



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE EDUCACIÓN DE SEGOVIA

GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO FIN DE GRADO

*MEJORANDO LA COMPETENCIA MATEMÁTICA A
TRAVÉS DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS*

Resolución de problemas matemáticos

Autora: María Alonso Gómez

Tutora académica: Ana Isabel Maroto



**Facultad de Educación
de Segovia**

RESUMEN

La presente propuesta didáctica se fundamenta en teorías y metodologías de resolución de problemas matemáticos, destacando el método de Polya y el aprendizaje cooperativo. Se centra en identificar y aplicar las mejores prácticas para la enseñanza de matemáticas en 5° de Primaria, garantizando una intervención educativa coherente con los objetivos generales. El propósito de este trabajo es mejorar la competencia matemática de los alumnos mediante la resolución estructurada de problemas, promoviendo un aprendizaje activo y colaborativo. Para ello, se diseña una propuesta didáctica estructurada en seis sesiones, que incluye la formación de grupos interactivos y el uso de problemas matemáticos. Los resultados muestran un notable avance en la capacidad de los alumnos para resolver problemas matemáticos de manera estructurada y lógica. Los alumnos mejoran en la aplicación de conocimientos matemáticos y desarrollan habilidades críticas adicionales, como el pensamiento crítico, la capacidad de trabajar en equipo y la autoconfianza. Se evidencia una mayor motivación y compromiso hacia las actividades propuestas. La intervención demuestra ser efectiva, y se plantean recomendaciones para futuras implementaciones, como ampliar el uso de problemas matemáticos a otras asignaturas, reducir el tamaño de los grupos de trabajo y aumentar el tiempo de interacción con cada alumno.

Palabras clave: Resolución de problemas matemáticos, aprendizaje cooperativo, método de Polya, aprendizaje basado en problemas (ABP), competencia matemática.

ABSTRACT

This didactic proposal is based on theories and methodologies of mathematical problem-solving, highlighting Polya's method and cooperative learning. It focuses on identifying and applying the best practices for the teaching mathematics in the 5th grade of Primary School, ensuring an educational intervention that is coherent with the general objectives. The purpose of this work is to improve students' mathematical competence through structured problem-solving, promoting active and collaborative learning. To this end, a didactic proposal structured in six sessions is designed, which includes the formation of interactive groups and the use of mathematical problems. The results show a marked improvement in students' ability to solve mathematical problems in a structured and logical way. Students improve in the application of mathematical knowledge and develop additional critical skills, such as critical thinking, teamwork and self-confidence. There is evidence of increased motivation and commitment to the proposed activities. The intervention proves to be effective, and recommendations are made for future implementations, such as extending the use of mathematical problems to other subjects, reducing the size of the working groups, and increasing the time of interaction with each student.

Keywords: Mathematical problem solving, cooperative learning, Polya's method, problem-based learning (PBL), mathematical competence.

ÍNDICE

1. Introducción	1
2. Objetivos	2
3. Justificación	2
4. Marco teórico	4
4.1. ¿Qué es un problema?	4
4.2. Resolución de problemas matemáticos	7
4.3. Modelo de Polya y otros métodos	9
4.6. El aprendizaje basado en problemas mediante grupos interactivos	13
5. Propuesta de intervención	14
5.1. Características del centro y del aula	14
5.2 Características del alumnado	15
5.3 Relación de la propuesta de intervención con los elementos curriculares	15
5.3.1. Marco Normativo	15
5.3.2. Competencias Clave	16
5.3.3 Objetivos y saberes básicos	17
5.4 Metodología didáctica	18
5.5 Temporalización	18
5.7 Situación de aprendizaje: ¿Cómo resolver estos desafíos matemáticos juntos?	20
5.8 Evaluación	29
5.9 Resultados	31
6. Conclusiones	34
Bibliografía	37
Anexos	41

1. Introducción

La resolución de problemas debe ser objeto de estudio central en las investigaciones relacionadas con la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas en particular. Todos vivimos resolviendo problemas, desde los cotidianos hasta los planteados por la ciencia o la tecnología. La importancia de la actividad de resolución de problemas es evidente, el progreso científico, tecnológico y hasta el bienestar dependen de esta habilidad. En el campo educativo se ha reconocido su importancia y en la mayoría de los sistemas educativos, incluido el nuestro, el desarrollo de la creatividad y de la habilidad para resolver problemas es una parte integral del currículum. Lamentablemente, todavía es muy común que se dé más importancia al resultado que a los procesos.

Alrededor del 70 % de los individuos, según el Instituto Nacional de la Calidad y Evaluación (INCE), presentan dificultades para la resolución de problemas matemáticos. Se observa en ellos la tendencia general de imitar modelos realizados anteriormente, articulando preguntas que dejan en descubierto su falta de seguridad y comprensión de conceptos básicos. Los diseños curriculares subrayan la necesidad de pensar, como principio activo en la resolución de problemas; pero, esto es tan escaso en la práctica como reconocido en la teoría.

Desde tiempos inmemorables, los matemáticos han desarrollado diferentes estrategias para abordar los problemas, desde los más simples a los más complejos. Este trabajo presenta gran variedad de estrategias y métodos utilizados para enfrentar desafíos matemáticos, destacando su importancia en la educación y en la resolución de problemas del mundo real.

Además también se pondrá en práctica y se pondrá en común los resultados obtenidos. Se podrá observar cómo la teoría se fusiona con la práctica llevando a cabo una serie de actividades en un aula de 5º de Primaria en un colegio de la provincia de Segovia. Por lo tanto, este trabajo no solo se centra en la comprensión de estrategias y métodos utilizados en la resolución de problemas, sino que aspira a que los alumnos se conviertan en ágiles pensadores, capaces de enfrentar cualquier problema que se les presente.

2. Objetivos

Los objetivos de este trabajo son:

- 1.- Indagar y conocer diferentes propuestas de intervención de resolución de problemas.
- 2.- Diseñar una propuesta didáctica para 5º de primaria basada en la resolución de problemas.
- 3.- Implementar la propuesta didáctica en el aula de primaria y analizar los resultados.

3. Justificación

Uno de los motivos por los que he elegido este tema es, en primer lugar, porque desde siempre me han gustado las matemáticas y he observado, tanto en mi experiencia personal como en mis prácticas docentes, que la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria a menudo se enfoca excesivamente en la memorización de fórmulas y procedimientos. Sin embargo, se da poca importancia a la resolución de problemas, aunque sea una herramienta imprescindible para el desarrollo crítico de los alumnos.

La resolución de problemas no solo permite aplicar conceptos matemáticos en contextos reales, sino que también ayuda a desarrollar habilidades de razonamiento lógico, análisis y toma de decisiones. Estas habilidades que se fomentan no solo sirven para el éxito académico sino para la vida cotidiana del alumnado. Por todo esto, es importante promover una enseñanza de las matemáticas que incluya la resolución de problemas matemáticos, para fomentar un aprendizaje más significativo y duradero.

El currículo de Primaria pretende desarrollar la competencia matemática, no solo entendida como la adquisición de conocimiento, sino también la capacidad de aplicar dichos conocimientos en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Además, la implementación de esta propuesta en un aula de Primaria me permitirá poner en práctica los conocimientos adquiridos a lo largo de mi formación y evaluar el impacto real de estas estrategias en un entorno educativo. Según Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales, como en la ORDEN ECI/3854/2007, de 27

de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria, a través del presente trabajo se pretenden adquirir una serie de competencias que se muestran y explican a continuación:

- Adquirir conocimiento y comprensión para la aplicación práctica:* He aplicado terminología educativa precisa al describir y analizar estrategias y métodos de enseñanza en la resolución de problemas matemáticos. El uso adecuado de la terminología es fundamental para comunicar de manera efectiva y profesional en el ámbito educativo. Además he trabajado intensivamente con el currículum de Educación Primaria, identificando los objetivos y contenidos curriculares para poder realizar la propuesta didáctica y poder evaluarla. En cuanto a las técnicas de enseñanza y aprendizaje, he utilizado metodologías activas y participativas que fomentan el pensamiento crítico y la resolución de problemas en contextos reales. (p.2)
- Desarrollar habilidades que formen al estudiante:* Este trabajo me ha permitido la planificación y ejecución de un plan de enseñanza enfocado en la resolución de problemas matemáticos, además he desarrollado la habilidad de analizar críticamente las decisiones pedagógicas, argumentando con base en teorías educativas y evidencia empírica. El trabajo ha involucrado la colaboración con otros docentes y especialistas en educación, integrando sus conocimientos y experiencias para enriquecer el proyecto. Esta colaboración ha sido clave para la resolución de problemas y adaptar las estrategias a las necesidades específicas del alumnado. (p.2)
- Ser capaz de reflexionar sobre el sentido y la finalidad de la praxis educativa:* El proceso de elaboración del TFG ha fomentado una reflexión profunda sobre la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas, considerando su impacto en el desarrollo integral de los alumnos y su aplicabilidad en la vida cotidiana. (p.2)
- Desarrollar la capacidad de analizar críticamente y reflexionar sobre la necesidad de eliminar toda forma de discriminación, directa o indirecta, en particular la discriminación contra la mujer, la derivada de la orientación sexual o la causada por una discapacidad:* A lo largo del proyecto, he considerado la importancia de una educación inclusiva, asegurándome de que las estrategias de enseñanza propuestas sean

accesibles y equitativas para todos los estudiantes, independientemente de su género, orientación sexual o discapacidad. (p.3)

En conclusión, mi TFG ha sido una oportunidad para aplicar y desarrollar las competencias clave en el ámbito educativo, contribuyendo significativamente a mi formación profesional y permitiéndole aportar mejoras prácticas a la enseñanza de las matemáticas en Educación Primaria. A través de este esfuerzo, espero aportar conocimientos y prácticas innovadoras que puedan mejorar el campo de la educación matemática y enriquecer la experiencia de aprendizaje de los alumnos.

4. Marco teórico

En este apartado se explican varias definiciones de problemas matemáticos. Se analiza la diferencia entre ejercicios y problemas matemáticos, destacando la necesidad de pensamiento crítico y creativo en la resolución de problemas. Además, se discuten estrategias y métodos, como el modelo de Polya, y su impacto en la enseñanza. Finalmente, se examina cómo la resolución de problemas contribuye a los Objetivos de Desarrollo Sostenible y la importancia del aprendizaje basado en problemas mediante grupos interactivos para fomentar la inclusión y la colaboración en el aula.

4.1. ¿Qué es un problema?

Un problema matemático puede definirse desde diversas perspectivas. Según Pérez Ariza et al., (2016), un problema es una dificultad, cuestión o estado de perplejidad que puede resolverse o tratar de resolverse mediante el pensamiento reflexivo. Según Echenique (2006), un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que lo lleve a la solución. Esta definición sugiere que la solución de problemas conlleva un grado de dificultad y puede generar un bloqueo si no se encuentra un camino claro hacia la solución.

