



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Electrónica Industrial y Automática**

**Modelado y simulación de una planta de  
laboratorio de procesos utilizando Matlab  
Simscape.**

**Autor:**

**Rodríguez Sanz, Marcos**

**Tutor(es):**

**Mazaeda Echevarria, Rogelio  
Ingeniería de Sistemas y  
Automática**

**Valladolid, Julio de 2024.**



# Resumen

El modelado y la simulación de sistemas dinámicos constituye una actividad básica de la ciencia y la ingeniería. Se trata de describir los procesos físico-químicos, utilizando las leyes universales de balance de masas, momento y energía para poder predecir el comportamiento de los sistemas naturales o técnicos. La expresión de esas leyes adopta la forma de ecuaciones diferenciales. Existen diferentes herramientas que asisten en el modelado y realizan la integración numérica de las ecuaciones resultantes. Matlab Simulink, es una de esas herramientas y está basada en un paradigma de procesamiento de señales. Simscape, también de Matlab, es una alternativa relativamente reciente que adopta una estrategia completamente diferente que se ha dado en llamar de modelado físico u orientado objetos. En este trabajo se pretende explorar esta última herramienta y utilizarla en el modelado de una planta de laboratorio que incluye elementos típicos de la industria de procesos.

## **Palabras clave:**

Modelado físico, modelado Orientado a Objetos, Simscape, MATLAB

# Abstract

Modeling and simulation of dynamic systems constitute a fundamental activity in science and engineering. It involves describing physical-chemical processes using the universal laws of mass, momentum, and energy balance to predict the behavior of natural or technical systems. The expression of these laws takes the form of differential equations. Various tools assist in modeling and perform the numerical integration of the resulting equations. Matlab Simulink is one such tool, based on a signal processing paradigm. Simscape, also from Matlab, is a relatively recent alternative that adopts a completely different strategy known as physical or object-oriented modeling. This work aims to explore this latter tool and use it in the modeling of a laboratory plant that includes typical elements of the process industry.

## **Keywords:**

Physical modeling, Object-Oriented Modeling, Simscape, MATLAB



# Índices

## Índice de contenidos

Índice de contenidos.....	5
Índice de ilustraciones.....	6
1. Comparativa entre Modelado Físico y Modelado Tradicional Basado en Señales .....	11
1.1 Introducción .....	11
1.2 Modelado Tradicional Basado en Señales .....	11
1.3 Modelado Físico Orientado a Objetos (OO).....	13
1.4 Comparativa Aplicada .....	15
1.5 Conclusión .....	26
2. Modelado Físico en Simscape .....	28
2.1 Introducción .....	28
2.2 Objetos en Simscape .....	28
2.3 Tipos de Señales .....	29
2.3.1 Variables Effort.....	30
2.3.2 Variables Through .....	31
2.3.3 Relación entre Effort y Through.....	31
2.4 Diferencias con Simulink Tradicional.....	32
2.5 Ventajas del Uso de Simscape .....	33
2.6 Análisis modelo en Simscape.....	33
2.7 Errores numéricos en modelado físico con Simscape.....	52
Conclusiones .....	55
Bibliografía .....	57
Anexo I: Demostración de la anti transformada de Fourier. ....	59
Anexo II: Documentación de Simscape sobre Centrifugal Pump (TL) .....	61
Anexo III: Documentación de Simscape de Tank (TL).....	65

## Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Modelo de simulación de sistema hidráulico de dos depósitos. [1] .....	16
Ilustración 2. Modelo de Simulink de sistema hidráulico de dos depósitos, modelado tradicional. [1] .....	17
Ilustración 3. Modelado físico en Ecosimpro del sistema hidráulico de dos depósitos. [1].....	17
Ilustración 4. Modelo físico de esquema eléctrico en Simscape, Topología...18	
Ilustración 5. Modelo físico de esquema eléctrico en Simscape, visualización de señales. ....	19
Ilustración 6. Modelo eléctrico basado en señales en Simulink, topología.....20	
Ilustración 7. Modelo eléctrico basado en señales en Simulink, visualización de señales. ....	21
Ilustración 8. Parametrización de modelo de simulación fuente de corriente. .....	23
Ilustración 9. Esquema modelo en Simulink fuente de corriente, topología...24	
Ilustración 10. Esquema modelo en Simulink fuente de corriente, visualización de señales.....	24
Ilustración 11. Modelo físico fuente de corriente en Simspace, topología.....25	
Ilustración 12. Modelo físico fuente de corriente en Simspace, visualización de señales. ....	26
Ilustración 13. Bloques conversores de señales de la librería de Simscape. .29	
Ilustración 14. Topología del modelo simplificado de fluidos termales de Simscape. ....	34
Ilustración 15. Dispositivos de instrumentación empleados en el modelo de referencia de Simscape.....	35
Ilustración 16. Dispositivo Temperature Source foco de temperatura constante en el depósito 2 del modelo de referencia de Simscape. ....	36
Ilustración 17. Dispositivo Controlled Temperature Source foco de temperatura variable en el depósito 2 del modelo de referencia de Simscape. .....	36
Ilustración 18. Topología del modelo definitivo de fluidos termales de Simscape. ....	37
Ilustración 19. Bloques Thermal Liquid Properties (TL) y Controlled Reservoir (TL) de la librería de fluidos termales de Simscape. ....	38
Ilustración 20. Bloque Flow Resistance (TL) que simula las pérdidas por fricción en una tubería en Simscape.....	39
Ilustración 21. Bance de materia y energía empleados en el bloque Flow Resistance (TL) de Simscape. [7] .....	39
Ilustración 22. Parametrización bloque Flow Resistance (TL) en Simscape. ...40	

Ilustración 23. Configuración de Centrifugal Pump (TL) mediante Ideal Angular Velocity Source en Simscape. ....	41
Ilustración 24. Parametrización del bloque Centrifugal Pump (TL) en el modelo de Simscape de referencia.....	42
Ilustración 25. Bloques Tank (TL) en el modelo de referencia de Simscape. .	43
Ilustración 26. Parametrización del bloque Tank (TL) del segundo depósito del modelo de referencia de Simscape. ....	44
Ilustración 27. Visualización del volumen de líquido (m <sup>3</sup> ) en los depósitos del modelo de referencia de Simscape. ....	45
Ilustración 28. Balance de materia en el depósito.....	45
Ilustración 29. Visualización de la temperatura (K) en los depósitos a lo largo de la simulación en el modelo de referencia de Simscape. ....	47
Ilustración 30. Visualización de los flujos máscicos (kg/s) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape. ....	48
Ilustración 31. Visualización de los flujos de energía o potencia calorífica (W) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape. ....	50
Ilustración 32. Visualización de las presiones (atm) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape. ....	51
Ilustración 33. Ecuación de la presión de salida del fluido del depósito.....	51
Ilustración 33. Bloque Solver Configuration en el modelo de referencia de Simscape. ....	53





# Introducción y Objetivos

El modelado de sistemas físicos en ingeniería ha sido una herramienta fundamental para el diseño, análisis y control de procesos complejos. Tradicionalmente, se han utilizado modelos basados en señales, formulando ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) y algebraicas (DAEs) para describir la dinámica de los sistemas. Sin embargo, con el avance de las herramientas de simulación orientadas a objetos, como Simscape de MATLAB, ha surgido una nueva metodología de modelado físico que encapsula el comportamiento de los componentes reales en bloques modulares.

El objetivo principal de este trabajo es comparar el modelado físico utilizando Simscape con el modelado tradicional basado en señales, analizando las ventajas y desventajas de cada enfoque. Los objetivos secundarios incluyen la implementación de un caso de estudio utilizando Simscape para ilustrar las diferencias en la práctica y la evaluación de los resultados obtenidos con ambos métodos.

El alcance de este trabajo incluye una revisión bibliográfica exhaustiva que localiza los trabajos más relevantes en bases de datos nacionales e internacionales a las que está suscrita la Universidad de Valladolid (UVA). Esta revisión bibliográfica es crucial para entender el estado del arte en el modelado de sistemas físicos y señalar las contribuciones existentes en el campo.

La estructura del trabajo se organiza de la siguiente manera: En el primer capítulo se presenta una revisión bibliográfica detallada. El segundo capítulo describe la metodología utilizada para el modelado físico y basado en señales. El tercer capítulo presenta el caso de estudio implementado en Simscape. En el cuarto capítulo se discuten los resultados obtenidos y se comparan con el modelado tradicional. Finalmente, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones y posibles direcciones futuras de investigación.



# Desarrollo del TFG

## 1. Comparativa entre Modelado Físico y Modelado Tradicional Basado en Señales

### 1.1 Introducción

El modelado de sistemas físicos en ingeniería ha sido fundamental para el diseño, análisis y control de procesos complejos. Dos enfoques principales en este campo son el modelado tradicional basado en señales y el modelado físico utilizando herramientas orientadas a objetos (OO) como Simscape de MATLAB. Esta comparativa explorará ambas metodologías, destacando sus ventajas y desventajas, y cómo pueden ser aplicadas en la práctica con Simscape.

### 1.2 Modelado Tradicional Basado en Señales

**Descripción y Uso:** El modelado tradicional se basa en la formulación de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs):

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, \mu, \rho)$$

y ecuaciones diferenciales algebraicas (DAEs):

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, \mu, \rho)$$

$$g(x, \mu, \rho) = 0$$

para describir la dinámica de sistemas continuos. Estas ecuaciones capturan la relación entre las variables del sistema y su evolución temporal, basándose en principios físicos fundamentales como las leyes de conservación de masa, energía y momentum.

**Ventajas:**

- **Trabaja a un más bajo nivel:** Estas herramientas de modelado trabajan en un nivel de abstracción más bajo ya que se construyen y operan directamente con la ecuación diferencial. Esto permite, al manipular

las ecuaciones, eliminar las dinámicas rápidas por ecuaciones algebraicas y otro tipo de ajustes en las hipótesis matemáticas del modelo.

- **Numerosos Algoritmos Disponibles:** Existen muchos métodos numéricos como Euler, Runge-Kutta y métodos implícitos que facilitan la resolución de estas ecuaciones, permitiendo la simulación de sistemas complejos y no lineales. [2]

#### Desventajas:

- **Requiere manipulación matemática:** Simulink trabaja con ODEs y DAEs que requieren su manipulación y formalización explícita de variables de estado y el resto de los términos para crear un modelo de simulación en la que las ODEs sean integrables y las variables se obtengan en una secuencia concreta en cada paso de integración.
- **Requerimientos técnicos mayores:** La definición de modelos de simulación está basada en las EDOs y algebraicas que rigen el sistema físico a modelar. El modelado tradicional basado en señales requiere arrojar las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento físico del sistema y, por tanto, mayores conocimientos técnicos en física e ingeniería, por parte del usuario, que el modelado físico orientado a objetos.
- **Complejidad Computacional:** La resolución numérica de ODEs/DAEs puede ser intensiva en términos de recursos computacionales, especialmente para sistemas grandes, no lineales o con múltiples escalas de tiempo.
- **Rígida Estructura de Modelado:** La necesidad de definir explícitamente las ecuaciones y su causalidad computacional puede hacer que la modificación y mantenimiento de los modelos sean complicados y propensos a errores. [3]

La resolución de estos errores numéricos por parte del usuario no es trivial, y requiere formación técnica en cálculo numérico y modelado de sistemas físicos.

- **Dificultad para identificar el sistema físico y sus relaciones visualmente:** El modelado tradicional, al trabajar con ecuaciones diferenciales, no permite reconocer visualmente el sistema físico al visualizar el resultante en Simulink ya que no se está trabajando con objetos visuales que encapsulan todas las funciones y ecuaciones de un elemento, sino con bloques que permiten describir las relaciones matemáticas de las ecuaciones del modelo de simulación que no se identifican fácilmente de forma visual con el sistema que representan.

Con respecto a la causalidad del modelo, en el modelado tradicional basado en señales la causalidad matemática y la causalidad computacional quedan establecidas con la definición del modelo de simulación, y son rígidas e invariables. El orden en el que se obtienen los resultados en cada iteración de forma numérica está preestablecido en la definición del modelo y esto es inalterable. En el supuesto de querer obtener otra variable del modelo, o establecer una variable del modelo diferente como conocida, se requiere volver a definir el modelo de simulación y comenzar el trabajo desde cero.

*“En herramientas de modelado y simulación como Simulink, el modelo y el orden de cálculo de las ecuaciones están definidos ambos simultáneamente, en el mismo diagrama gráfico que describe el modelo.” [4]*

### 1.3 Modelado Físico Orientado a Objetos (OO)

**Descripción y Uso:** El modelado OO encapsula el comportamiento de los componentes físicos en bloques modulares que se conectan a través de interfaces estandarizadas, reflejando la estructura física del sistema real. En MATLAB, la librería Simscape permite construir modelos utilizando este enfoque, facilitando la simulación de sistemas multidominio como mecánicos, eléctricos y térmicos.

En Simscape tenemos a nuestra disposición una librería que aplicable a lo que queremos modelar, que contiene dentro los componentes que conforman las ecuaciones DAEs y ODEs que describen cada elemento u objeto de la biblioteca. Las relaciones y conexiones que se establezcan entre estos elementos determinan la ecuación matemática a resolver que describe el sistema, sin que nosotros tengamos que elaborar explícitamente el modelo de simulación como en el modelado tradicional, ya que estos bloques y sus conexiones encapsulan la matemática que describe la dinámica del sistema.

Estas técnicas de modelado trabajan con ecuaciones de tipo DAE:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, \mu, \rho)$$

$$g(x, \mu, \rho) = 0$$

Estas son Ecuaciones Diferenciales Algebraicas, que incluyen ODEs y restricciones algebraicas.

## Ventajas:

- **Semejanza al Sistema Real:** Los modelos construidos con Simscape reflejan la topología y comportamiento del sistema físico, lo que facilita la comprensión y mantenimiento del modelo, ya que trabajan a un nivel de abstracción más alto que las herramientas como Simulink de modelado tradicional. Visualmente, se identifican de una forma precisa por un usuario que no tenga conocimientos técnicos de modelado y simulación de sistemas las relaciones y definición del modelo.
- **Reusabilidad y Modularidad:** Los componentes en Simscape pueden ser reutilizados en diferentes modelos, y la estructura jerárquica permite una mayor flexibilidad y escalabilidad en la construcción de sistemas complejos.
- **Flexibilidad:** Ofrece una mayor flexibilidad que el modelado tradicional en Simulink porque, en este último, un pequeño cambio en el modelo ocasiona un diagrama de señales totalmente distinto. Sin embargo, en el modelado físico lo que cambia también, pero de una manera coherente con la topología del sistema que se desea reproducir.
- **Independencia de la Causalidad Computacional:** La causalidad se define en una etapa posterior, permitiendo una descripción no causal del sistema. Esto simplifica el proceso de modelado y permite cambios más flexibles en el sistema sin necesidad de reorganizar las ecuaciones. [2]
- **No requiere definir explícitamente las EDOs del sistema:** El modelado físico no requiere la manipulación previa de las ecuaciones del modelo, sino que la propia herramienta lo hace en función de las relaciones, topología y conexiones realizadas entre los diferentes objetos que componen estos programas y librerías que encapsulan las funciones y ecuaciones de elementos físicos reales. Por tanto, el empleo de estas técnicas de modelado requiere menores conocimientos técnicos de ingeniería

## Desventajas:

- **Curva de Aprendizaje:** Requiere un conocimiento profundo del paradigma OO y de la herramienta específica utilizada, en este caso Simscape.
- **Desarrollo de Bibliotecas:** La creación de bibliotecas generales y consistentes es una tarea que consume tiempo y recursos. [3]
- **No previene de errores numéricos:** El empleo de estos objetos no previene de la aparición de errores numéricos, normalmente lazos algebraicos, problemas de índice superior y otro tipo de errores genéricos de sistemas DAE. Por tanto, sigue siendo necesario de

conocimientos en cálculo numéricos y modelado de sistemas por parte del usuario para la resolución de estos errores.

- **Problemas numéricos más generalizados:** El hecho de que Simscape trabaje generalmente con ecuaciones diferenciales y algebraicas DAEs, que son más difíciles de integrar numéricamente, hace que puedan surgir fácilmente problemas numéricos como problemas de índice superior si no se tiene una determinada disciplina a la hora de realizar las conexiones y se conectan, por ejemplo, dos elementos con ODEs dinámicas juntas. También pueden surgir problemas stiff o rígidos numéricamente, con dinámicas muy diferentes que pueden presentar dificultades de integración numéricas, que requieren emplear algoritmos o software de integración DASSL/DASPK y CVODE más sofisticados para lidiar con problemas stiff a costa de menor exactitud numérica.

Quizás la diferencia más significativa y difícil de interpretar entre un modelado tradicional basado en señales y un modelado físico orientado a objetos reside en la causalidad intrínseca del modelo. En un modelado físico, a diferencia de un modelado tradicional, la causalidad del modelo, tanto matemática como computacional, no está preestablecida por el modelo de simulación, sino por la topología de los bloques, objetos elementos que construyen el esquema en la herramienta de modelado.

Se dice de esta forma, que el modelado físico orientado a objetos es un modelado acausal, en el que no requiero de reconstruir el modelo de simulación para simular el modelo si realizo modificaciones en las variables que tomo como entrada, en las variables que quiero obtener, y en la topología de estos.

*“La red física no presenta una dirección de flujo determinada. En Simscape el modelo no especifica ningún orden específico que deba seguirse en la integración del modelo. La causalidad computacional está separada de la descripción del modelo. Esta característica es la que permite conectar componentes que representen elementos físicos reales en diferentes topologías. Es la herramienta la que debe decidir, a partir de la conexión final de los componentes individuales, el orden del modelo concreto que debe ser utilizado. Para que esto sea posible, los modelos matemáticos de los componentes físicos deben ser definidos de manera no causal: como relaciones matemáticas, no como asignaciones computacionales.” [4]*

## 1.4 Comparativa Aplicada

**Ejemplo: Sistema Hidráulico (Ilustración 1)**

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_1 - q_2$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = q_2 - q_3$$

$$q_1 = K_{ent} \sqrt{\Delta p}$$

$$q_2 = K_{tub} \sqrt{h_1}$$

$$q_3 = A_p K_{sal} \sqrt{h_2}$$

Supongamos:

$$A_1 = A_2 = 3 \text{ m}^2$$

$$K_{ent} \sqrt{\Delta p} = 10$$

$$K_{tub} = 5$$

$$K_{sal} = 6$$

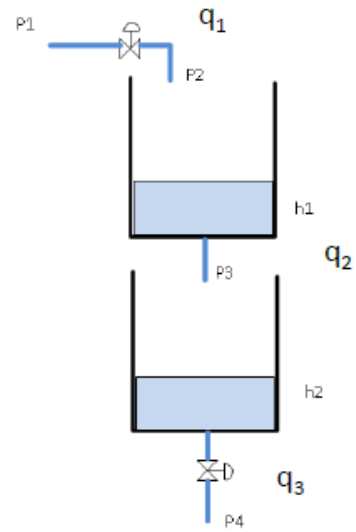


Ilustración 1. Modelo de simulación de sistema hidráulico de dos depósitos. [1]

- Modelado Tradicional:** Requiere definir y resolver las ecuaciones de flujo y presión explícitamente. Los cambios en el modelo pueden implicar modificaciones significativas en el esquema del modelo, aumentando el riesgo de errores y la complejidad del mantenimiento. Se puede visualizar la topología del modelo de Simulink del sistema hidráulico en la Ilustración 2.



