



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN FÍSICA

**ENTROPÍA E INFORMACIÓN:
TERMODINÁMICA DE LA COMPUTACIÓN**

Autor: Alejandro Carracedo García

Tutores: José Carlos Cobos Hernández y Luis Fernando

Hevia de los Mozos

2024

Índice

Resumen/Abstract	1
1. Introducción.	3
1.1. Terminología del trabajo.	3
1.2. Introducción histórica al problema.	8
2. Termodinámica de la Computación.	13
2.1. Entropía y segunda ley de la termodinámica.	13
2.2. Entropía y calor.	15
2.3. Entropía y demonio de Maxwell.	15
2.4. Entropía y la solución al demonio.	16
2.5. Entropía y operaciones lógicas.	23
2.6. Entropía y borrado de memoria.	32
3. Conclusiones.	35
A. Máquina de Turing.	37
A.1. Definición.	37
A.2. Estructura de una máquina de Turing.	37
A.3. Máquina de Turing universal.	38
Bibliografía	41

Resumen

La computación, al igual que cualquier aspecto macroscópico del mundo, debe regirse por las leyes de la termodinámica. Esto implica cumplir la primera ley, pero también la segunda, sujeta a muchas complicaciones y problemas de interpretación, como la conocida paradoja del demonio de Maxwell. Por otro lado, es bien conocida la relación que existe entre la entropía termodinámica y la entropía de información de Gibbs-von Neumann-Shannon. Este trabajo pretende proporcionar una breve revisión del progreso realizado en esta intrigante área de estudio, examinando los avances más importantes en la comprensión de la naturaleza física de la información y contribuyendo a crear una base inicial para futuras investigaciones, como, por ejemplo, sobre la hipótesis de que la información pueda realmente tener una masa asociada. Para ello, se han revisado conceptos clave para la termodinámica de la computación, como la entropía termodinámica, el calor, la temperatura, la entropía de información de Gibbs-von Neumann-Shannon y la medida de información de Fisher, así como las relaciones entre ellos. Después se ha analizado la conexión del demonio de Maxwell y la segunda ley con las limitaciones termodinámicas de la computación según el principio de Landauer, concluyendo, finalmente, que un demonio de Maxwell no puede funcionar, es decir, no puede violar la segunda ley.

Abstract

Computation, like any macroscopic aspect of the world, must be governed by the laws of Thermodynamics. This implies that the first law must hold, but also the second, subject to many complications and interpretation issues, such as the well-known Maxwell's demon paradox. Furthermore, the relationship between thermodynamic entropy and the information entropy of Gibbs-von Neumann-Shannon is well known. This work aims to provide a brief review of the progress made in this intriguing area of study, examining the most relevant advances in the understanding of the physical nature of information and contributing to creating an initial foundation for future research, such as the hypothesis that information may actually have an associated mass. To this end, key concepts for Thermodynamics of Computation, such as thermodynamic entropy, heat, temperature, the Gibbs-von Neumann-Shannon information entropy, and Fisher information measure have been reviewed, and the relationships among them have been shown. The connection of Maxwell's demon and the second law with the thermodynamic limitations of Computation according to Landauer's principle has then been analyzed, finally concluding that a Maxwell's demon cannot work, that is, it cannot violate the second law.

1. Introducción.

“Hay que convertir la información (dato objetivo y ajeno) en conocimiento (dato subjetivo y propio).”

Ramón Buenaventura. Revista *El Semanal*, domingo 30 enero 2000.”

A lo largo de esta introducción vamos a sentar las bases terminológicas del Trabajo Fin de Grado (TFG) y realizar un breve resumen del desarrollo histórico que se ha producido, que nos permitirán entender mejor el desarrollo de la idea de que la información, como concepto físico, pueda tener masa.

1.1. Terminología del trabajo.

- **Información** (Refs. [1, 2]): La noción de una medida cuantitativa de la información fue, en un principio, propuesta en la década de los años 20 por Harry Nyquist¹ y Ralph Hartley². Hartley mostró que la información I_H contenida en un mensaje conformado por n caracteres, cada uno de ellos elegidos de un alfabeto de N símbolos diferentes, debe ser proporcional a $I_H = nf(N)$.

El desarrollo conceptual de la teoría de la información no se emprendió hasta 1948, cuando Claude E. Shannon introdujo la “Teoría matemática de la comunicación” [3], que es el sustrato fundamental en el que se basa la teoría de la información, y que sigue prevaleciendo en la actualidad. Posteriormente, estos conceptos encontraron aplicabilidad en diversas numerosos dominios científicos [4, 5, 6, 7, 8], incluida la física; especialmente gracias a los trabajos realizados por Léon Brillouin [9, 10] y Edwin T. Jaynes [11, 12].

