

Propuestas distintas para un mismo fin: la enseñanza de las matemáticas desde un aprendizaje libre

Different proposals for the same purpose: the teaching of mathematics from a free learning

MARTA LÓPEZ DALMAU

CEIP Miguel Hernández (Castro Urdiales, Cantabria, España)

martaball33@yahoo.es

Recibido/Received: Septiembre de 2023. Aceptado/Accepted: Julio de 2024.

Cómo citar/How to cite: López Dalmau, M. (2024). Propuestas didácticas para un mismo fin: la enseñanza de las matemáticas desde un aprendizaje libre. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 13(1), 1-22. DOI: <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2024.1-22>

Artículo de acceso abierto distribuido bajo una [Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional \(CC-BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). / Open access article under a [Creative Commons Attribution 4.0 International License \(CC-BY 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Resumen: Una enseñanza matemática de calidad será aquella que no se limite a realizar de manera continuada la misma dinámica, sino que plantee propuestas distintas bajo una misma filosofía educativa, la cual, permita adaptarse, por un lado, a los distintos estilos de aprendizaje de un mismo grupo y, por otro, a los distintos momentos internos que viva cada individuo. Una enseñanza matemática de calidad será aquella que vaya de la mano de un crecimiento personal del individuo puesto que, con los años, se ha podido demostrar que cuando el alumnado crece internamente también crece su actitud en relación con el aprendizaje, en este caso el matemático. A lo largo de este artículo se plantea una reflexión sobre el papel del docente dentro del aula de matemáticas, la importancia de su función por encima del método elegido y la necesidad de aportar propuestas matemáticas lo suficientemente variadas y enriquecedoras que permitan llegar a todo el alumnado. Una reflexión profunda que tiene como objetivo fundamental ayudar al lector a abrir su mente hacia una nueva filosofía educativa que va más allá de la metodología que elija, una filosofía que permita a niños y niñas vivir a la vez que aprenden matemáticas.

Palabras clave: Práctica educativa; calidad educativa; papel del docente; formación de docentes; andamios.

Abstract: A quality mathematics education will be one that is not limited to repeating the same dynamics over time, but rather proposes different proposals under the same educational philosophy that allows adapting to the different learning styles of the same group and to the different internal moments that each individual lives. A quality mathematics education will be one that goes hand in hand with the personal growth of the individual since over the years it has been possible to demonstrate that when a student grows internally, his attitude towards learning also grows, in this case the mathematician. Throughout this article, a reflection is raised on the role of

the teacher in the mathematics classroom, the importance of their role over the chosen method and the need to provide sufficiently varied mathematical proposals to reach all students. A deep reflection whose fundamental objective is to help the reader open their mind to a new educational philosophy that goes beyond the methodology chosen, a philosophy that allow the child to live while learning mathematics.

Keywords: Educational practice; educational quality; role of the teacher; teacher training; scaffolding.

INTRODUCCIÓN

Desde inicios del siglo XX han sido múltiples los autores (Decroly, Freinet, Piaget, Ausubel, etc.) que han defendido la necesidad de ofrecer en las escuelas un trabajo matemático vivencial para poder adquirir los conocimientos propios de esta área.

Desde entonces han ido surgiendo numerosas investigaciones que han corroborado la necesidad de que en ese aprendizaje matemático exista comprensión. El referente internacional *National Council of Teachers of Mathematics* (2000) deja constancia de esa idea en los principios y estándares de educación matemática que aporta. Se trata de una asociación reconocida a nivel mundial que define los contenidos y procesos que debería incluir el currículum de esta primera edad para conseguir que el alumnado sea competente en el área. Eso explica por qué cuando este documento hace referencia a los contenidos matemáticos siempre se centra en la necesidad de que los niños y las niñas conozcan, pero, sin duda, de que comprendan también (ej. “comprender los números, los modos de representarlos, las relaciones entre los números y los sistemas numéricos”).

Pero ¿qué necesita un/a niño/a para comprender las matemáticas? Es evidente que muchos serán los elementos que intervengan en ese proceso de comprensión, pero, tal vez, el más elemental sería el que hace referencia a la necesidad de vivenciar los conocimientos. Así mismo lo afirma Lorenzato (2015) al decir que:

La gente necesita “coger para ver” como dicen los niños. Entonces, no comenzar la enseñanza por lo concreto es ir contra la naturaleza humana. Quién sabe enseñar verdaderamente, conoce esos principios (p. 3).

Nuestro objetivo como docentes pasaría entonces por crear un escenario de aprendizaje matemático que permita al alumnado adquirir

vivencias enriquecedoras en esa área pero que, a su vez, le permita obtener un crecimiento personal.

En esa misma línea, García (2012) afirma que el aprendizaje matemático es el producto cultural de dos elementos que interactúan entre sí de manera dinámica: la racional (en este caso, las matemáticas) y la emocional, ligada a los sentimientos; de manera que es difícil, si no imposible, separar lo que corresponde a cada vertiente. Sólo desde esta visión compartida donde ofrecemos una docencia matemática basada en una formación democrática que permita al alumnado la oportunidad de tomar decisiones seremos capaces de formar estudiantes pensantes y críticos (Vanegas et al., 2019).

