EXERCICIO PÚBLICO

DE MATEMÁTICAS,

QUE TENDRÁN

EN LA REAL ACADEMIA

DE SAN FERNANDO

DON MAGIN VALLESPINOSA,

Y

DON MANUEL JOSEPH DE CIARAN.

ASISTIDOS DE SU CATEDRÁTICO

D. ANTONIO DE VARAS Y PORTILLA,

Director de Matemáticas de la misma Real Academia.

DIA 15 DE SEPTIEMBRE A LAS 4 DE LA TARDE.

MADRID MDCCXCVI.

EN LA IMPRENTA DE LA VIUDA DE IBARRA.

MATEMÁTICAS PURAS.

Despues de habernos instruido en los principios fundamentales de la ciencia de la cantidad, nos engolfamos, por decirlo así, en aquellos tratados de mayor empeño y sublimidad; en donde mas bien se dexa conocer que las Ciencias exâctas son la obra esencial del entendimiento humano, y el espectáculo mas digno que se puede presentar á un talento verdaderamente filosófico.

La Trigonometría, las Secciones Cónicas, y las Series nos han dado repetidas pruebas de esto mismo; y nosotros ofrecemos dárselas al Público de los conocimientos que hemos adquirido, no solo en los referidos tratados, sino tambien en el cálculo Infinitesimal.

§. I.

De la Trigonometría Plana.

1 Esta parte de la Geometría nos enseña á resolver los triángulos rectilíneos en todos los casos posibles; y para conseguirlo se vale de varias lineas rectas llamadas senos, tangentes, &c.

2 Como el seno de todo arco es la mitad de la cuerda del arco doble, es claro que el seno de 30° ha de valer la mitad del radio; pero la tangente de 45° es igual al radio.

3 Las lineas trigonométricas de un arco que pasa de 90° son las mismas que las de su suplemento.

4 Determinado que sea el número de partes en que se considere debido el radio, se puede hallar el valor de las lineas trigonométricas en partes de dicho radio, con solo suponer conocido un seno. De manera que siendo

do dado el seno de un arco podemos determinar su coseno, su seno verso, su tangente, su secante, su coseno verso, su cotangente, y cosecante.

5 En conociendo el seno de un arco se puede hallar el de su mitad, y conociendo tambien el de un arco qualquiera, se puede determinar el del arco duplo.

6 Dados los senos de dos arcos manifestarémos como se pueden hallar el seno y coseno de su suma y de su diferencia.

7 Las proposiciones acabadas de establecer bastan para enterarse del método que podria seguirse en la formacion de una tabla de senos.

§. II.

De la Resolucion de los Triángulos.

1 Todos los casos que pueden ocurrir

rir en la resolucion de los triángulos rectángulos se resuelven por medio de dos analogías ; cuyo fundamento estriba en que en todo triángulo los senos de los ángulos son proporcionales á sus lados opuestos.

2 La misma proposicion nos sirve para los triángulos obliquángulos: 1.º quando son conocidos dos ángulos y un lado: 2.º quando son conocidos dos lados y un ángulo opuesto á uno de dichos lados.

3 Siempre que en un triángulo rectilíneo se baxe desde uno de los ángulos una perpendicular al lado opuesto, se verificará que el lado sobre el qual, ó sobre cuya prolongacion cae la perpeudicular, es á la suma de los otros dos lados, como la diferencia de los mismos lados es á la suma ó diferencia de los segmentos, segun cayga dentro ó fuera del triángulo la perpendicular.

Su-

4 Supuesta la proposicion antecedente podremos hallar el valor de los tres ángulos de un triángulo con solo conocer sus tres lados.

5 La suma de los senos de dos arcos es á la diferencia de los mismos senos, como la tangente de la mitad de la suma de los arcos, es á la tangente de la mitad de la diferencia. De esta verdad deduciremos que en todo triángulo rectilíneo la suma de dos lados es á su diferencia, como la tangente de la mitad de la suma de los dos ángulos opuestos á dichos lados, es á la tangente de la mitad de su diferencia.

