



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

**ESTABILIDAD DE PÓRTICOS PLANOS. COMPARATIVA
ENTRE NORMATIVA Y MÉTODOS NUMÉRICOS.**

Autor:

Mateu Sánchez, Juan

Tutores:

Lorenzana Iban, Antolín

Magdaleno González, Álvaro

Departamento de Construcciones
Arquitectónicas, Ingeniería del Terreno y
Mecánica de los Medios Continuos y
Teoría de Estructuras

Valladolid, septiembre de 2024.

RESUMEN

Este trabajo de fin de grado se centra en un estudio comparativo entre la normativa vigente para el diseño a pandeo de estructuras y los métodos numéricos para la simulación y cálculo de inestabilidades por pandeo utilizando el software SAP2000.

El objetivo principal es analizar las diferencias en los resultados obtenidos por las normas estructurales actuales en comparación con las simulaciones numéricas avanzadas basadas en métodos matriciales.

Se realiza una revisión exhaustiva de los apartados de la normativa aplicable al pandeo, destacando sus limitaciones y el enfoque teórico en el que se basa. A continuación, se emplea SAP2000 para modelar y simular diferentes estructuras sometidas a condiciones de pandeo.

Los resultados obtenidos se comparan con los valores normativos, identificando discrepancias y explorando las posibles causas de estas diferencias.

PALABRAS CLAVE

Normativa, pandeo, barra aislada, pórtico, mallado.

ABSTRACT

This final degree project focuses on a comparative study between the current standards for buckling design of structures and numerical methods for simulating and calculating buckling instabilities using SAP2000 software.

The main objective is to analyze the differences in the results obtained by the current structural standards compared to advanced numerical simulations based on matrix methods.

A thorough review of the sections of the standards applicable to buckling is conducted, highlighting their limitations and the theoretical approach on which they are based. SAP2000 is then used to model and simulate different structures subjected to buckling conditions.

The results obtained are compared with the normative values, identifying discrepancies and exploring the possible causes of these differences.

KEYWORDS

Standards, Buckling, Isolated Beam, Frame, Mesh.

Índice de contenidos

RESUMEN	3
PALABRAS CLAVE	3
ABSTRACT	3
KEYWORDS.....	3
ÍNDICE DE FIGURAS.....	7
ÍNDICE DE TABLAS	9
SIMBOLOGÍA Y NOMENCLATURA UTILIZADA.....	11
1. Capítulo 1: Introducción.....	13
1.1 Motivación y objetivos.....	15
1.2 Estructura del documento.....	16
2. Capítulo 2: Fundamentos teóricos	19
2.1 Métodos de estudio de pandeo.....	23
2.1.1 Teoría de Euler y funciones de inestabilidad	23
2.1.2 Métodos de energía	26
2.1.3 Métodos numéricos computacionales	26
2.1.4 Técnicas experimentales.....	27
2.1.5 Normativas y códigos de diseño.....	28
2.2 Normativa.....	29
2.2.1 Barras aisladas de sección y axil constante. DB-SEA.....	30
2.2.2 Pilares en edificios: Pórticos. DB-SEA	33
2.2.3 Normativa para pórticos. NBE -EA95.....	36
2.3 SAP2000	37
2.3.1 Crear material de trabajo y perfil estructural	37
2.3.2 Mallado y convergencia de malla	39
3. Capítulo 3: Casos de estudio.....	45
3.1 Simulaciones de barras aisladas	45
3.1.1 RESULTADOS DE PERFILES #50.2 Y #60.2	54
3.1.2 RESULTADOS PERFIL IPE80	57
3.1.3 RESULTADOS DE PERFILES ϕ 50.2 ϕ 60.2.....	59
3.2 Simulaciones de pórticos	61
3.2.1 Resultados Pórtico IPE300	65
3.2.2 Resultados Pórtico ϕ 60.2.....	66

3.2.3 Resultados Pórtico ϕ 100.3	66
4. Capítulo 4: Análisis de resultados para barras aisladas	69
5. Capítulo 5: Análisis de resultados para pórticos	75
5.1 Comprobación normativa DB-SEA.....	75
5.2 Comprobación normativa. NBE-E95	83
6. Capítulo 6: Conclusiones y líneas futuras.....	87
6.1 Conclusiones.....	87
6.2 Líneas futuras	89
6.3 Consideraciones adicionales	91
6.3.1 Planificación del trabajo.....	91
6.3.2 Coste de horas de trabajo y aspectos económicos	91
Bibliografía	93

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1: ANÁLISIS ESTRUCTURAL POR MÉTODOS NUMÉRICOS	13
FIGURA 1.2: PANDEO EN EDIFICIOS. BURJ KHALIFA [26]	14
FIGURA 1.3: VIGAS Y PUENTES. GOLDEN GATE [16]	14
FIGURA 1.4: PANDEO EN TORRES DE ALTA TENSIÓN [18]	15
FIGURA 2.1: PANDEO EN BARRA AISLADA	19
FIGURA 2.2: PANDEO FLEXIONAL EULERIANO [23]	21
FIGURA 2.3: PANDEO TORSIONAL [23]	21
FIGURA 2.4: PANDEO LATERAL-TORSIONAL [23]	22
FIGURA 2.5: PANDEO LOCAL [23]	23
FIGURA 2.6: SOFTWARES DE CÁLCULO ESTRUCTURAL	27
FIGURA 2.7: ENSAYO EXPERIMENTAL DE COLUMNAS [17]	28
FIGURA 2.8: DOCUMENTO BÁSICO SE-A. SEGURIDAD ESTRUCTURAL ACERO [21]	29
FIGURA 2.9: DEFORMADAS DE BARRAS SOMETIDAS A PANDEO SEGÚN LOS APOYOS	31
FIGURA 2.10: GRÁFICO DE CURVAS DE PANDEO DE LA NORMATIVA DB-SEA [21]	32
FIGURA 2.11: CASOS DE LA DEFORMADA DEL PÓRTICO POR PANDEO	34
FIGURA 2.12: CURVAS DE BETA DE PANDEO PARA CASOS. A) INTRASLACIONAL --- B) TRASLACIONAL [21]	36
FIGURA 2.13: SOFTWARE SAP2000	37
FIGURA 2.14: DEFINE MATERIAL	38
FIGURA 2.15: DEFINE SECTION PROPERTY	38
FIGURA 2.16: MALLADO. DIVIDE FRAMES	40
FIGURA 2.17: DIVIDES SELECTED FRAMES	41
FIGURA 2.18: BARRA CON MALLADO DE 8 DIVISIONES	41
FIGURA 2.19: GRÁFICAS DE CONVERGENCIA PARA PERFIL $\Phi 50.2$ DE 1 METRO	42
FIGURA 2.20: GRÁFICAS DE CONVERGENCIA PARA PERFIL $\Phi 60.2$ DE 1 METRO	42
FIGURA 2.21: DATOS DE CONVERGENCIA PARA PERFIL $\Phi 50.2$ POR DIVISIONES POR UNIDAD DE LONGITUD	43
FIGURA 2.22: DATOS DE CONVERGENCIA PARA PERFIL $\Phi 60.2$ POR DIVISIONES POR UNIDAD DE LONGITUD	43
FIGURA 2.23: GRÁFICAS DE ERROR RELATIVO PARA PERFIL $\Phi 50.2$	44
FIGURA 2.24: GRÁFICAS DE ERROR RELATIVO PARA PERFIL $\Phi 60.2$	44
FIGURA 3.1: NUEVO MODELO Y PANTALLA DE TRABAJO	46
FIGURA 3.2: EDITOR DE LA REJILLA DE TRABAJO	47
FIGURA 3.3: APLICACIÓN DEL MATERIAL Y PERFIL	48
FIGURA 3.4: BARRA CON MATERIAL Y PERFIL APLICADO	48
FIGURA 3.5: APLICACIÓN DE CONDICIONES DE CONTORNO Y APOYOS	48
FIGURA 3.6: BARRA CON CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS	49
FIGURA 3.7: DEFINIR PATRÓN DE CARGA	49
FIGURA 3.8: DATOS DEL CASO DE CARGA. BUCKLING	50
FIGURA 3.9: APLICACIÓN DE LAS FUERZAS EN NODOS	50
FIGURA 3.10: CARGA APLICADA EN NODO	51
FIGURA 3.11: CASOS DE ESTUDIO PARA BARRAS AISLADAS	51
FIGURA 3.12: CONFIGURACIÓN DE ANÁLISIS PARA CASO PLANO	52
FIGURA 3.13: PANTALLA DE SAP TRAS SIMULACIÓN	52
FIGURA 3.14: MODIFICACIÓN DE LAS DIMENSIONES DE LA REJILLA	53
FIGURA 3.15: GLUE TO GRID LINES	53
FIGURA 3.16: CORRESPONDENCIA DE CURVAS SEGÚN PERFIL TUBULAR CUADRADO [21]	54
FIGURA 3.17: CÁLCULOS A PARTIR DE RESULTADOS DE SAP2000 PARA BARRAS AISLADAS	55

FIGURA 3.18: GRÁFICO DE CURVA DE PANDEO PARA PERFILES #50.2 #60.2.....	57
FIGURA 3.19: CORRESPONDENCIA DE CURVAS PARA PERFIL LAMINADOS EN I [21].....	58
FIGURA 3.20: GRÁFICO DE CURVA DE PANDEO PARA PERFIL IPE80.....	59
FIGURA 3.21: GRÁFICO DE CURVA DE PANDEO PARA PERFILES Φ 50.2 Y Φ 60.2.....	61
FIGURA 3.22: CASO DE CARGAS PARA PÓRTICOS.....	62
FIGURA 3.23: CONFIGURACIÓN REJILLA PARA PÓRTICO.....	63
FIGURA 3.24: PÓRTICO MODELADO CON MATERIAL APLICADO.....	63
FIGURA 3.25: CASOS DE ESTUDIO PARA PÓRTICOS.....	64
FIGURA 3.26: CAMBIO DE MODO DE PANDEO SAP2000.....	65
FIGURA 3.27: CÁLCULOS A PARTIR DE RESULTADOS DE SIMULACIONES DE PÓRTICOS.....	65
FIGURA 4.1: GRÁFICO DE CURVAS DE PANDEO DEL DB-SEA VS CURVA DE SAP2000.....	69
FIGURA 4.2: GRAFICO DE ERRORES RELATIVOS PARA CADA CURVA.....	70
FIGURA 4.3: GRÁFICO DE LA CURVA DE SAP2000.....	71
FIGURA 4.4: GRAFICO DE FACTORES DE CORRECCIÓN ENTRE VALORES DEL DB-SEA Y SAP2000.....	73
FIGURA 5.1: TIPO DE PÓRTICO SEGÚN SU FORMA DE PANDEO.....	75
FIGURA 5.2: COEFICIENTES DE RIGIDEZ PARA PÓRTICO.....	76
FIGURA 5.3: GRÁFICA PARA BETA EN PILAR TRASLACIONAL EMPOTRADO.....	81
FIGURA 5.4: GRÁFICA PARA BETA EN PILAR INTRASLACIONAL EMPOTRADO.....	81
FIGURA 5.5: GRÁFICA PARA BETA EN PILAR INTRASLACIONAL ARTICULADO.....	82
FIGURA 5.6 GRÁFICA PARA BETA EN PILAR TRASLACIONAL ARTICULADO.....	82
FIGURA 5.7: CASO DE PÓRTICO CON BASES ARTICULADAS. E95 [20].....	83
FIGURA 5.8: CASO DE PÓRTICO CON BASES EMPOTRADAS. E95 [20].....	83
FIGURA 6.1: DIAGRAMA DE GANT.....	91

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1: VALORES DEL PARÁMETRO A SEGÚN LA CURVA DE PANDEO	33
TABLA 2.2: COEFICIENTE K _{ij} SEGÚN LAS CONDICIONES DE CONTORNO [21]	35
TABLA 2.3: PRONTUARIO CASOS DE CARGA PARA PÓRTICOS. NORMATIVA EA95 [20].....	36
TABLA 3.1: CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO CALCULADAS POR SAP2000 PARA PERFIL #50.2	55
TABLA 3.2: ESBELTECES REDUCIDAS PARA PERFIL #50.2.....	55
TABLA 3.3: FACTORES DE PANDEO PARA PERFIL #50.2.....	56
TABLA 3.4: CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO CALCULADAS POR SAP2000 PARA PERFIL #60.2	56
TABLA 3.5: ESBELTECES REDUCIDAS PARA PERFIL #60.2.....	56
TABLA 3.6 : FACTORES DE PANDEO PARA PERFIL #60.2	56
TABLA 3.7: CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO CALCULADAS POR SAP2000 PARA PERFIL IPE80	58
TABLA 3.8: FACTORES DE PANDEO PARA PERFIL IPE80.....	58
TABLA 3.9: ESBELTECES REDUCIDAS PARA PERFIL IPE80	58
TABLA 3.10: CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO CALCULADAS POR SAP2000 PARA PERFIL ϕ 50.2	59
TABLA 3.11: FACTORES DE PANDEO PARA PERFIL ϕ 50.2	60
TABLA 3.12: ESBELTECES REDUCIDAS PARA PERFIL ϕ 50.2	60
TABLA 3.13: CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO CALCULADAS POR SAP2000 PARA PERFIL ϕ 60.2	60
TABLA 3.14: FACTORES DE PANDEO PARA PERFIL ϕ 60.2	60
TABLA 3.15: ESBELTECES REDUCIDAS PARA PERFIL ϕ 60.2	61
TABLA 3.16: RESULTADOS DEL FACTOR DE CARGA CRÍTICA SAP2000 PARA PÓRTICOS IPE300.....	65
TABLA 3.17: RESULTADOS DEL PARÁMETRO BETA PARA CADA PÓRTICO IPE300.....	66
TABLA 3.18: RESULTADOS DEL FACTOR DE CARGA CRÍTICA SAP2000 PARA PÓRTICOS ϕ 60.2.....	66
TABLA 3.19: RESULTADOS DEL PARÁMETRO BETA PARA CADA PÓRTICO ϕ 60.2	66
TABLA 3.20: RESULTADOS DEL FACTOR DE CARGA CRÍTICA SAP2000 PARA PÓRTICOS ϕ 100.3.....	67
TABLA 3.21: RESULTADOS DEL PARÁMETRO BETA PARA CADA PÓRTICO ϕ 100.3	67
TABLA 3.22: RESULTADOS DEL FACTOR DE CARGA CRÍTICA SAP2000 PARA PÓRTICOS ϕ 100.3 R=3.....	67
TABLA 3.23: RESULTADOS DEL PARÁMETRO BETA PARA CADA PÓRTICO ϕ 100.3 R=3.....	67
TABLA 5.1: PARÁMETRO BETA CALCULADO SEGÚN DB-SEA	77
TABLA 5.2: ERRORES ENTRE BETA CALCULADO POR SAP2000 Y BETA CALCULADA POR EL DB-SEA.....	79
TABLA 5.3: PARÁMETRO BETA CALCULADO SEGÚN DB-SEA ϕ 100.3 Y R=3	79
TABLA 5.4: ERRORES ENTRE BETA CALCULADO POR SAP2000 Y BETA CALCULADA POR EL DB-SEA ϕ 100.3 Y R=3 ..	79
TABLA 5.5: TABLA DE VALORES DE θ SEGÚN CONDICIONES DE GIRO EN EL PÓRTICO	80
TABLA 5.6: DATOS CALCULADOS SEGÚN NORMATIVA NBE-E95	84
TABLA 6.1: SALARIO POR HORA	92
TABLA 6.2: HORAS DE TRABAJO Y COSTE DE TRABAJO	92
TABLA 6.3: COSTES TOTALES	92

SIMBOLOGÍA Y NOMENCLATURA UTILIZADA

SIMBOLOGÍA ALFABETO LATINO

A	Área de la sección [m ²]
E	Módulo de Young [Pa]
f_y	Límite elástico del material [Pa]
I	Inercia del perfil [m ⁴]
$[K]$	Matriz de rigidez
$[K_g]$	Matriz geométrica
K_c	Rigidez de columna
K_{ij}	Rigidez eficaz en elemento ij
L	Longitud de barra [m]
L_k	Longitud de pandeo [m]
N	Axil [Newton]
$N_{b,Rd}$	Axil crítico de pandeo [Newton]
N_{cr}	Axil crítico de Euler [Newton]
P	Carga aplicada [N]
r	Relación longitudes Pórtico
$\{u\}$	Vector de desplazamientos

SIMBOLOGÍA ALFABETO GRIEGO

α	Coefficiente de imperfección
β	Factor beta de pandeo
η	Coefficiente de reparto
γ	Factor de carga crítica
γ_{M1}	Factor de seguridad
$\bar{\lambda}$	Esbeltez reducida
χ	Factor de reducción de pandeo
θ	Factor de condición de giro en pórticos

1. Capítulo 1: Introducción

La teoría de estructuras ha desarrollado una variedad de métodos de análisis, desde técnicas analíticas clásicas hasta métodos numéricos avanzados. Entre los métodos analíticos se incluyen el método de fuerzas y el método de desplazamientos, mientras que los métodos numéricos, como el método de los elementos finitos, permiten analizar estructuras complejas con alta precisión y reducir de esta forma un tiempo de cálculo importante. En la *Figura 1.1* se muestra un análisis de este tipo.

El estudio del comportamiento estructural bajo diversas condiciones de carga es fundamental para el diseño seguro y eficiente de edificios, puentes y otras construcciones. Dentro de este campo, el fenómeno del pandeo ocupa un lugar destacado ya que representa una de las formas más críticas de inestabilidad estructural.

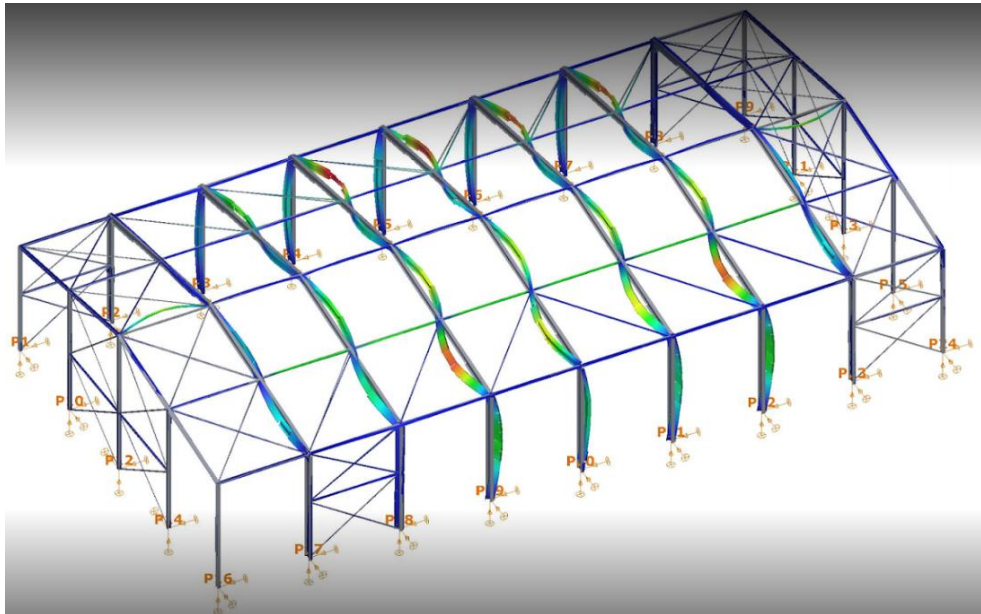


Figura 1.1: Análisis estructural por métodos numéricos

El pandeo es una forma de inestabilidad que ocurre en elementos esbeltos bajo cargas axiales de compresión. Cuando la carga aplicada alcanza un cierto umbral crítico, el elemento puede experimentar una deformación lateral significativa y repentina, a pesar de que las tensiones no hayan superado el límite elástico del material. Este fenómeno fue estudiado por primera vez por Euler en el siglo XVIII, quien desarrolló una fórmula para predecir la carga crítica de pandeo para columnas esbeltas ideales.

Este fenómeno crítico puede afectar a diversas estructuras sometidas a cargas de compresión. Algunos de ejemplos de esto son:

- **Columnas en edificios (Figura 1.2).** Elementos estructurales esenciales en edificios encargadas de soportar cargas verticales. Dada su función, están frecuentemente sometidas a cargas de compresión.



Figura 1.2: Pandeo en edificios. Burj Khalifa [26]

En los rascacielos, las columnas de los pisos inferiores soportan cargas acumuladas, si no se diseñan adecuadamente para resistir el pandeo, podría colapsar el edificio entero.

- **Vigas y puentes (Figura 1.3).** Tratándose de grandes estructuras horizontales, también pueden experimentar pandeo, particularmente cuando soportan cargas de compresión combinadas con flexión.



Figura 1.3: Vigas y puentes. Golden Gate [16]

- **Torres y maquinas eólicas (Figura 1.4).** Al ser estructuras altas y esbeltas que están constantemente expuestas a cargas de viento y otras fuerzas ambientales.



Figura 1.4: Pandeo en torres de alta tensión [18]

En definitiva, el pandeo, caracterizado por un súbito e impredecible desplazamiento lateral de un elemento estructural bajo cargas de compresión, puede llevar al colapso catastrófico de una estructura si no se previene adecuadamente. Este trabajo de fin de grado se enfocará en el análisis detallado de pandeo y su relevancia en la teoría de estructuras con asistencia del software SAP2000 y la actual normativa.

1.1 Motivación y objetivos

Hoy en día, los métodos computacionales han sido de gran relevancia en el campo de la ingeniería estructural, transformando radicalmente la manera en que se diseñan, analizan y evalúan las estructuras. Entre estos métodos, el software de análisis estructural SAP2000 ocupa un lugar destacado por su capacidad para realizar simulaciones precisas y detalladas de comportamiento estructural bajo diversas condiciones de carga.

Sin embargo, a pesar de sus ventajas y su amplia adopción en la industria, persisten desafíos significativos relacionados con la alineación de los resultados obtenidos con las normativas vigentes que regulan el diseño de estructuras. En este caso el documento en el que se basará serán las directrices del Documento Básico SE-A (Seguridad estructural Acero) [21].

El pandeo, un fenómeno crítico y súbito en elementos sometido a compresión como columnas y soportes, ilustra perfectamente esta problemática. La capacidad de predecir y

mitigar el pandeo es esencial para garantizar la seguridad y la integridad de las construcciones.

En este contexto, SAP2000 ofrece herramientas potentes para analizar este comportamiento frente al pandeo mediante métodos computacionales avanzados. No obstante, la precisión de los resultados obtenidos en SAP2000 pueden variar respecto a las directrices establecidas en la norma, que definen criterios específicos de seguridad y rendimiento que deben cumplirse en la práctica ingenieril.

El objetivo principal de este trabajo de fin de grado es realizar un estudio del pandeo en estructuras utilizando métodos numéricos con el software de simulación y análisis estructural SAP2000.

Además, se pretende comparar los resultados obtenidos mediante el software con las directrices establecidas en la normativa vigente. Finalmente, se busca desarrollar un modelo que permita traducir los resultados obtenidos en SAP2000 a términos compatibles con las normativas actuales, así como estudiar la precisión de las ecuaciones que estiman los parámetros que involucra al pandeo, facilitando así la aplicación práctica de los resultados del software en el diseño y evaluación de estructuras.

1.2 Estructura del documento

La presentación de este documento se divide en 6 capítulos estructurados, empezando por esta introducción.

- **Capítulo 2: Fundamentos teóricos.** Para poder entender los cálculos y análisis que se harán en los siguientes apartados se hace una explicación e interpretación de conceptos esenciales para entender las inestabilidades por pandeo, así como los métodos y normas que se van a seguir.
- **Capítulo 3: Casos de estudio.** Una vez explicados los métodos a seguir, en este capítulo se presentan únicamente los casos de estudio junto con los resultados obtenidos de las simulaciones de SAP2000, con los cálculos a partir de las ecuaciones explicadas en el capítulo 2.
- **Capítulo 4: Análisis de resultados para barras aisladas.** Una vez obtenidos los resultados de las simulaciones se discutirán las discrepancias y se harán comparaciones entre los datos obtenidos para barras aisladas y la normativa.

- **Capítulo 5: Análisis de resultados para pórticos.** Igual que para barras aisladas, en este capítulo se hará un análisis de los resultados sacados de SAP2000 y se compararán con los obtenidos por la normativa con el objetivo de verificar la precisión de las ecuaciones del CTE.
- **Capítulo 6: Conclusiones y líneas futuras.** Para cerrar el trabajo, se expondrán todas las conclusiones y competencias obtenidas sobre todos los datos y análisis expuestos así también como la propuesta de algunas líneas futuras relacionadas con el pandeo y normativas en las que no se ha profundizado o bien no se ha abordado durante este trabajo.

2. Capítulo 2: Fundamentos teóricos

Desde que se empezaron a estudiar teóricamente hasta el uso de las técnicas avanzadas de simulación por computadora, el conocimiento sobre el pandeo ha experimentado una evolución significativa. En este apartado se examinan diversas técnicas empleadas para el diseño y cálculo de pandeo, abarcando tanto métodos históricos como modernos y se profundizará más en concreto con la metodología utilizada que se ha escogido para hacer este trabajo.