Shannon, pero sobre todo Warren Weaver, continuó los trabajos de Hartley y consideró una situación en la que los símbolos que aparecen en el alfabeto de un texto lo hacen, obviamente, con diferentes probabilidades, toda vez que su frecuencia de aparición es muy dispar (hay letras, sílabas, palabras, que se usan cotidianamente mucho más que otras). Inicialmente se supone que los símbolos no están correlacionados (es decir, son elementales en términos estadísticos).

¹Físico sueco-estadounidense que trabajó en *AT&T* y continuó allí cuando paso a llamarse Bell Telephone Laboratories, donde contribuyó en el conocimiento cuantitativo del ruido térmico, la transmisión de datos y la retroalimentación negativa.

²Ingeniero estadounidense que inventó el oscilador de Hartley, ideó la transformada de Hartley y contribuyó al desarrollo de los fundamentos de la teoría de la información.

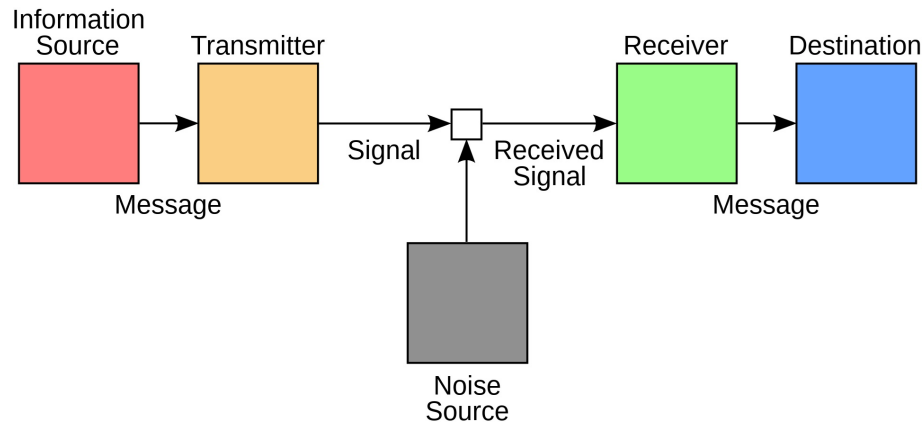


Figura 1: Representación del modelo de comunicación desarrollado por Shannon, donde se observan los 5 elementos principales: una fuente de información utiliza un transmisor para traducir un mensaje en una señal, que se envía a través de un canal de comunicación y es traducida por un receptor hasta que llega a su destino.

A su vez, Claude Elwood Shannon se preguntó por el efecto que tendría el ruido como impedimento en la transmisión de una señal en un canal de comunicación (es decir, el efecto de las fluctuaciones que impiden conocer con precisión infinita el valor de la señal transmitida), llegando a la conclusión que podía definir una magnitud asociada a la probabilidad de ocurrencia de la señal, llamada **autoinformación**, en la forma:

$$AI(p_i) = \ln \frac{1}{p_i} = -\ln p_i \quad (1)$$

que generaba una medida de la incertidumbre asociada a la transmisión de dicha señal, descrita por una magnitud equivalente a la entropía que se utiliza tanto en Física Estadística (Ludwig Boltzmann y Josiah Willard Gibbs) y como en los fundamentos matemáticos de la medida en Mecánica Cuántica (John von Neumann), con lo que para los dos casos citados (la incertidumbre asociada al alfabeto de un texto y el efecto del ruido en la transmisión de una señal a través de un canal de comunicación) podía definirse la que hoy llamamos **entropía de Gibbs–Von Neumann–Shannon** S_{Sh} , **como valor medio de dicha autoinformación**:

$$S_{Sh}/k_B = -\sum_{i=1}^{i=\Omega} p_i \cdot \ln p_i = \langle -\ln p_i \rangle \quad (2)$$

Magnitud que describe magníficamente nuestra incertidumbre y cuyas propiedades físico–matemáticas han permitido analizar las profundas analogías que existen en todo tipo de sistemas complejos que nos afectan en el día

a día: Física Estadística, Econofísica, Tratamiento de Imágenes en Medicina, terremotos, etc. La ganancia de información por pérdida de entropía, o negaentropía (según Brillouin: “la incertidumbre eliminada al observar un suceso es inversamente proporcional a lo probable que sea de ocurrir”), la función ignorancia, y otros sugerentes nombres que se le asignan indican su versatilidad y transversalidad.

Por otro lado, entre los años 1912 y 1932, R. A. Fisher³ definió una forma de medir la información que una variable aleatoria observable continua X contiene sobre un parámetro θ del que depende (para un estudio detallado, véase [13, 14, 15]).