6 Fundados en la proposicion anterior resolverémos el siguiente problema: Dados en un triángulo obliquángulo dos lados y el ángulo que forman hallar todo lo demas.

§.

§. III.

De la Nivelacion.

1 La medicion de las lineas en el terreno tendria poca dificultad, si la superficie de la tierra fuese llana; pero ademas de las desigualdades que ofrece, es curva, como lo acreditarémos con algunas sencillas observaciones.

2 Todos los puntos que están colocados á igual distancia del centro de la tierra, se dice que están en el nivel verdadero; y la diferencia que hay entre este y el aparente, la podemos apreciar con mucha facilidad.

3 Para executar la práctica de la nivelacion con la exâctitud posible, se han inventado varios instrumentos; pero nosotros solo harémos mencion del nivel triangular, del de ayre y del agua, manifestando los principios en que está fun-

fundada su construccion al tiempo de describirlos.

4 Para averiguar si dos puntos están ó no á un nivel, se puede indagar con una ó mas operaciones, segun sea la distancia que haya entre dichos dos puntos, y esto es lo que hace que la nivelacion se llame simple ó compuesta.

§. IV.

De las aplicaciones de la Trigonometría.

1 Una linea accesible en todos sus puntos se mide aplicándola sucesivamente la unidad con la que se quiere medir; pero si es inaccesible en toda su longitud ó en alguna de sus partes, se procurará hacerla lado de un triángulo, del qual se buscarán las cosas que le pueden determinar.

2 Quando se trata de medir la altura vertical de una torre ó edificio, de-

debe hacerse la operacion á una distancia mediana del edificio, á fin de que el error que indispensablemente se comete al tomar el ángulo sea el menor que se pueda. Este error depende de dos causas, la primera consiste en que el orizonte del observador no es el mismo que el del objeto observado, y la segunda en la refraccion que padecen los rayos de luz que atraviesan obliquamente la atmósfera: de cada una de ellas hablarémos separadamente.

3 Las cantidades que se miden en el terreno son de dos especies, porque ó bien son ángulos que forman los rayos visuales encaminados á los principales puntos del plano que se vá á levantar, ó bien extensiones en longitud que sirven de bases á los triángulos en que se considera dividida la figura del plano. Para medir los ángulos nos puede servir entre otros instrumentos el Grafómetro, cuyos requisitos in-

indispensables consisten (como lo harémos ver al tiempo de hacer su descripcion) en que esté bien dividido, y que tenga el centro en su lugar.

4 Levantar el plano de un terreno no es otra cosa que trazar en pequeño una figura semejante á otra grande. Puede esto executarse sin el auxîlio del Grafómetro, ni de la Trigonometría, valiéndose únicamente de la Plancheta; pero este instrumento tiene ciertos defectos, por los quales es imposible executar con él una operacion con la exâctitud correspondiente. Y así en cosas de importancia siempre se le da al Grafómetro la preferencia.

5 La Brújula seria tambien un instrumento sumamente apreciable para levantar planos, sino tuviera algunos defectos de que pueden resultar equivocaciones muy substanciales en esta especie de operaciones.

§. V.

De la Teoría de las curvas.

1 Como el objeto principal de todas nuestras investigaciones en esta materia ha consistido en cifrar la naturaleza de las curvas en una equacion algebráyca, nos creemos obligados á manifestar los medios por donde esto se consigue.

2 La esencia de una misma curva se puede figurar en diferentes equaciones, cada una de las quales la represente, por decirlo así, de distinto modo, como lo acreditarémos en el círculo.

3 Habiendo observado que hay algunas curvas regulares, cuya naturaleza no es posible cifrarla en una equacion algebráyca, nos hemos visto precisados á dividirlas en racionales é irracionales, notando cuidadosamente las

se-

señales características que distinguen las unas de las otras.

4 La obligacion del Geómetra en punto á las curvas no consiste solo en saber cifrar todas sus singularidades en una equacion algebráyca, necesita tambien saber el modo con que la equacion representa el contorno de la curva; por manera que todo está reducido á resolver el siguiente problema: dada la curva, cifrar su naturaleza en una equacion, y dada la equacion, trazar la curva.

