



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Física

EL CRITERIO DE LAWSON EN LAS IMPLOSIONES MAGNETIZADAS PARA LA FUSIÓN NUCLEAR POR CONFINAMIENTO INERCIAL

Autor/a: Guillermo Alonso Marcos

Tutor/es/as: Gabriel Pérez Callejo

Año 2024

Índice

1. Resumen	2
2. Introducción	2
3. Metodología	10
3.1. Simulaciones con <i>FLASH</i>	10
3.2. Visualización de datos en <i>VisIt</i>	11
3.3. Procedimiento	14
4. Resultados	16
4.1. Visualización de la implosión	16
4.2. Valores del criterio de Lawson	18
5. Conclusiones	21
6. Bibliografía	22

1. Resumen

En el ámbito de los procesos de producción de energía, la fusión nuclear es la más atractiva, a día de hoy se siguen investigando métodos para llevarla a cabo en reactores de forma muy controlada debido a las condiciones extremas necesarias para el proceso, y se cree que pueda ser el futuro de las energías renovables. Sus reactivos son sencillos de manejar, pueden fabricarse (aunque sean un reto tecnológico a día de hoy) y no generan residuos tóxicos o contaminantes.

En cambio, su contraparte, la fisión nuclear, requiere de reactivos muy difíciles de obtener, como el uranio-235, obtenido de las minas de Kazajistán, así como los productos de la reacción, elementos radiactivos complicados de tratar y almacenar.

En este trabajo analizaremos el proceso de fusión nuclear: por qué funciona y por qué es interesante investigar sobre ella, así como los distintos métodos que existen en la actualidad para reproducirla en un laboratorio, como pueden ser el confinamiento magnético o el inercial.

Estudiaremos concretamente la fusión nuclear de deuterio y tritio, usando la técnica del confinamiento inercial con implosiones magnetizadas, basada en la aplicación de un campo magnético que reduzca las pérdidas de energía, y estudiaremos su eficiencia usando el criterio de Lawson, en función de una serie de parámetros como pueden ser el campo magnético, la temperatura o la densidad, así como una conclusión sobre los resultados obtenidos incluyendo una explicación física.

Para ello, reproduciremos distintos experimentos por medio de simulaciones por ordenador, usando el programa *FLASH* para producirlas y el software *VisIt* para visualizar los datos obtenidos y extraerlos.

2. Introducción

La fusión nuclear es un proceso en el que dos o más núcleos atómicos se combinan para formar uno o más núcleos atómicos diferentes y partículas subatómicas (normalmente suelen ser neutrones o protones, aunque en ciertos casos podrían intervenir también los fotones). La diferencia de masa entre los reactivos y los productos se manifiesta como liberación o absorción de energía. El Sol y otras estrellas se alimentan de varios tipos de reacciones de fusión nuclear: principalmente los átomos de hidrógeno se fusionan para formar helio y la materia se convierte en energía usando la famosa fórmula de Einstein $E = mc^2$.

Para ser una fuente de energía útil, una reacción de fusión debe satisfacer varios criterios: Debe liberar más energía de la necesaria para iniciar la reacción, y debe ser controlable. Si los científicos desarrollan una forma de aprovechar la energía de la fusión en máquinas en la Tierra, podría ser un método importante de producción de energía.

Para que una reacción de fusión ocurra, los núcleos implicados deberán acercarse más de lo que les permite la repulsión electrostática que actúa entre ellos. Esto se conoce como barrera de Coulomb. Por lo tanto, los núcleos deberán superar la barrera de Coulomb que los repele, aunque en realidad no tienen que tener suficiente energía para superar la barrera por completo. Si tienen una energía ligeramente menor, pueden atravesarla por medio del efecto túnel. Para que esto suceda, los núcleos deben estar confinados en un espacio pequeño para aumentar las posibilidades de colisión.

El combustible de fusión, que suelen ser diferentes isótopos de hidrógeno, debe calentarse a temperaturas extremas del orden de varios millones de grados centígrados y debe mantenerse estable bajo una presión intensa, de forma que aumente la densidad, y se encuentre confinado durante el tiempo suficiente para permitir que los núcleos se fusionen. Más adelante veremos qué es eso de “confinar” con más detalle.

Los isótopos de hidrógeno que se usan para la fusión son el deuterio y el tritio:

El deuterio (D) es un isótopo estable de hidrógeno que, a diferencia del isótopo de hidrógeno más común, o protio, también contiene un neutrón. Es estable y se encuentra de forma natural en uno de cada 5000 átomos de hidrógeno.

En cambio, el tritio (T) está formado por un protón y dos neutrones y no es estable; tiene una vida media de unos 12,3 años. Se produce de manera natural por la acción de los rayos cósmicos en los gases atmosféricos.

En el sistema *cgs* las masas de estos isótopos son las siguientes:

$$m_D = 3,34 \times 10^{-24} \text{ g} \qquad m_T = 5 \times 10^{-24} \text{ g}$$

Pero, ¿por qué se usan núcleos tan ligeros?, ¿no sería más sencillo usar elementos pesados y abundantes como puede ser el hierro?

Para responder esta pregunta, es necesario introducir el concepto de energía de enlace de un núcleo, que se define como la diferencia de masas entre la suma de los nucleones y su propia masa, y da cuenta de la energía requerida para mantener unidos a los nucleones que forman el núcleo atómico. Supongamos que tenemos un núcleo X con Z protones y N neutrones. Su energía de enlace $B(X)$ sería:

$$B(X) = (Nm_N + Zm_P - m(X))c^2$$

donde $m(X)$ es la masa del núcleo X . La masa del núcleo es menor que la suma de las masas de sus componentes por que parte de esa energía se destina en mantener unidos a los nucleones, gracias a la fuerza nuclear fuerte.

De manera sencilla, podemos interpretar la energía de enlace como la energía necesaria para separar el núcleo atómico en los nucleones que lo forman. De esta manera resulta intuitivo pensar que, cuanto mayor sea esta energía de enlace, más estable será un núcleo, ya que cuesta más trabajo disociarlo, aunque esto no siempre es así, pues esto implicaría que los átomos más pesados fueran más estables, cosa que no ocurre. De hecho son los más inestables y se desintegran en cuestión de fracciones de segundo.

La forma correcta de relacionar la energía de enlace con la estabilidad es con la energía de enlace por nucleón, que no es más que la energía de enlace de un núcleo dividida por el número de nucleones:

En la Figura 1 se representa la energía de enlace por nucleón para distintos núcleos atómicos.

Los núcleos con una energía de enlace por nucleón mayor tienen una mayor estabilidad y tienden a ser más difíciles de separar en reacciones nucleares. Intuitivamente, cada nucleón está ligado al núcleo por esa misma energía; si es alta, ganamos estabilidad y viceversa. Por otro lado, los núcleos con una energía de enlace por nucleón menor pueden experimentar reacciones nucleares más fácilmente, evolucionando a núcleos con mayor energía de enlace por nucleón, por lo que, los núcleos muy ligeros sufren reacciones de fusión para alcanzar esa estabilidad mayor, y los más pesados, como por ejemplo el uranio, solo pueden experimentar fisión.

La energía de enlace máxima se encuentra para un número másico de $A = 56$, el hierro-56 que se encuentra marcado en la figura 1, por lo que resulta muy difícil obtener energía a través de reacciones con núcleos que tienen un número másico en torno a este valor.

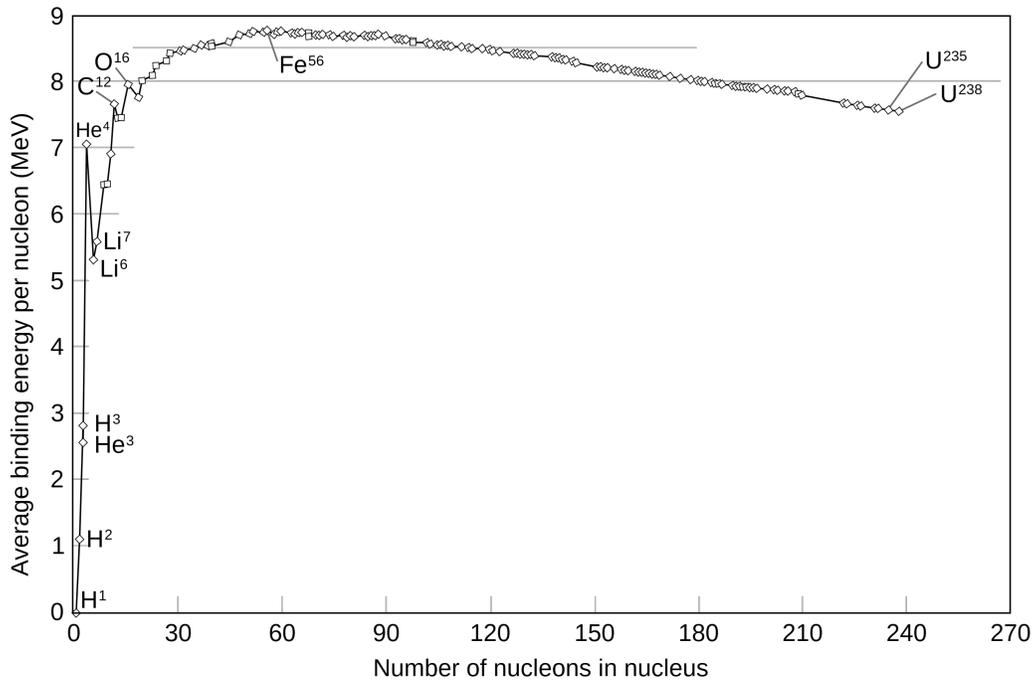
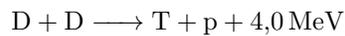


Figura 1: Energía de enlace por nucleón en función del número másico A , del *Atomic Mass Data Center*

También se observa que la energía de enlace por nucleón del Helio-4 es notablemente más alta que la del deuterio o el tritio, por lo que la fusión de isótopos de hidrógeno que tengan como producto el Helio-4 serán muy eficientes energéticamente.