R. A. Fisher concretamente, consideró un “escenario” $\theta - x$ en el que tenemos un sistema especificado por un parámetro físico θ , mientras que x es una variable estocástica ($x \in \mathbb{R}^N$) y $f_\theta(x)$, la densidad de probabilidad para x (que también depende de θ).

Uno hace una medición de x y tiene que hacer, con esta medida, la mejor inferencia posible acerca de θ . Llamamos a esa estimación $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(x)$. ¿Cómo de bien puede determinarse θ ? La teoría de la estimación [13] establece que el mejor estimador posible $\tilde{\theta}(x)$, después de examinar un número muy grande de muestras x , sufre un error medio cuadrático e^2 de θ que obedece una relación que involucra la I de Fisher, $I_F \cdot e^2 = 1$, donde la medida de información de Fisher es de la forma

$$I_F(\theta) = \int dx f_\theta(x) \left\{ \frac{\partial \ln f_\theta(x)}{\partial \theta} \right\}^2, \text{ i.e.,}$$

$$I_F(\theta) \equiv \left\langle \left\{ \frac{\partial \ln f_\theta(x)}{\partial \theta} \right\}^2 \right\rangle_f \quad (3)$$

Este “mejor” estimador es el llamado estimador *eficiente*. Cualquier otro estimador exhibe un error medido cuadrático mayor. Todos los estimadores deben ser insesgados, es decir, deben satisfacer $\langle \tilde{\theta}(x) \rangle = \theta$. La información de Fisher tiene una cota inferior: no importa cuál parámetro del sistema uno elija para medir, I_F debe ser mayor o igual que la inversa del error cuadrático medio asociado con el experimento. Este resultado,

$$I_F \cdot e^2 \geq 1, \quad (4)$$

³Ronald Fisher fue un estadístico y biólogo británico que empleó las matemáticas para combinar las leyes de Mendel con la teoría de la selección natural, ayudando así a desarrollar una nueva síntesis del darwinismo, conocida como síntesis de la evolución moderna. Fue uno de los fundadores de la genética de las poblaciones.

es conocido como la cota de Cramer-Rao [13, 14].

Es de destacar que muchos trabajos se dedican actualmente a una variedad de aplicaciones físicas de la medida de información de Fisher (I_F) (Véase, por ejemplo, [15, 16, 17]). Frieden y Soffer han mostrado que la medida de información de Fisher provee de un poderoso principio variacional, que conduce a la mayoría de los lagrangianos canónicos de la Física. Además, (I_F) provee una caracterización interesante de la “flecha del tiempo”, alternativa a la asociada a la entropía de Boltzmann [16]. También se puede replicar la estructura de transformada de Legendre de la termodinámica, sin cambios, si uno reemplaza la entropía de Gibbs–Von Neumann-Shannon S_{Sh} por la medida de información de Fisher (I_F), de modo tal que el uso de la medida de Fisher permite el desarrollo de una termodinámica que parece ser capaz de tratar situaciones de equilibrio y de no-equilibrio, de manera similar a la convencional. Desentrañar las múltiples facetas de la información de Fisher y sus vinculaciones a la Física es actualmente un tópico de amplio interés. Además, actualmente se está trabajando en conocer el comportamiento de dicha medida de información cuando se considera la versión discreta de la misma [17], lo que nos permitirá avanzar en sus implicaciones fundamentales, toda vez que esta medida discreta no adolece de los problemas asociados con las distribuciones continuas de probabilidad que, como sabemos, no son invariantes bajo cambios de escala.

- **Entropía:** Aunque existe una gran diversidad de formulaciones empíricas cualitativas de la segunda ley de la termodinámica [18], y que no son totalmente equivalentes entre sí, de forma que ninguna de ellas se ha impuesto como formulación definitiva frente a las demás⁴, lo que es indiscutible es que su formulación cuantitativa en términos de lo que se conoce como Teorema de Clausius es aceptado sin discusión alguna por toda los físicos como la definición universal de entropía de los sistemas macroscópicos en equilibrio termodinámico:

$$dS = \frac{\delta Q^{rev}}{T} \quad (5)$$

Su conexión con la descripción microscópica de dichos sistemas se realiza utilizando dos formulaciones de la Física Estadística diferentes. La **formulación tradicional** parte del teorema de invarianza adiabática del volumen fási-

⁴En el libro citado para definir energía y entropía se pueden encontrar 21 formas distintas de enunciar la segunda ley de la termodinámica donde cada una usa, o no, los términos entropía, calor, trabajo, equilibrio y móvil perpetuo a su conveniencia. Esto da lugar a que podamos catalogar estas definiciones en 5 grupos, en función de que términos están involucrados: 1) Imposibilidades de dispositivos y procesos, 2) Motores, 3) Equilibrio, 4) Entropía o 5) Conjuntos y espacios matemáticos.