5 De la misma equacion en que se halle cifrada la naturaleza de la curva inferirémos, primero, quando pasa por el orígen: segundo, en qué puntos corta al exe de las ordenadas ó de las abscisas.

6 Entre las curvas algebráycas hacen el primer papel la Parábola, la Elipse, y la Hypérbola, las quales toman el nombre de secciones cónicas, por-

porque, segun dirémos, resultan tambien del diferente modo con que se puede cortar un cono recto con un plano.

§. VI.

De la Parábola.

1 Antes de demostrar que en esta curva el quadrado de una ordenada es igual al producto de la abscisa por el parámetro, darémos á conocer alguno de los medios por donde se puede describir, y concluirémos nuestra demostracion, deduciendo varias conseqüencias que resultan de su misma naturaleza.

2 La ordenada que pasa por el focus de la parábola es igual á la mitad del parámetro.

3 Tirar una tangente á la parábola por un punto dado.

4 La subnormal es igual á la mitad del parámetro.

5 La subtangente es dupla de la abscisa.

6 Hallar las fórmulas de la normal, tangente y radio vector.

7 El parámetro de todo diámetro es igual al parámetro del exe mas el quadruplo de la abscisa; de donde resulta, primero, que el parámetro del exe es el menor de todos los parámetros: segundo, que el parámetro del exe es una tercera proporcional á la abscisa y á la tangente correspondiente al orígen del mismo diámetro.

§. VII.

De la Elipse.

1 Despues de manifestar el método de que nos podemos servir para trazar una elipse, probarémos que su semiexe menor es medio proporcional entre la distancia del uno de los focus

cus á los extremos del exe mayor.

2 Fundados en que el quadrado de la ordenada al exe mayor de la elipse, es al producto de sus abscisas como el quadrado del semiexe menor es al quadrado del semiexe mayor; deducirémos la equacion de esta curva, ya se cuenten las abscisas desde el centro, ya desde el vértice, ya, en fin, se atienda á su parámetro.

3 Hallar la equacion de la misma curva con relacion á su exe menor.

4 Las mismas equaciones de esta curva nos ofrecen varias consideraciones, que sobre ser de bastante importancia, son muy á propósito para enterarse de su naturaleza.

5 Las dos ordenadas juntas que pasan por el focus de la elipse son iguales al parámetro del primer exe.

6 Por un punto determinado tirar una tangente á la elipse.

7 Hallar las expresiones de los radios

dios vectores, de la subnormal y subtangente.

8 El triángulo que forma en una elipse la tangente, la subtangente y la ordenada correspondientes á un mismo punto, es igual al trapecio que forman la abscisa, la ordenada, la tangente en el vértice, y una recta que pasa por el punto de contacto saliendo del centro.

9 Todos los diámetros están divididos por medio en el centro.

§. VIII.

De la Hypérbola.

1 En la hypérbola el semiexe menor es medio proporcional entre las distancias del uno de los focus á los extremos del exe mayor.

2 El quadrado de una ordenada qualquiera al primer exe de una hypérbo-

bola, es al producto de sus abscisas, como el quadrado del semiexe primero, es al quadrado del semiexe segundo.

3 Atendiendo á la propiedad de que se habla en la proposicion anterior, deducirémos la equacion de la curva, bien se cuenten las abscisas desde el centro, bien desde el vértice, infiriendo despues varias conseqüencias.

4 Determinar las equaciones de la hypérbola, así respecto de su parámetro, como respecto del segundo exe.

5 Las dos ordenadas juntas que pasan por el focus de una hypérbola son iguales al parámetro del primer exe.

6 Por un punto dado tirar una tangente á la hypérbola.

7 Manifestar quales son las expresiones de los radios vectores, subnormal y subtangente.

8 Si se tiran ordenadas á cada una de las asyntotas desde un punto de la hy-

hypérbola, de modo que sean paralelas al segundo exe, el rectángulo formado por aquellas es igual al quadrado del semiexe menor, de donde inferirémos que la hypérbola jamas encuentra á la asyntota, aunque se la vaya acercando mas y mas.