Un ejemplo de reacciones de fusión son:

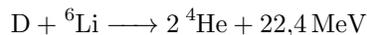


donde n y p son un neutrón y un protón, respectivamente. No obstante, la reacción DT que estudiaremos es la siguiente:



Que, como se puede observar, produce una cantidad de energía significativamente mayor.

De hecho, existen reacciones de fusión que producen más energía, como por ejemplo:



Sin embargo, el Helio-3 es muy difícil de obtener, la forma más sencilla de hacerlo sería con la primera reacción de fusión mencionada arriba, por lo que para producir esta reacción de fusión, deberíamos hacer otra antes. En cambio, el litio-6 es más fácil de obtener, pero para producir esta última reacción se necesitarían temperaturas incluso más elevadas que para la fusión DT.

En la figura 2 se observa la sección eficaz de cada tipo de reacción de fusión en función de la temperatura

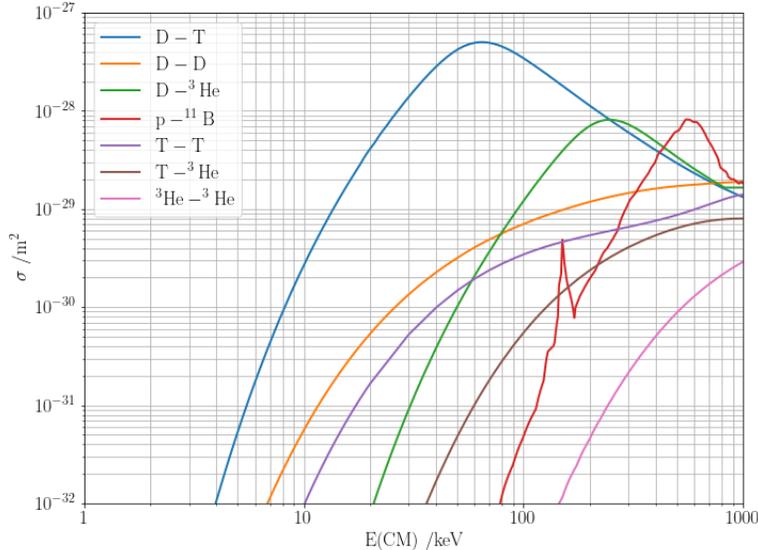


Figura 2: Sección eficaz en función de la temperatura para varias reacciones de fusión, de la *International Atomic Energy Agency*

La sección eficaz de una reacción da cuenta de la probabilidad de que ocurra la fusión nuclear entre dos núcleos cuando se encuentran lo suficientemente cerca. Como se observa en la Figura 2, para la reacción DT la sección eficaz es mucho más alta que para el resto de reacciones con una temperatura menor. Para la reacción DD que mencionábamos antes, sin embargo, necesitaríamos temperaturas más altas para tener una sección eficaz incluso menor, por lo que está claro que la fusión DT no solo es más eficiente desde el punto de vista energético, sino que es más fácil reproducirla en un laboratorio.

A pesar de las condiciones extremas de las que precisa nuestra la reacción de fusión, se ha conseguido reproducir artificialmente en la Tierra, es el caso de las bombas H o bombas de hidrógeno, fabricadas en la década de los 50, que utilizan este método. De hecho, son miles de veces más potentes que la bomba atómica de Hiroshima, alimentada por reacciones de fisión nuclear. El objetivo hacia el que nos dirigimos es confinar esa reacción y poder producir energía de manera controlada. El mejor candidato para dispositivo de fusión nuclear es el tokamak, un dispositivo del que hablaremos más adelante.

Para tener una idea de la magnitud del problema, el núcleo del Sol se encuentra a una temperatura de alrededor de 1 keV. Allí, un átomo de deuterio puede esperar varios millones de años hasta ser fusionado, por lo que para poder reproducir la fusión nuclear en un laboratorio y que sea lo suficientemente eficiente como para producir energía, deberemos trabajar con temperaturas más altas, ya que de esta manera aumentan los choques entre partículas, haciendo que crezca la probabilidad de tener fusión.

En estas condiciones de temperatura, las partículas de un gas se ionizan y forman lo que se conoce como plasma. El plasma es comunmente considerado el cuarto estado de la materia, que consiste en un gas de iones y electrones libres. Es una sustancia sobrecalentada que conduce electricidad y se modela a nivel macroscópico mediante magnetohidrodinámica, que es una combinación de

las ecuaciones de Navier-Stokes que rigen los fluidos y las ecuaciones de Maxwell que rigen el comportamiento de los campos electromagnéticos. Los plasmas de fusión proporcionan el entorno en el que los elementos ligeros pueden fusionarse y producir energía.

Aunque el plasma puede existir en el aire, como por ejemplo el rayo de una tormenta, es preferible tabajar en condiciones de vacío, pues de lo contrario el aire enfriaría el plasma hasta que los electrones se recombinasen con los núcleos formando átomos neutros y volviendo al estado gaseoso. Por ello, a la hora de reproducir la fusión nuclear, se deberá de contar con una cámara de vacío. En la naturaleza y en el vacío del espacio, gran parte del gas se encuentra en el estado de plasma. Por ejemplo, las galaxias enteras son visibles gracias a que gran parte de la materia que contienen está en este estado.

Sin embargo, no cualquier gas ionizado recibe el nombre de plasma. Para que pueda ser considerado como tal, debe cumplir tres condiciones importantes:

- Los plasmas exhiben un comportamiento colectivo, es decir, los movimientos de las partículas no dependen únicamente de las condiciones locales, sino del estado plasma en su totalidad, incluso en zonas lejanas.
- También, son eléctricamente cuasi-neutros, esto es, que son lo suficientemente neutros como para decir que las densidades de iones y electrones son prácticamente idénticas, pero no tanto como para que las fuerzas electromagnéticas que lo gobiernan desaparezcan.
- Por último, poseen portadores de carga libres, consecuencia de la ionización de las partículas

De esta forma un plasma se define como un gas cuasi-neutro de partículas cargadas y neutras que muestra un comportamiento colectivo.

Para medir la eficiencia de una fusión nuclear se utiliza el Criterio de Lawson, el objeto central de este trabajo.

El criterio de Lawson dice que, para que una reacción sea eficiente, la energía producida por la fusión sea mayor que la energía necesaria para calentar el plasma. Para nuestro caso, donde estudiaremos la fusión de deuterio y tritio mencionada antes. Cuanto más grande sea esta diferencia más eficiente será el proceso. La ecuación es la siguiente:

$$n_D n_T \bar{v} \sigma E \tau > \frac{3}{2} k_B T (n_D + n_T + n_e) \quad (2)$$

donde, n_D , n_T y n_e serán las densidades de deuterio, tritio y electrones, respectivamente, E , la energía producida por cada reacción entre un núcleo de deuterio y uno de tritio, que serán 17,6 MeV, $\bar{v} \sigma$ es la velocidad de las partículas promediada con la sección eficaz, que a efectos prácticos es el número de reacciones por unidad de tiempo y unidad de volumen, y τ , el tiempo de confinamiento.

La velocidad promediada con la sección eficaz se calcula haciendo la integral:

$$\bar{v} \sigma = \int_0^{\infty} \sigma v f(v) dv$$

donde σ es la sección eficaz y $f(v)$ es la función de probabilidad de la distribución de Maxwell-Boltzmann normalizada:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

Es importante hacer este promediado porque, aunque haya partículas con pocas velocidades altas, como hemos visto en la Figura 2, su sección eficaz es varios órdenes de magnitud superior y por lo tanto esas partículas van a contribuir muy significativamente.

En nuestro caso, en el gas inicial, tendremos la misma concentración de deuterio que de tritio, y además, como cada átomo solo tiene un electrón, al ionizarse el gas completamente y alcanzar el estado de plasma, cosa que ocurrirá siempre, pues la temperatura necesaria para ionizar completamente un gas DT es de alrededor de 13,6 eV, la densidad de electrones será exactamente igual a la densidad de iones, es decir, la suma de las densidades de deuterio y tritio, o lo que es lo mismo: $2n_D = 2n_T = n$ y $n_e = n$

Por lo que finalmente, la ecuación del criterio de Lawson para nuestro caso será la siguiente:

$$n\tau > \frac{12k_B T}{\bar{v}\sigma E}$$

En muchas ocasiones, el criterio de Lawson también se define como el producto de la densidad de iones y el tiempo de confinamiento del plasma $n\tau$.