co (uno de los teoremas de invarianza adiabática de Poincaré), la hipótesis ergódica (que Paul Ehrenfest demostró en 1914 que no se cumplía), y todo tipo de herramientas asociadas a la mecánica analítica clásica, o sus similares cuánticos (no siempre trivialmente equivalentes), para llegar a conectar ambos mundos mediante la conocidísima entropía de **Boltzmann–Planck**:

$$S_{BP}/k_B = \ln(\Omega) \quad (6)$$

que, por otro lado, y a efectos de ver la generalidad de la misma, podemos indicar que no es más que la aplicación en sistemas físicos de la conocida ley de Weber–Fechner⁵ que cuantifica la relación entre un estímulo físico R y la sensación fisiológica S_{WF} asociada al mismo:

$$S_{WF} = c \cdot \log(R) \quad (7)$$

Siendo c una constante que varía de estímulo a estímulo.

Finalmente, es interesante resaltar que el uso de la escala logarítmica ofrece en física la ventaja de que la entropía de una muestra cualquiera es aproximadamente proporcional al número de moléculas de la muestra (la entropía es aditiva, función homogénea de grado 1, en la variable natural cantidad de sustancia).

Mientras que una segunda formulación, basada principalmente en los trabajos de Edwin Thompson Jaynes [11, 12], que se conoce con el nombre de **Método de la Entropía Máxima** (MaxEnt), parte del trabajo seminal de Claude Elwood Shannon⁶ [3], y el desarrollo conceptual posterior que realizó de León N. Brillouin [9, 10], para relacionar las ecuaciones que conectan la entropía con la función de distribución de velocidades moleculares (Ludwig Eduard Boltzmann y James Clerk Maxwell), la matriz densidad (John von Neumann), etc., llegando así a la que hoy llamamos como **entropía de Gibbs–von Neumann–Shannon**, que es el **valor medio de la autoinformación** que definió Shannon (hay muchas más, por supuesto):

$$S_{Sh}/k_B = \langle -\ln(p_i) \rangle = - \sum_{i=1}^{i=\Omega} \{p_i \cdot \ln(p_i)\} = - \text{Tr}[\hat{\rho} * \ln(\hat{\rho})] \quad (8)$$

⁵Gustav Theodor Fechner fue un filósofo y psicólogo alemán que formuló, en 1860, dicha ecuación

⁶Ingeniero eléctrico estadounidense que formó parte del M.I.T, reconocido como el padre de la teoría de la información con la publicación del artículo “Mathematical Theory of Communication”. Además de esto, también sentó la base de la teoría del diseño de circuitos digitales.

Donde $\hat{\rho}$ es el operador densidad del sistema. Magnitud que, como hemos dicho antes, describe magníficamente nuestra incertidumbre y el comportamiento de los sistemas complejos, de forma que casi todos los libros de Física Estadística escritos desde 1990 hasta ahora utilizan esta segunda formulación.

Para finalizar este apartado es de destacar que en **la autoinformación** que definió Shannon puede usarse la base de logaritmo que se quiera. En particular, si se utiliza logaritmo en base 2 (logaritmo binario), y la señal que se transmite es una señal binaria (es decir de dos estados, $\Omega = 2$), no polarizada (equiprobable), por tanto, que posee la mayor aleatoriedad posible ($p_i = 1/2, \forall i = 1, 2$), entonces:

$$AI(p_i = 1/2) = -\ln(p_i = 1/2) = 1 \quad (9)$$

Que es la definición de bit [binary digit (dígito binario; en menor medida llamado bitio)].

1.2. Introducción histórica al problema.

Este apartado está extraído esencialmente de la Ref. [22]

Las contribuciones al tema de la “Termodinámica de la Información/Computación” de esos dos grandes pioneros de esta rama de la Física y la Tecnología que han sido tanto **Rolf Wilhelm (William) Landauer** como **Charles Henry Bennett** [19, 20, 21, 22], junto con las preciosas e interesantes aportaciones sobre el número de bits que existen en el mundo y soportan los distintos sistemas de almacenamiento de información que realizó el biólogo, filósofo y teórico de la información **Tom Stonier**, cuyos estudios [24, 25] brindan una explicación plausible a los conceptos evolucionistas de Pierre Teilhard de Chardin, o el considerado “último” review canónico sobre el asunto [23] del catedrático **Juan M. R. Parrondo** (Juan Manuel Rodríguez Parrondo) y colaboradores, del Grupo Interdisciplinar de Sistemas Complejos (GISC), del Departamento de Departamento de Estructura de la Materia, Física Térmica y Electrónica, de la Facultad de Ciencias Físicas de la universidad complutense de Madrid, completarían la bibliografía mínima necesaria para conocer el problema.

