



FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TRABAJO FIN DE GRADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

**INTEGRANDO LAS MATEMÁTICAS EN
CONTEXTOS DE SOSTENIBILIDAD: APRENDIZAJE
DEL RAZONAMIENTO ESPACIAL FUERA DEL AULA**

PROPUESTA DIDÁCTICA PARA SEGUNDO DE PRIMARIA



Autor: Pablo Ángel Páez Hospital

Tutora: María Astrid Cuida Gómez

Palencia, junio de 2023

Pablo Ángel Páez Hospital
Trabajo Fin de Grado

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en este documento hacen referencia a personas se efectúan en género masculino, cuando no hayan sido sustituidos por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino.

TFG Educación Primaria 2024

RESUMEN

El presente trabajo de fin de grado se centra en el desarrollo de la educación matemática y en particular, en el razonamiento espacial. Se ha puesto en práctica en un aula de 2º de primaria en el colegio rural agrupado (C.R.A. "Campos de Castilla") en la localidad de Grijota con un total de 19 alumnos.

Se ha diseñado una unidad didáctica que busca fomentar la orientación, manipulación y aprendizaje fuera del aula, mediante tareas que se han estructurado de manera coherente con los conceptos y procesos matemáticos recomendados por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2000). La unidad didáctica tiene en cuenta la educación para el desarrollo sostenible, promoviendo la conciencia ambiental y la utilización de recursos de manera responsable. A través de actividades prácticas y lúdicas, los alumnos explorarán conceptos matemáticos propios de la geometría, mientras desarrollan habilidades de razonamiento espacial y aprenden a aplicarlas en situaciones cotidianas. Este enfoque pedagógico pretende estimular el pensamiento crítico y la resolución de problemas, así como fomentar una conexión más profunda entre el aprendizaje matemático y el entorno natural y social de los alumnos.

PALABRAS CLAVE: Razonamiento espacial, Educación Matemática, Educación para el Desarrollo Sostenible, educación fuera del aula

Pablo Ángel Páez Hospital

ABSTRACT

This final degree project focuses on the development of mathematical education and on spatial reasoning. It has been put into practice in a 2nd grade classroom at the Grouped Rural School (C.R.A. "Campos de Castilla) in the town of Grijota with a total of 19 students.

A teaching unit has been designed that seeks to promote guidance, manipulation and learning outside the classroom, through tasks that have been structured in a manner consistent with the mathematical concepts and processes recommended by the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). The teaching unit considers education for sustainable development, promoting environmental awareness and the responsible use of resources. Through practical and playful activities, students will explore mathematical concepts specific to geometry, while developing spatial reasoning skills and learning to apply them in everyday situations. This pedagogical approach aims to stimulate critical thinking and problem solving, as well as foster a deeper connection between mathematical learning and students' natural and social environment.

KEYWORDS: Spatial reasoning, Mathematical Education, Education for the sustainable development, Learning outdoors

TFG Educación Primaria 2024

GLOSARIO DE ABREVIATURAS

EDS: Educación para el Desarrollo Sostenible

NCTM: Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas

OCDE: Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico

EMR: Educación Matemática Realista

C.R.A: Colegio Rural Agrupado

ÍNDICE

RESUMEN	ii
ABSTRACT	iii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. JUSTIFICACIÓN Y RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO.....	2
2.1. Justificación.....	2
2.2. Relación con las competencias del título	4
3. OBJETIVOS DEL TRABAJO FIN DE GRADO	7
4. MARCO TEÓRICO.....	8
4.1. Aprendizaje de las matemáticas y razonamiento espacial.....	9
4.1.1. Razonamiento espacial.....	9
4.1.2. El razonamiento espacial en el aprendizaje de las matemáticas.....	10
4.1.3. Desarrollo del razonamiento espacial en edades tempranas	11
5. EDUCACIÓN PARA EL DESARROLLO SOSTENIBLE	13
5.1. ¿Qué es?	13
5.2. Relación de la Educación para el Desarrollo Sostenible con las matemáticas.	13
5.3. Relación según el marco legislativo.	14
5.4. Relación según la literatura estudiada	14
6. METODOLOGÍA	15
7. DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA	17
7.1. Contextualización.....	17
7.2. Objetivos.....	17
7.2.1. Objetivos de la etapa	17
7.2.2. Objetivos de la unidad didáctica.....	18
7.3. Unidad didáctica y currículo	18
7.4. Competencias clave.....	20
7.5. Metodología y recursos didácticos	21
7.5.1. Metodología	21
7.5.2. Desarrollo de las sesiones	22
7.5.3. Criterios de evaluación.....	29
7.5.4. Temporalización.....	30
7.5.5. Evaluación.....	31
8. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN.....	32

TFG Educación Primaria 2024

9. ANÁLISIS DAFO.....	33
10. CONCLUSIONES.....	34
11. REFERENCIAS.....	37
12. ANEXOS.....	39
12.1. Producciones del desarrollo del TFG de algunos estudiantes	39
12.2. Producciones finales del proceso y finalización de la maquetas	41

Pablo Ángel Páez Hospital

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Características de las figuras.....	28
Tabla 2 Competencias específicas y criterios de evaluación.....	29
Tabla 3 Rúbrica para la heteroevaluación.....	31
Tabla 4 Rúbrica para la autoevaluación.....	32

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Alumnos uniendo cinco cuadrados para formar pentominós	22
Figura 2 Figuras para que indaguen si son iguales o no	23
Figura 3 Copiando la composición de la imagen central.....	24
Figura 4 Alumnos practicando simetría con “Geogebra”	24
Figura 5 Alumnos representando con cuerdas triángulos simétricos	25
Figura 6 Representando cubos y pirámides con plastilina y palillos.....	25
Figura 7 Figuras con policubos para que formen distintas configuraciones.....	26
Figura 8 Desarrollo de un prisma con “Geogebra”	27
Figura 9 Proceso de realización de la maqueta	28
Figura 10 Alumna haciendo un pentominó con cuadrados	39
Figura 11 Alumnos señalando una circunferencia en la calle	39
Figura 12 Alumna trabajando la memoria.....	39
Figura 13 Realizando figuras geométricas con materiales del entorno.....	40
Figura 14 Alumnos haciendo un cuadrado con una cuerda	40
Figura 15 Una figura con policubos.....	40
Figura 16 Alumnos representando con cuerdas dos cuadrados simétricos	40
Figura 17 Un grupo dibujando un boceto de la maqueta	41
Figura 18 Alumno pintando un edificio de la maqueta.....	41
Figura 19 Primeros pasos en la realización de la maqueta	41
Figura 20 Maqueta con edificios y estatuas utilizando materiales reciclados	42
Figura 21 Otra maqueta con prismas, cilindros representando edificios	42
Figura 22 Parte de una maqueta donde se ve una alusión a los ODS.....	42

1. INTRODUCCIÓN

El razonamiento espacial es un contenido que se aborda al finalizar cada nivel de primaria. Generalmente, se trabaja a través de libros de texto y, en el mejor de los casos, con una caja de formas geométricas, sin que los estudiantes comprendan realmente el propósito o el contexto de estos ejercicios. Sin embargo, no se trata solo de identificar formas; el objetivo es que los alumnos desarrollen habilidades como el razonamiento visual y espacial. Todo esto contribuye a mejorar su capacidad para resolver problemas.

Este razonamiento espacial está vinculado competencialmente al campo STEM. Hay algunos autores que opinan que visualización, razonamiento visoespacial y razonamiento espacial se pueden utilizar de manera intercambiable (Wai, Lubinski, & Benbow, 2009). Sin embargo, otros sostienen que no deben mezclarse (Newcombe, 2012; Uttal et al., 2013).

Este proyecto se basa en el trabajo de Tahta (1989), quien propone tres habilidades esenciales para el trabajo con el espacio: imaginar, construir y representar. Primero, se debe interpretar lo que se ha descrito; luego, comprender lo que se dibuja o expresar lo que se observa; y finalmente, dibujar lo que se ve. Este enfoque es particularmente adecuado para alumnos de 7 y 8 años (2º de primaria), ya que es una etapa ideal para desarrollar estas habilidades. Conectar estos procesos con el nivel de desempeño de los estudiantes justifica su inclusión, ya que facilita un aprendizaje más integral y efectivo en esta etapa educativa.

Desde un punto de vista pedagógico, el razonamiento espacial se fundamenta en dos aspectos clave. Primero, los niños llegan a la escuela con un vasto repertorio de conocimientos espaciales informales que pueden y deben ser desarrollados. Segundo, el razonamiento espacial se apoya en la comprensión matemática y en la capacidad de resolución de problemas.

Estos aspectos vienen recogidos en las competencias que deben adquirir unos futuros maestros de alumnos entre 6 y 12 años. Con respecto a las matemáticas y al nuestro TFG (ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre):

TFG Educación Primaria 2024

1. Competencias matemáticas básicas, entre ellas (geometría y representaciones espaciales).
2. Analizar, razonar y comunicar propuestas matemáticas.
3. Plantear y resolver problemas vinculados con la vida cotidiana.
4. Desarrollar y evaluar contenidos del currículo mediante recursos didácticos apropiados y promover las competencias correspondientes en los estudiantes.

El razonamiento espacial se refiere a una serie de explicaciones sobre el por qué, cuándo y cómo de ciertos conceptos. Por lo tanto, es fundamental primero comprender las formas no verbales en las que el razonamiento espacial puede (y debería) manifestarse, como a través de gestos, diagramas e imágenes mentales. Además, es necesario valorar y fomentar estas formas de razonamiento en el aula.