Alonso y Martínez (2003) definen un problema matemático como una situación matemática que contempla tres elementos: objetos, características de esos objetos y relaciones

entre ellos; agrupados en dos componentes: condiciones y exigencias relativas a esos elementos; y que motiva en el resolutor la necesidad de dar respuesta a las exigencias o interrogantes. Esta definición se enfoca en la estructura y componentes del problema.

En el presente trabajo nos ceñiremos a la definición dada por Puig (1996) en el que define lo que es un problema escolar de matemáticas, es una tarea de contenido matemático, cuyo enunciado es significativo para el alumno al que se ha planteado, que este desea abordar y para lo cual no ha producido sentido. Esta idea, significa que un problema involucra conceptos, operaciones o principios matemáticos por lo que el problema está diseñado para que los alumnos apliquen los conocimientos matemáticos que han ido adquiriendo. Por otro lado, el problema debe ser comprensible, es decir, que tenga sentido, ya que cuando un problema es significativo, el alumno lo puede relacionar con sus propias experiencias y conocimientos.

Por otro lado, el estudio de la educación matemática ha abordado de manera recurrente la diferencia entre ejercicios matemáticos y problemas matemáticos. Entender esta diferencia es fundamental para el diseño de estrategias pedagógicas efectivas que promuevan un aprendizaje significativo. Se analizan las características distintivas de ambos conceptos y su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Un ejercicio matemático se define generalmente como una tarea en la que el método para llegar a la solución está previamente conocido o es evidente. Estos ejercicios suelen ser rutinarios y repetitivos, diseñados para practicar y consolidar habilidades específicas o procedimientos matemáticos aprendidos anteriormente (Giné de Lera & Deulofeu Piquet, 2015). Los ejercicios permiten a los estudiantes aplicar algoritmos y fórmulas de manera mecánica, sin requerir un pensamiento crítico o creativo significativo (Alfaro Carvajal & Barrantes Campos, 2008). Según Giné de Lera y Deulofeu Piquet (2015), los ejercicios matemáticos se utilizan principalmente para reforzar conceptos ya enseñados, practicar habilidades y procedimientos, y evaluar el dominio de técnicas específicas.

Además, un problema matemático es una situación en la que el camino hacia la solución no es inmediatamente obvio y requiere que el estudiante aplique su conocimiento de manera creativa e innovadora (Schoenfeld, 1985). Los problemas matemáticos desafían a los estudiantes a explorar, investigar y descubrir nuevas relaciones y conceptos. Pólya (1990) describe la

resolución de problemas como un arte que utiliza la heurística para explorar nuevos problemas, promoviendo así una visión inductiva y experimental de las matemáticas. Las características distintivas de un problema matemático incluyen la no algorítmica, la complejidad, la incertidumbre y la necesidad de trabajo mental significativo (Schoenfeld, 1992).

De acuerdo con Gómez y Carulla (s.f.), un problema matemático no se resuelve únicamente mediante la aplicación de algoritmos conocidos, sino que implica un proceso de descubrimiento y exploración. Esta perspectiva es fundamental para fomentar un pensamiento matemático avanzado y para desarrollar competencias que trascienden las habilidades técnicas. En un estudio realizado por Charnay (1994), se observa que un problema matemático debe presentar una dificultad que el estudiante no puede superar mediante procedimientos rutinarios, lo que obliga a los alumnos a desarrollar nuevas estrategias y a aplicar conocimientos de manera innovadora.

Además, Pólya (1990) subraya la importancia de la heurística en la resolución de problemas, sugiriendo que esta técnica no solo ayuda a encontrar soluciones, sino que también facilita la comprensión y el aprendizaje de nuevos conceptos matemáticos. En este sentido, la enseñanza basada en la resolución de problemas no solo mejora las habilidades matemáticas de los estudiantes, sino que también contribuye a su desarrollo cognitivo general.

Las investigaciones de Barrantes, H. (2008) revelan que tanto profesores como estudiantes a menudo confunden ejercicios con problemas, lo que puede limitar la eficacia de las estrategias pedagógicas empleadas. Para superar esta limitación, es esencial que los educadores reciban una formación adecuada que les permita diferenciar claramente entre ejercicios y problemas, y que adopten metodologías que fomenten la resolución de problemas como un medio para desarrollar un pensamiento matemático profundo y significativo.

En conclusión, distinguir entre ejercicios matemáticos y problemas matemáticos es de especial relevancia para una educación matemática efectiva. Mientras que los ejercicios son útiles para la práctica y la consolidación de habilidades, los problemas matemáticos fomentan un pensamiento más profundo y creativo. La adopción de estrategias pedagógicas que integren ambos enfoques puede mejorar significativamente la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

4.2. Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas es uno de los procesos matemáticos por el que es indispensable comprender qué se entiende por problema matemático. El concepto de problema es concebido como una dificultad planteada por una situación nueva, que debe ser dilucidada por medio del pensamiento lógico-matemático. Éste último le permitirá al alumno obtener información desconocida a partir de información conocida aplicando reglas lógicas de procesamiento matemático para poder llegar a la solución" (Oliveros Cuello, Martínez Valera y Barrios Bolaño, 2021, p. 3).

Fernández Bravo (2006) destaca que resolver un problema matemático no solo implica llegar a una solución, sino también demostrar cómo se obtiene esa solución o, en su defecto, reconocer la ausencia de esta. En su análisis, resalta que muchos estudiantes enfrentan dificultades en la resolución de problemas debido a una incorrecta aplicación de los conocimientos y una elección de estrategias basada en el azar en lugar del razonamiento. Esta tendencia hacia la superficialidad en el proceso de resolución, donde la creatividad y la asimilación de técnicas son prácticamente inexistentes, subraya la necesidad de una enseñanza que fomente una comprensión más profunda y significativa de las matemáticas.

La importancia de la creatividad y el razonamiento en la resolución de problemas es también subrayada por Gutiérrez (2012). Este autor argumenta que los métodos tradicionales de enseñanza a menudo no logran fomentar estas habilidades en los estudiantes, sugiriendo que las estrategias pedagógicas deben centrarse en actividades que conecten la nueva información con el conocimiento previo del estudiante. Este enfoque, no solo facilita una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, sino que también promueve la retención a largo plazo del conocimiento adquirido.

Gutiérrez en 2012, argumenta que un enfoque pedagógico que incorpore la heurística de Pólya puede ser muy efectivo. Pólya (1992) propone un proceso en cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y revisar la solución. Este proceso no solo estructura el pensamiento del estudiante, sino que también fomenta una resolución más sistemática y reflexiva.

Por otro lado, la investigación de Schoenfeld (1985) proporciona un marco teórico sólido para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos, destacando la importancia de los conocimientos heurísticos y metacognitivos. Schoenfeld sugiere que los estudiantes deben ser enseñados a reflexionar sobre su propio proceso de pensamiento, identificando las estrategias que utilizan y evaluando su efectividad. Este enfoque metacognitivo no solo mejora la capacidad de los estudiantes para resolver problemas, sino que también les proporciona herramientas para transferir estas habilidades a otros contextos.

La resolución de problemas matemáticos, según Fernández Bravo (2006), debe ser vista como un proceso dinámico y continuo que involucra la adaptación y la modificación de estrategias en respuesta a nuevas informaciones y desafíos. Esto implica que los estudiantes deben ser flexibles y estar dispuestos a revisar y ajustar sus enfoques a medida que trabajan en la resolución de un problema. Esta flexibilidad es crucial para el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo.

Finalmente, es fundamental considerar que la resolución de problemas matemáticos no solo desarrolla competencias específicas en matemáticas, sino que también cultiva habilidades generales de pensamiento crítico, creatividad y razonamiento lógico. Estas habilidades son esenciales no solo para el éxito académico, sino también para la vida cotidiana y el desarrollo profesional de los estudiantes. Al promover un enfoque holístico y reflexivo en la enseñanza de la resolución de problemas, los educadores pueden ayudar a los estudiantes a convertirse en pensadores independientes y solucionadores de problemas efectivos.

La resolución de problemas matemáticos es un componente fundamental de la educación matemática que va más allá de la simple aplicación de fórmulas y algoritmos. A través de enfoques pedagógicos que fomenten la creatividad, el razonamiento y la reflexión metacognitiva, los estudiantes pueden desarrollar habilidades de pensamiento crítico y creativo que son esenciales para su éxito académico y personal. La colaboración entre estudiantes y el rol del docente como facilitador son aspectos clave en este proceso, permitiendo una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos.

4.3. Modelo de Polya y otros métodos

En cualquier caso, es fundamental, a la hora de resolver un problema matemático, tener en cuenta y conocer diferentes clases y métodos de resolución, ya que para afrontar con éxito un problema debemos realizar una actividad mental, en ocasiones, compleja, que debe estar secuenciada mediante fases que permitan obtener la resolución de dicho problema. A lo largo del último siglo han surgido diversos modelos acerca de las fases que debemos atravesar hasta llegar a la resolución.

La resolución de problemas matemáticos es una habilidad fundamental en la educación, que ha sido ampliamente estudiada y promovida por diversos autores a lo largo del tiempo. Uno de los enfoques más influyentes es el método de George Polya, quien propone un proceso sistemático para abordar problemas matemáticos. Polya sugiere cuatro fases esenciales (Polya, 1990):

1. Comprensión del problema: Esta fase implica identificar y entender todos los elementos del problema, determinar lo que se busca y asegurarse de que todas las partes del problema están claras.
2. Elaborar la estrategia: consiste en trazar un plan para llegar a la solución del problema partiendo de la relación que existe entre los datos conocidos y desconocidos, investigando los conceptos matemáticos que aparecen en el problema tanto implícita como explícitamente, indagando sobre el tipo de cálculos que vamos necesitar e incluso buscando mentalmente problemas similares que hayamos resuelto en ocasiones anteriores.
3. Aplicación de la estrategia: es la fase en la que se lleva a cabo el plan trazado en la fase anterior efectuando todos los razonamientos deductivos e inductivos así como los cálculos que van a permitir llegar al resultado.
4. Vista retrospectiva: una vez resuelto el problema volvemos al enunciado para verificar que el resultado satisface todas y cada una de las condiciones impuestas en el mismo.

Otros autores han complementado y expandido las ideas de Polya. Por ejemplo, Schoenfeld (1985) enfatiza la importancia del análisis y la comprensión del problema, el diseño y la planificación de la solución, la exploración de soluciones y la verificación. Schoenfeld

también destaca la relevancia de los aspectos metacognitivos y afectivos en la resolución de problemas, sugiriendo que la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento es importante para resolver problemas de manera efectiva.