Los primeros estudios teóricos sentaron las bases para entender los principios del pandeo, mientras que las técnicas de simulación computacional han permitido refinamientos sustanciales en la predicción del comportamiento estructural bajo carga.

Se exploran métodos clásicos como la teoría de Euler y las soluciones analíticas, así como enfoques contemporáneos como los métodos numéricos y las simulaciones por elementos finitos, que ofrecen herramientas poderosas para diseñar estructuras más seguras y eficientes frente al pandeo.

Además, también se dedicará una parte de este bloque a explicar la normativa vigente que se ha utilizado para obtener los siguientes resultados que se mostrarán en los próximos capítulos con ayuda de los resultados sacados con SAP2000.

El pandeo es un fenómeno de inestabilidad estructural que se presenta cuando un elemento estructural, como una columna o un pilar, es sometido a una carga de compresión crítica, provocando que este se deforme lateralmente en una o más direcciones perpendiculares a su eje longitudinal como se observa en la *Figura 2.1*. Esta deformación ocurre porque la carga aplicada supera la capacidad del elemento para mantener su forma original, llevando a un desplazamiento lateral que puede aumentar rápidamente hasta causar el colapso del elemento o de toda la estructura.

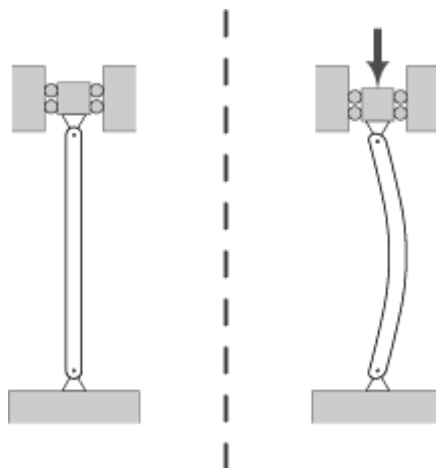


Figura 2.1: Pandeo en barra aislada

La importancia del estudio de pandeo radica en su relevancia para la seguridad estructural, especialmente en el diseño de edificios, puentes y otras construcciones. Los ingenieros deben calcular la carga crítica de pandeo para asegurarse de que las estructuras puedan soportar las cargas a las que estarán sometidas durante su vida útil sin riesgo de pandeo.

El pandeo no se limita a elementos comprimidos verticalmente, también pueden ocurrir en componentes estructurales sometidos a compresión axial, como vigas en arco o cascarones bajo cargas externas.

La carga crítica de pandeo es el punto en el que un elemento estructural pasa de un estado estable a uno inestable. Este valor se determinará mediante fórmulas derivadas de la teoría de la elasticidad y la mecánica estructural. Una de las expresiones más conocidas es la de Euler, que se mencionará más adelante.

En la práctica, el diseño para prevenir el pandeo implica no solo calcular la carga crítica, sino también seleccionar formas y materiales de sección transversal que aumenten la rigidez y resistencia al pandeo, así como considerar factores como las imperfecciones geométricas, efectos de carga no uniforme y la interacción con otros elementos estructurales.

El fenómeno del pandeo es un área de estudio activa en la ingeniería estructural, con investigaciones en curso para comprender mejor los efectos de las cargas dinámicas, el impacto de las condiciones ambientales, como las altas temperaturas en las columnas de acero, y el desarrollo de nuevo materiales y técnicas de construcción que mejore la resistencia al pandeo.

Además, existen varios tipos de pandeo, como el pandeo local, pandeo torsional, pandeo lateral-torsional, cada uno con sus propias características y métodos de análisis.

- **Pandeo flexional (Euleriano):** El pandeo flexional es un fenómeno que ocurre en elementos estructurales delgados y largos, como columnas o vigas sometidas a compresión axial. Según se muestra en la *Figura 2.2* este tipo de pandeo se caracteriza por la curvatura lateral del elemento resultando en una deformación en forma de arco bajo la carga aplicada.

La teoría clásica de Euler describe el comportamiento del pandeo flexional, estableciendo que la carga crítica de pandeo depende de la longitud del elemento, sus condiciones de apoyo y sus propiedades de inercia.



Figura 2.2: Pandeo flexional euleriano [23]

- **Pandeo torsional:** El pandeo torsional ocurre en elementos estructurales que no solo se deforman lateralmente bajo una carga de compresión axial, sino que también experimentan una torsión o giro alrededor de su eje longitudinal debido a una deformación de la sección transversal no simétrica o a que están sometidos a momentos torsionales tal como se muestra en la *Figura 2.3*.

Este fenómeno es más complejo que el pandeo flexional, ya que involucra tanto rigidez a la flexión como rigidez torsional del elemento. El pandeo torsional es común en perfiles abiertos, como vigas en I o en L, que tienen una menor resistencia a la torsión.

La carga crítica de pandeo torsional, al igual que la flexional también se verá influenciada por factores como la geometría del perfil, condiciones de apoyo y propiedades del material. Galambos (1998) [13], ofrece una guía detallada sobre los criterios de diseño para evitar este tipo de pandeo en estructuras metálicas.



Figura 2.3: Pandeo torsional [23]

- **Pandeo Lateral-Torsional:** Común en vigas sometidas a flexión, donde la compresión en una parte de la sección transversal puede causar una inestabilidad combinada de flexión lateral y torsión como las que se explicaron.

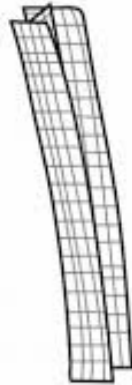


Figura 2.4: Pandeo Lateral-Torsional [23]

- **Pandeo Local:** Es un fenómeno que ocurre en elementos estructurales delgados, como se describe en profundidad por Timoshenko y Gere (1961) [24], donde las partes individuales de una sección transversal, como las alas o el alma de una viga, se deforman lateralmente bajo una carga de compresión antes de que el elemento completo falle por pandeo general. Este pandeo es especialmente relevante en perfiles de acero laminado en frío y en estructuras metálicas delgadas, donde las proporciones geométricas hacen que ciertas regiones sean más susceptibles a deformaciones locales.

Puede manifestarse en forma de ondulaciones o arrugas en las partes planas del perfil como la que se ve en la *Figura 2.5*, afectando a la capacidad de carga del elemento y su estabilidad global.

La carga de pandeo local depende de las condiciones geométricas como el espesor de las placas y la relación ancho-espesor.



Figura 2.5: Pandeo local [23]

- **Pandeo global:** El pandeo global ocurrirá en estructuras completas o en elementos estructurales grandes. A diferencia del pandeo local, el pandeo global involucra la deformación y pérdida de estabilidad de la estructura en su conjunto.

Se caracteriza por la flexión de la estructura en un plano grande, y su carga crítica al igual que en otros tipos de pandeo. La teoría de Euler proporciona una base para entenderlo, pero el análisis moderno suele requerir el uso de software de elementos finitos, como SAP2000, para considerar la complejidad de las condiciones reales de apoyo, distribución de cargas y las imperfecciones iniciales.

2.1 Métodos de estudio de pandeo

En este apartado se presentan las diferentes metodologías y los procedimientos actuales disponibles para realizar estudios estructurales de pandeo.

2.1.1 Teoría de Euler y funciones de inestabilidad

La teoría de Euler, desarrollada por Leonhard Euler en 1757, representa un hito crucial en el estudio del pandeo en columnas. Esta teoría matemática proporciona una base fundamental para comprender cómo las columnas largas pueden fallar bajo cargas críticas. Algunos autores proporcionan una explicación exhaustiva sobre la teoría de Euler como Timoshenko y Gere (1961) [24] o Chajes (1974) [7].

La fórmula de Euler, como ya se verá más adelante, establece que la carga N_{cr} es inversamente proporcional al cuadrado de la longitud efectiva de pandeo de la columna ($\beta \cdot L$).

Esta expresión asume condiciones ideales de material elástico y carga uniformemente distribuida. Euler demostró que cuando una columna larga está sometida a una carga crítica específica, el efecto de pandeo puede ser determinado utilizando esta relación.

Aunque esta teoría es fundamental, su aplicación práctica se ve limitada por las simplificaciones y supuestos inherentes a su desarrollo inicial.

La fórmula de Euler ha sido esencial para el diseño estructural durante siglos, proporcionando a ingenieros y arquitectos un marco conceptual crucial para prever y prevenir fallos catastróficos debido al pandeo en estructuras verticales.

A continuación, se explicarán las funciones de inestabilidad que permitirá obtener la expresión final de Euler.

Estas funciones de inestabilidad son herramientas matemáticas utilizadas para describir el comportamiento de elementos estructurales en condiciones críticas y permiten la predicción de deformaciones y cargas críticas. Se obtienen a través del análisis de equilibrio de fuerzas y momentos en el elemento considerado y además pueden derivarse utilizando diferentes métodos, como la teoría de la elasticidad o métodos numéricos como el método de elementos finitos.

En cuanto a la teoría de la elasticidad, este enfoque se basa en las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad para parámetros elásticos. Las soluciones obtenidas describen el comportamiento de deformación bajo cargas críticas y se utilizan para determinar la carga de pandeo.

Partiendo de las ecuaciones de equilibrio:

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \left(\frac{N}{EI}\right)v = 0 \quad (2.1)$$

Donde v es la deflexión lateral de la columna en función de la posición x a lo largo de su longitud, N es la carga axial aplicada, E es el módulo de elasticidad e I es el momento de inercia.

Siendo la solución general de ecuación diferencial la mostrada abajo:

$$v(x) = C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx) \quad (2.2)$$

$$k = \sqrt{\frac{N}{EI}} \quad (2.3)$$

Las constantes de integración C_1 y C_2 se determinarán a partir de las condiciones de contorno, que considerando una columna empotrada en ambos extremos se concluye en la siguiente expresión (2.4) donde n toma valores naturales.

$$\sqrt{\frac{N}{EI}}L = n\pi = kL \quad (2.4)$$

Resolviendo para N se obtiene:

$$N_n = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2} \quad (2.5)$$

Para encontrar la carga crítica la condición que se debe aplicar es $n=1$ ya que este dará el menor valor posible de N .

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_k^2} \quad (2.6)$$

De esta manera se llega a la expresión de la fórmula de Euler. Este resultado es fundamental en la teoría del pandeo, ya que proporciona una fórmula simple para determinar la carga crítica en función de las propiedades del material, geometría de la sección y la longitud efectiva de la columna.

Además de la teoría de la elasticidad también hay otros métodos usados para derivar las funciones, como el método de elementos finitos (FEM) que usará SAP2000. Este enfoque numérico divide el elemento estructural en pequeñas subelementos, resolviendo las ecuaciones de equilibrio y compatibilidad en cada subelemento.

La formulación FEM para el análisis de pandeo implica la solución del problema de autovalores:

$$[K]\{u\} = \gamma[K_g]\{u\} \quad (2.7)$$

Donde $[K]$ es la matriz de rigidez, $[K_g]$ es la matriz geométrica, $\{u\}$ es el vector de desplazamientos y γ es el factor de carga crítico.

La matriz geométrica es una herramienta fundamental para analizar el efecto de las cargas axiales en la estabilidad de elementos estructurales, especialmente en el pandeo de columnas y otros elementos comprimido.

Esta matriz toma en cuenta las deformaciones adicionales debido a las fuerzas internas y es esencial para evaluar la pérdida de rigidez de un sistema estructural sometido a compresión.

Los métodos matriciales, esenciales para el análisis estructural avanzado, se explican de manera detallada en el libro de McGuire, Gallagher y Ziemian (2000) [19]. Este texto aborda exhaustivamente el análisis de estructuras mediante métodos matriciales, ofreciendo una comprensión profunda de cómo se aplican estas técnicas a problemas complejos de estabilidad y pandeo.

2.1.2 Métodos de energía

Los métodos de energía, como el principio de trabajos virtuales y el método de Rayleigh-Ritz, son herramientas fundamentales para analizar el pandeo en estructuras. Estos enfoques permiten calcular las cargas críticas de pandeo teniendo en cuenta variaciones en la forma de la deformación y distribuciones de carga no uniformes. Son especialmente aplicables en el análisis de estructuras complejas y sistemas donde las condiciones de apoyo y carga no están completamente determinadas.

El principio de trabajos virtuales se basa en la idea de que la energía de deformación potencial almacenada en una estructura bajo carga crítica es igual a la energía externa aplicada. Este método permite evaluar el pandeo considerando diferentes modos de deformación y configuraciones de carga.

Por otro lado, el método de Rayleigh-Ritz aproxima la solución del problema de pandeo al considerar una combinación lineal de modos de vibración posibles de la estructura. Esta técnica es útil para sistemas donde es difícil determinar con precisión las condiciones de apoyo o las distribuciones de carga debido a su naturaleza indeterminada.

Estos métodos complementan a la teoría de Euler al proporcionar herramientas más flexibles y precisas para el diseño y análisis de estructuras sujetas a pandeo. Permiten explorar escenarios más realistas y complejos, mejorando la capacidad de los ingenieros para prever y mitigar los efectos potenciales del pandeo en la integridad estructural.

La combinación de estos enfoques teóricos y prácticos es crucial para desarrollar diseños seguros y eficientes que puedan resistir adecuadamente las cargas críticas de pandeo en diversas aplicaciones industriales y arquitectónicas.

2.1.3 Métodos numéricos computacionales

El desarrollo de métodos numéricos y computacionales ha transformado el análisis de pandeo en ingeniería estructural. Uno de los avances más significativos es el método de Elementos Finitos (FEA), que permite modelar estructuras complejas y realizar análisis detallados de estabilidad. Herramientas como ANSYS, CYPE y SAP2000 (Figura 2.6) utilizan FEA para calcular cargas críticas de pandeo y modos de inestabilidad, ofreciendo resultados precisos incluso para geometrías y condiciones de carga complejas.

Además, también utilizan los métodos de perturbación, que son empleados para estudiar cómo las imperfecciones geométricas y materiales afectan a la capacidad de carga por pandeo.

Estas técnicas consideran pequeñas desviaciones del estado ideal y son fundamentales para evaluar el comportamiento estructural después de alcanzar la carga crítica, asegurando la estabilidad y seguridad de las estructuras ante condiciones reales de servicio.

El análisis mediante FEA no solo permite simular el comportamiento estático de las estructuras bajo diferentes condiciones de carga, sino que también facilita la exploración de cómo pequeñas imperfecciones pueden influir en el modo de fallo por pandeo. Esta capacidad de modelado avanzado y análisis detallado es crucial para el diseño de estructuras que cumplan con los requisitos de seguridad.

La integración de estos métodos computacionales no solo ha mejorado la precisión de las predicciones, sino que también se ha optimizado el uso de los materiales y recursos durante el desarrollo de proyectos de ingeniería civil y mecánica.



Figura 2.6: Softwares de cálculo estructural

2.1.4 Técnicas experimentales

Otro de los métodos usados para el estudio de pandeo son las técnicas experimentales.

Los experimentos realizados en laboratorio con columnas son fundamentales para confirmar la precisión de teorías y modelos computacionales en el estudio del pandeo. Estos ensayos son esenciales para comprender como las columnas se comportan realmente bajo cargas de compresión, teniendo en cuenta variables como imperfecciones iniciales y las condiciones de soporte.

Además de los ensayos tradicionales de columna, las técnicas modernas de medición como la fotometría y las técnicas ópticas juegan un papel crucial. Estas herramientas permiten capturar deformaciones y patrones de pandeo a tiempo real con alta precisión y detalle. Al proporcionar datos detallados sobre el comportamiento estructural, estas técnicas no solo validan los modelos numéricos, sino que también ayudan a calibrarlos y mejorar su precisión.

La fotometría, por ejemplo, utiliza imágenes digitales para reconstruir el movimiento y la forma de una estructura durante las pruebas, ofreciendo una visión tridimensional del comportamiento del material bajo carga.

En conjunto, la combinación de ensayos de columna tradicionales y técnicas de medición modernas proporciona una comprensión integral y detallada del pandeo estructural.

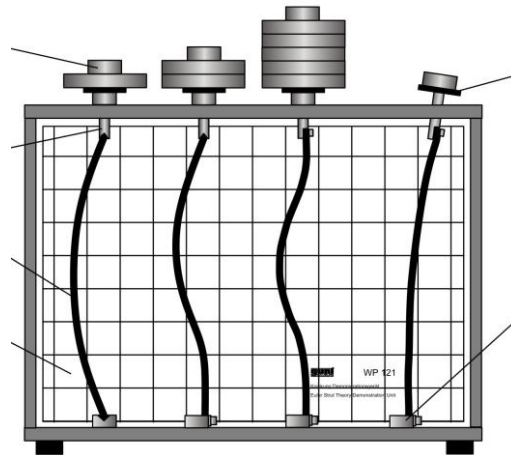


Figura 2.7: Ensayo experimental de columnas [17]

2.1.5 Normativas y códigos de diseño

Gracias a los distintos métodos y técnicas de cálculo, se dispone de normativas y códigos que permitirán abordar estos problemas y establecer directrices detalladas y específicas para mitigar los riesgos asociados al pandeo.

Entre los principales estándares internacionales se destacan el Eurocódigo 3 y las especificaciones del “*American Institute of Steel Construction*” (AISC) [1], ambos reconocidos por su rigurosidad y enfoque en la seguridad estructural. Estos códigos no solo proporcionan criterios técnicos para el diseño de estructuras de acero, sino que también promueven prácticas de ingeniería que garantizan la resistencia y durabilidad de las construcciones ante diversas condiciones de carga.

En este contexto, el Eurocódigo 3 [9] se distingue por su aplicación en países europeos, donde establece directrices específicas para el diseño contra el pandeo, considerando aspectos como la longitud efectiva de las columnas, curvas de pandeo y diferentes tipos de elementos estructurales. Por otro lado, el AISC en Estados Unidos ofrece normativas igualmente estrictas, enfocándose en factores de esbeltez y métodos de análisis avanzados.

Para el caso de este TFG se seguirá el “Documento Básico de seguridad Estructural para Acero (DB-SE-A)” (Figura 2.8) [21], que se explicará más adelante al igual que su predecesora NBE -EA95 [20].

El cumplimiento riguroso de estas normativas no solo es esencial desde el punto de vista técnico y legal, sino que también ha contribuido una responsabilidad ética de los profesionales de la ingeniería ayudando así también a la seguridad pública.

Documento Básico **SE-A**

Seguridad estructural Acero

Figura 2.8: Documento Básico SE-A. Seguridad estructural Acero [21]

2.2 Normativa

Una de las herramientas fundamentales para el trabajo que se va a realizar en este TFG, es la normativa vigente actual de cálculo de pandeo en estructuras. En este apartado se procederá a explicar los puntos de la norma que se han tenido en cuenta para realizar los cálculos de los casos de estudio, así como la interpretación de la norma y las ecuaciones que se precisan para llevar a cabo todos los cálculos necesarios.

La normativa que se va a seguir es el Documento Básico de Seguridad Estructural para Acero (DB-SE-A) que es la sucesora de NBE -EA95 la cual también se comprobará.

Este documento está modificado por el Real Decreto 1371/2007 y es parte del Código Técnico de Edificación (CTE) en España. Esta normativa establece las especificaciones y criterios para asegurar la seguridad estructural de los elementos metálicos realizados con acero en edificaciones.

Según la normativa, en función de la geometría y disposición del perfil y la carga aplicada, tendremos distintos modos de calcular las cargas críticas de pandeo. Algunos de estos casos son:

- **Barras rectas de sección constante y axil constante**
- Esfuerzos axiales variables
- Barras de sección variable
- Elementos triangulados
- **Pilares de edificios**

- Barras de sección compuesta

Se analizarán dos métodos de estudio de pandeo, primero se explicará el método general de estudio de pandeo para barras aisladas de sección y axil constante y posteriormente se pasará a un segundo análisis para pilares en edificios, con el que podremos analizar un pórtico simple barra por barra.

2.2.1 Barras aisladas de sección y axil constante. DB-SEA

Para este apartado seguiremos el documento “Básico SE-A Acero” [21], donde se irán viendo todas las variables, ecuaciones y tablas necesarias.

El criterio de fallo a pandeo está definido según el esfuerzo axil máximo de pandeo (ecuación 2.8), este valor dependerá del área de la sección, resistencia de cálculo del acero y un factor de reducción de pandeo que dependerá de otros parámetros, que se explicarán en el siguiente capítulo.

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_{yd} \quad (2.8)$$

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (2.9)$$

Donde f_{yd} es la resistencia de cálculo, que no es más que el límite elástico del acero entre un coeficiente de seguridad, que para el caso de los fenómenos de inestabilidad como el pandeo tendrá un valor de $\gamma_{M1} = 1,05$. En este estudio no se tendrá en cuenta y los cálculos se harán directamente con el límite elástico del acero no minorado.

$$N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_y \quad (2.10)$$

Este valor se comparará directamente con el esfuerzo axil (P) al que está sometido la estructura, y deberá cumplir el criterio mostrado debajo, significando así que siempre que la carga P definida este por debajo del esfuerzo axil $N_{b,Rd}$ la estructura no pandeará.

$$P \leq N_{b,Rd} \quad (2.11)$$

Para profundizar más en las variables que afectan de manera directa en el pandeo deberemos estudiar aquellas necesarias para el cálculo del factor de pandeo propiamente dicho.

Analizando la ecuación anteriormente mencionada, se puede notar que el factor de pandeo no es más que un factor de corrección que se aplica al esfuerzo que provocaría el fallo por plastificación en la estructura. Por lo tanto, los valores que tomará χ se

encontrarán en un intervalo (0,1) ya que a valores de $\chi > 1$ significará que la estructura plastificará antes de tener un fallo de inestabilidad por pandeo.

Para poder seguir el análisis también será necesario definir la carga crítica de Euler que tiene la siguiente expresión ya deducida en los capítulos anteriores:

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{L_k}\right)^2 \cdot E \cdot I \tag{2.12}$$

La carga crítica de Euler es la carga a partir de la cual el equilibrio no es estable y la estructura pierde el equilibrio, que a su vez depende de los siguientes parámetros:

- E módulo de elasticidad del material
- I inercia de la sección en el eje de estudio de pandeo
- L_k Longitud característica de pandeo

La **longitud de pandeo** se puede definir como la longitud entre los puntos de inflexión de la deformación por pandeo. Así también, se puede calcular como la longitud real de la barra de estudio por un factor β , que tomará distintos valores en función de las condiciones de contorno de la estructura.

En el caso de barras aisladas, las condiciones de contorno que determinan los valores de β van directamente asociados a los tipos de apoyos en los extremos de la barra, por lo que de esta manera el factor β será fácilmente conocido por lo que podrá calcular la carga crítica de Euler únicamente sabiendo las propiedades geométricas de la barra de estudio.

Como se puede observar en la siguiente ilustración (Figura 2.9), la barra tiene una deformación por pandeo distinta en función de los tipos de apoyo siendo “K” equivalente al factor β .

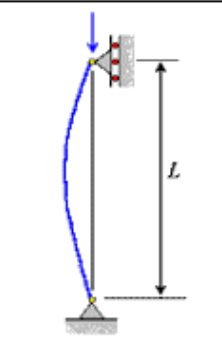
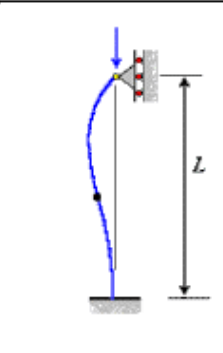
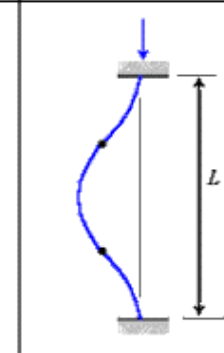
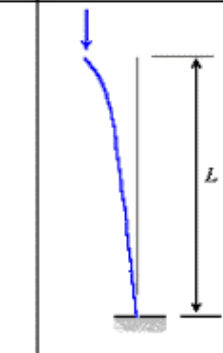
Columna articulada-articulada	Columna empotrada-articulada	Columna empotrada-empotrada	Columna empotrada-libre
			
$L_e = L$	$L_e = 0.699L$	$L_e = 0.5L$	$L_e = 2L$
$K = 1$	$K = 0.699$	$K = 0.5$	$K = 2$

Figura 2.9: Deformadas de barras sometidas a pandeo según los apoyos

Una vez se tiene la carga crítica de Euler, se puede calcular el siguiente parámetro conocido como esbeltez reducida, que no se debe confundir con la esbeltez geométrica, que es únicamente una relación entre longitud y tamaño del perfil.

La expresión de esta es la raíz cuadrada del cociente entre la resistencia plástica y la compresión crítica por pandeo N_{cr} definida según la ecuación 2.12.

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \quad (2.13)$$

Por último, se puede calcular el factor de reducción de pandeo χ de dos formas: usando las ecuaciones analíticas o entrando en las curvas de pandeo según la Figura 2.10.

