación propuesta brindará información valiosa sobre qué parámetros ejercen una mayor influencia en cada modelo, cuáles generan variaciones mínimas y cuáles de estas variaciones son más significativas. Esto, junto al objetivo de obtener una comprensión más profunda de las prácticas manuales y computacionales realizadas en la asignatura, permitirá percibir de manera más concreta cómo se lleva a cabo el estudio de estructuras de barras mediante el cálculo plástico.

2. Marco teórico. Cálculo plástico.

Cálculo plástico describe el análisis de estructuras sometidas a cargas que superan su límite elástico, resultando en deformaciones permanentes o plastificación. Este tipo de análisis es fundamental para comprender el comportamiento de materiales como metales o plásticos en situaciones de carga extrema, como en el diseño de estructuras y componentes sujetos a grandes deformaciones o situaciones de impacto.

El comportamiento del material del que está formada una estructura varía en función de la carga que se le aplique, de forma ideal como se puede observar en la figura 1, curva ideal tensión – deformación, donde se representa la tensión que soporta una fibra frente a la deformación que se produce.

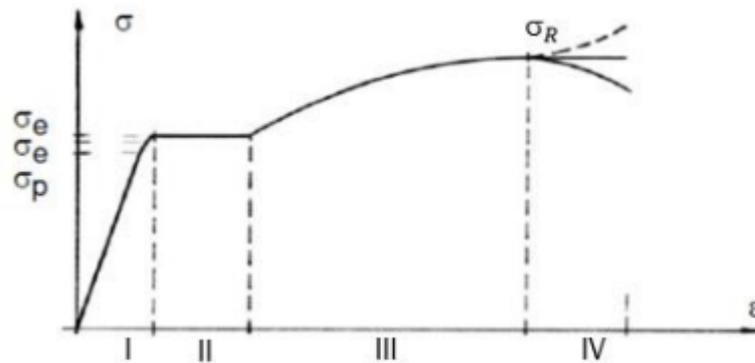


Figura 1. Curva ideal tensión – deformación.

La primera zona es la correspondiente al periodo plástico, donde existe proporcionalidad entre tensión y deformación, siendo la pendiente de la recta el módulo de Young (E). La segunda zona es el periodo de fluencia, en el cual aumenta considerablemente la deformación del material, dentro de unos intervalos de tensión sensiblemente constantes. La siguiente etapa es la de endurecimiento, hasta llegar a un punto máximo donde se produce la rotura.

2.1. Comportamiento plástico de un material

Para mostrar el comportamiento plástico de un material se va a considerar un elemento tipo viga de un material elasto-plástico perfecto con una sección doblemente simétrica y sometido únicamente a flexión, cuyas cargas irán

aumentando desde cero hasta alcanzar el colapso de la sección, la evolución es como se muestra en la figura 2.

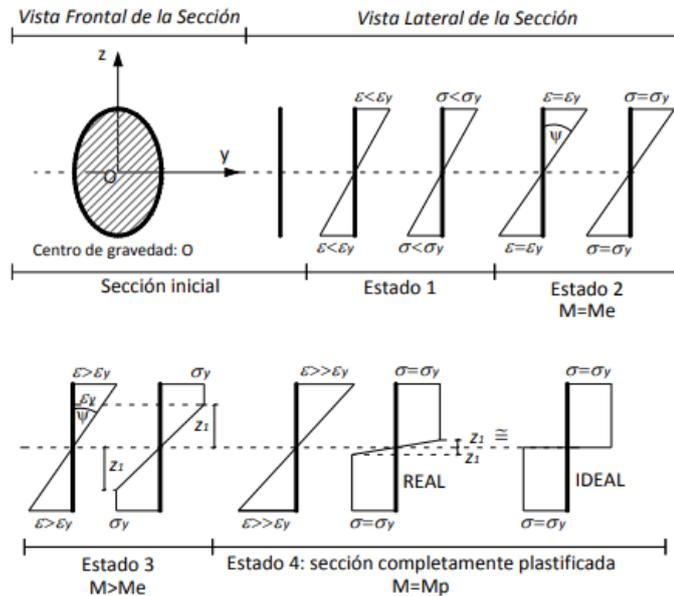


Figura 2. Evolución de la sección de un elemento cuyo material es elastoplástico perfecto sometido a flexión.

Estado 1: la sección se encuentra en rango elástico, $M < M_e$ (momento elástico).

Estado 2: la sección se encuentra en el estado límite elástico a punto de entrar en la rama plástica de la curva tensión-deformación, en este instante el valor de $M = M_e$.

Estado 3: sección en estado elasto-plástico, pues existe una zona que se encuentra en rango elástico y otra en la cual las fibras han alcanzado la fluencia, en rango plástico donde $M > M_e$.

Estado 4: a medida que sigue aumentando el momento, toda la sección se va plastificando hasta que colapsa y se forma la rótula plástica, donde $M = M_p$ (momento plástico).

2.2. Rótula plástica

Las rótulas plásticas se forman cuando una sección plastifica, produciéndose una elongación en cualquier punto de esta. La estructura entra en colapso y adquiere un grado de hiperestaticidad negativo en el momento que se han creado las rótulas suficientes para que suceda, de forma que pierde un grado de hiperestaticidad por cada rótula nueva que se ha formado.

Una rótula se define por secciones en las que se produce plastificación completa, pudiendo girar indefinidamente sin alterar el momento plástico.

Según el modelo simplificado de la figura 3, la rótula se produce en la intersección entre la zona elástica y plástica. En la realidad dicha gráfica es progresiva, debido al endurecimiento por deformación, pero la simplificación se lleva a cabo quedando del lado de la seguridad.

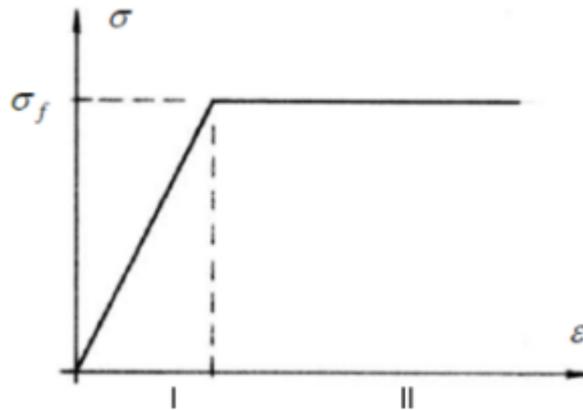


Figura 3. Curva tensión - deformación simplificado.

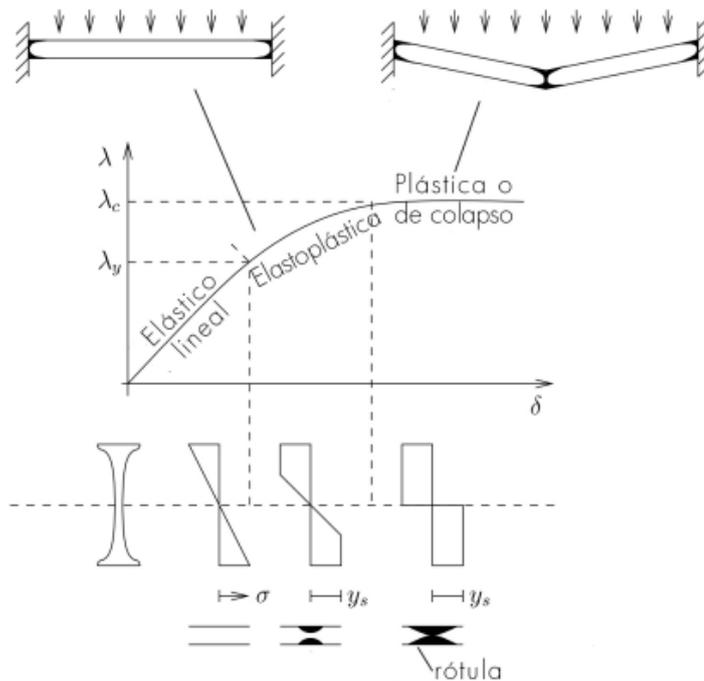


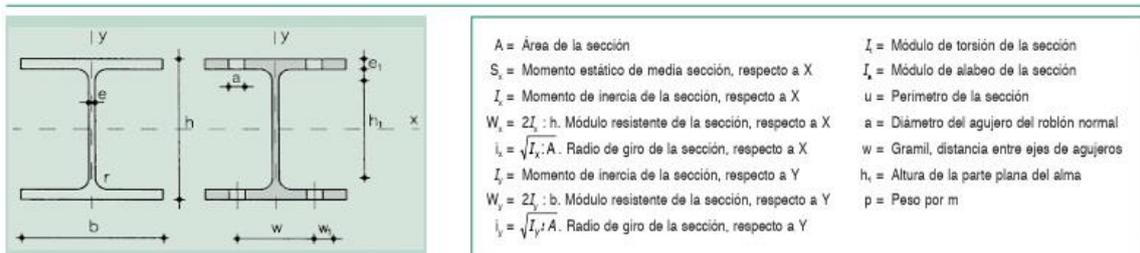
Figura 4. Evolución del factor de carga - deflexión, y la distribución de tensiones en la sección central para cada instante.

3. Metodología

3.1. Material utilizado

Sin pérdida de generalidad, el material utilizado tendrá las siguientes características:

- Acero S275 -> Límite elástico de 275 MPa, que es la tensión máxima que un material elastoplástico puede soportar sin sufrir deformaciones permanentes.
- Perfil HEB 280



Perfil	Dimensiones							Términos de sección										Agujeros			Peso	
	h	b	e	e ₁	r	h ₁	u	A	S _x	I _x	W _x	i _x	I _y	W _y	i _y	I _t	I _a	w	w ₁	a	p	
	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	cm ²	cm ³	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ³	cm	cm ⁴	cm ⁴	mm	mm	mm	kp/m	
HEB 100	100	100	6,0	10,0	12	56	567	26,0	52,1	450	90	4,16	167	33	2,53	9,34	3.375	55	—	13	20,4	P
HEB 120	120	120	6,5	11,0	12	74	686	34,0	82,6	684	144	5,04	318	53	3,06	14,90	9.410	65	—	17	26,7	P
HEB 140	140	140	7,0	12,0	12	92	805	43,0	123,0	1.509	216	5,93	550	79	3,58	22,50	22.480	75	—	21	33,7	P
HEB 160	160	160	8,0	13,0	15	104	918	54,3	177,0	2.492	311	6,78	889	111	4,05	33,20	47.940	85	—	23	42,6	P
HEB 180	180	180	8,5	14,0	15	122	1.040	65,3	241,0	3.831	426	7,66	1.383	151	4,57	46,50	93.750	100	—	25	51,2	P
HEB 200	200	200	9,0	15,0	18	134	1.150	78,1	321,0	5.698	570	8,54	2.003	200	5,07	63,40	171.100	110	—	25	61,3	P
HEB 220	220	220	9,5	16,0	18	152	1.270	91,0	414,0	8.091	736	9,43	2.843	258	5,59	84,40	295.400	120	—	25	71,5	P
HEB 240	240	240	10,0	17,0	21	164	1.380	106,0	527,0	11.259	938	10,30	3.923	327	6,08	110,00	486.900	90	35	25	83,2	P
HEB 260	260	260	10,0	17,5	24	177	1.500	118,4	641,0	14.919	1.150	11,20	5.135	395	6,58	130,00	753.700	100	40	25	93,0	P
HEB 280	280	280	10,5	18,0	24	196	1.620	131,4	767,0	19.270	1.380	12,10	6.595	471	7,09	153,00	1.130.000	110	45	25	103,0	P
HEB 300	300	300	11,0	19,0	27	208	1.730	149,1	934,0	25.166	1.680	13,00	8.563	571	7,58	192,00	1.688.000	120	50	25	117,0	P
HEB 320	320	300	11,5	20,5	27	225	1.770	161,3	1.070,0	30.823	1.930	13,80	9.239	616	7,57	241,00	2.069.000	120	50	25	127,0	P

Figura 5. Características perfil HEB 280.

Para calcular el momento elástico (M_e) y momento plástico (M_p), es necesario conocer el módulo resistente elástico (W_e) y el módulo resistente plástico (W_p) respectivamente. A partir de la figura 5, se puede obtener que W_x = W_e, lo que facilita el cálculo del momento elástico utilizando la siguiente fórmula:

$$M_e = W_e \cdot \sigma$$

Aplicando esta fórmula se calcula el valor del momento elástico y se obtiene un valor de:

$$M_e = 1380 \cdot 10^{-6} \times 275 \cdot 10^6 = 379500 \text{ Nm}$$

Para calcular el momento plástico (M_p), primero hay que conocer el valor del módulo resistente plástico (W_p). De la figura 5 se puede obtener el medio momento estático (S_x) del perfil utilizado. Este está relacionado con el momento plástico de la siguiente manera:

$$W_p = 2 \cdot S_x$$

$$M_p = W_p \cdot \sigma = 2 \cdot S_x \cdot \sigma$$

Aplicando la fórmula dada, el cálculo del momento plástico es:

$$M_p = 2 \times 767 \cdot 10^{-6} \times 275 \cdot 10^6 = 421850 \text{ Nm}$$

En las siguientes figuras se puede observar las propiedades del perfil HEB 280 proporcionadas por la librería del programa para poder hacer el estudio a continuación:

Section Name	HE280B	Display Color	■
Section Notes: <input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>			
Extract Data from Section Property File			
Open File...	c:\program files\computers and structures\sap2000 24\property		<input type="button" value="Import..."/>
Dimensions			
Outside height (t3)	<input type="text" value="0,28"/>	Section 	
Top flange width (t2)	<input type="text" value="0,28"/>		
Top flange thickness (tf)	<input type="text" value="0,018"/>		
Web thickness (tw)	<input type="text" value="0,0105"/>		
Bottom flange width (t2b)	<input type="text" value="0,28"/>		
Bottom flange thickness (tfb)	<input type="text" value="0,018"/>		
Fillet Radius	<input type="text" value="0,024"/>		
Material			
<input type="button" value="+"/> S275 <input type="button" value="v"/>	Property Modifiers		
<input type="button" value="Set Modifiers..."/>			
Properties			
<input type="button" value="Section Properties..."/>			
<input type="button" value="Time Dependent Properties..."/>			

Figura 6. Dimensiones perfil HEB 280.

Section Name		HE280B	
Properties			
Cross-section (axial) area	<input type="text" value="0,0131"/>	Section modulus about 3 axis (top)	<input type="text" value="1,376E-03"/>
Moment of Inertia about 3 axis	<input type="text" value="1,927E-04"/>	Section modulus about 3 axis (bottom)	<input type="text" value="1,376E-03"/>
Moment of Inertia about 2 axis	<input type="text" value="6,595E-05"/>	Section modulus about 2 axis (left)	<input type="text" value="4,711E-04"/>
Product of Inertia about 2-3	<input type="text" value="0"/>	Section modulus about 2 axis (right)	<input type="text" value="4,711E-04"/>
Torsional constant	<input type="text" value="1,460E-06"/>	Warping Constant (Cw)	<input type="text" value="1,130E-06"/>
Shear area in 2 direction	<input type="text" value="2,940E-03"/>	Plastic modulus about 3 axis	<input type="text" value="1,534E-03"/>
Shear area in 3 direction	<input type="text" value="8,400E-03"/>	Plastic modulus about 2 axis	<input type="text" value="7,180E-04"/>
CG offset in 3 direction	<input type="text" value="0"/>	Radius of Gyration about 3 axis	<input type="text" value="0,1213"/>
CG offset in 2 direction	<input type="text" value="0"/>	Radius of Gyration about 2 axis	<input type="text" value="0,071"/>
Shear Center Offset (x3)*	<input type="text" value="0"/>	* Value is not used in analysis	
Shear Center Offset (x2)*	<input type="text" value="0"/>		

Figura 7. Propiedades perfil HEB 280.

3.2. Hipótesis aplicables al cálculo plástico

Las hipótesis que se irán modificando para ver su influencia en el cálculo plástico de los distintos ejemplos serán las siguientes:

- Deformación debida al esfuerzo axil (DA): se refiere a cómo la aplicación de fuerzas axiales afecta la deformación de un material. Para el estudio se podrá considerar despreciable o real y para ello utilizaremos las notaciones “dA” o “rA” respectivamente.
- Deformación debida al esfuerzo cortante (DC): deformación del material que se produce cuando se aplica un esfuerzo cortante. Para su estudio, al igual que la deformación debida al esfuerzo axil, se considerará despreciable o real utilizando las siguientes notaciones respectivamente, “dC” o “rC”.
- Sigma/Épsilon (Se): se refiere al valor del límite elástico, que podrá ser ideal, con valor de 275 MPa, o real, con el valor proporcionado por defecto por el programa. Las notaciones para diferenciar estas variables serán “i” y “r” respectivamente.
- Momento/Rotación (MR): muestra la relación entre el momento flector que soporta la sección y la rotación relativa que sufre por deformación plástica. Las diferentes variables serán ideal extrapolado (“ie”), ideal no extrapolado (“ine”) y real (“r”).
- Interacción entre esfuerzos (I): se refiere a si se utilizará un momento plástico teórico (“Mp”) o a un momento plástico reducido por la presencia del axil (“Mpr”).

Por lo que, siguiendo este procedimiento, los modelos se nombrarán de la siguiente manera:

$$M (DA, DC, Se, MR, I)$$

Aplicando las hipótesis explicadas anteriormente se podría conseguir multitud de combinaciones posibles de modelos, pero para simplificar el estudio, a cada ejemplo estudiado se le aplicarán modelos diferentes para comprobar cómo estas hipótesis afectan al resultado. A continuación, se mostrará los dos ejemplos más opuestos:

- M (dA, dC, i, ie, Mp): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico teórico.
- M (rA, rC, r, r, Mpr): modelo real, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon real, un Momento/Rotación real y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Se empezará analizando una estructura sencilla isostática, en este caso una viga empotrada, para aprender la metodología y poder abordar más adelante pórticos hiperestáticos más complejos.

3.3. Viga empotrada

Se empezará analizando una viga empotrada de acero S275, con un perfil HEB 280 y una longitud de 4 m. La viga tiene un extremo empotrado y el otro libre, en el extremo libre se aplicarán distintas fuerzas para comprobar como varia la respuesta de la viga. Se hará un primer ejemplo en el que solo estará sometido a una fuerza vertical, es decir, solo estará sometido a flexión. Y un segundo ejemplo en el que, además de flexión, también estará sometido a un esfuerzo axil, compresión.

3.3.1. Viga empotrada con esfuerzo a flexión

En este ejemplo se va a estudiar los dos casos más opuestos y unos casos intermedios para ver el comportamiento de la estructura según van variando las hipótesis. También, esta introducción al software SAP2000, permitirá conocer como cambiar las distintas hipótesis dentro del programa.



Figura 8. Viga empotrada con esfuerzo a flexión.

MODELO IDEAL

- M (dA, dC, i, ie, Mp): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una σ/ϵ ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico teórico.

Por pasos se irá diferenciando como modificar los parámetros del programa para conseguir estas hipótesis citadas:

- Para conseguir que la deformación debida al esfuerzo axial sea despreciable, hay que multiplicar la casilla de “Cross-section (axial) Area” x1000, multiplicador suficientemente elevado para que equivalga a suponer un perfil de área infinita y cumplir dicha hipótesis. Para que la deformación debida al esfuerzo cortante sea despreciable, hay que multiplicar las casillas de “Shear Area” x0. Se puede observar en la figura 9, que nos muestra los multiplicadores de las propiedades nominales del perfil, pudiéndose “adulterar” para adaptar las hipótesis a cada problema.

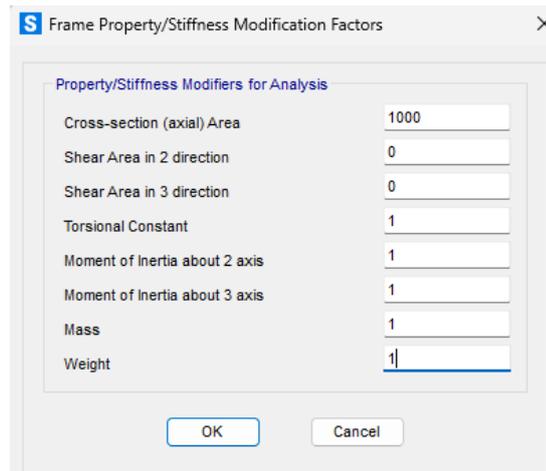


Figura 9. Propiedades modificadas del perfil.

- Para conseguir que se cumpla la hipótesis de que Sigma/Épsilon sea ideal, hay que suponer que todas las propiedades del acero tengan el mismo valor, que en este caso al ser un acero S275, tendrá un límite elástico de $2,75 \times 10^8$ Pascales como se puede observar en la figura 10.

General Data	
Material Name and Display Color	S275 ■
Material Type	Steel v
Material Grade	S275
Material Notes	<input type="button" value="Modify/Show Notes..."/>
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	76972,86
Mass per Unit Volume	7849,0474
Units	
N, m, C v	
Isotropic Property Data	
Modulus Of Elasticity, E	2,100E+11
Poisson, U	0,3
Coefficient Of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	8,077E+10
Other Properties For Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	2,750E+08
Expected Yield Stress, Fye	2,750E+08
Expected Tensile Stress, Fue	2,750E+08

Figura 10. Propiedades acero S275

- A continuación, para este modelo que se va a simplificar todo lo posible, se marcará la pestaña “is extrapolated” para extrapolar el giro de la rótula plástica y hacer que la rotación sea libre de forma indefinida una vez se ha formado la rótula, y la opción “Moment-Rotation” para conseguir que sea lo más ideal posible, véase en la figura 11. Al haber seleccionado la opción “Moment-Rotation”, el gráfico por puntos representa la relación entre el momento flector que soporta la sección y la rotación relativa que sufre por deformación plástica. El tramo A-B representa el trabajo de la sección en régimen elástico donde no se produce rotación relativa porque la sección aún no ha plastificado. El punto B ha plastificado completamente y el tramo B-C-D-E, buscando que sea una línea horizontal, representará que sin incremento del momento flector del punto B, la sección es capaz de rotar libremente. Esto se conseguirá cambiando los números de la columna “Moment/SF” de los puntos C, D y E por el valor de 1.

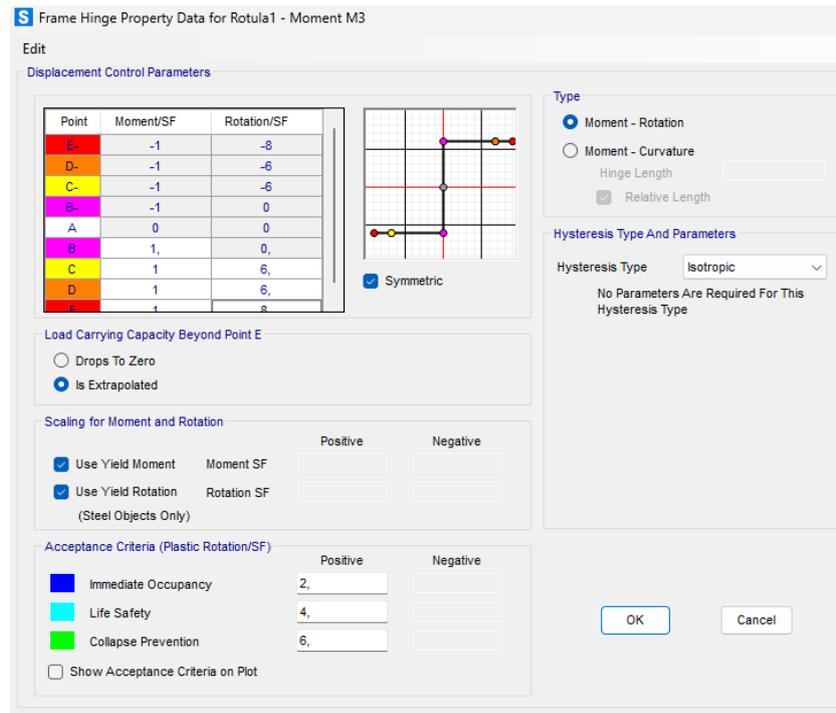


Figura 11. Propiedades rótula ideal.