En una línea similar, la escuela de Didáctica de la Matemática, desarrolló un enfoque heurístico para la enseñanza de las matemáticas, proponiendo un sistema de procedimientos que incluyen principios, reglas y estrategias generales y particulares (Sigarreta, Rodríguez & Ruesga, 2006). Este enfoque busca enseñar a los alumnos no solo a resolver problemas específicos, sino también a desarrollar una metodología generalizable para abordar distintos tipos de problemas.

Además, los estudios de Hadamard (1945) han contribuido significativamente a la comprensión del proceso de resolución de problemas desde una perspectiva psicológica y metodológica. Hadamard propuso fases similares a las de Polya, pero añadió la documentación y la incubación como etapas preliminares que preparan al individuo para la iluminación y la verificación.

La combinación de estos enfoques proporciona una base sólida para la enseñanza de la resolución de problemas en el aula, permitiendo a los alumnos no solo encontrar soluciones a problemas específicos, sino también desarrollar habilidades generales de pensamiento crítico y creativo. La implementación de estas metodologías requiere que los docentes actúen como facilitadores, guiando a los estudiantes a través del proceso de resolución de problemas y fomentando un ambiente de colaboración y reflexión.

4.4. Estrategias para la resolución

Las estrategias de resolución de problemas matemáticos son diversas y han sido estudiadas desde múltiples enfoques. Según Rizo Cabrera y Campistrous Pérez (1999), las estrategias pueden clasificarse en reflexivas e irreflexivas. Las estrategias reflexivas implican un análisis previo del problema y una comprensión profunda de las operaciones necesarias, mientras que las irreflexivas se basan en procedimientos automatizados y rutinarios que no requieren una comprensión significativa. Algunas estrategias identificadas incluyen la búsqueda de palabras claves en el texto del problema, el uso de procedimientos rutinarios asociados a indicadores textuales y el tanteo o ensayo y error.

Por ejemplo, la estrategia de búsqueda de palabras claves permite a los estudiantes identificar operaciones matemáticas específicas basándose en términos recurrentes en los problemas. Esta técnica puede ser útil pero también limitante, ya que los estudiantes pueden aplicar incorrectamente una operación si se basan únicamente en las palabras claves sin comprender el contexto del problema Rizo Cabrera y Campistrous Pérez (1999). Otra estrategia común es el tanteo, que consiste en probar diferentes valores hasta encontrar una solución que satisfaga las condiciones del problema. Esta estrategia, aunque efectiva en algunos casos, puede ser ineficiente y no siempre lleva a la comprensión del problema (Gutiérrez, 2012).

Gutiérrez (2012) también destaca la importancia de enseñar estrategias más estructuradas, como el uso de diagramas y modelos visuales para representar problemas matemáticos. Estas estrategias ayudan a los estudiantes a visualizar el problema y a identificar las relaciones entre los elementos involucrados. Además, la autora enfatiza la necesidad de fomentar habilidades metacognitivas, permitiendo a los estudiantes reflexionar sobre sus propios procesos de pensamiento y mejorar su capacidad para resolver problemas complejos.

Por su parte, Polya (1976) propone un enfoque sistemático para la resolución de problemas que incluye cuatro fases: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y revisión retrospectiva. Este método no solo guía a los estudiantes a través de un proceso ordenado, sino que también les permite desarrollar una mayor autonomía y confianza en sus habilidades para resolver problemas. La revisión retrospectiva es especialmente importante, ya que permite a los estudiantes evaluar la efectividad de sus estrategias y aprender de sus errores.

Santos Trigo (1994) sugiere que la integración de estrategias heurísticas puede ser particularmente beneficiosa en la enseñanza de la resolución de problemas. Estas estrategias incluyen la simplificación del problema, la búsqueda de patrones y la formulación de subproblemas. Al enseñar estas técnicas, los docentes pueden ayudar a los estudiantes a abordar problemas de manera más efectiva y a desarrollar un pensamiento matemático más flexible y adaptable.

Finalmente, es fundamental que los docentes actúen como facilitadores en el proceso de aprendizaje, proporcionando a los estudiantes las herramientas necesarias para desarrollar sus

propias estrategias de resolución de problemas. Esto incluye la creación de un entorno de aprendizaje colaborativo donde los estudiantes puedan compartir sus ideas y enfoques, enriqueciendo así su comprensión y habilidades (Schoenfeld, 2014).

4.5. Impacto de la resolución de problemas en la educación sobre los Objetivos de Desarrollo Sostenible

La resolución de problemas en la enseñanza de las ciencias y las matemáticas presenta una relación directa con varios ODS de la Agenda 2030 de la ONU. Detallaré los más relevantes en relación a mi trabajo y el cumplimiento de los mismos:

- ODS 4: Educación de calidad: garantizar que todos y cada uno de los jóvenes y una parte de adultos, tanto hombres como mujeres, alcancen la competencia de lectoescritura y aritmética. Mi trabajo aborda la resolución de problemas matemáticos, una competencia importante para la alfabetización matemática. Se centra en el uso de diferentes estrategias para facilitar la comprensión, lo que contribuye a mejorar la calidad de la educación y el aprendizaje efectivo y significativo de los alumnos.
- ODS 8: Trabajo decente y crecimiento económico: Lograr niveles más elevados de productividad económica mediante la diversificación, la modernización y la innovación. La capacidad de resolver problemas es importante para la innovación y el progreso tecnológico. Los problemas matemáticos preparan a los alumnos a ser pensadores ágiles y seguros, por lo que la situación de aprendizaje es importante para la productividad y el crecimiento económico sostenido
- ODS 9: Industria, innovación e infraestructura: Mejorar la capacidad tecnológica y aumentar la investigación científica de todos los países , en particular los países de desarrollo, aumentando sustancialmente el número de personas que trabajan en investigación y desarrollo. Este trabajo fomenta la capacidad crítica en la resolución de problemas y pensamiento creativo, que son importantes para la investigación científica y la investigación tecnológica. Cómo se centra en la educación primaria hace que sientan las bases para futuras generaciones que se interesen y participen en todo esto.
- ODS 10: Reducción de las desigualdades: Promover la inclusión social, política y económica de todas las personas, independientemente de la edad, sexo, origen... Mi

trabajo promueve la inclusión educativa al proporcionar estrategias y métodos que podrían ser adaptados a cualquier necesidad y contexto educativo. Al mejorar estas habilidades de resolución de problemas, se fomenta la igualdad y la inclusión social.

4.6. El aprendizaje basado en problemas mediante grupos interactivos

Los grupos interactivos son una forma efectiva de organización en el aula que promueve la inclusión y mejora los resultados académicos, al involucrar a toda la comunidad educativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje" (Valls y Kyriakides, 2013)

A pesar de que haya un consenso sobre la importancia de formar al alumnado en competencias, el nivel de implementación de metodologías adecuadas en las escuelas a menudo es insuficiente y la realidad no refleja los objetivos fijados en los planes de estudio (Bolívar, 2008). El aprendizaje basado en problemas (ABP) es una de las metodologías que convierte el aprendizaje en algo agradable y no en estrés de exámenes o memorización de tareas.

Esta metodología educativa fomenta el aprendizaje activo y colaborativo, además mediante grupos interactivos, los alumnos trabajan en grupos reducidos, aplicando conocimientos teóricos a situaciones prácticas. Estos grupos permiten que los alumnos compartan ideas, habilidades lo que hacen que aprendan unos de otros. Esta metodología no solo desarrolla habilidades cognitivas, sino también habilidades de trabajo en equipo, comunicación y resolución de problemas. Distintos estudios (Flecha, 2009; Flecha, García, Gómez y Latorre, 2009) reconocen los grupos interactivos como una forma de inclusión muy efectiva. En este modelo, el aula se organiza en grupos pequeños (cuatro o cinco grupos), lo más heterogéneos posible (en lo referente a niveles de aprendizaje, género, cultura, lengua, etc.).

5. Propuesta de intervención

5.1. Características del centro y del aula

San Lorenzo es un barrio situado en Segovia, a diez minutos caminando desde el casco antiguo de la provincia. El colegio se sitúa exactamente en la calle de Las Nieves. Este es un barrio caracterizado por ser obrero, pero actualmente existen muchas viviendas alquiladas a personas de nacionalidad extranjera y de etnia gitana. Esto hace que sea un colegio en el que se comparten numerosas culturas. Otra característica de San Lorenzo, es que a pocos metros se encuentra la Residencia Juan Pablo II, donde se hospedan menores entre 0 y 17 años derivados del Servicio de Protección a la Infancia. Estos niños acuden al colegio, por lo que esto hace que el colegio se enriquezca y se promueva la diversidad y la inclusión. El colegio de Martín Chico es un colegio público compuesto por dos líneas completas de Educación Infantil y Primaria, con un total de 18 unidades escolares; 6 de infantil y 12 de primaria. Está formado por tres edificios colindantes, uno dedicado exclusivamente a la educación primaria, otro más pequeño en el que se encuentra una escuela infantil y otro edificio en el que se sitúa el pabellón. Cabe destacar que existe un pabellón con grandes dimensiones que no pertenece al colegio pero los alumnos acuden para realizar las clases de Educación Física. Tienen un total de 329 alumnos matriculados.

En concreto la clase de 5ºA de Primaria cuenta con 14 alumnos, de los cuales 9 son chicos y 4 chicas. Son alumnos que la mayoría pertenecen a familias numerosas, lo que hace que sea un beneficio a la hora del proceso de aprendizaje. La clase consta de 12 mesas agrupadas en 3 grupos como se puede observar en la Figura 1. Esta forma de agrupar las mesas fomenta el trabajo cooperativo y promueve la colaboración. Facilita la supervisión del maestro, ya que puede moverse libremente entre los grupos, lo que hace apoyo individualizado y atención personalizada. Separar a los alumnos por grupos es una tarea estratégica que influye significativamente en el dinamismo de la clase. El docente separa a los alumnos en grupos heterogéneos con una mezcla de alumnos de diferentes niveles académicos, habilidades y antecedentes. Esto hace que los alumnos que están más avanzados puedan ayudar a aquellos que necesitan más apoyo y viceversa. Para poder organizar los grupos primeramente el docente evalúa las habilidades y necesidades de cada uno de los alumnos mediante observación y evaluación previa.

Figura 1. *Aula de 5° de Primaria.*



Nota: Elaboración propia.

5.2 Características del alumnado

Los alumnos de la clase de 5° A de Primaria, son los que implementan la situación de aprendizaje, compuesta por 14 alumnos como se mencionó anteriormente. En cuanto a las características del alumnado, existe un alumno con absentismo escolar, lo que provoca retraso en su progreso académico. Además, un niño ucraniano se incorporó hace dos años al colegio; este niño ya entiende perfectamente el idioma por lo que no necesita ninguna adaptación curricular significativa. En esta clase destaca la armonía y el respeto, lo que facilita un clima bueno para la convivencia. Sin embargo, a nivel académico, la mayoría de los alumnos se encuentran por debajo del nivel superado para su curso, esto se debe a varias causas, en las que se incluye la falta de esfuerzo constante, la inestabilidad en el equipo docente, ya que han tenido numerosos tutores a lo largo de su etapa en primaria, lo que ha dificultado la continuidad y el seguimiento adecuado de su progreso.