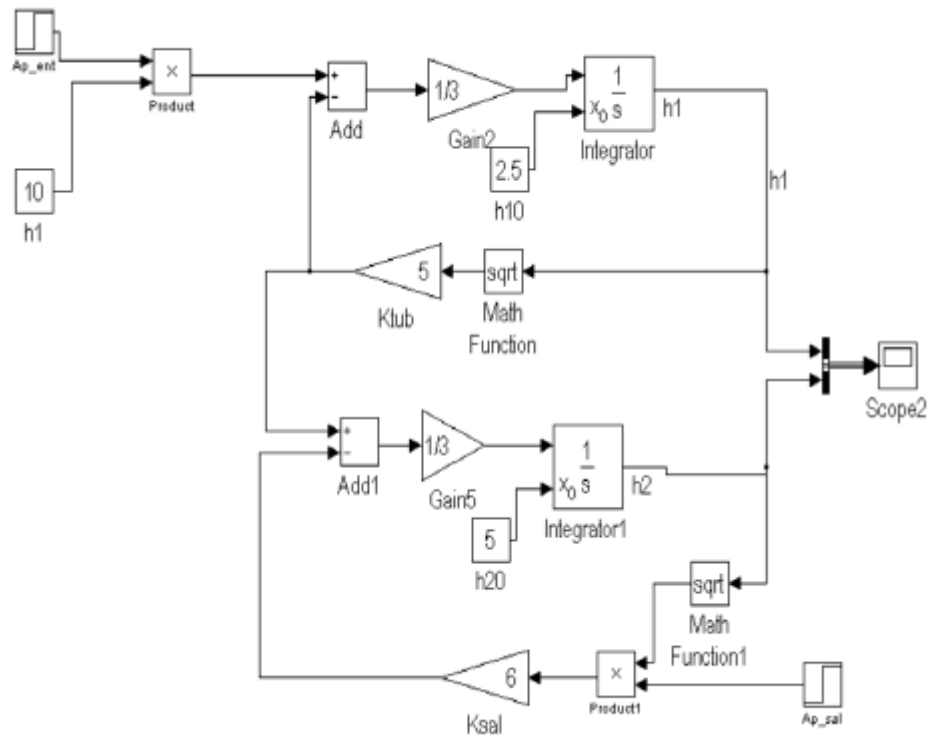


Ilustración 2. Modelo de Simulink de sistema hidráulico de dos depósitos, modelado tradicional. [1]

- Modelado OO con Simscape:** Permite conectar componentes como tuberías, válvulas y tanques utilizando bloques predefinidos que reflejan la topología del sistema real. Las modificaciones en el modelo son más intuitivas y menos propensas a errores significativos en el esquema del modelo, mejorando la eficiencia del desarrollo y mantenimiento. [1]

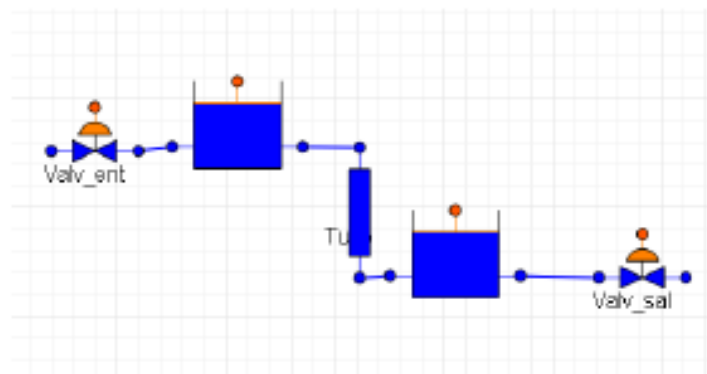


Ilustración 3. Modelado físico en Ecosimpro del sistema hidráulico de dos depósitos. [1]

## Ejemplo: Control de Procesos

- **Modelado Tradicional:** Utiliza ODEs para describir la dinámica del proceso y las leyes de control aplicadas, lo que puede ser complicado y rígido en términos de modificación y experimentación con diferentes estrategias de control.
- **Modelado OO con Simscape:** Facilita la incorporación de eventos discretos y la simulación de sistemas híbridos, combinando dinámicas continuas con eventos discretos que pueden cambiar el estado del sistema. Esto es particularmente útil para el diseño y prueba de estrategias de control avanzadas antes de su implementación en el sistema real. [2]

Para analizar las principales diferencias de un modelo basado en señales y un modelo físico orientado a objetos vamos a simular el modelo de un esquema eléctrico sencillo.

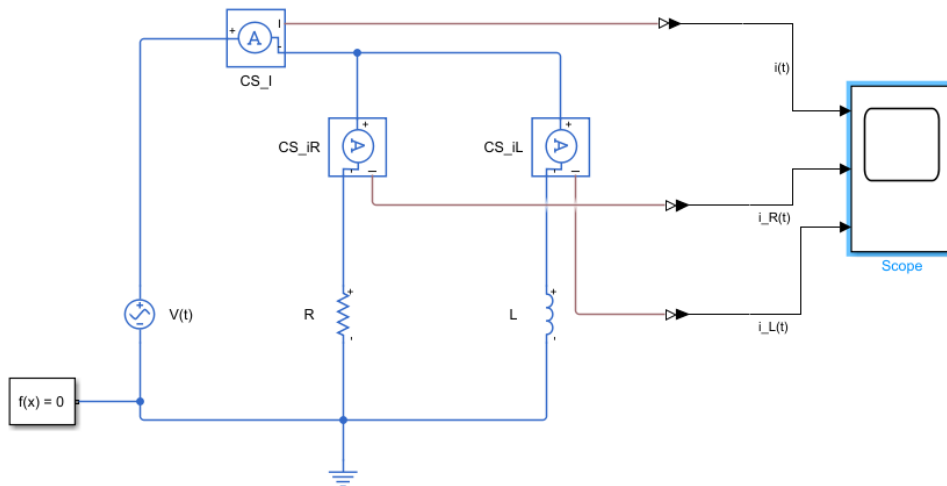


Ilustración 4. Modelo físico de esquema eléctrico en Simscape, Topología.

Representamos el siguiente esquema eléctrico en Simscape en la Ilustración 4, que consta de una fuente de tensión en alterna de 10V de amplitud (pico) y una resistencia y autoinducción de 5 Ohmios y 5 Henrios respectivamente, nuestro objetivo es visualizar las corrientes que se producen en el circuito a través de un modelo de simulación

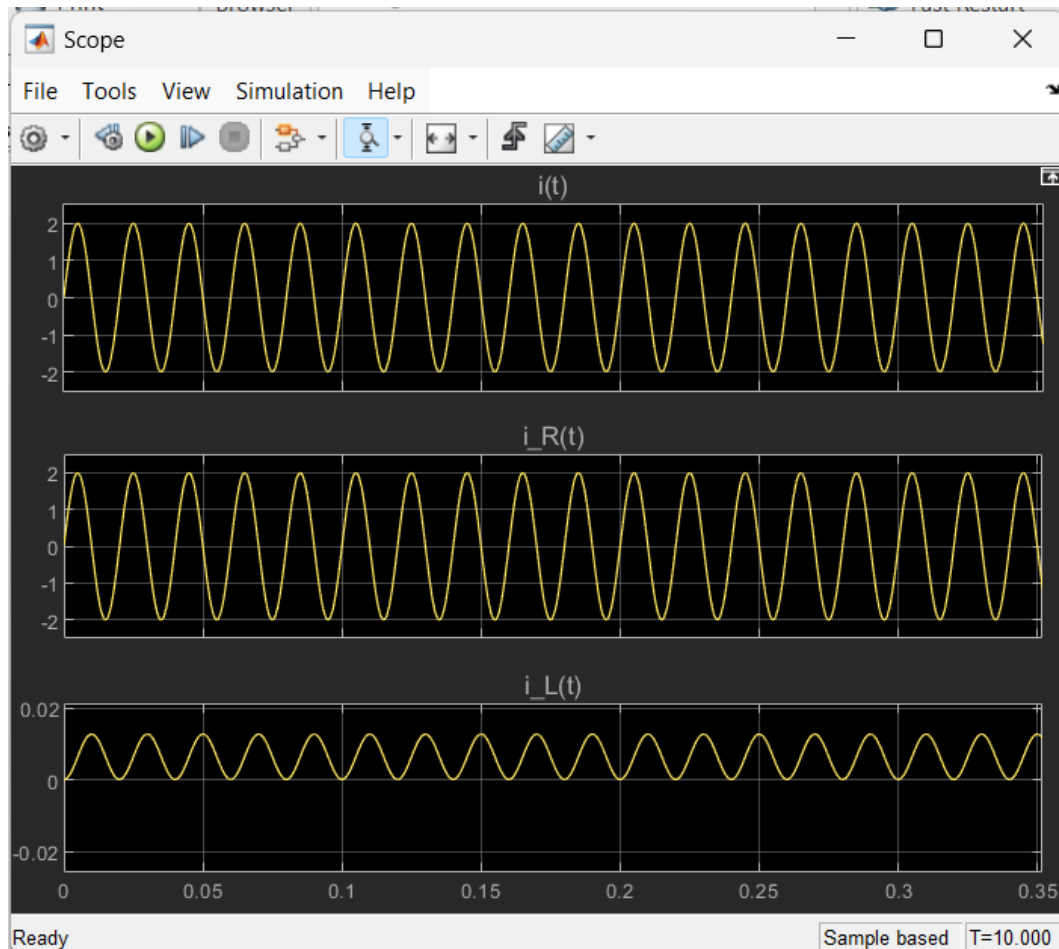


Ilustración 5. Modelo físico de esquema eléctrico en Simscape, visualización de señales.

Si queremos optar por un modelado tradicional para la visualización de estas señales necesitaremos obtener las ecuaciones que rigen este sistema físico, que son las siguientes:

$$i(t) = i_R(t) + i_L(t)$$

$$V(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$V(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

En este sistema tenemos una variable de estado  $i_L(t)$ , tres variables algebraicas  $i(t), V(t), i_R(t)$  y dos parámetros  $L, R$ . Ahora para crear el modelo de simulación establecemos una de las variables algebraicas como entrada, que va a ser  $V(t)$  como una fuente senoidal. (Nota: Recordemos que  $i_L(t)$  no puede ser tomada en ningún caso como entrada ya que, al ser variable de estado, imponerle un valor dado implicaría tener que utilizar derivación

numérica para obtener el resto de las señales y ello provocaría un problema de índice superior).

Al tomar  $V(t)$  como entrada, el modelo de simulación resultante sería el siguiente:

$$(1) \quad \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L} \cdot V(t)$$

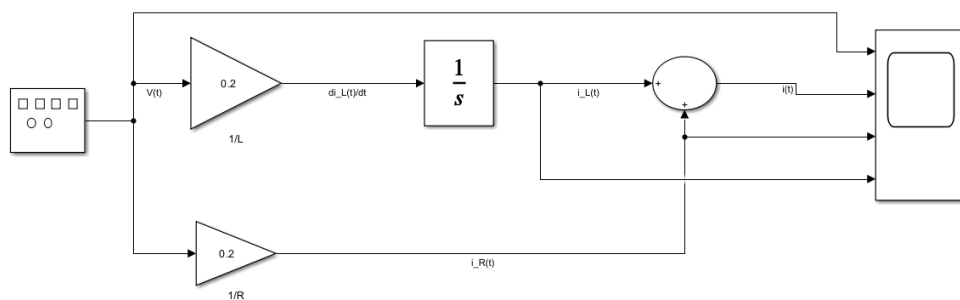
$$(2) \quad i_R(t) = \frac{V(t)}{R}$$

$$(3) \quad i(t) = i_R(t) + i_L(t)$$

Como podemos ver ya se han establecido las relaciones causales del modelo, de tal forma que se obtiene, en primer lugar, por integración numérica la corriente por la inductancia, posteriormente la corriente por la resistencia y en último lugar se suman ambas corrientes para tener la corriente total en el circuito. Esto siempre será así en todas las iteraciones producidas en cada paso de integración.

La causalidad matemática y computacional quedan totalmente definidas una vez creamos el modelo de simulación, son rígidas e invariables.

Modelado el sistema con bloques de Simulink la topología resultante sería la siguiente:



*Ilustración 6. Modelo eléctrico basado en señales en Simulink, topología.*

Como se observa a simple vista en la Ilustración 6, la topología y la forma de este modelo no es representativa de la realidad ya que estamos representado el sistema físico en base a las ecuaciones diferenciales que lo rigen, y no en base a objetos que encapsulan funciones de elementos reales que

implementan el sistema, por tanto, es más complicado identificar que representa visualizando el modelo que emplea bloques de Simulink.

A continuación, vamos a visualizar las señales que obtenemos de este modelo en la ilustración 7, que serán inevitablemente las mismas que obtuvimos en la Ilustración 5 en el modelo de Simscape.

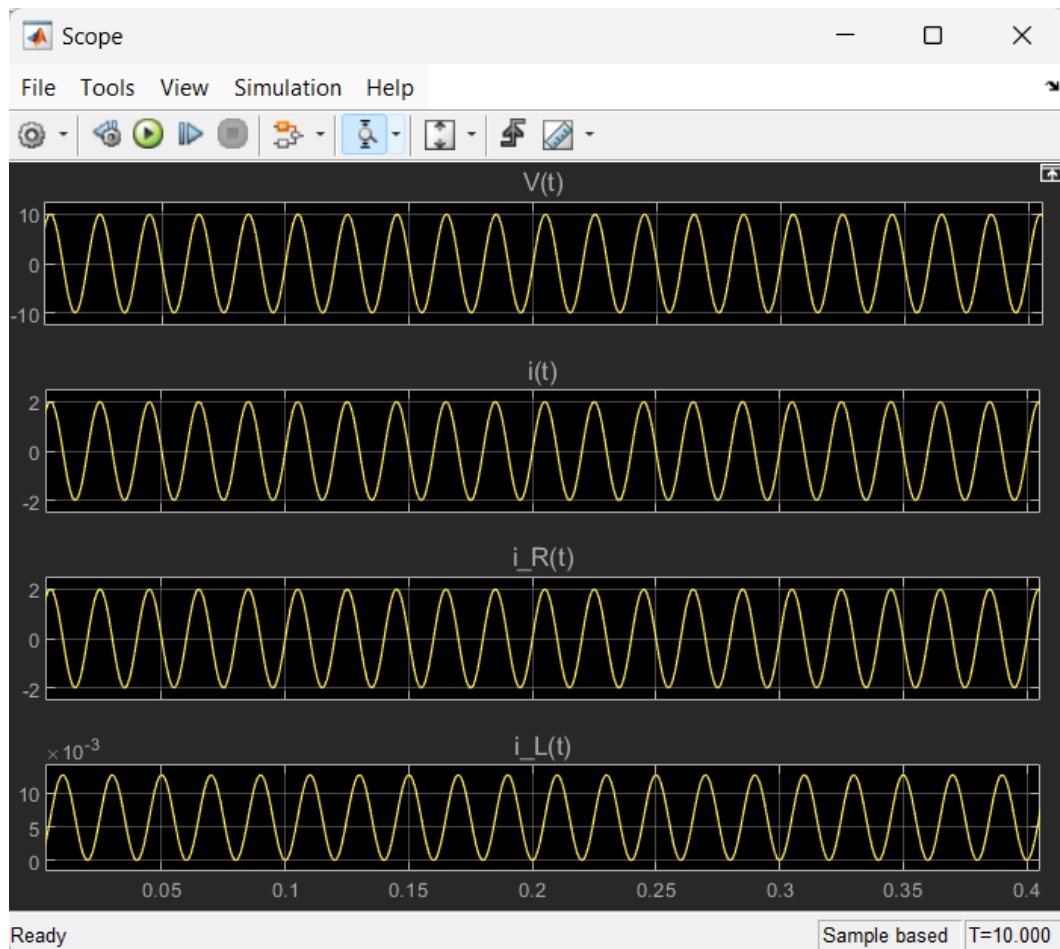


Ilustración 7. Modelo eléctrico basado en señales en Simulink, visualización de señales.

Todo este ensayo nos permite concluir que es posible modelar sistemas físicos empleando sendos tipos de modelos. Y hemos podido comprobar las diferencias más obvias de emplear un modelado basado en señales o un modelado físico basado en objetos.

Sin embargo, la diferencia sustancial y más significativa reside en la causalidad de estos: Mientras que en un modelado basado en señales las relaciones causales y computacionales entre las variables quedan totalmente definidas cuando yo establezco el modelo de simulación, en un modelado físico basado en objetos, estas relaciones no son rígidas y la causalidad depende de las conexiones, relaciones y topología con la que se haya

determinado el modelo. Por ello, se dice que el modelado físico es un modelado acausal, en contraposición con el modelado tradicional.

Todo ello implica que el hecho de cambiar las condiciones del modelo, o la variable que tomamos como entrada o conocida, hace que en un modelado tradicional haya que volver a definir el modelo de simulación nuevamente y establecer otras relaciones de causalidad matemáticas y computacionales diferentes a las que teníamos antes y, posteriormente, volver a crear el esquema de Simulink para volver a visualizar las variables.

Siguiendo con nuestro ejemplo anterior y empleando modelado en señales, si ahora quisiéramos establecer que la variable  $i(t)$  fuera la variable de entrada, tendríamos que modificar el modelo de simulación para obtener el resto de las variables.

No es posible obtener una relación para determinar un nuevo modelo de simulación con las ecuaciones en el dominio del tiempo calculadas anteriormente si no disponemos de la tensión  $V(t)$  como entrada, así que vamos a trabajar en el dominio de la frecuencia.