Nuestro modelo de enseñanza matemática debe afectar positivamente a la vida de nuestro alumnado, de manera que cada conocimiento adquirido quede en su memoria a través de una experiencia de vida enriquecedora. Para ello, se hace imprescindible ofrecer un escenario vivencial de aprendizaje libre donde se tenga la oportunidad de dar el paso de lo concreto (mediante materiales manipulativos) a lo abstracto (tareas verbales o sobre papel). Pero ¿qué entendemos por *enseñanza vivencial de aprendizaje libre*?

Se entiende por *enseñanza vivencial* aquella que permite al alumnado aprender sobre su propia práctica, llegando así a sus propias conclusiones, pero siempre bajo el paraguas del acompañamiento docente. Se entiende por *aprendizaje libre* aquel que no se limita al término libertad, sino que persigue un objetivo basado en la responsabilidad y autonomía del individuo. Quizá, a priori, este segundo término pueda llegar a ser un poco más difícil de definir puesto que, a pesar de contener la palabra “libre”, no significa que en ese proceso de aprendizaje el alumnado tenga total libertad para hacer lo que quiera, cuando quiera y como quiera. Se trata de un tipo de aprendizaje que surge en escenarios donde se permite a niños y niñas tomar decisiones cuando empiezan a ser responsables consigo mismos y con los demás. Pues, como decía López (2020):

El término de libertad no está ligado a la presencia nula del acompañante, sino a un proceso de crecimiento donde el propio alumno aprende a cuidar de sí mismo. El término de libertad debe ser la base para construir un escenario distinto, un escenario que ofrezca la posibilidad de descubrir el significado y la utilidad de ser responsables, autónomos y libres (...)” (p. 32)

Desde esta mirada educativa, a lo largo de este artículo se indaga sobre tres campos principales de la enseñanza matemática: a) la importancia de las creencias del docente como el motor en su toma de decisiones diarias dentro y fuera del aula; b) la relevancia del uso de andamios educativos de calidad por encima del tipo de metodología que se utilice; y c) los principios básicos que definen una enseñanza matemática vivencial de aprendizaje libre.

A su vez, se aportan distintas propuestas matemáticas que rompen con el estereotipo, que muchas veces existe, sobre lo que significa una práctica matemática de calidad. Propuestas con metodologías a priori distintas pero que comparten un mismo fin: aprender vivencialmente las matemáticas al mismo tiempo que crecemos en nuestro ámbito personal.

“La educación emocional es vital para el desarrollo del aprendizaje matemático” (Alcoser, Moreno y León, 2019).

1. APRENDIZAJE VIVENCIAL: MISMA MIRADA, DIFERENTES REALIDADES

En los últimos años el término *aprendizaje vivencial* se ha extendido como la pólvora en las aulas de Educación Infantil de nuestro país. Ya nadie pone en duda la importancia de un aprendizaje matemático vivencial y manipulativo y las ventajas de llevar a cabo una enseñanza de este tipo. Así lo afirma Alsina (2015) al decir que, a través de la exploración, manipulación, experimentación y el juego libre con materiales manipulativos (contemplado como aquel donde el profesorado no ofrece instrucciones para su uso, sino que le permite investigar sus posibilidades), los niños y las niñas desarrollan la autonomía e iniciativa personal y todo un conjunto de habilidades, entre las que se encuentran las matemáticas. A lo largo de este epígrafe se va a reflexionar sobre lo que significa realmente aprender de modo vivencial, las confusiones que existen muchas veces entre docentes sobre lo que implica enseñar matemáticas bajo este término y lo poco conscientes que somos los formadores de la enseñanza matemática en edades tempranas sobre esta realidad.

Si analizásemos la práctica matemática manipulativa de distintos docentes observaríamos que existen diferencias importantes entre ellas. Todos utilizan los mismos términos (manipulativo, experimental, vivencial, etc.) para referirse a una enseñanza matemática de calidad, pero no siempre existe la misma percepción de lo que significa e implica llevar a cabo un escenario de ese tipo y eso conlleva, indudablemente, a prácticas

educativas sin un acompañamiento adecuado que permita desarrollar todo el potencial del alumnado. Así lo afirma López (2020), al decir que:

Existen acompañantes que, bajo el término de aprendizaje manipulativo experimental, llevan a cabo prácticas educativas donde la enseñanza vivencial existe, pero no va de la mano de un acompañamiento adecuado. Para ellos, cualquier tipo de enseñanza es válida mientras se utilice material manipulativo (p. 43).

Hay quienes piensan que todo se basa en ofrecer buenos materiales. Algunos delegan esa importancia a la aportación de dinámicas donde el alumnado pueda elegir el campo de investigación puesto que defienden que, cuando se está motivado, el aprendizaje es mayor. Así lo refleja McLeod (1994) al afirmar que el tipo de escenario que se ofrece permite al alumno desarrollar, en mayor o menor medida, su aspecto emocional, condicionando así su aprendizaje matemático.

Sin duda, en cada aula existe un orden de elementos según el valor que el profesorado le da a cada uno de ellos y es en esa categorización, en esas creencias, más allá de las palabras, donde se pueden identificar las diferencias de las que hablamos y que se ven reflejadas en la práctica diaria del aula. Ahí se encuentra la diferencia de cualquier práctica matemática, la visión y la intención con la que desde el rol docente se hayan tomado las decisiones. En esta misma línea, López (2015) señala que:

Aunque puedan existir métodos que por sus características puedan facilitar un escenario más idóneo para el ofrecimiento de andamio de calidad, existe un elemento primordial que afecta y determina sin ninguna duda el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas de los alumnos: la planificación y gestión de las actividades que realiza el maestro. (pp. 30-31).