2. JUSTIFICACIÓN Y RELACIÓN CON LAS COMPETENCIAS DEL TÍTULO

Desde un punto de vista práctico, se explicará cómo se relacionan los aprendizajes sobre el razonamiento espacial, el aprendizaje fuera del aula y la Educación para el Desarrollo Sostenible.

2.1. Justificación.

Hay investigaciones que sugieren que las habilidades de razonamiento espacial juegan un papel importante a la hora de predecir qué alumnos disfrutan y tienen éxito en la disciplina STEM y las artes (Newcombe, 2010. Diefes – Dux, Whittenberg, & Mckee, 2013). Los temas dentro del razonamiento espacial son: simetría, rotación mental y congruencia con transformaciones físicas.

La enseñanza de la simetría en estas edades implica la identificación visual que abarca habilidades intrínsecas y estáticas. Los alumnos también participan en el razonamiento intrínseco-dinámico y extrínseco-dinámico. Por ejemplo, al mostrar una imagen a los niños, la habilidad estática se manifiesta al observar si el dibujo tiene simetría. El razonamiento intrínseco-dinámico implica analizar si el dibujo se refleja en un eje y entender por qué eso lo hace simétrico. Finalmente, el razonamiento extrínseco-dinámico se pone en práctica cuando se les pide a los niños

Pablo Ángel Páez Hospital

que creen sus propios dibujos simétricos, lo que les obliga a aplicar activamente su comprensión de la simetría en un nuevo contexto.

De este modo, los alumnos comienzan a reconocer si los objetos que observan en la calle o en casa (edificios, columpios, estanterías, balones, libros, carreteras, etc.) presentan o no simetría. (Relacionar esto con el impacto en el aprendizaje /aporte supone estos en el alumnado/sociedad).

Las investigaciones muestran que las personas que se desempeñan bien en medidas de rotación mental también tienden a desempeñarse bien en una variedad de tareas matemáticas, incluidas aritmética, álgebra, cálculo, geometría y problemas planteados. Por esta razón, es imprescindible trabajar la rotación mental en los alumnos para que por una parte motivarles y conseguir que las matemáticas, que suelen ser un área que no suele gustar al alumnado, les acabe por gustar. Por otra parte, conseguimos trabajar no sólo en una parte de las matemáticas, sino en el resto de las disciplinas de estas. Algunos ejemplos que muestran esto son los siguientes:

1. Al hacer un puzle los niños tienen que rotar mentalmente las piezas para ver si encajan (sería un problema visual).
2. Leyendo un mapa al intentar encontrar un lugar, necesitan rotar el mapa mentalmente para alinear la dirección en la que están mirando con la dirección del mapa (orientación espacial).
3. Al dibujar formas geométricas como cuadrados o triángulos, mostrándoles cómo rotar mentalmente la forma en su mente puede ayudarles a visualizar diferentes ángulos y lados de la forma.
4. Al resolver problemas de sumas y restas, se les pide que lo resuelvan mentalmente. Luego decirles si pueden encontrar formas más fáciles de resolver los problemas al rotar mentalmente los números o agruparlos de manera diferente.

La relación entre las habilidades de rotación mental y el desempeño matemático está vinculada al papel de la imaginación. Se considera que la rotación mental asume un lugar importante en los planes de estudio de matemáticas en los primeros años Shepard and Metzler (1971).

TFG Educación Primaria 2024

También es importante dinamizar la enseñanza mediante metodologías que se ajusten a las realidades actuales, como la metodología fuera del aula. Aprovechando el entorno escolar, los alumnos pueden experimentar con materiales cercanos a ellos y ver el aprendizaje teórico de una manera más significativa.

En nuestro colegio se desarrolla un proyecto llamado "Escuelas Vivas," en el cual se realizan aprendizajes fuera del aula que complementan la teoría vista en clase. Este proyecto me motivó a realizar mi Trabajo de Fin de Grado (TFG) y a poner en práctica mis conocimientos. Hace algunos años, completé un curso sobre aprendizaje fuera del aula en Escocia, donde adquirí valiosas enseñanzas que he aplicado en los últimos años, especialmente en este proyecto.

2.2. Relación con las competencias del título.

Las competencias que se desarrollan a lo largo del trabajo y que están implícitas en el grado de educación primaria, se presentan, teniendo en cuenta la memoria del Plan de Estudios del Grado de Maestro en Educación Primaria de la UVA, Versión 4 (23/03/2010) y la ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, que regula el Título de Maestro en Educación Primaria.

Con respecto a las competencias generales, en el proceso de elaboración del TFG y de la Unidad Didáctica, se evidencia una ampliación del cuerpo de conocimientos didácticos en torno a los procedimientos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en general y, de conceptos propios de la geometría en particular. Por otra parte, se ha diseñado y planificado una secuencia de aprendizaje con la que se pretenden, además, evaluar procesos de enseñanza aprendizaje del razonamiento espacial tanto de forma individual como de forma colaborativa con algunos de los docentes que participan en el proyecto de sostenibilidad que se lleva a cabo en el colegio.

Este trabajo Este trabajo me ha servido para desarrollar las siguientes competencias:

- Ser capaz de elaborar y defender argumentos y resolución de problemas dentro del área de matemáticas. Esto es:
 - Reconocer, planificar, llevar a cabo y valorar buenas prácticas de enseñanza-aprendizaje.

Pablo Ángel Páez Hospital

- Analizar críticamente y argumentar las decisiones que justifican la toma de decisiones en contextos educativos.
- Coordinarse y cooperar con otras personas de diferentes áreas de estudio, con el fin de crear una cultura de trabajo interdisciplinar partiendo de objetivos centrados en el aprendizaje.

Todo lo anterior, ya que al elaborar una práctica y planificar una salida para que los niños tengan la oportunidad de ver lo que se ha trabajado, responde a una buena decisión de trabajo sobre todo cuando los alumnos se dan cuenta de diversas cuestiones que se les han hablado en clase.

Por otra parte, ha existido una buena relación con los compañeros de ciclo a la hora de realizar las salidas.

- Tener la capacidad de reunir e interpretar datos matemáticos esenciales para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas sociales, científicos o éticos, como la sostenibilidad en mi caso. Es decir:
 - Interpretar datos derivados de las observaciones en contextos educativos para juzgar su relevancia en una adecuada praxis educativa.
 - Reflexionar sobre el sentido y la finalidad de la praxis educativa (qué estoy haciendo, para qué lo estoy haciendo, cómo lo estoy haciendo, cuándo lo estoy haciendo y por qué lo hago).
 - Utilizar procedimientos eficaces de búsqueda de información, tanto en fuentes de información primarias como secundarias, incluyendo el uso de recursos informáticos para búsquedas en línea.

En el ámbito profesional del autor, quien se desempeña como profesor de Lengua Extranjera (inglés), la idea de enseñar orientación espacial en clase tiene como propósito que los estudiantes comprendan cómo situar figuras (como flechas, círculos, rectángulos y triángulos) en un espacio cercano. El objetivo es que sean capaces de orientarse, reconocer la ubicación de los objetos y entender que estos pueden verse desde diferentes posiciones según el punto de vista.

- Transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado. Es decir:

TFG Educación Primaria 2024

- Habilidades de comunicación oral y escrita en el nivel C1 en Lengua Castellana, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.
- Habilidades de comunicación oral y escrita, según el nivel B1, en inglés, de acuerdo con el Marco Común Europeo de Referencia para las Lenguas.
- Habilidades de comunicación a través de Internet y, en general, utilización de herramientas multimedia para la comunicación a distancia.

Aquí, se observa que al transmitir información a alumnos de 2º de primaria, se utiliza un lenguaje diferente al que se emplearía para comunicarse con alumnos de 5º de primaria.

- Desarrollar habilidades de aprendizaje necesarios para emprender estudios posteriores con alto grado de autonomía. Esto implica el desarrollo de:
 - La capacidad de actualización de los conocimientos en el ámbito socioeducativo.
 - La adquisición de estrategias y técnicas de aprendizaje autónomo, así como de la formación en la disposición para el aprendizaje continuo a lo largo de la vida.
 - El conocimiento, comprensión y dominio de metodologías y estrategias de autoaprendizaje.
 - La capacidad para iniciarse en actividades de investigación.
 - El fomento del espíritu de iniciativa y de una actitud de innovación y creatividad en el ejercicio de la profesión del autor.

Este trabajo ha demostrado que, en un futuro cercano, se podrán realizar aprendizajes utilizando diferentes técnicas, así como estrategias de autoaprendizaje e investigación.

- Desarrollar un compromiso ético en la configuración como profesional, compromiso de potenciar la idea de educación integral, con actitudes críticas y responsables; garantizando la igualdad efectiva de mujeres y hombres, la igualdad de oportunidades, la accesibilidad universal de las personas con

Pablo Ángel Páez Hospital

discapacidad y los valores propios de este compromiso. Destaco en relación con el trabajo:

- Conocimiento de la realidad intercultural y el desarrollo de actitudes de respeto, tolerancia y solidaridad hacia los diferentes grupos sociales y culturales.
- El conocimiento de medidas que garanticen y hagan efectivo el derecho a la igualdad de oportunidades de las personas con discapacidad.
- El desarrollo de la capacidad de analizar críticamente y reflexionar sobre la necesidad de eliminar toda forma de discriminación, directa o indirecta, en particular la discriminación racial, la discriminación contra la mujer, la derivada de la orientación sexual o la causada por una discapacidad.

Aquí el autor se dio cuenta de que al realizar una actividad para analizar qué edificios de la localidad del colegio presentaban infraestructuras adaptadas a las personas con discapacidad, los alumnos se percataron, por una parte, de que había algunas tiendas para las que el acceso de las personas con sillas de ruedas era muy difícil y, por otra parte, de que esos servicios deberían estar adaptados a cualquier persona, independientemente de su discapacidad.