Al tener dos impedancias en paralelo, utilizando la fórmula de un divisor de corriente en frecuencia podemos obtener el complejo de la corriente por la inductancia como:

$$\bar{I}_L = \bar{I} \cdot \frac{\frac{1}{Ls}}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R}} = \bar{I} \cdot \frac{R}{R + Ls} = \bar{I} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s}$$

Sabiendo que la corriente  $i(t)$  que vamos a utilizar como entrada es una senoide, la podemos expresar de la forma:

$$i(t) = Am \cdot \sin(\omega t)$$

Podemos realizar la transformada de Fourier de esa expresión y obtener una expresión explícita para  $i_L(t)$  en el dominio de la frecuencia:

$$i(t) = Am \cdot \sin(\omega t) \xrightarrow{\text{Transformada Fourier}} \bar{I} = \frac{Am \cdot \omega}{\omega^2 + s^2}$$

Por tanto:

$$\bar{I}_L = \bar{I} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s} = \frac{Am \cdot \omega}{\omega^2 + s^2} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s}$$

Ahora solo necesitamos realizar la anti transformada de la expresión para poder obtener la expresión explícita de la corriente por la inductancia en el dominio del tiempo. Dicha demostración se puede consultar en el Anexo I de

este documento. El resultado es el siguiente, para el caso particular de que la corriente  $i(t)$  sea de carácter senoidal:

$$i_L(t) = A \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{B}{\omega \cdot Am} \cdot i(t) + C \cdot e^{\frac{-R}{L}t}$$

Siendo:

$$A = \frac{-L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; B = \frac{R^2 \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; C = \frac{L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am$$

Podemos detectar tres sumandos en la descomposición de la corriente en la inductancia: Una componente que depende de la corriente de alimentación, una componente con retardo o cosenoidal que es la componente estacionaria de la corriente que circula por la autoinducción, y una componente transitoria de esta misma corriente.

A partir de aquí, con esta expresión podemos crear el modelo de simulación de este sistema físico:

$$(1) i_L(t) = \frac{-L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{R^2}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot i(t) + \frac{L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am \cdot e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$(2) i_R(t) = i(t) - i_L(t)$$

$$(3) V(t) = i_R(t) \cdot R$$

Tomamos el caso concreto de una corriente de 2 A de pico, una frecuencia de 50 Hz, y las mismas resistencias e inductancias para obtener los mismos valores que en el caso anterior, como podemos visualizar en la Ilustración 8:

Am = 2	Am = 2
w=314.16	w = 314.1600
R=5	R = 5
L=5	L = 5
A=-((L*R*w)/(R^2+L^2*w^2))*Am	A = -0.0064
B=(R^2*w)/(R^2+L^2*w^2)*Am	B = 0.0064
C=-A	C = 0.0064

Ilustración 8. Parametrización de modelo de simulación fuente de corriente.

A continuación, en la Ilustración 9 y 10 podemos visualizar el modelo realizado en Simulink del sistema físico y la visualización de las señales.

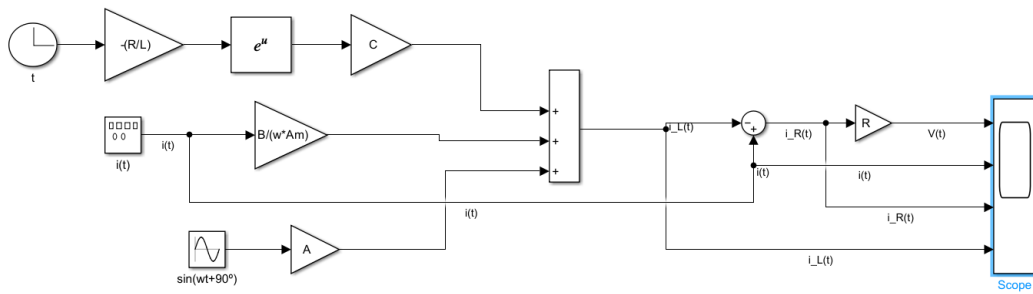


Ilustración 9. Esquema modelo en Simulink fuente de corriente, topología.

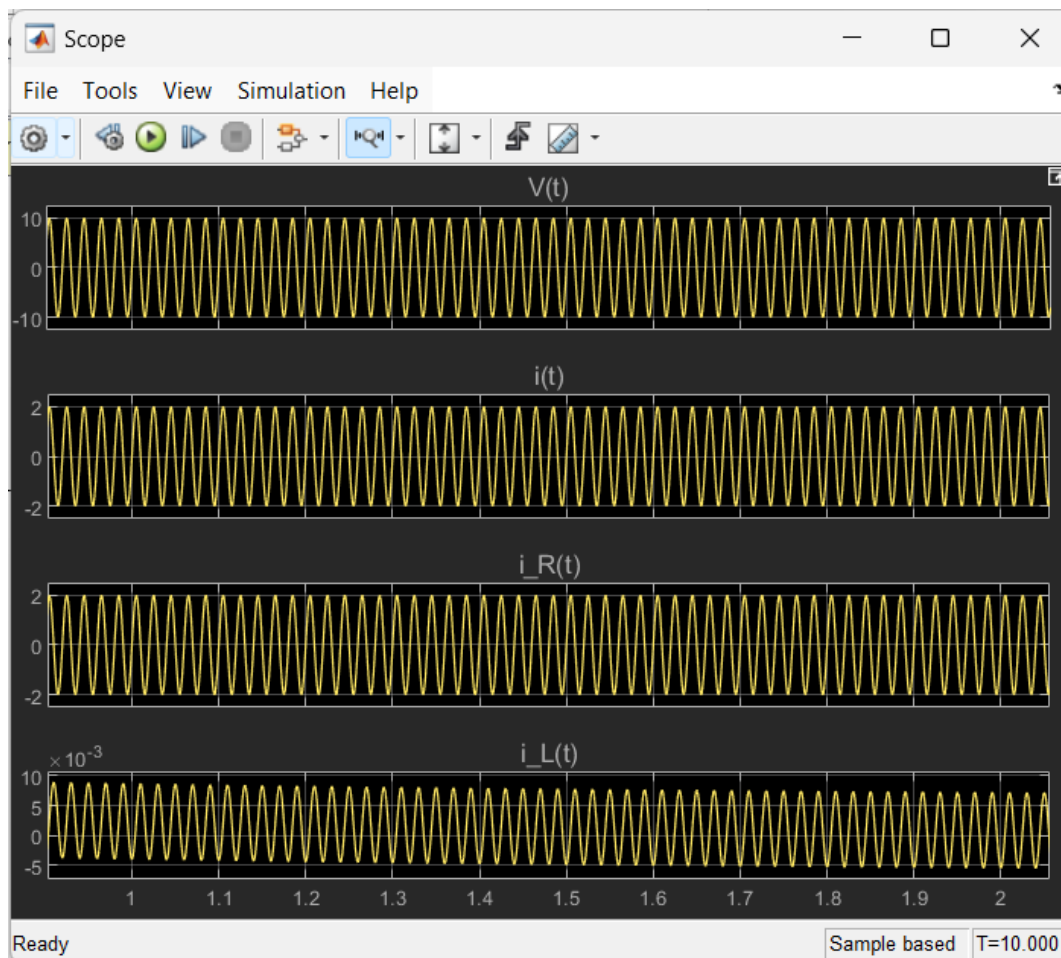


Ilustración 10. Esquema modelo en Simulink fuente de corriente, visualización de señales.

Podemos comprobar cómo se obtienen los mismos resultados que en modelo anterior empleando la misma parametrización. El hecho de realizar un cambio en la entrada de alimentación, que pasara de ser una referencia de tensión a una de corriente, ha supuesto que tengamos que volver a realizar el modelo de simulación desde cero, y además, realizar cálculos complejos y laboriosos que requieren al usuario conocimientos matemáticos que no son triviales, además de mucho esfuerzo en la obtención de las expresiones para realizar



el modelo de simulación, para las que fue necesario realizar una descomposición en fracciones simples y tres transformadas de Fourier.

Esto es debido a que, al modificar cualquier premisa del modelo, como la entrada o alimentación, se rompen las relaciones de causalidad que teníamos inicialmente en el modelo anterior con una fuente de tensión. El modelado basado en relaciones diferenciales es rígido en cuanto a sus relaciones causales y no admite modificaciones.

Esto no ocurre en el modelado físico, cuyos objetos no tienen una causalidad definida y esta se establece determinando las conexiones y relaciones que establecemos entre los mismos elementos.

Este ejemplo propuesto es un caso extremo para ilustrar esta problemática ya que, mientras este cambio en la entrada supone un nuevo desarrollo muy complejo y laborioso empleando modelado basado en ecuaciones en derivadas parciales, si empleamos modelado físico orientado a objetos basta simplemente con cambiar el objeto fuente de tensión por una fuente de corriente y obtenemos un modelo para poder simular con una complejidad y esfuerzos muy inferiores por parte del usuario, como podemos ver en las Ilustraciones 11 y 12 del modelo en Simscape a continuación:

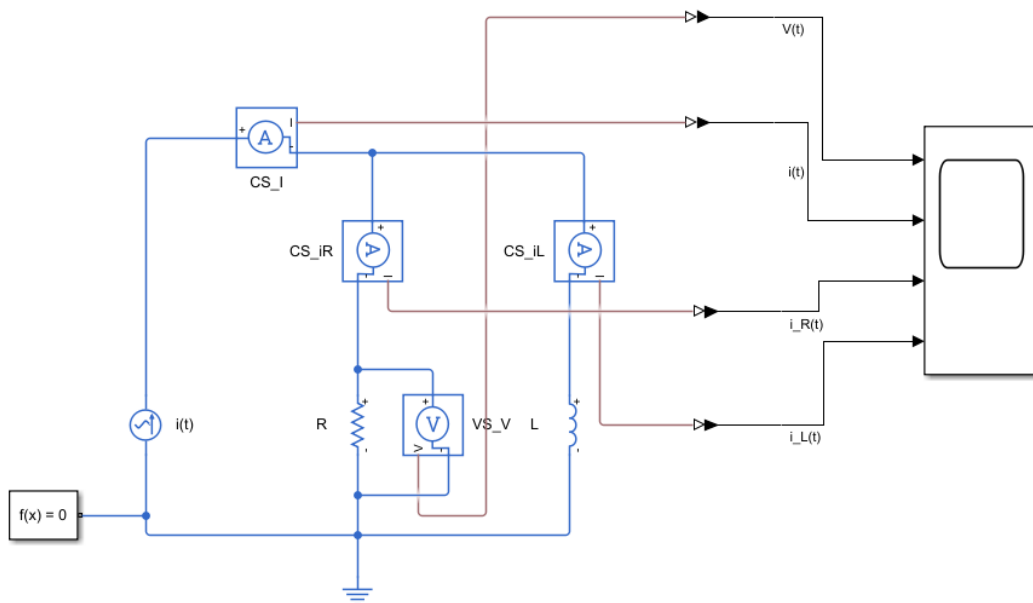


Ilustración 11. Modelo físico fuente de corriente en Simscape, topología.

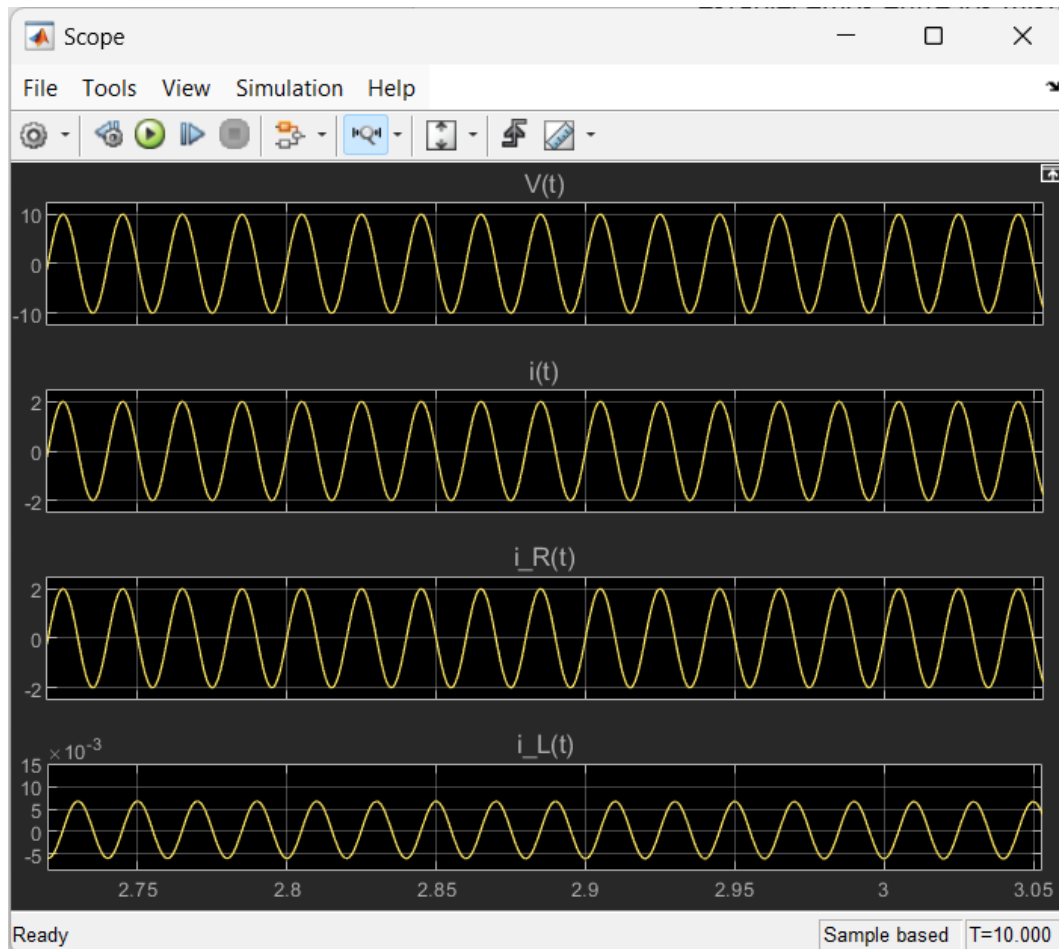


Ilustración 12. Modelo físico fuente de corriente en Simspace, visualización de señales.

La acausalidad que presenta el modelado físico orientado a objetos ofrece una mayor flexibilidad, simpleza y facilidad para el usuario a la hora de modificar las premisas o condiciones de los modelos realizados, como queda ilustrado en el ejemplo que hemos propuesto anteriormente. Esto puede suponer una ventaja comparativa en cuanto a tiempo en la realización de proyectos que incluyan modelos de simulación para el usuario.

## 1.5 Conclusión

El modelado físico orientado a objetos utilizando herramientas como Simscape de MATLAB ofrece una alternativa poderosa y flexible al modelado tradicional basado en señales. Permite una representación más intuitiva y cercana al sistema real, facilitando la modificación, el mantenimiento y la escalabilidad de los modelos. Sin embargo, la elección del método debe considerar la naturaleza específica del problema, los recursos disponibles y el conocimiento técnico del equipo de modelado.

La casuística de ejemplos propuestos ilustra el problema que pueden suponer para el usuario las relaciones causales tan rígidas que se establecen los modelos basados en señales, y se ofrecen los modelos físicos basados en objetos como alternativa a estos primero debido a las ventajas que presentan en cuanto a flexibilidad, conocimientos técnicos requeridos y la visualización y realismo que presentan los esquemas en los modelos. Simscape se presenta como una herramienta poderosa de simulación que vamos a analizar en la segunda parte de este proyecto.

## 2. Modelado Físico en Simscape

### 2.1 Introducción

Simscape es una biblioteca de MATLAB diseñada para modelar sistemas físicos mediante un enfoque orientado a objetos. Permite a los ingenieros crear modelos multidominio que incluyen componentes mecánicos, eléctricos, térmicos, hidráulicos, entre otros, mediante el uso de bloques modulares. Este apartado proporciona un análisis detallado de los objetos, tipos de señales y las diferencias entre Simscape y Simulink tradicional, incorporando referencias de documentos universitarios y otros estudios relevantes.

### 2.2 Objetos en Simscape

En Simscape, los componentes físicos se representan como objetos que encapsulan el comportamiento y las propiedades de los elementos reales. Estos objetos se conectan a través de interfaces estandarizadas que reflejan la estructura física del sistema. Los principales tipos de objetos en Simscape incluyen:

1. **Componentes Fundamentales:** Incluyen resistencias, capacitores, inductores, fuentes de voltaje y corriente, entre otros. Estos componentes son esenciales para modelar sistemas eléctricos y electrónicos. [5]
2. **Componentes Multidominio:** Permiten la integración de diferentes dominios físicos, como mecánicos, eléctricos y térmicos. Por ejemplo, la creación de modelos termodinámicos de edificios utilizando componentes de Simscape para analizar el comportamiento energético de múltiples habitaciones. [6]
3. **Sensores y Actuadores:** Utilizados para medir y controlar variables físicas dentro del sistema, facilitando la implementación de estrategias de control avanzadas.[5]
4. **Interfaces de Usuario:** Herramientas y bloques para la visualización y análisis de los resultados de simulación, mejorando la interpretación y el ajuste de los modelos.

Estos objetos y elementos de la librería ejecutan un código conforme a las señales físicas que reciben de sus puertos **Input**, y con ello generan señales físicas a través de sus puertos **Output**. Estos códigos están mayoritariamente a disposición de los usuarios y son accesibles a través de la pestaña **Simscape Block/Source/Source Code** relativa a cada bloque en el entorno de Simulink. Vamos a comentar a continuación los tipos de señales físicas que

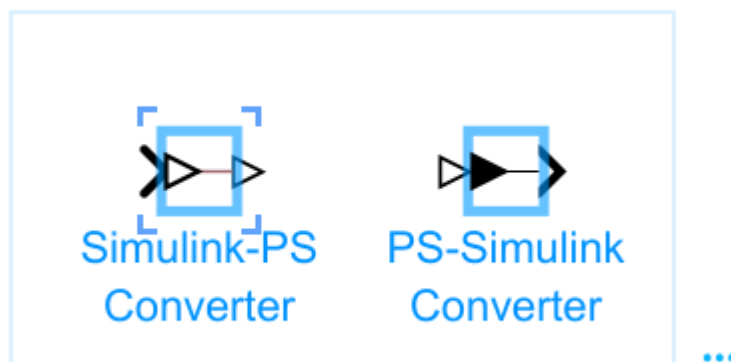
podemos encontrar en Simscape, las relativas a las **Inputs** y **Outputs** de cada bloque se pueden consultar en su documentación en el apartado **Help** tras hacer click derecho sobre el elemento.