Tal y como afirma el informe español del TEDS-M 2008 (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2012):

En educación matemática las creencias son conocimientos subjetivos, convicciones generadas a nivel personal por cada individuo para explicarse y justificar muchas de sus decisiones y actuaciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (p. 99).

Si a eso le añadimos que la tipología de cursos de formación matemática permanente que se ofrecen al profesorado son cursos basados en su desarrollo instrumental (la tipología de materiales que se pueden utilizar, modalidades educativas que se pueden plantear dentro del aula...) y no en el desarrollo como usuaria/o (haciendo referencia a su puesta en escena como maestra/o) podemos decir que el objetivo de conseguir un cambio educativo real está muy lejos de ser alcanzado.

Un ejemplo de ello son las aportaciones que realiza el grupo *Early Years Mathematics* (EYM) dentro del *Congress of European Research in Mathematics Education* (CERME), donde se defienden ámbitos relevantes para la mejora educativa en las aulas como: Qué matemáticas enseñar, cómo enseñarlas, cuándo enseñarlas y para qué enseñarlas (Alsina, 2019). Las diferentes ediciones han tratado distintos temas formativos como son: el papel de los materiales matemáticos, las distintas maneras de comunicar y representar que tiene el alumnado de educación infantil, o el análisis de las oportunidades de aprendizaje en contextos específicos; lo que demuestra la escasa formación en relación con el usuario (maestra/o) y su rol en el escenario.

Sin duda, la mayoría de estos cursos de formación matemática permanente acostumbran a ser ponencias que dan voz a grandes profesionales que aportan propuestas nuevas y consejos técnicos (muy válidos a mi entender), pero que implican un mínimo de formación interna como docente para saber qué implica el llevar a cabo ese tipo de dinámicas manipulativas matemáticas dentro y fuera del aula, más allá de los materiales y su metodología. En estos cursos los ponentes se encuentran con maestros/as con inquietudes, sí, pero con poco bagaje formativo para poder entender la globalidad de la propuesta de trabajo que se les está mostrando. Estamos hablando de una tipología de docentes que, aun siendo defensores de ello, no son conscientes de que la clave del cambio no se encuentra en el método, sino en ellos mismos. Esta realidad formativa implica que muchas veces los docentes finalicen los cursos quedándose con un mensaje erróneo de lo que han visto, llevándolos a crear un escenario manipulativo matemático de poca calidad educativa. Llinares (2007) afirma que las reflexiones sobre la formación matemática del docente señalan que no hay nada que asegure que los participantes en dichos cursos salgan expertos en el campo, por más buena formación que reciban.

Como formadores no podemos obviar esta realidad. La mayoría del profesorado de nuestro país, o bien recibió en su momento una formación

matemática basada en una metodología tradicional muy alejada de lo que llamamos una enseñanza manipulativa, o bien son docentes que acaban de finalizar la universidad y que llegan con una formación muy escasa para afrontar lo que llamamos “una práctica matemática de calidad”. Eso significa que, tal y como afirman Jacobs et al. (2010), Mason (2002), Sherin et al. (2011) o Llinares y Valls (2010), tan importante es desarrollar conocimientos y destrezas para analizar la enseñanza de las matemáticas como la capacidad de desarrollar la competencia de “mirar con sentido” la realidad educativa que te rodea.

Alsina (2011) ya expresó esa carencia de formación al decir que, en nuestro país, existen muy pocas universidades que impartan asignaturas de matemáticas en el Grado de Maestro de Educación Infantil y, en las que lo hacen, el número de créditos representa un rango entre 2,5 % y el 3,75 % del total de créditos.

Esta realidad puede dar pie a errores conceptuales y prácticos dentro de la enseñanza matemática en las aulas de las primeras edades. No sería la primera vez que docentes defensores de las prácticas de manipulación libre, llevadas a cabo durante larga duración, se cuestionan el papel del docente dentro del aula, argumentando que el alumnado se encuentra en un espacio de investigación personal y cualquier intervención por parte del docente puede ser contraproducente para el proceso de enseñanza y aprendizaje matemático del alumnado.

Lo que es evidente es que cuando hablamos de enseñar matemáticas en las aulas de Educación Infantil, a menudo damos por hecho que la mayoría del profesorado es consciente de la amplitud de aspectos que se deben tener en cuenta en el momento de llevarla a cabo, y no siempre es así.

Aquellos que tenemos la oportunidad de compartir o escuchar conversaciones que surgen entre docentes en los pasillos de los centros escolares nos damos cuenta de que una cosa es la teoría y, otra muy distinta, lo que se lleva a cabo en la práctica.

2. DOCENTE, ANDAMIOS Y METODOLOGÍA: TRES ELEMENTOS CRUCIALES EN EL APRENDIZAJE MATEMÁTICO EN EDUCACIÓN INFANTIL

Para que una enseñanza matemática sea eficaz, el profesorado no sólo debe comprender las matemáticas que quiere enseñar, no sólo necesita conocer y hacer uso de material manipulativo, sino que debe comprender la magnitud de lo que significa enseñar esta área, independientemente de

la práctica matemática que se lleve a cabo. Por ello, a lo largo de este epígrafe, se va a analizar el papel que juega el docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje matemático, cómo ese aprendizaje se ve condicionado por la tipología de andamios que el docente ofrece a su alumnado y cómo esa tipología de andamios está ligada, en parte, por la metodología elegida.