Como vemos en la fórmula, es esencial que la densidad de partículas n y el tiempo de confinamiento τ sean máximos: si conseguimos que la concentración de partículas por unidad de volumen sea lo más alta posible, más choques habrá entre ellas, aumentando las probabilidades de obtener reacciones de fusión, y lo mismo ocurre con el tiempo de confinamiento; ocurrirán más reacciones cuanto mayor sea el tiempo que le demos al plasma para hacerlo.

En la Figura 3 se puede observar la dependencia del valor mínimo del producto $n\tau$ en función de la temperatura del plasma.

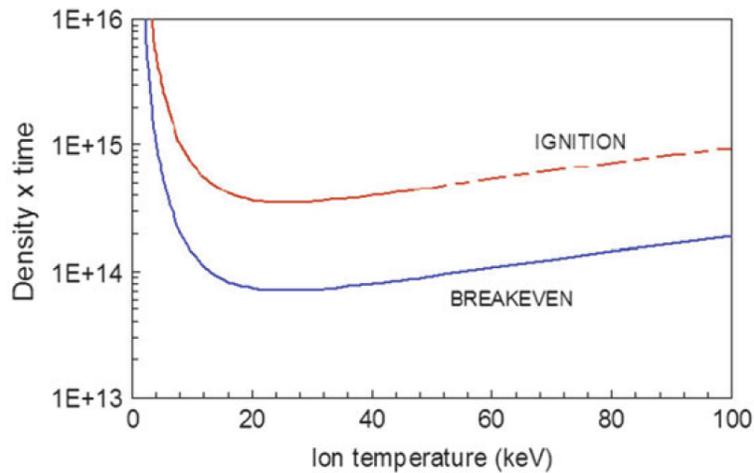


Figura 3: Valor mínimo del producto $n\tau$ en unidades del sistema *cgs* en función de la temperatura

La línea azul representa el punto de equilibrio, es decir, el valor mínimo de $n\tau$ para que se cumpla la ecuación anterior. En cambio, la línea roja representa el punto de ignición, a partir del cual comienza una reacción en cadena: las propias partículas α , que no son más que los núcleos de Helio-4 que produce la reacción DT, transfieren la energía necesaria a otras partículas de deuterio o tritio para que se fusionen. Cuando esto ocurre decimos que la fusión está autosostenida, por

lo que es mucho más eficiente; no necesitamos aplicar más energía externa para continuar con la reacción.

Como se puede observar, ambas curvas decrecen hasta llegar a un mínimo, que ocurre a una temperatura próxima a 20 keV (recordemos que 1 keV equivale aproximadamente a 11,6 millones de grados Kelvin), y después crece para temperaturas más altas, por lo que será importante tener esto en cuenta.

Es importante también recalcar que el cociente entre $\bar{v}\sigma$ y la temperatura crece incluso al aumentar la temperatura, por lo que podemos afirmar, que aumentando la temperatura también estamos incrementando la eficiencia de nuestra reacción de fusión, siempre que no superemos la temperatura máxima, como se observa en la figura 2.

No obstante, este trabajo no calcularemos directamente valores de $n\tau$, sino que utilizaremos la siguiente forma de escribir el criterio de Lawson:

$$\frac{n\bar{v}\sigma\tau E}{12k_B T} > 1 \quad (3)$$

La velocidad promedio de las partículas también crece con la temperatura de la siguiente forma:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

Para producir fusión nuclear controlada, actualmente existen dos métodos principales que ya se han puesto en práctica a pequeña escala: el confinamiento magnético, con el que se busca aumentar el tiempo de confinamiento τ mediante el uso de campos magnéticos, y el confinamiento inercial, más centrado en aumentar la densidad del plasma que vayamos a fusionar n . Como vemos, cada uno de estos sistemas se centra en maximizar una variable distinta del criterio de Lawson.

El confinamiento magnético consiste en la creación de una configuración de campos magnéticos capaces de contener el plasma con las condiciones de densidad y temperatura necesarias para la fusión. Los investigadores han progresado mucho en materia de fusión por confinamiento magnético y ahora pueden lograr fácilmente plasmas de temperaturas muy elevadas. Se utiliza una combinación de dos campos magnéticos para confinar y controlar el plasma. Uno es proporcionado por un conjunto de bobinas externas con forma de anillo, y el otro es generado por una corriente eléctrica que fluye a través del plasma. Los tokamak usan este sistema para producir fusión.

Un tokamak es un dispositivo que utiliza un potente campo magnético para confinar el plasma en forma de toro. Se trata de una máquina experimental diseñada para aprovechar la energía de fusión. Dentro de un tokamak, la energía producida a través de la fusión de átomos se absorbe como calor en las paredes del recipiente. Al igual que una planta de energía convencional, una planta de energía de fusión utilizará este calor para producir vapor y luego electricidad por medio de turbinas y generadores. El tokamak es uno de varios tipos de dispositivos de confinamiento magnético que se están desarrollando para producir energía de fusión termonuclear controlada. A partir de 2016, fue el principal candidato para un reactor de fusión práctico.

El confinamiento inercial, o por sus siglas en inglés, IFC (Inertial Confinement Fusion), por el contrario, busca conseguir las condiciones necesarias para la fusión dotando a las partículas del combustible de una gran cantidad de energía mediante un láser. Con ayuda de estos láseres se consigue comprimir y calentar el plasma de fusión, que se encuentra contenido en una cápsula. Esto es lo que se conoce como fusión por accionamiento directo.

Cuando se propuso por primera vez a principios de la década de 1970, la fusión por confinamiento inercial parecía ser un enfoque práctico para la producción de energía. Los experimentos demostraron que la eficiencia de estos dispositivos era mucho menor de lo esperado. A lo largo de las décadas de 1980 y 1990, se realizaron experimentos para comprender la interacción de la luz láser de alta intensidad y el plasma. El combustible suele estar contenido en cápsulas, que suelen estar formada por un recubrimiento de plástico que contiene el gas de deuterio y tritio. Al calentarla con un láser y elevar la temperatura a millones de grados Kelvin, la cápsula se comprime debido a la evaporación del plástico, que, por la Tercera Ley de Newton, envía una onda de choque hacia el centro de la misma, produciendo una implosión.

Al comprimirse la cápsula, se elevará la densidad de partículas y se producirán las primeras reacciones de fusión, emitiendo partículas α y neutrones. En condiciones normales, una partícula α recorre unos 10 mm en el combustible antes de pararse, y por lo tanto, de perder su energía, pero debido a la altísima densidad a la que se encuentra, la partícula solo recorrerá alrededor de 0,1 mm. Esto significa que la inmensa mayoría de la energía liberada por las partículas α es devuelta al combustible. Esta transferencia de energía cinética conduce a las partículas del combustible a las energías que necesitan para fusionarse, manteniendo así las condiciones necesarias de densidad y temperatura tiempo después de la implosión. Es lo que hemos definido antes como punto de ignición.

Los neutrones, sin embargo, viajan distancias más largas en la masa de combustible y no contribuyen a este proceso de autocalentamiento.

Además, existe una variante de la fusión por confinamiento inercial, que se llama fusión de accionamiento indirecto donde una cápsula esférica es comprimida usando rayos X dentro de un cilindro de oro llamado *hohlraum*. Los rayos láser entran en el *hohlraum* a través de dos agujeros en las bases del cilindro, evitando que choquen contra el perímetro del agujero por que de esta manera se crearía plasma que podría reflejar o refractar los rayos. Una vez dentro del cilindro, los láseres se reflejan en las paredes de oro, haciendo que se calienten y emitan rayos X creando todo un conjunto de rayos que inciden sobre la cápsula esférica y la comprimen, produciendo fusión nuclear de la misma forma que en el caso anterior.

En la figura 4 se puede observar la diferencia entre fusión por accionamiento directo e indirecto.

No obstante, existe un problema que puede hacer que la reacción sea poco eficiente: cuando el plasma está muy caliente, la agitación térmica de las partículas que lo forman será tal que habría muchos choques entre ellas, haciendo que se pierda energía de esta forma y sea más difícil mantener o alcanzar temperaturas y densidades altas. Aquí entran en juego las implosiones magnetizadas: una técnica emergente en la fusión nuclear por confinamiento inercial que combina la compresión por láser y la compresión magnética.

En esta técnica, se utiliza un láser para calentar y comprimir una esfera de combustible de deuterio y tritio, y se aplica un campo magnético para confinar el plasma y aumentar la densidad y la temperatura. El campo magnético también ayuda a inhibir la conducción térmica.

En general, la cápsula, o también llamada *target* puede tener muchas formas, aunque nosotros trabajaremos con *targets* cilíndricos, puesto que de esta forma es mucho más fácil calentarlos con un láser manteniendo su simetría. Es lo que se conoce como implosiones cilíndricas.