## 2.3 Tipos de Señales

Simscape utiliza dos tipos principales de señales:

1. **Señales Físicas:** Representan variables físicas reales como voltaje, corriente, fuerza, temperatura, etc. Estas señales se transmiten a través de conexiones físicas entre los bloques y reflejan el flujo de energía en el sistema.[6]
2. **Señales Simulink:** Son señales convencionales utilizadas en Simulink que representan datos y se utilizan para la comunicación entre el modelo físico y otros bloques de Simulink. Estas señales permiten la integración de modelos Simulink tradicionales con modelos físicos en Simscape.[5]

Simulink trabaja con señales adimensionales que no tienen unidades especificadas, mientras que Simscape trabaja con señales físicas que tienen unidades aparte de magnitud y, por tanto, el modelado en Simscape requiere de bloques **Simulink-PS Converter** y **PS-Simulink Converter** que se encargan de transformar estas señales y proporcionarles, en su caso, las unidades apropiadas para ser interpretadas por los bloques y elementos del modelo físico. Estos bloques pueden ser encontrados en la carpeta de **Utilities** de la librería de Simscape.



*Ilustración 13. Bloques conversores de señales de la librería de Simscape.*

Las señales físicas en Simscape son acausales, lo que significa que no requieren una dirección de flujo predefinida. Esto es diferente a las señales

en Simulink, donde la causalidad está definida y las señales tienen una dirección específica.

Las señales físicas con las que trabaja Simscape se ilustran en diferentes colores haciendo referencia al tipo de potencia energética que transmiten, y los puertos que trabajan con un tipo de potencia concreta sólo admiten la conexión de señales físicas de ese color en concreto, estos son los colores con los que se ha trabajado en los modelos son los siguientes:

- **Eléctrica** - Azul
- **Hidráulica** - Amarilla
- **Mecánica (Traslacional y Rotacional)** - Verde
- **Térmica** - Rojo

Las señales físicas y variables que se transmiten a través de las conexiones y los nodos pueden ser de dos tipos:

En el modelado físico, especialmente en Simscape, se utilizan dos tipos principales de variables para describir el comportamiento de los sistemas físicos: las variables de **effort** y las variables de **through**. Estas variables son fundamentales para la representación y simulación de los flujos de energía en los sistemas multidominio.

### 2.3.1 Variables Effort

Las variables **effort** representan fuerzas o potenciales que impulsan el flujo de energía a través del sistema. La característica principal de estas variables es que toman el mismo valor en cualquier punto del mismo nodo en el que se localizan las conexiones, y se modifica a medida que atraviesan elementos del sistema, están relacionadas con el potencial energético del sistema. Dependiendo del dominio físico, estas variables pueden tomar diferentes formas:

- **Mecánico Traslacional:** Fuerza (N)
- **Mecánico Rotacional:** Torque (Nm)
- **Eléctrico:** Voltaje (V)
- **Térmico:** Temperatura (K)
- **Hidráulico:** Presión (Pa)

En términos generales, una variable **effort** es una variable que impone una condición de esfuerzo sobre el sistema. Estas variables son responsables de crear la diferencia de energía necesaria para que se produzca un flujo a través del sistema.

"Una variable de esfuerzo es una variable que representa una fuerza o potencial en un sistema". [7]

### 2.3.2 Variables Through

Las variables **through** representan flujos de energía que pasan a través de componentes o conexiones del sistema. La principal característica de estas es que su valor se divide y modifica entre todas las conexiones de un nodo, pero permanece constante a medida que estas variables atraviesan elementos salvo aquellas fuentes que las modifican. Al igual que las variables **effort**, las variables **through** varían según el dominio físico:

- **Mecánico Translacional:** Velocidad (m/s)
- **Mecánico Rotacional:** Velocidad angular (rad/s)
- **Eléctrico:** Corriente (A)
- **Térmico:** Flujo de calor (W)
- **Hidráulico:** Caudal (m<sup>3</sup>/s)

Las variables **through** son aquellas que describen la tasa a la cual la energía se transfiere a través del sistema. En esencia, mientras que las variables **effort** describen el potencial o fuerza que impulsa el flujo de energía, las variables **through** describen la cantidad de flujo de energía que realmente pasa a través del sistema.

"Las variables de paso representan el movimiento real de energía o material a través del sistema". [5]

### 2.3.3 Relación entre Effort y Through

La relación entre las variables **effort** y **through** se utiliza para definir la transferencia de energía en los sistemas físicos. Por ejemplo, en un sistema eléctrico, el producto del voltaje (variable **effort**) y la corriente (variable **through**) da la potencia eléctrica transferida. Esta relación es fundamental en el modelado de sistemas físicos, ya que permite la representación precisa de la dinámica de transferencia de energía.

"Las variables de effort impulsan el sistema, creando diferencias de potencial". [7]

La relación principal que se puede establecer entre estas variables es el cálculo de la potencia, que se establece con el producto entre las variables **effort** y **through** que se obtienen atravesando (variable **through**, constante a lo largo del elemento) y entre extremos de un mismo objeto (variable **effort**, los

objetos del sistema físico pueden generar pérdidas o incrementos, si son fuentes, en el valor de estas variables) del sistema físico.

## 2.4 Diferencias con Simulink Tradicional

Simscape se diferencia de Simulink tradicional en varios aspectos clave:

### 1. Causalidad:

- **Simulink:** La causalidad está predefinida y las relaciones entre los bloques deben ser explícitamente especificadas por el usuario. Esto puede llevar a modelos rígidos y difíciles de modificar.
- **Simscape:** Utiliza un enfoque acausal, lo que permite que las relaciones entre los bloques se determinen automáticamente en función de la topología del sistema. Esto facilita la modificación y escalabilidad del modelo. [5][6]

### 2. Representación del Sistema:

- **Simulink:** Los modelos se construyen utilizando bloques que representan ecuaciones matemáticas y relaciones funcionales.
- **Simscape:** Los modelos se construyen utilizando bloques que representan componentes físicos reales, lo que proporciona una representación más intuitiva y cercana a la realidad del sistema. [6]

### 3. Facilidad de Uso:

- **Simulink:** Requiere un conocimiento profundo de las ecuaciones matemáticas que describen el sistema, así como de los métodos numéricos para resolverlas.
- **Simscape:** Simplifica el proceso de modelado al permitir que los usuarios construyan modelos basados en componentes físicos sin necesidad de definir explícitamente las ecuaciones diferenciales subyacentes. [5]

### 4. Flexibilidad y Reusabilidad:

- **Simulink:** La reusabilidad de los componentes puede ser limitada debido a la rigidez de las conexiones y la definición explícita de las relaciones causales.
- **Simscape:** Los componentes físicos pueden ser fácilmente reutilizados y adaptados a diferentes modelos debido a la naturaleza modular y acausal de las conexiones. [5]



## 2.5 Ventajas del Uso de Simscape

- **Facilidad de Modelado:** Permite a los usuarios construir modelos complejos sin necesidad de tener un profundo conocimiento matemático. [6]
- **Modularidad y Reusabilidad:** Los componentes físicos pueden ser reutilizados en diferentes proyectos, lo que reduce el tiempo y esfuerzo de desarrollo. [5]
- **Simulación Multidominio:** Facilita la integración de diferentes dominios físicos en un solo modelo, lo que es crucial para sistemas complejos.
- **Visualización Intuitiva:** Proporciona una representación visual clara de la estructura física del sistema, lo que facilita la comprensión y el análisis del modelo. [5]

## 2.6 Análisis modelo en Simscape

A continuación, vamos a analizar un modelo en Simscape desarrollado para este proyecto en el que se emplean las herramientas y bloques relativos a fluidos que proporciona la librería.

Se ha modelado un sistema de control hidráulico en lazo abierto que conforman una bomba centrífuga que alimenta dos depósitos conectados en su parte inferior. La variable controlada sería el volumen de agua del segundo depósito, mientras que la variable manipulada la señal que proporciona a la bomba centrífuga la velocidad de bombeo.

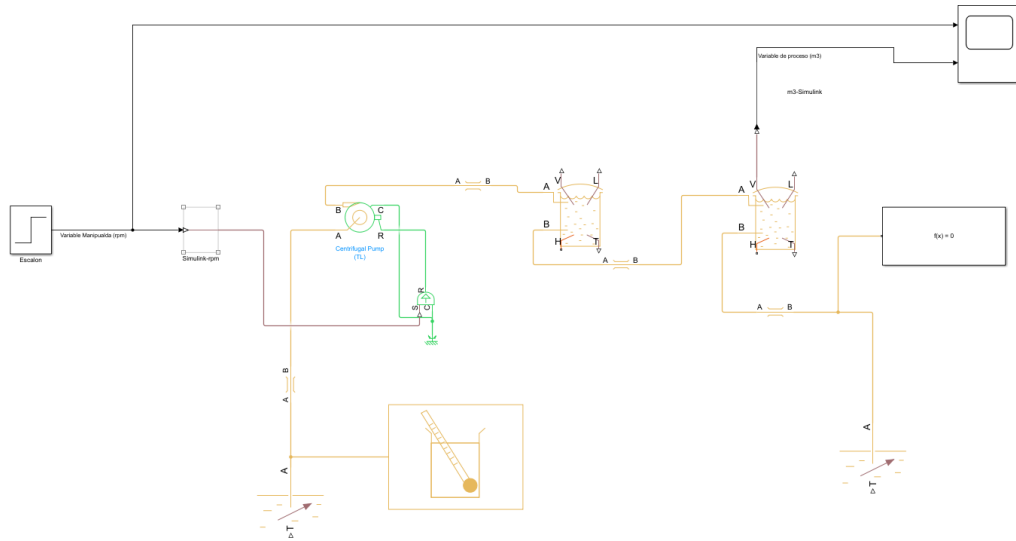


Ilustración 14. Topología del modelo simplificado de fluidos termales de Simscape.

El modelo en cuestión está diseñado para soportar la simulación de sistemas físicos que trabajen con fluidos en los que se requiera la especificación de variables de estado como es la temperatura. Estos se pueden encontrar en la carpeta de **Fluids/Thermal Liquids** de la librería de Simscape. Si no se requiere la especificación de condiciones de temperatura se puede trabajar con fluidos ideales en la carpeta de **Foundation Library/Isothermal Fluids** de la librería de Simscape.

El modelo se basa en el funcionamiento de dos depósitos conectados por la parte inferior de los mismos y a una bomba centrífuga que alimenta el primer depósito por la parte superior en función de la velocidad que le viene determinada por una señal de Simulink que transformamos a señal física y actúa como variable manipulada.

En esta librería basada en fluidos con temperatura la variable **effort** sería la presión, ya que es constante en todos los nodos de las conexiones y solo se modifica al atravesar la bomba, que es una fuente, o las tuberías por pérdidas energéticas por fricción. La variable **through** sería el caudal, ya que permanece constante a atravesar elementos como la bomba o las tuberías y se divide en las intersecciones, que no hay en el modelo.

Para medir el resto de las variables del fluido, como los flujos máscicos, presiones y temperatura del fluido a la salida de los depósitos se han añadido los siguientes elementos de instrumentación

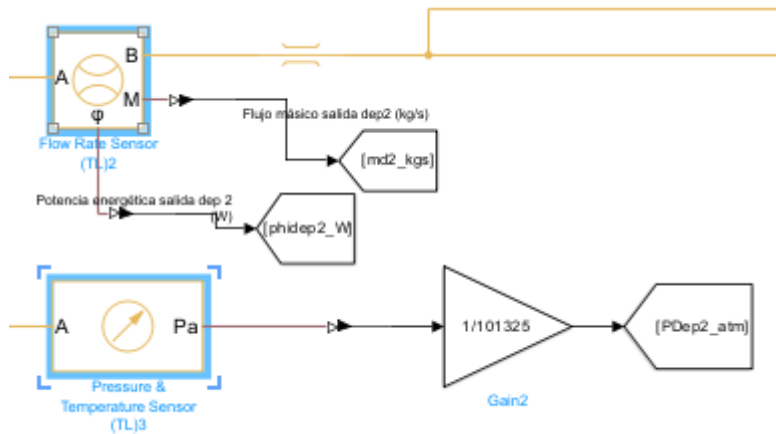


Ilustración 15. Dispositivos de instrumentación empleados en el modelo de referencia de Simscape.

En ellos empleamos el caudalímetro **Flow Rate Sensor (TL)** para medir el flujo másico (kg/s) y la potencia calorífica (W) de los fluidos, que se obtiene multiplicando por el calor específico del agua y la variación de temperaturas al flujo másico, a la salida de los depósitos, y el transmisor de presión y temperatura **Pressure & Temperature Sensor (TL)** para medir la presión con la que sale el fluido del depósito, la temperatura se obtiene a partir del puerto T que el propio depósito tiene para ello.

Se introdujeron variaciones en la temperatura del fluido exponiendo los depósitos a un foco de calor que se incorpora por su puerto H de la siguiente forma

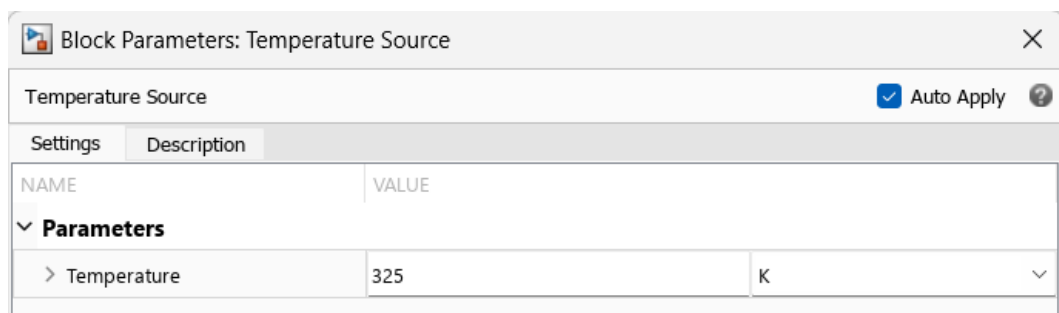
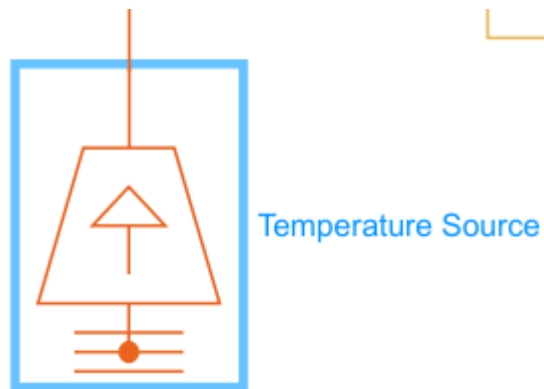


Ilustración 16. Dispositivo Temperature Source foco de temperatura constante en el depósito 2 del modelo de referencia de Simscape.

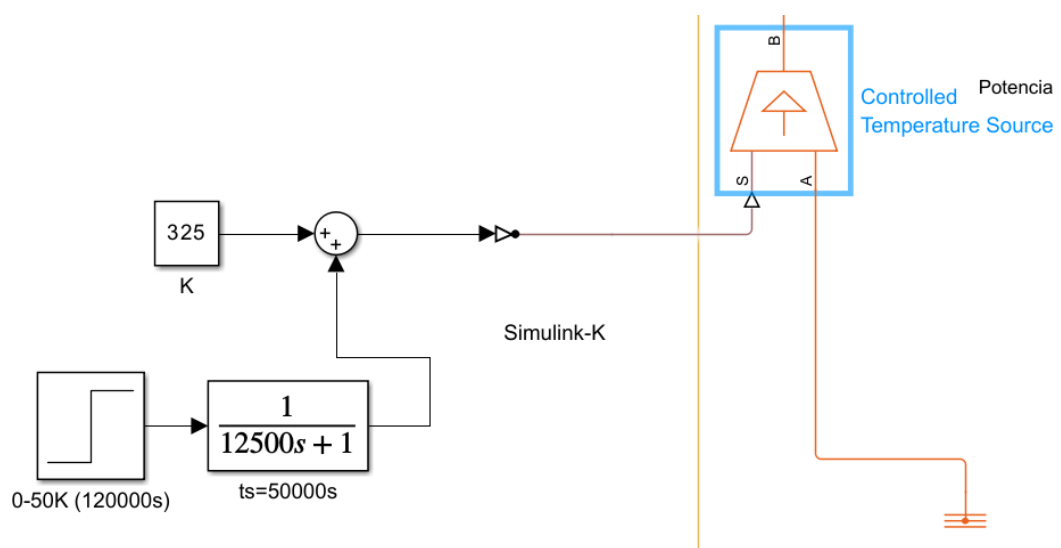


Ilustración 17. Dispositivo Controlled Temperature Source foco de temperatura variable en el depósito 2 del modelo de referencia de Simscape.

En el depósito 1 se ha configurado un dispositivo **Controlled Temperature Source** como un foco de temperatura disponible en la Ilustración 17 que comienza en 325K y en el instante 120000s de simulación comienza a aumentar hasta 375K en el instante 170000s con una dinámica impuesta por bloques de Simulink funcionando como filtro paso bajo de ganancia unitaria con una constante de tiempo de 12500s.

Si lo que queremos es tener un foco de temperatura constante, como en el depósito 2, instalamos un bloque **Temperature Source** a 325K para simular esas condiciones de transmisión de calor constante, como se puede observar en la Ilustración 16.