Finalmente, en la Ref. [26] aparecen las posiciones sobre el tema que defiende Mark Burgin, ya que es muy crítico con la afirmación que están haciendo algunos físicos

de que la información tiene masa [27]:

“Some researchers suggest that information is a form of matter, calling it the fifth state of matter or the fifth element. Recent results from the general theory of information (GTI) contradict this. This paper aims to explain and prove that the claims of adherents of the physical nature of information are inaccurate due to the confusion between the definitions of information, the matter that represents information, and the matter that is a carrier of information”.

Burgin [26] cita nada más y nada menos que a Norbert Wiener (que publicó en 1948 –justo cuando Shannon publicó sus trabajos– un libro titulado “Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine”), de la forma siguiente (Wiener, 1961):

“Information is information, not matter or energy.”

La preocupación sobre el problema de los límites termodinámicos de la computación proviene históricamente de la paradoja del demonio de Maxwell [6, 7, 5, 8, 9, 10] y de darse cuenta de que un bit de información es, de acuerdo con todo lo visto hasta ahora, equivalente a $\Delta S = k_B * \ln(2)$ unidades de entropía, de forma que vale aproximadamente $9,56993 \cdot 10^{-24}$ J/K. Esta evaluación del valor de esa magnitud estaba implícita en los trabajos de Leó Szilárd y fue Claude Shannon quien la hizo explícita con su definición de autoinformación y entropía.

La paradoja del demonio de Maxwell fue descrita por su autor de la siguiente forma [5] (págs. 308-309):

“One of the best established facts in thermodynamics is that **it is impossible** in a system enclosed in an envelope which permits neither change of volume nor passage of heat, and in which both the temperature and the pressure are everywhere the same, **to produce any inequality of temperature or of pressure without the expenditure of work.** This is the second law of thermodynamics, and it is undoubtedly true as long as we can deal with bodies only in mass, and have no power of perceiving or handling the separate molecules of which they are made up. But **if we conceive a being whose faculties are so sharpened that he can follow every molecule in its**

course, such a being, whose attributes are still as essentially finite as our own, **would be able to do what is at present impossible to us**. For we have seen that the molecules in a vessel full of air at uniform temperature are moving with velocities by no means uniform, though the mean velocity of any great number of them, arbitrarily selected, is almost exactly uniform. Now **let us suppose that such a vessel is divided into two portions, A and B, by a division in which there is a small hole, and that a being, who can see the individual molecules**, opens and closes this hole, so as to allow only the swifter molecules to pass from **A** to **B**, and **only the slower ones to pass from B to A**. He will thus, without expenditure of work, raise the temperature of **B** and lower that **A**, in contradiction to the second law of thermodynamics.”

James Clerk Maxwell⁷ planteó este problema [5] para mostrar que nuestra construcción científica se había realizado a partir de lo que éramos capaces de ver y que, tal vez, si tuviésemos la capacidad de observar el mundo de otra manera nuestras leyes o las interpretaciones de las mismas serían distintas. Maxwell, a su vez, no refutó su demonio, más allá de decir que no tenemos la capacidad de manejar individualmente las moléculas.

Esta paradoja causó que varios físicos de la época buscaran la solución a este problema. Una primera aproximación a una posible solución la dio Marian Smoluchowski, el cual apuntó que un mecanismo automático no podría funcionar como un demonio eficaz debido a su propio movimiento browniano. En sus propias palabras:

“Hasta donde sabemos hoy en día, no existe ninguna máquina automática de movimiento perpetuo y de funcionamiento permanente, a pesar de las fluctuaciones moleculares, pero tal dispositivo tal vez podría funcionar regularmente si fuera manejado adecuadamente por seres inteligentes...”

Esta habilidad de los seres inteligentes para violar la segunda ley de la termodinámica trajo consigo la duda sobre la aceptada creencia de que los seres obedec-

⁷Científico escocés que formuló la teoría clásica de la radiación electromagnética, unificando electricidad, magnetismo y luz. También contribuyó en el desarrollo de la termodinámica y de su interpretación microscópica usando la función de distribución de velocidades moleculares de Maxwell-Boltzmann, una forma de describir las propiedades termodinámicas usando la teoría cinética de los gases. Sus descubrimientos sentaron los cimientos de la relatividad especial y la mecánica cuántica, haciendo que muchos físicos lo consideren como el científico del siglo XIX con más influencia en la física del siglo XX.

cen las mismas leyes que otros sistemas materiales.