5.3 Relación de la propuesta de intervención con los elementos curriculares

5.3.1. Marco Normativo

Para la realización de la siguiente propuesta de intervención se tiene en cuenta la siguiente normativa legal:

- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006 de 3 de mayo, de educación.
- LOE.
- Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria .
- Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales.
- Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la comunidad de Castilla y León.
- ORDEN EDU/865/2009, de 16 de abril, por la que se regula la evaluación del alumnado con necesidades educativas especiales escolarizado en el segundo ciclo de educación infantil y en las etapas de educación primaria, educación secundaria obligatoria y bachillerato, en la Comunidad de Castilla y León.
- ORDEN ECI/3854/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

5.3.2. Competencias Clave

Tomando como referencia el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, esta propuesta de intervención trata especialmente tres de las ocho competencias clave con el fin de dar respuesta a la necesidad de vincular dichas competencias con los retos y desafíos del siglo XXI, las cuales son:

- a) Competencia en Comunicación lingüística: Se trabaja durante toda las sesiones, ya que los alumnos tienen que comprender y expresar hechos y opiniones de forma oral para poder llegar a las soluciones de los problemas matemáticos. Tienen que interactuar con otras personas, de manera respetuosa y adecuada.
- b) Competencia personal, social y de aprender a aprender: Se trabaja en las sesiones ya que ellos mismos tienen que gestionar el tiempo, colaborar con los demás de forma

constructiva. Además se incluye la habilidad de hacer frente a la complejidad y adaptarse a los cambios que se puedan dar.

5.3.3 *Objetivos y saberes básicos*

Según el Real Decreto 157/2022, de 1 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, se detallan los objetivos de etapa y los saberes básicos presentes en el proyecto:

- a) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.
- b) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

Los saberes básicos a los que contribuye esta propuesta de intervención son los siguientes (véase Tabla 1). En la Tabla 1 aparecen dos columnas en la primera de color verde se explican los saberes básicos mientras que en la segunda columna aparecen los objetivos que se competen.

Tabla 1. *Saberes básicos que intervienen en mi propuesta.*

A. Sentido numérico.	<p>2. Cantidad</p> <p>– Estimaciones y aproximaciones razonadas de cantidades en contextos de resolución de problemas.</p> <p>3. Sentido de las operaciones.</p> <p>– Estrategias de reconocimiento de qué operaciones simples o combinadas (suma, resta, multiplicación, división) son útiles para resolver situaciones contextualizadas.</p>
----------------------	--

F. Sentido socioafectivo.	<p>2. Trabajo en equipo, inclusión, respeto y diversidad.</p> <p>– Respeto por las emociones y experiencias de los demás ante las matemáticas</p>
---------------------------	---

Nota. elaboración propia.

5.4 Metodología didáctica

La metodología que se emplea en la presente intervención educativa se centra en el aprendizaje cooperativo, el uso de grupos interactivos y el aprendizaje basado en problemas (ABP) para la resolución de problemas matemáticos. El aprendizaje cooperativo es un enfoque en el que los alumnos trabajan juntos en pequeños grupos para alcanzar objetivos comunes. En este caso, los alumnos se dividen en grupos de cuatro y cinco personas (véase anexo 1). Estos grupos se forman intencionalmente, considerando diversos factores para asegurar que cada alumno se sienta cómodo y pueda contribuir eficazmente al trabajo en equipo. Además del aprendizaje cooperativo y los grupos interactivos, se implementará ABP, una metodología que se centra en el aprendizaje activo mediante la resolución de problemas relevantes y contextualizados. Los alumnos se enfrentan a problemas reales o simulados, los cuales deben analizar, investigar y resolver.

Cada grupo recibe un problema matemático que deben resolver juntos en un tiempo determinado. Después de resolver el primer problema, los grupos reciben un nuevo problema y repiten el proceso hasta completar la serie de tres problemas. Una vez finalizada la resolución de todos los problemas, un representante de cada grupo saldrá a la pizarra para presentar y explicar la solución del problema asignado a su grupo (véase anexo 2). Esto permitirá discutir y corregir cada problema de manera conjunta, beneficiando a todos los alumnos con diferentes perspectivas y métodos de resolución.

5.5 Temporalización

La situación de aprendizaje se desarrolla durante seis sesiones integradas en dos meses del Prácticum II. Concorre durante los meses de abril y mayo del año académico 2023/24, que se corresponden con el tercer y último trimestre. La duración de cada una de las sesiones tiene

aproximadamente una duración de 50 minutos. Para su organización se han elaborado la Figura 2 (abril) y la Figura 3 (mayo).

Figura 2. Organización de sesiones en el mes de Abril.



ABRIL

LUNES	MARTES	MÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	SÁBADO	DOMINGO
1	2	SESIÓN 1	4	5	6	7
8	9	10	SESIÓN 2	12	13	14
15	16	SESIÓN 3	18	19	20	21
22	23	24	SESIÓN 4	26	27	28
29	30					

Nota. elaboración propia.

Figura 3. Organización de sesiones en el mes de Mayo.



Nota. elaboración propia.

5.7 Situación de aprendizaje: ¿Cómo resolver estos desafíos matemáticos juntos?

La situación de aprendizaje tendrá como título: ¿Cómo resolver estos desafíos matemáticos juntos? en la que los alumnos se sentirán motivados y desafiantes ante todos los problemas que se les planteen y pensarán en soluciones conjuntas.

Tabla 2. Sesión 1 de la propuesta de intervención.

SESIÓN 1	
DURACIÓN: 50'	DÍA: miércoles, 3 de abril
Recursos	

- **Materiales:** papel, lápiz, goma, pizarra y tizas.
- **Espaciales:** el aula.
- **Humanos:** un docente y los alumnos.

Objetivos específicos

- Comprender y aplicar el modelo de Polya
- Trabajar en grupo para resolver problemas matemáticos
- Evaluar y discutir las estrategias utilizadas

Desarrollo

La primera sesión consta de tres partes, primeramente se explica a los alumnos el método que tienen que seguir a la hora de resolver problemas, basándose en el modelo de Polya. La segunda parte, presenta una serie de problemas matemáticos que los alumnos deben resolver en grupos de cuatro o cinco integrantes. En la tercera parte se corrigen los problemas y se ponen en común las estrategias seguidas por los alumnos. Esta primera sesión sirve como una toma de contacto para que aprendan la metodología que se utiliza en las diferentes sesiones y resuelvan de una forma adecuada los problemas matemáticos. Además se pone mucho énfasis en las estrategias utilizadas durante la resolución, para que posteriormente los propios alumnos puedan elegir la estrategia adecuada para cada problema.

1ª PARTE (10’): En esta parte se hace una explicación del modelo de Polya en la resolución de problemas. Para que posteriormente los alumnos se basen en ese modelo. En esta parte también se leen los problemas en alto para que los alumnos comprendan cada uno de los problemas. Las fases del modelo de Polya como se expone anteriormente se basan en : 1.Comprensión del problema, 2.Concebir un plan, 3.Ejecución del plan y 4.Visión retrospectiva Estas fases se han modificado un poco para que los alumnos puedan entenderlas mejor y serán las siguientes: 1.Leer el enunciado varias veces, 2.Subrayar las palabras clave, 3.Averiguar la operación correcta y 4.Completar todos los datos y listo. Además se pegarán unas tarjetas en la pizarra (véase anexo 3) para que puedan recordar en cualquier momento las fases que hay que seguir.

2ª PARTE (25’): En la segunda parte, se forman 3 grupos de 5 alumnos y uno de 4. Estos grupos se organizan a propósito con el fin de que todos funcionen adecuadamente. A cada grupo se les entrega inicialmente un problema que deben resolver conjuntamente en 10 minutos. Esta hoja se recoge a los 10 minutos, y se distribuye al segundo problema, para el cual tienen 5 minutos para resolverlo, ya que es un problema más sencillo. Posteriormente se recoge y se presenta el tercer y último problema que deben resolver en 10 minutos:

PROBLEMA 1 (10’): *“Judith y Teodoro fueron de visita a la granja de su abuela. Durante la estancia vieron un corral con cerdos y gallinas. Teodoro dijo haber contado 18 animales en total. Judith afirma haber contado un total de 50 patas. ¿Cuántos cerdos había?”*

PROBLEMA 2 (5’): *“En un concurso de matemáticas, los alumnos tenían que resolver una serie de problemas para ganar puntos. Después de la primera ronda, Juan tenía 12 puntos menos que el doble de puntos que tenía Lucía. Si Lucía tenía 25 puntos al final de la primera ronda, ¿Cuántos puntos tenía Juan?”*

PROBLEMA 3 (10’): *“Dani está viendo un documental que tiene 30 episodios. Cada episodio dura 20 minutos. Si Dani tiene 3 horas disponibles en toda la semana para poder verlo, ¿Cuántos episodios podrá ver esta semana?”*

3ª PARTE (15’): En esta parte, se reparten las hojas de problemas a cada uno de los grupos. Se resuelve uno a uno cada problema, analizando las diferentes estrategias utilizadas por los alumnos.

Nota. elaboración propia.

Tabla 3. Sesión 2 de la propuesta de intervención.

SESIÓN 2	
DURACIÓN: 50’	DÍA: jueves, 11 de abril
Recursos	

- **Materiales:** folios, lápices, pizarra y tizas.
- **Espaciales:** el aula.
- **Humanos:** el docente y los alumnos.

Objetivos específicos

- Revisar y aplicar el modelo de Polya.
- Completar los apartados de datos, pregunta, dibujo, operaciones y resultados en la hoja de problemas.
- Analizar y discutir las estrategias utilizadas.

Desarrollo

La segunda sesión consta de tres partes, primeramente se recuerda a los alumnos el método que deben seguir para resolver problemas, basándose en el modelo de Polya. La segunda parte está formada por una serie de problemas matemáticos que los alumnos resuelven en grupos de cuatro o cinco integrantes. En la tercera parte, se corrigen los problemas y se ponen en común las estrategias seguidas por los alumnos. En esta sesión, en la misma hoja de los problemas se incluyen los siguientes apartados para que los alumnos elaboren cada uno de ellos (véase anexo 4).

1ª PARTE (10’): En esta parte se hace una explicación del modelo de Polya en la resolución de problemas. Para que posteriormente los alumnos se basen en ese modelo. También se leen los problemas en voz alta para que comprendan cada uno de ellos.