3. OBJETIVOS DEL TRABAJO FIN DE GRADO

El objetivo primordial de este trabajo es diseñar actividades propias del razonamiento espacial en un contexto de aprendizaje fuera del aula, e implementarlas en el marco de la Educación para el Desarrollo Sostenible 2030. En este caso en particular, las tareas se han estructurado de manera coherente con los conceptos y procesos matemáticos propios del currículo de Segundo de Primaria.

Como objetivos secundarios se han planteado los siguientes:

- Estudiar los diferentes elementos del área de Matemáticas que aparecen en el currículo, y determinar qué procesos, contenidos, objetivos, competencias, etc. propone el Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, prestando especial atención a aquellos que se puedan relacionar con el razonamiento espacial.

TFG Educación Primaria 2024

- Hacer una revisión de la literatura relacionada con la enseñanza y el aprendizaje del razonamiento espacial, su relación con el aprendizaje de las matemáticas y, determinar posibles estrategias para trabajar el espacio con el alumnado de segundo de Primaria.
- Diseñar una propuesta de intervención vinculada al área de matemáticas, centrada en el razonamiento espacial y adecuada a un Segundo curso de Educación Primaria.
- Implementar una metodología de Aprendizaje fuera del aula, y orientar las actividades propuestas para contribuir al desarrollo sostenible, fortaleciendo la educación y el propio aprendizaje de las matemáticas.
- Examinar los aspectos relacionados con la intervención para valorar su éxito, hallar pistas sobre su impacto y mejorar la propuesta llevada a cabo.

4. MARCO TEÓRICO

Según el NCTM (2000) la visualización espacial puede desarrollarse construyendo y manipulando primero materiales concretos y, luego, representaciones mentales de figuras, relaciones y transformaciones.

Mediante actividades manipulativas, (los alumnos sujetan una cuerda de forma que las manos de cada uno sirven de vértice del triángulo), se les prepara una base valiosa para el desarrollo del sentido espacial. Con figuras y actividades de transformación se construye el razonamiento espacial.

La visualización y el razonamiento espaciales pueden potenciarse con actividades de desplazamiento, cuando se pide a los alumnos que visualicen el camino seguido desde la biblioteca y que lo describan especificando señales a lo largo de la ruta, o cuando éstos hablan sobre cómo se ven los cuerpos geométricos desde diferentes perspectivas.

Alsina (2019), especifica que los alumnos acceden a primaria con muchos conocimientos relativos a la organización espacial, es decir, sobre la situación en el espacio. En los primeros años de esta etapa deben afianzar conocimientos sobre la posición el espacio (encima, debajo, entre, hacia adelante, hacia atrás, cerca, lejos, etc.) e ir asegurando que comprendan nociones tales como “izquierda” y “derecha”.

Pablo Ángel Páez Hospital

Según la teoría de las inteligencias múltiples de Gardner (1998) quien definió la inteligencia visoespacial como “la habilidad para percibir el mundo visual con precisión, para transformar y modificar lo percibido y para recrear experiencias visuales incluso en ausencia de estímulos físicos”. Los niños desde bebés prestan una gran atención a las imágenes y tienen una especial sensibilidad a los colores, las formas y los dibujos. Les encanta garabatear, dibujar, ver ilustraciones de cuentos, libros, revistas, películas, fotografías y rompecabezas tridimensionales. Tienen facilidad para el pensamiento visual pues aprenden por medio de la vista y de la observación (Ibarrola y Etxeberria, 2017).

En la primera infancia existe un pensamiento topológico; a medida que se regula el sentido de la lateralidad y la direccionalidad, se perfeccionan la coordinación motriz y la situación del cuerpo en el espacio.

El hemisferio derecho del cerebro, y en particular las porciones posteriores, son las regiones más importantes para el procesamiento espacial.

4.1. Aprendizaje de las matemáticas y razonamiento espacial

4.1.1. Razonamiento espacial

Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, y construir activamente nuevos conocimientos a partir de la experiencia y de los conocimientos previos.

Ser competente en un campo complejo como el matemático supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad, y aplicar con propiedad lo aprendido de un contexto, a otro contexto. Las matemáticas cobran más sentido y se recuerdan y aplican más fácilmente cuando los estudiantes conectan de forma significativa los nuevos conocimientos a los ya existentes (Schoenfeld 1988).

Un objetivo principal de los programas de matemáticas es propiciar la autonomía de aprendizaje, y aprender comprendiendo, apoya este propósito. Los alumnos aprenden más y mejor cuando pueden controlar su aprendizaje definiendo sus objetivos y haciendo el seguimiento de su progreso. Cuando se les reta con tareas bien elegidas, llegan a confiar en su habilidad para abordar problemas difíciles, se

sienten deseos de resolverlas por sí mismos, son flexibles al explorar ideas matemáticas y ensayar soluciones alternativas y están dispuestos a perseverar.

La comprensión de las ideas matemáticas puede alcanzarse, a lo largo de los años de escolarización, si se les compromete activamente en tareas y experiencias diseñadas para profundizar y relacionar sus conocimientos. Y puede mejorarse mediante interacciones en el aula, cuando los estudiantes proponen ideas y conjeturas matemáticas, aprenden a evaluar su propio pensamiento y el de los demás, y desarrollan destrezas de razonamiento (NCTM, 2000).

4.1.2. El razonamiento espacial en el aprendizaje de las matemáticas

La LOMLOE habla del “sentido espacial” sin abordar explícitamente el aprendizaje del razonamiento espacial. Plantea el desarrollo de estrategias pedagógicas para promover esta habilidad en el aula de manera transversal.

- A través de un currículo flexible y competencial. El razonamiento espacial puede integrarse en diversas áreas curriculares, como matemáticas, ciencias, arte y educación física.
- Con metodologías activas y participativas. Mediante actividades prácticas, experimentales y lúdicas que involucren la manipulación de objetos, la resolución de problemas y la exploración del entorno.
- Mediante inclusión y diversidad. Siendo importante adaptar las estrategias de enseñanza para satisfacer las necesidades individuales de los estudiantes, proporcionando apoyos adicionales o modificando las actividades según sea necesario para garantizar que todos tengan la oportunidad de desarrollar su razonamiento.
- Por medio de aprendizajes basados en proyectos. Los proyectos multidisciplinares que requieren planificar, diseñar y construir modelos tridimensionales, mapas, maquetas o representaciones visuales pueden ser efectivos para desarrollar el razonamiento espacial.
- Considerando una evaluación formativa y continua. Al trabajar el razonamiento espacial, es importante utilizar una variedad de técnicas de

Pablo Ángel Páez Hospital

evaluación, como observación directa, portafolios de trabajo, proyectos prácticos y rúbricas, para valorar el progreso y el logro de competencias.

4.1.3. Desarrollo del razonamiento espacial en edades tempranas

El razonamiento espacial no es una competencia aislada, ni tampoco algo que se pueda analizar en sub-destrezas separadas. Más bien, es algo que está en continua evolución dentro de la interacción de muchos aspectos.

El razonamiento espacial está puesto en marcha antes de que el niño entre por la puerta del aula. Está fundamentalmente asociado con su movilidad y su vista. Va a ser en el aula donde desarrollemos este aspecto, ya que hasta este momento ha sido de manera informal.

Por otra parte, este razonamiento apoya la comprensión matemática y la resolución de problemas. Debe ser más que la conciencia espacial, si se recuerda cuando Tahta (1980) señaló, que los bebés aprenden a pararse y a caminar.

El razonamiento espacial es un área específica de razonamiento no-verbal. Cuando se habla de este tipo de razonamiento necesitamos entender las diferentes formas no verbales en las cuales el razonamiento podría (y debería) ocurrir (incluyendo a través de gestos, diagramas e imágenes).

La definición de Tahta (1980) sitúa las imágenes en un papel central, sugiriendo que la geometría consiste en trabajar con imágenes (dibujar, transformar, imaginar, tomar conciencia de ellas). Esto resalta su importante conexión con el razonamiento espacial. Es importante subrayar que el razonamiento espacial es aprendido.

El razonamiento espacial presenta un problema en la escuela, ya que no es reducible a un modo de comunicación alfanumérico. Por lo tanto, no se considera algo que pueda transmitirse de la misma manera que muchas otras matemáticas escolares.

Hay una tendencia a hablar de razonamiento espacio-visual, es decir, combinar el razonamiento espacial y el razonamiento visual. Se acentúa la tendencia en áreas de ciencias matemáticas asociadas a la geometría.

5. EDUCACIÓN PARA EL DESARROLLO SOSTENIBLE.

Uno de los aspectos más en auge en los últimos años es la educación para el desarrollo sostenible (EDS), la cual surgió de la necesidad de que la educación abordara los crecientes desafíos relacionados con la sostenibilidad.

5.1. ¿Qué es?

La educación para el desarrollo sostenible (EDS) es un marco educativo que promueve la adquisición de conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para construir un futuro sostenible (UNESCO, 2020). Desde este punto de vista, el entorno educativo se convierte en un espacio crucial para fomentar la conciencia ambiental, la responsabilidad social y la acción para abordar los desafíos del desarrollo sostenible (Rieckmann, 2017).

El Objetivo de Desarrollo Sostenible número 4 (ODS 4) es “Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos”. La Meta 4.7 específicamente se centra en la educación para el desarrollo y la ciudadanía global. Esta meta busca asegurar que todos los estudiantes adquieran los conocimientos y habilidades necesarios para promover el desarrollo sostenible (UNESCO, 2017).