Incorporando todos estos elementos, la topología del modelo resultante sería la siguiente:

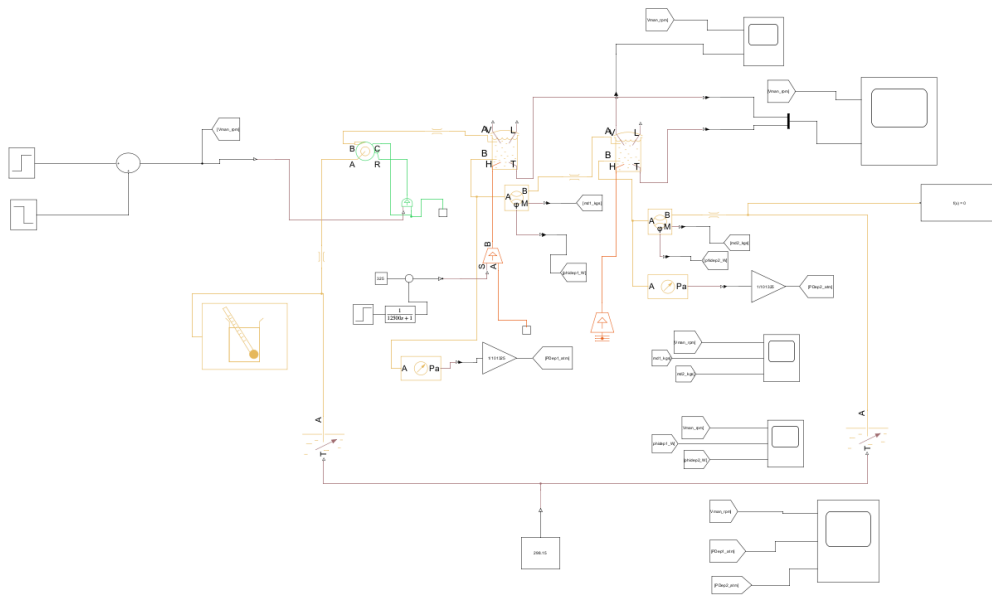


Ilustración 18. Topología del modelo definitivo de fluidos térmicos de Simscape.

Para establecer las condiciones del fluido en cuestión, se emplea el bloque de **Thermal Liquid Properties (TL)** de la Ilustración 16 que se puede encontrar en la carpeta **Fluids/Thermal Liquids/Utilities** de Simscape mencionada anteriormente, establece propiedades de fluidos predefinidas en una red de líquidos térmicos. Entre los fluidos disponibles se incluyen agua pura, mezclas acuosas, diésel, combustible de aviación Jet A y SAE 5W-30. Este bloque puede usarse como una alternativa preconfigurada al bloque **Thermal Liquid Properties (TL)**. Si la red no tiene un bloque de propiedades de líquidos conectado, se aplicarán las propiedades predeterminadas del líquido. Las propiedades de los fluidos predefinidos están definidas en forma tabular como funciones de la temperatura y la presión, y durante la simulación, las propiedades de la red se establecen mediante interpolación lineal entre puntos de datos. [7]

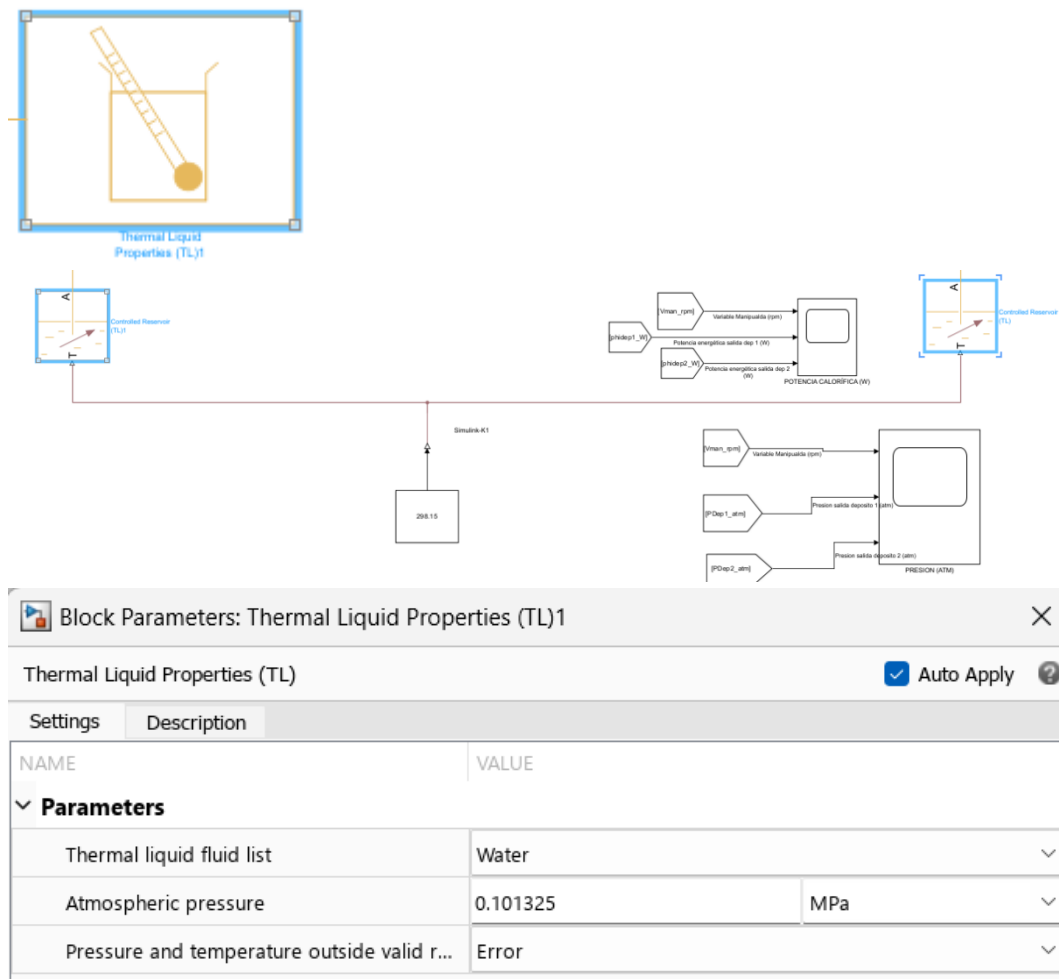


Ilustración 19. Bloques Thermal Liquid Properties (TL) y Controlled Reservoir (TL) de la librería de fluidos termales de Simscape.

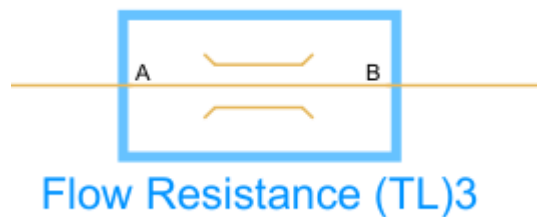
El bloque incluye todas las propiedades de fluidos comúnmente especificadas en el bloque **Thermal Liquid Properties (TL)**, como la densidad, el módulo de compresibilidad, el coeficiente de expansión térmica, la energía interna específica, el calor específico, la viscosidad cinemática y la conductividad térmica. Estas propiedades son válidas en una región limitada de temperaturas y presiones específicas para el fluido seleccionado y, en el caso de mezclas, dependen de la concentración especificada. La simulación solo se permite dentro de esta región de validez. [7]

En cuanto al bloque **Controlled Reservoir (TL)** en Simscape representa un reservorio infinito con presión fija y temperatura variable. El reservorio y su entrada pueden estar a presión atmosférica o a una presión especificada. La entrada del reservorio (Puerto A) y la señal de control de temperatura del reservorio (Puerto T) determinan la temperatura del líquido en función de la dirección del flujo. Si el líquido fluye hacia el reservorio, este actúa como un sumidero de calor; si fluye fuera del reservorio, actúa como una fuente de

calor. Para suavizar los cambios de temperatura en la entrada durante la reversión del flujo, el bloque incluye la conducción de calor a lo largo de una longitud equivalente al diámetro efectivo de la tubería de entrada. [7]

En nuestro caso, este bloque se ha configurado para agua que se encuentra en el **Controlled Reservoir (TL)** a presión atmosférica y 25°C (298,15K).

Para simular las pérdidas por fricción relativas al paso del fluido por una tubería se emplea el bloque **Flow Resistance (TL)** modela la caída de presión en una rama de una red de líquido térmico. La caída de presión es proporcional al cuadrado de la tasa de flujo másico, determinada por una condición de operación nominal especificada en el cuadro de diálogo del bloque. Este bloque es útil cuando solo se dispone de datos típicos de caída de presión y tasa de flujo, especialmente para componentes complejos donde es difícil determinar teóricamente la pérdida de presión a partir de la geometría. [7]



*Ilustración 20. Bloque Flow Resistance (TL) que simula las pérdidas por fricción en una tubería en Simscape.*

El balance de masa asume que el volumen de fluido dentro de la resistencia al flujo es despreciable, por lo que la tasa de flujo másico que entra por un puerto es igual a la que sale por el otro. Esto ilustra que para modelar estas pérdidas por fricción se prescinde de emplear una ODE stiff de dinámica rápida y se trabaja con ecuaciones algebraicas DAE que dan lugar a la ecuación de las tuberías en las que el flujo másico es proporcional a la raíz cuadrada de la diferencia de presiones

$$\dot{m}_A + \dot{m}_B = 0, \quad \phi_A + \phi_B = 0,$$

*Ilustración 21. Balance de materia y energía empleados en el bloque Flow Resistance (TL) de Simscape. [7]*

En cuanto al balance de energía, esta solo entra y sale a través de los puertos de líquido térmico sin intercambio de calor con el entorno ni trabajo realizado

sobre o por el fluido. La tasa de flujo de energía que entra por un puerto es igual a la que sale por el otro. [7]

Los parámetros del bloque incluyen la caída de presión nominal, la tasa de flujo másico nominal, el área de sección transversal en los puertos A y B, y la fracción de la tasa de flujo másico nominal para el flujo laminar. Estos parámetros permiten configurar el bloque según las condiciones específicas de operación del sistema.

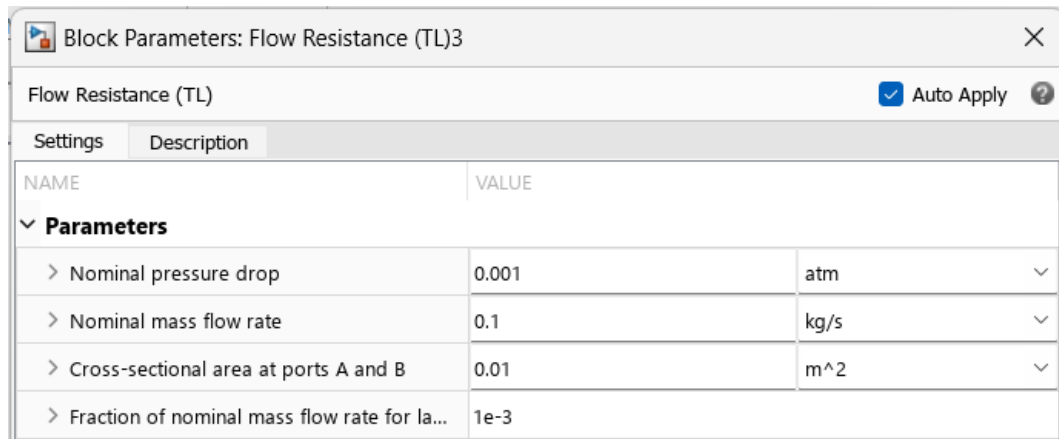


Ilustración 22. Parametrización bloque Flow Resistance (TL) en Simscape.

Para proporcionar al fluido energía en forma de presión se emplea el bloque **Centrifugal Pump (TL)** en una configuración para establecer la velocidad de la bomba mediante una referencia de velocidad angular **Ideal Angular Velocity Source** proporcionada mediante una entrada escalón de Simulink, convertida



a señal física, que actúa como variable manipulada.

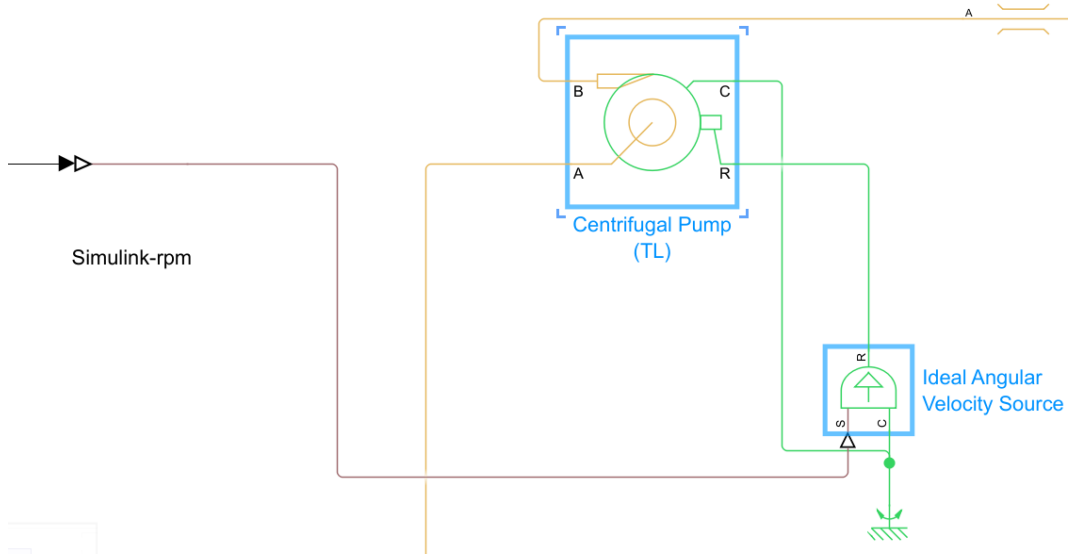


Ilustración 23. Configuración de Centrifugal Pump (TL) mediante Ideal Angular Velocity Source en Simscape.

En el Anexo II de este documento se proporciona toda la documentación que proporciona MATLAB [7] relativa al bloque **Centrifugal Pump (TL)** que modela una bomba centrífuga de la instalación modelada. Básicamente este bloque proporciona una diferencia de presión al fluido desde su entrada A hasta su salida B que se determina en función de la diferencia de velocidad entre las entradas R y C (que actúa como referencia). Esta diferencia de presión se obtiene a partir de la diferencia de velocidad entre los puertos R y C, y del ajuste cuadrático obtenido a partir de los valores de presión, velocidad y diámetros nominales o de referencia. [7]

El bloque también determina el par que ejerce el motor a partir de la capacidad y la potencia de frenado de referencia de la bomba. También puede obtener la eficiencia y proporcionar las curvas de la bomba tal y como se indica en la documentación y en el Anexo II de este documento.

En esta configuración se emplea el objeto **Ideal Angular Velocity Source** como un formalismo que permite la conversión de la señal física que hemos proporcionado con un escalón a una que trabaje con potencia de rotación (verde) y sea admisible por el puerto R que se corresponde con el eje de rotación de la bomba.

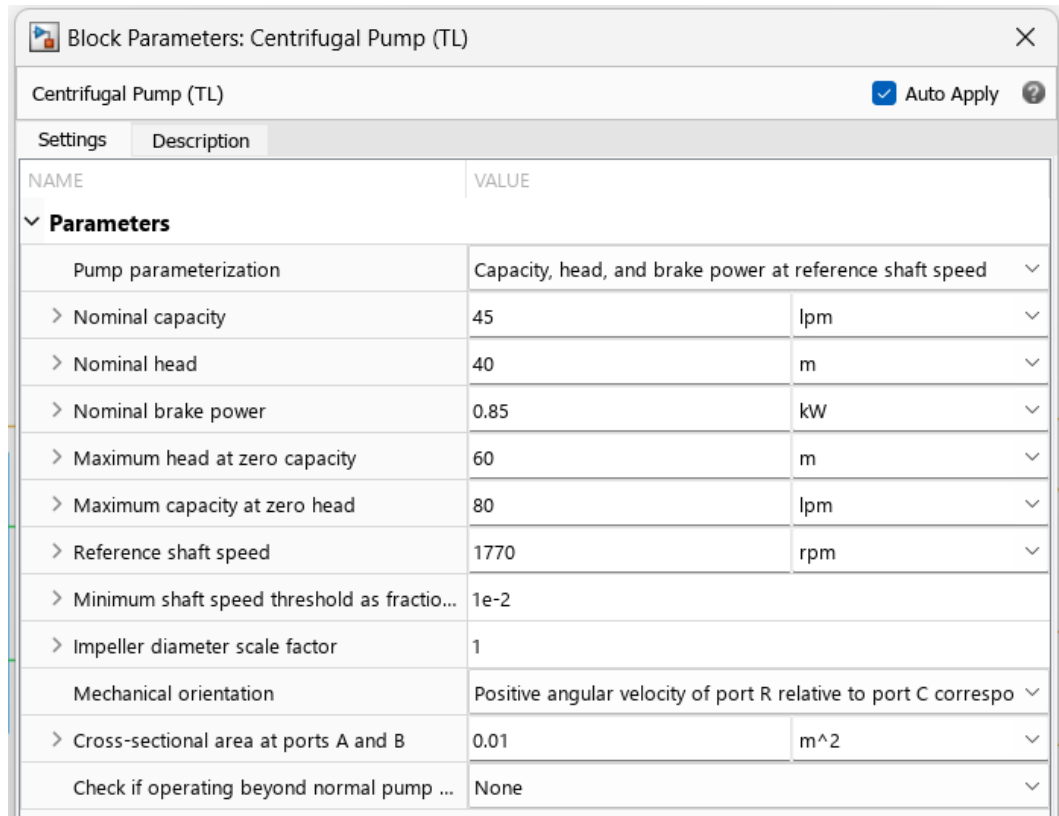


Ilustración 24. Parametrización del bloque *Centrifugal Pump (TL)* en el modelo de Simscape de referencia.

La parametrización de la bomba centrífuga **Centrifugal Pump (TL)**, según se muestra en la imagen, permite ajustar varios parámetros clave para simular su comportamiento en una red de líquido térmico. Estos parámetros incluyen la capacidad nominal de 45 litros por minuto (lpm), la altura nominal de 40 metros, y la potencia de frenado nominal de 0,85 kilovatios (kW). Además, se especifican la altura máxima a capacidad cero (60 m) y la capacidad máxima a altura cero (80 lpm). La velocidad del eje de referencia está establecida en 1770 revoluciones por minuto (rpm), con un umbral mínimo de velocidad del eje como fracción de referencia de 0,01. El factor de escala del diámetro del impulsor es 1, y la orientación mecánica se establece para que la velocidad angular positiva del puerto R relativa al puerto C corresponda a la operación normal de la bomba. La sección transversal en los puertos A y B es de 0,01 metros cuadrados (m<sup>2</sup>), y no se verifica si la operación está más allá de los límites normales de la bomba. Estos parámetros permiten modelar con precisión la transferencia de energía del eje al fluido dentro del sistema simulado.