9 Hallar una fórmula general donde esté cifrada la naturaleza de las tres secciones cónicas.

§. IX.

De las Series.

1 Como las series son de muchísimo recurso en todos los ramos de las Matemáticas, nos creemos obligados á dar razon así de su orígen como de las diferentes especies que de ellas se conocen.

2 Las series se pueden formar por medio de una division continuada; pero

ro es preferible á este método el que han discurrido los Algebristas, pues sobre ser sumamente ingenioso, ahorra muchísimo trabajo.

3 Podemos expresar el valor de la variable que se halla en una serie, por medio de otra serie que en cada uno de sus términos tenga una potencia distinta de otra variable. El artificio por donde esto se consigue se llama método inverso, retorno ó regreso de las series.

4 El punto de mas importancia y de mas dificultad en el asunto de las series es sumarlas; pero nosotros nos contentarémos con dar una breve noticia del término general y sumatorio.

5 Del resultado que hallemos al tiempo de manifestar que siendo conocida la suma general de una serie, es fácil de sacar su término general, harémos algunas aplicaciones á las series de los números figurados.

Las

6 Las combinaciones que admiten las cantidades de dos en dos, de tres èn tres, &c. se pueden expresar por medio de fórmulas generales.

7 Las series nos subministran medios para aproxîmar á nuestro arbitrio las raices de las cantidades irracionales.

8 Dos son las qüestiones fundamentales á que podemos aplicar las series en la doctrina de los logaritmos, á saber: primero, dado un número hallar su logaritmo: segundo, dado un logaritmo hallar su número; pero ántes de empeñarnos en su resolucion, manifestarémos lo que se entiende por base logarítmica de un sistema, y como abrevian los logaritmos las operaciones de composicion y resolucion.

9 El logaritmo de un número despues que recibió algun incremento ó diferencia finita, no puede ser el mismo que le correspondia antes de recibir tal incremento. Dirémos pues, como

mo se halla el logaritmo que entónces le corresponde.

10 La razon que guardan entre sí los logaritmos de un mismo número sacados en sistemas de bases diferentes es invariable. Por eso manifestarémos el modo con que se reducen los logaritmos tabulares á hyperbólicos, y recíprocamente.

Del cálculo Infinitesimal.

§. X.

Del infinito Matemático.

1 Nada tiene que ver el infinito Matemático con el infinito Filosófico; no es mas que un modo abstracto de considerar lo finito, ó por mejor decir es el límite de lo finito.

2 Hay diferentes grados ú órdenes tanto de infinitos, como infinitamente pe-

pequeños, así potenciales como radicales.

3 Quando la diferencia que hay entre dos cantidades va menguando sin cesar, de manera que llegue á ser menor que qualquiera cantidad asignable ó apreciable, las dos cantidades serán por último iguales. De esta verdad resultan varias conseqüencias de que harémos mencion.

§. XI.

Del cálculo Diferencial.

1 Despues de descubrir qual sea el objeto del cálculo diferencial, expondrémos varias reglas generales para diferenciar qualquiera cantidad variable sea monomia ó polinomia, bien esté elevada á alguna potencia, ó debaxo de algun signo radical.

2 La diferencial de un quebrado, en

en cuyo numerador y denominador hay cantidades variables, se saca por el mismo camino que la del producto de muchas variables.

3 Las diferenciales segundas se hallan del mismo modo que las primeras; esto es, se saca la diferencial primera, y despues se vuelven á diferenciar.

4 Explicar como se hallan las diferenciales logarítmicas y exponenciales.

5 La regla para diferenciar qualesquiera cantidades que tengan senos, cosenos, &c. la determinarémos diferenciando un arco de círculo con relacion á sus lineas trigonométricas.

6 Considerando á las lineas curvas como polygonos de lados infinitamente pequeños, deducirémos las fórmulas para hallar la subtangente, normal y subnormal de dichas lineas.