5.2. Relación de la Educación para el Desarrollo Sostenible con las matemáticas.

En relación con las matemáticas, la EDS enfatiza la importancia de integrar conceptos y prácticas matemáticas en el contexto de la sostenibilidad. Por ejemplo, se puede enseñar a los alumnos a utilizar modelos matemáticos para comprender y predecir fenómenos ambientales, como el cambio climático o la gestión de recursos naturales. También se pueden explorar temas como la estadística para analizar datos relacionados con el impacto ambiental de diferentes actividades humanas.

Desde el punto de vista de la meta 4.7 referida anteriormente, implica integrar temas de sostenibilidad en el currículo de matemáticas y proporcionar oportunidades para que los estudiantes utilicen las habilidades matemáticas para abordar problemas ambientales y sociales. Esto podría incluir la resolución de problemas relacionados con la gestión de recursos, el análisis de datos ambientales y la evaluación de impacto de políticas y decisiones sobre el medio ambiente.

Las matemáticas desempeñan un papel esencial ante los actuales desafíos sociales y medioambientales a los que el alumnado tendrá que enfrentarse en su futuro, como instrumento para analizar y comprender mejor el entorno cercano y global, los problemas sociales, económicos, científicos y ambientales y para evaluar modos de solución viables, contribuyendo de forma directa a los Objetivos de Desarrollo Sostenible planteados por las Naciones Unidas.

5.3. Relación según el marco legislativo.

En el Decreto 38/2022, de 29 de septiembre el área de Matemáticas contribuirá al logro de los objetivos de etapa de la siguiente manera:

A través del desarrollo de destrezas sociales, del trabajo individual, en equipo, la resolución de problemas, el desarrollo de destrezas de comunicación efectiva, planificación, indagación, motivación y confianza. La adquisición de destrezas emocionales dentro del aprendizaje de las matemáticas fomenta el bienestar del alumnado (ODS 3) y la motivación por las matemáticas sin distinción de género, etnia, orientación o identidad sexual, religión o creencias, discapacidad u otras condiciones (ODS 5). Todo ello desde una perspectiva y teniendo en cuenta una educación de calidad (ODS 4).

5.4. Relación según la literatura estudiada

El análisis de trabajos realizados sobre matemáticas y sostenibilidad, como los presentados en el monográfico de la revista UNO (Cuida et al. 2022; Alsina et al. 2022; Vásquez et al. 2022), muestra una estrecha conexión entre las matemáticas y los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). Es fundamental formar ciudadanos que, además de tener conocimientos sobre sostenibilidad, desarrollen las habilidades, actitudes, competencias, disposiciones y valores necesarios para frenar y revertir el deterioro actual del mundo (Stibbe, 2014).

Por otra parte, Alsina (2020) reflexiona acerca de las conexiones matemáticas describiendo tres niveles: vínculos entre los procesos y contenidos matemáticos, conexiones de la matemática con otras disciplinas y las relaciones entre la matemática y el entorno. Aquí se evidencia cómo el entorno escolar se convierte en un instrumento muy valioso para ver la realidad que se aprende dentro del aula.

Pablo Ángel Páez Hospital

Otra de los organismos clave para orientar el sistema educativo hacia la sostenibilidad es la UNESCO (2017) a través de unas competencias. De entre ellas destaco las siguientes:

- Competencia estratégica: desarrollar e implementar de forma colectiva acciones innovadoras que fomenten la sostenibilidad.
- Competencia de autoconciencia: reflexionar sobre el rol que cada uno tiene en la comunidad local y en la sociedad.

Uno de los trabajos que me ha servido de base a mi TFG ha sido el de “Abriendo puertas a la sostenibilidad desde la educación matemática” (Cuida et al., 2022) donde se hace referencia a la relación entre la sostenibilidad y educación matemática infantil desde la educación matemática realista (EMR). Se habla de que uno de los principios fundamentales de la EMR es el principio de realidad que defiende la importancia de los contextos realistas como base para el desarrollo de una educación matemática de calidad (ODS 4).

Se insiste en que para poder comprender y usar las ideas matemáticas es esencial saber conectarlas, conexiones prácticas que relacionan las matemáticas con el entorno (Novo et al., 2017).

6. METODOLOGÍA.

Se ha planteado la metodología desde un punto de vista funcional, relacionada con situaciones de la vida diaria. Una de las fuentes y soportes principales de esta funcionalidad es la resolución de problemas, vista desde el enfoque funcional de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Para conseguir que el alumno utilice las matemáticas para fines funcionales, de la vida diaria, se concibe desde un punto de vista del aprendizaje fuera del aula y a través de elementos manipulativos.

El hecho de utilizar esta metodología, indica que se trabaja la sostenibilidad de manera directa al hacer actividades en entornos naturales.

Así mismo se utilizan diferentes agrupamientos y organizaciones de espacio y tiempo: gran grupo, pequeño grupo, parejas o trabajo individual, dependiendo del momento.

TFG Educación Primaria 2024

Toda esta metodología se desarrolla teniendo en cuenta un aprendizaje competencial.

Desde el punto de vista del aprendizaje fuera del aula según Robertson (2016) los principios son:

- Adoptar un enfoque sostenible y basado en derechos. Robertson opina que los niños necesitan vivir experiencias fuera del aula para comprender problemas graves como el cambio climático. La educación para el desarrollo sostenible no es únicamente conseguir que la gente recoja la basura o ahorre energía. Hay que asegurarse de saber bien qué es la sostenibilidad y cómo incorporar las directrices estatales sobre educación para el desarrollo sostenible a nuestra práctica docente.
- Valorar el juego no estructurado y el aprendizaje lúdico. Los beneficios para la salud asociados al juego no estructurado (recreo, cuando los niños eligen libremente lo que quieren hacer y cómo quieren hacerlo) son numerosos, entre ellos el aumento de la actividad física, la mejora de la salud física y mental, el bienestar general y el desarrollo social y emocional.
- Proporcionar un ambiente natural, propicio para el desarrollo. Los espacios verdes, especialmente aquellas zonas asilvestradas, parecen tener un efecto positivo. Son entornos más tranquilos, lugares en los que pensar, ser y relajarse del estrés y las exigencias de la vida diaria.
- Desarrollar las capacidades creativas de los niños. La innovación, la motivación, el impulso y la pasión de una persona, grupo o comunidad que quiere cambiar y mejorar sus circunstancias conforman el eje sobre el que gira la creatividad. Como docente, nuestro trabajo consiste en encontrar el potencial en el exterior del aula para desarrollar en nuestros alumnos capacidades creativas como: encontrar soluciones prácticas a problemas cotidianos, canalizar nuestros sentimientos y emociones para permitir la actividad creativa, ser espontáneo e improvisar o correr riesgos y gestionar las dificultades positivamente, entre otras.

7. DESARROLLO DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

7.1. Contextualización.

La programación didáctica se lleva a cabo en la localidad de Grijota que pertenece al C.R.A. Campos de Castilla, cuya cabecera está situada en Becerril de Campos, aunque el equipo directivo se encuentre en Grijota. El C.R.A. lo forman cuatro localidades (Becerril, Cascón, Cisneros y Grijota). A excepción de Grijota el resto de las localidades ha ido disminuyendo el número de niños debido a la despoblación. Sin embargo, Grijota ha ido aumentando a causa de la creación de varias urbanizaciones.

Grijota cuenta con alrededor de 2700 habitantes. Este aspecto y la cercanía a la capital Palencia de 5 kilómetros, ha hecho que se convierta en una ciudad dormitorio. La economía de la localidad gira en torno al sector primario, sin bien los empleos de la mayor parte de la población son del sector secundario y terciario ya que la mayor parte de la población trabaja en la capital.

La puesta en práctica de dicha programación se ha realizado en 2o de primaria con 19 alumnos, de los que uno se incorporó al principio del 2o trimestre y otro al inicio del 3o. Es un aula heterogénea, con un alumno con trastorno por déficit de atención e hiperactividad (TDAH).

7.2. Objetivos.

7.2.1. Objetivos de la etapa

Los objetivos de la etapa que se pretenden alcanzar en esta unidad didáctica y que se describen en el Decreto 157/2022 de 1 de marzo, enumerados con los literales que aparecen en el documento, son los siguientes:

- b) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.
- d) Conocer, comprender y respetar las diferentes culturas y las diferencias entre las personas, la igualdad de derechos y oportunidades de hombre y mujeres y la no discriminación de personas por motivos de etnia, orientación o identidad sexual, religión o creencias, discapacidad u otras condiciones.

TFG Educación Primaria 2024

- g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.
- n) Desarrollar hábitos cotidianos de movilidad activa autónoma saludable, fomentando la educación vial y actitudes de respeto que incidan en la prevención de los accidentes de tráfico.

7.2.2. Objetivos de la unidad didáctica

- Conocer de forma interdisciplinar características de su entorno relacionadas principalmente con las matemáticas y concretamente con el razonamiento espacial.
- Desarrollar una conciencia sobre la sostenibilidad en varios sentidos como: reciclaje, reutilización y reducción de materiales que usan diariamente, así como intentar que todo el mundo tenga los mismos derechos.
- Adquirir habilidades en la resolución de problemas que se les plantean sobre razonamiento espacial con la ayuda de sus compañeros, aplicando estrategias básicas de resolución.
- Describir de forma oral utilizando lenguaje específico los resultados a diferentes problemas planteados.
- Conocer las diferentes barreras arquitectónicas que se encuentran en su localidad para personas discapacitadas.
- Aplicar los contenidos trabajados en el aula con relación al razonamiento espacial y la sostenibilidad a acciones de la vida diaria.