Leó Szilard, en su famoso artículo, “On the Decrease of Entropy in a Thermodynamic System by the Intervention of Intelligent Beings”, intenta eludir esta idea argumentando que el propio acto de medida trae consigo un aumento de la entropía que es suficiente para compensar la disminución de entropía que surge de aprovechar el resultado de la medida.

Aunque la explicación de Szilard sobre la localización y naturaleza de este aumento de entropía fue algo vaga provocó que se extendiera la idea de que el proceso de medida es un proceso irreversible que trae consigo un aumento de la entropía equivalente a $\Delta S = k_B \ln(2)$ por bit de información adquirido en la medida. Finalmente, fue Léon Brillouin [9, 10] el que delimitó totalmente los efectos que el propio proceso de medida generarían en el demonio [6, 7, 8]

Más adelante, a lo largo de este trabajo veremos que esto no es del todo cierto, puesto que la medida es un proceso que puede llegar a ser completamente reversible, pero el aumento inevitable de la entropía que previene que el demonio viole la segunda ley de la termodinámica proviene del proceso de borrado de información necesario para la realización de la siguiente medida.

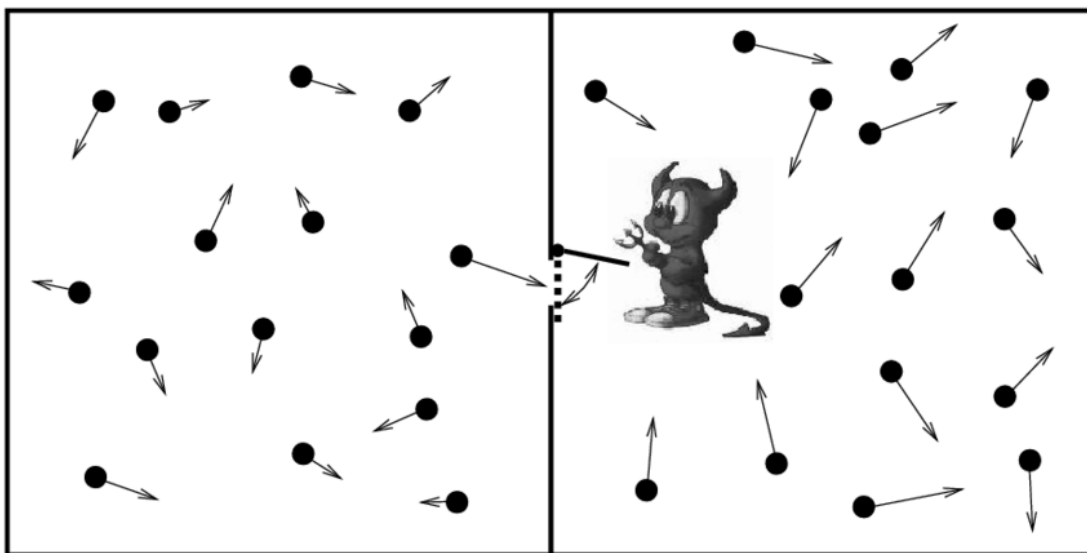


Figura 2: Representación del demonio de Maxwell, donde un pequeño demonio es capaz de determinar la velocidad de las moléculas que atraviesan el hueco entre los recipientes de forma individual y separarlas en dos cavidades, en una las más rápidas y en otras las más lentas, violando, en principio, la segunda ley de la termodinámica.

2. Termodinámica de la Computación.

La información de este capítulo esta extraída de los reviews de divulgación más conocidos de R. Landauer y C. Bennett [20] y [21] sobre la Termodinámica de la Computación.

2.1. Entropía y segunda ley de la termodinámica.

Aunque la segunda ley de la termodinámica se expresó inicialmente como una restricción a la posible conversión cíclica de calor en trabajo, actualmente se entiende como un enunciado fundamental que trata sobre el incremento de la entropía en el universo termodinámico, entendido este como un sistema finito y aislado. De acuerdo con la segunda ley, la entropía del universo termodinámico no puede ser disminuida de ninguna manera; es decir, no puede existir sistema o máquina perteneciente a este universo capaz de reducir la entropía del universo como conjunto, sólo podrá aumentarla o, como mucho, mantenerla constante. Aquellos procesos que aumentan la entropía son los que llamamos irreversibles. En cambio, aquellos que consiguen mantener la entropía constante son los conocidos como procesos reversibles.

Esta ley no impide que alguien sea capaz de disminuir la entropía de un sistema que no sea aislado realizando un trabajo sobre el mismo, pero al realizar ese trabajo aumentará la entropía de otro sistema con el que el primero esté en contacto en una cantidad igual o mayor que la cantidad disminuida en el primer sistema.