- El esfuerzo que controlará el proceso de plastificación será el momento flector M3 para evitar un momento plástico reducido por el axil y conseguir un momento plástico teórico.

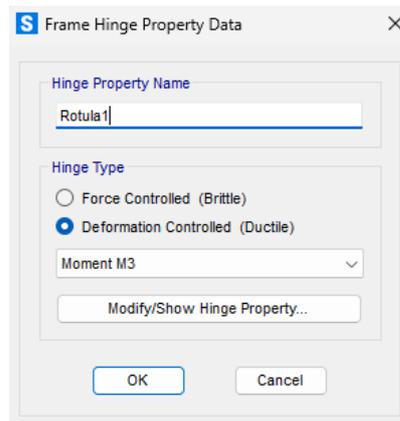


Figura 12. Interacción de esfuerzos.

- En la figura 13, se programa que en el extremo libre se vaya aumentando la carga progresivamente hasta alcanzar un desplazamiento vertical de 0,4 m, este desplazamiento se considera lo suficientemente elevado para que la estructura ya se haya convertido en mecanismo, con el objeto de que se hayan formado las rótulas plásticas oportunas, que en este caso solo puede formarse una rótula plástica en el empotramiento.

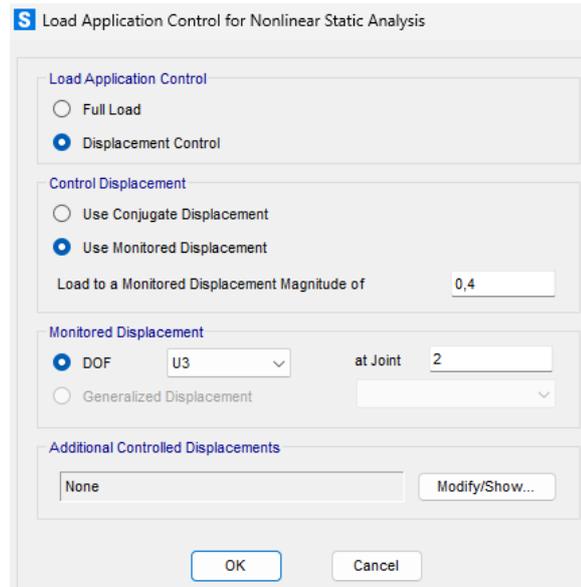


Figura 13. Control de aplicación de carga.

Una vez modificados todos los parámetros necesarios para conseguir un modelo lo más ideal posible, se pasará a visualizar los resultados.

A continuación, en la figura 14, se puede observar la deformada de la viga empotrada.

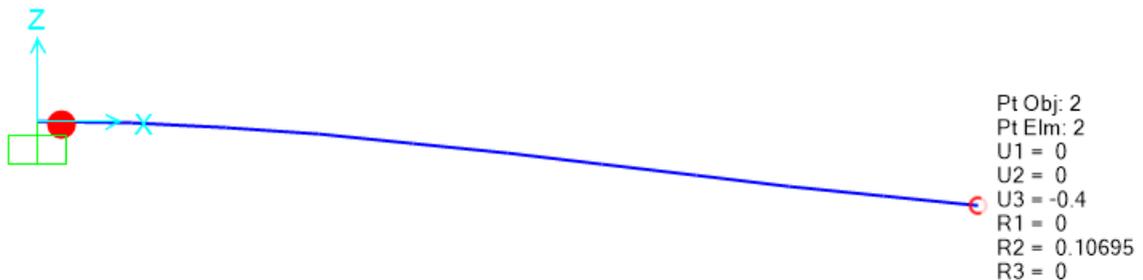


Figura 14. Deformada viga empotrada.

En el diagrama de momentos flectores mostrado a continuación, se puede observar cómo el momento en el empotramiento es $M = -421850 \text{ Nm}$, igual que el calculado anteriormente. Este momento es el necesario para que se produzca una rótula plástica. La fuerza de colapso necesaria para conseguir que se forme la rótula plástica es de $F = 105462,5 \text{ N}$ ya que longitud del voladizo es de 4 m.

Hay que destacar que, alcanzada la fuerza de colapso, se mantiene constante hasta alcanzar el desplazamiento deseado, que en este caso es de 0,4 m.

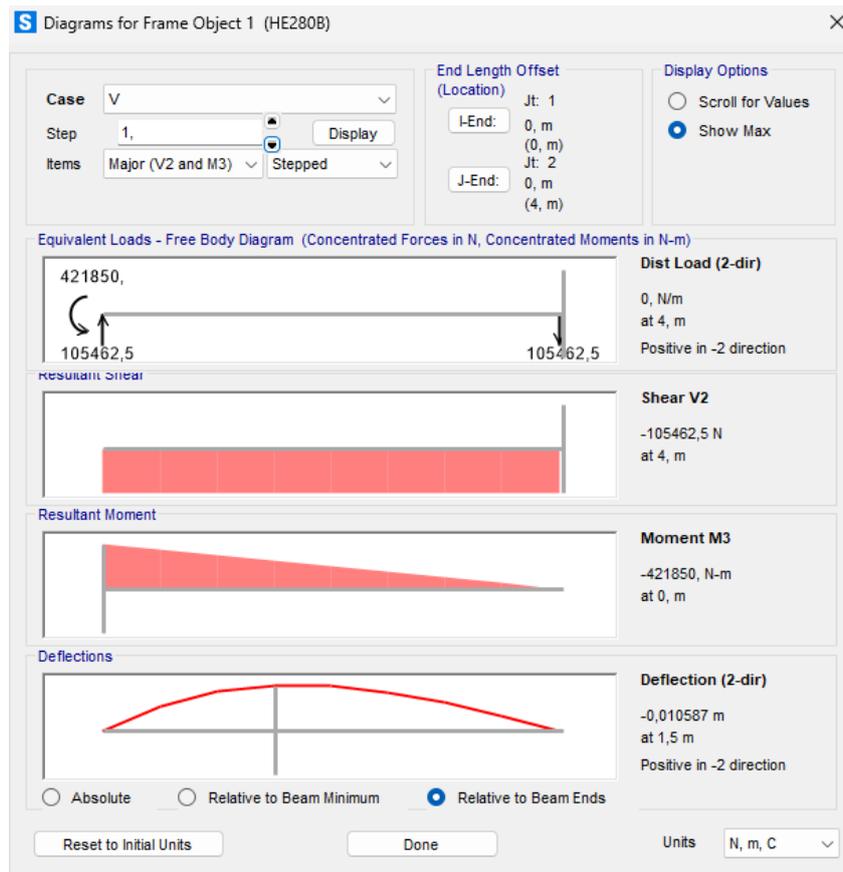


Figura 15. Diagramas.

En la siguiente figura se muestra cómo va aumentando la fuerza frente al desplazamiento del extremo libre.

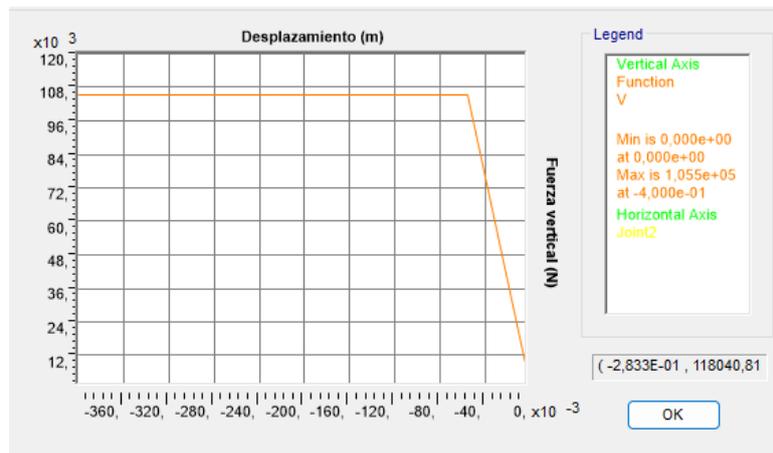


Figura 16. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento

En la figura 16, se puede observar cómo va aumentando la fuerza vertical aplicada sobre el extremo libre, y como linealmente se desplaza el extremo libre. Una vez se alcanza la fuerza de colapso, esta no aumenta, pero el desplazamiento sigue aumentando hasta conseguir el buscado.

El vértice corresponde con el instante de formación de la rótula plástica. Dicha rótula plástica se forma cuando alcanza un desplazamiento de 0,0556 m. El tramo horizontal se corresponde con una rigidez nula, es decir, que se ha formado todas las rótulas plásticas necesarias para formarse un mecanismo, que es el mecanismo de colapso.

Para comprobar el resultado en la zona elástica, la fórmula de la flecha para un voladizo es $Y = FL^3/3EI$, sustituyendo los datos en la fórmula queda:

$$Y = (105462,5) \cdot (4)^3 / 3 \cdot (2,1 \times 10^{11}) \cdot (19270 \times 10^{-8}) = 0,0556 \text{ m}$$

Es el mismo resultado que el obtenido mediante el programa. Esto sugiere que tanto el cálculo manual como el programa están produciendo resultados consistentes.

Si se hubiese parado el cálculo en el momento que se alcanza el momento elástico de valor $M_e = 379500 \text{ Nm}$, si dejamos de aplicar fuerza vertical, la viga volverá a su posición inicial, ya que todavía tiene un comportamiento elástico. Es reversible, porque alcanzamos justo en ese punto la tensión límite de 275 MPa.

Si se aplica una fuerza mayor, superando el momento elástico, el material presentará deformaciones irreversibles y permanentes.

En la siguiente figura, se puede observar que, al alcanzar un desplazamiento vertical de 0,4 m, la rótula plástica presenta una rotación de -0,0861 radianes.

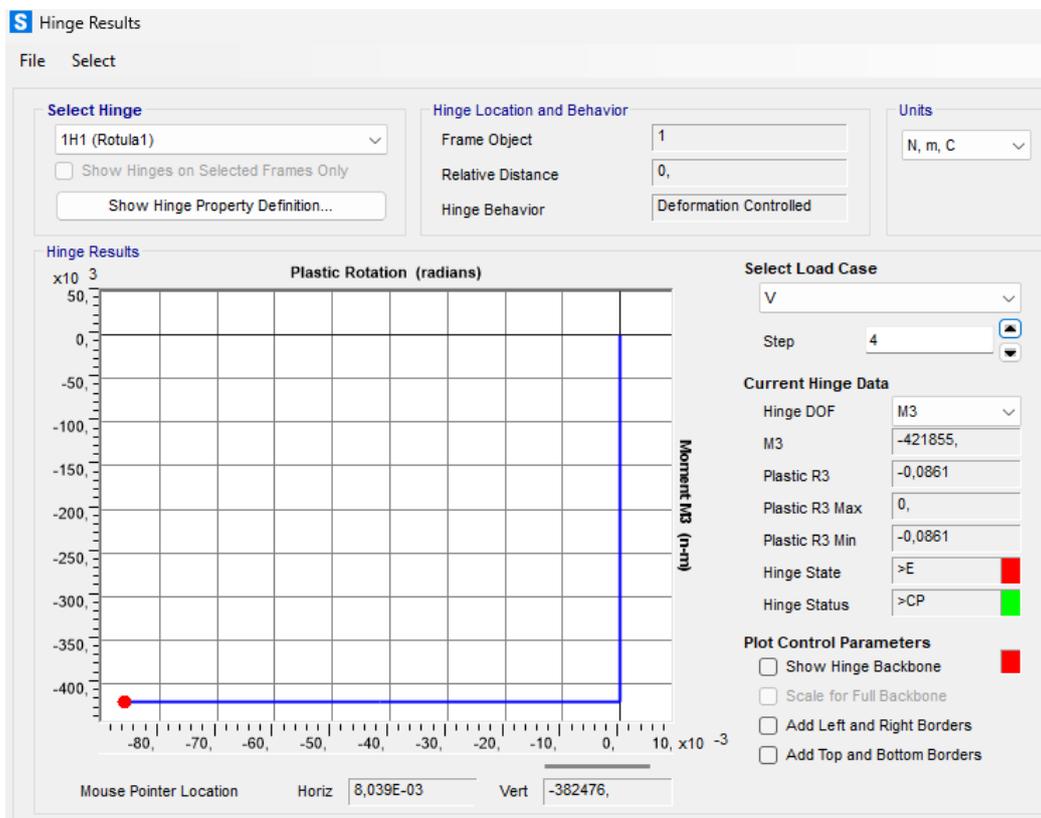


Figura 17. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

CASO INTERMEDIO 1

- M (dA , dC , i , ine , M_p): se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ ideal, un Momento/Rotación ideal no extrapolado y un momento plástico teórico.

Para este modelo, lo único que cambiará respecto al modelo ideal será la hipótesis de Momento/Rotación, pudiendo las fibras con mayor deformación plástica romper. Esto se conseguirá debido a que la rótula no extrapolará el giro, la carga de colapso será la misma, pero, al plastificar, las fibras más alejadas romperán y nuestro modelo, una vez formada la rótula plástica, cada vez soportará menos fuerza vertical para alcanzar el desplazamiento buscado.

Para conseguir lo contado anteriormente, solo habría que modificar un parámetro, explicado a continuación:

- En la pestaña utilizada para modificar las propiedades de la rótula plástica, debemos marcar la opción “Drops To Zero” en el apartado “Displacement Control Parameters” para permitir que la rótula plástica no extrapole el giro.

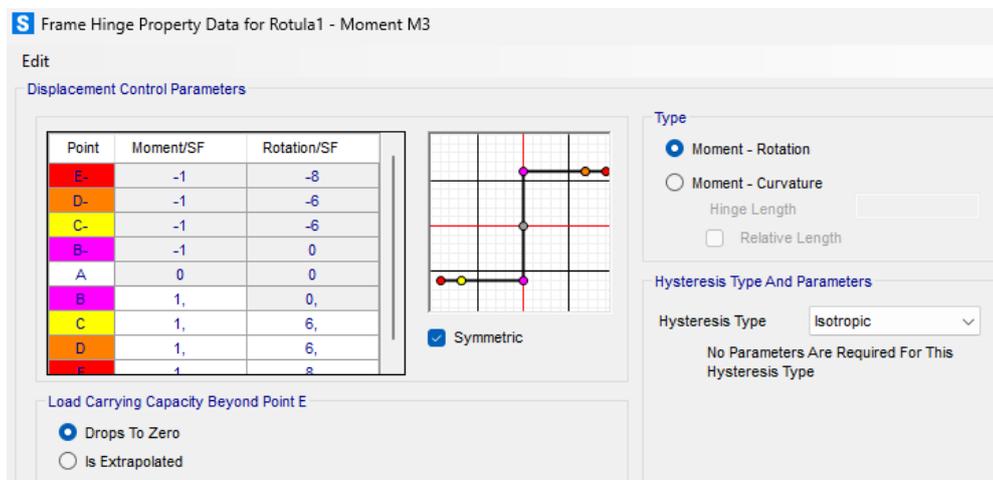


Figura 18. Propiedades rótula ideal no extrapolada.

Habiendo modificado este parámetro, pasaremos a ver los resultados y a ver como el cambio de esta hipótesis afecta a ellos.

La deformada será prácticamente igual que en el modelo ideal, formándose una rótula en el empotramiento y deteniendo el estudio cuando el extremo libre haya alcanzado un desplazamiento vertical de 0,4 m.

En los diagramas de la figura 19, que se muestra a continuación, como en el modelo ideal, el momento máximo se da en el empotramiento, cuyo valor es $M = -421850$ Nm y la fuerza de colapso es de $F = 105462,5$ N.

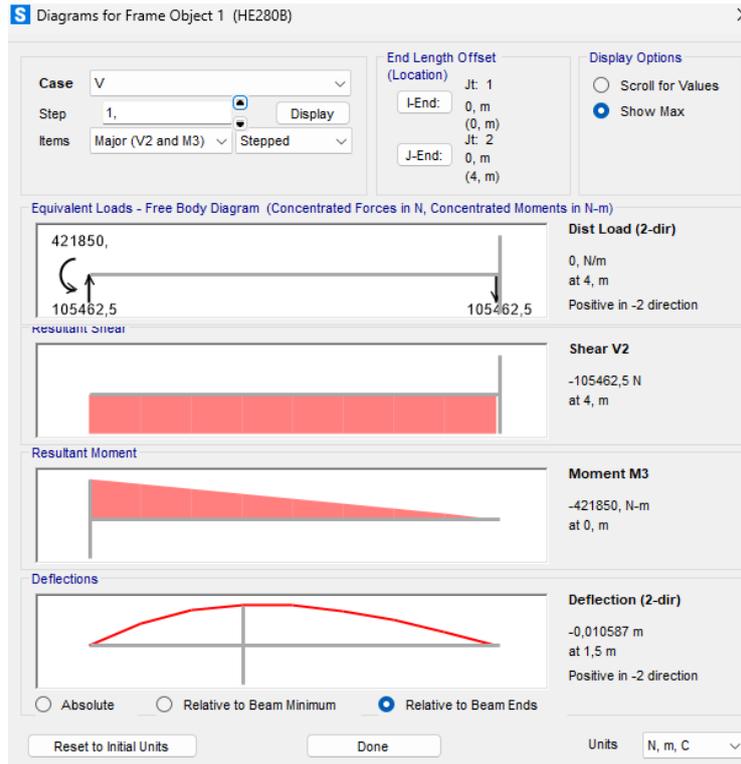


Figura 19. Diagramas.

Tanto el momento como la fuerza de colapso son iguales que al del modelo ideal debido a que no se ha modificado nada relativo a las propiedades del material. Solo se ha modificado el comportamiento de la rótula, que cuyo cambio se observará a continuación.

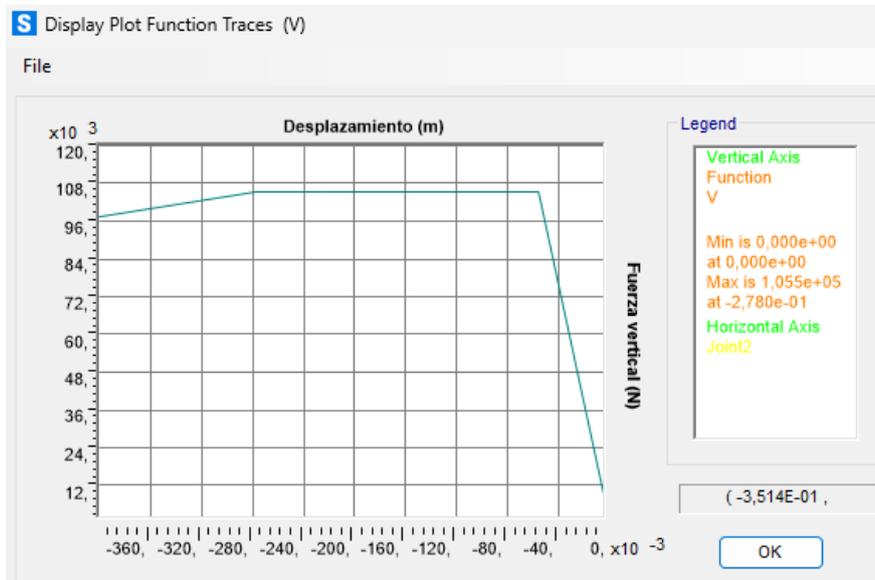


Figura 20. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.

En la curva de carga-desplazamiento, se puede observar cómo el inicio de la gráfica y la plastificación es idéntico que en el modelo ideal pero que, a partir de un

desplazamiento de 0,278 m, la fuerza soportada es cada vez menor. Esto se debe a que al romperse las fibras más alejadas, la viga cada vez aguantará menos momento, el momento calculado en el empotramiento cuando se alcanza el desplazamiento de 0,4 m es de $M = -389927,31 \text{ Nm}$ y una fuerza vertical de $F = -97481,83 \text{ N}$.

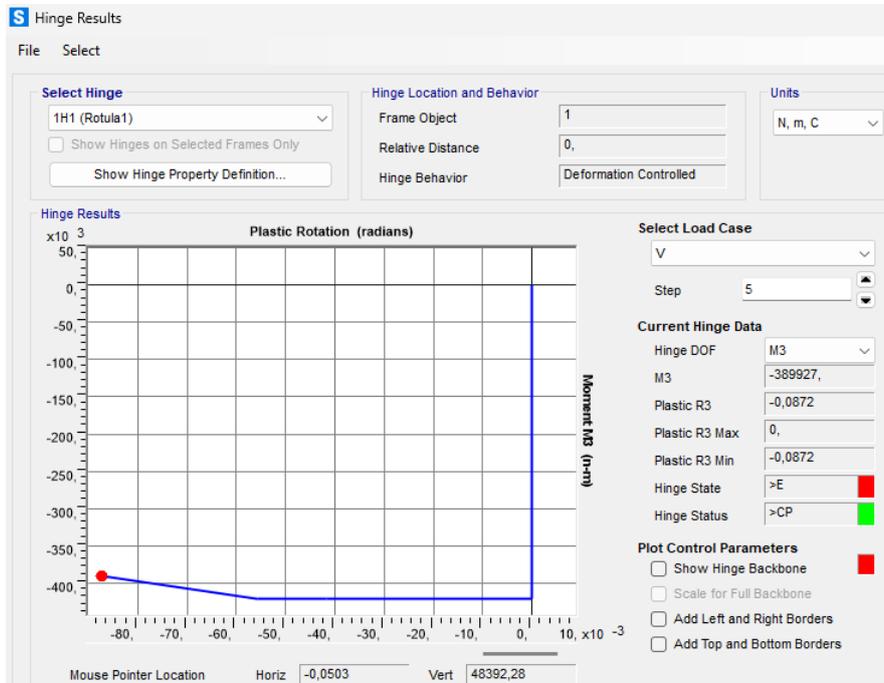


Figura 21. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

La rótula plástica presenta una rotación de -0,0872 radianes en el momento de finalizar el cálculo. El giro es un poco mayor al tener las fibras exteriores rotas.

CASO INTERMEDIO 2

- M (dA , dC , i , r , M_p): se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ ideal, un Momento/Rotación real y un momento plástico teórico.

Para este modelo, el único cambio que haremos respecto al modelo ideal será el de crear una rótula plástica real (hecha por defecto por el programa SAP), es decir, el Momento/Rotación será real.

Modificamos solo que en este caso el Momento/Rotación sea real:

- Para variar este parámetro, lo único que se debe hacer es dejar la columna de “Moment/SF” en el apartado “Displacement Control Parameters” con los valores que vienen por defecto; y en el apartado “Load Carrying Capacity Beyond Point E” marcar la opción “Drops To Zero”. Se puede ver en la figura 22.