7.3. Unidad didáctica y currículo.

Desde el área de Matemáticas el alumnado desarrollará las capacidades necesarias para alcanzar los objetivos de la etapa de educación primaria, debido a qué:

- La resolución de problemas constituye una poderosa herramienta para el aprendizaje al poner en acción los conocimientos. Constituye desafíos que deberán provocar en el alumnado interés y curiosidad por el aprendizaje de las matemáticas abordando de manera flexible y creativa la búsqueda de

soluciones demostrando una actitud de esfuerzo y perseverancia, incluido cuando se tienen errores, al considerarlos una fuente de aprendizaje.

- Se contribuye al uso apropiado y funcional de la lengua castellana mediante la comunicación y representación de conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito gráfico y multimodal, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.
- El manejo de conceptos, herramientas y estrategias de trabajo junto con el saber comunicarse matemáticamente y explicar el razonamiento utilizado, permitirá que el alumnado desarrolle las competencias matemáticas al identificar y organizar la información necesaria para resolver problemas matemáticos.
- Se procurará que el alumnado desarrolle las competencias tecnológicas básicas y el fomento del espíritu crítico, ético, seguro y responsable ante su utilización, gracias al manejo de herramientas y aplicaciones digitales como recurso de apoyo y como medio de comunicación y obtención de información.
- La protección del entorno próximo y de los animales y plantas que en él conviven, contribuirá a que el alumnado adopte modos de comportamiento que favorezcan la empatía y su cuidado.
- El trabajo individual y en equipo permiten fomentar hábitos de esfuerzo y responsabilidad en el estudio, favoreciendo el aprendizaje y el bienestar personal como parte integral del proceso vital del individuo, manteniendo una actitud positiva, pensando de forma crítica y creativa y valorando el error como una oportunidad de aprendizaje.
- El uso de un lenguaje no discriminatorio y respetuoso con las diferencias, así como la detección de estereotipos, favorecerá el desarrollo de las capacidades afectivas y una actitud contraria a la violencia, los prejuicios de cualquier tipo y los estereotipos sexistas.
- Al interactuar con el entorno, se desarrollarán contenidos relacionados con la educación vial que permitan generar hábitos de movilidad activa autónoma, segura y saludable, fomentando actitudes de respeto que incidirán en la prevención de los accidentes de tráfico.

7.4. Competencias clave.

Esta unidad didáctica contribuye a la adquisición de las competencias clave de la siguiente manera:

- Competencia en comunicación lingüística: Mediante la interpretación, comprensión y expresión de textos referidos al razonamiento espacial, respetando las diferencias individuales y teniendo en cuenta el vocabulario y los ODS trabajados.
- Competencia plurilingüe: Los alumnos ampliarán el repertorio lingüístico personal a partir de la adquisición y uso del vocabulario propio del pensamiento, conocimiento y razonamiento espacial.
- Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería: respecto al razonamiento espacial los alumnos mejorarán su capacidad para hacer construcciones y manipular mentalmente figuras en el plano y en el espacio, lo que les será de gran utilidad en el empleo de mapas, la planificación de rutas, el diseño de planos, la elaboración de dibujos y maquetas, etc.
- Competencia digital: Se persigue la adquisición de conocimientos, destrezas y actitudes, así como los instrumentos necesarios para aplicar perspectiva, simetría y razonamiento espacial. También se contribuye a través del acercamiento y utilización de herramientas, aplicaciones y recursos digitales. También a través de este proyecto y la utilización de dichas aplicaciones y recursos digitales, fomentamos el espíritu crítico, ético, seguro y responsable ante su utilización.
- Competencia personal, social y de aprender a aprender: los alumnos desarrollarán actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas mostrando esfuerzo y expresando actitudes positivas ante los retos matemáticos. Con esta competencia los alumnos aprenden a gestionar eficazmente la información, colaborar de forma activa con los otros, hacer frente a tareas complejas, respetar el trabajo y el esfuerzo propio y el de los demás.
- Competencia ciudadana: desde el área de matemáticas y en especial el razonamiento espacial se contribuye al desarrollo de habilidades y destrezas

Pablo Ángel Páez Hospital

para la convivencia y respeto. También contribuirá a que los alumnos reflexionen de manera crítica acerca de problemas sociales, económicos, científicos y ambientales, relacionados con los ODS que hemos planteado y han visto y desarrollen estrategias de actuación responsables.

- Competencia emprendedora: contribuye al entrenamiento del pensamiento para conseguir un análisis y evaluación del entorno que les permita crear y replantear ideas. Tomar decisiones basadas en la información, en la capacidad de imaginar, desarrollar y evaluar proyectos, en los que estará implicada la planificación matemática y en definitiva el razonamiento espacial.
- Competencia en conciencia y expresión culturales: permite expresarse matemáticamente y razonar espacialmente desde otras realidades y producciones del mundo del arte y la cultura, permitiendo el enriquecimiento de la propia identidad.

7.5. Metodología y recursos didácticos.

7.5.1. Metodología

Conocer de forma interdisciplinar características de su entorno relacionadas principalmente con las matemáticas y concretamente con el razonamiento espacial.

La finalidad de la educación desde el punto de vista de las matemáticas se entiende como un conjunto de ideas y formas de actuar que conllevan hacerse preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras. Esto va a ser la base de la metodología de esta unidad didáctica.

Las características que incorporo son las siguientes: deducción, precisión, rigor, seguridad, estimación o aproximación. Todas ellas mejoran la capacidad de enfrentarse a situaciones abiertas, sin solución única y cerrada.

La resolución de problemas va a ser uno de los ejes principales de esta unidad didáctica. El papel del alumno será activo y se perseguirá un aprendizaje significativo y competencial, partiendo de sus conocimientos previos.

En alguna circunstancia se emplea una metodología tradicional para explicar algún aspecto en concreto.

TFG Educación Primaria 2024

Otro eje importante de este proyecto es la manipulación de materiales.

Con relación a los agrupamientos y organizaciones de espacio y tiempo se han planeado actividades en gran grupo, grupos reducidos, parejas o trabajo individual, siempre teniendo en cuenta un aprendizaje competencial. En cuanto a la distribución de los alumnos se han tenido en cuenta espacios flexibles. Por último, la distribución de los tiempos se ha respetado su propio ritmo de aprendizaje y desarrollo individual.

Por poner un ejemplo, la actividad final se desarrolla en grupos (cuatro grupos de cuatro alumnos y un grupo de tres alumnos).

7.5.2. Desarrollo de las sesiones

Según Newcombe (2010), el pensamiento espacial envuelve la localización de objetos y nuestra habilidad para manipularles de diferentes maneras.

Todas las actividades se han desarrollado considerando por una parte el aprendizaje fuera del aula (Robertson, 2016) y utilizando el juego como elemento dentro del aprendizaje formal. Además, este aprendizaje se desarrolla a través del marco de la Educación para el Desarrollo Sostenible (17 ODS).

Primera sesión

El objetivo es trabajar figuras en 2D.

Se les dan 5 cuadrados a cada uno para que los coloquen de diferentes maneras, de modo que siempre haya un lado del cuadrado junto con otro de otro cuadrado. De tal forma que después de haber hecho las 12 formas que se pueden hacer, hay algunos niños que dicen: ¡Anda, me ha salido una "L"! , luego otros, ¡A mí una "P"! y a otros un "P". Las 12 formas corresponden a algunas de las letras del abecedario (F, I, L, N, P, T, U, V, W, X, Y y Z).



Figura 1 Alumnos uniendo cinco cuadrados para formar pentominós



Figura 2 Figuras para que indaguen si son iguales o no

Posteriormente, con esas figuras que ellos han formado se les sugiere que se fijen en dos imágenes para que ellos me digan si son o no iguales. Primero de forma oral. Cuando ellos nos responden utilizan términos como girar, retorcer, doblar, superponer, etc. Después manipulándolas explican por qué son o no iguales

Se trabajan formas de 2D utilizando vocabulario específico y así mejoramos en el alumno la habilidad para componer y descomponer formas (que sirven de guía para el interés de la habilidad de nuestros alumnos para girar mentalmente bloques).

Antes de la siguiente actividad tenemos que decir que previamente se han trabajado conceptos de: rectas, curvas o líneas poligonales.

Después, seguimos trabajando las 2D mostrándoles una figura como la de la imagen durante 5 segundos para que luego la representen ellos sobre una cartulina. Después de esos 5 segundos, ellos ven la original y ven si lo han hecho bien o mal y si es así, corregirla. Se hace varias veces con diferentes figuras. Se les va guiando a que utilicen términos apropiados (círculo, flecha, triángulo, izquierda, derecha, arriba...). Los gestos son muy importantes y juegan un rol clave para ayudar a los alumnos a mejorar su habilidad para pensar espacialmente. Debemos como profesores, animar a nuestros alumnos a que gesticulen cuando están explicando cómo han localizado o manipulado ciertos objetos

El proceso por el que les damos más oportunidades de evaluar y autocorregir sus trabajos (NCTM, 2003, p. 105)

Con los bloques los alumnos aprenden a reconocer, construir, clasificar y comparar formas de dos dimensiones primero, para posteriormente introducir las 3D. También aprenden a explorar conceptos como la posición y el orden en una estructura que

TFG Educación Primaria 2024

ellos han construido usando vocabulario matemático describiendo relaciones espaciales. Diversos estudios, como Vergara et al. (2019) y Jarque-Bou et al. (2020), formularon que los modelos 3D mejoran la visión espacial de los estudiantes más que la delineación 2D.