Al aplicar un campo magnético externo, las partículas cargadas del plasma comenzarán a girar formando trayectorias conocidas como órbitas de Larmor, lo que minimiza el número de choques entre ellas. De esta forma, evitamos que se produzcan pérdidas de energía. No obstante, hemos de tener en cuenta la difusión magnética, por el cual un campo magnético tarda un tiempo finito en difundirse por un material, por lo que, al comprimir el plasma muy rápido inicialmente, el

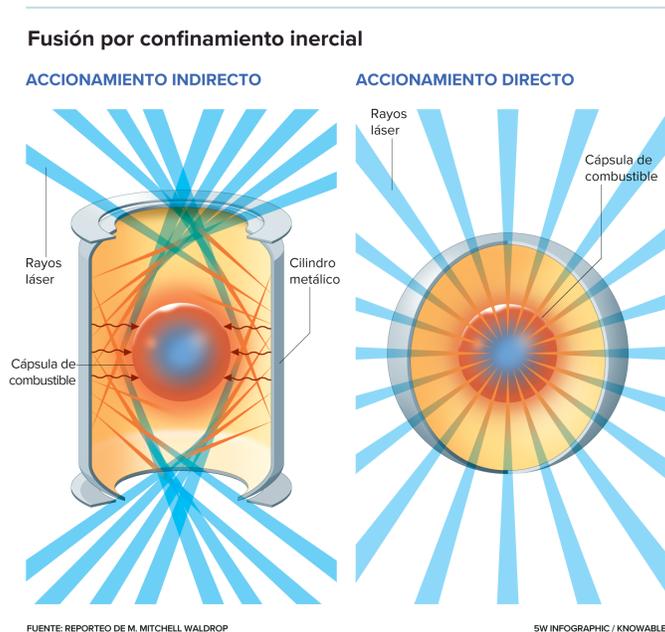


Figura 4: Fusión por accionamiento indirecto (derecha), y directo (izquierda)

campo magnético se comprimirá con él, haciendo que su valor en los instantes iniciales sea de varios miles de Teslas, a pesar de estar trabajando con valores de 10 a 50 T

Sin embargo, debido a las altas temperaturas, aumenta la presión térmica del gas, así como la presión magnética producida por el campo magnético externo, haciendo que el plasma pueda volverse inestable y provocar el efecto contrario al que estamos buscando.

Por lo tanto, la pregunta que ahora nos surge es: ¿Realmente es necesario aplicar un campo magnético externo? Y si es así, ¿cuál sería el valor del mismo que maximiza la eficiencia de nuestra reacción?, ¿cómo varía la eficiencia en función del campo magnético?

El objetivo principal del trabajo será maximizar la eficiencia de la reacción, estudiando cómo cambian la presión y temperatura según el campo magnético aplicado y viendo con qué valor del campo magnético se consigue esa eficiencia máxima. Veremos cómo distintos campos magnéticos aplicados pueden cambiar la eficiencia de una reacción nuclear en función de su intensidad, y cómo es exactamente esa dependencia.

3. Metodología

3.1. Simulaciones con *FLASH*

Para obtener todos los datos sobre la fusión nuclear que vamos a analizar, haremos simulaciones usando el programa *FLASH*, un código de magnetohidrodinámica desarrollado específicamente para modelar y simular fenómenos astrofísicos y plasmas de laboratorio.

Los códigos magnetohidrodinámicos son programas de simulación que se utilizan para estudiar el comportamiento de fluidos, como gases o plasmas, que es lo que nos interesa a nosotros. Estos códigos resuelven las ecuaciones de la hidrodinámica, que describen la conservación de la masa, el momento y la energía en un sistema fluido, a la vez que tratan con partículas cargadas y

campos magnéticos.

Los cilindros que usaremos en la simulación tienen una altura de 1,75 mm y un diámetro de 0,6 mm, recubiertos por una carcasa de plástico de 0,19 mm de grosor. Se usarán 40 láser con una potencia de alrededor de 700 TW/cm², una longitud de onda de 351 nm, y una duración del pulso de 1,5 ns, y son aplicados de forma simétrica sobre una longitud de 0,7 mm en la zona central del cilindro, cuyo gas se encuentra a una densidad inicial de 181×10^{-3} g/cm³, o sea, $3,73 \times 10^{20}$ partículas/cm³.

El experimento que estamos simulando se realizó en el láser *OMEGA* del *Laboratory for Laser Energetics* (Rochester, Nueva York, EEUU), donde se usaron cilindros de 2,5 mm, aunque realmente no importa, ya que toda la reacción tiene lugar en la región central mencionada antes. La disposición de los láseres que hemos usado en la simulación es la misma que se utilizó en *OMEGA*.

El campo magnético se crea mediante el dispositivo *Magneto Inertial Fusion Electrical Discharge System*, o *MIFEDS*, por sus siglas en inglés, utilizado en *OMEGA*. Se trata de un dispositivo formado por una o varias bobinas conductoras, por las que llega a circular una corriente eléctrica de 50 kA, induciendo campos magnéticos de hasta 50 T, e incluso se han llegado a registrar valores de 80 T.

Realizamos diversas simulaciones cambiando el campo magnético, comenzando en 50 T y reduciéndolo en cada ocasión 10 T, así hasta llegar al valor mínimo de 0, es decir, se hacen un total de 6 simulaciones.

En todas las simulaciones comenzaremos a medir la densidad y la temperatura a los 1,25 ns y terminaremos cuando hayan transcurrido 1,50 ns, momento en el que se produce la implosión del cilindro y se desintegra completamente la membrana de plástico que lo recubre.

De esta manera, la fórmula que usaremos será la suma del valor del criterio de Lawson para cada instante:

$$\sum_{i=1}^N \frac{n_i v \bar{\sigma}_i \tau E}{12k_B T_i} > 1$$

donde N será el número de instantes en los que tomemos datos de densidad y temperatura, que en nuestro caso serán 6. Sacando las constantes fuera del sumatorio queda la fórmula con la que vamos a trabajar de ahora en adelante:

$$\frac{\tau E}{12k_B} \sum_{i=1}^6 \frac{n_i v \bar{\sigma}_i}{T_i} = \eta_{Lawson} \quad (4)$$

Nuestro objetivo será calcular este valor para los distintos valores del campo magnético y ver con cuál de ellos es máximo.

3.2. Visualización de datos en *VisIt*

A continuación, veremos cómo podemos visualizar los datos obtenidos de las simulaciones de *FLASH*.

El programa *VisIt* es una herramienta de visualización y análisis de datos científicos que se utiliza en diversos campos, como la física, la ingeniería y la ciencia de los materiales. Proporciona capacidades avanzadas para explorar y comprender conjuntos de datos complejos generados por simulaciones numéricas y experimentos. Permite visualizar datos en 2D y 3D, y cuenta con una

amplia gama de técnicas de representación visual, y será nuestra herramienta para visualizar los datos obtenidos de las simulaciones hechas por *FLASH*.

La visualización de los datos en *VisIt* nos permite observar temperatura y densidad del *target* cada 0,05 ns, por lo que durante ese tiempo, tomaremos constantes los datos que hemos obtenido, de tal forma que, para calcular el valor del criterio de Lawson, sumaremos todos los datos que tengamos para cada intervalo de tiempo.

En primer lugar, la variable *targ* nos permite ver cómo evoluciona el cilindro de gas a lo largo del tiempo. Para el primer instante del proceso, se ve como muestra la Figura 5, donde se representa la simulación con un campo magnético de 50 T

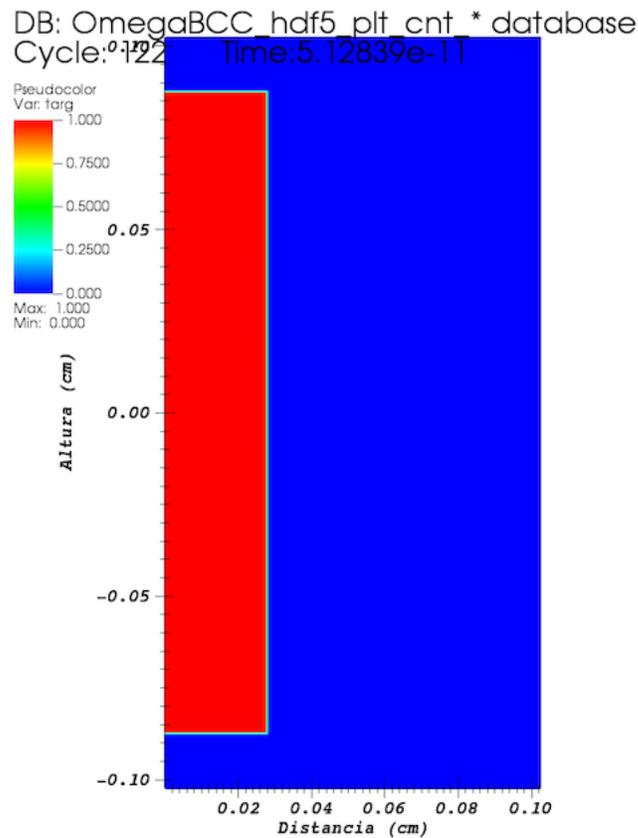
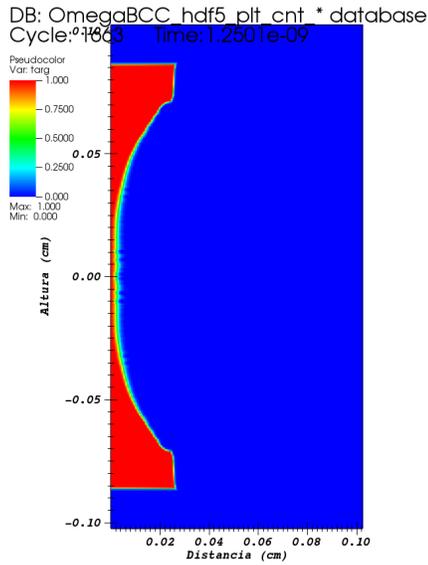