2ª PARTE (25’): En la segunda parte, se forman 3 grupos de 5 alumnos y uno de 4. A cada grupo se les entrega inicialmente un problema que deben resolver conjuntamente en 10 minutos. Esta hoja se recoge a los 10 minutos y se distribuye el segundo problema, para el cual tienen otros 10 minutos para resolverlo. Posteriormente, se recoge y se presenta el tercer y último problema, que deben resolver al mismo tiempo.

PROBLEMA 1 (10’): “*Juan mide 5 cm más que Daniela y 18 cm menos que Ezequiel. Si la altura de Juan es 142 cm, ¿cuánto miden Daniela y Ezequiel?*”

PROBLEMA 2 (10’): “Esteban pesa 20 kg menos que Kevin y 12 kg más que Camilo. Si el peso de Esteban es de 58 kg. ¿Cuánto pesan Kevin y Camilo?”

PROBLEMA 3 (10’): “En la fiesta de otoño se han repartido 425 almendros más este curso que el pasado. Si el curso anterior se repartieron 875 almendros, ¿Cuántos almendros se han repartido en dos años?”

3ª PARTE (15’): En esta parte, se vuelve a repartir las hojas de problemas a cada uno de los grupos. Posteriormente se resuelve uno a uno cada uno de ellos con las diferentes estrategias utilizadas por los alumnos.

Nota. elaboración propia.

Tabla 4. Sesión 3 de la propuesta de intervención.

SESIÓN 3	
DURACIÓN: 50’	DÍA: miércoles, 17 de abril
Recursos	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Materiales: folios, lápices, pizarra y tizas. ➤ Espaciales: el aula ➤ Humanos: el docente y los alumnos 	
Objetivos específicos	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Desarrollar habilidades de razonamiento lógico. ➤ Aplicar conocimientos de fracciones. ➤ Evaluar la efectividad de diferentes enfoques. 	
Desarrollo	
<p>La tercera sesión consta de dos partes, primeramente se recuerda a los alumnos el método que deben seguir para resolver problemas, basándose en el modelo de Polya. La segunda parte está formada por una serie de problemas matemáticos que los alumnos deben resolver en grupos de cuatro o cinco integrantes. En la tercera sesión al igual que en la segunda se resuelve un problema y posteriormente se corrige y así con cada uno de ellos.</p>	

1ª PARTE (5’): En esta primera parte los alumnos recuerdan los pasos que deben seguir para resolver un problema, basándose en el modelo de Polya.

2ª PARTE (50’): En la segunda parte, se forman los mismos grupos que en las sesiones anteriores, tres grupos de cinco alumnos y uno de cuatro. A cada grupo se les entrega inicialmente un problema que deben resolver conjuntamente en 10 minutos. En esta sesión, los problemas se corrigen cuando se vayan terminando y no se hace al final como en la anterior sesión.

PROBLEMA 1 (10’): *“En un autobús con pasajeros, en cierta parada se suben 5 personas, en la siguiente se bajan 8, en la siguiente se sube 1 y se bajan otras 3. Si al final de este recorrido han quedado 7 pasajeros, ¿cuántos viajaban al principio?”*

PROBLEMA 2 (10’): *“En la biblioteca del colegio $\frac{2}{7}$ de los cuentos son de aventuras, $\frac{1}{5}$ de ciencia ficción, $\frac{1}{3}$ son de fantasía y el resto de intriga y misterio. ¿cuántos cuentos hay como mínimo en la biblioteca? ¿Qué fracción representan los de intriga y misterio con respecto el total?”*

PROBLEMA 3 (10’): *“Si multiplicas mi edad por 2, le restas 5, lo divides entre 9 y le sumas 3, da 8. ¿Cuántos años tengo?”*

Nota. elaboración propia.

Tabla 5. Sesión 4 de la propuesta de intervención.

SESIÓN 4	
<i>DURACIÓN: 50’</i>	<i>DÍA: jueves, 25 de abril</i>
<i>Recursos</i>	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Materiales:</i> folios, lápices, pizarra y tizas. ➤ <i>Espaciales:</i> el aula. ➤ <i>Humanos:</i> el docente y los alumnos. 	
<i>Objetivos específicos</i>	

- Recordar y aplicar el modelo de Polya.
- Convertir y utilizar diferentes unidades de medida.
- Fomentar la motivación y el esfuerzo mediante un sistema de recompensas.

Desarrollo

La cuarta sesión en similitud con la anterior, consta de dos partes, primeramente se recuerda a los alumnos el método que deben seguir para resolver problemas, además de poner en común las dificultades que se han ido encontrando en las sesiones anteriores. La segunda parte está formada por una serie de problemas matemáticos que los alumnos deben resolver en grupos de cuatro o cinco integrantes.

1ª PARTE (10’): En esta primera parte los alumnos recuerdan los pasos que deben seguir para resolver un problema, basándose en el modelo de Polya. Además de las dificultades encontradas en las sesiones anteriores.

2ª PARTE (50’): Se realizan los siguientes problemas:

PROBLEMA 1 (10’): *“Un ciclista recorre en las 3 etapas de una carrera las siguientes distancias: 158 km, 129000 m y 1120 dam. Si participa en la carrera 3 años seguidos. ¿ Cuántos km recorrerá en total?”*

PROBLEMA 2 (10’): *“Unos obreros construyen una acera de 139 m de longitud. El primer día han hecho 6400 cm y el segundo día 48000 mm. ¿cuántos metros faltan para terminar de construir la acera?”*

PROBLEMA 3 (10’): *“De un depósito de 20000 litros de agua, sacamos 671 dal y después 48 hl, ¿cuántos litros quedan en el depósito?”*

Como en las otras sesiones, los problemas se resuelven y se corrigen en la pizarra según vayan terminando. En esta sesión para que los alumnos se lo tomen más serio, se proporcionan unas pegatinas. Los grupos que resuelvan o intenten resolver los problemas matemáticos de manera adecuada recibirán una pegatina para colocarla en la mesa. El objetivo es que cada grupo consiga

tantas pegatinas como integrantes tenga, asegurando que cada alumno tenga una. Tendrán tiempo desde esta sesión hasta la última para conseguirlo.

Nota. elaboración propia.

Tabla 6. *Sesión 5 de la propuesta de intervención.*

SESIÓN 5	
<i>DURACIÓN: 50'</i>	<i>DÍA: viernes, 3 de Mayo</i>
<i>Recursos</i>	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ <i>Materiales:</i>Folios, lápices, pizarra y tizas. ➤ <i>Espaciales:</i> El aula. ➤ <i>Humanos:</i> El docente y los alumnos. 	
<i>Objetivos específicos</i>	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Refrescar y aplicar el modelo de Polya. ➤ Realizar conversiones entre diferentes unidades de medida. ➤ Analizar las estrategias empleadas. 	
<i>Desarrollo</i>	
<p>La quinta sesión en similitud con las anteriores, consta de dos partes, primeramente se recuerda a los alumnos el método que deben seguir para resolver problemas, basándose en el modelo de Polya. La segunda parte está formada por una serie de problemas matemáticos que los alumnos deben resolver en grupos de cuatro o cinco integrantes .Una vez que terminen los problemas se corrigen en la pizarra.</p> <p>1ª PARTE (5'): En esta primera parte, se vuelve a hacer hincapié en el modelo de Polya y se resuelven las dudas que puedan aparecer.</p> <p>2ª PARTE (50'): Se realizan los siguientes problemas:</p> <p>PROBLEMA 1 (10'): <i>“Ana tiene una rutina diaria en la que dedica 45 minutos a hacer sus tareas, 30 minutos a leer y 1 hora y 15 minutos a jugar al aire libre. Si empieza su rutina a las 4:00 p.m., ¿a qué hora termina todas sus actividades?”</i></p>	

PROBLEMA 2 (10’): “Javier ahorró 150 euros durante tres meses. En el primer mes ahorró 50 euros, en el segundo mes ahorró 60 euros, y en el tercer mes ahorró el resto. Decide gastar 40 euros en un libro y 30 euros en un juego. ¿Cuánto dinero le queda después de estas compras?”

PROBLEMA 3 (10’): "Carlos tiene que estar en el colegio a las 8:30 a.m. Tarda 15 minutos en ducharse, 20 minutos en vestirse y desayunar, y 10 minutos en caminar hasta el colegio. ¿A qué hora debe levantarse Carlos para llegar al colegio a tiempo?"

Como en las otras sesiones, los problemas se resuelven y se corrigen en la pizarra según vayan terminando. Como en la anterior sesión dado que los alumnos se sienten más motivados, se les otorga unas pegatinas si realizan bien el problema o se lo toman enserio.

Nota. elaboración propia.

Tabla 7. Sesión 6 de la propuesta de intervención.

SESIÓN 6	
DURACIÓN: 50’	DÍA: miércoles, 15 de Mayo
Recursos	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Materiales: Folios, lápices, tizas y pizarra. ➤ Espaciales:El aula. ➤ Humanos:El docente y los alumnos. 	
Objetivos específicos	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Recordar el modelo de Polya. ➤ Resolver problemas matemáticos relacionados con fracciones y capacidad. ➤ Reflexionar sobre el proceso de aprendizaje. 	
Desarrollo	
<p>La sexto y última sesión en similitud con las anteriores, consta de dos partes, primeramente se recuerda a los alumnos el método que deben seguir para resolver problemas, basándose en el modelo de Polya. La segunda parte está formada por una serie de problemas matemáticos que los alumnos deben resolver en grupos de cuatro o cinco integrantes. En la tercera parte, se corrige y se pone en conjunto, analizando las estrategias seguidas por los alumnos.</p>	

La sexta sesión está formada por 3 problemas matemáticos, en los que tendrán similitudes para que lo resuelvan de una manera adecuada.

1ª PARTE (5’): En esta primera parte, se vuelve a hacer hincapié en el modelo de Polya y se resuelven las dudas que puedan aparecer.

2ª PARTE (50’): Se realizan los siguientes problemas:

PROBLEMA 1 (10’): *“Josefina tiene que recorrer 12 kilómetros dando vueltas a una pista de atletismo de 800 metros. Si lleva 9 vueltas, ¿cuántos metros le quedan?”*

PROBLEMA 2(10’): *“La estantería de mi habitación resiste un peso de 10 kg y quiero rellenarla con libros que pesan 800 gramos cada uno, ¿cuántos libros puedo colocar como máximo sin superar el peso?”*

PROBLEMA 3 (10’): *“Mi madre está comprando leche y agua. Si coge 3 botellas de agua de litro cada una y un pack de seis tetrabricks de leche de 1000 ml cada una, ¿cuántos litros traerá de vuelta a casa?”*

Como en las otras sesiones, los problemas se resuelven y se corrigen en la pizarra según vayan terminando. Como en la anterior sesión dado que los alumnos se sienten más motivados, se les otorga unas pegatinas si realizan bien el problema o se lo toman enserio.

Nota. elaboración propia.