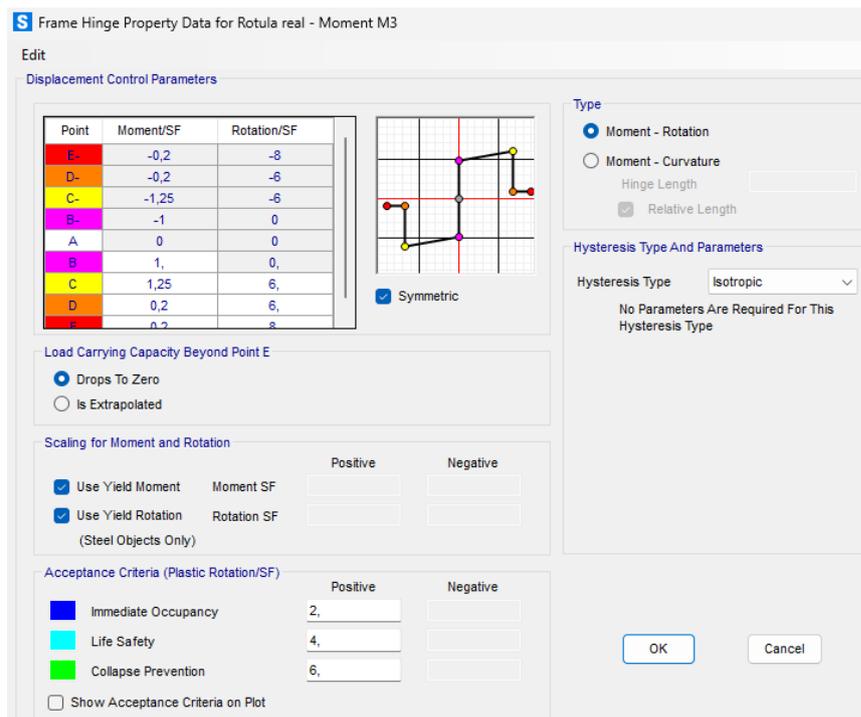


Figura 22. Propiedades rótula real.

Habiendo modificado este parámetro, la carga de colapso no dejará de aumentar, incluso habiéndose formado la rótula, hasta que se alcance el desplazamiento deseado. Como en el “caso intermedio 1”, llegará un momento en el que las fibras más alejadas empiecen a romper y la carga soportada por la viga será menor. A continuación se pasará a observar los resultados.

Como se puede observar en la figura 23, que muestra la curva Carga-Desplazamiento, en el inicio de la aplicación de la carga vertical, el desplazamiento del extremo libre es muy pequeño en comparación con el aumento de la carga vertical. La rótula plástica se forma, igual que en los casos anteriores, cuando alcanza un momento en el empotramiento de $M = -421850$ Nm, y una fuerza vertical sobre el extremo libre de $F = 105462,5$ N. Tras la formación de la rótula, la fuerza aplicada sigue aumentando hasta alcanzar un valor máximo de $F = 131828$ N y un momento máximo $M = -527312,5$ Nm. A partir de este momento es cuando las fibras más alejadas empiezan a romper, lo que conlleva que la resistencia del empotramiento comience a debilitarse y alcanzado el desplazamiento de 0,4 m, se tiene un momento $M = -484479,31$ Nm y una fuerza vertical $F = 121119,83$ N.



Figura 23. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.

La figura 24, mostrada a continuación, muestra la variación de la rotación de la rótula plástica según varía el momento, alcanzando una rotación máxima de $-0,084$ radianes cuando alcanza el desplazamiento vertical deseado.

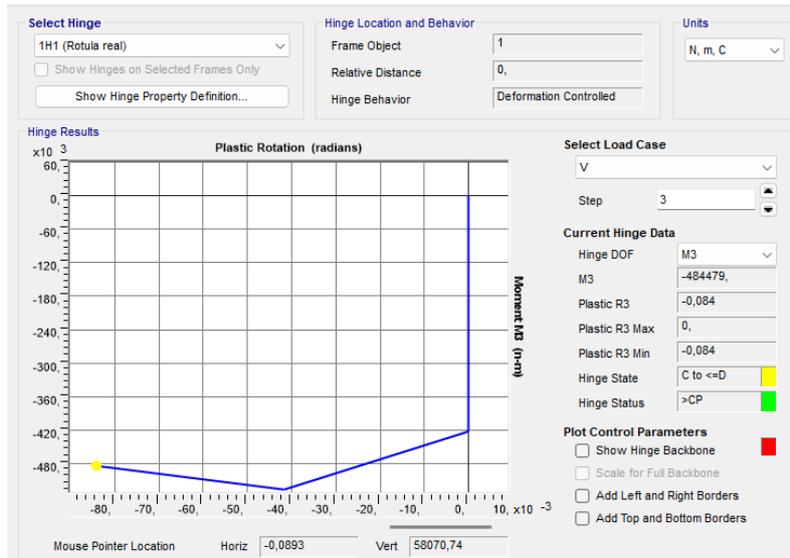


Figura 24. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

CASO INTERMEDIO 3

- M (dA, dC, r, ie, Mp): se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, un Sigma/Épsilon real, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico teórico.

En este modelo, el único cambio que va a tener respecto al modelo ideal será que Sigma/Épsilon será real. Para conseguir esto se utilizarán las propiedades del material S275 que vienen por defecto.

Para cumplir dicha hipótesis se realizará la siguiente modificación:

- En la figura 25, se puede observar las propiedades que vienen por defecto del acero S275, hay que dejarlas tal cuál vienen sin modificar nada (son las propiedades dentro de la sección “Other Properties For Steel Materials”).

Material Property Data	
General Data	
Material Name and Display Color	S275
Material Type	Steel
Material Grade	S275
Material Notes	Modify/Show Notes...
Weight and Mass	
Weight per Unit Volume	76972,86
Mass per Unit Volume	7849,0474
Units	N, m, C
Isotropic Property Data	
Modulus Of Elasticity, E	2,100E+11
Poisson, U	0,3
Coefficient Of Thermal Expansion, A	1,170E-05
Shear Modulus, G	8,077E+10
Other Properties For Steel Materials	
Minimum Yield Stress, Fy	2,750E+08
Minimum Tensile Stress, Fu	4,300E+08
Expected Yield Stress, Fye	3,025E+08
Expected Tensile Stress, Fue	4,730E+08

Figura 25. Propiedades acero S275 reales.

Una vez puestas las propiedades correctas del material, se pasará a visualizar los resultados conseguidos.

Al haberse cambiado las propiedades del acero, la tensión máxima admisible será mayor, por lo que la carga de colapso aumentará respecto al modelo ideal. En este caso la carga de colapso será $F = 116008,75$ N y el momento en el empotramiento en el instante de colapso será $M = -464035$ Nm.

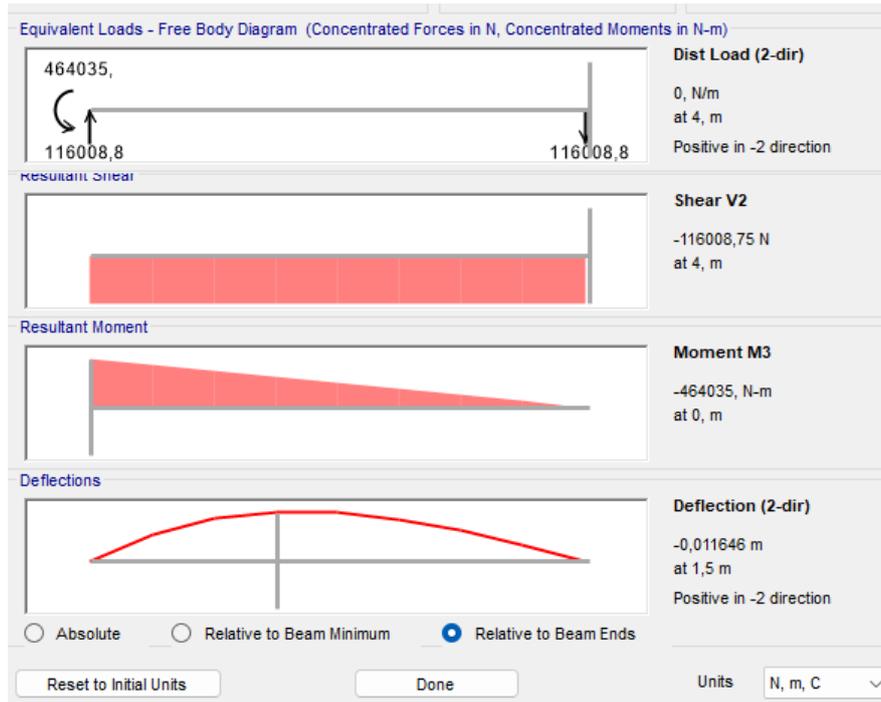


Figura 26. Diagramas.

En la figura 27 se observa como la curva de carga-desplazamiento se asemeja a la del modelo ideal, la única diferencia es que en este caso está desplazada hacia arriba debido al cambio de las propiedades del material.

La rótula plástica se forma cuando el extremo libre presenta un desplazamiento de 0,0612 m, punto del vértice. Más allá de formarse la rótula, la línea se mantiene horizontal, y esto es por tener un modelo de rótula ideal extrapolada explicado en el caso ideal.

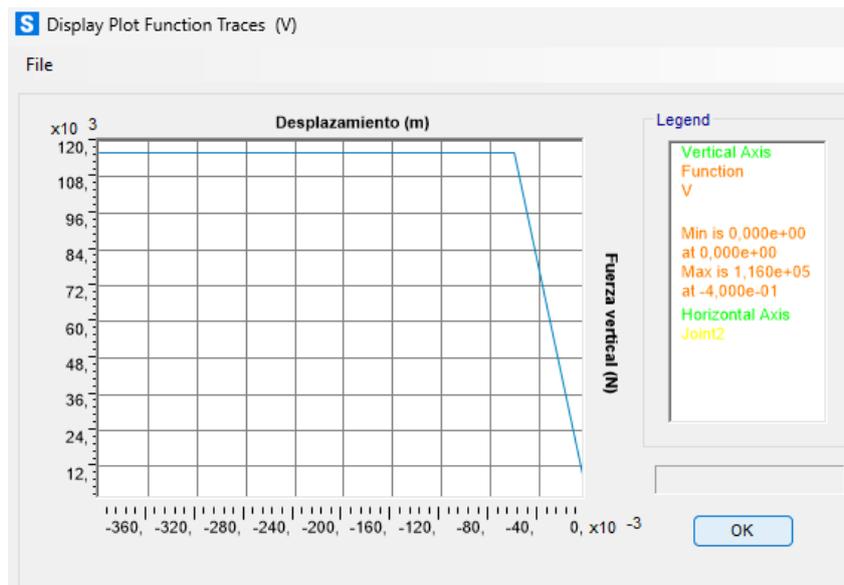


Figura 27. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.

A continuación se muestra que al haber alcanzado el desplazamiento deseado, la rótula presenta una rotación plástica de -0,0847 radianes.

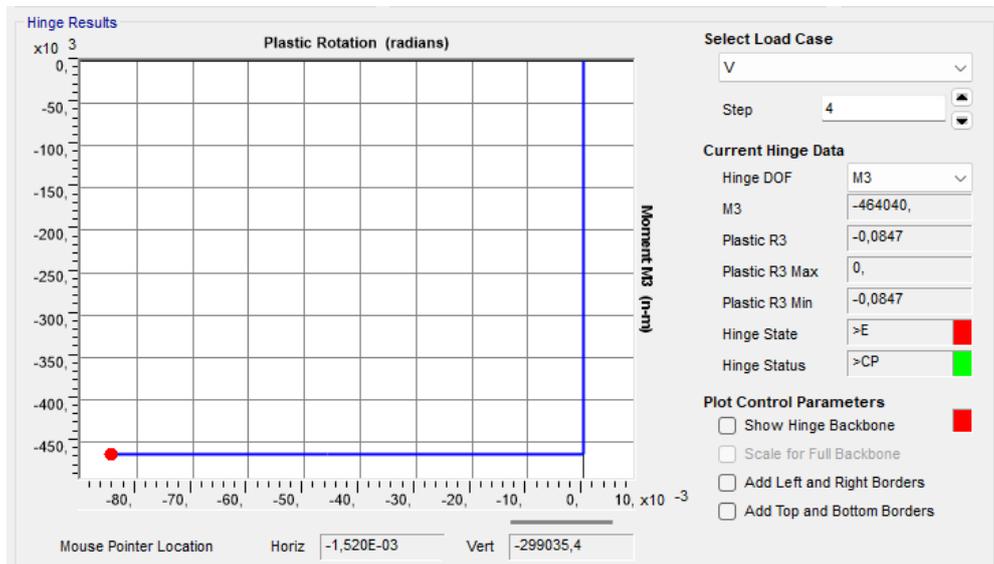


Figura 28. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

CASO INTERMEDIO 4

- M (dA , rC , i , i_e , M_p): se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante real, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico teórico.

En este modelo, el único cambio que va a haber respecto al modelo ideal es que se considerará la deformación debida al esfuerzo cortante real, aunque como se verá a continuación, los efectos del cambio de esta hipótesis apenas afectarán al resultado y menos en este caso isostático.

Para conseguir este modelo buscado, la única modificación que habría que llevar a cabo respecto al modelo ideal es la siguiente:

- Para conseguir una deformación debida al esfuerzo al cortante real, hay que poner en las casillas “*Shear Area*” el valor 1. Se muestra a continuación en la figura 29.

Property/Stiffness Modifiers for Analysis	
Cross-section (axial) Area	1000
Shear Area in 2 direction	1
Shear Area in 3 direction	1
Torsional Constant	1
Moment of Inertia about 2 axis	1
Moment of Inertia about 3 axis	1
Mass	1
Weight	1

Figura 29. Propiedades modificadoras del perfil.

Una vez modificado dicho parámetro, a continuación se visualizarán los resultados.

La carga de colapso es $F = 105462,5$ N y el momento en el empotramiento es $M = -421850$ Nm, igual que el del modelo ideal. La carga de colapso se mantiene constante hasta alcanzar el desplazamiento de 0,4 m en el extremo libre. Esto quiere decir que la curva carga-desplazamiento se mantiene igual, sin cambios.

El único cambio que se puede apreciar respecto al modelo ideal es que, una vez alcanzado el desplazamiento vertical de 0,4 m en el extremo libre, la rótula plástica presenta una rotación plástica de -0,0857 radianes.

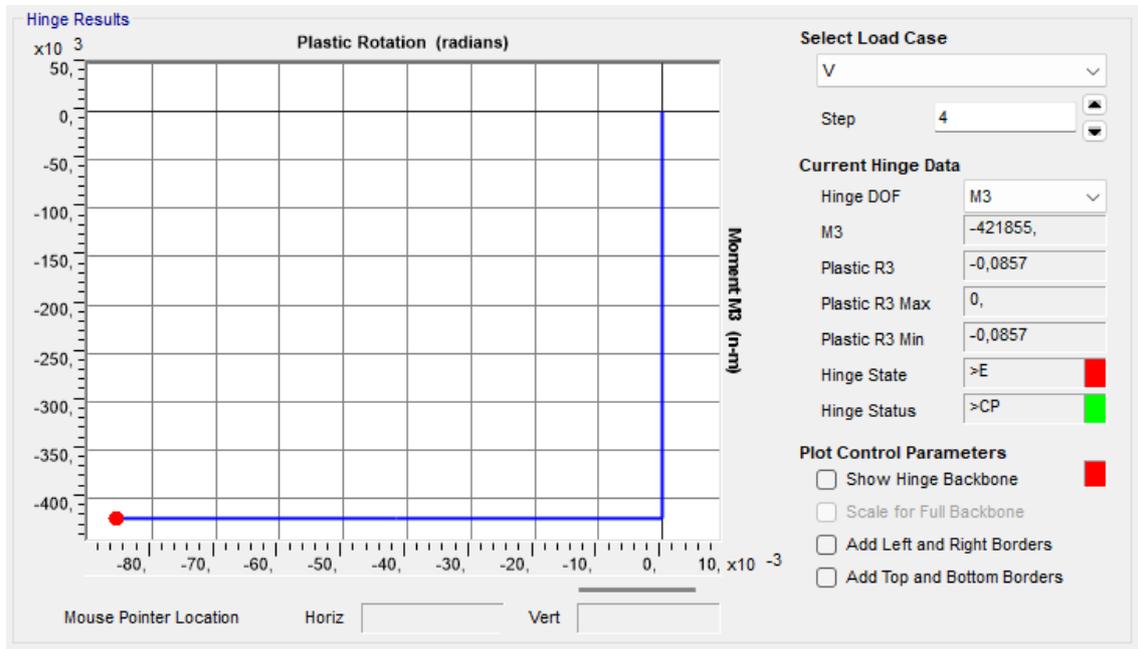


Figura 30. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

MODELO REAL

- M (dA , rC , r , r , Mp): se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante real, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ real, un Momento/Rotación real y un momento plástico teórico.

Por pasos, como en los anteriores casos, se irá diferenciando como modificar los parámetros del programa para conseguir dichas hipótesis citadas:

- Se conseguirá una deformación debida al esfuerzo axial despreciable y una deformación debida al esfuerzo cortante real. Para conseguirlo se deberá multiplicar el parámetro "Cross-section (axial) Area" x1000 para suponer un área de perfil infinita y dejar los parámetros "Shear Area" x1 sin modificarlos, como se muestra en la figura 31.

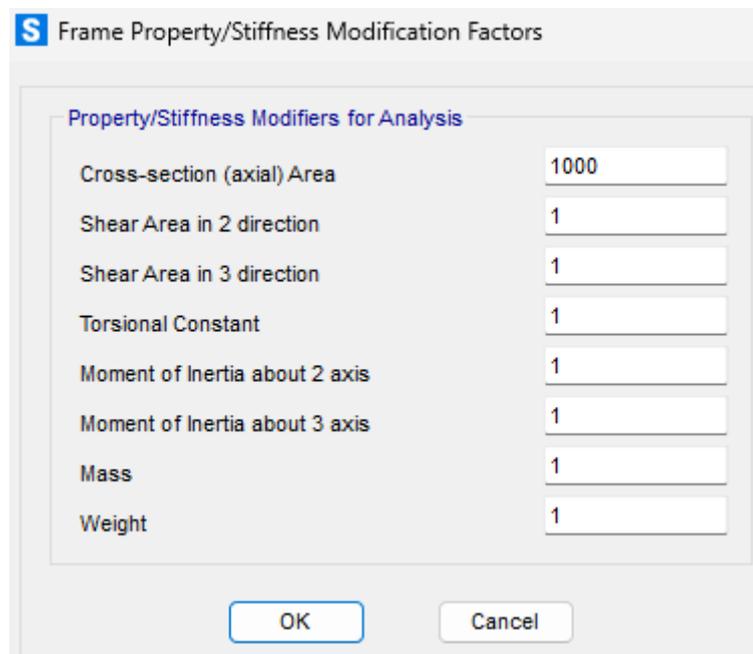


Figura 31. Propiedades modificadas del perfil.

- Una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ real se conseguirá manteniendo las propiedades del material por defecto, proporcionadas por el programa, véanse en la figura 32.

Material Property Data

General Data

Material Name and Display Color: S275

Material Type: Steel

Material Grade: S275

Material Notes: Modify/Show Notes...

Weight and Mass

Weight per Unit Volume: 76972,86

Mass per Unit Volume: 7849,0474

Units: N, m, C

Isotropic Property Data

Modulus Of Elasticity, E: 2,100E+11

Poisson, U: 0,3

Coefficient Of Thermal Expansion, A: 1,170E-05

Shear Modulus, G: 8,077E+10

Other Properties For Steel Materials

Minimum Yield Stress, Fy: 2,750E+08

Minimum Tensile Stress, Fu: 4,300E+08

Expected Yield Stress, Fye: 3,025E+08

Expected Tensile Stress, Fue: 4,730E+08

Figura 32. Propiedades reales acero S275.

- Para conseguir un Momento/Rotación real, tenemos que marcar la opción “Moment-Rotation” como en los casos anteriores. Hay que marcar la opción “Drops to Zero”, que indica que el diagrama cae a 0 inmediatamente después del punto E y dejar los valores de la columna “Moment/SF” del apartado “Displacement Control Parameters” tal cual vienen por defecto. Se muestra en la figura 33 como se debe de ver en el programa.

Frame Hinge Property Data for Rotula real - Moment M3

Edit

Displacement Control Parameters

Point	Moment/SF	Rotation/SF
E	-0,2	-8
D	-0,2	-6
C	-1,25	-6
B	-1	0
A	0	0
B	1	0
C	1,25	6
D	0,2	6
E	0,2	8

Symmetric

Type

Moment - Rotation

Moment - Curvature

Hinge Length:

Relative Length

Hysteresis Type And Parameters

Hysteresis Type: Isotropic

No Parameters Are Required For This Hysteresis Type

Load Carrying Capacity Beyond Point E

Drops To Zero

Is Extrapolated

Scaling for Moment and Rotation

Use Yield Moment

Moment SF: Positive Negative

Use Yield Rotation

Rotation SF: Positive Negative

(Steel Objects Only)

Acceptance Criteria (Plastic Rotation/SF)

Immediate Occupancy

Positive: Negative:

Life Safety

Positive: Negative:

Collapse Prevention

Positive: Negative:

Show Acceptance Criteria on Plot

OK Cancel

Figura 33. Propiedades rótula real.

- El esfuerzo que controlará el proceso de plastificación será el momento flector M3 para evitar un momento plástico reducido por el axil y conseguir un momento plástico teórico, exactamente igual que en los casos anteriores. No se busca un momento plástico reducido por el axil debido a que como la viga no está sometida a esfuerzos axiales, la modificación de esta hipótesis no proporcionará cambios en el resultado.

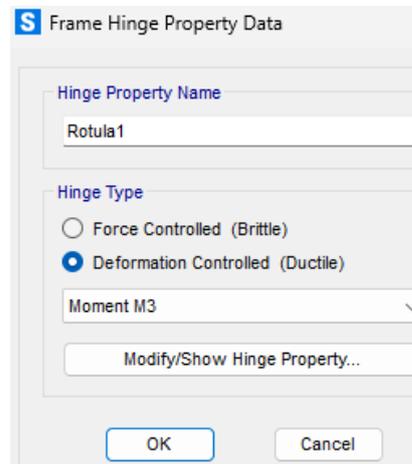


Figura 34. Interacción de esfuerzos.

- También, como en todos los casos anteriores, el estudio finalizará cuando el extremo libre haya alcanzado un desplazamiento vertical de 0,4 m, considerado suficiente para que se forme la única rótula posible localizada en el empotramiento.

Una vez modificados todos los parámetros necesarios para este modelo, se pasará a observar los resultados.

La deformada será prácticamente igual que en el modelo ideal, formándose una rótula en el empotramiento y deteniendo el estudio cuando el extremo libre haya alcanzado un desplazamiento vertical de 0,4 m.

En los diagramas de la figura 35, que se muestra a continuación, el momento máximo se da en el empotramiento, cuyo valor es $M = -464035 \text{ Nm}$. La fuerza de colapso necesaria para que se forme la rótula plástica es de $F = 116008,75 \text{ N}$.