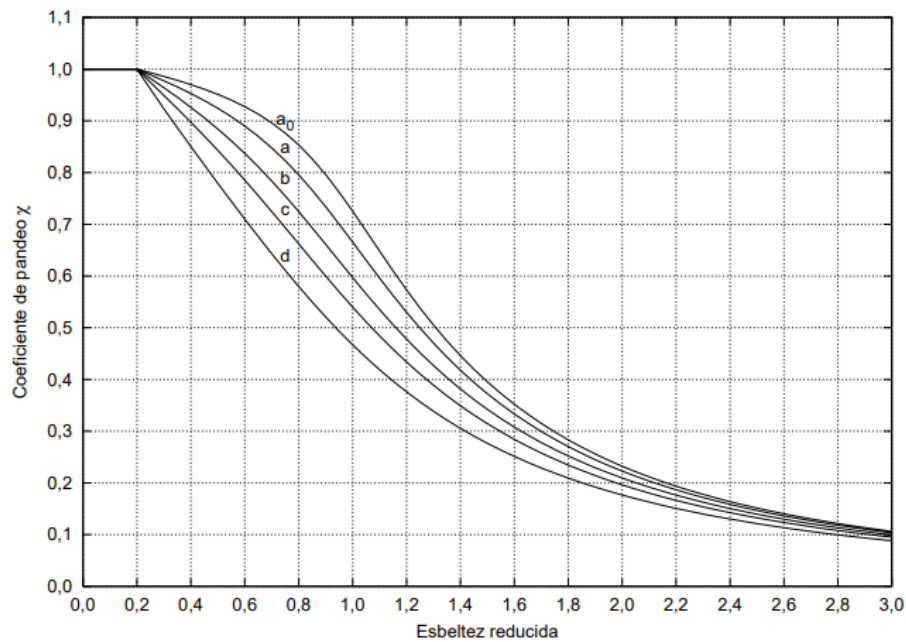


Figura 2.10: Gráfico de curvas de pandeo de la normativa DB-SEA [21]

Como se puede ver hay 5 curvas de pandeo distintas. El criterio de selección de las curvas tendrá que ver con otras características como:

- Relaciones geométricas del perfil (espesor, anchura, alto)
- Limite elástico del acero
- Perfiles compuestos
- Tipo de perfil
- Imperfecciones debido a procesos de fabricación del perfil

En la gráfica también se puede notar que solo tenemos valores de coeficiente de pandeo de hasta valor 1, por el motivo mencionado anteriormente. Además, para esbelteces menores de 0,2 el factor de pandeo será siempre 1.

Para valores de $\bar{\lambda} \geq 0,2$, los factores de pandeo se obtienen de las siguientes ecuaciones:

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - (\bar{\lambda}_k)^2}} \leq 1 \quad (2.14)$$

$$\varphi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha \cdot (\bar{\lambda}_k - 0.2) + (\bar{\lambda}_k)^2 \right] \quad (2.15)$$

El factor α es el que definirá las distintas curvas, este se denomina coeficiente de imperfección elástica, que adopta los valores que se ven en la *Tabla 2.1*.

Tabla 2.1: Valores del parámetro α según la curva de pandeo

Coficiente (α) de imperfección					
	a_0	a	b	c	d
Valor	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

Explicado lo anterior y una vez presentadas las expresiones analíticas y fórmulas de los parámetros necesarios, ya se podría proceder a hacer un estudio de pandeo para barras aisladas.

Para el caso de un pórtico, como se estudiará más adelante, no se podrá aplicar este procedimiento para barras aisladas. Por lo que se explicará el siguiente punto de la normativa para el estudio de pandeo para barras de un pórtico utilizando la teoría para pilares en edificios.

2.2.2 Pilares en edificios: Pórticos. DB-SEA

Aquí se hará una explicación de cómo se va a interpretar el siguiente punto de la normativa, que permitirá posteriormente estudiar en SAP2000 un tipo en particular de edificio como puede ser un pórtico simple y analizarlo según el pandeo barra por barra.

En el caso de un pórtico no tenemos definidos casos concretos asociados a unos valores de beta por lo que serán desconocidos en un principio, este apartado contribuirá al cálculo de los valores de beta para el caso de pilares.

Lo primero que se tiene que valorar es sobre qué tipo de pórtico se van a realizar los cálculos según si los nodos de unión entre barras se desplazan o no, de esta forma se distinguirán dos tipos de beta según la *Figura 2.11*: traslacional o intraslacional.

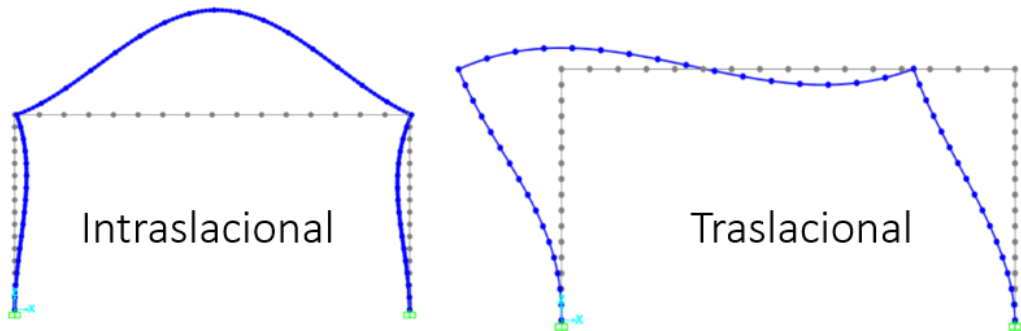


Figura 2.11: Casos de la deformada del pórtico por pandeo

$$\beta_{\text{intraslacional}} = \frac{L_k}{L} = \frac{1 + 0.145(\eta_1 + \eta_2) - 0.265 \cdot \eta_1 \eta_2}{2 - 0.364(\eta_1 + \eta_2) - 0.247 \cdot \eta_1 \eta_2} \leq 1 \quad (2.16)$$

$$\beta_{\text{traslacional}} = \frac{L_k}{L} = \frac{\sqrt{1 - 0.2 \cdot (\eta_1 + \eta_2) - 0.12 \cdot \eta_1 \eta_2}}{\sqrt{1 - 0.8 \cdot (\eta_1 + \eta_2) + 0.6 \cdot \eta_1 \eta_2}} \geq 1 \quad (2.17)$$

A su vez, para poder sacar los respectivos coeficientes de beta también se deberá calcular η_1 y η_2 que son los coeficientes de distribución que también tendrán su propia expresión. Esta depende fundamentalmente de las constantes de rigidez que se calculan a partir del módulo de Young del acero, inercia y longitud. Siendo:

- **Kc** coeficiente de rigidez EI/L del tramo del pilar analizado
- **Ki** coeficiente de rigidez EI/L del siguiente tramo de pilar en el nudo i , que en caso de no existir se considerará nulo.
- **Kij** coeficiente de rigidez eficaz de la viga en el nudo i , y posición j que seguirá la expresión $\theta \cdot EI/L$, donde θ tomará los valores de la *Tabla 2.2*.

Para calcular Kij habrá varios casos que se deberán tener en cuenta en función del comportamiento de la deformada de la estructura según la siguiente *Tabla 2.2*, a la cual se recurrirá posteriormente para realizar los cálculos del caso del pórtico.

Tabla 2.2: Coeficiente K_{ij} según las condiciones de contorno [21]

Condiciones de coacción al giro en la viga en el extremo contrario al considerado.	Coeficiente de rigidez eficaz K de la viga	
	sin compresión relevante	con compresión ⁽¹⁾
empotrado	1,0 EI/L	1,0 EI/L (1-0,4 N/N _{cr})
articulado	0,75 EI/L	0,75 EI/L (1 - 1,0 N/N _{cr})
giro igual y de igual signo	1,5 EI/L	1,5 EI/L (1-0,2 N/N _{cr})
giro igual y de signo opuesto	0,5 EI/L	0,5 EI/L (1-1,0 N/N _{cr})
giro θ_a en el nudo considerado y giro θ_b en el otro	$(1 + 0,5 \theta_b / \theta_a)$ EI/L	-

⁽¹⁾ N_{cr} se refiere al valor crítico a compresión de la viga considerada. El caso general (-) no está contemplado

En el caso de un pórtico como el que se va a analizar más en adelante, será necesario calcular estos valores para cada barra y obtener sus betas correspondientes, de esta manera y con la aplicación de la ecuación de Euler, se podrá llegar a los valores de la carga crítica para cada barra.

Para obtener esta rigidez se tienen dos formas distintas de cálculo según la relevancia de la compresión en la viga. En el caso de tener una compresión relevante habrá que aplicar un factor de corrección, debido a que cuanto mayor sea la compresión en la viga las fuerzas axiales de los pilares aumentarán, y esta compresión adicional afectará a la matriz geométrica de los pilares, reduciendo su rigidez efectiva y aumentando el riesgo de pandeo en toda la estructura.

Por último, ya calculadas todas las rigideces se calculan los coeficientes de reparto según las ecuaciones que se muestran a continuación (ecuación 2.18 y ecuación 2.19)

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_1}{K_c + K_1 + K_{11} + K_{12}} \quad (2.18)$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_2}{K_c + K_2 + K_{21} + K_{22}} \quad (2.19)$$

Los coeficientes de reparto reflejan cómo las fuerzas críticas de pandeo se reparten entre diferentes componentes o secciones de la estructura. En esencia, muestra cuánto contribuye cada parte del sistema estructural al fenómeno de pandeo. En estructuras donde los elementos están interconectados (como en pórticos), el pandeo de una barra puede influir en la estabilidad de las otras. El coeficiente ayuda a representar esta interacción, ajustando la carga crítica de pandeo en función de cómo las cargas se redistribuyen entre los elementos cuando se acerca al pandeo.

Por último, se puede obtener los factores beta aplicando la ecuación 2.16 o ecuación 2.17 en función de si el caso es intraslacional o traslacional, o bien de otra manera entrando en las gráficas de la Figura 2.12 con los valores de los coeficientes de reparto y sobre las curvas se indica el valor de beta.

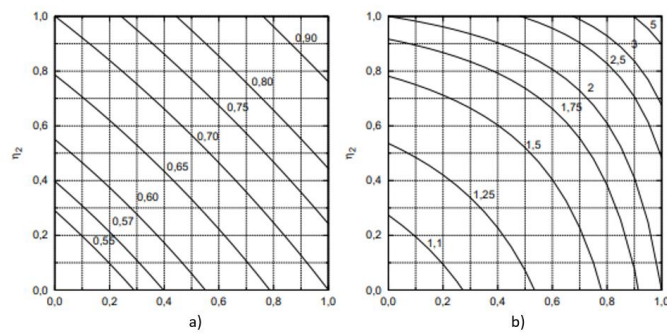


Figura 2.12: Curvas de beta de pandeo para casos. a) Intraslacional --- b) Traslacional [21]

2.2.3 Normativa para pórticos. NBE-EA95

A continuación, se explicará una parte específica de la norma antigua para unos casos concretos de interés.

A diferencia de la nueva normativa, la EA95 [20] tiene un capítulo para cálculo de beta para unos casos de pórticos muy concretos como los que se muestran en el siguiente prontuario (Tabla 2.3). Se pueden distinguir distintas configuraciones de pórticos para distintas condiciones de contorno y casos de carga.

El parámetro beta dependerá de 3 variables, las cuales a su vez dependen de la geometría del pórtico y propiedades de las secciones de las barras.

Más adelante, se hará una comprobación de las ecuaciones de cálculo en concreto para los casos 1a y 1c, que serán similares a los simulados en el Capítulo 3: Casos de estudio.

Tabla 2.3: Prontuario casos de carga para pórticos. Normativa EA95 [20]

<p>Caso 1a</p>	$\sqrt{0.51(1+m) \cdot \sqrt{4 + 1.4(c+6s) + 0.02(c+6s)^2}}$	$m = \frac{P_1}{P} \leq 1$ $c = \frac{I_b}{I_0 \cdot I} \leq 10$ $s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} \leq 0.2$
<p>Caso 1b</p>	$\sqrt{4 + 1.4(c+6s) + 0.02(c+6s)^2}$	$c = \frac{2I \cdot b}{I_0 \cdot I} \leq 10$ $s = \frac{I}{b^2} \left(\frac{I}{A} + \frac{I}{A_1} \right) \leq 0.2$
<p>Caso 1c</p>	$\sqrt{0.51(1+m) \cdot \sqrt{1 + 0.35(c+6s) - 0.017(c+6s)^2}}$	$m = \frac{P_1}{P} \leq 1$ $c = \frac{I_b}{I_0 \cdot I} \leq 10$ $s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} \leq 0.2$
<p>Caso 1d</p>	$\sqrt{1 + 0.35(c+6s) + 0.017(c+6s)^2}$	$c = \frac{2I \cdot b}{I_0 \cdot I} \leq 10$ $s = \frac{I}{b^2} \left(\frac{I}{A} + \frac{I}{A_1} \right) \leq 0.2$

2.3 SAP2000

El programa escogido para hacer cálculos por métodos numéricos es SAP2000, uno de los programas más avanzados y reconocidos en el campo de la ingeniería estructural para el análisis y diseño de estructuras. Desarrollado por Computers and Structures, Inc (CSI), una empresa estadounidense líder de creación de software para la ingeniería civil y estructural. Se trata de una herramienta esencial para los ingenieros calculistas.

Destaca por su capacidad para realizar un amplio rango de análisis estructurales, incluidos análisis lineales, no lineales, estáticos y dinámicos, necesarios para llevar a cabo un estudio de pandeo. También permite el diseño de estructuras de varios materiales, como acero, hormigón, aluminio y madera.

En los siguientes apartados se explicarán dos pasos necesarios antes de llevar a cabo las simulaciones. El resto de los procedimientos intermedios se detallarán más adelante en “Capítulo 3: Casos de estudio”.

Estos dos pasos serán la creación del material de trabajo y la aplicación del mallado de la estructura, así como el estudio de la convergencia de esta.



Figura 2.13: Software SAP2000

2.3.1 Crear material de trabajo y perfil estructural

Aquí se detallará paso a paso el procedimiento para crear un material y un perfil estructural.

Primeramente, se deberá crear el material a definir en el perfil estructural de estudio, para ello hay que abrir la pestaña de *Define* → *Materials* → *Add New Material* según se muestra en la *Figura 2.14*. Para este caso se seleccionará como región, Europa, Steel y por defecto se encontrarán los estándares “EN-1993-1.1 per EN 10025-2”. Por último, será necesario indicar el límite elástico del material.

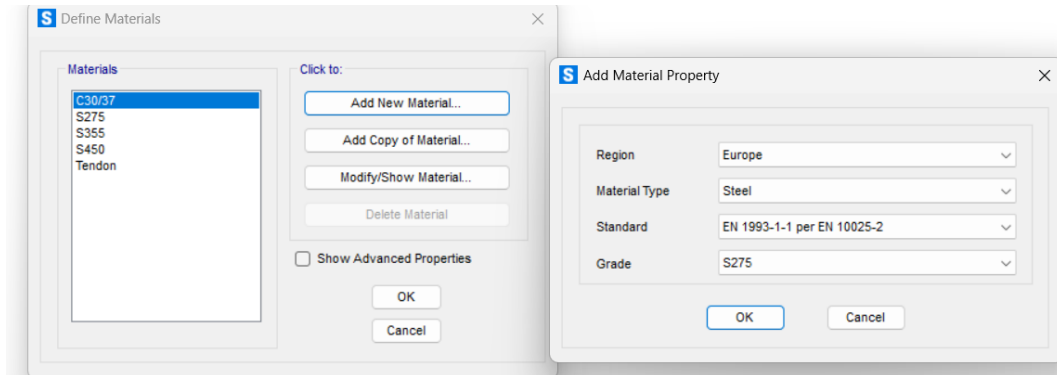


Figura 2.14: Define Material

Una vez el material está creado, lo siguiente será crear un perfil estructural, con apoyo de las tablas de perfiles estandarizados solo habrá que rellenar algunas casillas además de asignarle el material correspondiente que hemos creado previamente. En *Define, Section Properties, Frame Sections, Add New Property*, seleccionando “Steel” se verá un desplegable con varios tipos de perfiles estructurales de acero.

A continuación, ya se puede elegir el tipo de perfil deseado y concretar las medidas del perfil en la nueva pestaña que aparece como se muestra en la *Figura 2.15*.

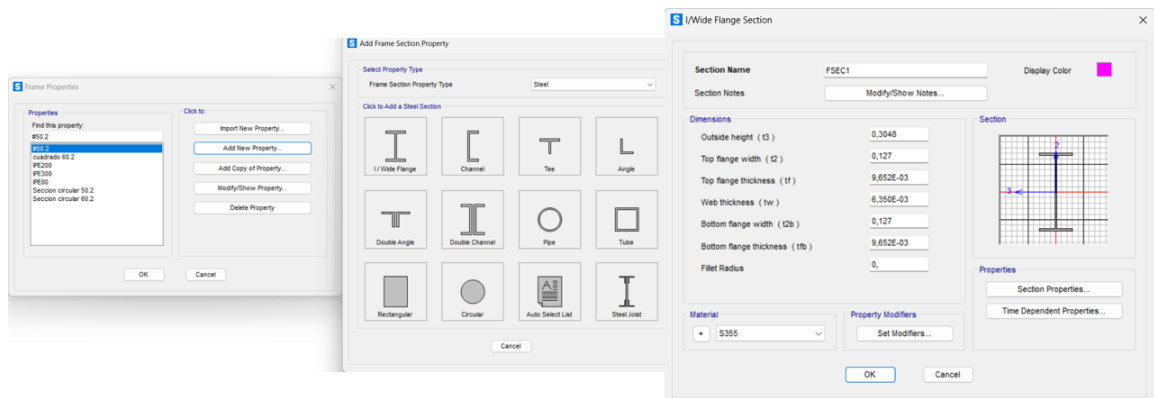


Figura 2.15: Define Section Property

Una vez ya está creado el perfil con su material correspondiente asignado, solo quedará aplicar el material a cada una de las barras. Esto se detallará más adelante en el capítulo de simulaciones donde se explicará el procedimiento completo para obtener los resultados finales.

2.3.2 Mallado y convergencia de malla

Para extraer todos los resultados, además de la norma ya explicada será necesario de otra herramienta como un software de cálculo como el escogido: SAP2000.

Este software usará métodos numéricos para el cálculo de estructuras mediante el análisis de elementos finitos. Para este tipo de análisis como el pandeo, el estudio del mallado es importante.

El mallado es un proceso fundamental en el análisis de estructuras mediante métodos numéricos, como el método de elementos finitos (FEM), así es el caso de SAP2000. Este proceso es especialmente crucial cuando se realiza un estudio de pandeo, ya que es un análisis de estabilidad de una estructura bajo unas cargas críticas. De este modo se podrá abarcar algunos problemas como:

- **Discretización de la geometría:** El mallado convertirá la estructura continua en un conjunto de elementos más pequeños y manejables. Esto es necesario en este tipo de métodos pues se requiere dividir la geometría compleja en una estructura de elementos discretos sobre los que aplicar las ecuaciones de equilibrio y condiciones de contorno.
- **Captura de los modos de pandeo:** Los modos de pandeo son las formas en las que una estructura se deforma inestablemente bajo una carga crítica. Para capturar con precisión estos modos, el mallado debe ser lo suficientemente fino para representar los detalles de las deformaciones, ya que un mallado inadecuado podría pasar por alto modos críticos o representar incorrectamente las formas de pandeo.
- **Precisión de los resultados:** La precisión de un análisis de pandeo depende en gran medida de la calidad del mallado, un mallado más denso y bien definido proporcionará unos resultados más precisos.
- **Distribución de cargas y tensiones:** Para evaluar correctamente las cargas críticas y la distribución de tensiones de una estructura, un buen mallado asegura que las cargas y las tensiones que se distribuyen y calculen correctamente en toda la estructura.
- **Condiciones de contorno:** En estudios de pandeo las condiciones de contorno juegan un papel crucial en la estabilidad de la estructura. El mallado permitirá aplicar estas condiciones de manera precisa en las regiones adecuadas de la estructura.
- **Comportamiento no lineal:** En algunos casos el análisis de pandeo puede involucrar comportamientos no lineales, como grandes deformaciones, pero gracias al mallado se podrán registrar estos defectos.

El mallado es una parte integral del análisis de pandeo porque permite la discretización precisa de la geometría de la estructura, la captura de los modos de pandeo críticos, la distribución de cargas y tensiones y la aplicación precisa de las condiciones de contorno.

Un mallado bien realizado es esencial para obtener resultados precisos y fiables en un estudio de pandeo.

Para el caso concreto de este trabajo habrá que seleccionar una densidad de malla adecuada para obtener unos resultados precisos, es por ello que se ha llevado a cabo un estudio de la convergencia de malla que se explica a continuación:

Este proceso consiste en dividir el objeto de estudio en varios elementos, en este caso una barra, por lo que la división consistirá en fragmentar la barra en elementos iguales, con objeto de mejorar la precisión de los cálculos de pandeo al no tratarse de un análisis estático lineal.

Se ha realizado un estudio previo de convergencia de los valores y resultados obtenidos para simular el resto de los casos con un mismo criterio. Para ello se ha calculado, para el caso de una barra biarticulada ($\beta=1$) con un perfil tipo $\phi 50.2$ y $\phi 60.2$, los factores de carga crítico correspondientes para distintos valores de divisiones en la barra.

A continuación, se explicará detalladamente los pasos que se han seguido en el programa de SAP2000 para realizar el mallado:

Una vez está creado el caso de análisis, habrá que ir que ir a *Edit --> Edit Lines --> Divide Frame* de la forma que se ve en la *Figura 2.16*. Luego se deberá indicar el número de elementos o divisiones con las que se quiere trabajar (*Figura 2.17*).

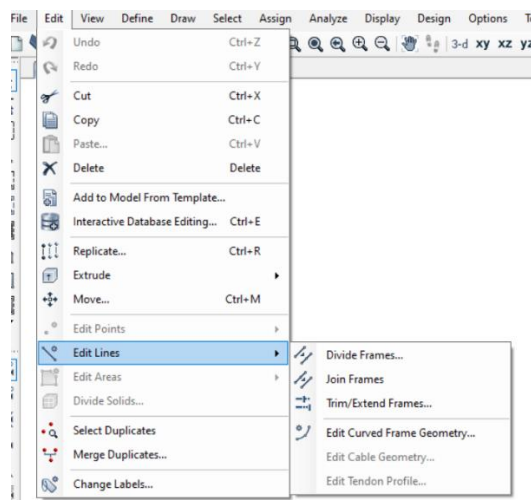


Figura 2.16: Mallado. Divide Frames

Capítulo 2: Fundamentos teóricos

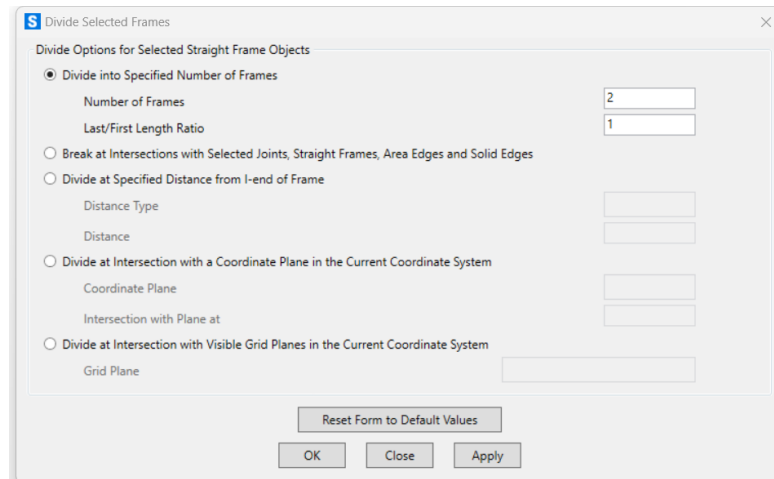


Figura 2.17: Divide selected frames

Tras aplicar la división la barra quedará dividida como se puede ver en la *Figura 2.18*. Se deberá repetir este proceso para sacar los valores de la carga crítica de pandeo para los distintos números de divisiones, de esta manera se irá construyendo una malla más densa obteniendo así una solución más precisa a medida que se aumenta el número de estas. Gracias a esto se podrán captar todos los modos y deformaciones de pandeo y poder caracterizar la deformada de la estructura de forma apropiada.



Figura 2.18: Barra con mallado de 8 divisiones

Aquí se muestran las gráficas de convergencia para el caso de ambos perfiles para una longitud de barra de un metro, donde se presenta en el eje x el número de divisiones de la barra y en el eje y el factor de carga obtenido en la simulación de SAP2000. Se puede ver como inicialmente, tanto para la *Figura 2.19* como la *Figura 2.20*, que para el caso de barra sin ninguna división el valor de la carga cambia drásticamente en cuanto se le añade el mallado.