5.8 Evaluación

Según la ORDEN EDU/423/2024, de 9 de mayo, por la que se desarrolla la evaluación y la promoción en la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, se realizan modificaciones a la hora de evaluar a los alumnos, por lo que en la presente situación de aprendizaje se ciñe a la nueva ley.

Para evaluar el trabajo, se emplea la heteroevaluación, es decir una persona evalúa el desempeño o habilidades de los demás, de acuerdo a (Fernández, 2014) sostiene, dirige,

acompaña, refuerza los métodos para modelar a sus alumnos sobre bases sólidas en un sistema educativo cambiante.

Para realizar esta evaluación, se utilizan tres instrumentos distintos, cada uno con un peso específico en la calificación final; una rúbrica con un peso del 70%, un registro anecdótico con un 20% y el comportamiento con un 10% como se observa en la Tabla 8. Además, aparece el momento en el que realiza cada evaluación.

Tabla 8. *Instrumentos de evaluación.*

INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	PESO EN LA CALIFICACIÓN	MOMENTO DE LA CALIFICACIÓN
Rúbrica	70 %	Una vez terminada la sesión se comprueba la consecución de los ítems
Registro anecdótico	20 %	Se comparan los registros iniciales (primeros problemas) con los registros finales (últimos problemas)
Comportamiento	10 %	A lo largo de todas las sesiones

Nota. elaboración propia.

En cuanto a la rúbrica es una herramienta de evaluación que incluye los diferentes indicadores de logro previamente elaborados, cada uno con diferentes grados de consecución, siendo el 1 el mínimo y el 4 el máximo (véase anexo 5). Estos niveles permiten medir el grado de cumplimiento de los objetivos específicos de la propuesta. Esta rúbrica se aplicará al final de cada sesión para proporcionar una visión comprensiva. Por otro lado, el registro anecdótico se centra en la observación y documentación de sucesos significativos que ocurren durante el proceso, por ejemplo la sucesión de fichas de problemas que han realizado durante todas las sesiones. Esto permite comparar el principio con los progresos realizados al final del periodo evaluado. Y por último se evalúa el comportamiento, que se centra en la actitud y participación de los alumnos en cada uno de las sesiones. Este instrumento recoge datos continuos a lo largo del proceso, centrándose en el respeto hacia los demás y la disposición hacia el aprendizaje.

5.9 Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos tras implementar la propuesta de intervención en el aula de 5ºA de Primaria. Se emplearon diversos instrumentos de evaluación, como rúbricas y registros anecdóticos, para analizar los aprendizajes y progresos de los alumnos.

Durante la primera sesión, los alumnos se muestran un poco perdidos, ya que apenas realizan problemas matemáticos en clase, por lo que no están acostumbrados a este tipo de actividades. Al preguntarles cómo se resuelve un problema matemático, muchos responden que simplemente haciendo la cuenta. Esto lleva a plantear que, en realidad, realizan operaciones y no resuelven problemas, ya que no se detienen a pensar y lo hacen de forma mecánica. Se les explica las fases de la resolución de problemas según el método de Polya para facilitar la tarea, pero con los primeros problemas se observa que muchos no lo han entendido o no han escuchado bien. Como resultado, muchos de los problemas no se pueden resolver, ni siguen las fases de Polya adecuadamente.

En la segunda sesión, para que los alumnos aprendan bien los pasos que deben seguir a la hora de resolver problemas, se les proporciona una hoja con el problema dividido en diferentes apartados: datos, operaciones, estrategias o dibujo y solución como se observa con anterioridad en el anexo 4. Se considera que al ver estos pasos claramente, resulta más fácil para ellos en la tercera sesión. Los problemas se resuelven adecuadamente, ya que son más sencillos y accesibles, lo cual ayuda a mantener la motivación de los alumnos para las siguientes sesiones. Sin embargo, se observa que muchos alumnos, al resolver los dibujos, simplemente dibujan lo que dice el problema pero sin datos, por lo que el dibujo en ese caso no sirve para nada. Una vez resuelto en la pizarra, los alumnos entienden la finalidad que tienen los dibujos (véase anexo 6).

Durante la tercera sesión, se observa que los problemas es mejor corregirlos una vez se van terminando y no al finalizar todos. Esta sesión resulta un poco desastrosa debido a que se realiza después del recreo y los alumnos están muy alterados, hacen poco caso y solo un grupo resuelve adecuadamente los problemas. Esto lleva a cuestionar si los problemas son demasiado difíciles o si hay otro factor. La tutora comenta que ese día los alumnos están particularmente alterados y, en esas condiciones, no se concentran y se comportan de manera distraída. Uno de los problemas es sobre el mínimo común múltiplo que han entendido la semana pasada,

simplemente con operaciones, pero aquí se observa que realmente no sabe ninguno la finalidad de ese concepto, ya que no sabe ninguno resolver el problema y cuando se explica en la pizarra les cuesta mucho entenderlo.

Para la cuarta sesión, se decide motivar a los alumnos con un sistema de recompensas. Se compran pegatinas y se les dice que los alumnos que intenten resolver los problemas, independientemente de si llegan a la solución, recibirán una pegatina para su mesa como recompensa. Esta estrategia funciona. Los alumnos se toman la actividad en serio, y aunque algunos no llegan a la solución, el esfuerzo y la seriedad con que abordan los problemas es lo que se busca. La tutora pide que los problemas que se hagan en esta sesión estén relacionados con las unidades de medida que están estudiando en ese momento. Por lo que estos problemas tienen relación con la medida y la capacidad y aunque muchos no llegan a la solución, por lo menos lo intentan (véase anexo 7).

En las siguientes sesiones, los alumnos ya han asimilado la metodología, lo que facilita el desarrollo de las actividades. Las fases del método de Polya les resultan naturales y se muestran entusiastas por participar. A diario preguntan cuándo se va a hacer otra sesión de problemas, lo que evidencia un alto nivel de motivación. En la quinta y sexta sesión, aunque algunos problemas son más complicados y no todos los alumnos logran resolverlos, la mayoría comprende las soluciones una vez discutidas en la pizarra. El objetivo principal no es que lleguen perfectamente a la solución, sino que aprendan a seguir las fases de Polya y comprendan los problemas en su totalidad.

Esta propuesta de intervención resulta en una mejora significativa en la capacidad de los alumnos para resolver problemas matemáticos de manera ordenada y clara. El uso del método de Polya, combinado con un enfoque cooperativo y el sistema de recompensas, fomenta la motivación, el esfuerzo y el trabajo en equipo. A pesar de algunos desafíos iniciales, los alumnos muestran un progreso notable y una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y las estrategias de resolución de problemas.

Respecto a los instrumentos de evaluación adecuados para la presente intervención educativa, se destaca en primer lugar el registro anecdótico ya que son numerosos los contrastes que se presentan en los problemas realizados por el alumnado durante cada una de las sesiones.

Se observan diversas estrategias de resolución de problemas entre los grupos. Por ejemplo, el Grupo 1 utiliza una combinación de dibujos para visualizar los problemas. En el problema sobre los animales en la granja, dibujan cada animal y sus patas (véase anexo 8), lo que facilita su comprensión y resolución del problema. En contraste, el Grupo 2 prefiere hacer listas y tablas para organizar los datos del problema (véase anexo 9). Durante las sesiones se observan las diferentes estrategias que utilizan los grupos. Por ejemplo, en el problema 3 de la primera sesión se puede ver que los integrantes del Grupo 1 y 2 han utilizado diferentes estrategias para la resolución del mismo problema (véase anexo 10).

En cuanto al respeto a las reglas y la colaboración, se observan comportamientos variados. El Grupo 2 muestra un alto nivel de respeto hacia las reglas y sus compañeros. Trabajan de manera colaborativa y escuchan las ideas de cada miembro, lo que resulta en soluciones eficientes y correctas. El Grupo 3, aunque respeta las reglas, tiene algunas dificultades iniciales en la colaboración. Con el tiempo, mejoran su comunicación y empiezan a valorar más las contribuciones de cada compañero. Similar al Grupo 2, al principio también podían sentir nervios o agobio frente a la dificultad, pero a medida que se han acostumbrado al proceso, han comenzado a disfrutar más la resolución de problemas, mostrando una actitud más positiva y confiada.

En cuanto a la comparación de respuestas entre ellos, el Grupo 1 y 2 regularmente compara sus respuestas con las de otros grupos y discute la razonabilidad de cada solución. El Grupo 3, inicialmente no compara sus respuestas con otros grupos, pero después de las primeras sesiones, comienza a hacerlo y encuentra que esta práctica es útil para identificar y corregir errores.

Se observa una mejoría entre los primeros problemas de la primera sesión en comparación a la última, ya que al principio los problemas son guiados por el docente y en las últimas sesiones ya son ellos los que van solos en el aprendizaje. Por ejemplo, en el problema 1 del Grupo 1 se puede observar que no son capaces de resolver el problema, ni saben identificar los datos (véase anexo 11) y en las últimas sesiones se puede observar que son ellos los que extraen los datos y llegan solos a la solución.

6. Conclusiones

A lo largo de la implementación de la propuesta didáctica basada en la resolución de problemas matemáticos mediante el aprendizaje cooperativo y el ABP en el aula de 5ºA de Primaria, se comprueba que los objetivos planteados al inicio del trabajo se cumplen.

En primer lugar, se logra indagar y conocer diferentes propuestas de intervención para la resolución de problemas matemáticos. Se investigan diversas metodologías y enfoques, incluyendo el método de Polya y las estrategias de aprendizaje cooperativo y basado en problemas (ABP). Esta investigación proporciona una sólida base teórica para diseñar e implementar la propuesta en el aula. Se identifican las mejores prácticas y se adaptan a las necesidades específicas del alumnado, garantizando así una intervención educativa fundamentada y coherente con los objetivos pedagógicos.

En segundo lugar, se diseña una propuesta didáctica detallada para 5º de primaria, estructurada en seis sesiones, que incluye la formación de grupos interactivos y el uso de problemas matemáticos contextualizados. Cada sesión se planifica cuidadosamente para abordar tanto la teoría como la práctica de la resolución de problemas, promoviendo un aprendizaje activo y colaborativo. La estructuración de las sesiones permite una progresión lógica y gradual en la complejidad de los problemas, facilitando que los alumnos desarrollen sus habilidades de manera coherente y sostenida. Además, se incorporan técnicas de aprendizaje cooperativo que fomentan la colaboración y el intercambio de ideas entre los alumnos, creando un ambiente de trabajo en equipo y apoyo mutuo.

Finalmente, se implementa la propuesta didáctica en el aula de primaria y se analizan los resultados. La implementación en el aula de 5ºA permite observar y analizar el progreso de los alumnos en la resolución de problemas matemáticos. Se utilizan rúbricas y registros anecdóticos para evaluar el desempeño de los estudiantes, evidenciando un notable avance en su capacidad para resolver problemas de manera estructurada y lógica. Los datos recopilados muestran que los alumnos no solo mejoran en su capacidad para aplicar conocimientos matemáticos, sino que también desarrollan habilidades críticas adicionales, tales como el pensamiento crítico, la capacidad de trabajar en equipo, la autoconfianza en sus habilidades para enfrentar desafíos complejos y la habilidad de reflexionar.