Uno de los elementos claves para alcanzar la puesta en escena de una práctica matemática de calidad es conocerse a sí mismos, lo que implica, entre otras consideraciones, la de ser conscientes del lugar desde el que se actúa, el detectar los momentos de intervención y saber qué rol como docente necesito adquirir. El cuestionamiento de estos elementos les puede ayudar a modificar su práctica educativa en beneficio propio.

Font et al. (2010) consideran que para poder valorar la calidad educativa de una enseñanza matemática, no podemos centrarnos únicamente en uno de los elementos que intervienen en esa práctica como, por ejemplo, la metodología, sino que es necesario tener una visión mucho más amplia de ella analizando distintos criterios de idoneidad (sustentados bajo el enfoque ontosemiótico). Esos seis criterios son: 1) *Idoneidad Epistémica*, para analizar si las matemáticas que se están ofreciendo son buenas matemáticas; 2) la *Idoneidad Cognitiva*, para valorar si lo que se va a enseñar está a una distancia razonable a lo que sabe el alumnado y, después del proceso, si aquello aprendido está cerca de lo que se quería enseñar; 3) la *Idoneidad Interaccional*, para reflexionar y analizar si las interacciones aportadas resuelven dudas al alumnado y le ayudan a afrontar dificultades; 4) la *Idoneidad Mediacional*, para analizar los recursos materiales y temporales utilizados; 5) la *Idoneidad Emocional*, para analizar la implicación (intereses, motivaciones, etc.) del alumnado durante el proceso de aprendizaje matemático; y 6) la *Idoneidad Ecológica*, para valorar la adecuación del proceso de instrucción del proyecto educativo de centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional.

Con aportaciones de este tipo, se hace evidente que el éxito de cualquier práctica educativa matemática no se limita al material manipulativo o el método elegido para su enseñanza, sino en el cómo se utiliza, cómo se lleva a cabo y la relación que se establece entre los distintos participantes que intervienen en la dinámica, entre ellos, el docente. Pues, como afirma Brousseau (1988):

La intervención del profesor modifica las condiciones de funcionamiento del saber, condiciones que también forman parte de lo que el alumno debe aprender. El objeto final del aprendizaje es que el alumno pueda hacer funcionar el saber en situaciones en las que el profesor no está presente (p. 99).

Hace ya algún tiempo, Wood et al. (1976) introdujeron el término *scaffolding* para referirse a las interacciones de los adultos durante el proceso de aprendizaje del alumnado. Unas interacciones contempladas como las ayudas que el docente puede ofrecer a su alumnado durante su proceso de construcción de conocimiento. Un término que en la literatura hispana se denominan andamios.

Según Van de Pol et al. (2010), el andamio es aquel apoyo que el docente ofrece a su alumnado y que le permite conseguir hacer algo que antes no hubiera podido hacer por sí mismo. Es una mirada del andamio como estrategia y que implica una unión entre el andamio como instrumento y la intencionalidad que el adulto le da a ese andamio en el momento de ofrecerlo.

Lo que es importante tener en cuenta es que, como en cualquier ámbito de la educación, no hay nada estático. El ofrecimiento de andamios no nos asegura que estemos ofreciendo una docencia matemática de calidad, puesto que todo depende de que se ofrezcan los adecuados en cada situación y ajustados a las necesidades que existen. Los docentes deben ser conscientes de ello e intentar ofrecer el tipo y la cantidad de ayudas adecuadas a las necesidades de cada alumno/a, ya que es el primer paso para conseguir una mejora educativa en sus prácticas matemáticas (Crooks y Flockton, 2006).

Respecto a los métodos de enseñanza centrados en la actividad matemática que se lleva a cabo, Baroody y Coslick (1998) distinguen cuatro métodos distintos, sintetizados por De Castro (2007):

- Enfoque de destrezas. El alumnado adquiere los conocimientos y destrezas básicas mediante la repetición. Este enfoque parte de la idea de que las matemáticas son un conjunto de reglas, fórmulas y procedimientos. Se contempla a los alumnos y a las alumnas como seres vacíos incapaces de comprender la mayor parte de los conocimientos matemáticos. El aprendizaje se lleva a cabo a partir de la enseñanza directa de procedimientos, seguida de una gran cantidad de práctica. No se presta atención a la comprensión.

Maestros y maestras acercan al alumnado al conocimiento matemático a través de la práctica, pero alejado del contexto y con tareas con una alta carga simbólica (abstracta). Las actividades carecen de sentido y funcionalidad para niños y niñas.