Estabilidad de pórticos planos. Comparativa entre normativa y métodos numéricos

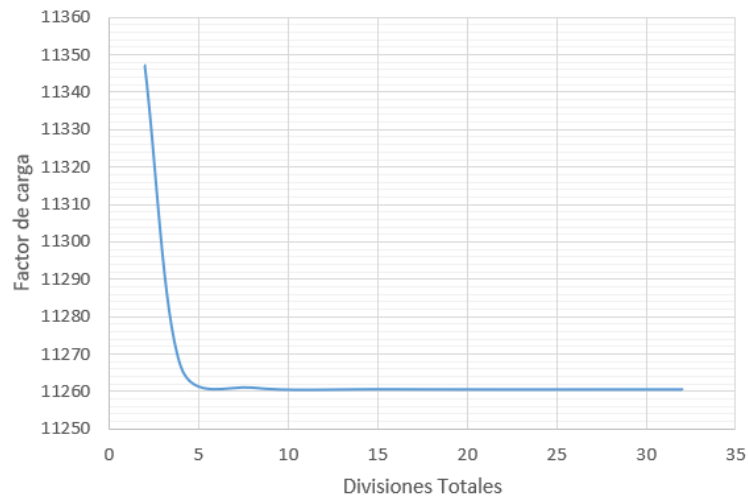


Figura 2.19: Gráficas de convergencia para perfil $\phi 50.2$ de 1 metro

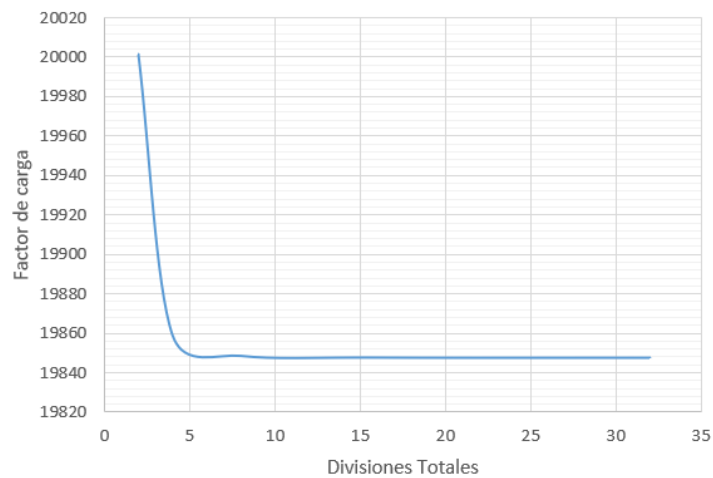


Figura 2.20: Gráficas de convergencia para perfil $\phi 60.2$ de 1 metro

A partir de 16 divisiones se podría decir que el valor de la carga ya no varía de forma significativa, por lo que el resultado ya habría convergido.

Adicionalmente también se han hecho las mismas pruebas de convergencia para una barra de 4 metros, comprobada para los mismos perfiles. Se presentan a continuación en la *Figura 2.21* y *Figura 2.22*, unas gráficas similares a las anteriores para la convergencia de este nuevo caso.

Capítulo 2: Fundamentos teóricos

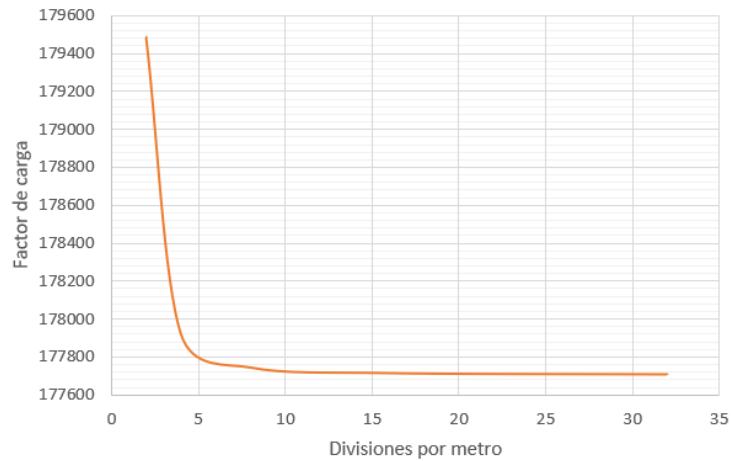


Figura 2.21: Datos de convergencia para perfil $\phi 50.2$ por divisiones por unidad de longitud

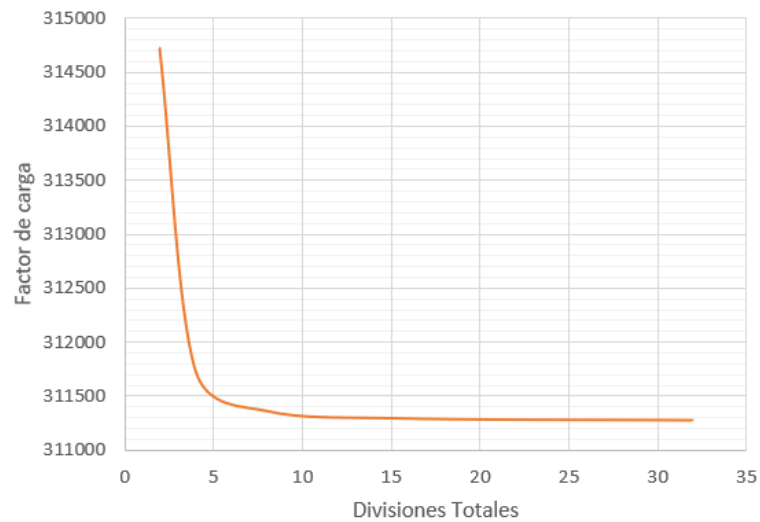


Figura 2.22: Datos de convergencia para perfil $\phi 60.2$ por divisiones por unidad de longitud

Al igual que en el caso anterior vemos como la convergencia mejora con el número de divisiones y que entorno a las 16 divisiones se podría decir que se estabiliza el valor de la carga crítica.

Además de estos resultados, también se muestran los valores del error relativo en la Figura 2.23 y la Figura 2.24. Para ello se ha usado la ecuación de Euler para calcular el valor teórico de la carga crítica y se compara con cada resultado obtenido en la simulación.

Estabilidad de pórticos planos. Comparativa entre normativa y métodos numéricos

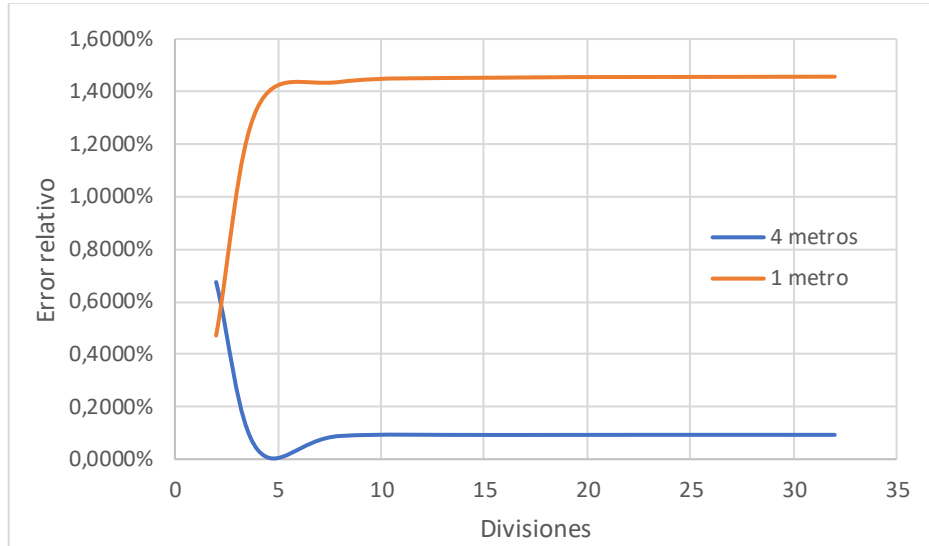


Figura 2.23: Gráficas de error relativo para perfil $\phi 50.2$.

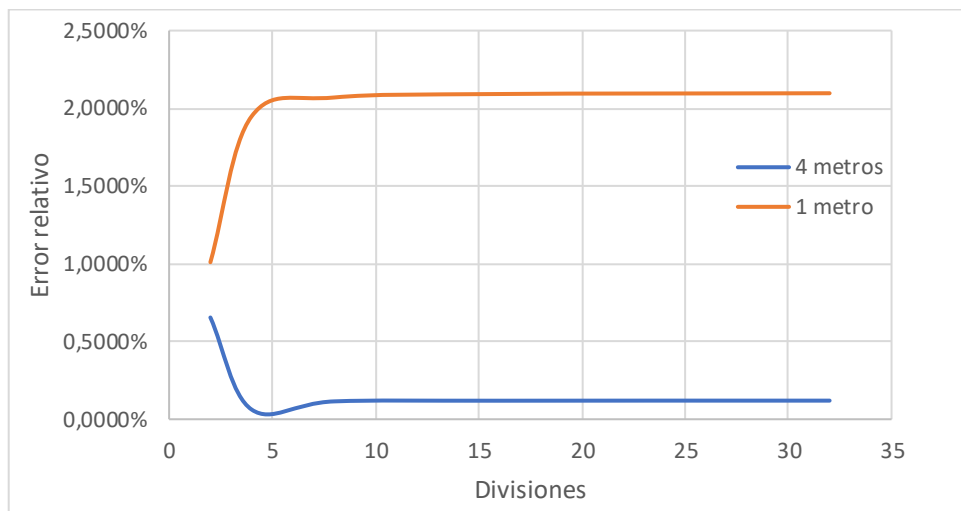


Figura 2.24: Gráficas de error relativo para perfil $\phi 60.2$.

3. Capítulo 3: Casos de estudio

En el presente capítulo se presentarán los casos escogidos de análisis necesarios para sacar resultados y conclusiones. Los resultados de SAP2000 en combinación con la norma permitirá tener todos los datos necesarios para llevar a cabo el estudio.

Este apartado del trabajo se centra en la modelización y estudio comparativo de los elementos estructurales con SAP2000.

Para abordar este estudio, se han seleccionado un conjunto representativo de barras aisladas y pórticos que permitirán evaluar el comportamiento estructural bajo diversas condiciones de carga.

Las barras aisladas como elementos lineales que soportarán fuerzas axiales, se analizarán para comprender posteriormente cómo se comportan cada una de las barras de un pórtico simple, verificando su comportamiento frente a los criterios establecidos por normativas vigentes.

3.1 Simulaciones de barras aisladas

Las barras aisladas pueden clasificarse según su perfil estructural, que determina su capacidad de soportar cargas y su comportamiento bajo tensión y compresión. Entre los perfiles seleccionados para este estudio se incluyen perfiles rectangulares, circulares y en I, cada uno con características distintivas que afectan su resistencia y rigidez. Estos perfiles serán evaluados para entender cómo las diferentes geometrías influyen en el desempeño estructural de las barras.

Además de los perfiles, se han seleccionado barras con diversas longitudes para observar cómo varía su comportamiento estructural. Las longitudes consideradas abarcan desde elementos cortos, que tienden a ser más rígidos, hasta elementos largos, donde los efectos de pandeo y flexión son más pronunciados. Esta variabilidad permitirá un análisis exhaustivo de los efectos de la longitud en la estabilidad y capacidad de carga de las barras.

Las condiciones de contorno también juegan un papel crucial en el comportamiento de las barras aisladas. En este estudio, se considerarán diferentes tipos de apoyos, como apoyos simples, empotrados y apoyos en voladizo, para evaluar cómo estas condiciones afectan la distribución de tensiones y deformaciones. Al variar las condiciones de contorno, se obtendrán datos valiosos sobre la influencia de las restricciones en el comportamiento de las barras bajo diferentes cargas aplicadas.

Los perfiles escogidos serán:

- $\phi 50.2$ y $\phi 60.2$
- #50.2 y #60.2
- IPE80

En cuanto a las condiciones de contorno para todos los casos, al estar ante el caso de barras aisladas se usarán los valores de beta conocidos, correspondientes a los casos de:

- Barra biarticulada ($\beta=1$)
- Barra empotrada-articulada ($\beta=0.7$)
- Barra biempotrada ($\beta=0.5$)

En cuanto a las longitudes se han escogido 4 distintas para cada caso con el objetivo de obtener valores de mayores esbelteces.

A continuación, una vez ya creados los perfiles según se explica en el capítulo anterior, ahora se explicará paso a paso el modelado completo de los casos, empezando por el modelado de la geometría de las barras, hasta la simulación final, así como los resultados obtenidos del programa con ayuda de la aplicación de las ecuaciones de la normativa.

Para modelar la barra lo primero que habrá que hacer es crear un nuevo modelo en “*new model*”, seguidamente se mostrará un panel con varios modelos como el que se ve en la *Figura 3.1*, para este caso será suficiente con el modelo “*grid only*” aunque también podría crearse un modelo “*beam*”.

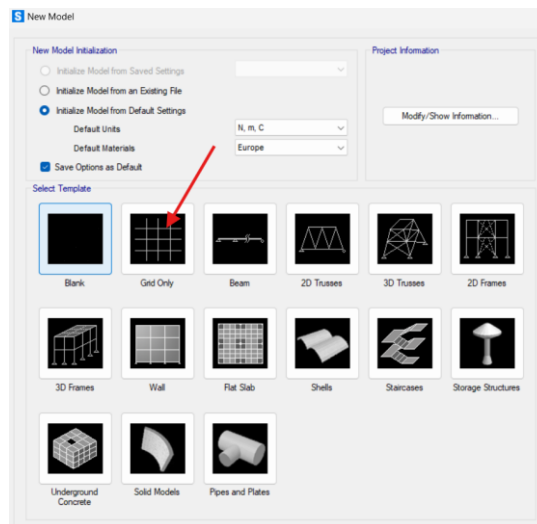


Figura 3.1: Nuevo modelo y pantalla de trabajo

En la siguiente pestaña se deberá indicar el número de huecos entre cada una de las direcciones, así como la distancia entre ellos, para el caso de una barra simple solo habrá que modificar el espacio en la dirección X, además de dejar con valor 1 los “*grid lines*” en “Y” y “Z” como se muestra a continuación en la *Figura 3.2*, dejando la primera localización de la red en el origen.

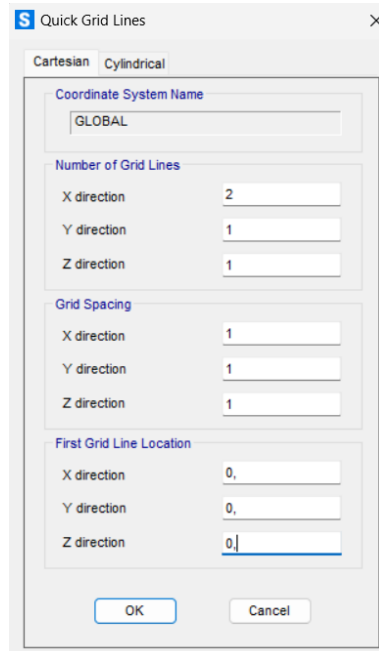


Figura 3.2: Editor de la rejilla de trabajo

Una vez se da a "OK" se formará la geometría deseada, el siguiente paso será aplicar el material y perfil que previamente se debe haber creado como ya se explicó en apartados anteriores.

Seleccionando en la barra de herramientas de la izquierda de SAP usando la opción "quick draw frames", será posible escoger en "section" todas las secciones creadas anteriormente, seleccionando una y clicando sobre la barra se aplicará el material junto con el perfil como se ve en la Figura 3.3 y la Figura 3.4. Se podrá saber que el material se ha aplicado viendo como la barra cambia de color.



Properties of Object	
Line Object Type	Straight Frame
Section	IPE80
Moment Releases	Continuous
Local Axis Rotation	0,
XY Plane Offset Normal	0,

Figura 3.3: Aplicación del material y perfil

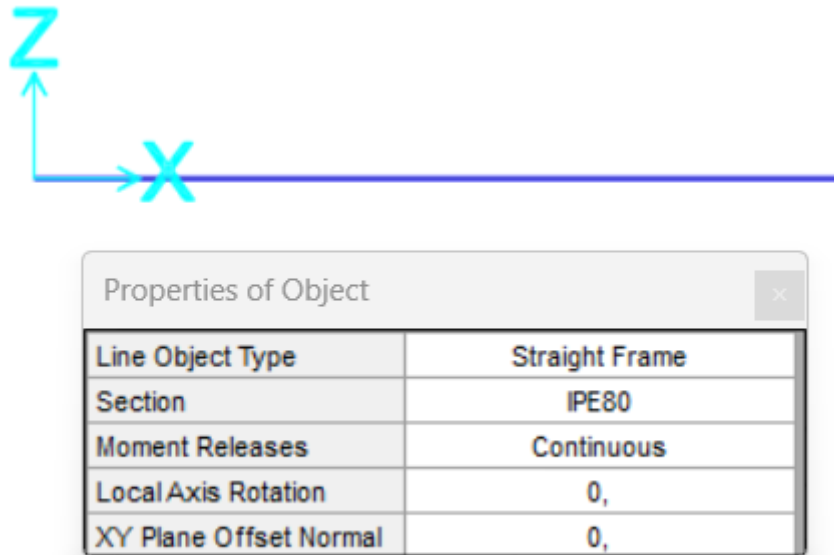


Figura 3.4: Barra con material y perfil aplicado

Lo siguiente será aplicar las condiciones de contorno a la estructura, y esto se hará seleccionando los apoyos correspondientes para cada caso de beta.

Para seleccionar los apoyos, primero clicar sobre el punto donde se va a aplicar el apoyo y seguidamente en la parte superior según la *Figura 3.5, Assign –Joint–Restrains*.

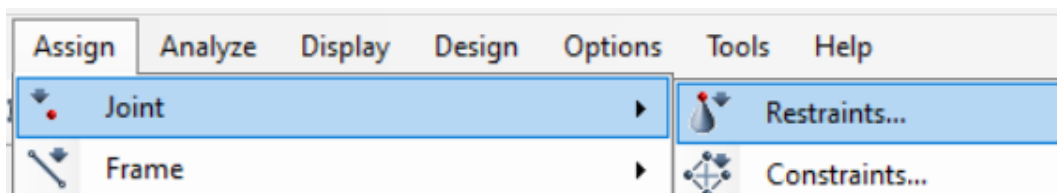


Figura 3.5: Aplicación de condiciones de contorno y apoyos

Aquí se podrá seleccionar que tipo de apoyo se quiere establecer en cada punto (empotramiento, apoyo fijo, apoyo móvil...). SAP da las opciones por defecto de los apoyos típicos tal y como se muestra en la *Figura 3.6*, aunque se podría hacer una condición de otro tipo seleccionando que movimientos se quieren permitir o restringir. Dando a "Apply" se aplicará el apoyo escogido y a continuación clicando sobre otro punto se podrá poner la siguiente condición de contorno.

Capítulo 3: Casos de estudio

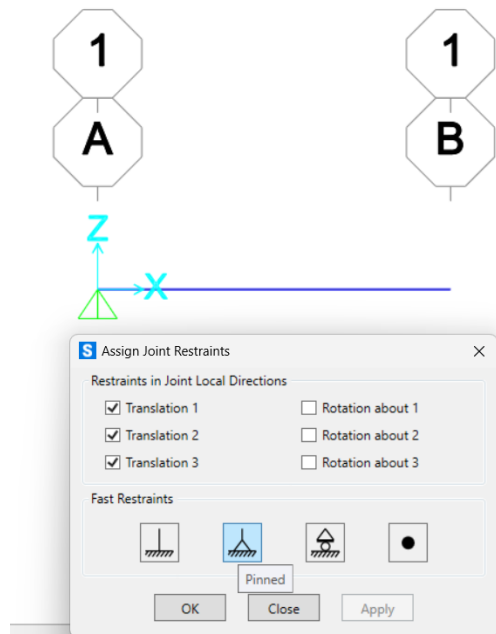


Figura 3.6: Barra con condiciones de contorno aplicadas

El siguiente paso será crear el caso de cargas para el análisis de pandeo que en este caso solo consistirá en la aplicación de una carga “P” de valor 1 Newton sobre el eje longitudinal de la barra.

Primero hay que crear el patrón de carga en *Define—Define Load Patterns*, se selecciona un nombre para la carga y en “Type” habrá varias opciones. Aquí se ha seleccionado “Other” y se desprecia el peso propio dejándolo a cero como se muestra en la *Figura 3.7*, dando a “Add New Load Pattern” creará la carga que se ha configurado.

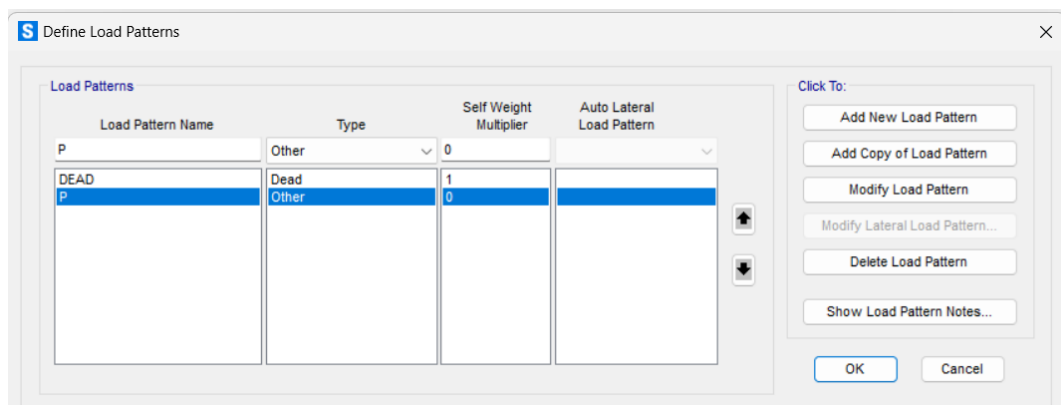


Figura 3.7: Definir patrón de carga

Ya creado el patrón de carga es necesario crear el caso de carga donde se podrá indicar que el análisis será de tipo pandeo. En *Define—Load Case Data*, tal y como se ve en la

Figura 3.8 se abre el desplegable de “Load Case Type” y se selecciona el caso “Buckling” de este modo el análisis que realizará SAP2000 al iniciar la simulación será de pandeo.

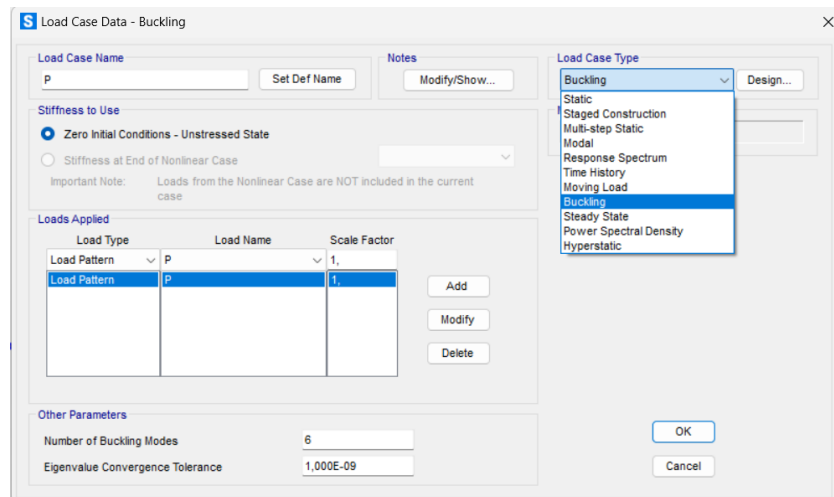


Figura 3.8: Datos del caso de carga. Buckling

Por último, solo queda asignar la carga en el nodo y dirección correspondiente, que para este caso será horizontal de valor 1 Newton y a compresión. Seleccionando el nodo donde se quiere aplicar la carga y en *Assign—Joint Load—Forces*, se podrá indicar el valor de la carga, así como la dirección siguiendo el criterio de signos correspondiente al de los ejes globales mostrados en la Figura 3.9.

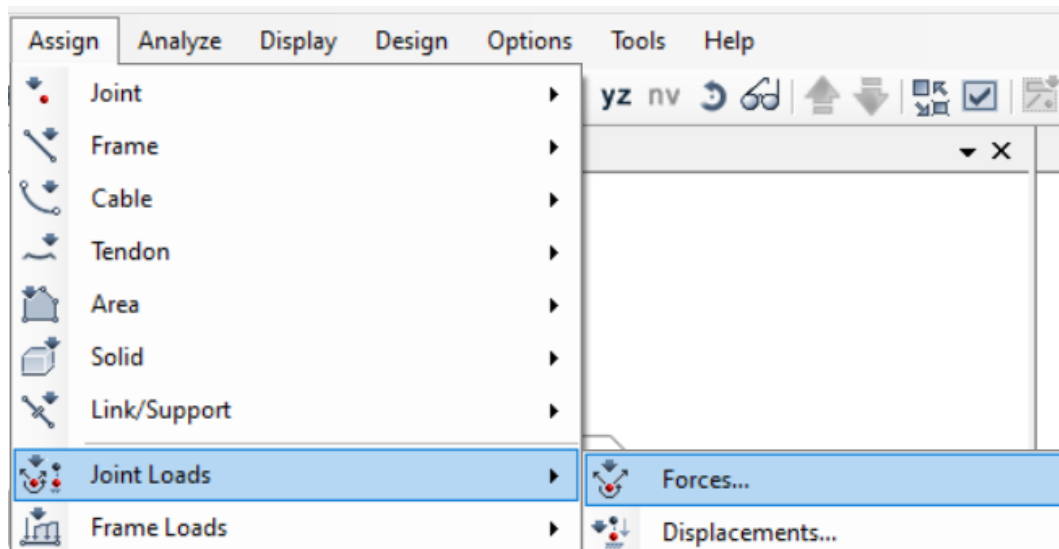


Figura 3.9: Aplicación de las fuerzas en nodos

En *load pattern* habrá que seleccionar la carga P anteriormente creada para asociar el valor con el caso de carga correspondiente como se indica en la Figura 3.10.