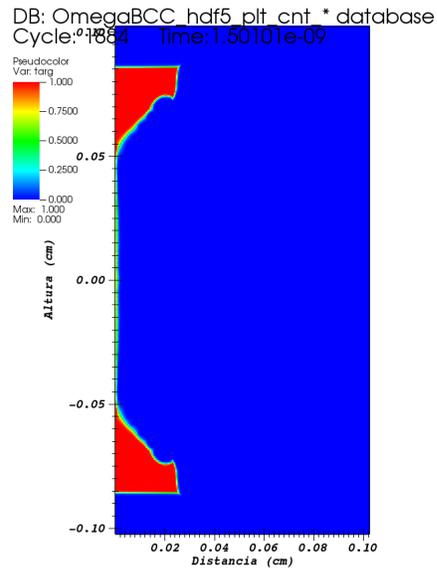
Figura 5: Variable *targ* a 0,05 ns

Como se puede observar, estamos viendo la mitad del cilindro. La variable *targ* nos permite ver la forma del *target* a lo largo del tiempo, así como ver el momento exacto en el que se produce la implosión

Para el momento que nos interesa, cuando comienza la reacción nuclear, el *target* tiene la forma que refleja la Figura 6, y donde se puede observar claramente la compresión producto de las altas temperaturas y la ionización del plástico que recubre la cápsula. En la segunda imagen se observa que se ha desintegrado por completo el plástico en la zona central y se ha producido la implosión.



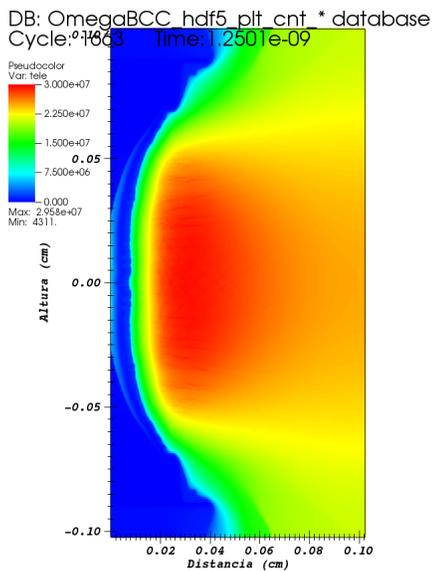
(a) variable *targ* a 1,25 ns



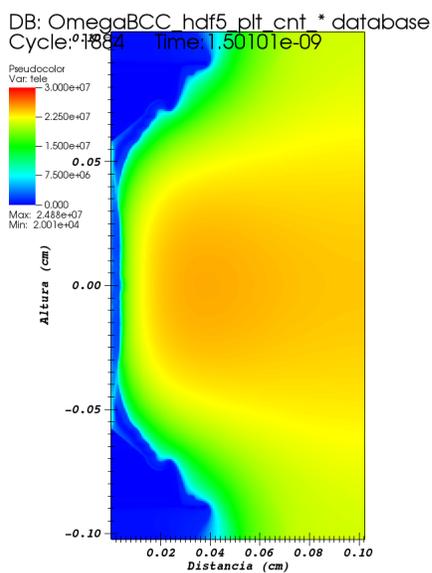
(b) variable *targ* a 1,50 ns

Figura 6: variable *targ* en los momentos inicial y final del proceso

La variable *tele* nos muestra la temperatura de los electrones del plasma y será una de las dos variables que estudiaremos detenidamente a lo largo de este trabajo. En la Figura 7 está representada esta variable, de nuevo, en los instantes inicial y final de la implosión.



(a) variable *tele* a 1,25 ns



(b) variable *tele* a 1,50 ns

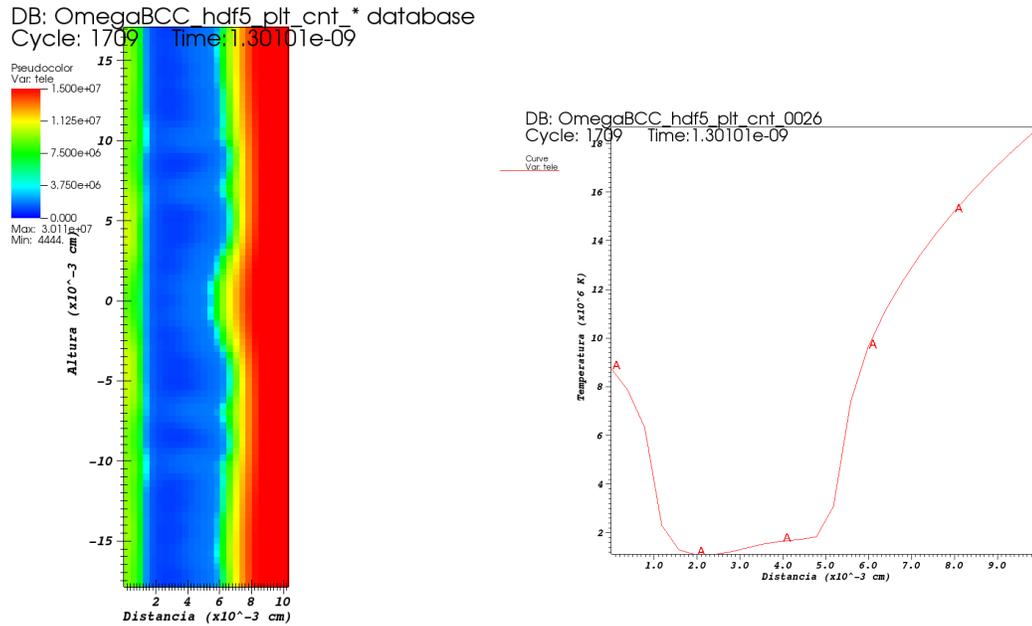
Figura 7: variable *tele* en los momentos inicial y final del proceso

Como podemos comprobar, la temperatura en puntos centrales del cilindro es más baja que fuera, aunque en el instante inicial en el eje del cilindro tengamos millones de grados Kelvin.

Durante el proceso, la temperatura va aumentando hasta alcanzar un máximo, y después va decreciendo.

VisIt nos ofrece otra herramienta que consiste en obtener perfiles de las distintas variables con el objetivo de obtener una gráfica y poder exportar los datos en forma de archivo de texto.

Para un campo magnético de 50 T el momento con la temperatura central más alta ocurre a los 1,30 ns. Si hacemos zoom sobre el centro del cilindro y trazamos un perfil de manera perpendicular a su eje obtenemos las imágenes que se presentan en la Figura 8:



(a) Temperatura en el centro

(b) Perfil de temperatura

Figura 8: *Zoom* sobre el centro del cilindro y su perfil de temperatura

Por último, la otra variable que vamos a representar es la variable *dens* que nos muestra la densidad másica en cada punto, por lo que para obtener la densidad de partículas n en el gas, simplemente tendremos que dividir por la masa promedio del deuterio y el tritio, ya que tenemos las mismas concentraciones de cada isótopo.

En la Figura 9 tenemos un ejemplo de la forma que tiene la variable *dens* en el primer instante, así como su perfil en el centro del cilindro.

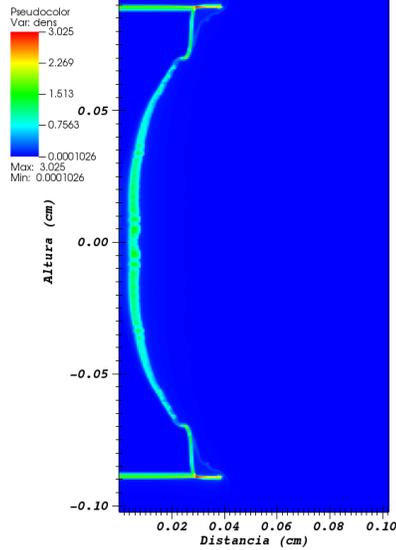
En estas imágenes es importante tener en cuenta el efecto del plástico; la variable *targ* se usa para pesar la cantidad del gas. La densidad del plástico y la temperatura de la parte que se está evaporando van a ser más altas, pero al usar esta variable como una medida para saber el radio del cilindro en su centro y en cada instante determinado, eliminamos esas contribuciones.