Para modelar los depósitos en los que se almacena el líquido que proporciona la bomba centrífuga se han empleado los objetos **Tank (TL)** de la librería Simscape de **Fluids/Thermal Liquid**. Este bloque modela un contenedor de

líquido térmico con volumen variable. La presión del tanque es constante y se especifica en el cuadro de diálogo del bloque. El tanque puede intercambiar energía con su entorno mediante convección y conducción. Se pueden conectar hasta seis puertos de entrada, y la presión en las entradas es la suma de la presurización constante del tanque y la presión hidrostática. El volumen del fluido se calcula a partir de la masa y la densidad del fluido, y se consideran las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para simular el comportamiento del tanque en el tiempo. [7]

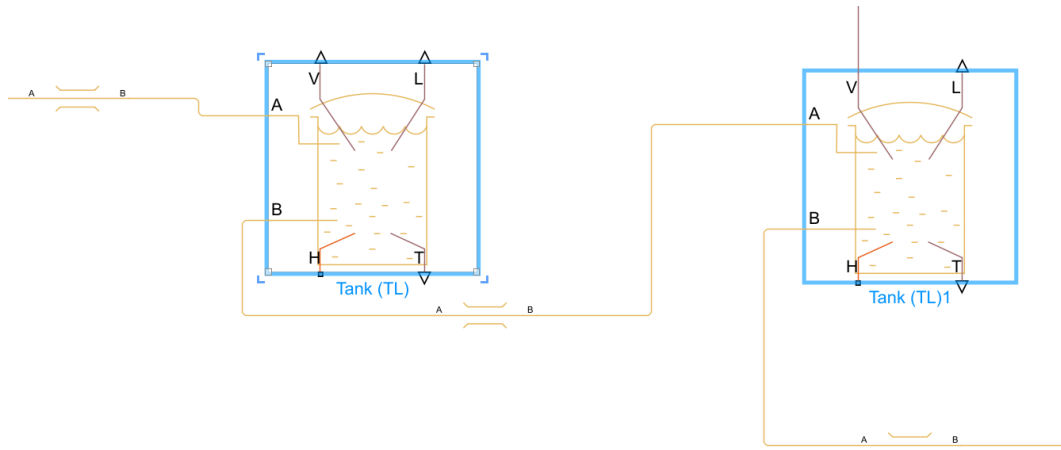


Ilustración 25. Bloques Tank (TL) en el modelo de referencia de Simscape.

Se ha incorporado un Anexo III con toda la documentación aportada por MATLAB relativa al bloque en cuestión para consulta. En dicho bloque las entradas A y B son las entradas de fluido, ya que hemos especificado que requeriríamos dos entradas, aunque pueden modelarse depósitos de hasta seis entradas. El puerto H es una entrada correspondiente a la transferencia de calor al depósito en el caso de que fuera necesario mantener unas condiciones de temperatura. Los puertos V, L y T son las salidas de volumen, nivel de líquido y temperatura del fluido en el depósito en cuestión que se calculan en cada paso de integración. Se emplean el balance de masas y el balance de energía que se presentan en la documentación para resolver el valor de los flujos máxicos de las distintas salidas y de las variables de estado. [7]

En el modelo en cuestión, se conectan los dos bloques por la parte inferior de los mismos y se mide el volumen relativo al segundo depósito como variable controlada.

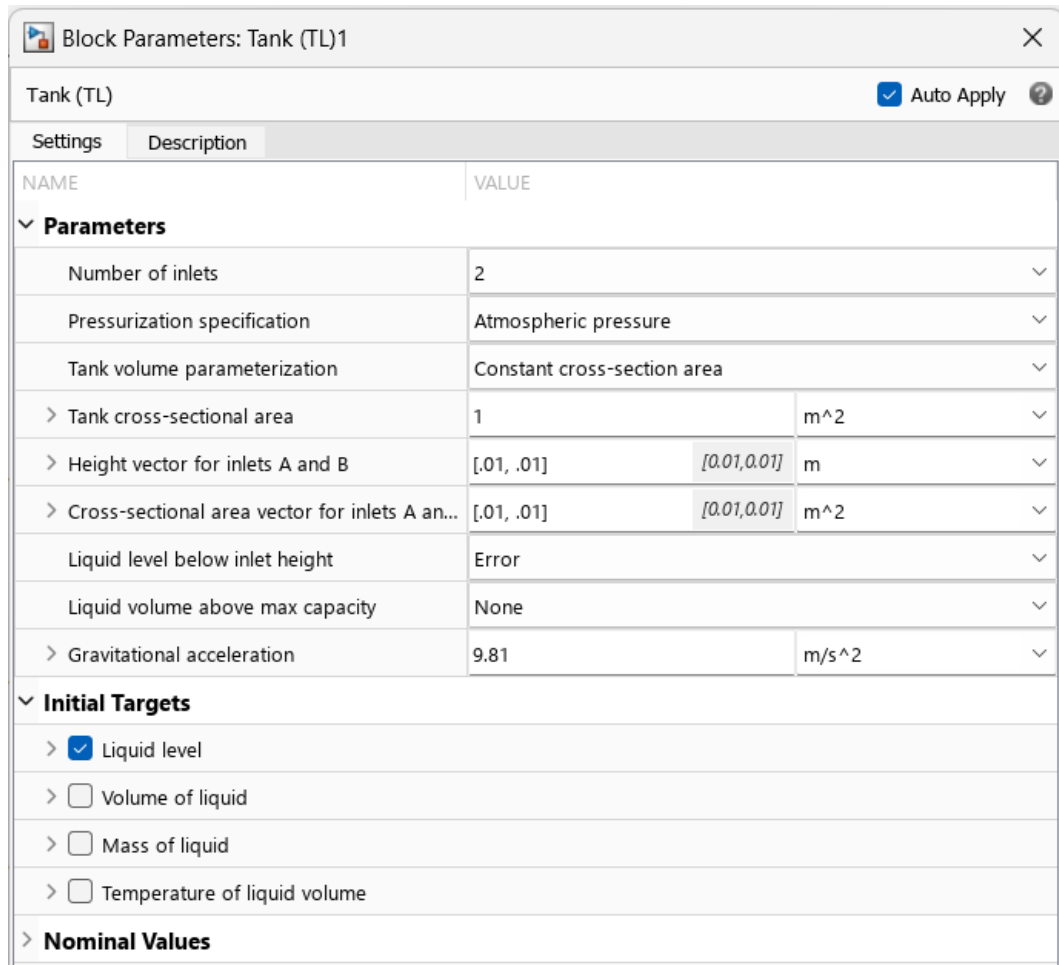


Ilustración 26. Parametrización del bloque Tank (TL) del segundo depósito del modelo de referencia de Simscape.

La parametrización del bloque **Tank (TL)** en Simscape especifica un tanque con dos entradas, presurizado a presión atmosférica. El volumen del tanque se modela con una sección transversal constante de 1 m<sup>2</sup>. Las alturas de las entradas A y B son de 0.01 m, ya que en el segundo depósito ambas se encuentran en la parte inferior del mismo, mientras que en el primero la entrada A se encuentra en la parte superior, y sus áreas de sección transversal también son de 0.01 m<sup>2</sup>. Si el nivel del líquido desciende por debajo de la altura de entrada, se genera un error, mientras que no hay advertencia si el volumen del líquido supera la capacidad máxima del tanque. La aceleración gravitacional se establece en 9.81 m/s<sup>2</sup>. Se ha marcado el nivel de líquido como el objetivo inicial a monitorear.

A continuación, vamos a analizar los resultados y visualizaciones que ofrece la simulación:

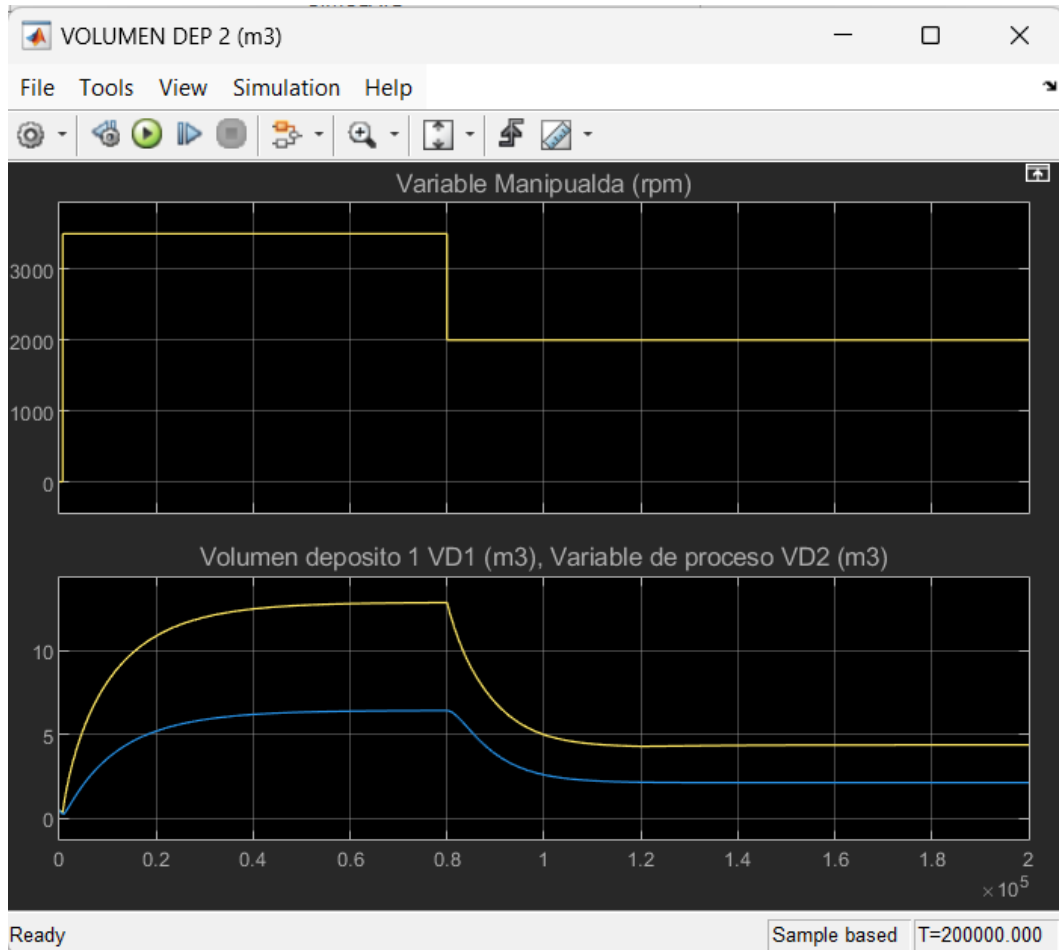


Ilustración 27. Visualización del volumen de líquido (m<sup>3</sup>) en los depósitos del modelo de referencia de Simscape.

Podemos comprobar en la simulación que el volumen del depósito 1 m<sup>3</sup> en metros cúbicos presenta una forma de transitorio de primer orden, lo cual es apropiado ya que según el balance de materia que implementan estos depósitos solo existe un diferencial de orden 1 en la cantidad de materia de los depósitos, que es igual al sumatorio de los flujos másicos de las entradas:

$$\frac{dm(t)}{dt} = \dot{m}_A + \dot{m}_B$$

Ilustración 28. Balance de materia en el depósito.

Para el depósito dos, por la forma en la que presenta la respuesta salto, podemos comprobar que se trata de una respuesta de segundo orden sobreamortiguado, lo cual es debido a que es el segundo depósito en serie en el modelo, y la aproximaremos a una respuesta de primer orden con retardo.

Después de un cambio en la velocidad de bombeo de 3500 a 2000 rpm a los 80000 s de simulación el volumen de los depósitos 1 y 2 pasa de 12.8 y 6.43 m<sup>3</sup> a 4.34 y 2.13 m<sup>3</sup> respectivamente. Lo que ejemplifica que la ganancia de

la función de transferencia en ambos casos es positiva (descienden el volumen de los depósitos y la variable manipulada en ambos casos) y mayor en el caso del primer depósito de  $5.64 \cdot 10^{-3}$  y  $2.87 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{rpm}$  respectivamente. La constante de tiempo correspondiente a 6954.5 s aproximadamente para el primer depósito (corresponde, para un sistema de primer orden, a la cuarta parte del tiempo en que se tarda en alcanzar el 98% del estacionario, que son 4,51 m<sup>3</sup>, en un intervalo de tiempo de 27818 s en el caso del primer depósito).

En el caso del segundo depósito sería necesario obtener el tiempo en el que se alcanza el 28.3% y el 63.2% del estacionario que son 84838.497s y 90639.420s respectivamente, y podemos obtener la constante de tiempo y el retardo de la función de transferencia y del volumen de líquido del segundo depósito:

$$\tau = 1.5 \cdot (90639.420 - 84838.497) = 8701.38\text{s}$$

$$d = 90639.420 - 8701.38 - 80000 = 1938.04\text{s}$$

El hecho de que se acumule consistentemente más volumen de líquido en el primer depósito que en el segundo ocasionará que el agua que salga del primer depósito lo haga a mayor presión, al estar acumulando una mayor columna de líquido según el prisma de presiones, como podremos ver en la ilustración de las presiones más adelante.

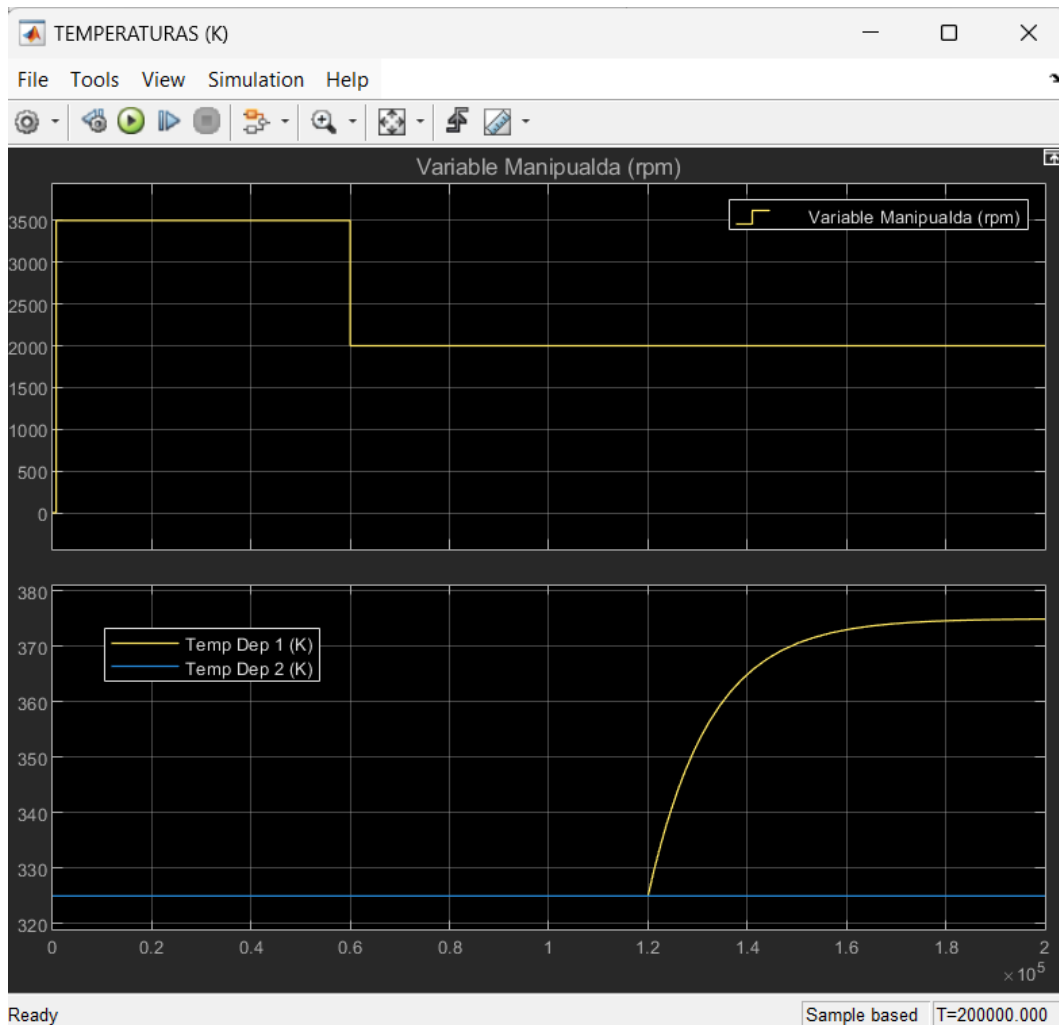


Ilustración 29. Visualización de la temperatura (K) en los depósitos a lo largo de la simulación en el modelo de referencia de Simscape.

En cuanto a la temperatura del líquido a la salida de los depósitos, que será la misma que tiene el líquido en los propios depósitos, vemos que se mantiene constante a la temperatura de referencia del foco al que está expuesto de 325K, hasta que el foco del primer depósito aumenta de temperatura a los 120000 s de simulación según la dinámica que especificamos anteriormente, por la que alcanza los 375K a los 17000 s de simulación. Hay que mencionar que estos bloques de Simscape, y el modelo que hemos configurado con ellos, no prevén el fenómeno de la evaporación de líquido.

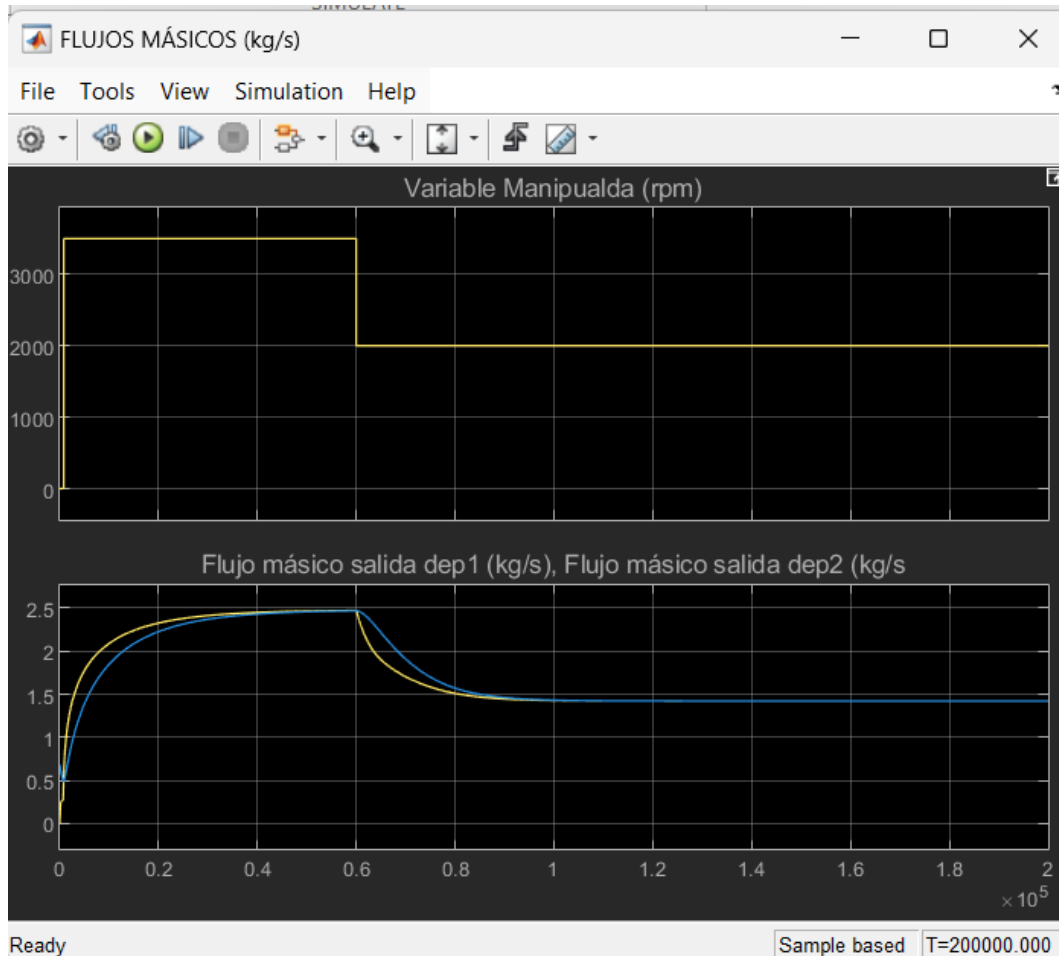


Ilustración 30. Visualización de los flujos másicos (kg/s) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape.