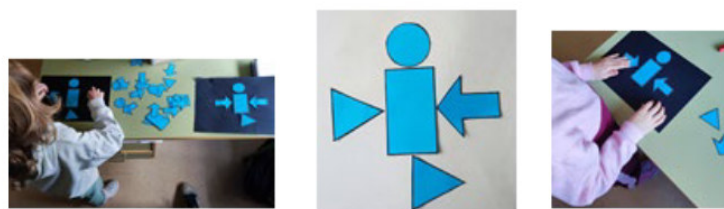


Figura 3 Copiando la composición de la imagen central

Segunda sesión:

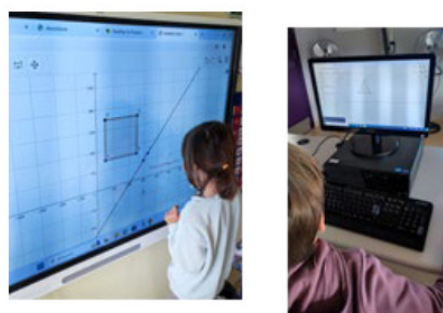


Figura 4 Alumnos practicando simetría con "Geogebra"

El objetivo es trabajar simetrías.

Una vez trabajada la simetría en el aula de forma manipulativa con un folio y doblándola para hacerles ver que tienen que coincidir las formas de una y otra parte, lo trabajamos con el programa de software "Geogebra".

Utilizamos esta segunda sesión para que practiquen la simetría con diferentes formas (triángulos, cuadrados, rectángulos y círculos).

Los alumnos se dan cuenta de las características que experimenta un objeto cuando se le compara con él mismo a través de una recta que funciona como eje.

Esto va a servir para la siguiente actividad que realizaremos fuera del aula en la que les vamos a pedir que representen estas mismas figuras geométricas con objetos que tengan o que encuentren a su alrededor.

Tercera sesión:

Pablo Ángel Páez Hospital

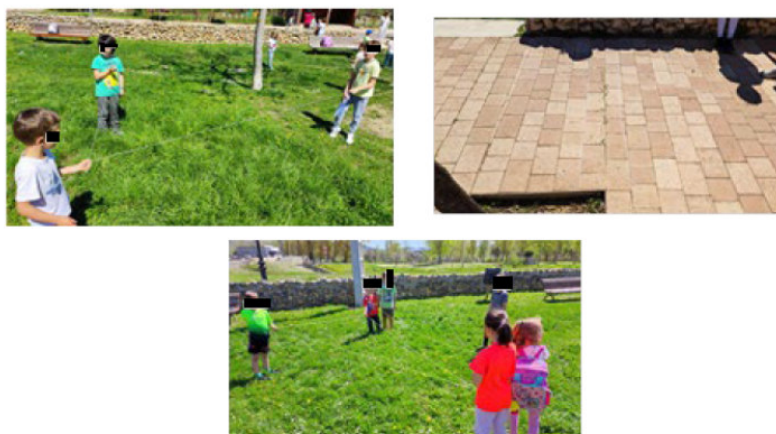


Figura 5 Alumnos representando con cuerdas triángulos simétricos

El objetivo es poner en práctica la simetría trabajada en el aula a través del aprendizaje fuera del aula.

Previamente les ha explicado qué es se pretende que hagan en esta tercera sesión. Se les da una cuerda de 8 metros por cada 3 alumnos para que representen un triángulo. Cada niño representa un vértice de dicho triángulo. Una vez representado todos los triángulos, se tienen que colocar dos grupos de manera que esos dos triángulos sean simétricos. Cuando los dos grupos consigan representar dos triángulos simétricos, se les pide que busquen objetos alrededor de ellos para indicar cuál sería el eje de simetría.

Realizamos lo mismo con el cuadrado. Primero se les dice que tienen que organizarse para formar un cuadrado. Cuando hayan terminado de hacer el cuadrado se colocan para hacer el cuadrado simétrico con respecto a un eje dado.

Cuarta sesión:

El objetivo es trabajar figuras en 3D.



Figura 6 Representando cubos y pirámides con plastilina y palillos

Primero se representan cubos o pirámides con palillos y plastilina. De esta manera se sigue trabajando de manera manipulativa. Seguidamente se introducen los policubos

TFG Educación Primaria 2024

para hacer las mismas 12 formas de la sesión anterior. Esto se conoce como pentominós. Para esta actividad, se les muestra en el panel dos pentominós para que ellos con los policubos lo formen. El segundo desafío que se les propone es que coloquen esos dos pentominós uno encima de otro, tal como se les indica en la imagen. Como tercer desafío es realizar otros dos pentominós y colocarles de la manera que se muestran en el panel del aula. Aquí se muestran las dos primeras formas que ellos tienen que formar.

De esta manera se sigue trabajando orientación espacial. Cuando se les pide que hagan las imágenes proyectadas, se les anima a que expliquen cómo lo han averiguado y el profesor se enfoca en su razonamiento. Alguna de las respuestas que ellos dan son: "Primero coloco esta debajo y pongo la otra encima" o "La "w" primero y la "x" encima". Con el siguiente desafío se les pide que en parejas se expliquen durante un minuto cómo creen que tienen que representar otra situación con los pentominós sin tocarlos. Después del minuto se comprueba manipulándolo.

El próximo desafío es que añadan otra pieza de los pentominós para hacer otra figura.

El último desafío que se quiere que hagan es que realicen una figura distinta a la que acabamos de hacer por parejas y después que hagan una diferente a la que ellos han hecho y que lo decidan entre los dos.

La sesión termina preguntándoles: cómo supieron que las piezas encajaban, qué les gustó, que fue divertido, qué fue difícil, de qué se sintieron más orgullosos y los niños contestaron cosas como: *"las piezas encajaban, he hecho un edificio con dos ventanas, he construido figuras de mis compañeros que me han gustado..."*

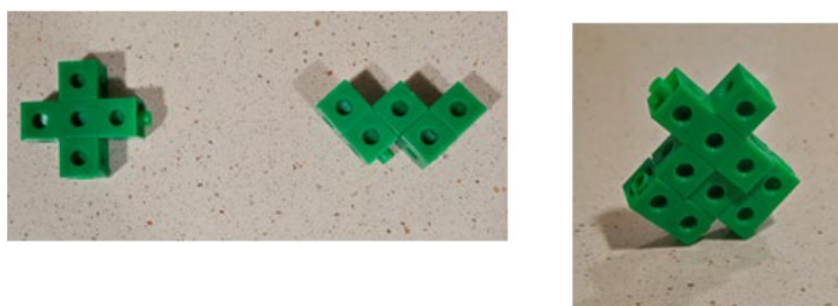


Figura 7 Figuras con policubos para que formen distintas configuraciones

Quinta sesión:

El objetivo es practicar los cuerpos geométricos a través del software de geometría dinámica "Geogebra"



Figura 8 Desarrollo de un prisma con "Geogebra"

Al final de esta sesión se les habla de la última sesión que quiero que hagan. Les pongo por grupos de 3 o de 4 alumnos (5 grupos de 3 alumnos y 1 grupo de 4 alumnos). Cada grupo tiene que hacer una maqueta sobre una cartulina, con objetos reciclados llevados a clase donde se represente su localidad con edificios representativos (colegio, Ayuntamiento, polideportivo, canal, puente, parque, iglesia y alguna tienda). Se les recuerda que durante la construcción deben reflejar los principios de sostenibilidad, como el uso eficiente de recursos, la inclusión social y la reducción de la contaminación. En la primera evaluación se trabaja la inclusión social en donde salimos fuera del aula para observar qué edificios públicos tenían rampas de acceso.

Sexta sesión:

El objetivo es darse cuenta dónde se encuentran cuerpos geométricos en la vida diaria.

Los alumnos trajeron: rollos de papel higiénico, latas de conservas, envases de las latas, caja de cereales, cubo de Rubik, yogur, bote del jabón de manos, balón, pelotas de tenis, calendario, etc.

Ese día se vieron todos los objetos que entre todos habíamos traído y por grupos se analizaron las características de todos ellos. Cada grupo tenía que ver el número de caras, lados, vértices, forma de las caras (cuadrado, rectángulo, triángulo, etc.).

TFG Educación Primaria 2024

Al final cada grupo explicó qué características tenían sus objetos. La tabla que les dimos para que posteriormente lo cuenten fue la siguiente. Además de esas preguntas, fue surgiendo alguna más como por ejemplo: ¿qué construirías de esa forma?, ¿qué materiales utilizarías? (relacionado con un tema de naturales que hemos visto), etc.

Tabla 1 Características de las figuras

Grupo	¿qué es?	¿qué forma tiene?	nº de caras	nº de vértices	otros objetos con la misma forma
1					
2					
3					
4					
5					

Séptima, octava y novena sesiones:

Trabajo y presentación de las maquetas. Se utilizan tres sesiones para que los alumnos hagan sus maquetas en grupos y la última de ellas para que lo presenten a sus compañeros de clase. En esta última se les anima a que utilicen expresiones que hemos ido trabajando a lo largo de toda la unidad didáctica y en general durante casi todo el año.

Inmediatamente después de las presentaciones se abre un debate acerca de cómo la ciudad construida contribuye a la consecución de los ODS 9, 10, 11 y 12 y cómo podría ser mejorada. En esta foto se puede ver un momento del proyecto de uno de los grupos.