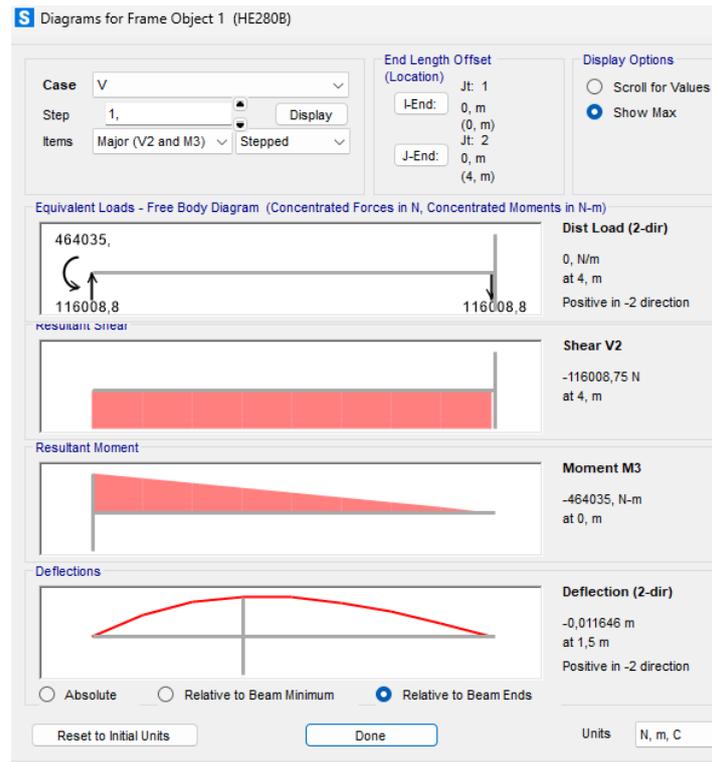


Figura 35. Diagramas.

Hay que destacar que, alcanzada la fuerza de colapso, se forma la rótula plástica, esto se puede observar en la figura 36 cuando se forma el primer vértice. Tras la formación de la rótula, la fuerza aplicada sigue aumentando hasta un valor de $M = -580043,75 \text{ Nm}$ y una fuerza vertical $F = 145010,94 \text{ N}$. En la formación de este segundo vértice, como se ha supuesto una rótula plástica real, las fibras más alejadas comienzan a romper, debilitando la carga que puede soportar el empotramiento. Esto conlleva que cuando se alcanza el desplazamiento de 0,4 m, en el empotramiento hay un momento de $M = -543992,23 \text{ Nm}$ y una fuerza vertical aplicada de $F = 135998,06 \text{ N}$.

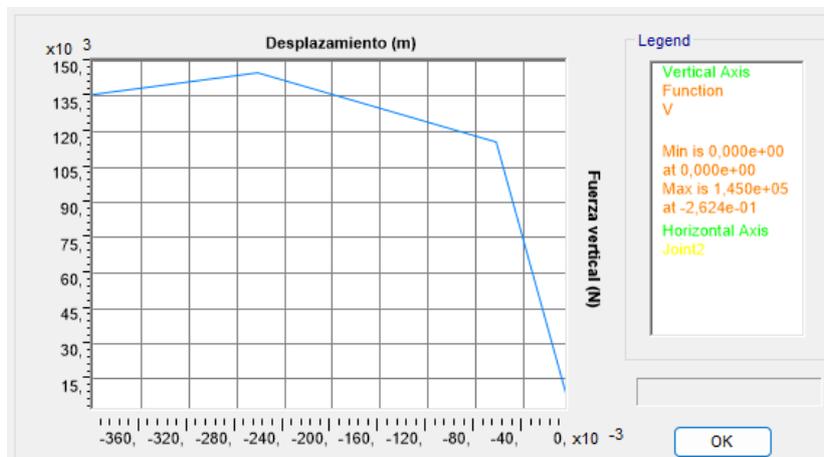


Figura 36. Gráfica Fuerza vertical - Desplazamiento.

Como en los anteriores casos, también se va a comparar la rotación plástica de la rótula en el momento final del estudio, una vez se ha alcanzado el desplazamiento impuesto. La rotación plástica en este momento es de -0,0815 radianes, mostrado a continuación en la figura 37.

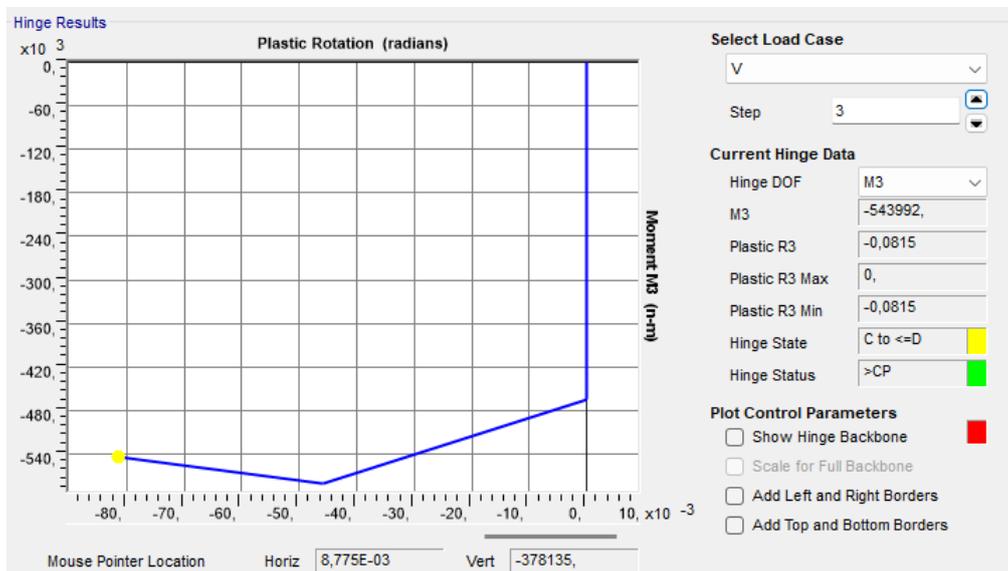


Figura 37. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

NOTA: Antes de la comparación de los resultados, cabe destacar que en este ejemplo no se ha modificado las siguientes hipótesis, deformación debida al esfuerzo axial e interacción entre esfuerzos, debido a que la viga no estaba sometida a ningún esfuerzo axial. Por lo que modificar dichas hipótesis no iba a influir en el resultado.

Una vez visualizados los anteriores ejemplos, viendo como afectaban las diferentes hipótesis a los resultados, se pasará a compararlos para poder diferenciar el estudio de cálculo plástico que haríamos por ejemplo en clase, con la realidad y exactitud que nos permite aplicar el programa SAP 2000.

A continuación se pasará a comparar los resultados hallados más relevantes de los distintos casos vistos para poder tener una visión más clara y poder sacar las conclusiones necesarias.

➤ FUERZA DE COLAPSO

La fuerza de colapso es la variable más importante en el estudio y, a pesar de haber mostrado en cada caso en particular su evolución, en la tabla 1 se puede observar cómo varía desde el paso 0, que es el reposo, hasta alcanzado, en el paso 3, el

desplazamiento vertical impuesto sobre el extremo libre de 0,4 m. En el paso 1 se muestra la carga de colapso necesaria para formarse la rótula en el empotramiento.

Tabla 1. Tabla fuerza de colapso (viga empotrada con esfuerzo a flexión)

FUERZA DE COLAPSO (N)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ine, Mp)	M(dA, dC, i, r, Mp)	M(dA, dC, r, ie, Mp)	M(dA, rC, i, ie, Mp)	M(dA, rC, r, r, Mp)
0	0	0	0	0	0	0
1	105462,5	105462,5	105462,5	116008,75	105462,5	116008,75
2	105463,66	105462,64	131828,13	116010,03	105463,66	145010,94
3	105463,77	97481,83	121119,83	116010,12	105463,77	135998,06

El modelo ideal se asemejaría mucho a los resultados que podríamos resolver por ejemplo en clase debido a que todas las hipótesis utilizadas son lo más ideales posibles, mientras que, el modelo real es todo lo contrario, siendo los resultados los más semejantes a lo que se encontraría en la realidad haciendo su estudio a mano demasiado complejo. Más adelante se podrá ver una gráfica carga-desplazamiento con estos datos.

➤ DESPLAZAMIENTO DEL EXTREMO LIBRE

El estudio siempre finaliza cuando el extremo libre alcanza un desplazamiento de 0,4 m como se puede observar en el paso 3, pero la tabla 2 muestra como varía el desplazamiento en cada paso durante el estudio siendo el paso 1 el reposo.

Tabla 2. Desplazamiento extremo libre (viga empotrada con esfuerzo a flexión)

DESPLAZAMIENTO DEL EXTREMO LIBRE (m)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ine, Mp)	M(dA, dC, i, r, Mp)	M(dA, dC, r, ie, Mp)	M(dA, rC, i, ie, Mp)	M(dA, rC, r, r, Mp)
0	0	0	0	0	0	0
1	0,0556	0,0556	0,0556	0,0612	0,0574	0,0631
2	0,2224	0,278	0,2363	0,2446	0,2242	0,2624
3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Para cada modelo hay una evolución distinta del desplazamiento que depende de las hipótesis aplicadas en cada uno.

➤ ROTACIÓN PLÁSTICA

En la tabla 3, con el mismo método que los casos anteriores, se muestra la evolución de la rotación de la rótula plástica calculada en radianes.

Tabla 3. Rotación plástica (viga empotrada con esfuerzo a flexión)

ROTACIÓN PLÁSTICA (rad)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ine, Mp)	M(dA, dC, i, r, Mp)	M(dA, dC, r, ie, Mp)	M(dA, rC, i, ie, Mp)	M(dA, rC, r, r, Mp)
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	-0,0417	-0,0556	-0,0417	-0,0459	-0,0417	-0,0459
3	-0,0861	-0,0872	-0,084	-0,0847	-0,0857	-0,0815

➤ GRÁFICA CARGA-DESPLAZAMIENTO

En la siguiente figura, se diferenciará la evolución de los modelos antes mostrados para comparar gráficamente la aplicación de las distintas hipótesis.

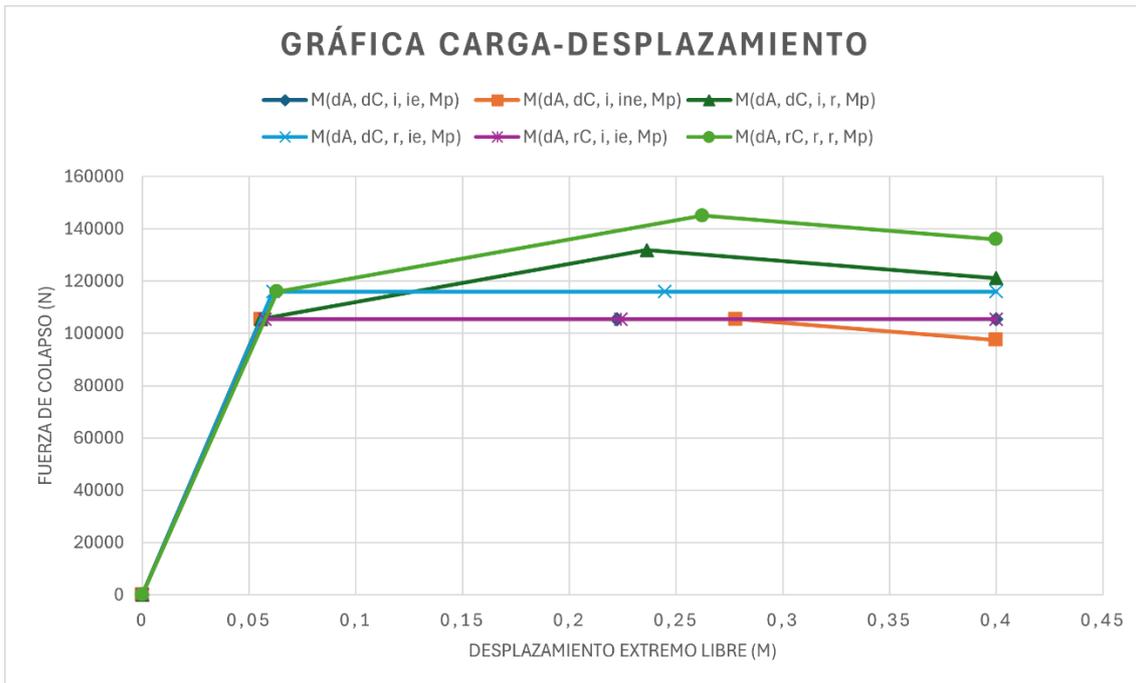


Figura 38. Gráfica Carga - Desplazamiento.

A primera vista se puede observar que todos los modelos presentan el mismo crecimiento de la fuerza de colapso en la etapa elástico-lineal, hasta la formación de la rótula. Los modelos con Sigma/Épsilon real tienen una fuerza de colapso mayor, esto se debe a que los valores de las propiedades del material son reales (proporcionadas por el programa), y permiten una mayor fuerza de colapso para formarse la rótula plástica.

Los modelos con un Momento/Rotación ideal extrapolado, una vez alcanzada la fuerza de colapso, esta se mantiene constante hasta alcanzar el desplazamiento deseado, mientras que, los modelos cuyo Momento/Rotación es ideal no extrapolado, la fuerza de colapso se mantiene constante hasta que las fibras más alejadas comienzan a romper y la carga que puede soportar la viga disminuye. Al contrario, los modelos con un Momento/Rotación real, una vez formada la rótula, la

fuerza que soportan es cada vez mayor hasta que alcanza un máximo y las fibras comienzan a romper, lo que conlleva soportar una menor fuerza vertical.

Estas son las diferencias más notorias que se han podido sustraer de este primer ejemplo, que ha servido para poder conocer y analizar las distintas hipótesis aplicables al cálculo plástico. A continuación, se pasará a estudiar un segundo ejemplo igual, pero que, además de estar sometido a un esfuerzo cortante, estará sometido a un esfuerzo axial, para poder ver los cambios que produciría en el estudio.

3.3.2. Viga empotrada con esfuerzos a flexión y a axial

En este estudio se utilizará la misma viga empotrada de acero S275, con un perfil HEB280 y una longitud de 4 m, con una única diferencia; además de estar sometida a una fuerza vertical (V), también estará sometida a un esfuerzo axial (N), de compresión, de 10 veces el valor de la fuerza vertical, por lo tanto, $N = 10V = 10F$. En la figura 39 se puede observar la representación gráfica de la misma.



Figura 39. Viga empotrada con esfuerzos a flexión y a axial.

Para el estudio de este modelo, como en el caso anterior, se estudiarán los dos casos más opuestos (modelo ideal y real), y una serie de casos intermedios para ver cómo se comporta al aplicar las distintas hipótesis. En todos los casos el estudio finalizará cuando el extremo libre alcance un desplazamiento vertical (eje z) de 0,4 m.

El objetivo principal de este estudio será el de ver los cambios que puede acarrear cuando se aplica una interacción compleja entre la flexión y la compresión, la principal diferencia será que el momento plástico se verá reducido por la presencia del axial cuando tengamos en cuenta dicha hipótesis.

Se estudiará por separado la aplicación de dicha hipótesis en el caso intermedio 1, y se irán modificando las hipótesis en los casos posteriores hasta alcanzar el caso más real del estudio.

MODELO IDEAL

- M (dA, dC, i, ie, Mp): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico teórico.

Para este caso no habrá un desarrollo completo debido a que, al despreciarse todos los efectos del axil sobre la rótula, los resultados serán los mismos que en el modelo ideal de la viga sometida solo a esfuerzo a flexión. Se utilizará este ejemplo para la comparación de resultados con los casos futuros.

La fuerza de colapso necesaria para la formación de la rótula es de $F = 105462,5$ N, siendo el momento en el empotramiento en dicho instante de $M = -421850$ Nm, igual que el momento plástico teórico calculado anteriormente.

A continuación, se muestra la gráfica que relaciona la fuerza de colapso y el desplazamiento. Se puede observar como la fuerza aplicada sobre el extremo libre va aumentando hasta que a una distancia de 0,0556 m se forma la rótula plástica, dónde se encuentra el vértice, y a partir de ahí la fuerza se mantiene prácticamente constante.

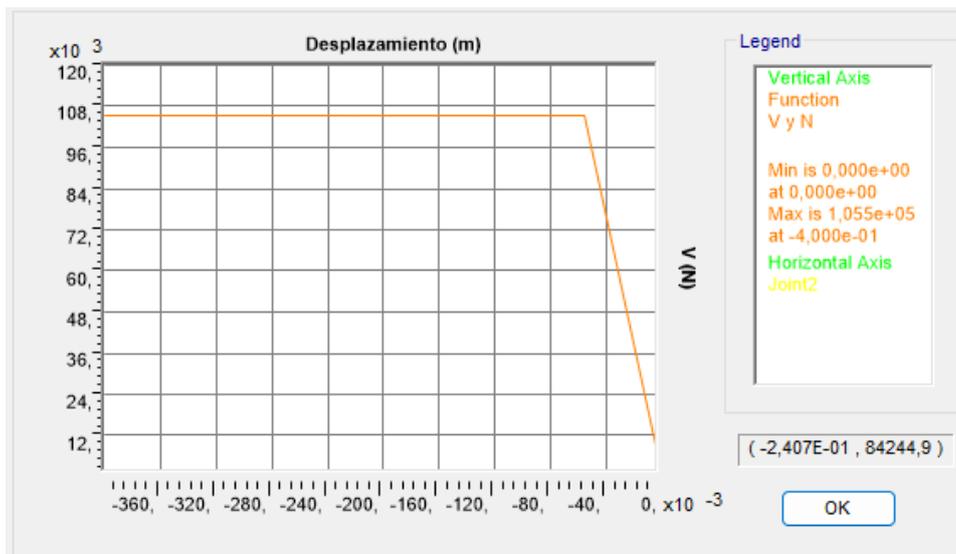


Figura 40. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

Cuando el extremo libre alcanza el desplazamiento vertical deseado, la rótula plástica presenta una rotación de $-0,0861$ rad. Se muestra en la figura 41.

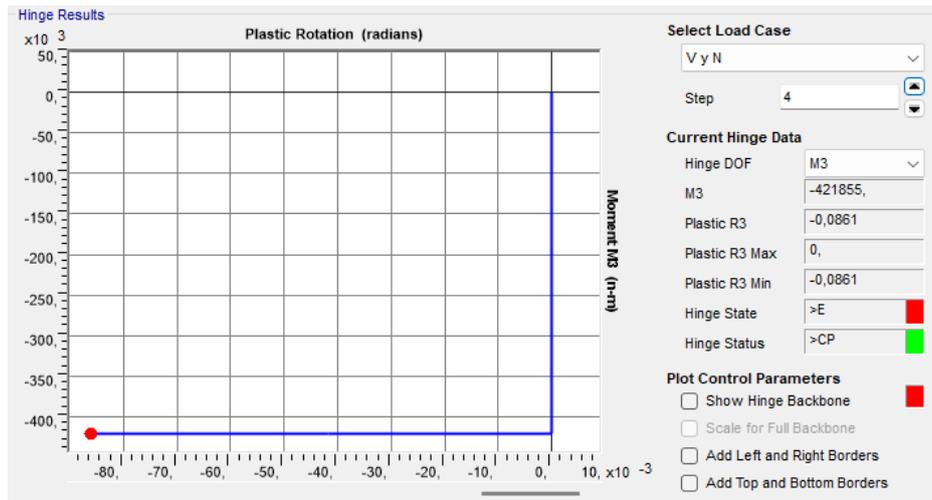


Figura 41. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

CASO INTERMEDIO 1

- M (dA , dC , i , ie , Mpr): se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, un Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Para este caso, respecto al modelo ideal, solo hay que modificar un parámetro que se mostrará a continuación:

- Para conseguir un momento plástico reducido por la presencia del axil, se tiene que seleccionar del desplegable que el esfuerzo que controlará el proceso de plastificación será la Interacción Axil-Momento, es decir, se marcará “*Interacting P-M3*”. La figura 42 muestra cómo se debe ver en el programa.

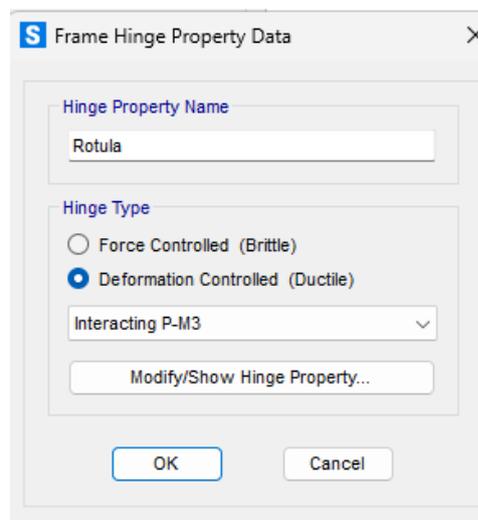


Figura 42. Interacción de esfuerzos axiales y cortantes.

- Para mantener un Momento/Rotación ideal extrapolado, una vez que se selecciona que el proceso de plastificación sea mediante la interacción del axil y el momento, se abrirá un desplegable y se deberá marcar la opción “*is extrapolated*” mostrada en la figura 43.

Figura 43. Propiedades rótula.

Una vez modificados los parámetros necesarios, se pasarán a observar los resultados. Aunque antes de ver los resultados, se puede suponer que la fuerza de colapso disminuirá, debido que para la formación de la rótula plástica ahora se tendrá en cuenta el esfuerzo axial además del esfuerzo cortante.

Posteriormente se muestra la figura 44, que muestra que la fuerza de colapso tiene un valor de $F = 88177,47 \text{ N}$ y el momento en el empotramiento en el instante de colapso es $M = -352709,89 \text{ Nm}$.

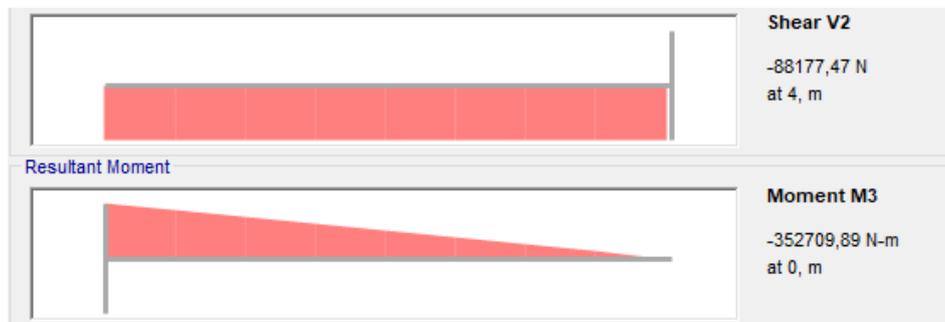


Figura 44. Diagramas.

Como bien se ha comentado con anterioridad, la fuerza de colapso es bastante menor que en el modelo ideal. Cuando hay una carga axial presente en el voladizo, esta afecta la distribución de tensiones en la sección transversal y, por lo tanto, influye en su capacidad para resistir momentos flectores. La combinación de estos esfuerzos lleva a la reducción del momento plástico efectivo de la sección transversal.

La formación de la rótula se produce cuando el extremo libre alcanza un desplazamiento de 0,0465 m. La siguiente figura muestra la gráfica en la que se

relaciona como avanza el desplazamiento del extremo libre frente al aumento de la fuerza de colapso.