Más adelante entraremos en detalle en el análisis de estas dos variables, temperatura y densidad, a lo largo del tiempo y en función del campo magnético aplicado.

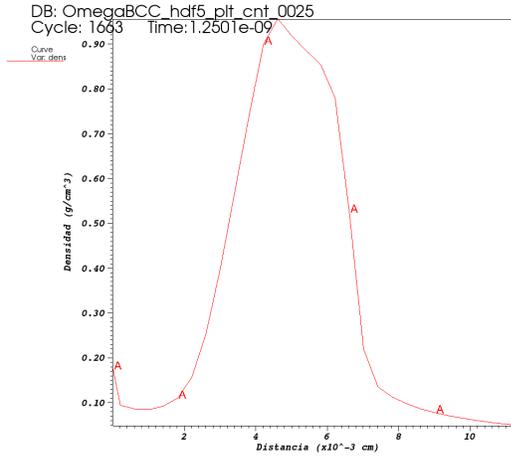
3.3. Procedimiento

Para obtener un resultado exacto del criterio de Lawson deberíamos calcular el su valor para cada punto del espacio y después integrar a lo largo de todo el cilindro para todos los instantes

DB: OmegaBCC_hdf5_plt_cnt_* database
 Cycle: 1643 Time: 1.2501e-09



(a) Densidad



(b) Perfil de densidad

Figura 9: Densidad del *target* y su perfil

del proceso, lo cual es bastante costoso y no tenemos todos los datos necesarios puesto que deberíamos hacer perfiles de las variables en todos los puntos del cilindro para obtener los datos necesarios.

En su lugar, el procedimiento que seguiremos será el siguiente

1. Primero, usaremos la variable *targ* para obtener el radio del cilindro en su centro. Lo llamaremos r_{max}
2. Hacemos perfiles de la variable que queramos en el centro del cilindro y obtenemos los datos.
3. Con los datos que hemos obtenido de la variable en función de la distancia radial y usando el método de los trapecios, integramos hasta r_{max}
4. Calculamos el valor medio de la variable dividiendo el valor que hemos obtenido, multiplicado por el radio, entre el valor medio del radio, ya que hemos tenido en cuenta que estamos trabajando con un cilindro. Por ejemplo, para calcular el valor de la temperatura lo que haremos será

$$T = \frac{\int_0^{r_{max}} T(r) r dr}{\int_0^{r_{max}} r dr} = \frac{2}{r_{max}^2} \int_0^{r_{max}} T(r) r dr$$

y análogamente para la densidad.

Repetimos este proceso para todos los tiempos y todos los campos magnéticos y obtenemos los valores medios de densidad y temperatura n y T

Para calcular la velocidad promediada con la sección eficaz $\bar{v}\sigma$, primero, obtendremos una tabla de datos que nos presenta la sección eficaz, en unidades de barn, en función de la energía cinética en el sistema centro de masas (cdm), en unidades de MeV.

Posteriormente, recalculamos ambas columnas de datos en unidades del sistema cgs, y a cada valor de la energía lo multiplicamos por un factor de 0,6. Esto se debe a que, por defecto, estamos trabajando en el sistema de referencia del centro de masas, donde el deuterio es el proyectil, y tenemos que convertirlo a un sistema de referencia de laboratorio. Una vez hecho esto, usando la fórmula de la energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

hallamos la velocidad del deuterio, para cada una de las energías que aparecen en la tabla, pues estamos asumiendo que es el proyectil en cada uno de los choques. Usando la velocidad, calculamos la probabilidad que tiene una partícula de deuterio de tener esa velocidad, con la distribución de Maxwell-Boltzmann $f(v)$, para cada una de las temperaturas T de cada instante de tiempo.

Calculamos el producto de la velocidad, la sección eficaz y su distribución $v\sigma f(v)$, sumamos todos los valores de esa tabla y dividimos por la suma de valores de la tabla que contiene los datos de $f(v)$, y con esto hemos obtenido, de forma aproximada, el valor de la velocidad promediada con la sección eficaz para cada instante temporal.

4. Resultados

En esta sección se procederá a presentar los datos numéricos del experimento, así como algunos comentarios sobre algunos fenómenos que pueden ser interesantes.

4.1. Visualización de la implosión

Usando la variable de la densidad podremos observar cómo se produce la implosión del cilindro.

En la Figura 10 está representada la variable de la densidad entre los 1,35 ns y los 1,50 ns, para un campo magnético de 50 T

Como se puede observar en la figura, la película de plástico que rodea al plasma se va acercando al eje de simetría del cilindro, producto de esa compresión debida al confinamiento inercial, hasta algún momento entre los 1,35 ns y 1,40 ns, donde vemos que esa tendencia se invierte y empieza a surgir una onda de materia que se desplaza hacia el exterior del eje.

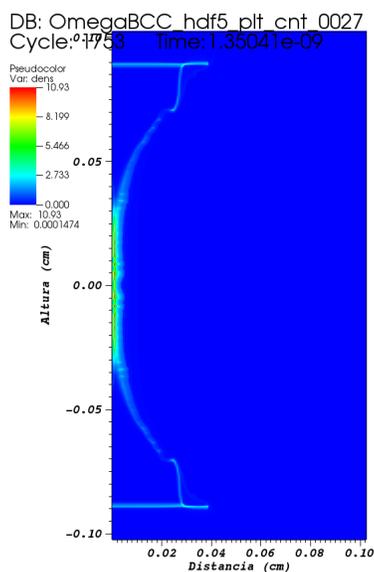
Esto se debe a que se propaga una onda de material hacia el centro del cilindro, y al llegar, rebota y se propaga hacia afuera como vemos en las últimas dos imágenes de la Figura 10.

Si en vez de representar la variable densidad completa, representamos el perfil en el centro del cilindro, podríamos calcular la velocidad con la que se produce la implosión, midiendo en dos instantes de tiempo distintos, a qué distancia se encuentra el valor de la densidad más alto, que representaría la película de plástico, dividiendo la diferencia de distancias entre el tiempo que ha transcurrido entre ambos instantes.

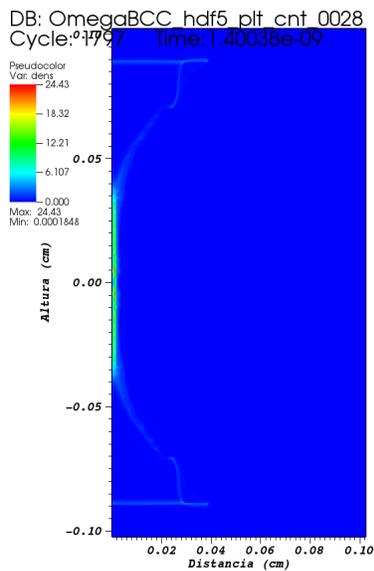
Sin embargo, que esa velocidad sea mayor no es lo que buscamos, ya que cuanto más tiempo esté ocurriendo la reacción, más eficiente será, pues la reacción sería más estable que una implosión demasiado rápida.

Nos interesa especialmente qué perfiles tienen la temperatura y la densidad, así como sus valores en el eje del cilindro en el momento de máxima temperatura para cada campo magnético

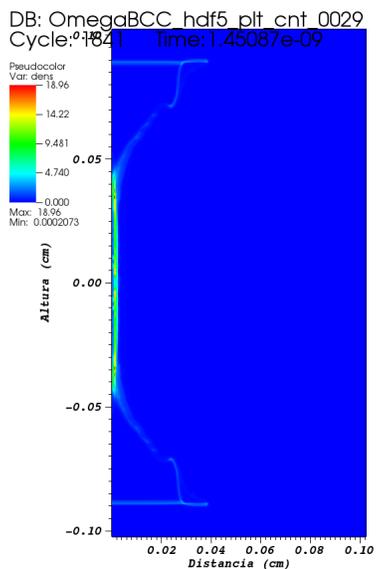
Lo podemos ver con un ejemplo: En la Figura 11 podemos ver los perfiles de temperatura y densidad para el momento de máxima temperatura, 1,30 ns, y para un campo magnético de 50 T.