Figura 9 Proceso de realización de la maqueta

7.5.3. Criterios de evaluación

Tabla 2 Competencias específicas y criterios de evaluación

Competencia específica	Criterios de evaluación
1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.	1.2. Proporcionar ejemplos de representaciones de situaciones problematizadas sencillas, con recursos manipulativos y gráficos que ayuden en la resolución de un problema de la vida cotidiana. (STEM1, STEM2, STEM4, CPSAA5, CE1, CE3, CCEC4)
2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.	2.3 Describir verbalmente la idoneidad de las soluciones de un problema a partir de las preguntas previamente planteadas examinando los resultados y los procedimientos realizados. (CCL2, STEM1, STEM2, CPSAA4, CPSAA5, CE3)
3. Explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de tipo matemático en situaciones basadas en la vida cotidiana, de forma guiada, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación, para contrastar su validez, adquirir e integrar nuevo conocimiento.	3.1 Reconocer conjeturas matemáticas sencillas, investigando patrones, propiedades y relaciones de forma guiada. (STEM1, STEM2, CD5, CPSAA5)
4. Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar diferentes situaciones de la vida cotidiana.	4.2 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas, de forma guiada, en el proceso de resolución de de problemas. (STEM1, STEM2, CD1, CD3, CD5, CC2, CE3).
5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en diversas situaciones de la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.	5.2 Reconocer las matemáticas presentes en la vida cotidiana y en otras áreas, estableciendo conexiones sencillas entre ellas. (STEM1, STEM3, CC2, CPSAA4, CCEC1).

TFG Educación Primaria 2024

6. Comunicar y representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos y resultados matemáticos, utilizando el lenguaje oral, escrito, gráfico, multimodal y la terminología apropiados, para dar significado y permanencia a las ideas matemáticas.	6.1 Reconocer lenguaje matemático sencillo presente en la vida cotidiana, adquiriendo vocabulario específico básico. (CCL3, STEM4)
7. Desarrollar destrezas personales que ayuden a identificar y gestionar emociones al enfrentarse a retos matemáticos, fomentando la confianza en las propias posibilidades, aceptando el error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose a las situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia y disfrutar en el aprendizaje de las matemáticas.	7.2 Expresar actitudes positivas ante retos matemáticos, valorando el error como una oportunidad de aprendizaje. (STEM5, SPSAA1, CPSAA4, CPSAA5).
8. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.	8.1 Participar respetuosamente en el trabajo en equipo, estableciendo relaciones saludables basadas en el respeto, la tolerancia, la igualdad y la resolución pacífica de conflictos. (CCL5, CP3, STEM3, CPSAA3, CC2, CC3, CE3). 8.2. Aceptar la tarea y rol asignado en el trabajo en equipo, cumpliendo con las responsabilidades individuales y contribuyendo a la consecución de los objetivos del grupo. (STEM3, CPSAA1, CC2, CE3).

7.5.4. Temporalización

La presente programación didáctica está llevada a cabo entre el segundo y tercer trimestre. Se desarrolla de forma transversal. Se empieza trabajando con formas geométricas (tema que ya han desarrollado previamente) y simetrías, continuando con situaciones de razonamiento espacial que involucran figuras geométricas en 2D y 3D.

7.5.5. Evaluación

Los instrumentos de evaluación están centrados en un enfoque competencial. Prevalcen los instrumentos que valoran el proceso como el producto sobre aquellos que están vinculados a técnicas de rendimiento.

Dado que la evaluación tiene un carácter formativo y continuo, la técnica más utilizada es la observación directa.

También se busca que los estudiantes se autoevalúen al final del proceso; además de valorar su propio aprendizaje, se desea conocer cómo se evalúan entre ellos dentro del grupo.

Estas dos evaluaciones se realizan a través de estas tablas.

Heteroevaluación: Se realiza a través de la siguiente rúbrica.

Tabla 3 Rúbrica para la heteroevaluación

Criterio	Excelente (5)	Bueno (3)	Necesita mejorar (1)
Identificación y uso de formas geométricas	Los niños identifican y utilizan correctamente una amplia variedad de formas geométricas en su construcción.	Los niños identifican y utilizan la mayoría de las formas geométricas de manera correcta en su construcción.	Los niños tienen dificultades para identificar y/o utilizar formas geométricas en su construcción.
Creatividad y complejidad de la construcción	La maqueta construida es creativa, compleja y refleja un alto nivel de pensamiento espacial.	La maqueta construida es creativa y muestra un buen nivel de pensamiento espacial.	La maqueta construida es simple y muestra un pensamiento espacial limitado.
Conciencia y aplicación de los ODS	Los niños demuestran una comprensión profunda de los ODS y aplican activamente principios de sostenibilidad en su construcción.	Los niños muestran una comprensión básica de los ODS y aplican algunos principios de sostenibilidad en su construcción.	Los niños tienen dificultades para comprender los ODS y/o aplicar principios de sostenibilidad en su construcción.
Colaboración y trabajo en equipo	Los niños trabajan en equipo de manera eficaz, compartiendo ideas y respetando las opiniones de los demás.	Los niños colaboran en su mayoría, pero puede haber algunos problemas de comunicación o participación desigual.	Los niños tienen dificultades para trabajar en equipo, mostrando poca colaboración y comunicación.

Autoevaluación: Los alumnos se autoevalúan. “Rodea qué has aprendido”.

Tabla 4 Rúbrica para la autoevaluación

	Muy bien	Bien	Necesito mejorar
Identifico diferentes posiciones de una figura en 2D	Identifico muchas figuras correctamente.	Hice la mayoría de las figuras correctamente.	Tuve dificultades para hacer figuras.
Identifico diferentes posiciones de un objeto en 3D	Identifico muchos objetos correctamente.	Coloco la mayoría de los objetos correctamente	Tengo dificultades con la posición de algunos objetos
He demostrado toda mi creatividad en la maqueta	He demostrado mi creatividad	Podía haber demostrado mejor mi creatividad	He dependido de la creatividad de mis compañeros
He entendido los ODS trabajados	Entiendo muy bien todos los ODS trabajados.	Entiendo bien algunos ODS trabajados.	No entiendo ningún ODS.
A partir de ahora voy a pensar más en la sostenibilidad	He entendido qué es la sostenibilidad	Entiendo algo más la sostenibilidad	No entiendo mucho la sostenibilidad
He colaborado en mi grupo	He hecho mi parte	Tenía que haber hecho más	He tenido dificultades con mis compañeros

8. RESULTADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN

Los resultados de implementación del TFG han sido muy satisfactorios. Desde el punto de vista del maestro, ha sido un gran aprendizaje en materia de razonamiento espacial, ya que hasta este momento había basado todo el trabajo en la geometría tradicional.

Por la parte de los alumnos, han estado muy motivados desde el momento que les dije que íbamos a salir del aula a trabajar cosas que veíamos dentro, pasando por las prácticas que hacíamos dentro del aula manipulativamente con policubos o pentominós, hasta el trabajo con ordenadores a través de la aplicación “GeoGebra”. De hecho, muchos niños después de trabajar con esta aplicación me comentaban que habían estado practicando en casa haciendo simetrías o viendo las diferentes perspectivas de los prismas en la misma aplicación.

Pablo Ángel Páez Hospital

Cuando les dije lo que quería que hicieran como proyecto final, les noté muy ilusionados. De hecho, alguna madre me dijo lo que esa misma tarde el niño estuvo escribiendo las ideas que tenía para realizar la maqueta.

Por último, cuando se les comenté que quería que hicieran para terminar con el proyecto, sus expresiones delataban que estaban pensando qué es lo que iban a hacer y cómo. Estaban deseando empezar a realizarlo.

Los días que empleábamos en trabajar en el proyecto final, había muchos alumnos a los que se les veía muy ilusionados, y eso a mí me encantaba ver como había conseguido motivarlos con un trabajo que se sale de lo puramente teórico. También, no sólo el hecho de verlos motivados, sino darse cuenta cómo han interiorizado todos los conceptos vistos.

Como un aspecto a mejorar es el hecho de que pensaba que en 3 sesiones me iba a dar tiempo a que realizaran el trabajo, y he visto que necesitan algo más. Por un lado, se necesita pensar qué es lo que voy a hacer, cómo lo voy a hacer. Necesitan diseñar en un folio un boceto de su proyecto (casi siempre hay modificaciones de lo que uno cree al principio), ponerse a hacerlo (no siempre salen las cosas a la primera) y terminar la maqueta. Todo ello, lleva su tiempo y para niños de esta edad, que es la primera vez que se enfrentan a un trabajo de estas características, más todavía.

9. ANÁLISIS DAFO

Fortalezas:

Elementos internos que nos dan ventaja sobre los demás es el hecho de que desarrollamos el proyecto con alumnos con los que llevo dos cursos académicos, así como la experiencia docente, el conocimiento de los recursos con los que dispongo son aspectos positivos. También el conocimiento del currículo y que se menciona en él sobre los ODS.

También el hecho de que este curso escolar mi colegio participa en un proyecto (PIE) sobre Educación saludable, que engloba estilos de vida saludable, medio ambiente y sostenibilidad, educación emocional, autocuidados y accidentabilidad y uso positivo de las TIC.

TFG Educación Primaria 2024

Debilidades:

La primera vez que me enfrento a un trabajo (TFG) desde que terminé mis estudios académicos y la actualización pedagógica, aun haciendo todos los años cursos sobre metodologías nuevas.

Otro hecho que me supuso mayor esfuerzo es que no tenía conocimiento del tema de razonamiento espacial con relación a la geometría y con los Objetivos de Desarrollo Sostenible.

Oportunidades:

Los alumnos aprenden temas actuales que están en auge como son los ODS en edades tempranas. También el realizar el TFG sobre el razonamiento espacial hace que se vincule con diferentes áreas, como se ha explicado en este trabajo, como son ciencias, matemáticas, tecnología e ingeniería.

A nivel personal, tener la posibilidad de actualizar y complementar mi formación, conocimientos y metodologías pedagógicas.

Amenazas:

Al ser un enfoque relativamente nuevo, puede ser que algunos compañeros docentes sean reticentes al cambio. Así como el tiempo de que se dispone para llevarlo a cabo, con las horas marcadas en el horario tanto del profesorado como de los alumnos, puede ser un desafío.