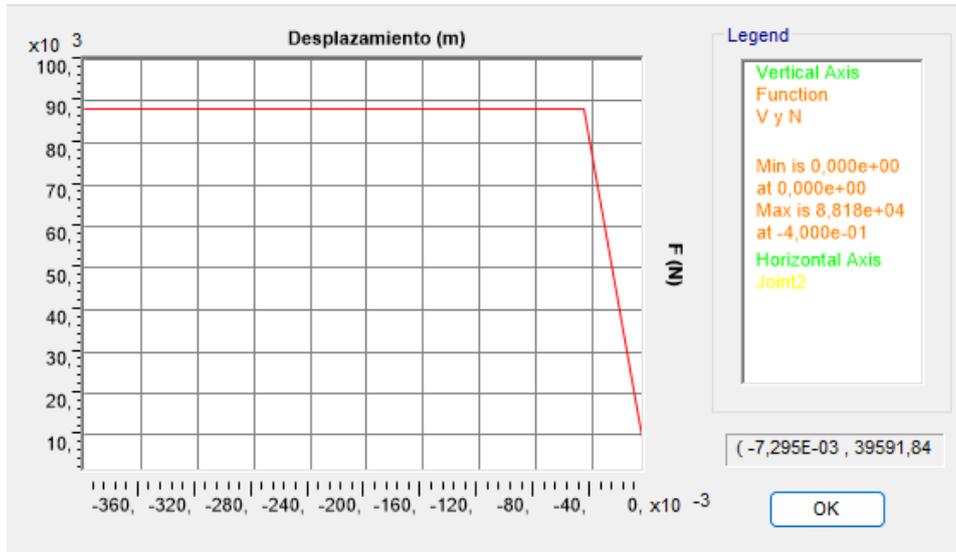


Figura 45. Gráfica Fuerza de colapso – Desplazamiento

La gráfica es parecida a la del modelo ideal, salvo que en este caso, la línea horizontal está desplazada hacia abajo, por ser la fuerza de colapso menor.

La rotación de la rótula en el momento en que alcanza el desplazamiento deseado es de $-0,0884$ rad.

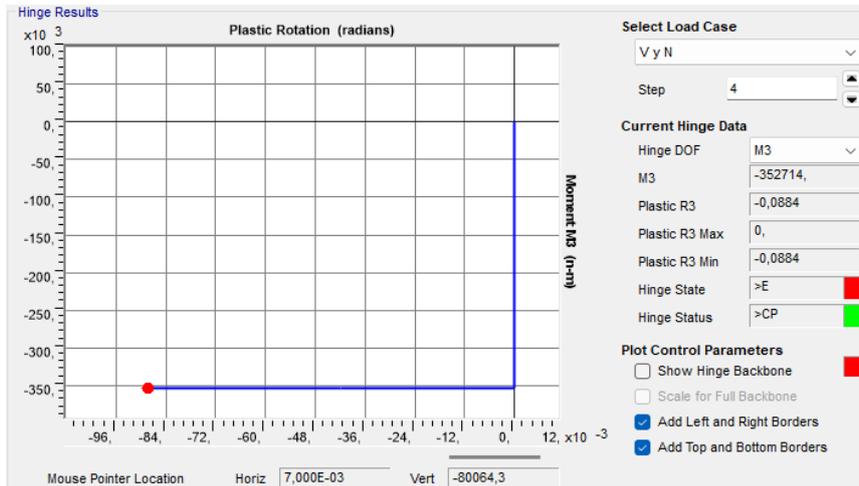


Figura 46. Gráfica Momento M3 - Rotación plástica.

CASO INTERMEDIO 2

- M (dA, rC, i, ie, Mpr): se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Respecto al modelo ideal, hay que modificar las siguientes hipótesis:

- Para conseguir una deformación debida al esfuerzo cortante se debe multiplicar "Shear Area" x1.
- Para conseguir un momento plástico reducido por la presencia del axil, hay que marcar la opción "Interacting P-M3" como en el caso anterior y marcar "is extrapolated" para extrapolar el giro de la rótula.

Una vez modificado todos los parámetros necesarios, se pasará a mostrar los resultados.

La formación de la rótula plástica, como en el caso anterior, se da cuando se alcanza una fuerza de colapso de valor $F = 88177,47 \text{ N}$, siendo el momento en el empotramiento $M = -352709,89 \text{ Nm}$. El axil al que está sometido la viga es de $N = -881774,73 \text{ N}$ (compresión).

La fuerza de colapso es menor que en el modelo ideal, siendo de esperar este resultado, debido a incluir el efecto del esfuerzo axil en la formación de la rótula.

La diferencia respecto al caso intermedio 1, es que la formación de la rótula plástica se da cuando el extremo libre alcanza un desplazamiento de $0,04797 \text{ m}$, mayor que en el anterior caso. En la figura 47 se muestra la gráfica desplazamiento-fuerza de colapso y se pasará a comentar como varía.

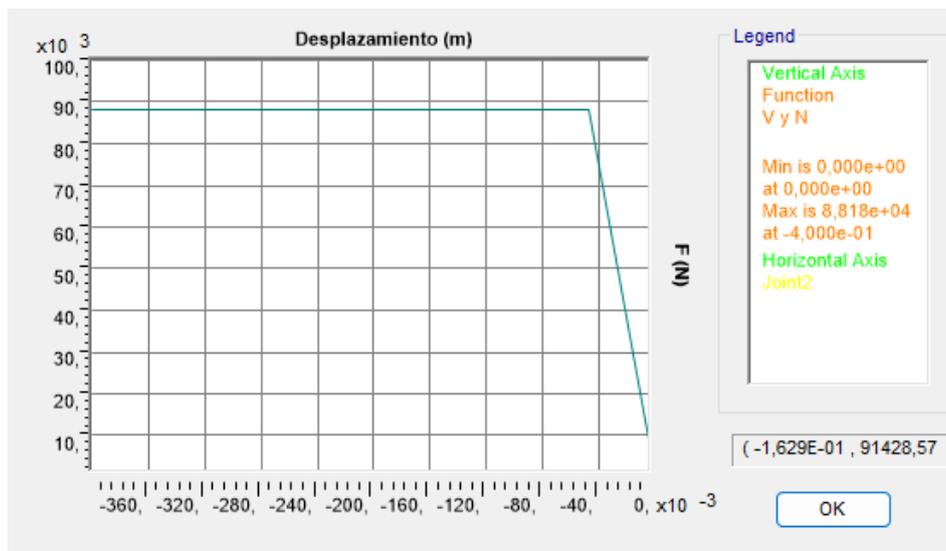


Figura 47. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

La fuerza de colapso, que es aplicada sobre el extremo libre, aumenta linealmente hasta que se forma la rótula plástica, pudiéndose ver que es donde se ha formado el vértice. A partir de este momento, la fuerza que es capaz de soportar la estructura se mantiene constante.

En la figura 48, se muestra que la rotación que presenta la rótula al final del estudio es de $-0,088$ rad, un poco menor que en el caso intermedio 1.

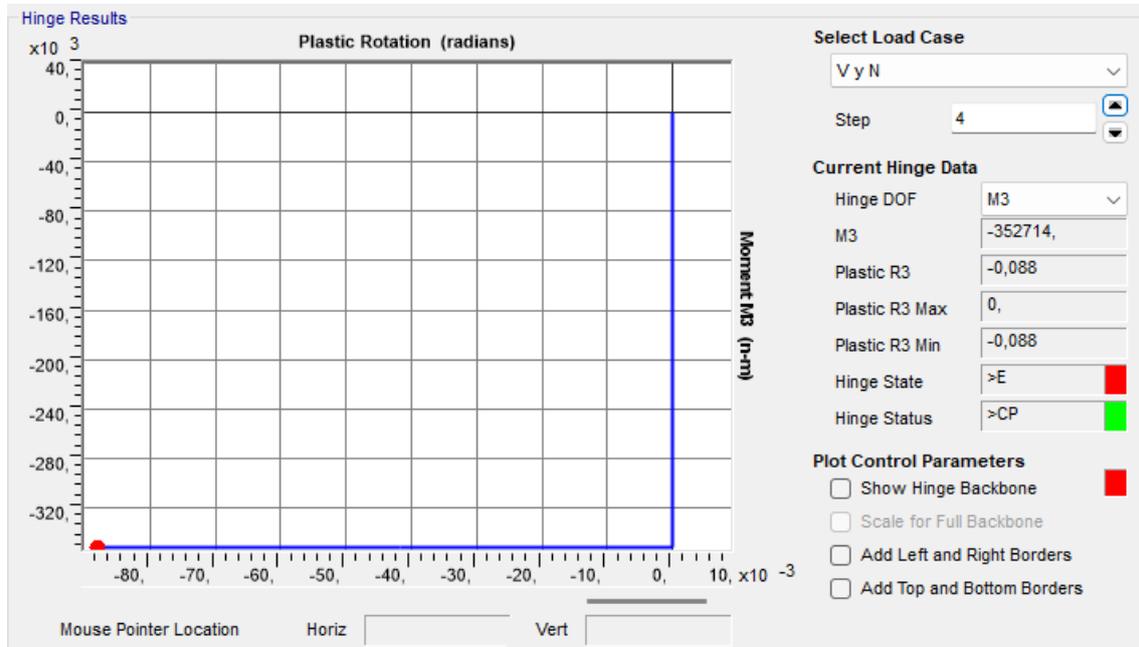


Figura 48. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

CASO INTERMEDIO 3

- M (dA, rC, r, ie, Mpr): se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon real, un Momento/Rotación ideal extrapolado y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Para este caso, solo hay que hacer una modificación respecto al anterior, mostrada a continuación:

- Para conseguir que se cumpla la hipótesis de que Sigma/Épsilon sea real, hay que dejar las propiedades del acero S275 como lo proporciona el programa, están mostradas en el estudio de la viga empotrada con esfuerzo a flexión.

Se pasará a visualizar los resultados.

La rótula plástica se forma en el empotramiento cuando se alcanza la fuerza de colapso con valor $F = 96538,72$ N, siendo el momento en el empotramiento $M = -386154,88$ Nm. La rótula plástica se forma cuando el extremo libre alcanza un desplazamiento de 0,05252 m. A continuación, se muestra en la figura 49 la gráfica que relaciona la fuerza de colapso frente al desplazamiento.

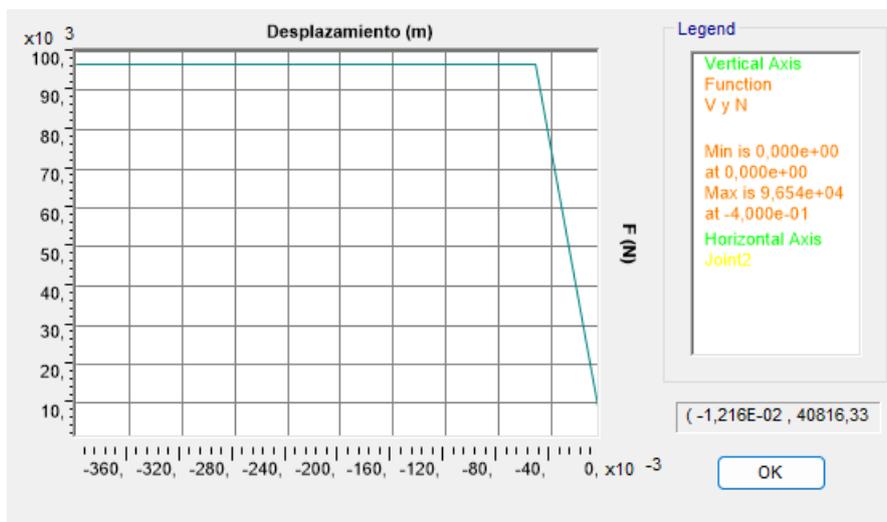


Figura 49. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

La línea que sigue la gráfica tiende a la forma de los anteriores casos, esto se debe a que las propiedades de la rótula no se han modificado todavía. La diferencia respecto al caso anterior es que, al haber modificado las propiedades del acero, la fuerza de colapso será mayor debido a que la tensión máxima admisible también ha aumentado. En conclusión, la gráfica ha sido desplazada hacia arriba y la rótula se ha formado con un desplazamiento mayor del extremo libre.

La rotación que presenta la rótula al final del estudio, es decir, cuando se ha alcanzado un desplazamiento de 0,4 m en el extremo libre es de -0,0869 rad.

CASO INTERMEDIO 4

- M (dA, rC, r, ine, Mpr): se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante real, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ real, un Momento/Rotación ideal no extrapolado y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Para este modelo, cambia la hipótesis Momento/Rotación respecto al anterior caso, para ello se realizarán las siguientes modificaciones:

- Para conseguir una rótula que permita que las fibras más alejadas puedan romper, debemos marcar la opción “Drops To Zero” en el desplegable que se nos abre cuando se decide que haya una interacción entre el axil P y el momento M3.

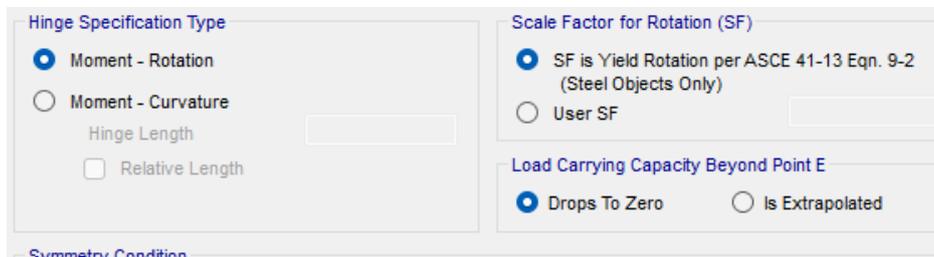


Figura 50. Propiedades rótula.

Una vez modificado dicho parámetro y cumpliendo con todas las hipótesis se pasará a visualizar los resultados.

La rótula plástica se forma cuando se alcanza una fuerza de colapso de $F = 96538,72 \text{ N}$, igual que en el caso anterior, lo que conlleva que el momento en el empotramiento valga $M = -386154,88 \text{ Nm}$. La rótula plástica se forma cuando el extremo libre alcanza un desplazamiento de $0,05252 \text{ m}$, también el mismo que en el caso anterior. La diferencia en este modelo es el tipo de rótula que se verá más adelante.

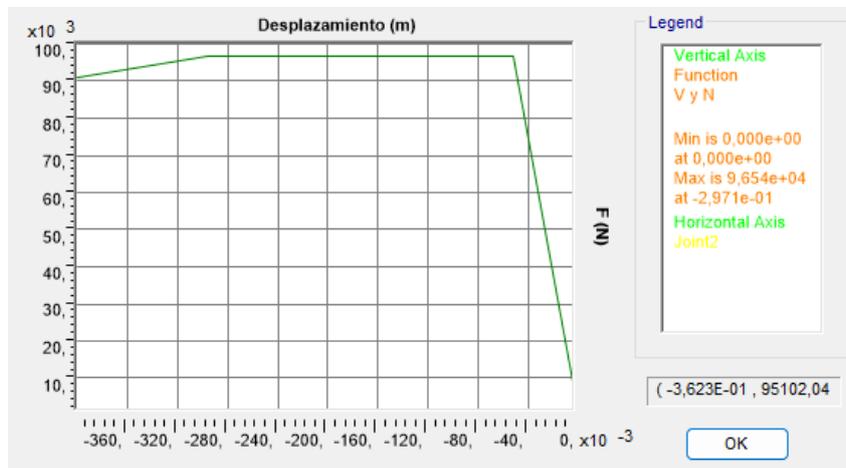


Figura 51. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

Como se puede observar en la figura 51, el primer vértice muestra el momento en que se forma la rótula, al igual que en los anteriores casos. Más allá de formarse la rótula, la fuerza de colapso se mantiene constante hasta que cuando alcanza un desplazamiento de 0,29715 m, esta fuerza capaz de soportar el voladizo comienza a descender debido a que las fibras más alejadas comienzan a romper, reduciéndose así el área efectiva de la viga.

La rotación plástica tiene un valor de -0,0876 rad cuando el extremo libre alcanza el desplazamiento de 0,4 m.

MODELO REAL

- M (dA , rC , r , r , Mpr): se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, una deformación debida al esfuerzo cortante real, una $\text{Sigma}/\text{Épsilon}$ real, un Momento/Rotación real y un momento plástico reducido por la presencia del axil.

Este modelo será el caso más real del estudio debido al uso de las hipótesis necesarias para ello. Es esencial para garantizar resultados lo más precisos posibles.

Respecto al caso interior, solo hay que modificar la hipótesis Momento/Rotación para conseguir el modelo lo más real posible, se explicará a continuación:

- Para conseguir un Momento/Rotación real, ahora que el esfuerzo que controlará el proceso de plastificación será la Interacción Axil-Momento, se deberá marcar la opción “Drops To Zero” para que cuando plastifique el diagrama caiga a 0 inmediatamente después del punto E. Hay que marcar la opción “Moment – Rotation” como en los anteriores casos. Además se debe poner en la casilla “Moment/Yield Mom” los valores que se pusieron en el estudio de la viga con esfuerzo axial para crear una rótula plástica real.

Hinge Specification Type

Moment - Rotation

Moment - Curvature

Hinge Length

Relative Length

Scale Factor for Rotation (SF)

SF is Yield Rotation per ASCE 41-13 Eqn. 9-2 (Steel Objects Only)

User SF

Load Carrying Capacity Beyond Point E

Drops To Zero Is Extrapolated

Symmetry Condition

Moment Rotation Dependence is Symmetric

Moment Rotation Dependence is Not Symmetric

Requirements for Specified Symmetry Condition

1 Specify curve at angle of 90°.

Figura 52. Propiedades rótula.

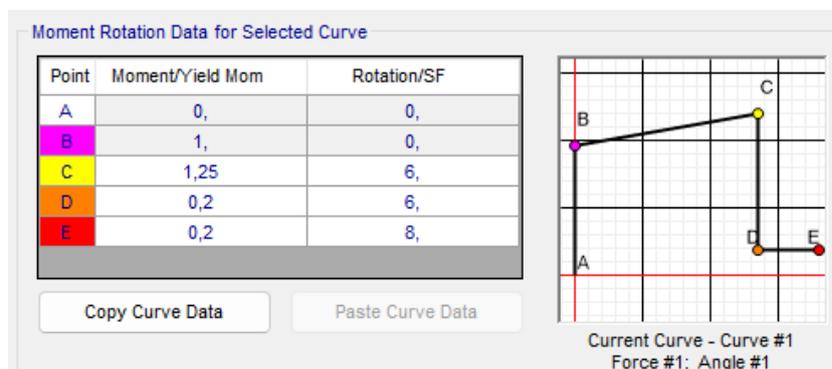


Figura 53. Propiedades rótula real.

Una vez modificados todos los parámetros necesarios para conseguir un modelo lo más real posible, se pasará a visualizar los resultados.

La fuerza de colapso necesaria para que se forme la rótula es de $F = 96538,72 \text{ N}$; el momento es máximo en el empotramiento y tiene un valor de $M = -386154,88 \text{ Nm}$.

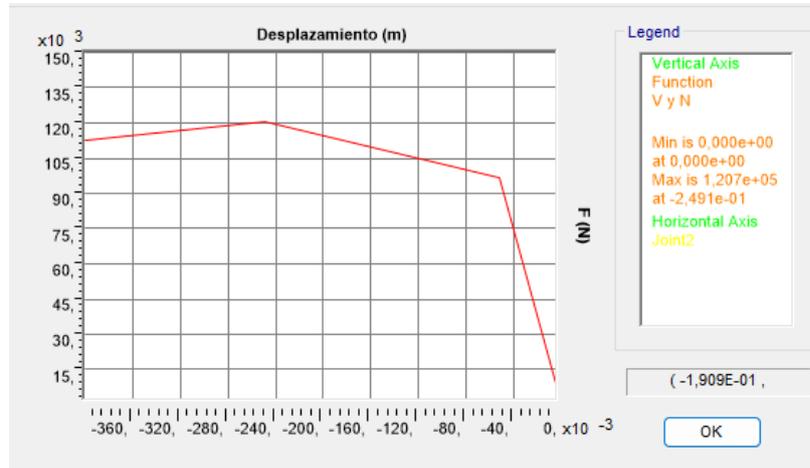


Figura 54. Gráfica Fuerza de colapso - Desplazamiento.

Después de formarse la rótula cuando se alcanza un desplazamiento de 0,05252 m, la fuerza de colapso capaz de soportar la viga sigue aumentando hasta alcanzar un valor máximo de $F = 120673,4 \text{ N}$ y, cuando alcanza el desplazamiento deseado de 0,4 m el extremo libre, la fuerza toma un valor de $F = 112500,55 \text{ N}$. La rotación de la rótula plástica en dicho instante es $-0,0847 \text{ rad}$.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

NOTA: la hipótesis deformación por esfuerzo axil no produce variaciones en el resultado debido a que se ha estudiado una estructura isostática y el flector en el empotramiento es independiente de la deformación debida al axil.

Después de revisar los ejemplos anteriores y observar cómo diferentes hipótesis afectaron los resultados, se procederá a compararlos para distinguir entre el estudio de cálculo plástico con las hipótesis que hacen que el modelo sea lo más ideal posible y la precisión y realismo que nos ofrece el programa SAP2000.

Posteriormente se analizarán los resultados más relevantes de los distintos casos estudiados para obtener una comprensión más clara y extraer las conclusiones necesarias. Para analizar dichos resultados, se tomarán en cuenta los datos más relevantes del estudio como se muestra a continuación. Dichos parámetros nos proporcionan una comprensión clara de cómo el comportamiento de la viga varía bajo diferentes condiciones de carga y restricciones.

➤ FUERZA DE COLAPSO

La fuerza de colapso es la carga máxima que una estructura puede soportar antes de experimentar un colapso crítico indicando que la estructura no puede soportar carga adicional y experimenta deformaciones excesivas que comprometen su integridad estructural. En este estudio, el objetivo es llegar más allá de la fuerza de colapso para ver el comportamiento del voladizo. En la tabla 4 se puede observar cómo varía durante el proceso; el paso 0 es en reposo, el paso 1 es el momento de colapso y el paso 3 es cuando el extremo libre alcanza el desplazamiento impuesto, en este caso de 0,4 m.

Tabla 4. Fuerza de colapso (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil)

FUERZA DE COLAPSO (N)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ine, Mpr)	M(dA, rC, r, r, Mpr)
0	0	0	0	0	0	0
1	105462,5	88177,47	88177,47	96538,72	96538,72	96538,72
2	105463,66	88178,44	88178,44	96539,78	96538,85	120673,4
3	105463,77	88178,54	88178,54	96539,87	90967,57	112500,55

Observando los datos obtenidos, cabe destacar que cuando se tiene en cuenta la interacción entre el axil y el momento la viga soporta menos carga antes de colapsar, un 16,39% menor respecto al modelo ideal. Al igual que en el estudio anterior, con un Momento/Rotación ideal extrapolado, la carga que soporta la estructura tras colapsar se mantiene constante mientras que, cuando es ideal no extrapolado y real se produce un descenso de la carga capaz de soportar por motivo de que la viga es capaz de rotar libremente en el empotramiento y se rompen las fibras más alejadas, lo que conlleva una deformación plástica progresiva.

Posteriormente se mostrará la gráfica carga-desplazamiento dónde se podrá ver más visualmente la diferencia de comportamiento entre los distintos modelos.

➤ DESPLAZAMIENTO DEL EXTREMO LIBRE

La siguiente tabla muestra el aumento del desplazamiento a lo largo del estudio.