Durante el desarrollo de la propuesta, se encuentran varias limitaciones que afectan a la implementación y a los resultados obtenidos. El tiempo destinado a la implementación de la propuesta es limitado. Las sesiones deben ajustarse al horario escolar y a las necesidades curriculares del momento, lo que en ocasiones dificulta el desarrollo completo de las actividades previstas. Esta restricción temporal impide profundizar en algunos conceptos y metodologías, limitando el alcance de la propuesta y su impacto potencial. A pesar de esto, se logra mantener el enfoque y cumplir con los requisitos.

Además, la necesidad de adaptar los problemas matemáticos a los temas que se están impartiendo en la semana correspondiente a veces lleva a una mecanización de las tareas, reduciendo la oportunidad de fomentar una comprensión más profunda y crítica de los problemas. Esta situación destaca la importancia de una planificación flexible que permita integrar los contenidos curriculares con los objetivos de la propuesta sin sacrificar la calidad del aprendizaje.

La heterogeneidad del alumnado, con distintos niveles académicos y antecedentes culturales, presenta dificultades a la hora de atender adecuadamente a las necesidades de todos los alumnos dentro del marco del tiempo y los recursos disponibles.

El bajo nivel académico inicial de algunos alumnos y su falta de esfuerzo constante dificultan la implementación efectiva de la metodología. Además, las pocas horas de interacción con la clase de 5º, debido a que gran parte del tiempo se pasa con las clases de 3º y 6º ya que se imparte la asignatura de Educación física, impiden conocer a fondo sus necesidades y adaptar las estrategias de manera más personalizada. Esta limitación subraya la importancia de una mayor coordinación entre las diferentes áreas curriculares y la necesidad de aumentar el tiempo dedicado a la enseñanza de las matemáticas para lograr un impacto más significativo.

Con base en las experiencias y aprendizajes obtenidos, se plantean las siguientes recomendaciones para futuras implementaciones. Ampliar el uso de problemas matemáticos a otras asignaturas podría favorecer una comprensión interdisciplinaria y más integral del aprendizaje, además de permitir una mayor aplicación de habilidades matemáticas en diversos contextos. La integración de problemas matemáticos en áreas como ciencias, tecnología y

sociales podría proporcionar a los alumnos una visión más amplia del conocimiento y su aplicabilidad en situaciones.

Reducir el tamaño de los grupos de trabajo a dos, tres o cuatro alumnos podría minimizar las distracciones y promover una participación más activa y efectiva de cada alumno. Los grupos más pequeños permiten una mayor cohesión y facilitan el seguimiento individualizado, asegurando que todos los alumnos participen y se beneficien del aprendizaje.

Realizar las actividades de resolución de problemas siempre en el mismo día y a la misma hora de la semana, preferentemente a primera o segunda hora, podría aprovechar mejor la capacidad de concentración y el rendimiento de los alumnos. La consistencia en el horario ayudaría a establecer una rutina de aprendizaje y a optimizar los niveles de atención y motivación de los alumnos.

Incrementar el tiempo de interacción con cada alumno y proporcionar un seguimiento más individualizado permitiría ajustar mejor las estrategias de enseñanza a las necesidades específicas de cada uno, mejorando así los resultados generales. Un mayor tiempo de contacto con los alumnos permitiría al docente identificar y abordar más eficazmente las dificultades individuales, proporcionando un apoyo más adecuado.

En conclusión, el trabajo realizado demuestra ser efectivo en la mejora de la competencia matemática de los alumnos a través de la resolución de problemas, a pesar de las limitaciones encontradas. Las futuras implementaciones podrían beneficiarse de los ajustes y recomendaciones aquí planteados para lograr un impacto aún mayor en el aprendizaje de los estudiantes. La combinación de aprendizaje cooperativo, ABP y la metodología de Polya ha demostrado ser una estrategia valiosa para desarrollar no solo habilidades matemáticas, sino también competencias esenciales para el desarrollo integral de los alumnos. Con una planificación más ajustada y un enfoque interdisciplinario, se puede maximizar el potencial de esta metodología y alcanzar resultados aún más positivos.

Bibliografía

- Alfaro Carvajal, C., & Barrantes Campos, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3(4), 83-98. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6902/6588>
- Alonso, I., Martínez, N. (2003). La resolución de problemas matemáticos. Una caracterización histórica como vía eficaz para la enseñanza de las matemáticas. *Revista pedagógica universitaria*.
- Ariza, K. P., García, E. Á., & Rivero, C. B. (2016). Reflexiones sobre el concepto de problema matemático. *Revista Bases de la Ciencia*. e-ISSN 2588-0764, 1(1), 25-34. https://doi.org/10.33936/rev_bas_de_la_ciencia.v1i1.98
- Barrantes, H. (2008). Creencias sobre las matemáticas en estudiantes de la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 3(4), 71-81.
- Bolívar, A. (2008). El discurso de las competencias en España: educación básica y educación superior. *Revista de docencia universitaria*, 6(2). <https://revistas.um.es/redu/article/view/35241/33761>
- Bravo, J. A. F. (2006). Algo sobre resolución de problemas matemáticos en educación primaria. <https://matematicasinclusivas.wordpress.com/wp-content/uploads/2015/03/algo-sobre-resolucic3b3n-de-problemas-en-ep.pdf>
- Cabrera, C. R., y Pérez, L. C. (1999). Estrategias de resolución de problemas en la escuela. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 2(2-3), 31-45. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33520304.pdf>

Cartwright, M. L. (1965). Jacques Hadamard, 1865-1963. <https://doi.org/10.1098/rsbm.1965.0005>

Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. *Didáctica de matemáticas*. Aportes y reflexiones, 51-64.

Cuello, D. J. O., Valera, L. M., y Bolaño, A. F. B. (2021). Método de Pólya: Una alternativa en la resolución de problemas matemáticos. *Ciencia e Ingeniería: Revista de investigación interdisciplinaria en biodiversidad y desarrollo sostenible, ciencia, tecnología e innovación y procesos productivos industriales*, 8(2), 2. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8742480.pdf>

Echenique Urdiain, I. (2006). Matemáticas: Resolución de problemas. http://ceip-parquedelamuneca.centros.castillalamancha.es/sites/ceip-parquedelamuneca.centros.castillalamancha.es/files/descargas/Matematicas_ResolucionProblemasInstrumenta2.pdf

Fernández, J. G. C. (2014). *Manual para la elaboración e implementación de un modelo de evaluación por competencias*. Trafford Publishing. [https://books.google.com.mx/books?id=5oKLAGAAQBAJ&lpg=PP1&ots=yv1ixaLXNQ&dq=Fern%C3%A1ndez%2C%20J.%20\(2014\).%20Manual%20para%20la%20elaboraci%C3%B3n%20e%20implementaci%C3%B3n%20de%20un%20modelo%20de%20evaluaci%C3%B3n%20por%20competencias%20.%20Bloomington%3A%20copyright.%20.%20Obtenido%20de%20https%3A%2F%2Frieoei.org%2Fhistorico%2Fdocumentos%2Frie60a03.pdf&lr&hl=es&pg=PP1#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.mx/books?id=5oKLAGAAQBAJ&lpg=PP1&ots=yv1ixaLXNQ&dq=Fern%C3%A1ndez%2C%20J.%20(2014).%20Manual%20para%20la%20elaboraci%C3%B3n%20e%20implementaci%C3%B3n%20de%20un%20modelo%20de%20evaluaci%C3%B3n%20por%20competencias%20.%20Bloomington%3A%20copyright.%20.%20Obtenido%20de%20https%3A%2F%2Frieoei.org%2Fhistorico%2Fdocumentos%2Frie60a03.pdf&lr&hl=es&pg=PP1#v=onepage&q&f=false)

Flecha, R. (2009). Cambio, inclusión y calidad en las comunidades de aprendizaje. *Cultura y Educación*, 21 (2), 157-169. <https://doi.org/10.1174/113564009788345835>

- Giné de Lera, C., & Deulofeu Piquet, J. (2015). Creencias de profesores y estudiantes de profesor de educación primaria y secundaria sobre los problemas de matemáticas. REDIMAT, 4(2), 161-178. <https://doi.org/10.17583/redimat.2015.1398>
- Gómez, P. y Carulla, C. (s. f.). Innovación curricular en pre-cálculo y la potenciación de estrategias en la resolución de problemas. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6902/6588/>
- Gutiérrez Cherres, J. A. (2012). Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa-Ventanilla. <https://hdl.handle.net/20.500.14005/1201>
- Hadamard, J. (1954). *Un ensayo sobre la psicología de la invención en el campo matemático*. Courier Corporation. [https://books.google.es/books?id=VxUHJmRpSgAC&lpg=PA9-IA6&ots=WqagydevHE&dq=Hadamard%2C%20J.%20\(1945\).%20An%20essay%20on%20the%20psychology%20of%20invention%20in%20the%20mathematical%20field.%20Princeton%20University%20Press.&lr&hl=es&pg=PA9-IA6#v=onepage&q&f=false](https://books.google.es/books?id=VxUHJmRpSgAC&lpg=PA9-IA6&ots=WqagydevHE&dq=Hadamard%2C%20J.%20(1945).%20An%20essay%20on%20the%20psychology%20of%20invention%20in%20the%20mathematical%20field.%20Princeton%20University%20Press.&lr&hl=es&pg=PA9-IA6#v=onepage&q&f=false)
- Huarca, L., Cortez, R., Bravo, C. y Verano, W. (2006). Taller de estrategias pedagógicas. Lima: Editorial San Marcos.
- Nápoles, J. (2005). Resolución de problemas. *El Trabajo de Allan Schoenfeld*. Argentina: UTN). Facultad Regional Resistencia Universidad de la Cuenca del Plata–Corrientes Argentina.
- Pólya, G. (1990). Cómo plantear y resolver problemas. México: Editorial Trillas. https://www.academia.edu/download/34996114/Polya_-_Como_plantear_y_resolver_problemas.pdf
- Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas. Comares.

Santos, L. (1994). La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *Cuaderno de investigación*, 28(6).