El hecho de que tanto el alumnado como el maestro desconocieran lo que subyace a los ODS, desde su existencia, sus implicaciones hasta la forma de abordarlos desde el aula.

10. CONCLUSIONES

Una capacidad que todos los estudiantes deberían alcanzar según el NCTM para los alumnos de 2º de primaria es, investigar y predecir los resultados de juntar y separar figuras de dos y tres dimensiones. Esto lo han aprendido y practicado en la primera sesión cuando se les pedía que unieran cinco cuadrados sin separar uno de los lados, para formar pentominós y de manera secundaria ver las letras que se forman.

Pablo Ángel Páez Hospital

Otra de las habilidades que el NCTM propone para que los niños de esta edad consigan es, la de aplicar transformaciones y usar la simetría para analizar situaciones matemáticas. Esto se ha visto al trabajar con la aplicación “geogebra” (sesión 2 y sesión 5) y también al ver que los edificios que veíamos al salir del aula tenían simetrías.

El documento mencionado expone que, cuando los alumnos desarrollan el razonamiento espacial, adquieren una base para comprender no solo el mundo que les rodea, sino también otros temas de matemáticas, arte y ciencias sociales.

Todas las actividades que he ido desarrollando a lo largo de este TFG han sido, por una parte, un reto, ya que la terminología “razonamiento espacial” unido a los ODS suponía aprender sobre algo nuevo en relación con el vocabulario y ponerlo junto a todo el tema tan en boga como son los 17 ODS. Por otra parte, suponía el cómo transmitir ese aprendizaje a los niños y poner en relación estos dos aspectos.

Por último, decir que todo ha sido más fácil con la clase que he tenido, ya que son niños que tienen ganas e ilusión por aprender y además cuando los llevas a lugares que se salen de la rutina, como son los ordenadores o fuera del aula, los niños lo disfrutaban más y lo interiorizan mejor.

También me ha sorprendido el hecho que desde que hablas en clase de los ODS, ellos empiezan a preguntarte en cualquier asignatura que vayas a explicar (ciencias sociales, ciencias naturales, lengua...), de a qué objetivo se refiere.

Para concluir, el trabajo desarrollado a lo largo de estos meses ha sido muy satisfactorio tanto en la enseñanza como en el aprendizaje. He aprendido a enseñar aspectos de matemáticas (razonamiento espacial) de forma distinta a la forma tradicional. También el aprendizaje llevado a cabo por los alumnos demuestra diferente lenguaje utilizado a la hora de trabajar el mismo tema.

Por otra parte, me ha servido el relacionar los ODS a cualquier aspecto de la educación y en especial a mi TFG.

11. REFERENCIAS

- Albarracín, L, Badillo, E., Giménez, J., Vanegas, Y. & Vilella, X. (2018). Aprender a enseñar matemáticas en la educación primaria. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Alsina, Á. (2019). *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*. Barcelona, España: Graó.
- Alsina, À., & Mulà Pons de Vall, I. (2022). Sumando competencias matemáticas y de sostenibilidad: Implementar y evaluar actividades interdisciplinares. *Uno: revista de didáctica de las matemáticas*, 2022, núm. 95, 23-30.
- Cuida, A., Novo, M. L., & Valles, S. S. (2022). Abriendo puertas a la sostenibilidad desde la educación matemática. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (95), 31-36.
- Davis, Brent and the Spatial Reasoning Study Group (2015). *Spatial Reasoning in the Early Years. Principles, Assertions, and Speculations*. New York. Routledge.
- DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León.
- Diefes-Dux, H. A., Whittenberg, L., & McKee, R. (2013). Mathematical modeling at the intersection of elementary mathematics, art, and engineering education. In L. D. English & J. T. Mulligan (Eds.), *Reconceptualizing early mathematics learning* (pp. 309–325). Dordrecht, NL: Springer.
- Gardner, H. (1983). *Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences*. New York: Basic Books. (Traducción castellana de la segunda edición: Estructuras de la mente. La teoría de las inteligencias múltiples. México: Fondo de Cultura Económica, 1993).
- Ibarrola, B. & Etxeberria, T. (2017). *Inteligencias múltiples. De la teoría a la práctica escolar inclusiva*. España. SM
- Jarque-Bou, N., Roda-Sales, A., Plumed, R., & Gracia-Ibáñez, V. (2020). Estudio comparativo de metodologías de dibujo técnico para entrenar la visión espacial. *24th International Congress on Project Management and Engineering*.
- Newcombe, N. S. (2010). Picture this: increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 34(2), 29–43.
- Newcombe, N. S., & Stieff, M. (2012). Six myths about spatial thinking. *International Journal of Science Education*, 34(6), 955–971.
- Novo, Maria Luisa; Alsina i Pastells, Angel; Marban Prieto, Jose Maria; Berciano Alcaraz, Ainhoa. Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil. *Comunicar: Revista Científica de Comunicación y Educación* 2017; 25(52): 29-39. DOI: <https://doi.org/10.3916/C52-2017-03>

TFG Educación Primaria 2024

ORDEN ECI/3857/2007, de 27 de diciembre, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Maestro en Educación Primaria.

NTCM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

NTCM (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: SAEM Thales.

Robertson, J. (2016). *Educación fuera del aula. Trucos y recursos para ayudar a los docentes a enseñar al aire libre*. España. Ediciones SM.

Tahta, D. (1989). Is there a geometric imperative? *Mathematics Teaching*, 129, 20–29.

Shepard, R. N., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701–703.

Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (2020). Educación para el Desarrollo Sostenible. Hoja de ruta. UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374896>

Rieckmann, M. (2017). *Educación para los Objetivos de Desarrollo Sostenible: objetivos de aprendizaje*. UNESCO Publishing.

UNESCO (2017). Education for Sustainable Development Goals: Learning objectives. París (Francia): UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000252423>

Uttal, D. H., Meadow, N. G., Tipton, E., Hand, L. L., Alden, A. R., Warren, C., & Newcombe, N. S. (2013). The malleability of spatial skills: a meta-analysis of training studies. *Psychological Bulletin*, 139(2), 352–402. doi: 10.1037/a002844

Vasquez, C., Seckel J., Rojas F., Errázuriz C., & Valdivieso G. (2022). Un puente entre la alfabetización estadística y la alfabetización en sostenibilidad. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, (95), 7-14.

Vergara Rodríguez, D., Rubio Cavero, M. P. & Lorenzo, M. (2019). On the Use of PDF-3D to Overcome Spatial Visualization Difficulties Linked with Ternary Phase Diagrams. *Education Sciences*, 9 (2), 67.

Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101(4), 817–835.

Wauquiez, S., Barras, N. y Henzi, M. (2021). *La escuela a cielo abierto*. (98-103; 108-111). Sevilla, España. La Travesía Ediciones.

12. ANEXOS.

12.1. Producciones del desarrollo del TFG de algunos estudiantes.



Figura 10 Alumna haciendo un pentominó con cuadrados



Figura 11 Alumnos señalando una circunferencia en la calle



Figura 12 Alumna trabajando la memoria



Figura 13 Realizando figuras geométricas con materiales del entorno



Figura 14 Alumnos haciendo un cuadrado con una cuerda

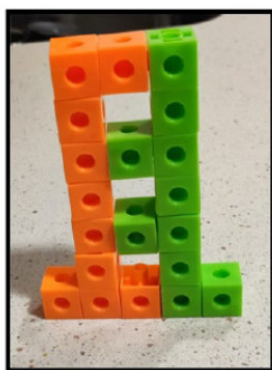


Figura 15 Una figura con polibubos

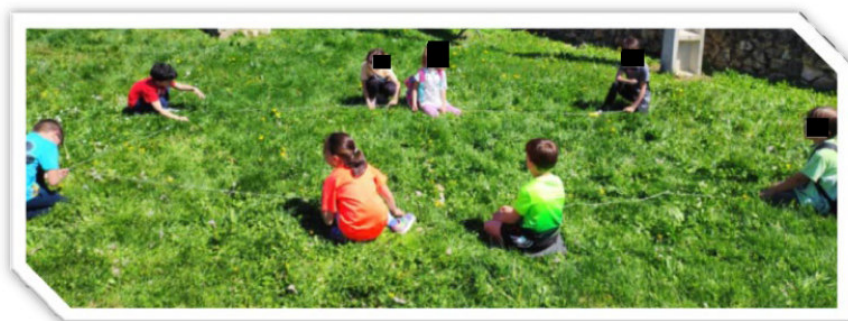


Figura 16 Alumnos representando con cuerdas dos cuadrados simétricos

12.2. Producciones finales del proceso y finalización de la maqueta



Figura 17 Un grupo dibujando un boceto de la maqueta



Figura 18 Alumno pintando un edificio de la maqueta

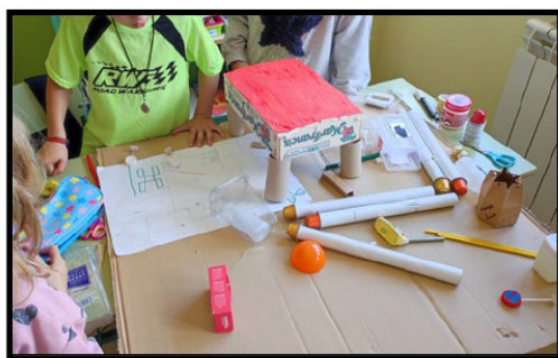


Figura 19 Primeros pasos en la realización de la maqueta

TFG Educación Primaria 2024



Figura 20 Maqueta con edificios y estatuas utilizando materiales reciclados



Figura 21 Otra maqueta con prismas, cilindros representando edificios



Figura 22 Parte de una maqueta donde se ve una alusión a los ODS