- Enfoque conceptual. Se plantean tareas con el objetivo de aprender procedimientos con comprensión. Se contemplan las matemáticas como una red de conceptos y procedimientos. Se concibe al alumnado como individuos capaces de hacer matemáticas siempre y cuando se les enseñen los procedimientos. Se trata de un enfoque que tiene como objetivo conseguir que el alumnado aprenda reglas, fórmulas y procedimientos de un modo significativo y con comprensión. Los procedimientos se plantean mediante modelos concretos, utilizando dibujos o materiales manipulativos.
- Enfoque de resolución de problemas. Se trata de tareas que persiguen desarrollar en los niños y en las niñas su capacidad para resolver problemas. Las matemáticas se consideran una forma de pensar, un proceso de investigación. Se parte de la idea de que el alumnado tiene un pensamiento inmaduro pero lleno de curiosidad.
- Enfoque investigativo. Es una mezcla entre el conceptual y el de resolución de problemas. Se contempla el área de matemáticas como una red de conceptos y procedimientos y como un proceso de investigación. Se contempla al alumnado como individuos capaces de construir activamente sus conocimientos, un aprendizaje compartido con el maestro o la maestra a través de propuestas de actividades planificadas, aunque también a través de experiencias de investigación que aparecen durante el proceso de aprendizaje.

Durante los últimos años han ido surgiendo numerosas investigaciones, dejando constancia de la importancia del aprendizaje manipulativo y del papel que el docente adquiere en la puesta en escena de este tipo de actividades matemáticas. Un ejemplo de ello es el estudio que realizaron López y Alsina (2015) con 149 alumnos de Educación Infantil. En él, se analizaba cómo afecta al proceso de enseñanza y aprendizaje

matemático la tipología de docente que lo lidera y la tipología de metodología que se elige para llevarse a cabo.

Los resultados fueron abrumadores (ver Figura 1). Aquellas/os alumnas/os que habían aprendido las matemáticas mediante una metodología manipulativa libre habían adquirido la máxima puntuación; mientras que los que habían recibido su enseñanza matemática a través de una metodología manipulativa dirigida habían obtenido la peor puntuación quedando por debajo de aquellos que habían aprendido el área mediante el libro de cuaderno. López y Alsina (2015) atribuyeron los malos resultados obtenidos con la metodología manipulativa dirigida al desconocimiento o gestión inadecuada de los materiales por parte del docente, dejando entrever que, por encima de la metodología, se encuentra el papel que desempeña el docente dentro del aula.

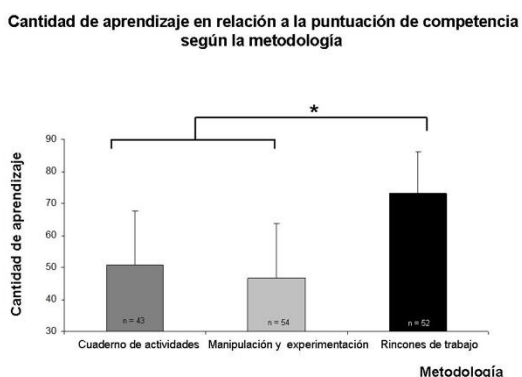


Figura 1. Cantidad de aprendizaje según la metodología usada. Fuente: López y Alsina (2015)

Siendo conscientes de la importancia del papel del docente en cualquier práctica matemática se hace evidente que un método, por más eficaz que pueda parecer a priori, siempre va a estar condicionado por el profesional que lo lidere: el docente que acompaña esa práctica matemática con sus intervenciones e interacciones con su alumnado. Así mismo lo afirman Hawera y Taylor (2010) al decir que solamente aquellos que han recibido un acompañamiento adecuado tienen más facilidad para encontrar una variedad de estrategias que permitan solucionar un mismo problema, dándoles más probabilidades de llegar a resolverlo.

3. EJEMPLOS DE PROPUESTAS MATEMÁTICAS PARA UNA ENSEÑANZA BASADA EN EL APRENDIZAJE LIBRE

En este apartado se aportan diversas propuestas matemáticas para alumnos/as de Educación Infantil de segundo ciclo. Son dinámicas muy diversas entre ellas (algunas manipulativas y otras de carácter más abstracto), pero que persiguen un mismo fin: Ofrecer una enseñanza matemática vivencial basada en el aprendizaje libre.

En estas dinámicas existe una correlación entre la adquisición de conocimiento y el aprendizaje matemático, el desarrollo del área de matemáticas y el desarrollo interno del individuo, y entre la adquisición de herramientas y el desarrollo del propio usuario (tanto alumno/a como maestro/a).

Todas ellas se centran en cuatro principios claves:

- a) *El aprendizaje mediante el juego.* A través de él, el alumnado aprende cómo resolver problemas y afrontar situaciones de éxito y fracaso. Como decían Maya y Pérez (2022, p.79):

Afrontar el juego, en el aprendizaje matemático, conlleva que el alumno se inicie en el trabajo sin saber qué está aprendiendo. Generalmente, en el juego, el alumno modifica su actitud ante la dinámica y, al ver que falla, inmediatamente busca otra alternativa para poder afrontar la situación.

- b) *El alumnado es el principal protagonista.* Se trata de propuestas matemáticas donde el individuo toma sus propias decisiones en su camino de aprendizaje. El docente deja de ser el que dirige la sesión para convertirse en el acompañante de dicho camino. Tal y como afirman Maya y Pérez (2022):

La toma de decisiones suele ir de la mano del docente, ya que, si el alumno muestra inseguridad a la hora de actuar ante un juego, el profesor ayuda a esta toma de decisiones según las posibilidades de cada alumno (p. 79).