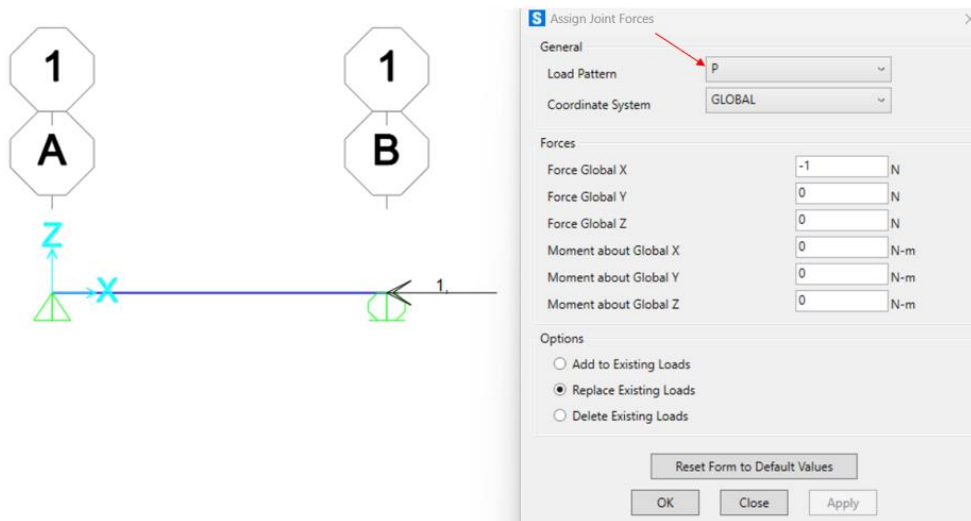


Figura 3.10: Carga aplicada en nodo

Los casos a analizar serán para las siguientes condiciones de contorno mostradas en la Figura 3.11, y se irán variando también las longitudes de estas. Se deberá aplicar el mallado escogido de la forma que se explicó en el capítulo de la convergencia de malla, en el cual se determinó que se establecerá un mallado de 16 divisiones por barra.

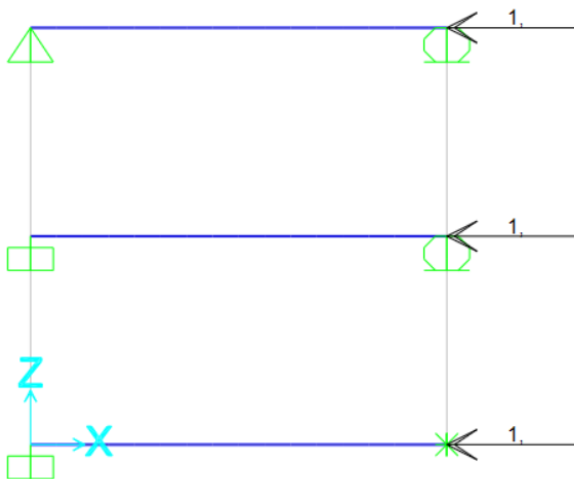


Figura 3.11: Casos de estudio para barras aisladas

Hay que tener en cuenta que para que se pueda ejecutar el análisis se deberán restringir algunos movimientos de la estructura, en este caso solo bastará con indicar que el estudio será en dos dimensiones dentro del plano que estamos trabajando; esto lo podremos indicar como se ve en la Figura 3.12 en *Analyze* → *Set Analysis Options* y seleccionando la opción de "Plane Frame, XZ Plane" como es el caso de este estudio.

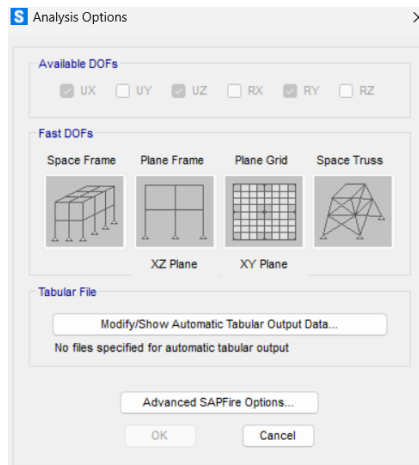


Figura 3.12: Configuración de análisis para caso plano

Al dar a “Run”, SAP2000 mostrará la deformada por pandeo de la estructura como se ve en la Figura 3.13, así como el valor del factor de carga crítico, este factor multiplicado por el axil de la barra, indicaría el axil crítico que provocaría una inestabilidad por pandeo. En este caso al ser la carga de valor $P=1$ N, este factor será equivalente al axil de carga crítico de pandeo, que se usará para hacer el resto de los cálculos aplicando la norma.

Deformed Shape (P) - Mode 1; Factor 165624920,2



Figura 3.13: Pantalla de SAP tras simulación

Para cambiar las longitudes de la barra, se hace clic derecho sobre el fondo “Edit Grid Data” y “Modify System”.

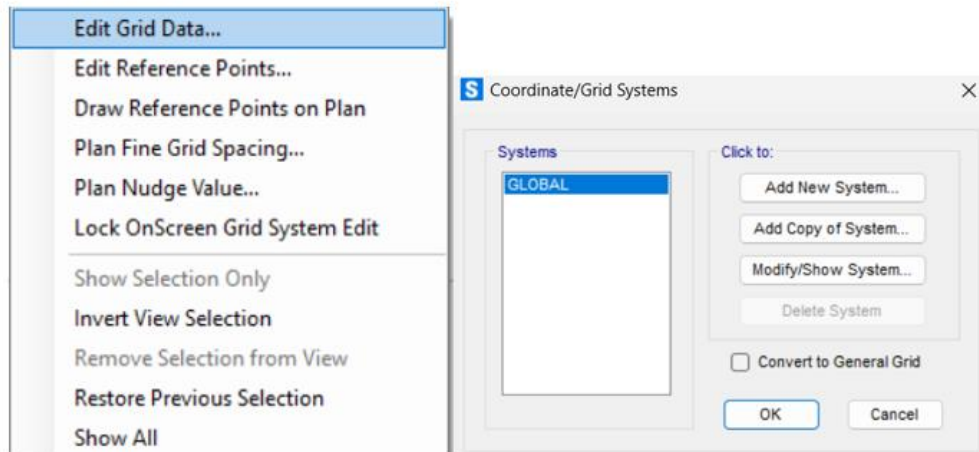


Figura 3.14: Modificación de las dimensiones de la rejilla

Seleccionando la opción “Glue to Grid Lines” y cambiando el valor de la longitud en X como se muestra en la Figura 3.15, se cambiará automáticamente el espaciado del grid, cambiando así también la longitud de la barra.

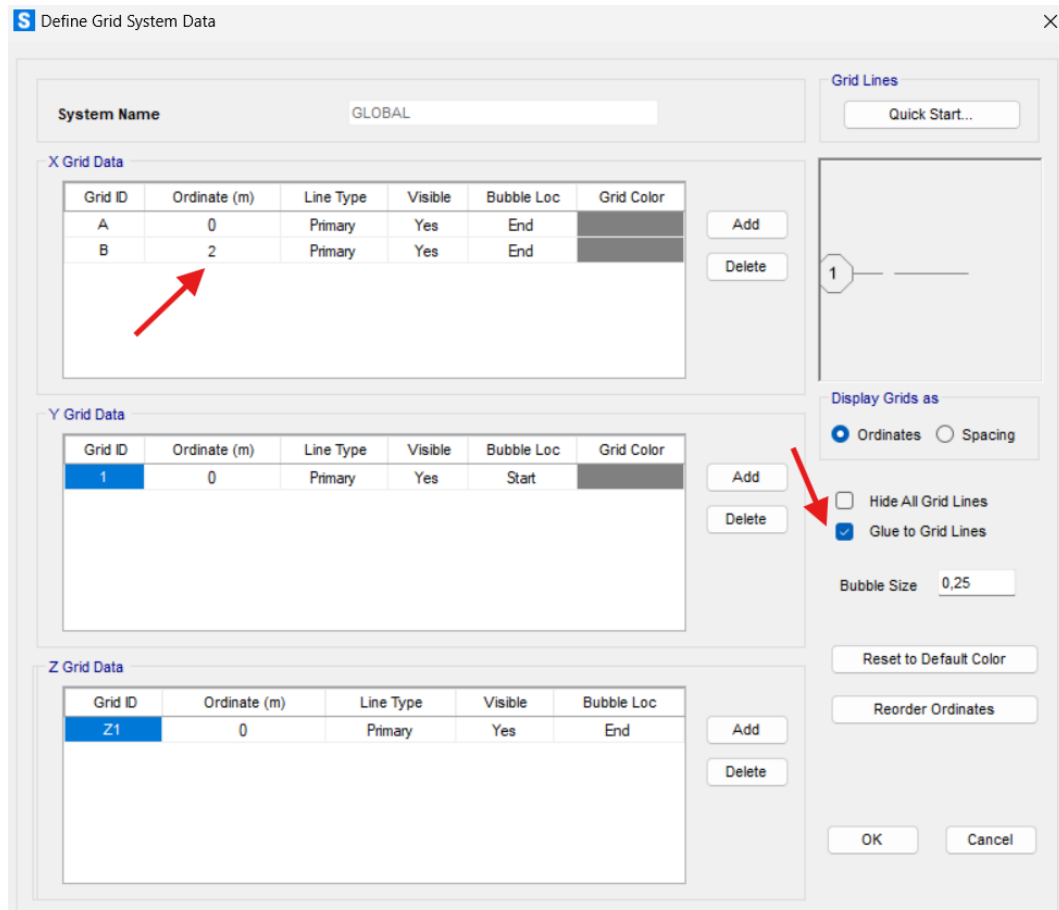


Figura 3.15: Glue to Grid Lines

A continuación, se anotan todos los datos que saca SAP2000 y se procede a aplicar la normativa para todos los casos de perfiles, longitudes y condiciones de contorno ya mencionados.

En este capítulo únicamente se presentarán los resultados obtenidos y gráficas representativas de cada una de las simulaciones y en siguientes capítulos se harán los análisis y conclusiones correspondientes.

3.1.1 RESULTADOS DE PERFILES #50.2 Y #60.2

Para los siguientes casos, aplicando la norma y con ayuda de los valores que calcula SAP2000, que es el coeficiente de carga crítica, se podrán calcular las esbelteces reducidas de cada caso, así como sus factores de reducción de pandeo. De esta forma se podrá construir la curva de pandeo de los siguientes perfiles.

Atendiendo a la *Figura 3.16*, para estos dos perfiles tubulares rectangulares de acero S275, la curva de pandeo que se seguiría en función de cómo ha sido su proceso de fabricación, será la “c” o “a” dependiendo de si es laminado en frío o conformado en caliente respectivamente.

Para realizar los cálculos se seguirá el esquema de la *Figura 3.17*, que para simplificarlos, se ha seleccionado una carga de $P=1$ Newton, de esta forma el coeficiente el factor carga crítico γ_{Sap200} multiplicado por el axil de la barra que tendrá valor de 1 Newton, equivaldrá al axil de carga crítica N_{cr} , una vez se tiene el axil se podrá sacar la esbeltez reducida y el factor de reducción de pandeo de forma independiente, asumiendo que $N_{cr} = N_{b,Rd}$.




Tubos de chapa simples o agrupados			
			
		laminados en caliente	a a a ₀ a ₀
		conformados en frío	c c c c

Figura 3.16: Correspondencia de curvas según perfil tubular cuadrado [21]

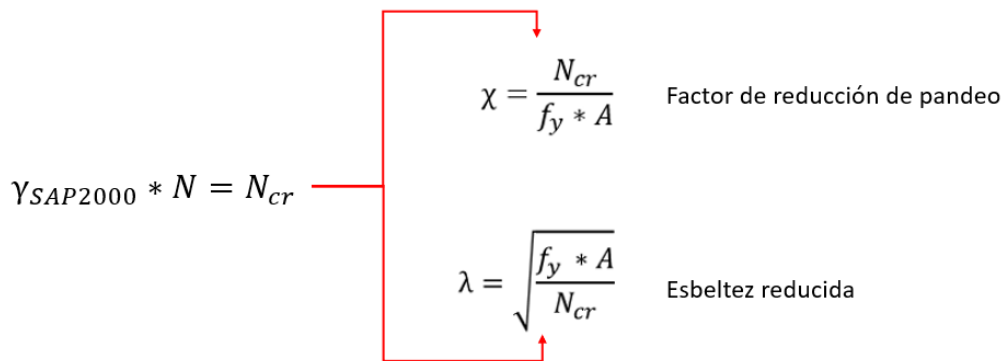


Figura 3.17: Cálculos a partir de resultados de SAP2000 para barras aisladas

A continuación, se muestran las tablas de datos para el perfil #50.2 (Tabla 3.1,Tabla 3.2 y Tabla 3.3) y los del perfil #60.2 (Tabla 3.4, Tabla 3.5 y Tabla 3.6)

Tabla 3.1: Cargas críticas de pandeo calculadas por SAP2000 para perfil #50.2

Cargas Críticas			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	287754,2746	588677	1151052,44
2	71938,42972	147168	287754,275
3	31972,63212	65408	127890,577
4	17984,60525	36792	71938,4297

Tabla 3.2: Esbelteces reducidas para perfil #50.2

Esbeltez SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	0,59416067	0,415409437	0,297075774
2	1,188322487	0,830822222	0,59416067
3	1,782483823	1,246233603	0,891241741
4	2,376645119	1,661644864	1,188322487

Tabla 3.3: Factores de pandeo para perfil #50.2

Factores de Pandeo SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	2,832645318	5,794917842	11,33092918
2	0,708159962	1,448717785	2,832645318
3	0,314737728	0,643874293	1,258951393
4	0,177039969	0,362179263	0,708159962

Tabla 3.4: Cargas críticas de pandeo calculadas por SAP2000 para perfil #60.2

Cargas Críticas			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	499682	989773	1853667
2	127440,7344	258537	499682
3	56853,33316	115872	225380
4	32022,17453	65370,9	127441

Tabla 3.5: Esbelteces reducidas para perfil #60.2

Factores de Pandeo SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	4,043225311	8,00885	14,9991
2	1,031199048	2,09198	4,04323
3	0,460034253	0,93759	1,82369
4	0,259110527	0,52896	1,0312

Tabla 3.6 : Factores de pandeo para perfil #60.2

Esbeltez SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	0,49732012	0,35336	0,25821
2	0,98475626	0,69139	0,49732
3	1,47436467	1,03274	0,7405
4	1,9645246	1,37496	0,98476

A continuación, se presenta la curva final resultante en la *Figura 3.18* con los valores truncados a uno, ya que como se menciona en el capítulo de la normativa, todos los valores de factor de reducción mayores de 1 significarían que la estructura plastificaría antes del pandeo por lo que para este estudio estos valores ya no serían representativos.

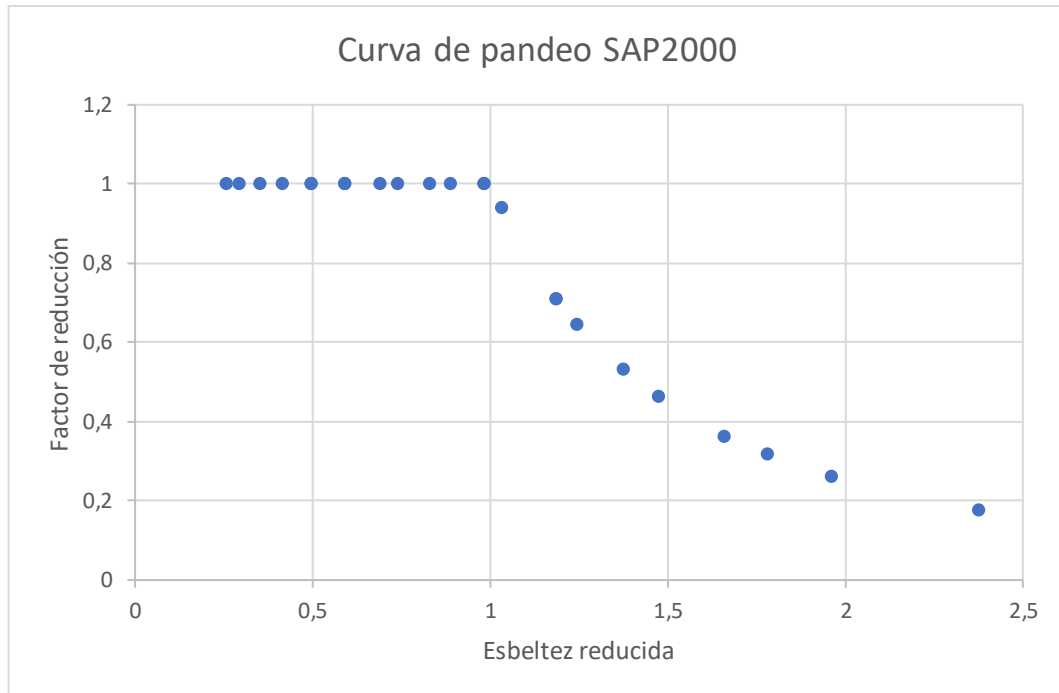


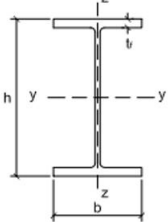
Figura 3.18: Gráfico de curva de pandeo para perfiles #50.2 #60.2

3.1.2 RESULTADOS PERFIL IPE80

Para el caso de un perfil IPE80 y acero S275 las curvas de pandeo dependerán del parámetro “t”, que corresponde al espesor de las alas del perfil, y de las relaciones de altura y anchura del perfil según la *Figura 3.19*.

El perfil IPE80 tiene un espesor $t=5,2$ mm < 40 mm, y además tal y como se ha configurado SAP, el plano de pandeo es el XZ lo que correspondería con el eje Y de pandeo. Por otra parte, siendo $h=80$ mm y $b=48$ mm, la relación $\frac{h}{b} = 1,74$. Por lo que según la norma este perfil seguiría la curva “a”.

Figura 3.19: Correspondencia de curvas para perfil laminados en I [21]

Tipo de sección	Tipo de acero		S235 a S355		S450	
	Eje de pandeo ⁽¹⁾		y	z	y	z
Perfiles laminados en I 	$h/b > 1,2$	$t \leq 40 \text{ mm}$	a	b	a_0	a_0
		$40 \text{ mm} < t \leq 100 \text{ mm}$	b	c	a	a
	$h/b \leq 1,2$	$t \leq 100 \text{ mm}$	b	c	a	a
		$t > 100 \text{ mm}$	d	d	c	c

Se recogen los datos de las cargas críticas en la *Tabla 3.7* y con estos resultados se calculan los resultados de los factores de reducción y esbeltez en la *Tabla 3.8* y *Tabla 3.9* respectivamente.

Tabla 3.7: Cargas críticas de pandeo calculadas por SAP2000 para perfil IPE80

Cargas Críticas			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
4	103872,93	211397,22	410359,46
6	46273,00588	94443,801	184065,93
8	26049,74987	53221,712	103872,95
10	16678,12307	34090,732	66578,681

Tabla 3.8: Factores de pandeo para perfil IPE80

Factores de Pandeo SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
4	0,491886633	1,00106	1,94324
6	0,219124204	0,44724	0,87164
8	0,123357681	0,25203	0,49189
10	0,078978669	0,16144	0,31528

Tabla 3.9: Esbelteces reducidas para perfil IPE80

Esbeltez SAP2000			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
4	1,42582915	0,99947	0,71736
6	2,13626352	1,49531	1,0711
8	2,84719297	1,99193	1,42583
10	3,55832075	2,48886	1,78095

De la misma manera, se muestra en la *Figura 3.20* la curva de pandeo resultante según los datos obtenidos.

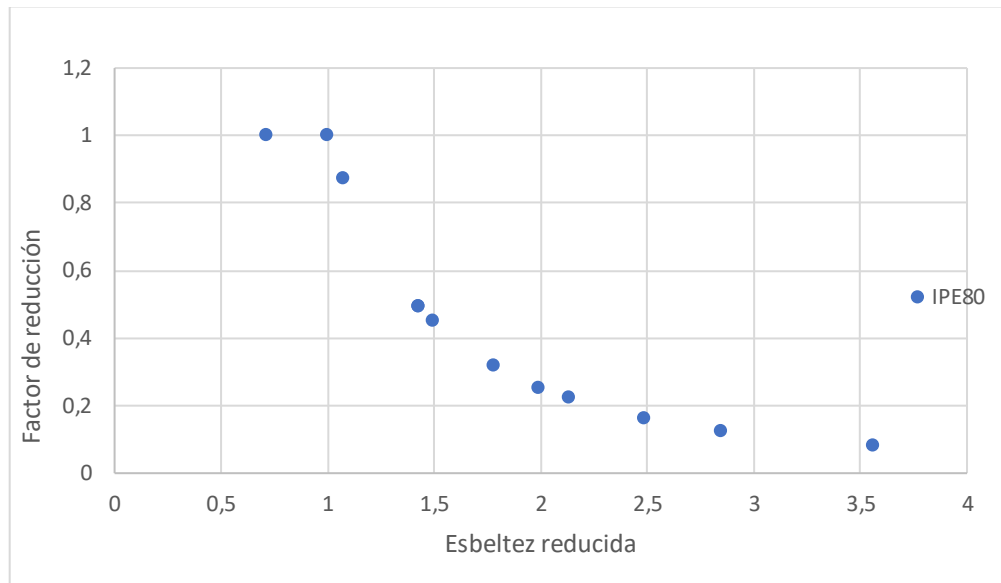


Figura 3.20: Gráfico de curva de pandeo para perfil IPE80

3.1.3 RESULTADOS DE PERFILES $\phi 50.2$ $\phi 60.2$

Al igual que para el caso de los perfiles rectangulares también se ha escogido un acero S275 para perfiles tubulares circulares, además los puntos de la curva de pandeo también deberían estar sobre las curvas “a” o “c”.

Para este perfil también se han usado dos dimensiones de perfil distintas y varias longitudes de barra se muestran los datos del perfil $\phi 50.2$ en la *Tabla 3.10*, *Tabla 3.11* y *Tabla 3.12* y los datos del perfil $\phi 60.2$ en la *Tabla 3.13*, *Tabla 3.14* y la *Tabla 3.15*.

Tabla 3.10: Cargas críticas de pandeo calculadas por SAP2000 para perfil $\phi 50.2$

CARGA CRÍTICA DE PANDEO $\phi 50.2$			
Longitud [m]	$\beta=1$	$\beta=0,7$	$\beta=0,5$
1	177732,493	357239,86	682352,823
2	44918,6656	91474,0596	177732,493
3	20004,6569	40841,0686	79628,6924
4	11260,689	23010,0492	44918,6656

Tabla 3.11: Factores de pandeo para perfil $\phi 50.2$

FACTOR DE PANDEO χ $\phi 50.2$			
Longitud [m]	$\beta=1$	$\beta=0,7$	$\beta=0,5$
1	2,14290443	4,30720834	8,22706563
2	0,54158025	1,10289438	2,14290443
3	0,24119432	0,49241703	0,96007587
4	0,1357691	0,27743006	0,54158025

Tabla 3.12: Esbelteces reducidas para perfil $\phi 50.2$

ESBELTEZ REDUCIDA $\phi 50.2$			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	0,68312251	0,48183912	0,34864025
2	1,35884084	0,95221066	0,68312251
3	2,03618138	1,42506104	1,0205804
4	2,71393557	1,89855526	1,35884084

Tabla 3.13: Cargas críticas de pandeo calculadas por SAP2000 para perfil $\phi 60.2$

CARGA CRÍTICA DE PANDEO $\phi 60.2$			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	311323,399	620853,291	1173825,95
2	79070,8473	160688,164	311323,399
3	35247,3896	71893,0521	139989,418
4	19847,4046	40534,7062	79070,8473

Tabla 3.14: Factores de pandeo para perfil $\phi 60.2$

FACTOR DE PANDEO χ $\phi 60.2$			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	3,1067099	6,19552231	11,7136608
2	0,78905146	1,60351426	3,1067099
3	0,35173525	0,71742393	1,39696056
4	0,19805812	0,40449762	0,78905146

Tabla 3.15: Esbelteces reducidas para perfil $\phi 60.2$

ESBELTEZ REDUCIDA $\phi 60.2$			
Longitud [m]	Beta=1	Beta=0,7	Beta=0,5
1	0,567348159	0,40175477	0,29218215
2	1,125763944	0,78970264	0,56734816
3	1,686133868	1,18062526	0,84607318
4	2,24700309	1,5723239	1,12576394

En la *Figura 3.21* se muestra la curva de pandeo resultante de los perfiles analizados.