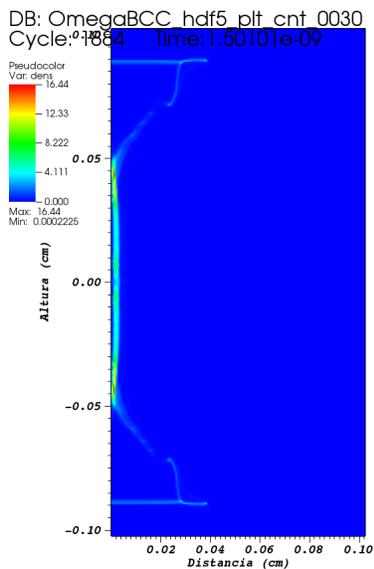
(a) Densidad a 1,35 ns



(b) Densidad a 1,40 ns



(c) Densidad a 1,45 ns

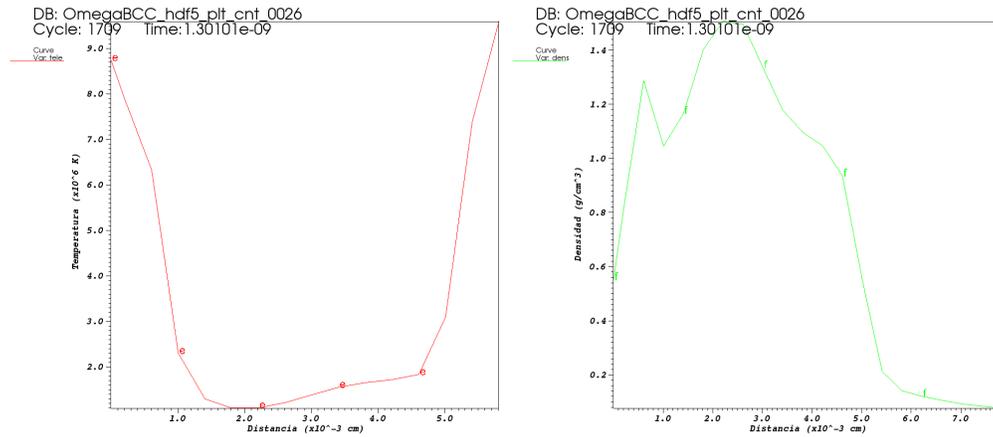


(d) Densidad a 1,50 ns

Figura 10: Densidad del *target* y su perfil

Como se puede observar en las gráficas, dentro del cilindro la temperatura es máxima en su centro, mientras que la densidad crece un poco hasta que se termina el *target*, alcanzando una temperatura en el centro de exactamente $8,94 \times 10^6$ K, así como un aumento considerable en puntos exteriores del cilindro, aunque eso no nos interesa, pues no forma parte del combustible.

Por el contrario, la densidad másica no alcanza su máximo en el centro, sino a unas micras de distancia, debido a que en esta zona se encuentra el plástico que recubre el cilindro y se está comprimiendo. Aun así, en el centro tenemos una densidad de $0,601 \text{ g/cm}^3$, o lo que es lo mismo,



(a) Perfil de temperatura

(b) Perfil de densidad

Figura 11: Perfiles de densidad y temperatura a 1,35 ns con un campo magnético de 50 T

$1,24 \times 10^{23}$ partículas/cm³. Teniendo en cuenta que la densidad del agua es de 1 g/cm³, podemos afirmar que, para tratarse de un gas (ya en forma de plasma), es un valor significativamente alto. En instantes posteriores a este, tendremos densidades centrales superiores.

4.2. Valores del criterio de Lawson

Volvamos ahora al asunto que nos concierne aquí: el criterio de Lawson

Si ahora representamos los valores de temperatura y densidad de partículas por unidad de volumen en el momento de máxima temperatura, cosa que observamos que ocurre siempre a 1,30 ns, obtenemos las siguientes gráficas:

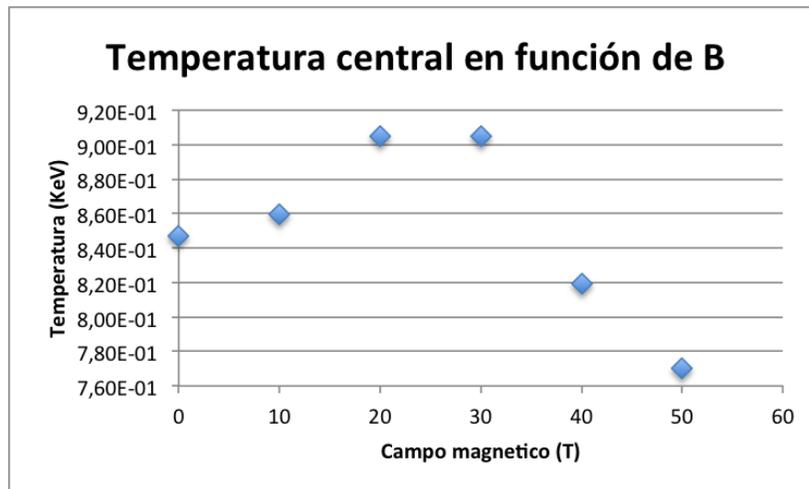


Figura 12: Temperatura en el eje del cilindro en función del campo magnético aplicado

En la Figura 12 está representada la temperatura máxima en *KeV* en función del campo magnético y en la Figura 13, la densidad de partículas en función del campo magnético.

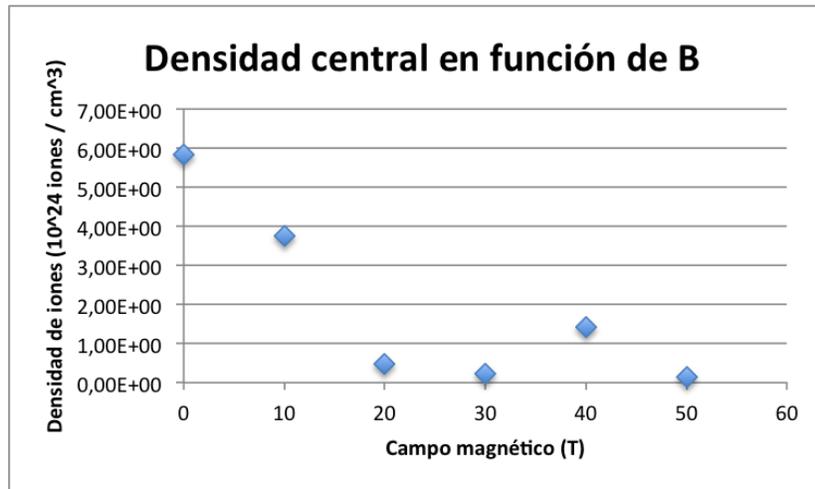


Figura 13: Densidad de iones en el eje del cilindro en función del campo magnético aplicado

Como podemos observar, las temperaturas máximas se registran con campos magnéticos de 20 T y 30 T, que también coincide con las densidades más bajas.

Lo mismo ocurre a la inversa, la mayor densidad se obtiene para el caso donde no existe campo magnético, pero tampoco se registra una temperatura notablemente alta.

No obstante, viendo estas dos gráficas podemos concluir que los campos magnéticos de 40 T y 50 T no van a dar lugar a una reacción de fusión eficiente en comparación con el resto, pues con estos valores vemos las densidades y las temperaturas más bajas.

Esto puede ocurrir por que son campos magnéticos extremadamente elevados y pueden dar lugar a órbitas de Larmor inestables, provocando también un aumento de la presión magnética aplicada, lo que reduce la densidad del combustible. Si esto ocurre no podremos seguir comprimiendo el material y será más difícil seguir aumentando la temperatura y provoquen el efecto contrario al que buscamos al aplicar un campo externo.

En definitiva, estamos buscando un campo magnético que maximice ambas variables a la vez. Un buen candidato sería el campo de 10 T, que registra la segunda temperatura y la segunda densidad más alta, pero eso solo lo veremos con detalle calculando el criterio de Lawson.

La Tabla 1 recoge todos los datos de las gráficas anteriores:

Campo magnético(T)	Temperatura (10 ⁶ K)	Densidad (10 ²³ partículas/cm ³)
0	9,83	58,4
10	9,98	37,5
20	10,5	4,79
30	10,5	2,23
40	9,51	14,3
50	8,94	1,44

Cuadro 1: Valores de temperatura y densidad en el momento más caliente en función del campo magnético

Como vemos en la tabla 1, ninguna de las temperaturas llega ni siquiera al valor de 11,6 millones de grados Kelvin, que sería el equivalente a 1 keV, aproximadamente la temperatura del núcleo

del Sol. Por lo que podemos asumir que, a la hora de calcular los valores del criterio de Lawson de la ecuación 4, en ningún caso llegaremos a superar el valor de 1.

Volvamos entonces a la pregunta que se propuso al principio, ¿es rentable aplicar un campo magnético externo?, y si es así, ¿cuál sería su valor óptimo? La respuesta a estas cuestiones se encuentra a continuación, en los valores del criterio de Lawson para los distintos campos magnéticos

En la Figura 14 se representa el valor del criterio de Lawson en función del campo magnético aplicado

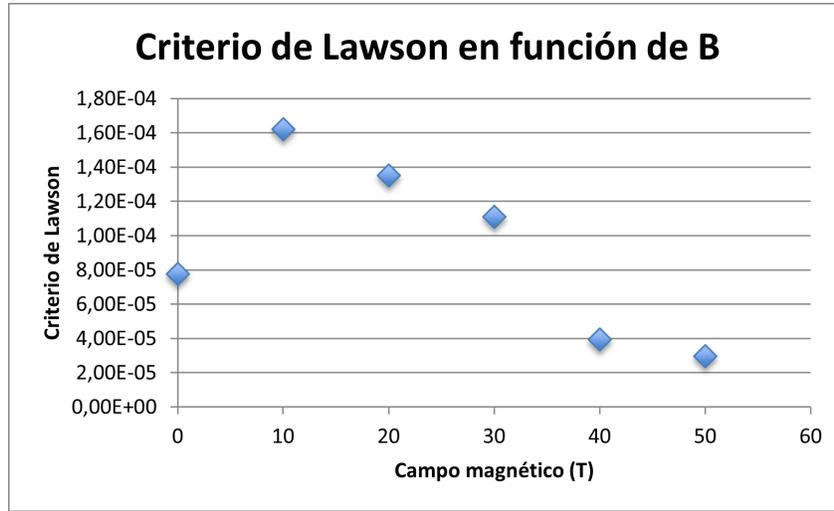


Figura 14: Valor del criterio de Lawson para cada campo magnético

Viendo la tendencia, es evidente que la ausencia de campo magnético no es la mejor opción. La máxima eficiencia se consigue con un campo de 10 T, por lo que podemos decir que aplicar un campo magnético a nuestra reacción nuclear va a mejorar los resultados, aunque eso no ocurre en todos los casos.