- c) *Crecimiento personal.* Se trata de propuestas que conciben el aprendizaje matemático como aquel que va de la mano del crecimiento personal del individuo. Cuando el alumnado empieza a tomar decisiones personales ante los problemas matemáticos o

propuestas de investigación es cuando su crecimiento matemático mejora.

- d) *Sesiones democráticas*. Las distintas dinámicas se basan en lo que Vanegas et al. (2019) definen como sesiones democráticas, pues todas ellas propician: a) el desarrollo de un currículo basado en la resolución de problemas, b) la cultura de la inclusión y los derechos, c) la participación igualitaria en la toma de decisiones, y d) la generación de oportunidades y estímulos para que todos aprendan las matemáticas de forma exitosa.

Se presentan a continuación esos ejemplos de propuestas matemáticas.

3. 1 Trabajo matemático experimental: Instalaciones

Se trata de una instalación artística matemática basada en los criterios que caracteriza el enfoque de Resolución de Problemas (De Castro, 2007). Abad y Ruiz de Velasco (2014) definen las instalaciones artísticas como aquellos espacios de aprendizaje donde surge un encuentro entre la propuesta estética del arte contemporáneo y una fundamentación pedagógica inspirada en la práctica psicomotriz. Para que una instalación pueda ser considerada de calidad, debe presentar las siguientes características: a) los objetos deben presentarse de forma organizada para que el alumnado tenga un orden inicial como referencia; b) deben ofrecerse los objetos justos, no estructurados y con una cierta cantidad para que puedan ser utilizados por varios niños; c) los objetos deben ser elegidos por sus características y por las posibilidades que puedan ofrecer haciendo posible distintas operaciones; y d) las reglas del juego deben surgir de forma espontánea mientras que, a su vez, van reajustándose.

A través de este tipo de dinámicas, el alumnado disfruta de una vivencia matemática experimental donde el objetivo principal docente que se plantea es que el alumnado investigue a través de la observación y experimentación la forma o cuerpo geométrico que presentan los materiales (ver Figura 2). Para ello se crea un escenario de aprendizaje experimental caracterizado por: a) ser un escenario de constante equilibrio entre la luz y la sombra proporcionando un espacio de calma; b) ser un escenario que presente la suficiente variedad de elementos geométricos para que despierte en el individuo las ganas y la inquietud de identificar y reconocer su forma o cuerpo; c) ser un escenario donde todos los elementos

que lo constituyen están colocados de forma estratégica para atraer la atención del alumnado y darle ideas de investigación previas.



Figura 2. Un ejemplo de trabajo matemático experimental en una instalación

La sesión puede perseguir distintos objetivos como el de introducir, complementar o finalizar saberes básicos matemáticos trabajados previamente en el aula, pero, en cualquier caso, siempre con una duración máxima de unos 45 minutos, aproximadamente, donde se desarrollan tres fases:

- a) Fase previa. El docente presenta la sesión como una aventura al mundo de la geometría donde van a poder experimentar, observar y analizar los elementos que van a encontrar mediante el propio juego. La única indicación que se les da es que recuerden que, posteriormente a la sesión, les vamos a pedir que describan las forma o cuerpos geométricos de los elementos y que características presentan.
- b) Fase en contexto. El alumnado entra en contacto con los elementos de la instalación. Tiene libertad para manipular cualquier objeto que se encuentre en ella, pero siempre respetando los espacios y el ambiente de calma y de concentración que envuelve la sala.
- c) Fase posterior. El docente genera un espacio de conversación grupal con el alumnado para analizar entre todos la forma y cuerpo geométrico que presentaban los materiales que han manipulado

durante la sesión experimental. Para ello, se muestran fotografías mediante la tecnología digital que presenten la captura de momentos de trabajo e investigación que haya vivido el alumnado y que, no sólo nos permita hacerle participe de sus logros, sino también que nos ayuden a recordar el elemento, pudiendo hablar sobre las características que presenta (por ejemplo, clasificación por color, forma o cuerpo geométrico, números, etc.)

Un ejemplo de dinámica de este tipo podría ser la creación de una instalación inspirada en las obras del pintor Kandinsky, en concreto la que lleva por título: “Algunos círculos” y, a su vez, esta misma obra le está permitiendo acercar al alumnado al concepto del círculo, su posición (delante, detrás, arriba y abajo, etc.) y medidas (grande y pequeño). A través de esta instalación el niño o la niña tiene la oportunidad de introducirse dentro de esa obra artística de forma vivencial, ya que toda la instalación creada dentro del aula está relacionada con círculos de todos los colores, colocados en distintas posiciones y medidas para acercar al alumnado a distintos conceptos matemáticos durante los 45 minutos que dura la sesión.