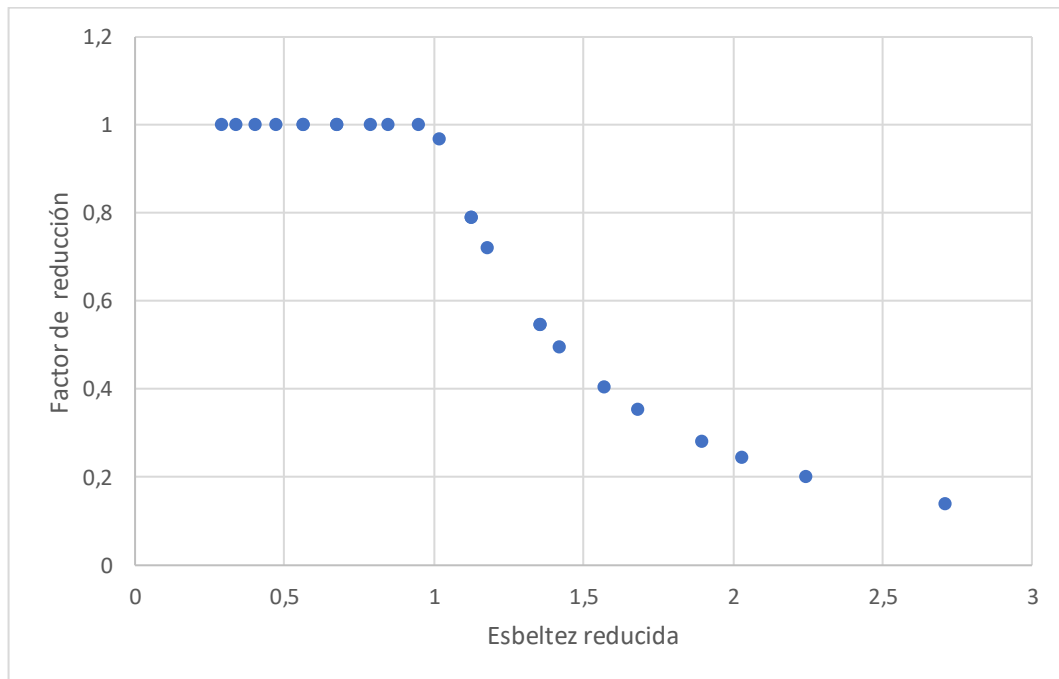


Figura 3.21: Gráfico de curva de pandeo para perfiles $\phi 50.2$ y $\phi 60.2$

3.2 Simulaciones de pórticos

Este apartado del capítulo se enfocará en las simulaciones de un tipo de edificio en concreto, un pórtico simple (pilar AB, dintel BC, pilar CD), aplicando las directrices ya explicadas de Documento Básico de Seguridad Estructural de Acero, específicamente el apartado correspondiente a compresión en pilares de edificios.

En el caso de barras aisladas, el coeficiente de pandeo beta ya era conocido pues las condiciones de contorno eran fácilmente conocidas. En edificios y en concreto este caso de pórticos esto no será así, ya que el caso de cargas afectará a toda la estructura y cada barra tendrá su propia beta de pandeo, que no tendrá por qué ser ninguno de los casos conocidos.

Es por esto que el enfoque de las simulaciones de los pórticos será algo distinto pues se harán comprobaciones y estudios para verificar la precisión de las ecuaciones que estimen beta según la normativa para pilares en edificios.

El caso de cargas escogido para las simulaciones de pórticos será la aplicación de una carga $P=1$ Newton vertical hacia abajo sobre el pilar izquierdo (nodo B) tal como se en la *Figura 3.22*.



Figura 3.22: Caso de cargas para pórticos

En cuanto al modelado de la estructura, inicialmente será algo distinto al de barras aisladas, aunque la aplicación del material, carga y condiciones de contorno se hará de la misma forma explicada anteriormente.

Al crear el nuevo espacio de trabajo lo único distinto al caso anterior será que habrá que añadir una dimensión más en el eje z, que será la altura del pórtico. En cuanto al “*grid spacing*” se pueden poner unos valores iniciales para “x” y “z” aunque como ya se explicó en el apartado anterior se podrán variar posteriormente para cambiar las longitudes para los distintos pórticos a analizar.

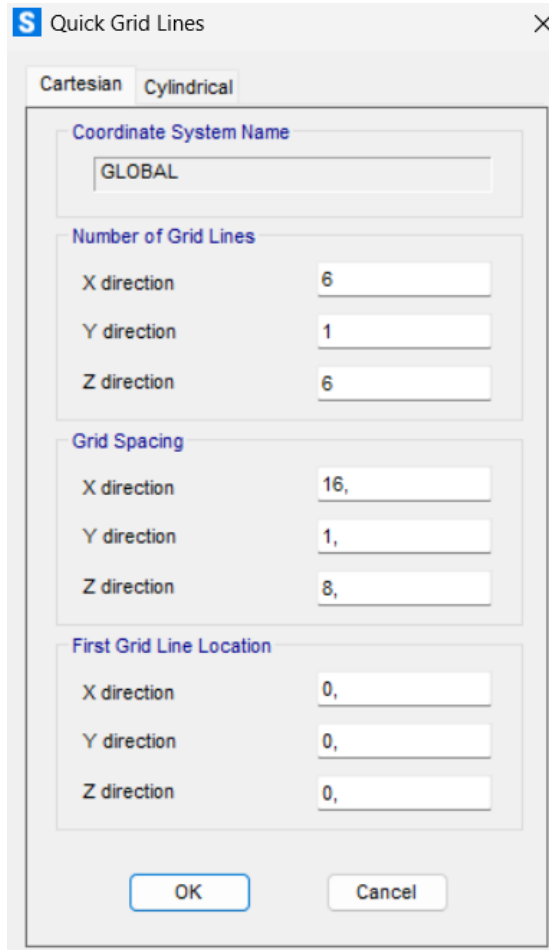


Figura 3.23: Configuración rejilla para pórtico

A continuación, se habrá formado la siguiente *grid*, a la que solo habrá que añadir la sección y material correspondiente sobre las zonas donde se quiere añadir las barras para formar los pórticos, en este caso serán 9 en total como se ve en la *Figura 3.24*.

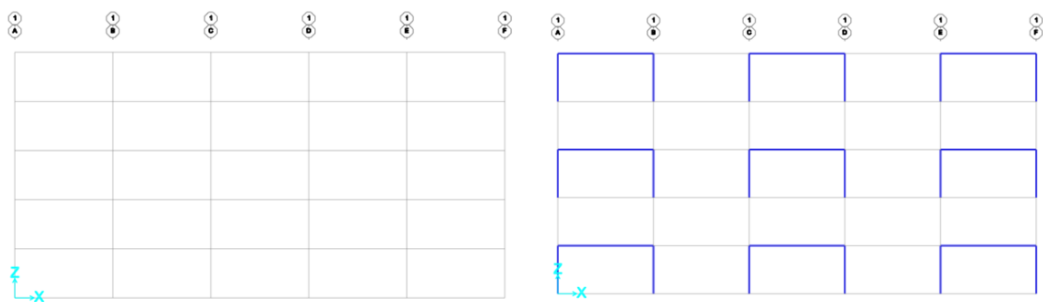


Figura 3.24: Pórtico modelado con material aplicado

El resto del modelado se hará como para el apartado de barras aisladas: se aplican las condiciones de contorno y apoyos establecidos para cada caso, se crea el caso de carga de tipo *buckling* y se aplica la carga en el punto de interés.

Al simular cada caso, se obtendrá un valor del factor de carga crítica que para este caso se atenderá únicamente al primer modo de pandeo de la estructura que calcula SAP2000.

Los casos estudiados han sido 3 pórticos para distintos perfiles estructurales y longitudes de altura y luz L_{pilar} y $L_{\text{dintel}}=r*L_{\text{pilar}}$ metros respectivamente. Siendo r la relación de longitudes, que tendrá valor $r=2$ para las primeras simulaciones, con distintas condiciones de contorno en las bases:

- Apoyo fijo – Apoyo fijo
- Empotramiento – Apoyo Móvil
- Empotramiento – Empotramiento

A su vez para cada uno de estos casos se han modificado las inercias del dintel y el pilar derecho, siendo I_p la inercia del pilar AB y atendiendo a la *Figura 3.25* que se muestra a continuación se tiene que:

- **Fila 1:** $I_{bc} = I_{cd} = 0,001 * I_p$
- **Fila 2:** $I_{bc} = I_{cd} = I_p$
- **Fila 3:** $I_{bc} = I_{cd} = 1000 * I_p$

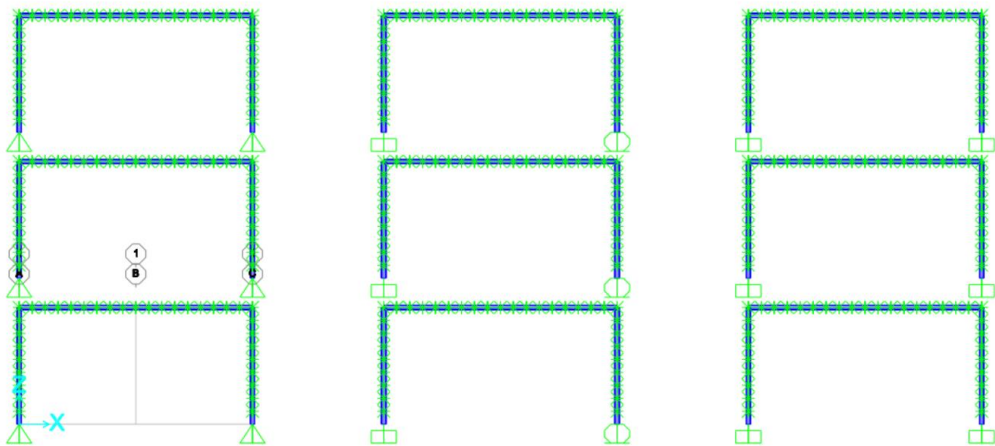


Figura 3.25: Casos de estudio para pórticos

Cuando se lance la simulación aparecerá igual que para barras aisladas un valor de factor crítico de pandeo. En este paso habrá que asegurarse de coger el primer modo de pandeo para cada pórtico y anotar el factor correspondiente para cada uno. Pulsando sobre la flecha de la parte inferior se podrá ir viendo las deformadas de los distintos modos junto con su factor como se muestra en la *Figura 3.26*.

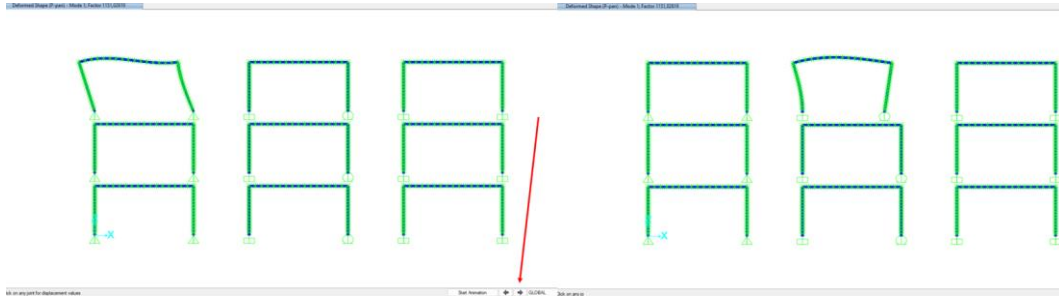


Figura 3.26: Cambio de modo de pandeo SAP2000

Al igual que para barras aisladas, SAP dará un único valor de factor de carga crítica, el cual será equivalente al axil crítico de pandeo. Una vez obtenidos estos resultados se podrá calcular el factor beta a partir de la ecuación de Euler.

Además, el factor de carga crítica indica el factor por el que se puede multiplicar a todas las cargas de la estructura antes del pandeo, al igual que en el caso de barras aisladas la única carga aplicada es de 1 Newton a compresión, por lo que los valores del factor de carga también corresponderán con los del axil crítico de pandeo (N_{cr}). Se seguirá el esquema de la Figura 3.27 para realizar los cálculos.

$$\gamma_{SAP2000} = N_{cr} \longrightarrow \beta_{SAP2000} = \sqrt{\frac{\pi^2 EI}{N_{cr} L^2}}$$

Figura 3.27: Cálculos a partir de resultados de simulaciones de pórticos

3.2.1 Resultados Pórtico IPE300

Para este pórtico se ha seguido una relación de longitudes $r=2$, resultando las longitudes del pórtico: $L_{pilar}= 8$ m y $L_{dintel}=16$ m.

Tabla 3.16: Resultados del factor de carga crítica SAP2000 para pórticos IPE300

Factor de carga crítica SAP2000		
1151,02619	674683,338	676893,186
770064,163	1286325,76	3215401,26
5300424,63	2656155,21	10408127,7

A continuación, con los datos de la Tabla 3.16 se pueden calcular las betas de pandeo de SAP2000 con la ecuación de Euler, teniendo en cuenta que la longitud e inercia de la barra corresponde a las propiedades del pilar AB.

Tabla 3.17: Resultados del parámetro beta para cada pórtico IPE300

Beta según SAP		
48,487	2,003	1,999
1,875	1,450	0,917
0,715	1,009	0,510

Para calcular las betas siguiendo el DB-SEA, se ha hecho uso de las ecuaciones anteriormente explicadas, que para este caso habrá que seleccionar de forma adecuada cada caso en función de si el pórtico se encuentra en el caso de pandeo traslacional o intraslacional, además de tener en cuenta que el pórtico está ante el caso de compresión no relevante. En la *Tabla 3.17* se muestran los resultados de beta.

3.2.2 Resultados Pórtico $\phi 60.2$

De la misma manera se muestra en la *Tabla 3.18* y la *Tabla 3.19* los resultados para un perfil tubular $\phi 60.2$.

Tabla 3.18: Resultados del factor de carga crítica SAP2000 para pórticos $\phi 60.2$

Factor de carga crítica SAP2000		
2,11339	1243,54071	1247,60596
1421,0255	2380,25818	5988,69925
10107,9978	4960,07	19842,8731

Tabla 3.19: Resultados del parámetro beta para cada pórtico $\phi 60.2$

Beta según SAP		
48,483	1,999	1,995
1,870	1,445	0,911
0,701	1,001	0,500

3.2.3 Resultados Pórtico $\phi 100.3$

Para este pórtico se ha escogido un perfil tubular circular $\phi 100.3$, la relación entre dintel y pilar se ha mantenido también para este caso, solo que se ha modificado las longitudes por: $L_{\text{pilar}} = 4 \text{ m}$ y $L_{\text{dintel}} = 8 \text{ m}$

Capítulo 3: Casos de estudio

Como en el caso anterior los cálculos se realizan de la misma forma, solo habrá que tener en cuenta el cambio de la inercia y las longitudes de los pilares y dinteles. Se muestran los datos en la *Tabla 3.20* y *Tabla 3.21*.

Tabla 3.20: Resultados del factor de carga crítica SAP2000 para pórticos $\phi 100.3$

Factor de carga crítica SAP2000		
59,30084	34863,3037	34977,3235
39827,0651	66672,5999	167484,101
281192,092	138648,452	553924,83

Tabla 3.21: Resultados del parámetro beta para cada pórtico $\phi 100.3$

Beta según SAP2000		
48,481	1,999	1,996
1,871	1,446	0,912
0,704	1,003	0,502

Además, en este caso también se han hecho unas simulaciones cambiando la relación (r) entre la altura y luz del pórtico cuyos resultados se muestran la *Tabla 3.22* y *Tabla 3.23*. Anteriormente se usó $r=2$, para estos resultados que se muestran a continuación se ha usado una relación de longitudes de $r=3$ siendo las longitudes $L_{\text{pilar}}=3$ m y $L_{\text{dintel}}=9$ m, con objetivo de comprobar más adelante si este parámetro influye en los valores.

Tabla 3.22: Resultados del factor de carga crítica SAP2000 para pórticos $\phi 100.3$ $r=3$

Factor de carga crítica SAP2000		
77,24482	61908,7683	62076,0112
57918,8365	103062,933	257594,014
495095,075	245594,029	969805,562

Tabla 3.23: Resultados del parámetro beta para cada pórtico $\phi 100.3$ $r=3$

Beta según SAP		
56,638	2,001	1,998
2,068	1,551	0,981
0,707	1,004	0,505

4. Capítulo 4: Análisis de resultados para barras aisladas

En el capítulo 3.1 se presentaron los resultados obtenidos de las simulaciones y los cálculos resultantes de aplicar las ecuaciones de la norma.

En este primer análisis el objetivo es sacar conclusiones sobre la similitud entre las curvas de pandeo de la normativa vigente y las curvas que se han obtenido usando el software de cálculo SAP2000.

Lo primero que se ha hecho es elaborar una serie de gráficas con las curvas obtenidas para cada perfil, a continuación, se muestran todas estas gráficas en una sola y superpuesta sobre las curvas de pandeo teóricas para empezar a sacar conclusiones, en la *Figura 4.1* se pueden ver todos los puntos obtenidos por colores en función del perfil estructural, con los valores de $\chi > 1$ truncados a 1, ya que los que sean mayores indican que la estructura plastificaría antes de pandear por lo que no son valores representativos para este estudio.

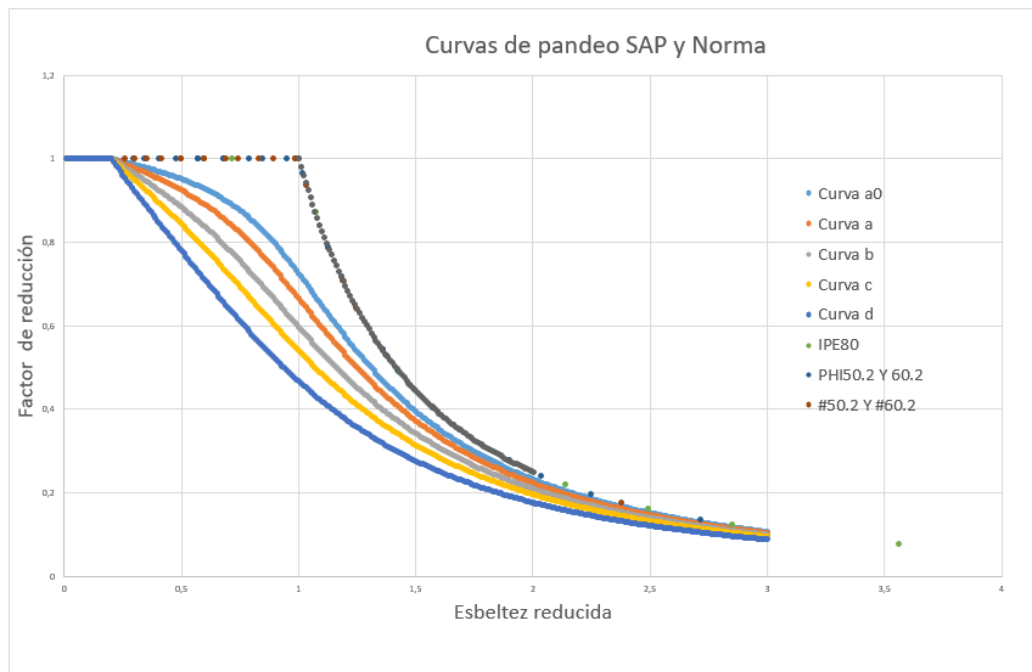


Figura 4.1: Gráfico de curvas de pandeo del DB-SEA vs Curva de SAP2000

Atendiendo a la norma en el apartado para barras aisladas, donde se presentan las curvas de pandeo, se puede apreciar que no hay ninguna similitud aparente entre las curvas teóricas y los valores calculados en SAP2000.

Esta observación inicial sugiere que puede haber factores adicionales o condiciones específicas no consideradas en el método teórico o en las simulaciones realizadas. Por lo tanto, es necesario un análisis más profundo para identificar las causas de las discrepancias y ajustar el modelo en consecuencia.

También a simple vista se puede notar que cuanto mayores son los valores de la esbeltez reducida, más parecidos son los factores de reducción de pandeo. Este comportamiento indica que las curvas teóricas pueden ser adecuadas para ciertos rangos de esbeltez, pero no tan precisas para otros.

Por otra parte, se observa que la curva obtenida está por encima del resto de las curvas, esto quiere decir que estará por el lado de la no seguridad ya que los valores del SAP2000 con respecto de la norma serán más conservadores.

Si, por ejemplo, estuviéramos ante el caso de un perfil perteneciente a la curva α_0 de una esbeltez de 1.5, según la curva de SAP2000 se obtendría un factor de reducción 0.45 aproximadamente; sin embargo, siguiendo la curva teórica se tiene un factor de entorno 0.25, luego se estaría en el caso que $\chi_{sap} > \chi_{norma}$, esto se traduce a que según SAP2000 el axil crítico máximo que se puede calcular es mayor que el del CTE.

Esto se podrá ver con más detalle obteniendo unas curvas de error entre la curva de SAP2000 y cada una de las cinco curvas teóricas, que se muestran a continuación en la *Figura 4.2*.

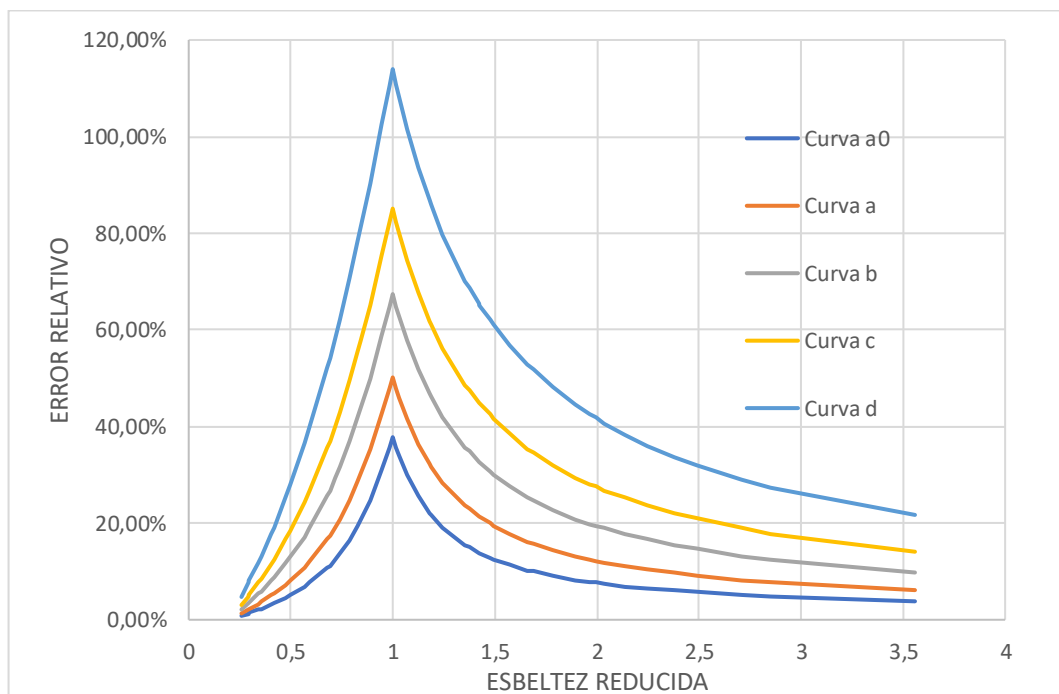


Figura 4.2: Gráfico de errores relativos para cada curva

Analizando las curvas de error relativo se puede pensar que la curva α_0 es la más parecida a la curva obtenida, pero incluso así los errores relativos siguen siendo significativos (entre 5%-35%)

Así también, en la siguiente gráfica (*Figura 4.3*) se muestra únicamente los resultados de SAP sin los valores truncados a 1 y se indica la ecuación de la línea de tendencia de la curva en la misma gráfica.

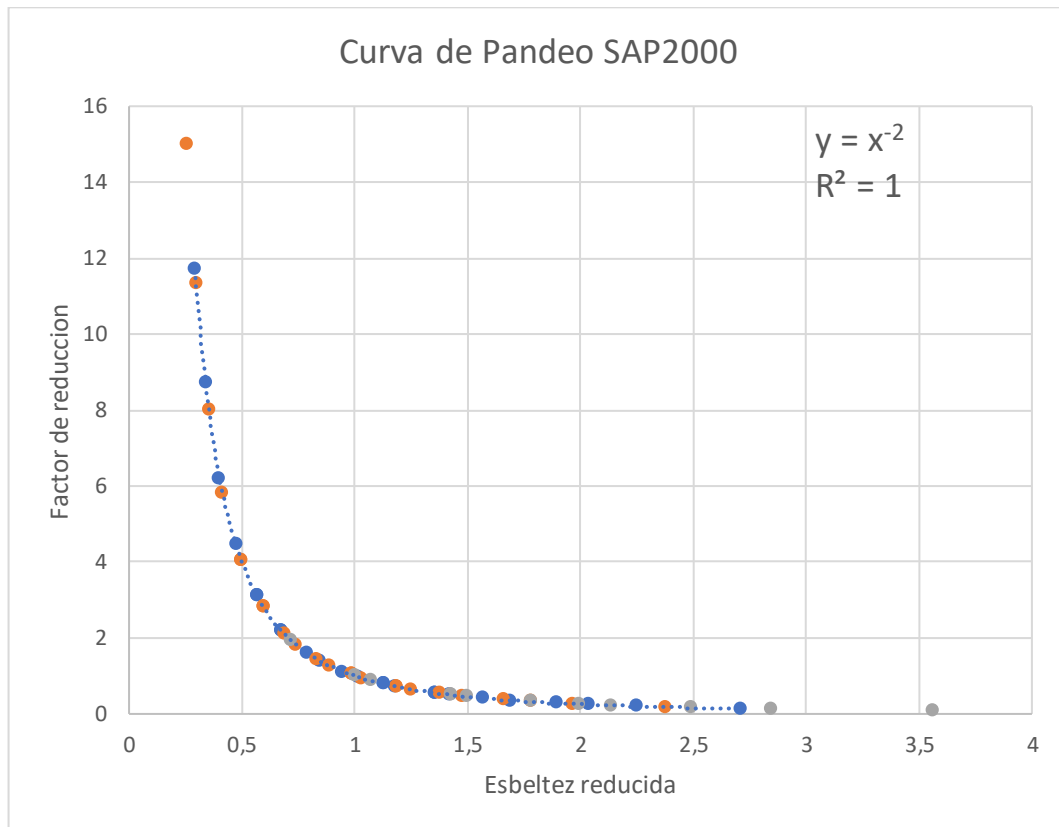


Figura 4.3: Gráfico de la curva de SAP2000

Como siguiente observación, se puede notar que todos los valores sacados con SAP2000 siguen una misma y única curva para cualquier geometría de perfil, cuya ecuación es una hipérbola del tipo $y = \frac{1}{x^2}$, que, en este caso, al estar representándose en el eje "X" la esbeltez reducida y en el "Y" el factor de reducción, significaría que el factor de reducción es inversamente proporcional al cuadrado de la esbeltez.