7 El método por donde se determinan las máxîmas y mínimas abscisas

y

y ordenadas, y los puntos que son límites de dichas abscisas ú ordenadas es uno mismo.

§. XII.

Del cálculo Integral.

1 Siendo este cálculo el inverso del diferencial, las reglas para integrar las cantidades que provienen de una diferenciacion exâcta, las deducirémos de los métodos establecidos para diferenciarlas.

2 Para que las diferenciales binomias sean capaces de una integracion algebráyca, se necesita que concurran en ellas varias circunstancias que referirémos, presentando una expresion general en donde se hallen cifrados los casos en que pueden ser integrables exâctamente.

3 Las cantidades complexâs que no se pueden integrar exâctamente, es me-

nester aproxîmarlas por series, y el artificio con que esto se hace lo manifestarémos á quien gustase preguntarlo.

4 Como en la diferenciacion de las cantidades se desaparecieron las constantes, y para la integracion es preciso contar con ellas, quando las haya habido antes de diferenciar; darémos una regla general para hallarlas, no obstante que siempre las determina la naturaleza de la qüestion de que se trata.

5 Integrar las cantidades logarítmicas y exponenciales.

6 Por medio de los arcos de círculo integramos varias cantidades, aun quando no provengan de una diferenciacion perfecta.

7 La correspondencia que tienen entre sí los cálculos diferencial é integral, la acabará de hacer patente el uso que se hace de ellos en la aplicacion á los logaritmos.

Los

8 Los medios que subministra el cálculo integral para hallar la quadratura de los espacios curvilíneos son tales, que, aun quando no sea posible quadrarlos perfectamente, nos subministra sin embargo quadraturas muy aproxîmadas.

9 Sin empeñarnos en resolver problema alguno en particular, darémos á conocer las fórmulas por donde se hallan las superficies y solideces de los cuerpos de revolucion.

MATEMÁTICAS MIXTAS.

De todos los diferentes ramos que abrazan estas Ciencias, solo nos proponemos hablar en este exercicio de las Máquinas simples, por medio de las quales conseguimos equilibrar muchas veces grandes masas con potencias muy pequeñas; pero antepondrémos algunas proposiciones del movimiento, y de la composicion y resolucion de las fuerzas, por ser puntos importantes para la cabal inteligencia de la Estática.

§. I.

Del movimiento uniforme y uniformemente acelerado.

1 Aunque no hay cuerpo, ni elemento en la Naturaleza que no sea capaz de moverse; sin embargo, no todos tienen la misma disposicion para el movimiento.

2 Baxo la voz de Dinámica se comprehende todo lo que pertenece al movimiento de los cuerpos sólidos; pero nosotros nos ceñirémos á dar razon de las fórmulas para comparar los espacios, tiempos y velocidades de los cuerpos que andan tanto con movimiento uniforme, como con movimien-

miento uniformemente acelerado.

3 No debe confundirse la velocidad de un cuerpo con su cantidad de movimiento; por esta se mide siempre el efecto que produce toda fuerza que obra sobre un cuerpo.

§. II.

De la composicion y resolucion del movimiento.

1 Todo móvil que es impelido á un mismo tiempo por dos causas, que forman un ángulo qualquiera, se mueve en la diagonal de un paralelógramo, cuyos lados con sus longitudes representan los efectos que producirian dichas causas si obrasen separadamente, y con su inclinacion la direccion que seguirá despues de haber obrado juntas: el móvil anda dicha diagonal en el mismo tiempo que gastaria en andar qual-

qualquiera de los lados, y su movimiento es uniforme.

2 Segun aumente ó disminuya el ángulo que determina las direcciones de las potencias, esto es, segun sean estas mas ó menos conspirantes, así será mayor ó menor el efecto que producirán.

3 Considerando á la diagonal como una tercera potencia capaz de producir por sí sola el mismo efecto que las otras dos juntas, demostrarémos que una qualquiera de las dos potencias componentes y su derivada siempre están en la razon del seno del ángulo comprehendido entre las direcciones de las otras dos.