A partir de 10 T la eficiencia disminuye, aunque para campos de 20 y 30 T el valor del criterio de Lawson sigue siendo mayor que en el caso sin implosiones magnetizadas. No obstante, para los campos de 40 y 50 T la eficiencia es menor, por lo que podemos concluir que son demasiado altos como para aumentar la eficiencia. Esto se debe a que, al aplicar un campo magnético ligero, reducimos las pérdidas de temperatura por las colisiones entre los iones del plasma sin reducir mucho la densidad por los efectos de la presión magnética.

No obstante, hay que tener en cuenta que el campo magnético dentro del cilindro no va a ser igual que el externo, sino que va a aumentar, ya que, como un campo magnético tarda un tiempo finito en recorrer un material y la implosión se produce en tan poco tiempo, en ese momento las líneas de campo se juntarán y se creará momentáneamente un campo magnético de varios órdenes de magnitud superior al externo.

En la figura 15 está representado el valor del campo magnético en la dirección vertical, instantes después de la compresión, a 1,40 ns del inicio en función del campo magnético aplicado. Se puede observar claramente cómo, si no se aplica ningún campo, no se generará ninguno en el interior del cilindro, ya que los iones no giran en órbitas de Larmor, sino que chocan continuamente entre sí, mientras que para el resto de valores el campo en el eje es tres órdenes de magnitud superior al externo.

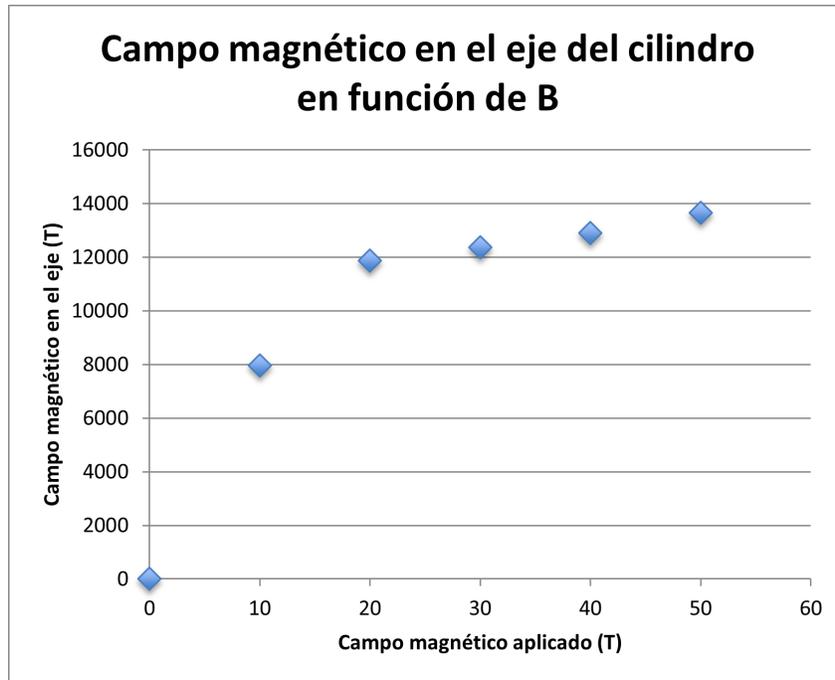


Figura 15: Campo magnético en el centro del cilindro a 1,40 ns

En la tabla 2 se muestran los datos del criterio de Lawson

Campo magnético (T)	Métrica de Lawson (10^{-5})
0	7,75
10	16,2
20	13,5
30	11,1
40	3,94
50	2,96

Cuadro 2: Valores del criterio de Lawson en función del campo magnético

Podemos observar claramente cómo los valores del criterio de Lawson están muy lejos del valor 1, que significaría entrar en el punto de equilibrio. De hecho, incluso el valor más alto, $1,62 \times 10^{-4}$ está cuatro órdenes de magnitud por debajo. Esto probablemente esté causado porque estamos trabajando con la línea central del cilindro, en lugar de promediar a una zona más amplia del mismo.

Manteniendo constante la densidad y asumiendo que la temperatura es dos órdenes de magnitud superior en todos los intervalos de tiempo, llegamos aproximadamente a un valor del criterio de Lawson superior a 1, que es lo que buscamos. Por lo tanto podemos decir que aún estamos muy lejos de lograr eficiencia energética en esta escala de temperaturas y densidad.

5. Conclusiones

Se han hecho simulaciones de procesos de fusión nuclear por confinamiento inercial, en particular, aplicando un campo magnético externo, y hemos calculado valores de la métrica de Lawson para

distintos campos magnéticos externos, obteniendo como resultado que el campo de 10 T es el que maximiza la eficiencia.

Cabe mencionar ahora que debemos tener en cuenta que estas simulaciones no están hechas para superar el valor de 1 del criterio de Lawson porque las intensidades de los láseres son relativamente bajas o los cilindros son demasiado pequeños, solo son versiones escaladas de los experimentos reales. Realmente lo importante a la hora de hacer estas simulaciones es que se mantenga una tendencia al alza en cuanto a la eficiencia de las reacciones de fusión, no el valor del criterio de Lawson como tal.

Todos los datos están representados en la Tabla 2, donde se observa que, para campos magnéticos de más de 30 T, la eficiencia es aún menor que en el caso de ausencia de campo magnético. Es decir, que aplicar campos magnéticos demasiado intensos no solo no ayuda, si no que desestabiliza completamente el plasma, como se ha comentado anteriormente.

La humanidad sigue estando lejos de poder construir reactores de fusión nuclear comerciales, debemos seguir invirtiendo recursos para fomentar la investigación en este campo, pues los beneficios pueden ser inimaginables.

6. Bibliografía

Referencias

- [1] Francis F. Chen, *Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion*
- [2] M. Bailly-Grandvaux, R. Florido, C. A. Walsh, G. Pérez-Callejo, F. N. Beg, P. Bradford, M. A. Gigosos, R. C. Mancini, C. McGuffey, F. Suzuki-Vidal, C. Vlachos, and J. J. Santos, Impact of strong magnetization in cylindrical plasma implosions with applied B-field measured via x-ray emission spectroscopy.
- [3] C A Walsh, R Florido, M Bailly-Grandvaux, F Suzuki-Vidal, J P Chittenden, A J Crilly, M A Gigosos, R C Mancini, G Pérez-Callejo, C Vlachos, C McGuffey, F N Beg and J J Santos, Exploring extreme magnetization phenomena in directly driven imploding cylindrical targets.
- [4] G. Pérez-Callejo, M. Bailly-Grandvaux, R. Florido, C. A. Walsh, M. A. Gigosos, F. N. Beg, C. McGuffey, R. C. Mancini, F. Suzuki-Vidal, C. Vlachos, P. Bradford, J. J. Santos, X-ray imaging and radiation transport effects on cylindrical implosions.
- [5] E. C. Hansen, D. H. Barnak, P.-Y. Chang, R. Betti; E. M. Campbell, J. R. Davies, J. P. Knauer, J. L. Peebles, S. P. Regan, A. B. Sefkow, Optimization of laser-driven cylindrical implosions on the OMEGA laser
- [6] B. Fryxell, K. Olson, P. Ricker, F. Timmes, M. Zingale, D. Lamb, P. MacNeice, R. Rosner, J. Truran, and H. Tufo, “Flash: An adaptive mesh hydrodynamics code for modeling astrophysical thermonuclear flashes,” *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 131, 273 (2000).
- [7] A. Dubey, K. Antypas, M. K. Ganapathy, L. B. Reid, K. Riley, D. Sheeler, A. Siegel, and K. Weide, “Extensible component-based architecture for flash, a massively parallel, multiphysics simulation code,” *Parallel Comput.* 35, 512–522 (2009)
- [8] P. Tzeferacos, M. Fatenejad, N. Flocke, C. Graziani, G. Gregori, D. Lamb, D. Lee, J. Meinecke, A. Scopatz, and K. Weide, “Flash mhd simulations of experiments that study shock-generated magnetic fields,” *High Energy Density Phys.* 17, 24–31 (2015).