Teniendo en cuenta las hipótesis realizadas como que la carga crítica de pandeo es igual a la carga crítica de Euler y sabiendo la definición de la esbeltez reducida determinada por la normativa ya explicada, se puede llegar a la conclusión anterior.

SAP2000 arroja los valores del factor de carga crítico (γ), es decir, el factor que multiplicado a la carga real aplicada da como resultado el esfuerzo crítico de pandeo que hace que pandee la estructura. En este caso la carga P es de valor 1 Newton y por lo tanto el axil N de la barra también será 1.

$$N_{cr} = \gamma_{SAP200} \cdot N_{barra} = \gamma_{SAP200} = N_{b,Rd} = \chi \cdot A \cdot f_y$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

$$\chi = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$

De esta manera se llega a la expresión del factor de reducción de pandeo, que depende únicamente de la esbeltez reducida y los parámetros necesarios para calcular esta, por lo que los coeficientes de imperfección α no influyen para nada en los cálculos de SAP2000. Este será el motivo por el que solo se distingue una sola curva independientemente del perfil y sus características.

SAP2000 sigue la curva hiperbólica canónica presentada anteriormente, para cualquier caso e independientemente de los parámetros geométricos, sin embargo, la norma tiene en cuenta otras imperfecciones implícitas en el factor de imperfección α , como pueden ser los procesos de fabricación, la geometría de la sección, el espesor del perfil, el tipo de acero o el plano de pandeo. Este factor afecta a cada una de las curvas de la norma para tener en cuenta la reducción en la capacidad de carga debido a estas imperfecciones.

Estas curvas teóricas se basan en investigaciones y ensayos experimentales que proporciona datos sobre el comportamiento real de los elementos estructurales de acero bajo compresión. Las ecuaciones y coeficientes que se utilizan en el DB-SE-A se basan en estudios realizados por diversas organizaciones internacionales, como el Comité Europeo de Normalización (CEN) y el Instituto Internacional de Soldadura (IIW), así como en normas y recomendaciones previas, como el Eurocódigo 3 (EN 1993-1-1).

Por lo tanto, estas ecuaciones y coeficientes derivan de un marco teórico robusto, que SAP2000 no tiene en cuenta en ningún momento, motivo por el cual todos los puntos calculados irán a una misma hipérbola.

A continuación, en la *Figura 4.4*, se ha elaborado una gráfica con las curvas de correcciones con las que se podrá pasar de la curva de SAP2000 a las curvas de la norma entrando en el eje x según la esbeltez reducida, de tal forma que $\chi_{norma} = \chi_{SAP2000} \cdot \text{Corrección}$.

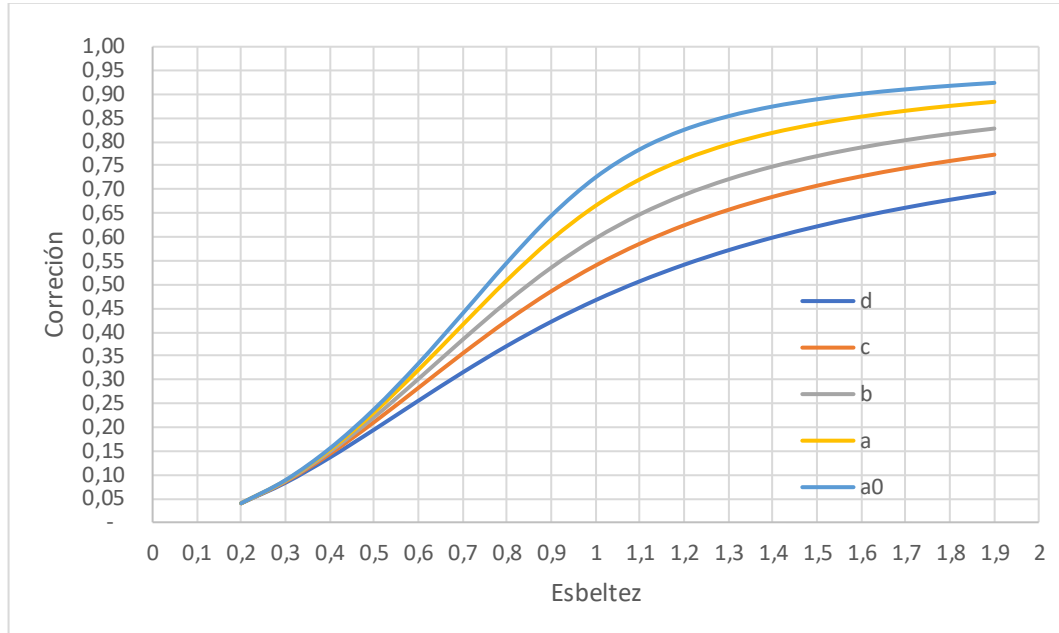


Figura 4.4: Gráfico de factores de corrección entre valores del DB-SEA y SAP2000

De esta forma, conociendo la esbeltez reducida y entrando a la curva correspondiente según las características del perfil, se podrá obtener el factor de corrección necesario para adecuarse al valor que se obtendría del CTE.

5. Capítulo 5: Análisis de resultados para pórticos

5.1 Comprobación normativa DB-SEA

En el apartado 3.2 se exponen los resultados obtenidos con SAP2000 de los análisis de pandeo para el caso de pórticos y pandeo en pilares de edificios.

Como ya se explicó anteriormente, una vez ya se hizo el estudio de barras aisladas, el enfoque de este estudio sería distinto. El objetivo ha sido analizar la precisión de las ecuaciones de la norma en cuanto a la estimación del parámetro β y compararlo con los resultados que ofrece SAP2000.

El problema inicial de este análisis es la estimación del parámetro beta, ya que, al ser un pórtico, los casos de carga afectarán directamente a la rigidez de toda la estructura y no se estará ante los casos conocidos de $\beta=1$, $\beta=0,7$ o $\beta=0,5$, sino que tomará otros valores.

Para ello se ha simulado un pórtico de tal forma que se tenga un caso conocido del parámetro beta. Esto se ha hecho variando las inercias y apoyos del resto de la estructura con objeto de llegar a un caso similar comparable.

En la *Tabla 3.17* se mostraron las betas de pandeo de SAP2000, y a continuación, se muestran los datos de beta según el DB-SEA en el apartado de compresión en pilares de edificios del DB-SEA.

El cálculo del parámetro beta cambiará según si se está ante el caso de un pórtico traslacional o intraslacional como se ve en la *Figura 5.1*, además del cálculo de la rigidez K_{ij} que como se vio en la *Tabla 2.2* dependerá de las condiciones de contorno y apoyos.

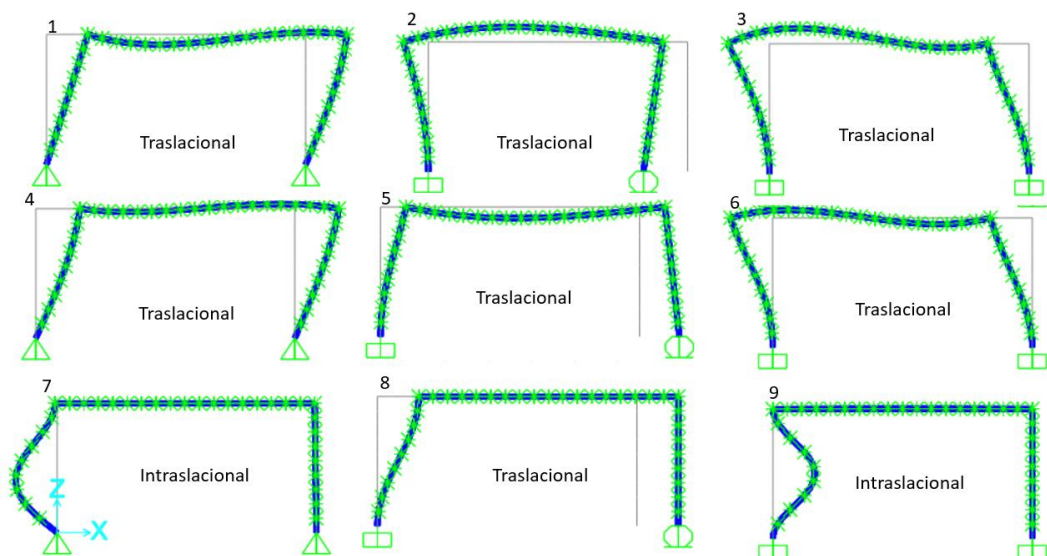


Figura 5.1: Tipo de pórtico según su forma de pandeo

Para estos 9 casos, siguiendo la *Figura 5.2* primero habrá que distinguir en función del apoyo que hay en el punto A: empotramiento o apoyo articulado. En función de esto, en el punto A del pórtico habrá unos valores distintos de K_{21} y K_{22} , mientras que K_2 será nulo ya que no hay ninguna barra.

- **Empotramiento:** $K_{21} = K_{22} = infinito$
- **Apoyo articulado:** $K_{21} = K_{22} = 0$

Para el punto b, tanto K_{11} como K_1 tendrán valor cero, pues tampoco hay ninguna barra en esas posiciones para el caso del pórtico.

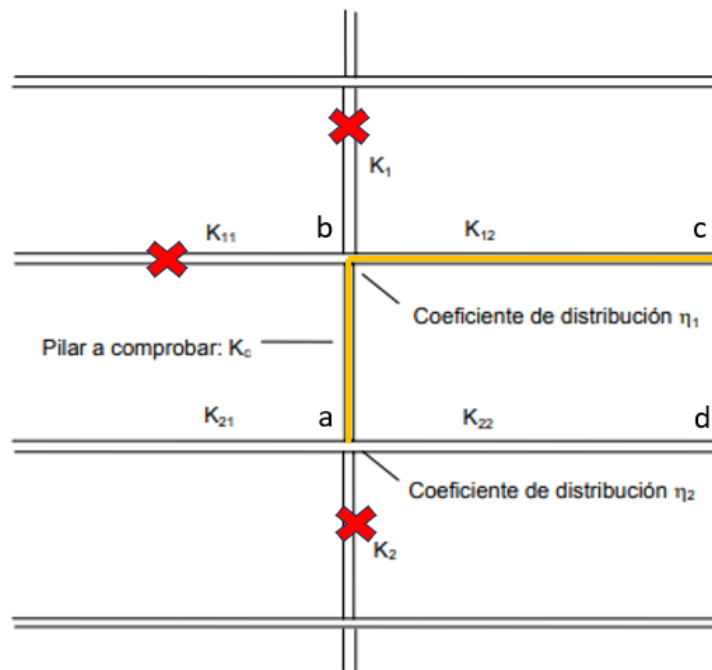


Figura 5.2: Coeficientes de rigidez para pórtico

La rigidez del pilar K_c , tendrá el mismo valor para todos los casos pues la inercia no cambia; no pasa así con la rigidez eficaz K_{12} , la cual no solo variará según la condición de coacción al giro, sino que la inercia también influirá en el valor.

En cuanto a las condiciones de giro, viendo las deformadas de las simulaciones se puede distinguir entre:

- **Giro igual y de igual signo** (deformada antisimétrica)
- **Giro igual y de distinto signo** (deformada simétrica)

Tras aplicar estas simplificaciones, los coeficientes de reparto quedarán de la siguiente forma:

$$\eta_1 = \eta_{1,empotrado} = \eta_{1,articulado} = \frac{K_c}{K_c + K_{12}} \quad (5.1)$$

$$\eta_{2,empotrado} = 0 ; \eta_{2,articulado} = 1 \quad (5.2)$$

Para el caso del coeficiente η_1 , tendrá los mismos valores tanto para el caso de apoyo articulado y apoyo empotrado, quedando una expresión donde el factor de reparto depende únicamente de K_c y K_{12} , que a su vez depende también de θ .

No ocurre así para el caso del coeficiente η_2 , donde sus valores solo dependen de las rigideces K_{21} y K_{22} , conocidos para cada apoyo, resultando en un factor de reparto de 0 y 1 para apoyo empotrado y articulado respectivamente.

Teniendo en cuenta lo anterior y seleccionando cada tipo de beta para cada caso se obtienen los resultados que se presentan en la *Tabla 5.1* para cada perfil:

Tabla 5.1: Parámetro beta calculado según DB-SEA

Φ60.2		
-----	2	2
2,68328157	1,52752523	1,27733275
0,7	1	0,5
Φ100.3		
-----	2	2
2,68328157	1,52752523	1,27733275
0,7	1	0,5
IPE300		
-----	2	2
2,68328157	1,52752523	1,27733275
0,7	1	0,5

Para el pórtico 1 la normativa no permite calcular un factor de pandeo para el caso de una barra del tipo articulado libre ya que este caso no tendría sentido, pero como se veía en la tabla de resultados de beta de SAP2000, se podía obtener un factor beta comparable cuyo valor era mucho mayor que 2, que suele ser el valor máximo que podría tomar este parámetro dependiendo de las condiciones de los extremos del pilar.

Estos valores son teóricamente posibles si se considera una configuración aún más inestable que la de una columna con extremos libres. En la práctica estos valores no son

comunes, ya que serían configuraciones extremadamente inestables y poco prácticas para la construcción.

Para los pórticos 2 y 3, el pilar AB estaría siendo equivalente al de una barra asilada empotrada libre ya que las inercias del dintel y pilar derecho son muy pequeñas, por lo que permiten el movimiento con mucha facilidad. El pórtico 2 presenta la condición de giro igual y de signo opuesto, mientras que para el pórtico 3 sería giro igual y de distinto signo. Independientemente de esto se puede observar que se obtiene el mismo valor de beta equivalente a 2.

Para los pórticos 4,5 y 6, las inercias de todas las barras son las correspondientes a las inercias reales de cada perfil, por lo que la condición de contorno del punto B no será ninguno de los casos extremos conocidos, sino un caso intermedio. Por ello los factores de beta que se obtienen tendrán unos valores que no tienen por qué corresponder a ninguno de los casos de apoyos conocidos. En el caso del pórtico 4 se obtiene valores de beta algo mayores de 2, y que, aunque las inercias son mayores que para el caso anterior, el pilar con la base articulada seguiría siendo algo inestable.

Lo que se puede observar también para los pórticos 4,5 y 6 es que para cada perfil los valores de beta que se obtienen son los mismos para cada caso. Esto es debido a que al ser las inercias de todas las barras la misma, el factor de reparto η_1 dependerá únicamente de las longitudes del pilar y del dintel, que para estos casos es en concreto $L_{dintel}=r \cdot L_{pilar}$, siendo $r=2$ y θ los coeficientes que acompañan a EI/L de la rigidez eficaz K_{12} según las condiciones de giro de la *Tabla 2.2*.

$$\eta_1 = \frac{r}{r + \theta} \quad (5.3)$$

$$Si \quad r = 2; \quad \eta_1 = \frac{2}{2 + \theta} \quad (5.4)$$

Por último, para los 3 pórticos restantes, las inercias del dintel y pilar derecho se han modificado por valor de 1000 veces la inercia del pilar AB y de esta forma simular en el punto B un empotramiento. En los pórticos 7 y 9 se deberá calcular el factor beta para el caso intraslacional y corresponden al caso de beta 0,7 y 1 respectivamente, y para el pórtico 8 traslacional se obtiene beta de valor 0,5 correspondiente al caso biempotrado.

Con estas observaciones y haciendo una comparación de los resultados con los de beta en SAP2000 presentados en la *Tabla 3.17*, se puede concluir en que para los casos extremos donde se han modificado las inercias de la estructura, las ecuaciones de cálculo para beta parecen ser precisas. Sin embargo, para los casos intermedios se tiene algo más de error.

$$Error = 1 - \frac{\beta_{SAP}}{\beta_{CTE}} \quad (5.5)$$

Capítulo 5: Análisis de resultados para pórticos

A continuación, se presentan en la *Tabla 5.2* los errores calculados entre el parámetro beta obtenido en SAP2000 y los obtenidos siguiendo la normativa

Tabla 5.2: Errores entre beta calculado por SAP2000 y beta calculada por el DB-SEA

Errores $\phi 60.2$		
-----	0,1%	0,2%
30,3%	5,4%	28,7%
-0,2%	-0,1%	-0,1%
Errores $\phi 100.3$		
-----	0,0%	0,2%
30,3%	5,3%	28,6%
-0,6%	-0,3%	-0,3%
Errores IPE300		
-----	-0,1%	0,0%
30,1%	5,0%	28,2%
-2,1%	-0,9%	-2,0%

Como se decía, para los casos intermedios los errores son relevantes. Además, al igual que para barras aisladas, los factores de reducción de pandeo serían mayores pues la beta de pandeo de SAP2000 es menor que el de la norma y en consecuencia se seguiría estando del lado de la no seguridad, por lo tanto, los signos del error son positivos.

En el apartado 3.2.3 *Resultados Pórtico $\phi 100.3$* , también se presentaron unos datos para este perfil, pero con la relación de longitudes entre pilar y dintel de $r=3$. En la *Tabla 5.3* se presentan los resultados según el CTE calculados junto con sus errores relativos en la *Tabla 5.4*.

Tabla 5.3: Parámetro beta calculado según DB-SEA $\phi 100.3$ y $r=3$

BETA CTE		
-----	2	2
2,96647939	1,62368828	1,36277029
0,7	1	0,5

Tabla 5.4: Errores entre beta calculado por SAP2000 y beta calculada por el DB-SEA $\phi 100.3$ y $r=3$

Errores		
-----	0,0%	0,1%
30,3%	4,5%	28,0%
-1,1%	-0,4%	-1,1%

Para los casos extremos, se sigue viendo que se obtienen los mismos valores de beta ya que siguen correspondiendo a los casos conocidos para barras aisladas. En cambio, para los casos intermedios se puede ver que da unos resultados distintos a los de pórticos con relación $r=2$; esto es debido al cálculo del factor de reparto que como se ve en la ecuación 5.3 dependía de la relación r .

No obstante, los errores relativos para este caso siguen siendo similares a los de los pórticos con relación $r=2$, estando también del lado de la no seguridad al ser igualmente positivos.

Para el caso donde todas las inercias del pórtico son iguales, se han elaborado una serie de gráficas las cuales relacionan directamente el parámetro “ r ” con el factor β según el caso de condición de giro para cada caso. También se presentan las ecuaciones de la manera más simplificada para cada curva, dependientes de r y θ .

Para cada caso se distinguirán 4 curvas en función de las condiciones de giro del pórtico según la *Tabla 5.5*.

Tabla 5.5: Tabla de valores de θ según condiciones de giro en el pórtico

	Condiciones de coacción al giro en la viga en el extremo contrario al considerado	θ
A	Empotrado	1
B	Articulado	0,75
C	Giro igual y de igual signo	1,5
D	Giro igual y de signo opuesto	0,5

Para el caso del pórtico donde los pilares están empotrados se tendrán los dos casos de caso traslacional e intraslacional que seguirán las curvas de la *Figura 5.3* y *Figura 5.4* respectivamente.

De la misma manera también se tienen dos gráficas distintas para el caso de pórticos con la base articulada cuyas gráficas se presentan en la *Figura 5.5* y *Figura 5.6*.

$$\beta_{trasl,emp}(r, \theta) = \sqrt{\frac{0.8r + \theta}{0.2r + \theta}}$$

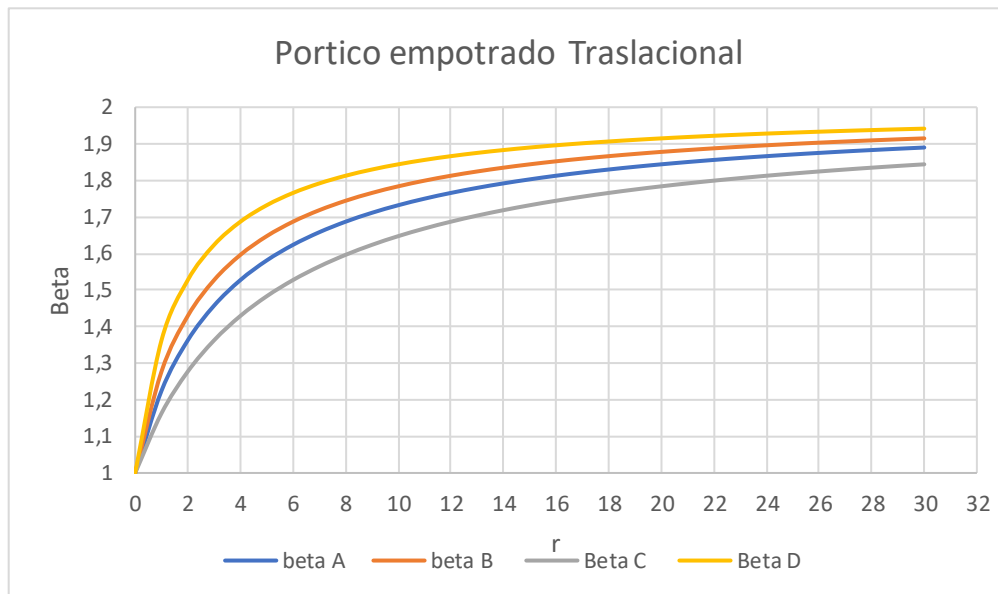


Figura 5.3: Gráfica para beta en pilar traslacional empotrado

$$\beta_{intrasl,emp}(r, \theta) = \frac{1.145r + \theta}{1.636r + 2\theta}$$

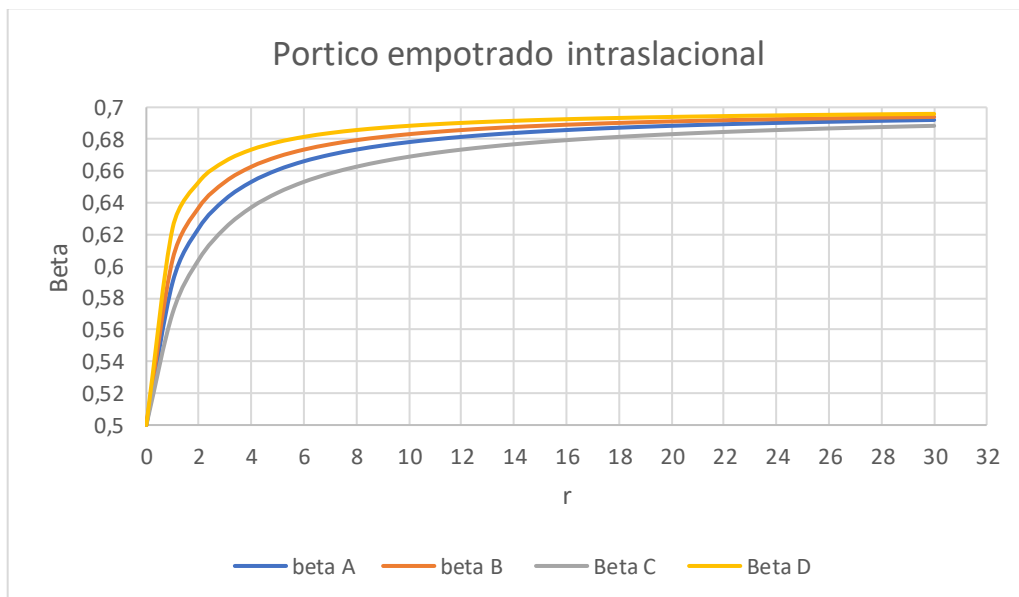


Figura 5.4: Gráfica para beta en pilar intraslacional empotrado

$$\beta_{intrasl,artic}(r, \theta) = \frac{1.025r + 1.145\theta}{1.025r + 1.636\theta}$$