En la visualización de los flujos másicos de salida de los depósitos en la simulación podemos comprobar que este es el mismo en ambos casos, ya que no hay ningún nodo en el que se conecten varias tuberías, por tanto, la ganancia de la función de transferencia será la misma, mientras que la dinámica para ambos depósitos es distinta, siendo más lento el cambio en el caudal del segundo depósito que en el primero. También podemos comprobar como los flujos másicos no se ven afectados por el cambio en la temperatura del primer depósito producido en el instante 120000s de la simulación, cosa que no pasará con el flujo de energía o potencia calorífica.

Producido el cambio en la velocidad de bombeo en el instante 80000s de simulación, el flujo másico en ambos casos pasa de 2.477 a 1.423 kg/s. Por tanto, la ganancia de la función de transferencia será de:

$$K = \frac{1.423 - 2.477}{2000 - 3500} = 0.7026 \cdot 10^{-3} \text{kg}/(\text{s} \cdot \text{rpm})$$



Mientras que las dinámicas son distintas para la salida de flujo másico de ambos depósitos, el 98% del transitorio se alcanza a los 1.444 kg/s, y el intervalo de tiempo en el que esa cifra se alcanza para el flujo de salida del depósito 1 es. Por tanto, la constante de tiempo de la función de transferencia del flujo másico de salida del depósito 1 será (la cuarta parte) 7712.5s.

En el caso del segundo depósito, repetimos los pasos anteriores: obtener el tiempo en el que se alcanza el 28.3% y el 63.2% del estacionario que son 85629.532s y 92089.651s respectivamente, y podemos obtener la constante de tiempo y el retardo de la función de transferencia y del volumen de líquido del segundo depósito:

$$\tau = 1.5 \cdot (92089.651 - 85629.532) = 9690.18s$$

$$d = 92089.651 - 9690.18 - 80000 = 2399.47s$$

Como podemos comprobar algo más lento el cambio en el flujo de salida del segundo depósito.

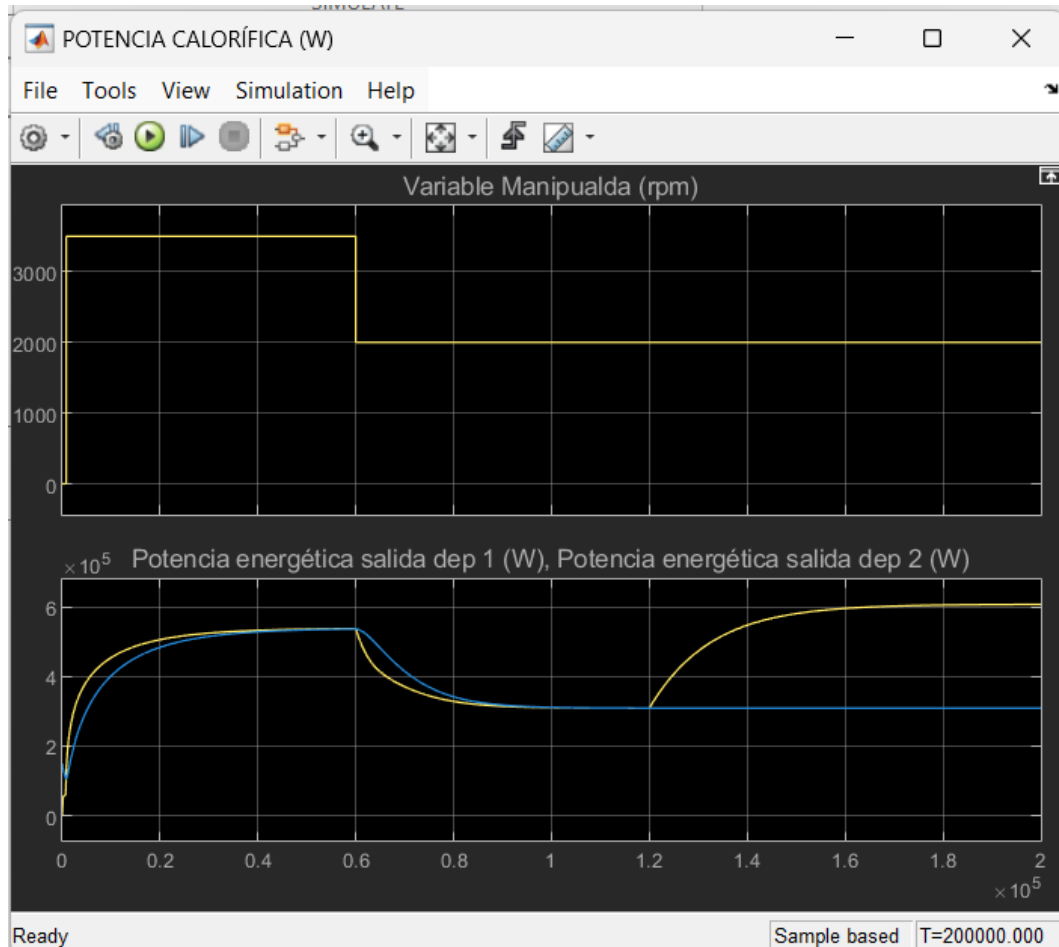


Ilustración 31. Visualización de los flujos de energía o potencia calorífica (W) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape.

En la visualización podemos observar la evolución de la potencia calorífica o el flujo de energía en Watios que lleva el flujo de trabajo a la salida de los depósitos. Esta se puede obtener a partir del flujo másico multiplicando por el Calor específico del agua y la variación de temperatura.

$$\dot{Q}_t = \dot{m}_t \cdot c_p \cdot \Delta T$$

Ilustración 32. Cálculo de los flujos de energía del fluido.

En este caso podemos comprobar que el flujo calorífico sí depende de la temperatura y por tanto le afecta el cambio de temperatura del foco al flujo que atraviesa el depósito 1, haciendo que pase de 310.38kW a 606.76kW con el cambio en la temperatura de 325K a 375K con la misma dinámica que el foco (constante de tiempo de 12500s). Por tanto, la ganancia de la función de transferencia frente a la temperatura es de 5.93 kW/K.

La dinámica de la función de transferencia frente a cambios en la velocidad de bombeo también es la misma que con los flujos másicos para los depósitos 1 y 2, por tanto, coinciden retardos y constantes de tiempo. El flujo de energía

cambia de 538.11kW a 310.38kW ante un cambio escalón en la variable manipulada. Por tanto, la ganancia de la función de transferencia será 0.1518 kW/rpm para los flujos de salida de ambos depósitos.

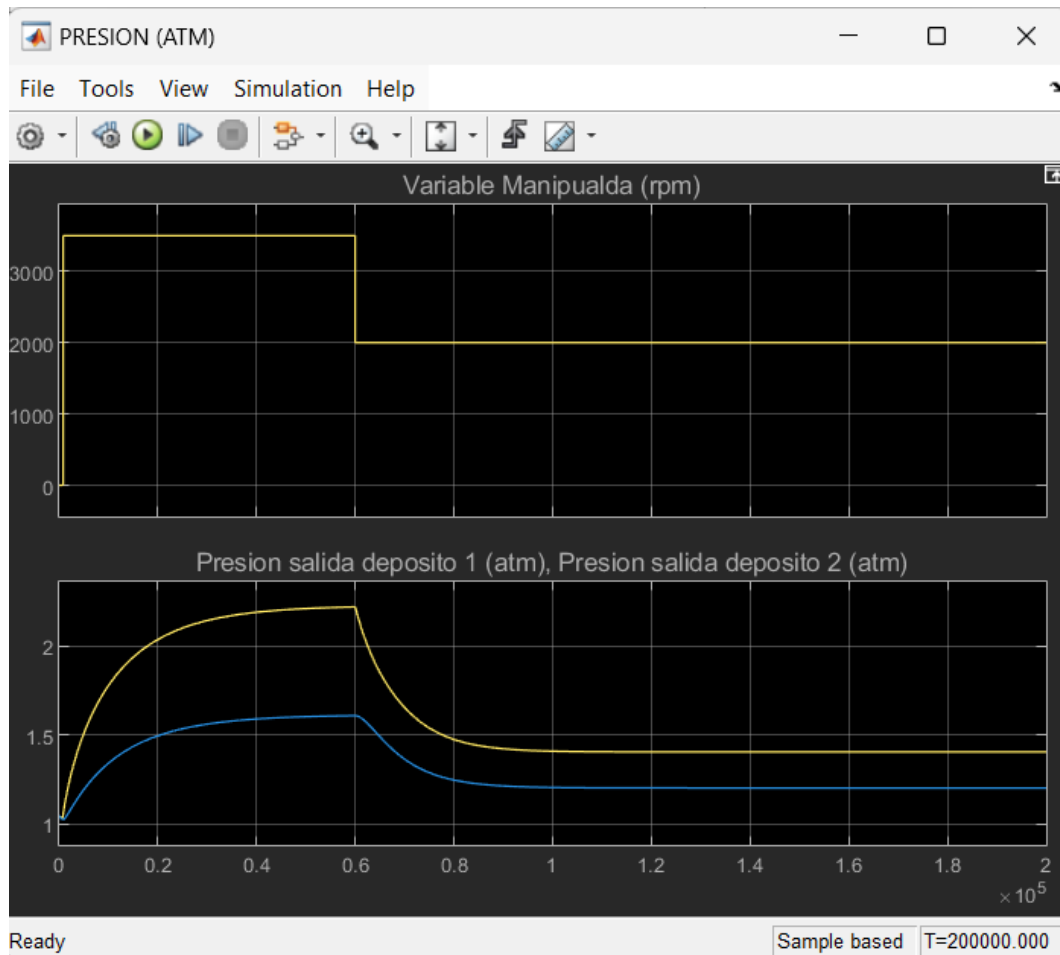


Ilustración 32. Visualización de las presiones (atm) a la salida de los depósitos en el modelo de referencia de Simscape.

Como hemos comentado en el análisis del volumen en los depósitos de la ilustración, se puede apreciar en la visualización de las presiones de salida del líquido de ambos depósitos que la presión de salida es mayor en el líquido que sale del depósito 1 que del depósito 2. Esto es debido a que es proporcional al volumen que hay en el depósito, multiplicado por la densidad del fluido y la aceleración de la gravedad y partido por la sección del depósito tal que:

$$P(t) = \frac{V(t) \cdot \rho \cdot g}{A}$$

Ilustración 333. Ecuación de la presión de salida del fluido del depósito.

Al ser proporcional al volumen, la función de transferencia con respecto al las revoluciones de la bomba presentará la misma dinámica temporal (constante de tiempo y retardo) que la relativa al volumen, se aprecia en la visualización como la presión de salida del fluido del depósito 1 y 2 varía al modificar la velocidad de bombeo desde 2.225 y 1.613 atm a 1.405 y 1.203 atm respectivamente. Por tanto, la ganancia de la función de transferencia de la presión con respecto a la velocidad de la bomba en el líquido de salida de los depósitos 1 y 2 será  $0.547 \cdot 10^{-3}$  y  $0.273 \cdot 10^{-3}$  atm/rpm respectivamente.

## 2.7 Errores numéricos en modelado físico con Simscape

Al igual que en el modelado basado en señales, el modelado físico no está exento de la presencia de errores numéricos que requieran atención en la simulación.

El primero y presente en todos los modelos de Simscape es relativo a que el modelado físico trabaja con ecuaciones algebraicas DAEs de la forma:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, \mu, \rho)$$

$$g(x, \mu, \rho) = 0$$

Y, por tanto, la ecuación resultante de las conexiones de los elementos requiere esa forma de la expresión para que no se produzca un lazo algebraico entre las variables. Para ello se emplea en las conexiones y señales físicas del modelo el bloque **Solver Configuration** de Simscape.

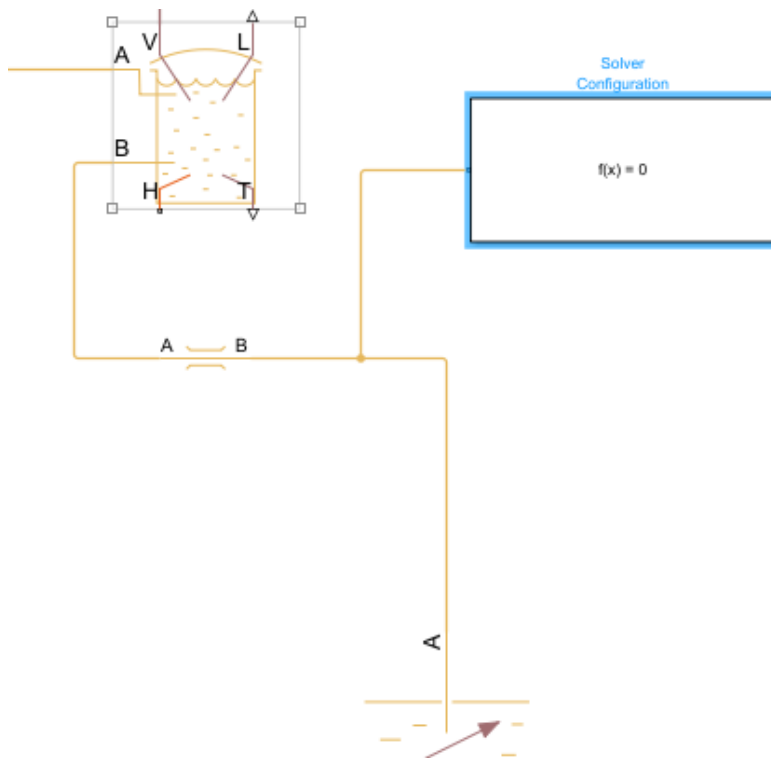


Ilustración 34. Bloque Solver Configuration en el modelo de referencia de Simscape.

Este bloque permite darle la forma de ecuación DAE para evitar que se produzca un lazo algebraico. También permite especificar detalles como el tipo de solucionador (discreto o continuo), la tolerancia de error, el paso de integración y otros parámetros que influyen directamente en cómo se resuelven las ecuaciones del modelo. Ayuda a prevenir problemas de estabilidad numérica, que pueden causar que la simulación falle o produzca resultados inexactos. Los solucionadores adaptativos ajustan dinámicamente el paso de tiempo para mantener la estabilidad del sistema y corregir errores relativos a la rigidez del sistema y las oscilaciones numéricas.

Otro error numérico que se ha experimentado se produce al eliminar **Flow Resistance (TL)** entre los elementos del modelo. Al eliminar la resistencia de caudal (que representa las pérdidas por fricción), se altera la dinámica del sistema, lo que puede llevar a que las condiciones iniciales o las condiciones de operación se salgan de los rangos válidos definidos en los parámetros de los bloques de Simscape. Algunas posibles causas incluyen:

1. **Condiciones Iniciales No Válidas:** Sin la resistencia de caudal, puede haber un flujo instantáneo que provoca que las temperaturas en los puertos A y B caigan por debajo del mínimo permitido.
2. **Inestabilidad Numérica:** La eliminación de la resistencia de caudal puede hacer que el sistema sea más susceptible a inestabilidades

numéricas, especialmente si hay un cambio abrupto en el flujo o la presión.

3. **Configuración de Parámetros:** La resistencia de caudal puede haber proporcionado una caída de presión necesaria para mantener el sistema dentro de los límites operativos válidos. Sin esta resistencia, las temperaturas y presiones pueden salir de estos límites.

El error se debe a que la eliminación de la resistencia de caudal altera las condiciones operativas del sistema, llevando a temperaturas fuera del rango válido. Ajustar las condiciones iniciales, agregar elementos de amortiguación y revisar la configuración de los parámetros puede ayudar a resolver este problema.

# Conclusiones

El modelado físico orientado a objetos utilizando herramientas como Simscape de MATLAB ofrece una alternativa poderosa y flexible al modelado tradicional basado en señales. Permite una representación más intuitiva y cercana al sistema real, facilitando la modificación, el mantenimiento y la escalabilidad de los modelos. Sin embargo, la elección del método debe considerar la naturaleza específica del problema, los recursos disponibles y el conocimiento técnico del equipo de modelado.

Los ejemplos presentados en este trabajo demuestran que, aunque el modelado tradicional basado en señales proporciona una precisión matemática elevada, su rigidez y complejidad computacional pueden ser limitantes en ciertos casos. Por otro lado, el modelado físico con Simscape, al ser acausal y modular, facilita la integración de diferentes dominios físicos y reduce el esfuerzo de desarrollo y mantenimiento. En conclusión, ambas metodologías tienen sus méritos y deben ser seleccionadas de acuerdo con las necesidades específicas del proyecto.

Posibles líneas futuras podrían incluir el trabajo en sistemas de Simscape en lazo cerrado en los que se modifique la variable manipulada a una señal eléctrica, y de incluya un motor para proporcionar la velocidad de bombeo transformando la señal mediante un generador de pulsos el PWM y convertidores, o una estructura de control similar. Realmente ambas metodologías de modelado pueden colaborar en el marco de Matlab: modelado basado en señales para el control de la bomba y modelado físico para la planta física a controlar en lazo cerrado.