3. 2 Trabajo matemático manipulativo: rincones

Esta es una tipología de trabajo matemático fundamentado bajo los criterios del “enfoque investigativo” (De Castro, 2007). López (2020) define el trabajo por rincones como una metodología basada en la investigación mediante la manipulación de materiales. Se trata de sesiones donde se realiza un trabajo interdisciplinar entre las matemáticas y el resto de las áreas. El alumnado no sólo decide el material con el que trabajar e investigar sino también el tiempo que necesita para hacerlo. El docente se convierte en un acompañante del proceso y simplemente interviene para animar al individuo a elegir materiales que le supongan un esfuerzo personal, o bien cuando el alumnado se encuentra bloqueado ante un reto matemático. Según la autora, llevar a cabo esta metodología requiere algo más que establecer un tipo de organización o hacer uso de variedad de materiales. Exige tener en cuenta distintos aspectos: a) el docente tiene que ofrecer distintas opciones de trabajo para desarrollar cada bloque matemático; b) debe ofrecer variedad de materiales que permitan dar respuesta a las necesidades de cada niño o niña; y c) establecer un espacio de reflexión, tanto al inicio como al finalizar la sesión; d) el docente debe

ofrecer a su alumnado un acompañamiento con andamios de calidad; e) llevar a cabo el número suficiente de sesiones a lo largo de la semana para que el alumnado coja sentido y autonomía a la dinámica de las prácticas; f) llevar a cabo las sesiones con un máximo de 12 niños; g) contemplar a cada individuo como único en el mundo; y h) basar la experiencia en un escenario de aprendizaje libre donde el alumnado pueda elegir con qué material investigar, cómo hacerlo y durante cuánto tiempo.



Figura 3. Un ejemplo de trabajo matemático manipulativo en rincones

Por tanto, en este caso el trabajo matemático por rincones no consiste en que el alumnado se quede de manera permanente en un mismo rincón durante toda la sesión de trabajo sino que se les ofrezca diversidad de trabajo con materiales por toda el aula y se les permita realizar distintas tareas matemáticas durante el tiempo que dure la sesión. La idea es que el alumnado tenga la posibilidad de elegir con qué material va a trabajar y darles el espacio que necesite cada uno/a para resolver la tarea llegando a sus propias conclusiones.

3. 3 Trabajo matemático abstracto: aprendizaje cooperativo

Entendemos este tipo de trabajo como aquellas propuestas matemáticas cooperativas de carácter abstracto basadas en los parámetros del “enfoque de habilidades y conceptual” (De Castro, 2007). El alumnado va superando pruebas y consiguiendo nuevas pistas mediante el mapa que les aporta el juego. El objetivo que se persigue no es solamente repetir y memorizar estrategias para resolver la tarea matemática sino también desarrollar la capacidad de trabajar en equipo facilitando la ayuda entre iguales.

Por ejemplo, si ese curso se ha llevado a cabo un trabajo relacionado con el mundo de los piratas, el docente puede plantear una “búsqueda de tesoros” por todo el centro mediante pequeños grupos de trabajo cooperativo. Para poder obtener las distintas piezas del rompecabezas que les permita descubrir la ubicación del tesoro, el grupo, de forma cooperativa, debe resolver diferentes tareas matemáticas sobre papel para ir consiguiendo las distintas pistas y llegar así hasta donde esté el tesoro.



Figura 4. Un ejemplo de trabajo matemático abstracto con aprendizaje cooperativo

González (2004) señala que cuando al alumnado trabaja en forma cooperativa en la resolución de problemas matemáticos, se involucran en las siguientes fases: familiarización, evaluación de planes, ejecución y revisión.

4. CONSIDERACIONES FINALES

A lo largo de este artículo se ha dejado constancia de la importancia que tiene el papel del docente en la puesta en escena de cualquier práctica educativa matemática. Sin duda existen métodos más propensos a crear climas de aprendizaje libre donde el alumnado consiga llegar a sus propias conclusiones. Un ejemplo de ello son propuestas como las que se presentan en este artículo que, aun siendo tan distintas, comparten aspectos en común (el juego, la posibilidad de tomar decisiones, la libertad para decidir cómo aprender, etc.). Aun así, lo que no podemos olvidar es que ese aprendizaje

vendrá condicionado, no sólo por el método y los materiales que ofrezca, sino por el acompañamiento que reciban del adulto que esté con ellos. Como decía Stevens (2003):

En verdad todo depende, en esas cosas, del hombre, y poco o nada del método. El método es ciertamente sólo el camino y la dirección que uno toma, mediante lo cual el cómo de su obrar es la fiel expresión de su ser. Si esto no es así, el método no es más que una afectación, algo artificial aprendido como un agregado, sin raíces ni savia, sirviendo al objetivo ilegal del autoencubrimiento, un medio de ilusionarse sobre sí mismo y escapar a la ley quizás implacable del propio ser (p. 13)

De ahí que sea tan importante que los formadores de docentes seamos conscientes de que nuestro objetivo como profesionales es acercar al profesorado no únicamente hacia una metodología manipulativa y experimental que, a priori, sea idónea para el aprendizaje matemático de nuestro alumnado, sino también desarrollar en ellos su capacidad de reflexión y análisis de lo que ven, tanto externo como interno. Debemos esforzarnos para que nuestras formaciones abarquen no sólo la parte instrumental de la docencia, sino también el desarrollo del usuario que invite al docente a cuestionarse como profesional, a realizarse preguntas sobre su forma de actuar dentro y fuera del aula y a comprenderse mejor a sí mismo para tener opciones de mejora. Como afirman distintos autores (Jacobs et al, 2010; Mason, 2002; Sherin et al., 2011), es importante formar a los docentes para que sean capaces de observar las situaciones de aprendizaje matemático desde tres ámbitos diferentes: a) identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza, b) usar el conocimiento sobre el contexto y c) conectar los sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales pero a la vez profundos. Ese debería ser uno de los objetivos que deberían plantearse todos los centros educativos: invertir un mayor porcentaje de tiempo a un tipo de formación no tanto instrumental (metodologías, materiales, etc.), sino de carácter interno que ayude al docente a cuestionarse su forma de enseñar y vivir ese proceso de enseñanza y aprendizaje matemático del alumnado. Solo así, desde una mirada más reflexiva y cuestionadora de lo que hacemos y cómo lo hacemos podremos conseguir ofrecer una mayor calidad educativa.