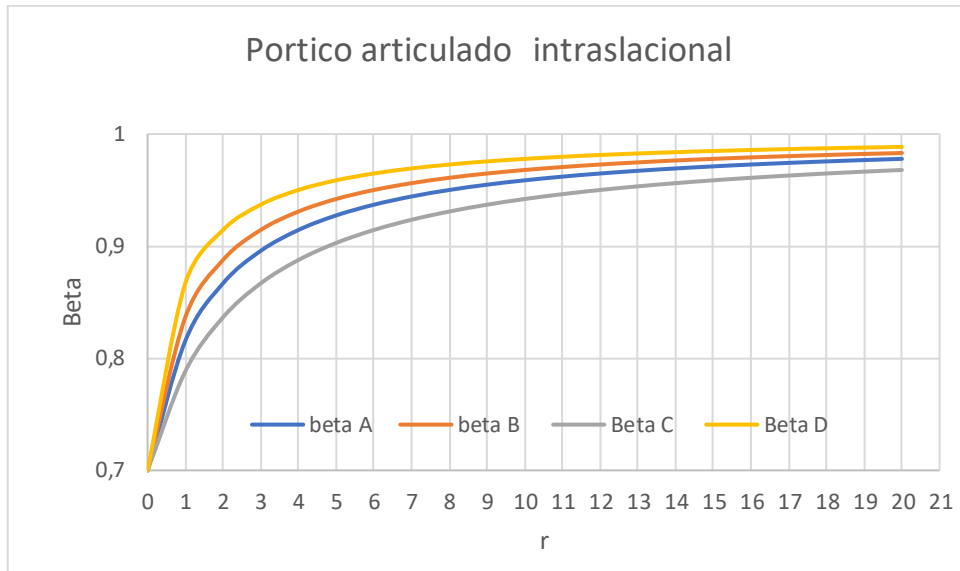


Figura 5.5: Gráfica para beta en pilar intraslacional articulado

$$\beta_{trasl,artic}(r, \theta) = \sqrt{\frac{12r}{5\theta} + 4}$$

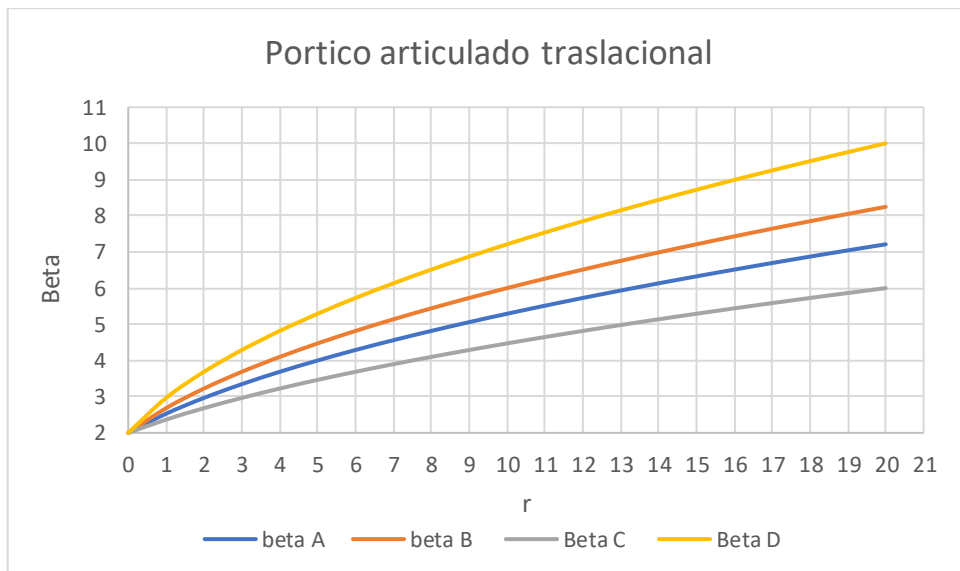


Figura 5.6 Gráfica para beta en pilar traslacional articulado

5.2 Comprobación normativa. NBE-E95

En este apartado se hará uso de las ecuaciones de cálculo presentadas anteriormente en la *Tabla 2.3*, que para este caso de pórticos se usarán las ecuaciones de las configuraciones 1a y 1c de la *Figura 5.7* y *Figura 5.8*.

Para estos dos casos se comparan los resultados para los pórticos 7 y 9 de las anteriores simulaciones donde se tiene un pórtico con apoyos articulados y un pórtico con las bases empotradas, además de tener las mismas inercias para todas las barras.

En concreto para estos pórticos la carga P_1 será igual a cero ya que no hay ninguna carga aplicada, además $I_{pilar} = I_{dintel}$.

Los parámetros m , c y s quedarán:

$$m = 0$$

$$c = \frac{b}{L} = \frac{L_{dintel}}{L_{pilar}} = r = 2$$

$$s = \frac{4I}{b^2 A}$$

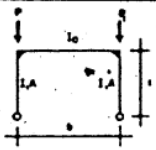
Forma del pórtico	Coefficiente β	Magnitudes auxiliares
<p>Caso 1a</p> 	$\sqrt{0.51(1+m) \cdot \sqrt{4 + 1.4(c+6s) + 0.02(c+6s)^2}}$	$m = \frac{P_1}{P} \leq 1$ $c = \frac{I_b}{I_c \cdot l} \leq 10$ $s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} \leq 0.2$

Figura 5.7: Caso de pórtico con bases articuladas. E95 [20]

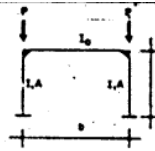
<p>Caso 1c</p> 	$\sqrt{0.51(1+m) \cdot \sqrt{1 + 0.35(c+6s) - 0.017(c+6s)^2}}$	$m = \frac{P_1}{P} \leq 1$ $c = \frac{I_b}{I_c \cdot l} \leq 10$ $s = \frac{4 \cdot I}{b^2 \cdot A} \leq 0.2$
--	--	---

Figura 5.8: Caso de pórtico con bases empotradas. E95 [20]

Aplicando las ecuaciones para los perfiles anteriores se obtienen los siguientes datos para cada perfil, junto con los errores relativos entre la norma E95 y la nueva normativa DB-SEA, presentados en la *Tabla 5.6*.

Tabla 5.6: Datos calculados según normativa NBE-E95

	IPE300	
	Bases empotradas	Bases articuladas
m	0	0
c	2	2
s	0,000242681	0,000242681
Beta E95	0,912	1,873
Beta SAP2000	0,917	1,875
Beta DB-SEA	1,277332747	2,683281573
Error	28,57%	30,18%
	Φ60.2	
	Bases empotradas	Bases articuladas
m	0	0
c	2	2
s	6,57759E-06	6,57759E-06
Beta E95	0,912	1,873
Beta SAP2000	0,911	1,870
Beta DB-SEA	1,277332747	2,683281573
Error	28,58%	30,19%
	φ100.3	
	Bases empotradas	Bases articuladas
m	0	0
c	2	2
s	7,35616E-05	7,35616E-05
Beta E95	0,912	1,873
Beta SAP2000	0,912	1,871
Beta DB-SEA	1,277332747	2,683281573
Error	28,57%	30,19%

La tabla que se proporciona muestra una comparación de los valores del coeficiente de pandeo β calculados para 2 configuraciones de 3 perfiles distintos, con bases empotradas y articuladas, según tres métodos distintos: la antigua normativa NBE-E95, el software SAP2000 y la nueva normativa DB-SEA.

La observación más destacada es que los valores de β obtenidos según la normativa E95 son prácticamente idénticos a los generados por SAP2000, con diferencias mínimas. En cambio, los valores calculados según la normativa DB-SEA son significativamente mayores,

con errores de hasta un 30% en comparación con los otros dos métodos, como ya se había visto anteriormente.

Por otro lado, el hecho de que la DB-SEA arroje resultados diferentes y se considere como la referencia normativa actual indica que se han incorporado criterios y métodos más precisos y generales que reflejan mejor el comportamiento real de las estructuras bajo carga. Esto sugiere que, a pesar de que la antigua normativa se ajuste mejor a los resultados del software, la nueva normativa está diseñada para ofrecer mayor seguridad y aplicabilidad universal.

6. Capítulo 6: Conclusiones y líneas futuras

6.1 Conclusiones

El análisis estructural es una disciplina esencial en la ingeniería civil, donde la precisión en la simulación y el cálculo de las respuestas de las estructuras bajo diferentes cargas es fundamental para garantizar la seguridad y la estabilidad. En este contexto, SAP2000 se ha consolidado como una de las herramientas de software más utilizadas para el diseño y análisis estructural debido a su capacidad para modelar estructuras complejas de manera eficiente. Sin embargo, como se ha evidenciado a lo largo de este trabajo, existen discrepancias notables entre los resultados obtenidos a través de SAP2000 y los procedimientos prescritos en las normativas vigentes, particularmente en lo que respecta al análisis de pandeo en barras aisladas y pórticos planos.

Una de las principales diferencias identificadas es la manera en que SAP2000 maneja las curvas de pandeo en comparación con lo que se establece en las normativas. SAP2000 tiende a simplificar el proceso al no distinguir entre perfiles y sus imperfecciones, atendiendo únicamente a los parámetros geométricos, asumiendo así una curva de pandeo única para todas las situaciones, lo que, si bien facilita el análisis, puede resultar en una interpretación menos precisa de los fenómenos de pandeo.

Por otro lado, las normativas estructurales suelen presentar diversas curvas de pandeo que consideran una amplia gama de factores, como la esbeltez de la barra, el tipo de material, y las condiciones de contorno, entre otros.

Este enfoque simplificado de SAP2000 se debe, en gran medida, a la consideración limitada de las imperfecciones geométricas en el modelo. Las normativas, en contraste, incluyen procedimientos experimentales más detallados que consideran explícitamente las imperfecciones, reconociendo que las estructuras reales nunca son perfectas. Las imperfecciones geométricas, como la falta de rectitud inicial o los desalineamientos, el tipo de proceso de fabricación del perfil, relaciones entre los parámetros geométricos del perfil, resistencia del acero o el eje de pandeo, son algunos de los factores que influyen significativamente en el comportamiento crítico de pandeo de una barra. La omisión o simplificación de estas imperfecciones en el modelo puede llevar a una subestimación de los efectos del pandeo y, por ende, a resultados menos conservadores y potencialmente menos seguros.

Más adelante, en el estudio de pórticos planos, se ha comprobado la eficacia y precisión de las ecuaciones y métodos de la normativa vigente presentados en el Documento Básico de Seguridad Estructural del Acero [21], más en concreto en el capítulo de compresión en pilares de edificios, donde se presenta un método generalizado para calcular el factor beta de un pilar dentro de un edificio para cualquier configuración y caso de carga.

Para los casos extremos (barra biempotrada, empotrada-apoyada, en ménsula), donde las betas de pandeo son conocidos, se han aplicado estas ecuaciones en el contexto de un

pórtico plano para corroborar que las ecuaciones son precisas y que además se están aplicando de forma correcta. Posteriormente se calcularon otros casos intermedios y se hicieron comparaciones entre la norma y los resultados de SAP2000:

- En los casos extremos de betas conocidos, los resultados de SAP2000 y la norma coinciden, lo que da a entender que para estos casos el error de cálculo de beta es prácticamente nulo y que además las consideraciones y aplicación de la norma son correctas.
- Para el caso concreto donde las inercias de todas las barras del pórtico son la misma, el factor beta depende únicamente de las longitudes de sus barras y el factor θ según la condición de giro de pilar.
- Para los casos intermedios se observan discrepancias entre los valores de β de SAP y los calculados según el CTE. Siendo mayores los valores del CTE lo que implicará que los valores de SAP2000 estarán dentro del lado de la inseguridad con errores relativos de hasta 30%.
- Tras hallar el valor de beta es fácilmente calculable el N_{cr} junto con la esbeltez reducida, esto nos llevaría a la misma curva que se presentaba en el caso de barras aisladas, aunque no necesariamente al mismo punto, ya que los valores de beta en el pórtico variarían según el caso de cargas.

También se presentaron en la antigua normativa NBE-E95 (Ministerio de Fomento (España), 1995), unas ecuaciones que permitían calcular el factor beta para casos concretos de pórticos planos con condiciones de carga específica, en estos resultados se observó lo siguiente:

- Es notable que, tanto para bases empotradas como articuladas, los valores de β calculados usando la normativa E95 se ajustan más a los cálculos realizados por el software SAP2000, dando resultados muy similares.
- La E95 se basa en un conjunto de tablas y fórmulas específicas para pórticos bajo ciertas condiciones de carga y tipologías estructurales, cuyos resultados parecen adecuarse mejor con los calculados por SAP2000.
- Los valores de β según la DB-SEA son consistentemente más altos, lo que indica un enfoque más conservador en la nueva normativa. Este aumento del 28-30% en β refleja una mayor consideración de los factores que afectan al pandeo, lo cual puede incluir una mejor representación de las condiciones de contorno, la distribución de rigideces y la geometría específica de los elementos.

- El DB-SEA es una normativa más moderna y conservadora que incorpora avances en el entendimiento del comportamiento estructural y busca ofrecer un marco general que pueda aplicarse a una amplia variedad de situaciones, a diferencia de la E95 que estaba más especializada y depende de prontuarios específicos para pórticos.

Es importante destacar que, si bien SAP2000 es una herramienta poderosa, su uso requiere un entendimiento profundo de sus limitaciones y de las diferencias que pueden surgir al comparar sus resultados con los obtenidos mediante las normativas. Para un diseño estructural seguro y eficiente, los ingenieros deben ser capaces de identificar cuándo es necesario complementar los análisis de SAP2000 con verificaciones adicionales que consideren las recomendaciones de las normativas, especialmente en lo que respecta a la consideración de imperfecciones y la selección adecuada de curvas de pandeo.

En conclusión, si bien SAP2000 ofrece una gran versatilidad y eficiencia en el análisis de estructuras, su enfoque simplificado en la consideración de las diferentes curvas de pandeo y las imperfecciones geométricas puede no ser suficiente en todas las situaciones. Las normativas proporcionan un marco más detallado y conservador, que es esencial para garantizar la seguridad estructural, especialmente en situaciones críticas. Por lo tanto, es fundamental que los ingenieros estructurales utilicen SAP2000 con un criterio informado, complementando sus análisis con las directrices normativas cuando sea necesario, para garantizar que todos los factores relevantes sean considerados adecuadamente en el diseño y análisis estructural.

6.2 Líneas futuras

Durante la elaboración de este trabajo se ha llevado a cabo un análisis detallado de diversos métodos y normativas aplicadas al estudio del pandeo en estructuras, particularmente enfocado en pórticos simples y barras aisladas. Se han explorado varias aproximaciones teóricas y computacionales para abordar el problema del pandeo, un fenómeno crítico que puede afectar significativamente la estabilidad de las estructuras sometidas a cargas de compresión. Sin embargo, debido a la amplitud y complejidad del tema. El estudio se ha centrado en ciertos casos y configuraciones concretas, lo que ha dejado varias áreas sin explorar que podrían ser de gran interés para investigaciones futuras.

En particular, uno de los aspectos que no se ha abordado en profundidad es el caso de la compresión en pilares de edificios con compresión significativa, como se veía en la *Tabla 2.2*. En estas situaciones, las ecuaciones de la normativa dejan de ser lineales y dependen de una carga crítica N_{cr} y el axil de la barra, lo que añade una capa de complejidad al análisis. La carga crítica N_{cr} es un parámetro clave en la evaluación de la estabilidad

estructural, ya que determina el punto en el que un pilar comienza a experimentar inestabilidad y potencialmente pandeo bajo una carga de compresión axial. En este trabajo no se ha profundizado en estos escenarios, lo que representa una oportunidad importante para futuros estudios.

Además, en el desarrollo de este trabajo, se ha trabajado principalmente con pórticos simples con un caso de carga concreto. Si bien este enfoque ha permitido realizar un análisis detallado y comprensible dentro del alcance limitado de este proyecto, no refleja la diversidad de configuraciones geométricas y casos de carga que se encuentran en la práctica de la ingeniería estructural. Las estructuras reales pueden presentar geometrías mucho más complejas, con diferentes tipos de conectividades, longitudes de miembros, secciones transversales, y condiciones de carga, que influirán de manera significativa en el comportamiento de pandeo. Ampliar el estudio para incluir estas variaciones geométricas, como pórticos con múltiples vanos, estructuras tridimensionales o sistemas de arriostamiento, sería un paso natural y necesario en la evolución de esta investigación.

Otra área de interés futuro podría ser la validación experimental de los resultados obtenidos. Si bien en este trabajo se ha confiado en herramientas de software como SAP2000 para calcular factores de pandeo, una comparación con datos experimentales proporcionaría una valiosa verificación y permitiría ajustar los modelos para mejorar su precisión. Este enfoque experimental podría involucrar la construcción de modelos a escala y la aplicación de cargas hasta el punto de pandeo para observar de manera directa el comportamiento estructural, brindando un entendimiento más profundo que complementa los resultados teóricos y computacionales.

Finalmente, la exploración de normativas internacionales más allá del DB-SEA y la NBE-E95 podría ofrecer nuevas perspectivas y enfoques para el análisis del pandeo. Cada normativa puede tener diferentes criterios de diseño y suposiciones que podrían conducir a diferentes resultados. Un estudio comparativo de estas normativas, junto con la evaluación de su aplicabilidad en diversas situaciones estructurales, proporcionaría una base más sólida para la elección del método de análisis más adecuado en cada caso.

En resumen, aunque este trabajo ha abordado aspectos importantes del análisis de pandeo, existen varias áreas que ofrecen un amplio margen para investigaciones futuras. La exploración de casos más complejos, la validación experimental y la comparación entre normativas internacionales son solo algunas de las posibles líneas de investigación que podrían seguirse para profundizar en este tema y mejorar la comprensión del comportamiento estructural bajo condiciones de pandeo.

6.3 Consideraciones adicionales

6.3.1 Planificación del trabajo

El trabajo se ha desarrollado en unas 300 horas, cuya distribución cronológica se muestra en la *Figura 6.1*. Estos periodos se han dividido en:

1. Planificación y planteamiento del TFG
2. Simulaciones de SAP2000 y recopilación de datos
3. Interpretación de los datos y aplicación de la normativa
4. Redacción de la memoria del trabajo y elaboración de la presentación.

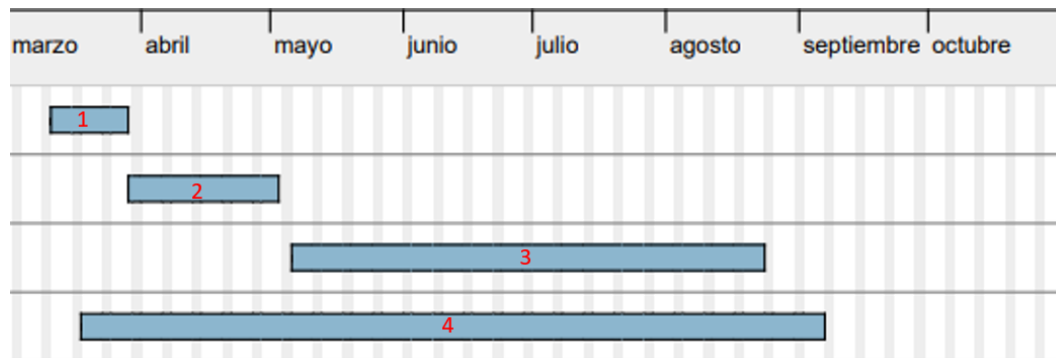


Figura 6.1: Diagrama de Gantt

6.3.2 Coste de horas de trabajo y aspectos económicos

A lo largo de la realización de este trabajo fin de grado, se han requerido recursos limitados para su desarrollo, lo cual ha influido positivamente en la gestión económica del proyecto. Los aspectos económicos del mismo se han centrado en la utilización eficiente de herramientas específicas. En este sentido, los únicos recursos necesarios han sido un ordenador personal, una licencia del software SAP2000 y las horas de trabajo dedicadas a la investigación y análisis. Esta configuración ha permitido minimizar los costos asociados, optimizando el presupuesto destinado al proyecto sin comprometer la calidad de los resultados obtenidos.

Para calcular el coste relacionado con el capital humano se ha tenido en cuenta un sueldo de ingeniero en formación, siendo este de 20.450 € brutos anuales con una jornada laboral máxima de 1.770 horas según el Boletín Oficial del Estado. En la *Tabla 6.1* y *Tabla 6.2* se muestran todos los cálculos relacionados con las horas de trabajo

Tabla 6.1: Salario por hora

Salario Base	20.450,00 €
Horas máximas	1.770,00 €
Salario por hora	11,55 €

Tabla 6.2: Horas de trabajo y coste de trabajo

	Horas	€/h	Coste
Planificación y planteamiento del TFG	25,00	11,55	288,75 €
SAP2000 y recopilación de datos	45,00	11,55	519,75 €
Interpretación de resultados y conclusiones	45,00	11,55	519,75 €
Redacción de memoria del trabajo	210,00	11,55	2.425,50 €
Horas totales	325,00	11,55	3.753,75 €

Además del coste de las horas de trabajo también se añadirá al presupuesto el costo del portátil personal utilizado tanto para las simulaciones como la redacción de la memoria, así como el precio de la licencia de SAP2000.

Tabla 6.3: Costes totales

Ordenador personal	1.400,00 €	
Licencia de SAP2000 estudiantes	29,40 €	4,2 €/mes * 7 meses
Horas de trabajo totales	3.753,75 €	
Total	5.183,15 €	

En la *Tabla 6.3* se muestra el cómputo global de los costes, siendo la suma total de todo el proyecto de **5183,15 €**.

Bibliografía

- [1] American Institute of Steel Construction. (2016). *ANSI/AISC 360-16: Specification for Structural Steel Buildings*. AISC.
- [2] Bathe, K. (2006). *Finite Element Procedures*. Prentice Hall.
- [3] Batoz, J., & Dhatt, G. (n.d.). *Modeling of Structures by Finite Elements*.
- [4] Bazant, Z., & Cedolin, L. (2010). *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*. Oxford University Press.
- [5] Belytschko, T., Liu, W., & Moran, B. (n.d.). *Nonlinear Elements for Continua and Structures*.
- [6] Bleich, F. (1952). *Buckling Strength of Metal Structures*. McGraw-Hill.
- [7] Chajes, A. (1974). *Principles of Structural Stability Theory*. Prentice Hall.
- [8] Chen, W., & Lui, E. (1987). *Structural Stability: Theory and Implementation*. Elsevier.
- [9] Comité Europeo de Normalización. (2005). *Eurocódigo 3: Diseño de estructuras de acero. Parte 1-1 Reglas generales y reglas para la edificación*. CEN.
- [10] Computers and Structures, Inc. (2021). *SAP2000 Integrated Software for Structural Analysis and Design*. CSI.
- [11] Cook, R., Malkus, D., Plesha, M., & Witt, R. (2001). *Concepts and Application of Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons.
- [12] European Convention for Constructional Steelwork (ECCS). (n.d.). *Buckling of Steel Shells*.
- [13] Galambos, T. (1998). *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. Wiley-Interscience.
- [14] Gere, J., & Goodno, B. (2012). *Mechanics of Materials*. Cengage Learning.
- [15] Hibbeler, R. (1997). *Matrix Structural Analysis*. Prentice-Hall.
- [16] *IngeOexpert*. (2024). Retrieved from https://ingeoexpert.com/2019/04/26/puente-golden-gate/?srsltid=AfmBOoqSrQNje7kITzaVgHyX4F8Z0lrm431_6CwjzksUtl_Bkf7-oYE6
- [17] *IsoStatika*. (2024). Retrieved from <https://isostatika.com/blog/calculo-pandeo-pilares-hormigon/>
- [18] *IStock*. (2024). Retrieved from <https://www.istockphoto.com/es/fotos/el%C3%A9ctrico-l%C3%ADneas-el%C3%A9ctricas-y-torres-de-alta-tensi%C3%B3n>

- [19] McGuire, W., Gallagher, R., & Ziemian, R. (2000). *Matrix Analysis of Structures*. Wiley.
- [20] Ministerio de Fomento (España). (1995). *Norma Básica de la Edificación NBE-E95: Acciones en la Edificación*. Madrid.
- [21] Ministerio de Fomento. (2007). *Documento Básico SE-A : Seguridad Estructural del Acero (DB-SEA)*. Código Técnico de la Edificación (CTE).
- [22] RedaLyc. (2024). Retrieved from <https://www.redalyc.org/journal/1815/181550959005/html/>
- [23] ResearchGate. (2024). Retrieved from https://www.researchgate.net/figure/Figura-46-Pandeo-de-un-elemento-en-un-plano-distinto-al-de-aplicacion-de-cargas_fig3_349948597
- [24] Timoshenko, S., & Gere, J. (1961). *Theory of Elastic Stability*. McGraw-Hill.
- [25] Trahair, N. (1993). *Flexural-Torsional Buckling of Structures*. CRC Press.
- [26] WikiArquitectura. (2024, Abril). Retrieved from <https://es.wikiarquitectura.com/edificio/burj-khalifa/>
- [27] Ziemian, R. (2010). *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*. Wiley.
- [28] Zienkiewicz, O., Taylor, R., & Zhu, J. (n.d.). *Finite Element Method: Volume 1. The Basis*.