Un ejemplo práctico que nos ayudará a entender mejor el concepto de entropía y el de proceso irreversible es la expansión libre. Supongamos una cavidad que esta llena de un gas separada por una pared de otra cavidad vacía del mismo tamaño. Si hiciésemos un agujero en la pared que separa las dos cavidades, el gas se escaparía hacia la cámara vacía hasta que ambas estancias estén igual de llenas. El motivo por el que las moléculas de gas se expanden hasta llenar ambas cavidades es probabilístico, puesto que la igualdad en el número de moléculas en ambos lados no es porque estas se repelan las unas a las otras y esto provoque que se alejen lo máximo posible las unas de las otras, más bien es porque en las numerosas colisiones entre las moléculas y de estas con la pared tienden, de forma aleatoria, a ocupar todo el espacio disponible, hasta que la mitad de ellas están en un lado de

la separación y la otra mitad en el otro. Que esta distribución tenga más que ver con el azar que con la repulsión entre moléculas deja abierta la posibilidad de que todas estas vuelvan a la cavidad de partida a la vez. Pero para un número n de moléculas la probabilidad de que esto suceda es la misma que la de lanzar un número n de monedas y todas caigan de cara⁸, lo que demuestra que la expansión libre es un proceso irreversible: un proceso tal que su marcha atrás, aunque posible en principio, es tan poco probable que se puede afirmar con seguridad que nunca será observada.

Como se ha visto en el Capítulo 1, los conceptos de entropía, aleatoriedad e incertidumbre están relacionados. Pero los primeros enunciados de la segunda ley de la termodinámica no mencionaron la aleatoriedad y la incertidumbre, simplemente estaban enfocados al calor, el trabajo y la temperatura. En la frase de que la entropía del universo tiende a crecer, la segunda ley de la termodinámica nos está diciendo algo tan simple como que el universo (termodinámico) tiende al estado más probable con el paso del tiempo, y la cuantificación de esta idea se logra mediante la identificación, en sistemas aislados, de la entropía termodinámica con la entropía de Boltzmann-Planck (ecuación 6, Capítulo 1).

Charles Bennet dice en el artículo [21] que cualquier molécula que forma parte de una muestra de materia, a una temperatura dada está siempre en movimiento con una velocidad y dirección aleatoria, pero el valor promedio de esta velocidad es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura de la muestra⁹. A medida que la temperatura de la muestra asciende, y por ende la velocidad media de las moléculas, la velocidad individual de cada molécula se distribuye en un rango de valores superior que cuando la velocidad media es inferior. Esto es análogo, en cierto sentido, a lo que sucedía con el rango de posiciones que tenía la molécula en las dos cavidades, que era mayor que cuando estaba confinada en una única cavidad. El movimiento es más caótico a altas temperaturas porque es más difícil de predecir que velocidades tendrá cada molécula. Es por esto que la incertidumbre tanto en la posición como en la velocidad de una molécula debe tenerse en cuenta cuando se quiere calcular la entropía del sistema en el que esta está inmersa. Por ejemplo, la entropía de un gas puede aumentarse dejando que este se expanda sobre un volumen mayor o aumentando su temperatura provocando que el movimiento molecular se vuelva más desorganizado.

⁸La probabilidad de este suceso es de $(\frac{1}{2})^n$. Para hacernos una idea, en un gramo de hidrógeno hay $3 \cdot 10^{23}$ moléculas, lo cual haría que este suceso fuera de $\frac{1}{8^{10^{23}}}$, que a efectos prácticos es casi cero.

⁹Está temperatura debe ser medida desde el cero absoluto.

2.2. Entropía y calor.

Como ya indicamos en el Capítulo 1, el teorema de Clausius es la formulación cuantitativa de la segunda ley de la termodinámica. De forma que, como dice Charles Bennet en el artículo [21], cualquier flujo de calor porta con él un incremento en la entropía proporcional al calor transmitido dividido por la temperatura del sistema en el que la transmisión tiene lugar.

$$dS = \frac{\delta Q^{rev}}{T} \quad (10)$$

Es por eso que un flujo de calor entre un cuerpo caliente hacia uno frío eleva más la entropía del cuerpo frío que lo que disminuye la entropía del cuerpo caliente. Al dividir por la temperatura, la temperatura del cuerpo caliente es superior a la del cuerpo frío y, como el flujo de calor es el mismo para ambos cuerpos, el cociente es inferior para el cuerpo caliente que para el frío. El flujo de calor va siempre de manera espontánea de un cuerpo caliente a uno frío haciendo que la entropía del universo aumente (es otro de los enunciados históricos de la segunda ley).