Cierto es que vivir un camino de crecimiento personal como maestra no es un camino fácil, pero ¿y cuándo lo es? Quizá ese deba ser nuestro reto como formadores: conseguir que los docentes vivan un

cuestionamiento interno, que los anime a buscar sus propias respuestas para conseguir un cambio en su forma de desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Pues como decían Godino et al. (2009):

Las normas (reglas, hábitos, costumbres, convenciones, etc.) rara vez se cuestionan, lo que condiciona seriamente las iniciativas orientadas a la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin cambiar las reglas, no es posible modificar los procesos gobernados por dichas reglas (p. 59).

BIBLIOGRAFÍA

- Abad, J. y Ruiz de Velasco, Á. (2014). Contexto de simbolización y juego. La propuesta de las instalaciones. *Aula de Infantil*, 77, 11-15.
- Alcoser, R., Moreno, B. y León, M. (2019). La educación emocional y su incidencia en el aprendizaje de la convivencia en inicial 2. *Revista Ciencia UNEMI*, 12(31), 102-115. <https://doi.org/10.29076/issn.2528-7737vol12iss31.2019pp102-115p>
- Alsina, À. (2011). *Aprendre a usar les matemàtiques. Els processos matemàtics: propostes didàctiques per a l'Educació Infantil*. Eumo.
- Alsina, À. (2015). *Matemáticas intuitivas e informales de 0 a 3 años. Elementos para empezar bien*. Narcea.
- Alsina, À. (2019). La educación matemática infantil en España: ¿qué falta por hacer? *Números: revista didáctica de las matemáticas*, 100, 187-192.
- Baroody, A. J. y Coslick, R.T. (1998). *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*. Routledge.
- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336

- Crooks, T. y Flockton, L. (2006). *Assessment results for students in Maori medium schools 2005 (National Education Monitoring Project Report 38)*. Ministry of Education of New Zealand.
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 1, 59-77.
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.
- García, J. E. (2012). Educación matemática y competencia lingüística. *Aula de Innovación Educativa*, 209, 29-36.
- Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M. y De Castro, C. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(1), 59-76.
- González, F. (2004). *Cómo desarrollar clases de matemática centrada en resolución de problemas*. EDUCERE.
- Hāwera, N. y Taylor, M. (2010). Māori students' views on equipment. En N. Hāwera y M. Taylor (Eds.), *Findings from the New Zealand Numeracy Development Projects* (p. 88–99). Ministry of Education of New Zealand.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. C. y Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>
- Llinares, S. (2007). *Formación de profesores de matemáticas. Desarrollando entornos de aprendizaje para relacionar la formación inicial y el desarrollo profesional*. Conferencia invitada en la XIII Jornadas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas – JAEM. Granada.

- Llinares, S. y Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 177–196. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9133-0>
- López, M. (2015). *La influencia del método d'ensenyament i de les bastides en l'aprenentatge de les matemàtiques a l'Educació Infantil*. Tesis doctoral no publicada. Universitat de Girona.
- López, M. (2020). *Acompañar educando: Orientaciones para la enseñanza desde un aprendizaje libre*. Aljibe.
- López, M. y Alsina, Á. (2015). La influencia del método de enseñanza en la adquisición de conocimientos matemáticos en Educación Infantil. *Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 1-10. <https://doi.org/10.24197/edmain.1.2015.1-10>
- Lorenzato, S. (2015). *Para aprender matemáticas*. Autores Asociados.
- Mason, J. H. (2002). *Mathematics Teaching Practice: Guide for University and College Lecturers*. Woodhead Publishing.
- Maya, L. y Pérez, V. (2022). Numerales en infantil. Ideas docentes sobre las representaciones numéricas. *Números: Revista de Didácticas de las Matemáticas*, 110, 77-90.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 637-647. <https://doi.org/10.2307/749576>
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, MECD (2012). *TEDS-M Informe español. Estudio internacional sobre la formación inicial en matemáticas de los maestros*. Autor.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Autor. Traducción de M. Fernández: Principios y Estándares para la Educación Matemática. SAEM Thales.

- Sherin, M. G., Jacobs, V. R. y Philipp, R. A. (Eds.). (2011). *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*. Routledge.
- Stevens, J. O. (2003). *El darse cuenta. Sentir, imaginar y vivenciar*. Cuatro Vientos.
- Van de Pol, J., Volman, M. y Beishuizen, J. (2010). Scaffolding in teacher-Student Interaction: A Decade of Research. *Educational Psychology Review*, 22(3), 271-296. <https://doi.org/10.1007/s10648-010-9127-6>
- Vanegas, Y., D'Ambrosio, U. y Rodríguez, J. G. (2019). Discurso docente y prácticas matemáticas democráticas en la clase de matemáticas. *REDIMAT*, 8(2), 139-165. <https://doi.org/10.17583/redimat.2019.3112>
- Wood, D. J., Bruner, J. S. y Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *The Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 17(2), 89-100. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x>