Tabla 5. Desplazamiento extremo libre (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil)

DESPLAZAMIENTO DEL EXTREMO LIBRE (m)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ine, Mpr)	M(dA, rC, r, r, Mpr)
0	0	0	0	0	0	0
1	0,0556	0,04649	0,04797	0,05252	0,05252	0,05252
2	0,2224	0,2133	0,2148	0,236	0,2972	0,2491
3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Las diferencias son mínimas, en la figura se muestra el desplazamiento del extremo libre en los diferentes pasos, pero que, en cada caso, esta medida será tomada en un momento diferente, lo importante es ver la relación carga-desplazamiento conjuntamente.

➤ ROTACIÓN PLÁSTICA

La rotación plástica de la rótula, en este caso formada en el empotramiento, indica que se ha excedido su capacidad de deformación elástica y ya no puede volver a su forma original cuando se eliminan las cargas. En la siguiente tabla se muestra la rotación plástica que ha sufrido la rótula en los diferentes pasos.

Tabla 6. Rotación plástica (viga empotrada con esfuerzos a flexión y axil)

ROTACIÓN PLÁSTICA (rad)						
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp)	M(dA, dC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, i, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ie, Mpr)	M(dA, rC, r, ine, Mpr)	M(dA, rC, r, r, Mpr)
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
2	-0,0417	-0,0417	-0,0417	-0,0459	-0,0612	-0,0459
3	-0,0861	-0,0884	-0,088	-0,0869	-0,0876	-0,0847

Los datos son prácticamente iguales que en el anterior estudio, sometido el voladizo solo a flexión, y dentro de este estudio sigue la similitud. Esto puede indicar que no está meramente relacionado con la fuerza de colapso, si no más con la deflexión de la viga. La deflexión es la curvatura o flexión que experimenta la viga en respuesta a las cargas aplicadas y, en este caso, la curvatura de la deformada es prácticamente igual.

➤ GRÁFICA CARGA-DESPLAZAMIENTO

La figura 55 muestra la gráfica que relaciona la fuerza de colapso con el desplazamiento del extremo libre mencionada anteriormente.

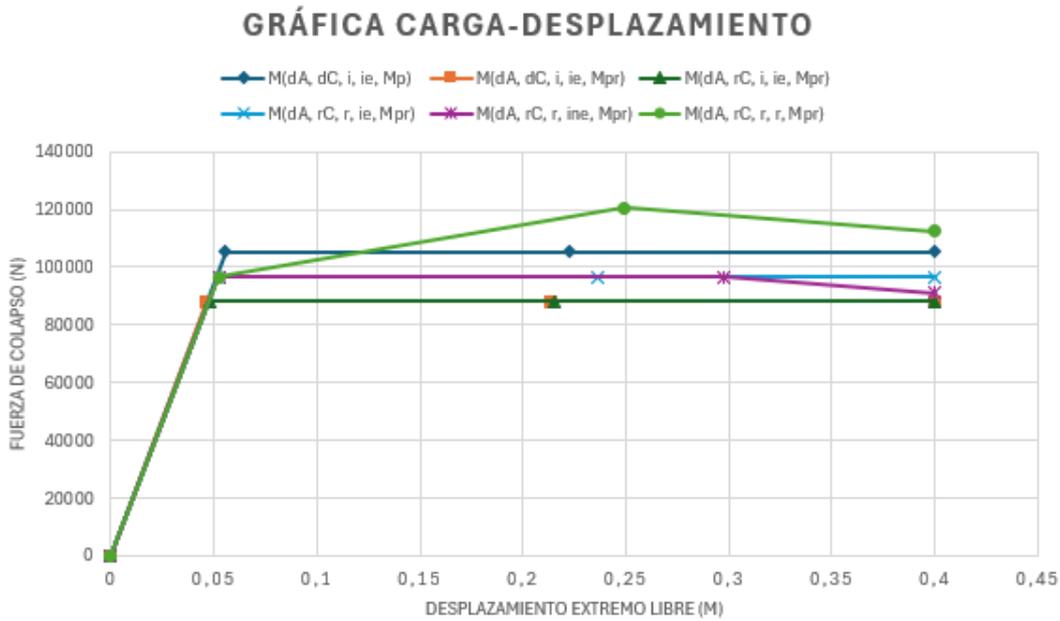


Figura 55. Gráfica Carga - Desplazamiento.

En la gráfica se ve claramente que todos los modelos tienen la misma pendiente, pero que, cuando se considera la interacción entre el esfuerzo axial y el momento, la fuerza de colapso disminuye, es decir, soporta una menor carga antes de colapsar y formar la primera rótula. También se puede observar que al considerar las propiedades del acero reales, proporcionadas por el programa, hay un aumento de la fuerza de colapso frente a suponer todas estas propiedades con valor de 275 MPa.

Los casos en que el Momento/Rotación es ideal extrapolado, una vez se alcanza la fuerza de colapso, esta se mantiene constante hasta alcanzar el desplazamiento impuesto, mientras que en el caso intermedio 4, en el cual el Momento/Rotación es ideal no extrapolado, cuando alcanza cierto valor de empotramiento, la carga soportada por la estructura comienza a disminuir debido a la deformación plástica progresiva que ocurre a lo largo de la viga. Por el contrario, cuando el Momento/Rotación es real, cuando alcanza el momento de colapso, la fuerza sigue aumentando, que esto puede deberse a que el material se haya endurecido fruto de la deformación plástica y haya aumentado su capacidad de carga antes de alcanzar el punto de colapso definitivo. Pero en diferencia de los anteriores casos la fuerza de colapso comienza a disminuir antes, cuando alcanza un desplazamiento de 0,25 m.

4. Pórtico plano

Para este modelo, se añadirá una hipótesis más, llamada efecto P-Delta. Este efecto considerará la deformación axial inducida por cargas laterales y la consecuente redistribución de fuerzas internas debida a la deformación lateral, es decir, por algoritmos internos carga incrementalmente no solo por la posible formación de la rótula plástica sino para “actualizar la geometría”. Por eso marcando esta opción el estudio será mucho más completo y se tendrá el resultado en muchos más momentos del estudio.

Para el estudio se podrá considerar despreciable o real, dependiendo de si se tendrá en cuenta o no este efecto. Para ello se utilizarán las notaciones “dP-D” o “rP-D”.

A partir de ahora se añadirá esta hipótesis al estudio, por lo que, siguiendo el procedimiento, los modelos se nombrarán de la siguiente forma:

M (DA, DC, Se, MR, I, P-D)

Para estos futuros estudios no se hará tanto hincapié en cómo modificar las distintas hipótesis como en los anteriores casos, y se tendrá como único objetivo la comparación de los resultados.

Ahora se pasará a estudiar un modelo algo más complejo, una estructura hiperestática. Será un pórtico plano con dos empotramientos, un NPR (Número de Posibles Rótulas) = 5 y con un grado de hiperestaticidad $GH = 3$. Las posibles rótulas son a, b, c, d, e.

El pórtico plano será del mismo material que el modelo anterior. Todas las barras serán de acero S275 y con un perfil HEB 280; las columnas medirán 4 m y el dintel 6 m. Se aplicará una fuerza F negativa en dirección vertical sobre los nudos b, c y d, y una fuerza $F/5$ con dirección horizontal en el nudo d, como se observa en la siguiente figura.

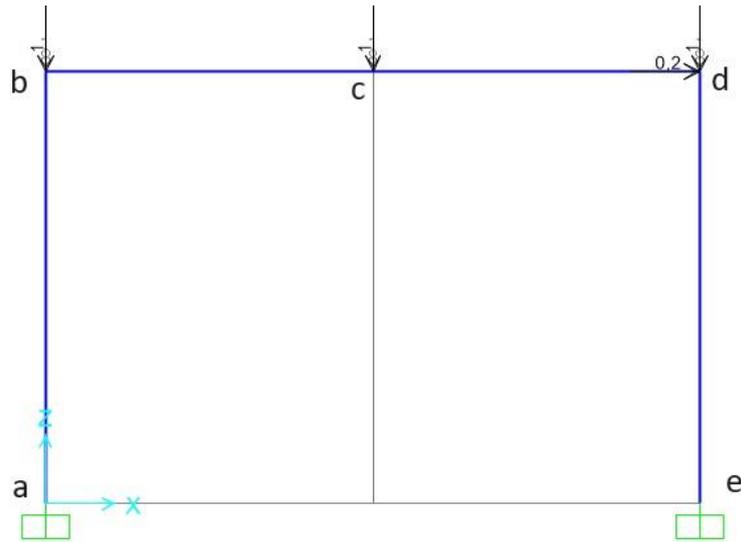


Figura 56. Pórtico plano.

La figura 57 muestra como estarían dispuestas las rótulas en el software.

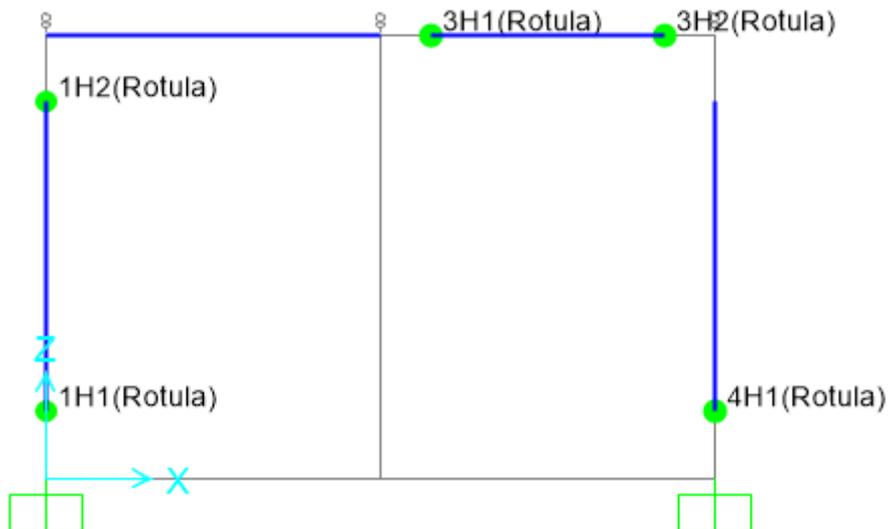


Figura 57. Disposición rótulas.

El estudio del cálculo plástico será similar a los vistos anteriormente, estudiando los dos casos más opuestos y una serie de casos intermedios en los que se modificarán las distintas hipótesis para ver cómo afectan al comportamiento del pórtico. El estudio finalizará cuando el punto intermedio del dintel, es decir el nudo c, alcance un desplazamiento de 0,2 m, que será suficiente para que se alcance el mecanismo de colapso.

MODELO IDEAL

- M (dA, dC, i, ie, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

Lo primero a analizar será la deformada, mostrada a continuación.

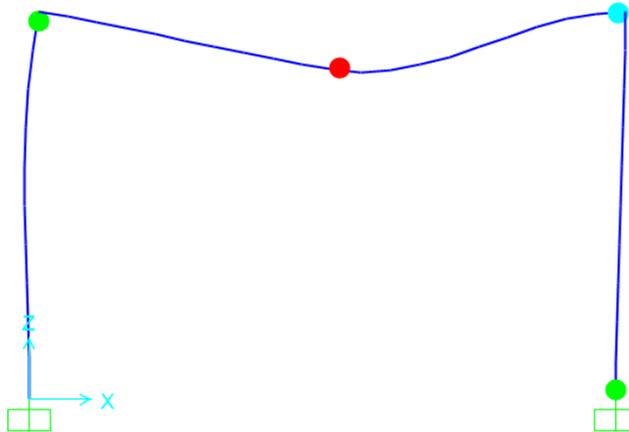


Figura 58. Deformada del pórtico plano.

La primera rótula en formarse es la del nudo c, la segunda en formarse es la del nudo d y, por último, las rótulas en los nudos b y e se forman a la vez, convirtiendo el pórtico plano en mecanismo. Aun habiéndose convertido en mecanismo, el estudio finalizará cuando se alcance el desplazamiento prescrito del nudo c.

La rótula en el nudo c se forma cuando se alcanza una fuerza de colapso de valor $F = 449973,11 \text{ N}$, la rótula en el nudo d cuando $F = 508253,16 \text{ N}$, y las rótulas en los nudos b y e cuando $F = 562467,17 \text{ N}$, siendo esta la fuerza de colapso necesaria para convertir el pórtico plano en mecanismo. Cuando se alcanza la fuerza de colapso, esta se mantiene constante hasta que finaliza el estudio. En la figura 59 se muestra la gráfica Fuerza de colapso – Desplazamiento nudo c.



Figura 59. Gráfica F – Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 1

- M (rA, dC, i, ie, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil real, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

El único cambio respecto al modelo ideal es que en este caso se considerarán las deformaciones debidas al esfuerzo axil, que en el estudio de la viga no se ha podido ver su función. Para conseguir modificar esta hipótesis, hay que hacer el siguiente cambio:

- Para conseguir una deformación debida al esfuerzo axil real, hay que multiplicar la casilla “Cross-section (axial) Area” x1. Se muestra en la siguiente figura.

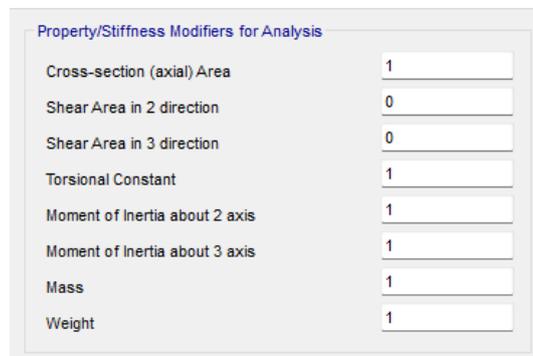


Figura 60. Propiedades modificadas perfil.

Una vez modificada dicha hipótesis, se pasará a visualizar los resultados.

La deformada de la estructura se mantiene similar y las rótulas se forman en el mismo orden respecto al modelo ideal. La fuerza de colapso es la misma una vez se alcanza el mecanismo y tiene un valor de $F = 562467,17$ N. La rótula c se forma cuando se alcanza una fuerza de valor $F = 449753,94$ N y la rótula d con una fuerza de valor $F = 508317,08$ N, valores muy parecidos a los anteriores.

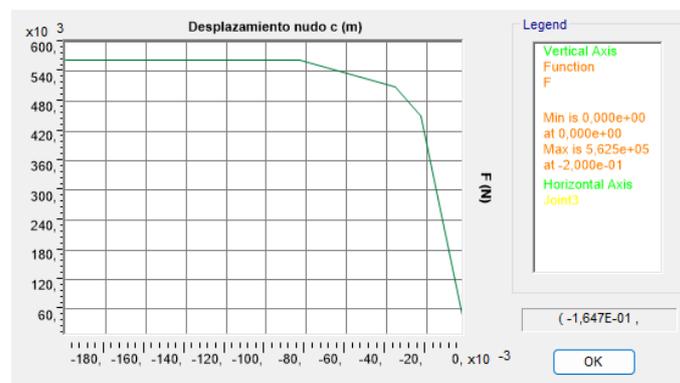


Figura 61. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 2

- M (rA, rC, i, ie, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

En cuanto además de las deformaciones debidas a esfuerzos axiales se tienen en cuenta las deformaciones por esfuerzos cortantes, se puede ver una notable diferencia respecto al modelo ideal. En este caso solo se forman tres rótulas plásticas, en los nudos b, c y d. La primera en formarse es la rótula c, seguidamente la d y por último la b. A continuación se muestra la deformada.

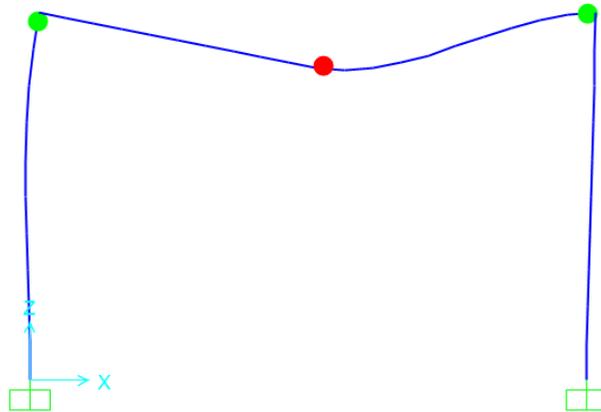


Figura 62. Deformada del pórtico plano.

La rótula c se forma cuando se alcanza una fuerza $F = 443746,31$ N, la rótula d con una fuerza de valor $F = 508866,7$ N y la rótula b con $F = 562467,17$ N, siendo esta última la fuerza de colapso necesaria para que la estructura se convierta en mecanismo.



Figura 63. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 3

- M (rA, rC, i, ine, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal no extrapolado, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

Para este modelo, se añadirá al anterior modelo estudiado anteriormente que las fibras con mayor deformación plástica puedan romper. Como consecuencia se tendrá que, al romper las fibras más alejadas, la fuerza que se necesitará aplicar tras formarse todas las rótulas plásticas para convertir el pórtico en mecanismo será menor. Al igual que en el caso intermedio 2, solo se forman las rótulas en el dintel y con la secuencia c – d – b.

La rótula c se forma cuando se alcanza una fuerza $F = 443746,31$ N, la rótula d con una fuerza $F = 508866,7$ N y la rótula b con $F = 562467,17$ N, siendo la fuerza de colapso de la estructura igual que en los anteriores casos. Cuando el nudo c alcanza un desplazamiento de 0,1455 m, la fuerza de colapso comienza a descender hasta que, en el desplazamiento deseado de 0,2 m, la fuerza de colapso es 527275,71 N.

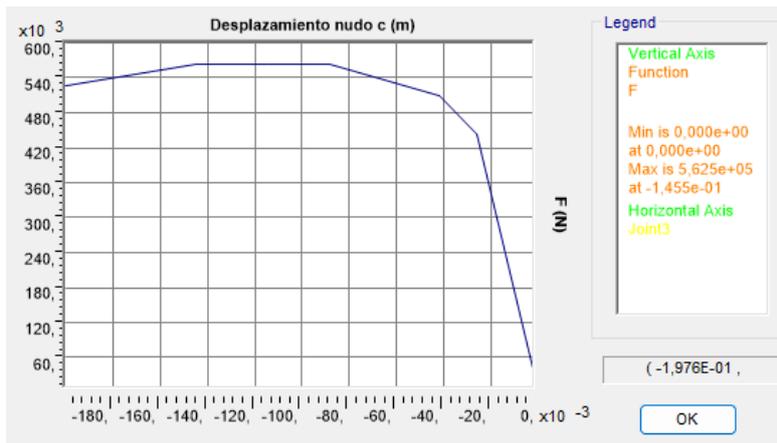


Figura 64. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 4

- M (rA, rC, i, r, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación real, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

Respecto al caso anterior, ahora se considerará un Momento/Rotación real, para que el comportamiento de las rótulas de la estructura se asemeje lo más posible a la realidad.

En este caso se forman las mismas 4 rótulas y en el mismo orden que en el modelo ideal, la secuencia de su formación es c - d - (b - e), las rótulas en los nudos b y e se forman simultáneamente. La rótula en el nudo c se forma cuando se alcanza una fuerza de valor $F = 443746,31$ N, la rótula en el nudo d con una fuerza $F = 519997,84$ N y las rótulas del nudo b y e con una fuerza $F = 619853,32$ N. Este último valor es la fuerza de colapso, pero en este caso, una vez alcanzado dicho punto, la fuerza sigue aumentando hasta un valor máximo de $658678,07$ N cuando el nudo c alcanza un desplazamiento de $0,1214$ m. Este aumento de resistencia de la estructura puede deberse a que el material se haya endurecido por la deformación plástica y haya aumentado su capacidad de carga antes de alcanzar el punto de colapso definitivo. Una vez se alcanza este punto, la capacidad de carga de la estructura comienza a disminuir hasta que, en el desplazamiento buscado, la fuerza de colapso es de $F = 638395,74$ N, y esto es debido a que las rótulas formadas sufren una rotura.

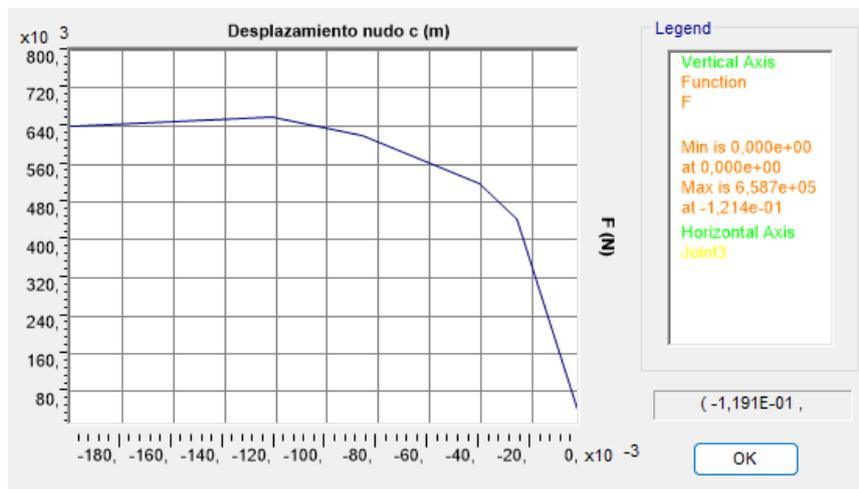


Figura 65. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 5

- M (rA, rC, i, r, Mpr, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axil real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación real, un momento plástico reducido por la presencia del axil y se despreciará el efecto P-Delta.

Para este modelo, respecto al caso intermedio 4, se introducirá un momento plástico reducido por la presencia del axil, en el que además de los esfuerzos cortantes, se tendrán en cuenta los esfuerzos axiales.

Se forman las 4 rótulas de maneras idénticas al anterior caso, pero con la aplicación de distintas fuerzas. La fuerza necesaria para que se forme la rótula en el nudo c es $F = 443673,25$ N, la necesaria para que se forme la rótula en el nudo d es $F = 519880,42$ N y para que se convierta en mecanismo formándose las rótulas restantes en los nudos b y e es $F = 581266,62$. Se puede ver que ha habido un claro descenso de la fuerza necesaria para hacer que colapse la estructura frente al anterior caso.

Como las características de las rótulas son lo más parecidas posibles a la realidad, tras alcanzar la fuerza de colapso, esta sigue aumentando hasta un valor de $F = 637633,81$ N debido a la rigidez tras la deformación plástica, y, tras el nudo c haberse desplazado $0,1224$ m, la capacidad de carga de la estructura desciende hasta un valor de $F = 615282,37$ N cuando se alcanza el desplazamiento deseado.

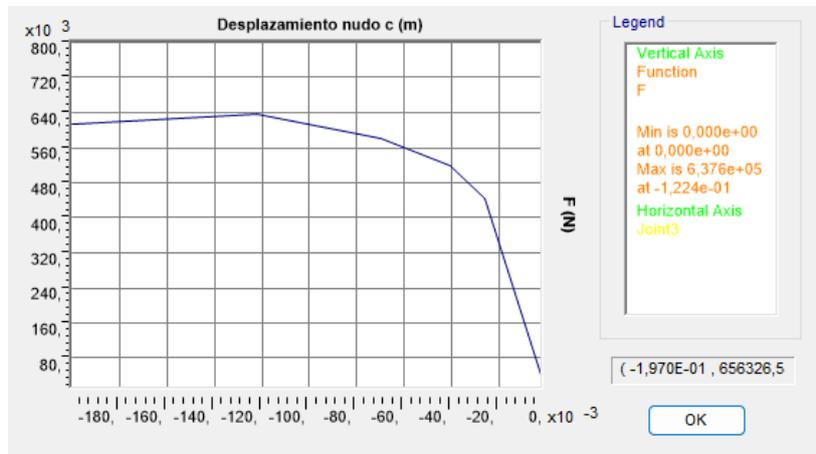


Figura 66. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

CASO INTERMEDIO 6

- M (rA, rC, i, r, Mpr, rP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación real, un momento plástico reducido por la presencia del axil y se tendrá en cuenta el efecto P-Delta.