4 Así como se puede representar el efecto de muchas fuerzas por una sola que las contenga á todas, así tambien una sola se puede resolver en quantas se quieran.

§. III.

De la gravedad y del movimiento de los cuerpos entregados á su accion.

1 Todos los cuerpos sublunares sobre ser graves hácia el centro de la tierra, lo son tambien entre sí.

2 La gravedad de los cuerpos que están colocados á igual distancia del centro de la tierra, es siempre la misma, por mas que se diferencien en cantidades de materia.

3 El peso de los cuerpos es proporcional á la masa.

4 El peso de un cuerpo comparado con el de otro baxo volúmenes iguales se llama peso específico, y la razon que este tiene con los volúmenes y pesos de dichos cuerpos la darémos á conocer si se nos preguntase.

5 La experiencia ha manifestado que los cuerpos que baxan por un medio

dio de poca resistencia, tienen un movimiento uniformemente acelerado, y al subir uniformemente retardado. Por lo qual será de nuestra obligacion manifestar el método por donde se calculan así los espacios parciales como los totales.

6 Determinar de que altura debe caer un grave para adquirir una velocidad, con la qual pueda andar uniformemente cierto número de pies por segundo.

7 En todo cuerpo se considera un punto en el qual se concibe reconcentrado todo el peso de dicho cuerpo; por manera que estando sostenido por este punto el cuerpo, se mantiene en equilibrio.

De la Estática.

§. IV.

De la Máquina funicular.

1 Para que haya equilibrio entre tres potencias que obran en un cuerpo por medio de cordones, se necesita que cada una de ellas sea como el seno del ángulo formado por las direcciones de las otras dos.

2 Fundados en el mismo principio se pueden determinar las condiciones del equilibrio entre quantas potencias se quieran, aplicadas á diferentes cordones unidos por un mismo nudo ó por nudos diferentes.

3 Por mas fuerza que se haga no es posible poner perfectamente orizontal una cuerda de modo que no pandee.

§. V.

De la Palanca, Garrucha y Torno.

1 Habrá equilibrio en una palanca, siempre que las potencias aplicadas á ella sean recíprocamente como las perpendiculares tiradas desde el punto de apoyo á sus direcciones.

2 Quando el centro de gravedad de una palanca no coincide con el punto de apoyo, es menester llevar en cuenta su peso para calcular el equilibrio.

3 Dada una palanca, su peso y las potencias aplicadas á sus dos extremos, determinar el punto de apoyo.

4 Hallar el valor de la mínima potencia que puede obrar con una palanca de segunda especie.

5 Las balanzas y la romana ocupan el primer lugar entre los varios instrumentos para pesar los cuerpos,

y que se refieren á la palanca.

6 Dos son las especies de garruchas que se conocen, y en cada una de ellas manifestarémos el caso del equilibrio.

7 Para el equilibrio en el torno se necesita que la potencia aplicada á la rueda sea al peso, como el radio del cilindro es al radio de la rueda.

§. VI.

Del Plano Inclinado.

1 Siendo uno mismo el cuerpo que insiste sobre un plano inclinado, la potencia que se equilibra con él deberá ser mayor ó menor, segun sea la direccion en que le sostiene.

2 La rosca, el tornillo sin fin, y la cuña son máquinas que se refieren al plano inclinado, y en cada una de ellas nos ofrecemos á dar razon del caso del equilibrio.

§.

§. VII.

Del Rozamiento en general.

1 No habiendo encontrado hasta ahora regla ninguna constante por donde se pueda calcular el rozamiento, nos contentarémos con referir á quien lo preguntare las especies que de él conocemos, los elementos á que debemos atender quando se intenta apreciarle, y los medios de que se valen los Mecánicos para disminuirle.

2 Si el rozamiento perjudica en muchos casos, hay muchos mas en què es provechoso.

3 Suponiendo que el rozamiento es proporcional á la presion, demostrarémos que la tangente del ángulo del rozamiento es al radio, como la presion es al rozamiento.