Schoenfeld, AH (2014). *Resolución de problemas matemáticos*. Elsevier. [https://books.google.es/books?id=0cbSBQAAQBAJ&lpg=PP1&ots=83otKt0U35&dq=Schoenfeld%2C%20A.%20\(1985\).%20Mathematical%20Problem%20Solving.%20Orlando%2C%20Florida%3A%20Academic%20Press.&lr&hl=es&pg=PR4#v=onepage&q=Schoenfeld,%20A.%20\(1985\).%20Mathematical%20Problem%20Solving.%20Orlando,%20Florida:%20Academic%20Press.&f=false](https://books.google.es/books?id=0cbSBQAAQBAJ&lpg=PP1&ots=83otKt0U35&dq=Schoenfeld%2C%20A.%20(1985).%20Mathematical%20Problem%20Solving.%20Orlando%2C%20Florida%3A%20Academic%20Press.&lr&hl=es&pg=PR4#v=onepage&q=Schoenfeld,%20A.%20(1985).%20Mathematical%20Problem%20Solving.%20Orlando,%20Florida:%20Academic%20Press.&f=false)

Sigarreta, J. M., Rodríguez, J. M., & Ruesga, P. (2006). La resolución de problemas: una visión histórico-didáctica. *Boletín de la Asociación Matemática venezolana*, 13(1), 53-66. <http://emis.dsd.sztaki.hu/journals/BAMV/conten/vol13/pruesga.pdf>

Soria, G. B. 100 problemas. https://www.academia.edu/download/38166888/100_problemasmatematicos.pdf

Valls, R., & Kyriakides, L. (2013). El poder de los grupos interactivos: cómo la diversidad de adultos que se ofrecen como voluntarios en grupos de clase puede promover la inclusión y el éxito de los niños de poblaciones étnicas minoritarias vulnerables. *Revista de Educación de Cambridge*, 43(1), 17-33. <https://doi.org/10.1080/0305764X.2012.749213>

Zamora Ferrer, J. I. (2017). Propuesta de método de resolución de problemas matemáticos en educación primaria. <http://hdl.handle.net/10234/169269>

Anexos

Anexo 1. Grupos de cuatro.



Nota. elaboración propia.

Anexo 2. Corrección de los problemas.



Nota. elaboración propia.

Anexo 3. Material para las fases en la resolución de problemas.



Nota. elaboración propia.

Anexo 4. *Ficha de problemas de la segunda sesión.*

1. Juan mide 5 cm más que Daniela y 18 cm menos que Ezequiel. Si la altura de Juan es 142 cm. ¿Cuánto miden Daniela y Ezequiel?

¿CUÁLES SON LOS DATOS?	¿CUÁL ES LA PREGUNTA?
DIBUJA EL PROBLEMA	
OPERACIONES	
SOLUCIÓN	

Nota. elaboración propia.

Anexo 5. *Rúbrica de evaluación para la propuesta de intervención.*

Indicadores de logro	1- Insuficiente (0-4)	2- Aprobado (5-6)	3- Notable(7-8)	4- Sobresaliente (8-9)
-Respeta las	<i>No respeta las</i>	<i>Respeta algunas</i>	<i>Respeta casi</i>	<i>Respeta cada</i>

reglas propuestas en las sesiones.	<i>reglas propuestas en las sesiones.</i>	<i>reglas propuestas en las sesiones.</i>	<i>todas las reglas propuestas en las sesiones.</i>	<i>una de las reglas propuestas en las sesiones.</i>
- Respeta a sus compañeros y los materiales.	<i>No respeta a los compañeros ni a los materiales.</i>	<i>Respeta una de las dos cosas.</i>	<i>Respeta adecuadamente a sus compañeros y materiales.</i>	<i>Muestra un alto nivel de respeto hacia compañeros y materiales.</i>
- Pone esfuerzo y ganas a las actividades propuestas	<i>No muestra esfuerzo ni interés en las actividades.</i>	<i>Muestra un esfuerzo limitado y variable.</i>	<i>Muestra un esfuerzo constante con pocas excepciones.</i>	<i>Muestra un alto nivel de esfuerzo y entusiasmo en todas las actividades.</i>
- Resuelve los problemas matemáticos adecuadamente siguiendo los pasos preestablecidos.	<i>No sigue los pasos y no resuelve los problemas correctamente.</i>	<i>Sigue los pasos con errores frecuentes en la resolución.</i>	<i>Sigue los pasos con precisión y resuelve la mayoría de los problemas.</i>	<i>Sigue todos los pasos con precisión y resuelve correctamente todos los problemas.</i>
- Identifica los datos del problema y sabe dónde situarlos. Usa estrategias, dibujos o herramientas matemáticas para resolver los problemas.	<i>No identifica los datos ni utiliza estrategias adecuadas.</i>	<i>Identifica los datos y utiliza estrategias básicas con errores.</i>	<i>Identifica los datos correctamente y usa estrategias adecuadas con pocos errores.</i>	<i>Identifica y sitúa los datos perfectamente, usando estrategias y herramientas matemáticas eficaces.</i>
-Explica oralmente y por escrito, el proceso seguido a la hora de resolver el problema.	<i>No explica el proceso seguido de manera clara.</i>	<i>Explica el proceso con errores y falta de claridad.</i>	<i>Explica el proceso de manera clara con algunos errores menores.</i>	<i>Explica el proceso de manera clara y detallada tanto oralmente como por escrito.</i>
-Compara otras respuestas dadas por los compañeros	<i>No compara ni valora las respuestas de los compañeros.</i>	<i>Compara y valora las respuestas de manera</i>	<i>Compara y valora adecuadamente la mayoría de</i>	<i>Compara y valora de manera crítica y constructiva</i>

para valorar si es razonable o no.		limitada.	las respuestas.	todas las respuestas de los compañeros.
------------------------------------	--	-----------	-----------------	---

Nota. elaboración propia

Anexo 6. Dibujo del problema.

1. Juan mide 5 cm más que Daniela y 18 cm menos que Ezequiel. Si la altura de Juan es 142 cm. ¿Cuánto miden Daniela y Ezequiel?

<p>¿CUÁLES SON LOS DATOS?</p> <p>Juan 5cm mas que Daniela y 18 cm menos que Ezequiel. Juan 142</p>	<p>¿CUÁL ES LA PREGUNTA?</p> <p>¿Cuánto miden Daniela y Ezequiel?</p>
<p>DIBUJA EL PROBLEMA</p> <p>Juan Daniela Ezequiel</p>	
<p>OPERACIONES</p> $\begin{array}{r} 142 \\ + 18 \\ \hline 160 \end{array}$ $\begin{array}{r} 142 \\ - 5 \\ \hline 137 \end{array}$	
<p>SOLUCIÓN</p> <p>Daniela mide 137 cm. Ezequiel mide 160 cm.</p>	

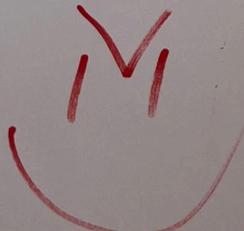
Nota. elaboración propia

Anexo 7. Problemas en los que el alumnado no es capaz de llegar a la solución.

Grupo 3

① Un ciclista recorre en las 3 etapas de una carrera las siguientes distancias: 158 km, 129.000 m y 1120 dam. Si participa en la carrera 3 años seguidos, cuántos km recorrerá en total?

Datos	Operación	Solución
3 etapas		
158 km	158	
129.000 m	+ 129	
1120 dam	+ 11,200	
3 años seguidos.	<u>28,42</u>	28,42 km
	<u>86,36</u>	



Nota. elaboración propia

Anexo 10. Diferentes estrategias llegando a la misma solución.

Dani está viendo un documental que tiene 30 episodios. Cada episodio dura 20 minutos. Si Dani tiene 3 horas disponibles en toda la semana para poder verlo, ¿Cuántos episodios podrá ver esa semana?

DATOS:
 30 episodios
 20 m episodio
 3 horas semana

OPERACIONES Y ESTRATEGIAS

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 3 \\ \hline 780 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 9 \\ \hline 1620 \end{array}$$

solución
 9 episodios

NÚMERO GRUPO: 4

Dani está viendo un documental que tiene 30 episodios. Cada episodio dura 20 minutos. Si Dani tiene 3 horas disponibles en toda la semana para poder verlo, ¿Cuántos episodios podrá ver esa semana?

DATOS:
 30 20m 3h 70m
 40 minutos

OPERACIONES Y ESTRATEGIAS

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times 3 \\ \hline 60 \end{array}$$

60 minutos

$$20 + 20 + 20 = 60 \text{ minutos} \rightarrow 1h$$

$$20 + 20 + 20 = 60 \text{ minutos} \rightarrow 1h$$

$$20 + 20 + 20 = 60 \text{ minutos} \rightarrow 1h$$

solución
 9 episodios

Dani está viendo un documental que tiene 30 episodios. Cada episodio dura 20 minutos. Si Dani tiene 3 horas disponibles en toda la semana para poder verlo, ¿Cuántos episodios podrá ver esa semana?

DATOS:
 20 minutos
 30 episodios
 3 horas

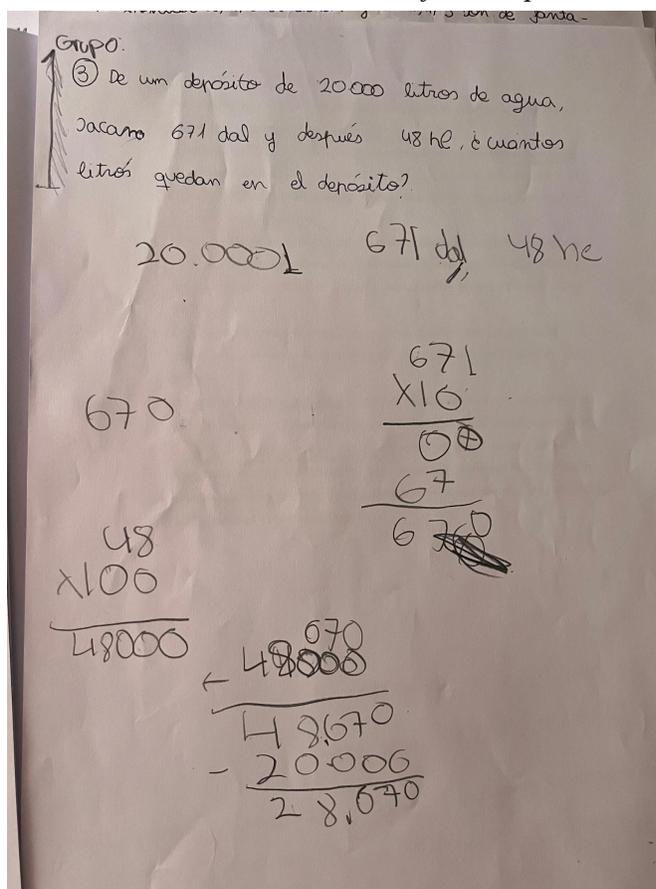
OPERACIONES Y ESTRATEGIAS

He mos multiplicado 20 por 3 y nos da 60 y como 60 es una hora y le dejamos 3 horas hemos multiplicado por 3 y a si nos da 9.

solución
 = 9 episodios

Nota. elaboración propia

Anexo 11. El alumnado no identifica los pasos del método Polya.



Nota. elaboración propia