En este modelo se introduce una nueva variable no vista anteriormente, el efecto P-Delta, que tiene en cuenta la deformación axial causada por cargas laterales y la consecuente redistribución de fuerzas internas debido a esta deformación. A continuación se muestra cómo se modificará el programa para conseguir considerar su efecto y que efectos ocasionará sobre los resultados del pórtico:

- Para activar el efecto P-Delta se debe marcar la opción “P-Delta” dentro del apartado “Geometric Nonlinearity Parameters” como se ve en la siguiente figura.

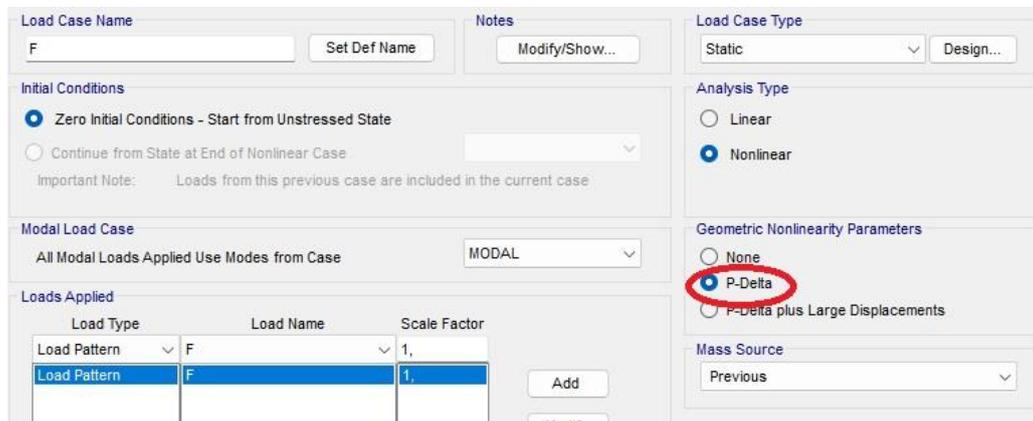


Figura 67. Efecto P-Delta.

Una vez modificado dicho parámetro, se pasará a visualizar los resultados obtenidos.

La secuencia de formación de las rótulas será similar al anterior caso, formándose primero la rótula c, después la d y, por último, simultáneamente las rótulas en los nudos b y e.

La primera rótula se forma cuando se alcanza una fuerza de colapso de valor $F = 441833,3$ N, la segunda con una fuerza de valor $F = 515397,24$ N y las dos restantes cuando $F = 583959,78$. Para este modelo, respecto al anterior, se necesita una menor fuerza de colapso para que se formen las rótulas en los c y d, mientras que, para la formación de las rótulas b y e esta fuerza necesaria es menor.

Una vez que se han formado todas las rótulas plásticas, la fuerza de colapso sigue aumentando y esto se debe al endurecimiento del material tras la deformación plástica, con la consecuencia de aumentar la capacidad de carga de la estructura y

llegando a soportar una fuerza de colapso máxima de $F = 629988,04$ N. Esta fuerza es un 1,2% menor que la del modelo en el que no se tiene en cuenta el efecto P-Delta. Tras alcanzar esta fuerza crítica, al haber utilizado rótulas con comportamientos reales, estas comienzan a deteriorarse haciendo que la carga capaz de soportar la estructura disminuya. La fuerza de colapso cuando el nudo alcanza un desplazamiento de 0,2 m es de $F = 601665,16$ N. En la figura 68 se muestra la gráfica fuerza de colapso - desplazamiento nudo c para que se vea la trayectoria de manera más clara.

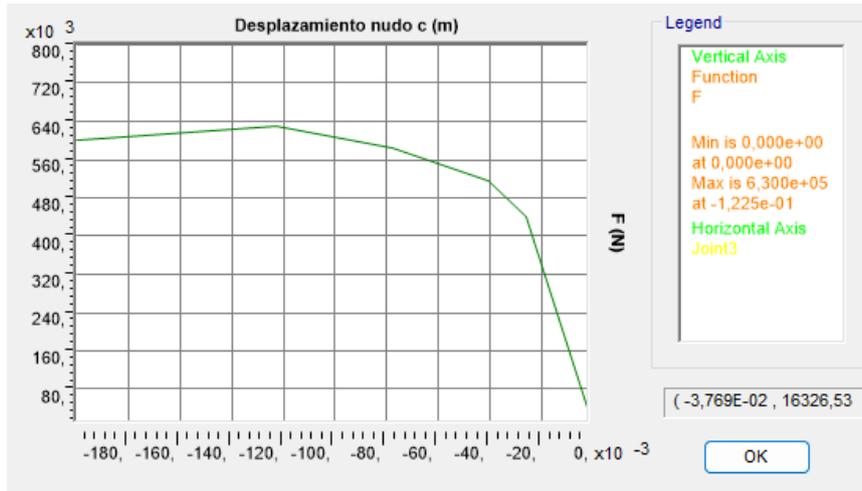


Figura 68. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

MODELO REAL

- M (rA, rC, r, r, Mpr, rP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación real, un momento plástico reducido por la presencia del axil y se tendrá en cuenta el efecto P-Delta.

Por último, se pasará a estudiar el modelo más real. La única modificación respecto al caso intermedio 6, es que ahora se considerarán las propiedades reales del acero S275 proporcionadas por el programa SAP2000.

La trayectoria será idéntica al anterior caso, salvo que, la fuerza de colapso de formación de cada rótula y la máxima capaz de soportar el pórtico se verán incrementadas debido a una mayor tensión máxima admisible del material.

La rótula del nudo c se forma con una fuerza de colapso $F = 485805,91$ N, la rótula del nudo d con $F = 566431,74$ N y las rótulas de los nudos b y e con $F = 641478,43$ N. Aun habiéndose formado las 4 rótulas, la fuerza de colapso aumenta hasta alcanzar un valor máximo de $F = 691515,65$ N, siendo un 8,898% mayor que con las propiedades ideales del material.

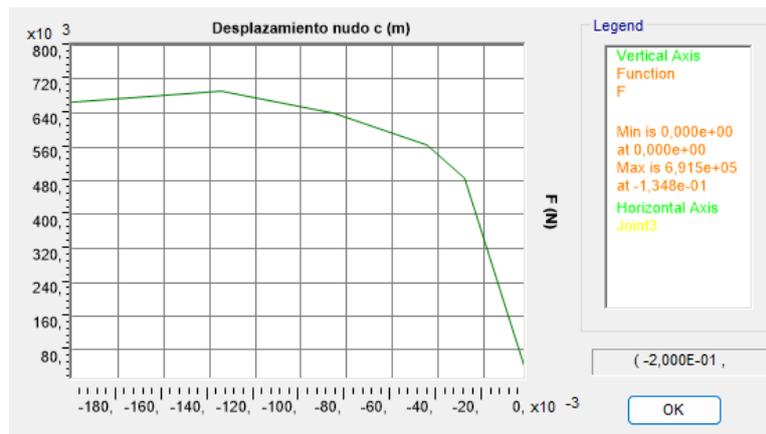


Figura 69. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Como en los anteriores estudios, una vez estudiados todos los ejemplos, se pasará a visualizar y comparar todos los resultados obtenidos de esta estructura hiperestática.

Para ello, como en los anteriores ejemplos, los factores más determinantes serán la fuerza de colapso, el desplazamiento del nudo c y la rotación plástica que sufre el mismo.

➤ FUERZA DE COLAPSO

La fuerza de colapso es la carga máxima que una estructura puede soportar antes de colapsar debido a deformaciones excesivas que comprometen su integridad.

En este estudio, el objetivo es llegar más allá de la fuerza de colapso para ver el comportamiento de la estructura y la formación de rótulas plásticas. En la tabla 7 se puede observar cómo varía durante el proceso. Como en los anteriores ejemplos, el estudio se divide en pasos, que indican los distintos estados en los que se encuentra la estructura.

El paso 0 muestra cuando aún está en reposo antes de que se aplique la fuerza, el paso 1 es la fuerza necesaria para que se forme la primera rótula plástica, en el paso 2 se forma la segunda rótula y en el paso 3, con excepción de los casos intermedios 2 y 3 en los cuales solo se forma una tercera rótula, muestra la fuerza necesaria para que se forme la tercera y cuarta rótula para convertir la estructura en un mecanismo.

Tabla 7. Fuerza de colapso (pórtico plano)

FUERZA DE COLAPSO (N)								
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ine, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, rP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	449973,11	449753,94	443746,31	443746,31	443746,31	443673,25	441833,3	485805,91
2	508253,16	508317,08	508866,7	508866,7	519997,84	519880,42	515397,24	566431,74
3	562467,17	562467,17	562467,17	562467,17	619853,32	581266,62	583959,78	641478,43
4	562467,4	562467,4	562467,4	562467,4	658678,07	637633,81	629988,04	691515,65
5	562470,22	562470,22	562470,21	562467,67	638395,74	615282,37	601665,16	667335,37
6	562471	562470,99	562470,95	527275,71	638395,74	615282,37	601665,16	667335,37

Observando la tabla de valores, cabe destacar que cuando se utilizan hipótesis más reales, la fuerza de colapso capaz de soportar la estructura antes de convertirse en mecanismo es mayor.

Al igual que en los estudios anteriores, con un Momento/Rotación ideal extrapolado, la carga que soporta la estructura tras colapsar se mantiene constante mientras que, cuando es ideal no extrapolado y real se produce un descenso de la carga capaz de soportar debido a que la viga es capaz de rotar libremente en el empotramiento y se rompen las fibras más alejadas, lo que conlleva una deformación plástica progresiva y una disminución de la capacidad de carga de la estructura.

Cuando se considera las deformaciones debidas a esfuerzos axiales y cortantes, la primera rótula se forma con una menor fuerza aplicada, pero la fuerza de colapso de la estructura se mantiene similar.

El efecto P-Delta produce una disminución de la fuerza de colapso al no subestimar las fuerzas internas en la estructura, lo que permite un estudio más preciso del comportamiento real de la estructura.

Más adelante se mostrará la gráfica que relaciona la fuerza de colapso y el desplazamiento del nudo c, permitiendo ver de manera más visual la línea que sigue los distintos modelos.

➤ DESPLAZAMIENTO DEL NUDO C

La tabla 8 muestra el desplazamiento que sufre el nudo c a lo largo del estudio.

Tabla 8. Desplazamiento del nudo c (pórtico plano)

DESPLAZAMIENTO NUDO C (m)								
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ine, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, rP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,02189	0,02288	0,02601	0,02601	0,02601	0,026	0,026	0,0286
2	0,03485	0,03607	0,04175	0,04175	0,04089	0,04088	0,04068	0,04472
3	0,08236	0,08358	0,08807	0,08807	0,0865	0,06978	0,07754	0,08572
4	0,10946	0,11068	0,11424	0,11424	0,12143	0,12238	0,1225	0,13479
5	0,10946	0,11069	0,11424	0,14551	0,2	0,2	0,2	0,2
6	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

La única diferencia que se puede observar es que, los estudios con hipótesis más reales alcanzan antes el desplazamiento deseado, pero que, para hacer un estudio más preciso, es necesario comparar la relación de estos desplazamientos con la fuerza de colapso en cada paso.

➤ ROTACIÓN PLÁSTICA

Para un análisis más completo del pórtico se pasará a estudiar la rotación plástica de la rótula formada en el nudo c, que es la primera en formarse, y se pasará a comparar los valores obtenidos en cada uno de los modelos desde el reposo hasta el instante en el que alcanza el desplazamiento vertical deseado de 0,2 m. Cuando la rotación plástica toma un valor distinto de 0, indica que se ha excedido su capacidad de deformación elástica, y ha experimentado deformaciones permanentes, lo que resulta en cambios irreversibles en su forma y estructura.

Tabla 9. Rotación plástica nudo c (pórtico plano)

ROTACIÓN PLÁSTICA NUDO C (rad)								
	MODELO IDEAL	CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5	CASO 6	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, ine, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mp, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, dP-D)	M(rA, rC, i, r, Mpr, rP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,0108	0,0109	0,0125	0,0125	0,0109	0,0109	0,0108	0,0118
3	0,0445	0,0445	0,0451	0,0451	0,0408	0,0298	0,0346	0,0383
4	0,0625	0,0625	0,0625	0,0625	0,0625	0,0625	0,0626	0,0688
5	0,0625	0,0625	0,0625	0,0834	0,12	0,1192	0,1192	0,1165
6	0,1229	0,1221	0,1197	0,1225	0,12	0,1192	0,1192	0,1165

La evolución es similar entre los distintos modelos, pero entre los modelos más opuestos, hay una diferencia del 5,207% cuando el nudo c ha alcanzado el

desplazamiento deseado, es decir, en el último paso. También se puede observar que en el caso intermedio 3, hay un cambio más progresivo de la rotación y esto es debido a que hay una relación Momento/Rotación ideal no extrapolado. Viendo los diferentes datos, se llega a la conclusión de que la variación en los distintos modelos no está relacionada con la fuerza de colapso, sino simplemente con la deflexión de la viga.

➤ GRÁFICA CARGA-DESPLAZAMIENTO

En la figura 70 se puede observar la gráfica que relaciona la fuerza de colapso con el desplazamiento del nudo c antes comentado.

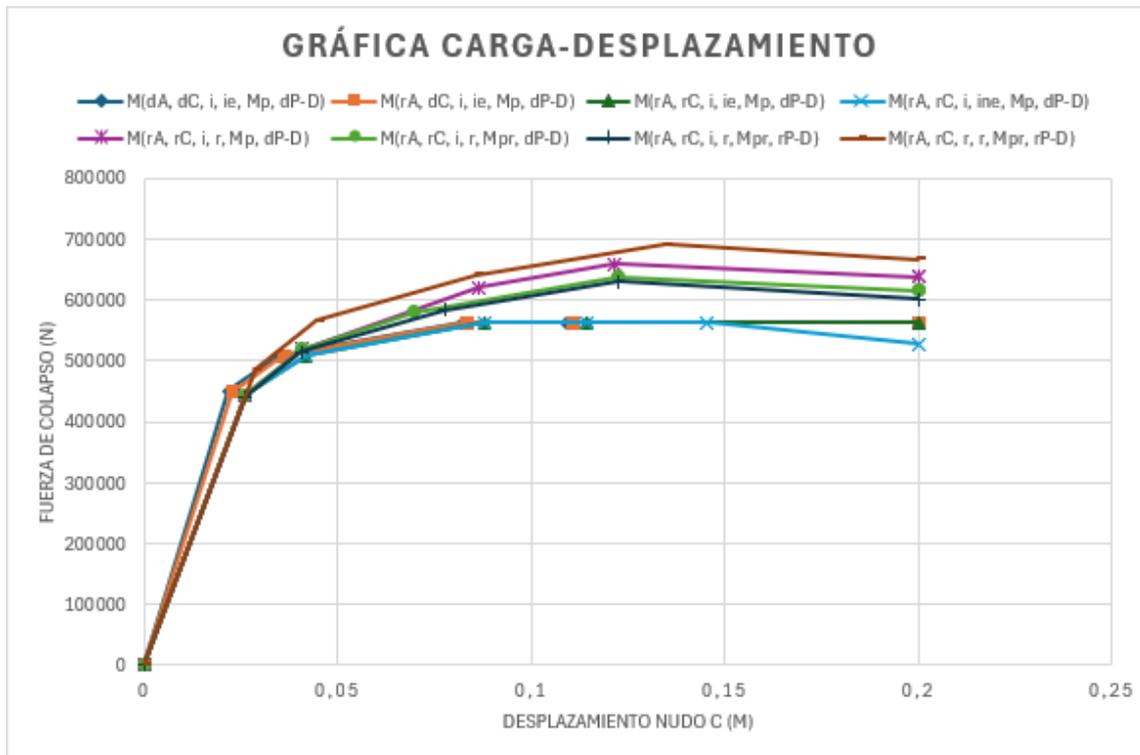


Figura 70. Gráfica Carga - Desplazamiento.

En la gráfica se ve claramente que todos los modelos tienen una pendiente inicial muy similar, a excepción de los modelos que desprecian las deformaciones por esfuerzos cortantes, que esta varía haciendo que la primera rótula plástica se forme con un menor desplazamiento del nudo c. También se observa cómo claramente, la fuerza necesaria para que se forme la primera rótula en el modelo real es mucho mayor y esto es debido a que se han utilizado las propiedades reales del material.

Cuanto se utiliza un Momento/Rotación ideal, una vez alcanzada la fuerza de colapso cuando se han formado todas las rótulas, este valor se mantiene constante hasta alcanzar el desplazamiento deseado. Con un Momento/Rotación ideal no extrapolado, aparece el fenómeno de ruptura de las fibras más alejadas, debido a

que han alcanzado el límite de fluencia y han comenzado a plastificar, reduciéndose la sección transversal efectiva de la estructura, esto conlleva una reducción de la capacidad de carga. Mientras que, con un Momento/Rotación real, además de considerar el fenómeno de ruptura de las fibras más alejadas, también se tiene en cuenta el endurecimiento del material por la plastificación, provocando un ligero aumento de la capacidad de carga de la estructura antes de colapsar.

Cuando se considera el momento plástico reducido por la presencia del axil, se reconoce que la capacidad de carga de la estructura se ve afectada por esa combinación de esfuerzos, reduciéndose la misma. Esta diferencia se puede observar notablemente entre los casos intermedios 4 y 5, donde la combinación de momento y fuerza axial reduce la capacidad de sección transversal para resistir cargas adicionales.

Cuando se tiene en cuenta el efecto P-Delta, se consideran tanto las deformaciones debidas a las cargas aplicadas (efecto P) como las deformaciones debidas a las fuerzas de inercia que resultan de las deformaciones laterales inducidas por las cargas (efecto Delta). Se reconoce que las deformaciones laterales inducidas por la carga pueden aumentar la magnitud de las fuerzas axiales y, por lo tanto, afectar a la respuesta plástica de la estructura, reduciendo su capacidad de carga. Esta diferencia se puede observar entre el caso intermedio 5 y 6, donde en este segundo se ve reducida la fuerza de colapso.

5. Pórtico a dos aguas

Para finalizar el estudio se estudiará un modelo mucho más cotidiano, un pórtico a dos aguas con dos empotramientos. Será del mismo material que los modelos vistos anteriormente, todas las barras serán de acero S275 y perfil HEB280. Las columnas miden 4 metros, entre los empotramientos hay una distancia horizontal de 8 metros y entre el nudo b y c hay una distancia vertical de 1 metro.

Para simular condiciones meteorológicas como viento y nieve, estará sometido a una carga lateral en el nudo b de valor $F/5$ y una carga vertical de valor F en los nudos b, c y d, como se puede observar en la figura 71. La carga horizontal hará referencia a las fuerzas que actúan lateralmente sobre la estructura, como podrían ser las generadas por el viento en un lateral del pórtico y, las cargas verticales, incluirán el peso propio de la estructura y otras cargas que actúan hacia abajo, como podría ser la nieve acumulada en el tejado.

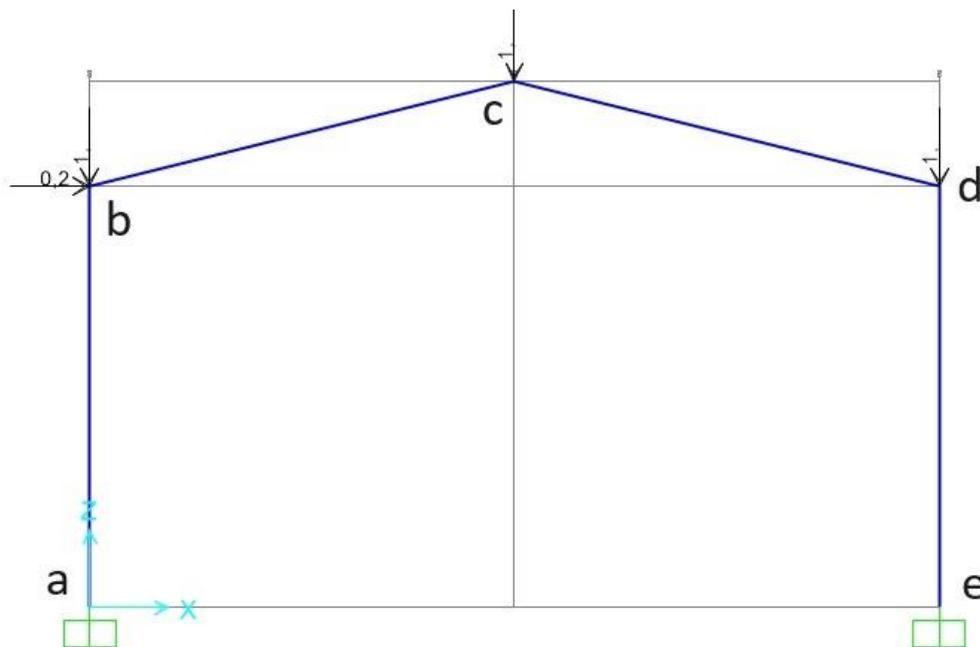


Figura 71. Pórtico a dos aguas.

Consiste en una estructura hiperestática con 5 posibles rótulas en los nudos a, b, c, d y e, y tiene un grado de hiperestaticidad $GH = 3$. La siguiente figura muestra la disposición de las distintas posibles rótulas en el software.

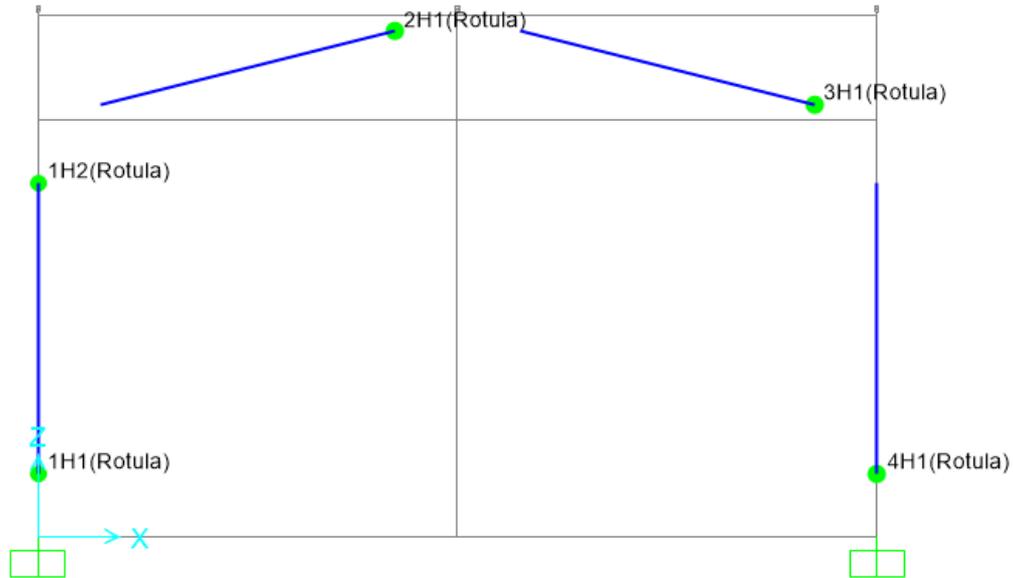


Figura 72. Disposición rótulas pórtico a dos aguas.