Otra posible línea de trabajo a futuro, con un grado de complejidad superior, es la creación de librerías propias para completar elementos importantes de la ingeniería de procesos que no aparecen en Simscape, como pueden ser unidades de reactores químicos, evaporadores, columnas de destilación.





# Bibliografía

- [1] Mazaeda, R.; de Prada, C. (2020). *EcosimPro/Proosis introduction. Dynamic Simulation of Chemical Processes*, Universidad de Valladolid.
- [2] Mazaeda, R.; de Prada, C. (2020). *Introduction to Modelling and Simulation. Dynamic Simulation of Chemical Processes*, Universidad de Valladolid.
- [3] Mazaeda, R.; de Prada, C. (2020). *EcosimPro/PROOSIS as an Object Oriented (OO) modeling and simulation tool*. Universidad de Valladolid
- [4] Pulido, S. (2021). *Modelado Físico y Simulación usando Matlab-Simscape de Planta de laboratorio*. Universidad de Valladolid.
- [5] Lapusan, C., Balan, R., Hancu, O., & Plesa, A. (2016). *Development of a Multi-Room Building Thermodynamic Model Using Simscape Library*. *Energy Procedia*, 85, 320-328.
- [6] Abarkan, M., M'Sirdi, N. K., & Errahimi, F. (2014). *Analysis and Simulation of the Energy Behavior of a Building Equipped with RESin Simscape*. *Energy Procedia*, 62, 522-531.
- [7] MathWorks. *Simscape Documentation*. Retrieved from MathWorks Simscape.



# ANEXOS

## Anexo I: Demostración de la anti transformada de Fourier.

Nota: Emplearemos la variable imaginaria  $s$  para realizar la demostración por comodidad, aunque, al tratarse de un circuito eléctrico, implica que esta variable no tiene parte real, por tanto, puede ser considerada una transformada de Fourier en lugar de una transformada de Laplace, aunque la mecánica de cálculo sea idéntica.

$$\bar{I}_L = \bar{I} \cdot \frac{\frac{1}{Ls}}{\frac{1}{Ls} + \frac{1}{R}} = \bar{I} \cdot \frac{R}{R + Ls} = \bar{I} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s}$$

$$i(t) = Am \cdot \sin(\omega t) \xrightarrow{\text{Transformada Fourier}} \bar{I} = \frac{Am \cdot \omega}{\omega^2 + s^2}$$

Por tanto:

$$\bar{I}_L = \bar{I} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s} = \frac{Am \cdot \omega}{\omega^2 + s^2} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s}$$

Descomposición en fracciones simples:

$$\begin{aligned} \bar{I}_L = \bar{I} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + s} &= \frac{Am \cdot \omega \cdot \frac{R}{L}}{(s^2 + \omega^2) \cdot \left(s + \frac{R}{L}\right)} = \frac{As + B}{s^2 + \omega^2} + \frac{C}{s + \frac{R}{L}} \\ &= \frac{As^2 + A\frac{R}{L}s + Bs + B\frac{R}{L} + Cs^2 + C\omega^2}{(s^2 + \omega^2) \cdot \left(s + \frac{R}{L}\right)} \end{aligned}$$

$$s^2: A + C = 0 \Rightarrow A = -C$$

$$s: A\frac{R}{L} + B = 0 \Rightarrow A = -B\frac{L}{R} \Rightarrow C = B\frac{L}{R}$$

$$1: B\frac{R}{L} + C\omega^2 = Am \cdot \omega \cdot \frac{R}{L}$$

Operando:

$$B\frac{R}{L} + B\frac{L}{R}\omega^2 = Am \cdot \omega \cdot \frac{R}{L}$$

$$B = \frac{Am \cdot \omega \cdot \frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + \frac{L}{R} \omega^2} = \frac{R^2 \omega \cdot Am}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

Por tanto:

$$A = \frac{-L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; B = \frac{R^2 \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; C = \frac{L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_L &= \frac{As + B}{s^2 + \omega^2} + \frac{C}{s + \frac{R}{L}} \\ &= \frac{\frac{-L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am \cdot s}{s^2 + \omega^2} + \frac{\frac{R^2 \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am}{s^2 + \omega^2} \\ &\quad + \frac{\frac{L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am}{s + \frac{R}{L}} \end{aligned}$$

Realizando la anti transformada:

$$i_L(t) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{As}{s^2 + \omega^2} + \frac{1}{\omega} \frac{\omega \cdot B}{s^2 + \omega^2} + \frac{C}{s + \frac{R}{L}} \right\} (t)$$

$$i_L(t) = A \cdot \cos(\omega t) + \frac{B}{\omega} \cdot \sin(\omega t) + C \cdot e^{\frac{-R}{L}t}$$

$$i_L(t) = A \cdot \sin(\omega t + 90^\circ) + \frac{B}{\omega \cdot Am} \cdot i(t) + C \cdot e^{\frac{-R}{L}t}$$

Siendo:

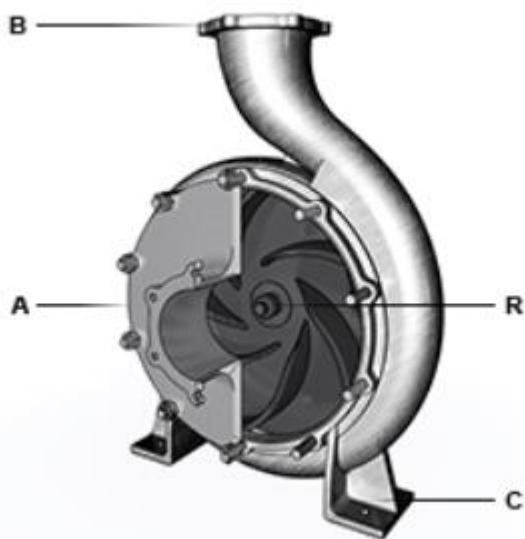
$$A = \frac{-L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; B = \frac{R^2 \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am ; C = \frac{L \cdot R \cdot \omega}{R^2 + L^2 \cdot \omega^2} \cdot Am$$

Q.E.D

## Anexo II: Documentación de Simscape sobre Centrifugal Pump (TL)

*NOTA: Todo lo relativo a este anexo es propiedad intelectual de The MathWorks, Inc. En este anexo se proporciona una traducción de la documentación de Simscape relativa a la referencia [7].*

El bloque **Centrifugal Pump (TL)** en Simscape representa una bomba centrífuga que transfiere energía desde el eje hacia un fluido en una red de líquido térmico. La diferencia de presión y el par mecánico son funciones de la altura de la bomba y la potencia de frenado, las cuales dependen de la capacidad de la bomba. Puedes parametrizar la bomba de manera analítica o mediante interpolación lineal de los datos tabulados. Las leyes de afinidad de la bomba definen la física principal del bloque, escalando el rendimiento de la bomba por la relación de los valores actuales a los valores de referencia de la velocidad angular de la bomba y el diámetro del impulsor.



Por defecto, el flujo y la ganancia de presión son desde el puerto A al puerto B. El puerto C representa la carcasa de la bomba y el puerto R representa el eje de la bomba. Puedes especificar la dirección normal de operación del eje en el parámetro "Orientación mecánica". Si el eje comienza a girar en la dirección opuesta, la diferencia de presión a través de la bomba cae a cero.

### Parametrización Analítica

Al configurar la parametrización de la bomba en "Capacidad, altura y potencia de frenado a la velocidad de eje de referencia", el bloque calcula la ganancia

de presión sobre la bomba como una función de las leyes de afinidad de la bomba y la diferencia de presión de referencia. La eficiencia de la bomba se calcula en función de una curva cuadrática que alcanza su pico en la potencia de frenado nominal y cae a cero cuando la capacidad es cero o máxima.

$$p_B - p_A = \Delta H_{ref} \rho g \left( \frac{\omega}{\omega_{ref}} \right)^2 \left( \frac{D}{D_{ref}} \right)^2,$$

donde:

- $\Delta p_{ref}$  es la ganancia de presión de referencia, que el bloque determina a partir de un ajuste cuadrático de la diferencia de presión de la bomba entre los parámetros de altura máxima a capacidad cero, altura nominal y capacidad máxima a altura cero.
- $\omega$  es la velocidad angular del eje, donde  $\omega = \omega_R - \omega_C$
- $\omega_{ref}$  es el valor del parámetro de velocidad del eje de referencia.
- $D/D_{ref}$  es el valor del factor de escala del diámetro del impulsor. El bloque no refleja cambios en la eficiencia de la bomba debido al tamaño de la bomba.
- $\rho$  es la densidad del fluido en la red.

El par del eje se calcula como:

$$\tau = W_{brake,ref} \frac{\omega^2}{\omega_{ref}^3} \left( \frac{D}{D_{ref}} \right)^5.$$

El bloque calcula la potencia de frenado de referencia,  $W_{brake,ref}$  como:

$$W_{brake,ref} = \frac{\text{capacidad} \cdot \text{altura}}{\text{eficiencia}}$$

La curva de eficiencia de la bomba es cuadrática y su pico corresponde al parámetro de potencia de frenado nominal. La curva de eficiencia de la bomba cae a cero cuando la capacidad es cero o máxima.

El bloque calcula la capacidad de referencia como:

$$q_{ref} = \frac{\dot{m}}{\rho} \frac{\omega_{ref}}{\omega} \left( \frac{D_{ref}}{D} \right)^3.$$

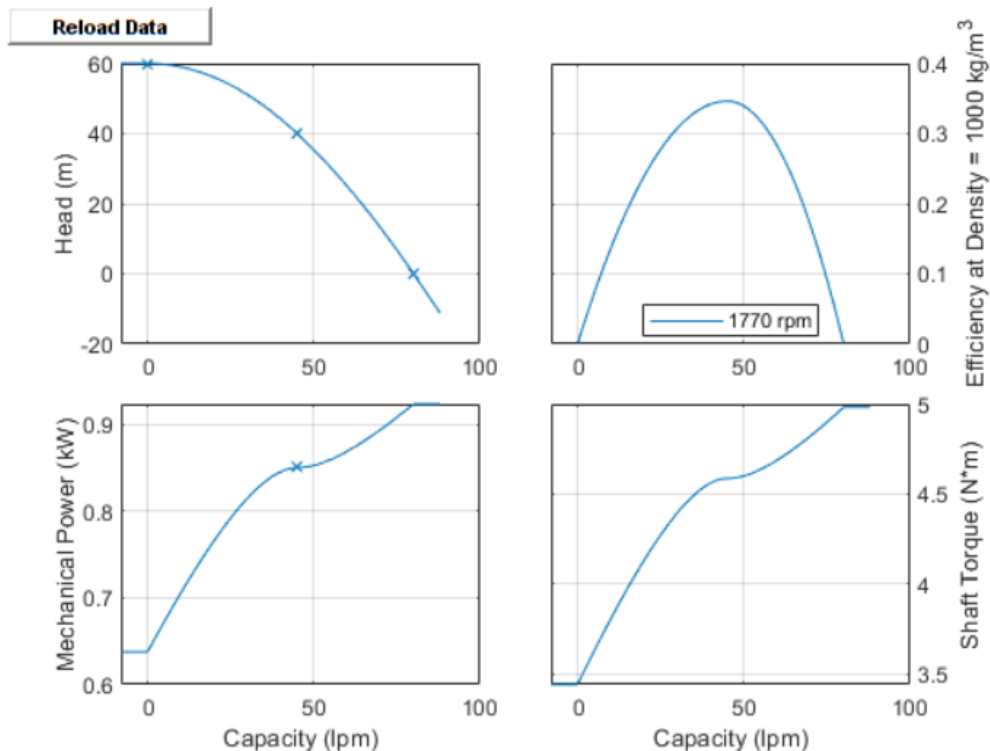
El bloque emite una advertencia cuando la tasa de flujo del bloque se vuelve negativa o excede la capacidad máxima de la bomba si el parámetro "Verificar si opera fuera de la operación normal de la bomba" está en "Advertencia".

### Parametrización con Datos Tabulados

Puedes parametrizar la bomba utilizando datos tabulados en 1D (altura y potencia de frenado vs. capacidad a velocidad de eje de referencia) o en 2D (altura y potencia de frenado vs. capacidad y velocidad del eje). La ganancia de presión y el par del eje se calculan en función de los datos de referencia y la velocidad angular del eje.

### Visualización de la Curva de la Bomba

Puedes verificar el rendimiento parametrizado de la bomba trazando la altura, potencia, eficiencia y par en función del flujo. Para generar un gráfico de las configuraciones actuales de la bomba, haz clic derecho en el bloque y selecciona "Fluids > Plot Pump Characteristics". Si cambias las configuraciones o los datos, haz clic en "Aplicar" en los parámetros del bloque y luego en "Reload Data" en la figura de la curva de la bomba. La parametrización por defecto del bloque crea estos gráficos:



### Balace de Energía

El trabajo mecánico resulta del intercambio de energía desde el eje hacia el fluido. La ecuación de balance de energía gobernante es:

$$\phi_A + \phi_B + P_{hydro} = 0,$$

donde  $\phi_A$  y  $\phi_B$  son las tasas de flujo de energía en los puertos A y B, respectivamente, y  $P_{hydro}$  es la potencia hidráulica de la bomba, función de la diferencia de presión entre los puertos de la bomba.

### **Asumptions and Limitaciones**

Si el eje rota en dirección opuesta a la configuración del parámetro "Orientación mecánica", la diferencia de presión a través del bloque cae a cero y los resultados pueden no ser precisos. El bloque no considera la presión dinámica en la bomba, solo la altura de la bomba debido a la presión estática.

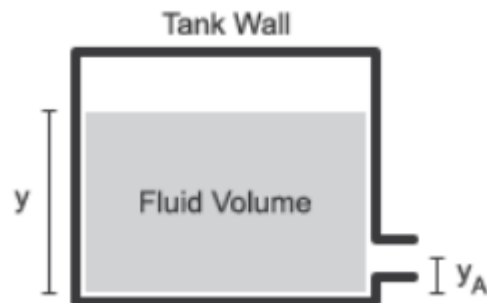
Esta descripción proporciona una visión general de las funciones y parametrizaciones del bloque **Centrifugal Pump (TL)** en Simscape, permitiendo a los usuarios configurar y visualizar el rendimiento de la bomba en simulaciones de redes de líquido térmico.



## Anexo III: Documentación de Simscape de Tank (TL)

*NOTA: Todo lo relativo a este anexo es propiedad intelectual de The MathWorks, Inc. En este anexo se proporciona una traducción de la documentación de Simscape relativa a la referencia [7].*

El bloque **Tank (TL)** en Simscape modela un contenedor de líquido térmico con un volumen de fluido variable. La presión absoluta del volumen de fluido del tanque se asume constante y igual al valor especificado en el cuadro de diálogo del bloque. En el caso especial de que la presurización del tanque sea igual a la presión atmosférica, el bloque representa un tanque ventilado.



El tanque puede intercambiar energía con su entorno, permitiendo que su temperatura y presión internas evolucionen con el tiempo. La transferencia de calor ocurre a través de la convección, cuando el líquido entra o sale de la cámara, y la conducción, cuando la energía térmica fluye a través de las paredes del tanque y el líquido en las entradas del tanque.

### Volumen del Tanque

El volumen del fluido en el tanque se calcula a partir de la masa total de fluido en cada paso de tiempo:

$$V = \frac{M}{\rho},$$

donde:

- V es el volumen de fluido del tanque.
- M es la masa de fluido del tanque.
- $\rho$  es la densidad del fluido del tanque.

### Balance de Masa

La ecuación de conservación de masa en el volumen de fluido del tanque es:

$$\dot{M} = \dot{m}_A + \dot{m}_B + \dot{m}_C + \dot{m}_D + \dot{m}_E + \dot{m}_F,$$

donde:

- $\dot{M}$  es el cambio en la masa del fluido.
- $\dot{m}_\mu$  denota las tasas de flujo másico hacia el volumen de fluido del tanque a través del puerto  $\eta$ .

### Balance de Energía

La ecuación de conservación de energía en el volumen de fluido del tanque

$$M(C_p - h\alpha)\dot{T} = \phi_A + \phi_B + \phi_C + \phi_D + \phi_E + \phi_F - (\dot{m}_A + \dot{m}_B + \dot{m}_C + \dot{m}_D + \dot{m}_E + \dot{m}_F + M\alpha\dot{T})h + Q,$$

donde:

- $C_p$  es la capacidad térmica del fluido.
- $\alpha$  es el módulo isobárico del fluido.
- $T$  es la temperatura del fluido.
- $\phi_\mu$  denota las tasas de flujo de energía hacia el tanque a través del puerto  $\eta$ .
- $h$  es la entalpía del fluido.
- $Q$  es la tasa de flujo de energía térmica hacia el tanque a través del puerto  $H$ .

### Puertos

- **A, B, C, D, E, F:** Puertos de entrada/salida de líquido térmico.
- **H:** Puerto de transferencia de calor.
- **P:** Señal física de presión del tanque.
- **V:** Señal física del volumen de líquido.
- **L:** Señal física del nivel de líquido.
- **T:** Señal física de la temperatura del fluido.

### Parámetros

- **Number of inlets:** Número de puertos de entrada.

- **Pressurization specification:** Método de especificación de la presión del tanque (presión atmosférica, presión especificada, presión variable).
- **Tank pressurization:** Presión del tanque definida por el usuario.
- **Tank volume parameterization:** Características del área del tanque (área de sección transversal constante, datos tabulados - volumen vs. nivel).
- **Tank cross-sectional area:** Área de la sección transversal del tanque.
- **Liquid level vector:** Vector de niveles de fluido en el tanque.
- **Liquid volume vector:** Vector de volúmenes de fluido en el tanque.
- **Inlet height:** Altura del puerto de entrada.
- **Inlet cross-sectional area:** Área de la sección transversal del puerto de entrada.
- **Liquid level below inlet height:** Notificación de niveles bajos del tanque.
- **Liquid volume above max capacity:** Notificación de volumen alto del tanque.
- **Maximum tank capacity:** Capacidad máxima del tanque.
- **Gravitational acceleration:** Constante de aceleración de la gravedad.

#### Suposiciones y Limitaciones

- La presión del tanque es constante y uniforme en todo el volumen del tanque.
- La elevación del tanque solo afecta los cálculos de presión de entrada.
- La variación de presión se asume lenta cuando se establece el parámetro de especificación de presurización a presión variable, sin derivada de presión en las ecuaciones de balance de masa y energía.