El estudio tendrá el mismo objetivo que los vistos anteriormente, finalizando cuando el nudo c alcanza un desplazamiento vertical de 0,2 m. Para el cálculo plástico de este pórtico solo se estudiarán los dos casos más opuestos, un modelo ideal donde se introducirán las hipótesis que hacen que el modelo sea lo más “simple” posible y un modelo real en el que se variarán todas las restricciones impuestas para dejar los valores reales proporcionados por el programa SAP2000.

MODELO IDEAL

- M (dA, dC, i, ie, Mp, dP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial despreciable, deformación debida al esfuerzo cortante despreciable, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación ideal extrapolado, un momento plástico teórico y se despreciará el efecto P-Delta.

Este análisis podría ser parecido a un análisis de cálculo plástico que se pudiera hacer a mano, con las hipótesis lo más ideales posibles. A continuación se mostrará la deformada cuando el nudo c ya ha alcanzado el desplazamiento deseado.

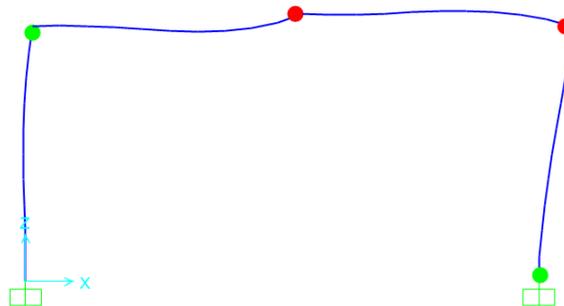


Figura 73. Deformada ideal.

Cada rótula está representada mediante colores distintos, esto reflejará la evolución del comportamiento estructural a medida que se aplican cargas adicionales durante el análisis.

Se forman cuatro rótulas para formar el mecanismo de colapso. La primera rótula en formarse es la del nudo c con una fuerza de colapso de valor $F = 467789,08$ N, seguidamente la segunda rótula en formarse es la del nudo d cuando la fuerza de colapso tiene un valor de $484785,49$ N, la tercera rótula en formarse es la del nudo e cuando $F = 499819,21$ N y la última rótula en formarse es la del nudo b cuando $F = 527312,85$ N. Esta última es la fuerza de colapso de la estructura que se mantiene constante hasta finalizar el estudio. En la siguiente figura se ve la relación entre la fuerza de colapso y el desplazamiento del nudo c.



Figura 74. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

Cada vértice de la gráfica representa la formación de una rótula y, una vez se alcanza la fuerza de colapso, esta se mantiene constante hasta finalizar el estudio y es lo representado con una línea horizontal.

Todas las barras de la estructura trabajarán a compresión desde el inicio del estudio hasta su finalización, las columnas son las barras más comprometidas a este esfuerzo, especialmente la de la derecha soportando un axil de valor $N = -790969,32$ N en el momento de colapso. Según avanza el estudio, el esfuerzo a compresión irá aumentando hasta mantenerse constante más allá del colapso.

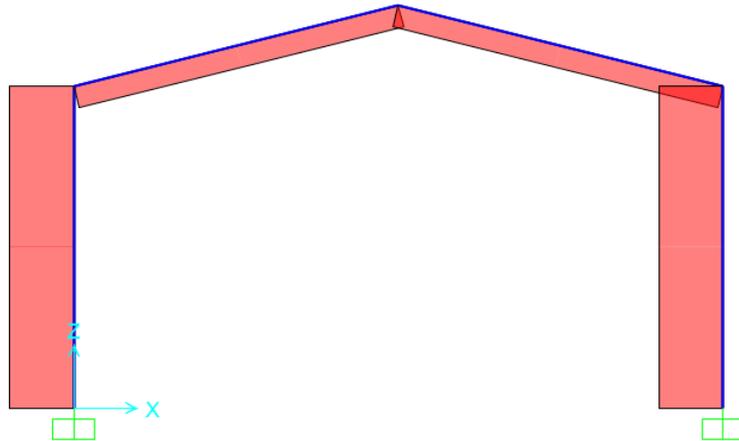


Figura 75. Diagrama de esfuerzos axiales ideal.

En el diagrama de momentos flectores se puede observar como en los nudos donde se han formado las rótulas, se alcanza el momento plástico calculado al principio del estudio de valor $M_p = 421850$ Nm, y este no aumentará una vez se forman las rótulas.

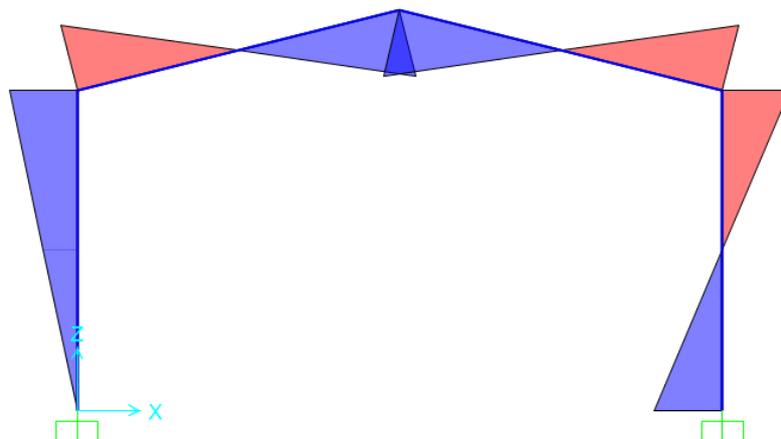


Figura 76. Diagrama de momentos flectores ideal.

MODELO REAL

- M (rA, rC, r, r, Mpr, rP-D): modelo ideal, se considerará una deformación debida al esfuerzo axial real, deformación debida al esfuerzo cortante real, una Sigma/Épsilon ideal, un Momento/Rotación real, un momento plástico reducido por la presencia del axil y se tendrá en cuenta el efecto P-Delta.

Para este modelo real, además de añadir todas las hipótesis necesarias vistas anteriormente, también se procederá a realizar un mallado en cuatro partes cada barra para que sea un estudio mucho más completo.

La deformada será similar al modelo ideal y se formarán las mismas rótulas en el mismo orden.

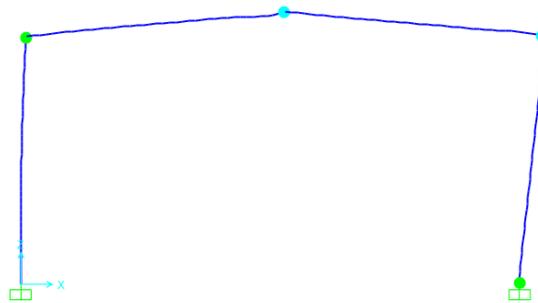


Figura 77. Deformada real.

La primera rótula que se forma es la del nudo c cuando $F = 497719,2$ N, la segunda es la del nudo d cuando $F = 524955,33$ N, la tercera es en el nudo e con $F = 538629,96$ N y, por último, la cuarta rótula se forma en el nudo b con $F = 607324,31$ N. Una vez se forman las cuatro rótulas, la fuerza aplicada sigue aumentando hasta alcanzar un valor máximo $F = 631466,8$ N, haciendo que esta sea la fuerza de colapso real de la estructura. Cuando alcanza el valor máximo, al haber programado rótulas reales, la capacidad de carga de la estructura disminuirá hasta un valor de $F = 545803,98$ N cuando se alcanza el desplazamiento vertical deseado de 0,2 m del nudo c.

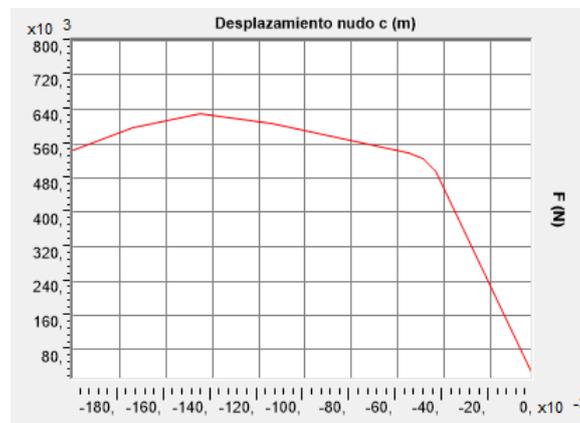


Figura 78. Gráfica F - Desplazamiento nudo c.

Al igual que en el modelo ideal, las barras que más trabajan a compresión son las columnas, especialmente la de la derecha con un valor $N = -963096,97 \text{ N}$ en el instante de colapso. El diagrama de esfuerzos axiales es semejante al del modelo ideal.

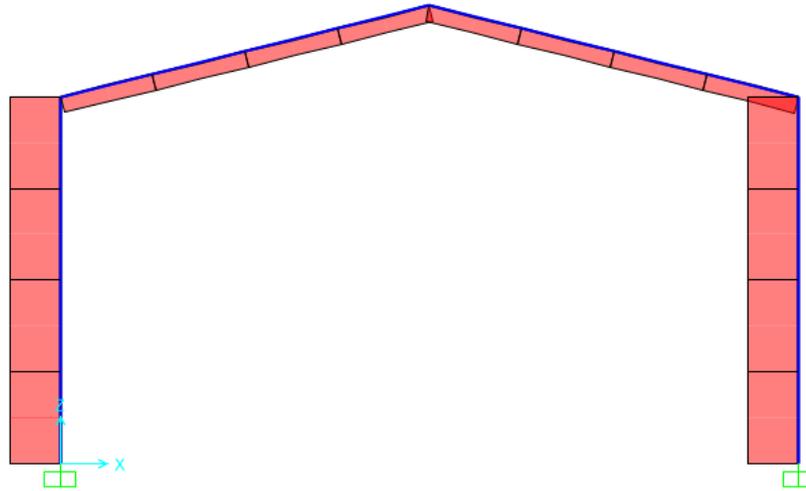


Figura 79. Diagrama de esfuerzos axiales real.

El diagrama de momentos flectores también es similar al del modelo ideal a simple vista, pero se puede observar que a diferencia del modelo ideal, una vez se producen las rótulas plásticas, el momento sigue aumentando, superando incluso el valor del momento plástico teórico.

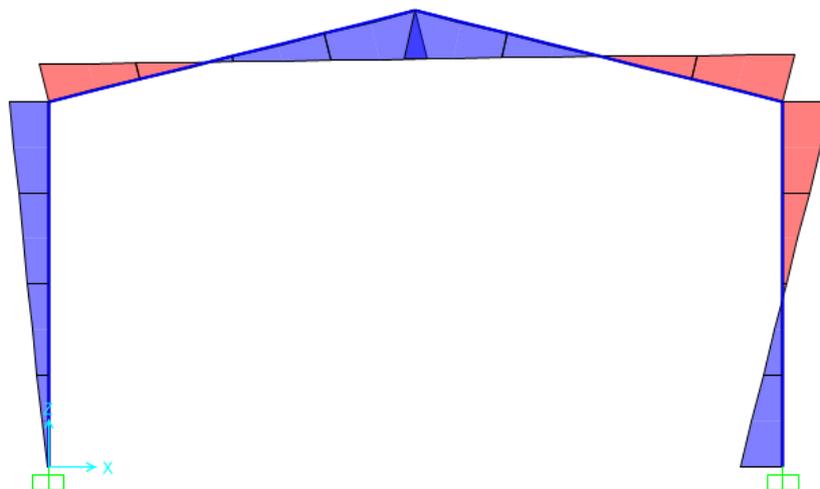


Figura 80. Diagrama de momentos flectores real.

Se pasará a realizar una comparación de estos dos modelos mucho más específica en el siguiente apartado.

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Como en los anteriores estudios, una vez visto ambos modelos, se pasará a visualizar y comparar los resultados obtenidos de pórtico a dos aguas.

Los factores a estudiar más determinantes serán la fuerza de colapso, el desplazamiento del nudo c y la rotación plástica que sufre el mismo nudo c.

➤ FUERZA DE COLAPSO

La siguiente tabla representa los valores de la fuerza F aplicada sobre el pórtico en los diferentes pasos hasta finalizar el estudio. Los pasos 1, 2, 3 y 4 representan los momentos en los que se forman las cuatro rótulas plásticas.

Tabla 10. Fuerza de colapso (pórtico a dos aguas)

FUERZA DE COLAPSO (N)		
	MODELO IDEAL	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0
1	467789,08	497719,2
2	484785,49	524955,33
3	499819,21	538629,96
4	527312,85	607324,31
5	527314,97	631466,8
6	527315,06	596629,32
7	527316,95	545803,98

Se puede observar una gran diferencia entre ambos modelos, siendo la fuerza de colapso del modelo real un 16,494% mayor que la del modelo ideal. Sin embargo, una vez que en el modelo real se alcanza la capacidad de carga máxima de la estructura, esta comienza a disminuir de manera muy notable debido a la deformación plástica del material y la reducción de la sección. Mientras que, el modelo ideal, una vez alcanza la máxima capacidad de carga de la estructura, esta se mantiene constante sin modificaciones notables.

➤ DESPLAZAMIENTO DEL NUDO "C"

Tabla 11. Desplazamiento nudo c (pórtico a dos aguas)

DESPLAZAMIENTO NUDO C (m)		
	MODELO IDEAL	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0
1	0,03506	0,04371
2	0,03885	0,04933
3	0,04928	0,05549
4	0,11205	0,11415
5	0,11462	0,14536
6	0,13372	0,17473
7	0,2	0,2

La diferencia entre los dos modelos es que el modelo real alcanza el desplazamiento deseado de manera más progresiva, mientras que el modelo ideal da saltos más grandes.

➤ ROTACIÓN PLÁSTICA DEL NUDO “C”

La rotación plástica es la capacidad de una conexión estructural para deformarse plásticamente sin una pérdida significativa de resistencia a medida que se excede la carga aplicada.

Tabla 12. Rotación plástica nudo c (pórtico a dos aguas)

ROTACIÓN PLÁSTICA NUDO C (rad)		
	MODELO IDEAL	MODELO REAL
PASOS	M(dA, dC, i, ie, Mp, dP-D)	M(rA, rC, r, r, Mpr, rP-D)
0	0	0
1	0	0
2	2,65E-03	3,25E-03
3	8,45E-03	6,24E-03
4	0,0417	0,0334
5	0,043	0,0473
6	0,0525	0,0683
7	0,0857	0,0849

Respecto al giro relativo de la rótula del nudo c, como en los estudios anteriores, la rotación en el modelo real es menor cuando se alcanza el desplazamiento deseado y los saltos de valor entre los diferentes pasos son más progresivos.

➤ GRÁFICA CARGA-DESPLAZAMIENTO

La figura 93, con los datos mostrados en los anteriores apartados, representará de manera más visual la relación entre la fuerza de colapso y el desplazamiento del nudo c.

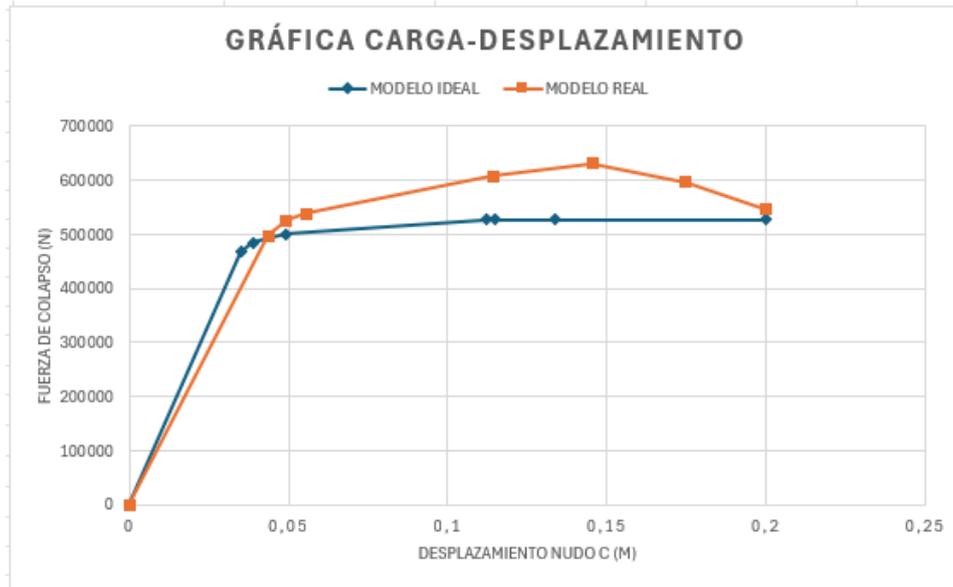


Figura 81. Gráfica Carga - Desplazamiento.

El modelo ideal tiene una pendiente inicial un poco mayor que el modelo real hasta que, a medida que se van formando las rótulas plásticas, la pendiente disminuye llegando a ser prácticamente horizontal cuando se alcanza la carga de colapso.

En cambio, el modelo real tiene una menor pendiente inicial pero cuando se van formando las rótulas, la disminución de esta pendiente no es tan significativa como en el modelo ideal. Una vez se forman las cuatro rótulas, la fuerza de colapso sigue aumentando debido al endurecimiento del material y la reorganización de las estructuras internas, que permite una mayor capacidad de carga. Después de alcanzar la fuerza de colapso definitiva, esta disminuye a razón de la disminución de la sección transversal del material.

Viendo los resultados obtenidos en este estudio, se llega a la conclusión de que el modelo real se asemeja mucho más a los resultados que podrían darse en la realidad, por lo que, para hacer cualquier estudio de cálculo plástico, sería recomendable la utilización de las hipótesis utilizadas en el modelo real para conseguir una mayor precisión en los resultados y predicción del comportamiento de la estructura. Un estudio con hipótesis más sencillas es el que se podría hacer a mano para tener una primera idea del estudio pero sin tenerlo en cuenta como definitivo.

6. Conclusiones

Después de analizar la investigación sobre las distintas hipótesis aplicables al cálculo plástico de un pórtico, se concluye que es fundamental seleccionar adecuadamente las hipótesis de comportamiento estructural para obtener resultados precisos y confiables en el diseño y análisis de estructuras. Mientras se realizaba el estudio, se pudo comprobar que las distintas hipótesis pueden influir de manera significativa en las respuestas estructurales, como las cargas máximas soportadas, las deformaciones, la distribución de esfuerzos y el orden de formación de rótulas plásticas.

El trabajo ha cubierto diferentes etapas, desde la explicación individual de cada hipótesis y ver como afectaba en modelos más sencillos, hasta abarcar pórticos mucho más complejos, la cual era la finalidad del trabajo.

Además con este trabajo se han podido observar las disparidades entre lo que podría lograrse mediante aproximaciones más ideales aplicadas manualmente, útiles para una primera aproximación, y lo que solo sería posible de calcular utilizando herramientas computacionales con hipótesis más realistas y complejas. Se destaca la importancia de la tecnología en la ingeniería estructural moderna y la necesidad de entender cómo las hipótesis de cálculo afectan a la precisión y eficiencia del análisis estructural, tanto en contextos prácticos como teórico. El trabajo ofrece una visión completa de cómo las decisiones en el modelado afectan la interpretación de los resultados, resaltando la importancia de elegir el enfoque más adecuado según las necesidades y objetivos específicos del proyecto.

6.1. Líneas futuras

Este trabajo se ha centrado en voladizos y pórticos planos sometidos a distintas fuerzas puntuales y sujetos mediante empotramientos. Algunas de las posibles modificaciones en las que se podría trabajar son:

- Tipos de perfil: se podría realizar un estudio sobre la misma estructura con un perfil distinto para ver si los resultados serían similares o habría un cambio en el comportamiento al modificar las distintas hipótesis.
- Dimensión de la estructura: en este trabajo se ha trabajado en dos dimensiones y sería ambicioso ampliar el proyecto para analizar el cálculo plástico de estructuras en tres dimensiones, ya que supondría una tarea bastante más compleja.
- Solicitaciones externas: implementar fuerzas distribuidas y fuerzas de peso de la estructura que afecten a su comportamiento.

6.2. Consideraciones adicionales

Aspectos de seguridad y valoración económica y práctica

Como se ha hecho evidente a lo largo de todo el trabajo, estas hipótesis son fundamentales en la ejecución de estudios en el mundo real, ya que permiten optimizar los costos al obtener resultados precisos y confiables, lo cual es esencial para que el estudio sea lo más eficiente posible en términos de recursos financieros y tiempo invertido.

El uso de estas hipótesis no solo contribuye a la reducción de costos, sino que también desempeña un papel crucial en la garantía de la seguridad estructural. Al aplicar las hipótesis adecuadas, se pueden prever y mitigar los posibles riesgos asociados con la carga y el comportamiento estructural. Esto es esencial para asegurar la integridad y estabilidad de las estructuras, minimizando así los peligros tanto para las personas que las utilizan como para las propiedades circundantes.

En última instancia, la aplicación de estas hipótesis no solo tiene un impacto económico positivo al optimizar los recursos, sino que también garantiza la seguridad y fiabilidad de las diferentes estructuras, lo que resulta en un entorno construido más seguro y sostenible. Su importancia trasciende los límites del estudio teórico, influyendo directamente en la práctica de la ingeniería civil y estructuras, y contribuyendo al bienestar y seguridad de la sociedad en general.

Impacto medioambiental

Esto es un apartado a tener muy en cuenta en la construcción. La selección de materiales para la construcción de pórticos y la implementación de diseños estructurales eficientes son aspectos clave para minimizar el impacto ambiental. Utilizar materiales como el acero reciclado o el hormigón con bajo contenido en carbono ayuda a reducir las emisiones de gases de efecto invernadero y el consumo de recursos naturales. Además, la gestión adecuada de residuos durante la construcción, promoviendo el reciclaje y la reutilización, contribuye a disminuir la cantidad de desechos enviados a vertederos y reduce el impacto ambiental asociado.

Considerar el impacto ambiental durante la vida útil del pórtico, incluyendo la durabilidad de los materiales y la necesidad de mantenimiento, también es crucial para garantizar una huella ambiental mínima a lo largo del tiempo. En conjunto, estas prácticas ayudan a promover la sostenibilidad y la mitigación de impactos ambientales negativos en el sector de la construcción.

Referencias bibliográficas

- [1] G. Rus Carlborg, Cálculo plástico de estructuras de barras: teoría, Tercera ed., Departamento de Mecánica de Estructuras e I. H., Universidad de Granada, 2008.
- [2] R. Arnáez Cantero, Análisis global plástico de pórticos mediante SAP2000. Comparativa respecto a modelos simplificados, Trabajo Fin de Grado, Universidad de Valladolid, 2021.
- [3] D. J. Narea Chumbi, Análisis de plasticidad en pórticos planos, Tesis previa a la obtención del grado de magíster en métodos numéricos para diseño en ingeniería, Universidad de Cuenca, 2011.
- [4] SkyCiv. (s.f.), P-Delta Analysis and P-Delta Effects. Available: <https://skyciv.com/es/education/p-delta-analysis-and-p-delta-effects/> [Último acceso: 12 marzo 2024].
- [5] Computers and Structures, Inc. (2024). SAP2000 (Versión 24) [Software de análisis estructural]. Recuperado de <https://www.csiamerica.com/products/sap2000>
- [6] B. G. Neal, The Plastic Methods of Structural Analysis, Tercera ed., USA: Chapman and Hall Ltd, 1977.