2.3. Entropía y demonio de Maxwell.

La descripción en base a la transferencia de calor de la entropía nos permite entender de una mejor manera el motivo por el cual el demonio de Maxwell parece violar la segunda ley de la termodinámica.

Debido a su acción, el demonio está provocando un flujo de calor desde el recipiente A hacia el recipiente B , incluso cuando el recipiente B está más caliente que el recipiente A . El demonio, por tanto, está reduciendo la entropía de el recipiente A en una cantidad mayor que lo que disminuye la entropía de el recipiente B , es decir, está reduciendo la entropía del universo (termodinámico, claro).

Maxwell, en la descripción de su demonio, nunca indica que no crea en la validez de la segunda ley de la termodinámica, más bien dice que el ser humano jamás será capaz de violar esta ley, haciendo lo que el demonio hace, puesto que carece de la capacidad del demonio para manejar las moléculas individualmente. Pero esto dejaría la puerta abierta a que un ser capaz de manejar las moléculas de forma individual, si este ser alguna vez llegase a existir, podría violar la segunda ley de la termodinámica.

2.4. Entropía y la solución al demonio.

Una de las maneras en las que se puede descubrir el motivo por el cual el demonio de Maxwell no puede funcionar es analizar y refutar un conjunto de varios mecanismos inanimados simples que, por la forma en la que funcionan, podrían actuar como un demonio de Maxwell. Un ejemplo de esto es el mecanismo de la trampilla con resorte que se ve en la figura 3 (otras pueden encontrarse en las referencias [6, 7]).

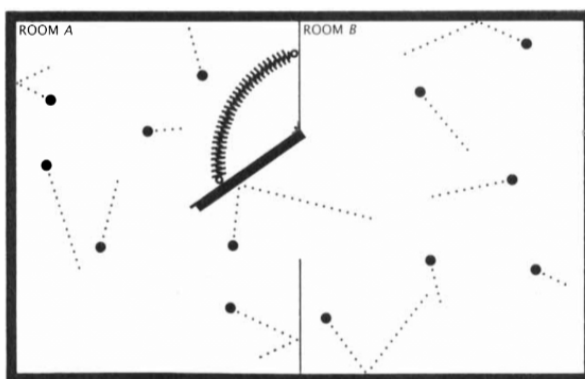


Figura 3: Mecanismo que se asemeja a la función de un demonio de Maxwell pero realizando una desigualdad de presión y no de temperatura. La trampilla con resorte está bloqueando un agujero entre dos cavidades que, inicialmente, contienen la misma cantidad de gas a la misma temperatura. La compuerta sólo se abre en una dirección, permitiendo el paso de las partículas de la cavidad B hacia la A y no viceversa. Alguien podría pensar que, tras un periodo de tiempo, las moléculas se acumularían en A aprovechándose de B , creando una desigualdad en la presión entre ambas cámaras.

Siguiendo el esquema que vemos en la figura 3, supongamos que la trampilla se abre hacia la izquierda, haciendo que, si el demonio funcionara como se supone que debe hacerlo, cada vez que una molécula de la cavidad de la derecha impactase con la compuerta esta oscilaría para abrirse y la molécula podría pasar a la izquierda. Esto provocaría que, eventualmente, todas las moléculas se encontrasen en la cavidad de la izquierda y el demonio habría logrado comprimir el gas, con su consiguiente disminución de entropía, sin realizar ningún trabajo.

¿Cómo desmentimos esta trampilla demoniaca? Bueno, lo primero es decir que el resorte que sujeta la trampilla ha de hacerlo con una fuerza muy pequeña puesto que el trabajo que cuesta abrir la trampilla ha de ser equiparable al promedio de la energía cinética que poseen las moléculas. Ya en 1912, Marian Smoluchowski¹⁰ indicó que debido a que la compuerta es golpeada de forma continuada por moléculas

¹⁰Físico polaco de principios del siglo XX cuya producción científica tuvo una labor fundamental en la descripción de la teoría cinética de la materia. Fue el primero en observar, en 1904,

en cierto punto esta adquirirá su propia energía cinética con el consiguiente movimiento aleatorio. La energía de la trampilla, que la dota de movimiento aleatorio, será la misma que la energía con la que es golpeada por las moléculas haciendo que la puerta se balancee sobre sus bisagras, provocando que se abra y cierre (recordar que la trampilla es muy pequeña) rebotando alternativamente contra su marco y volviendo a abrirse contra la fuerza del resorte.

Cuando la compuerta está abierta, es lógico ver que no funciona como una válvula de único sentido, ya que las moléculas pueden pasar de forma libre en ambos sentidos. Alguien aún podría confiar en que este sistema actuase como un demonio ineficiente, atrapando, al menos, una cantidad superior de moléculas de gas en la cavidad de la izquierda, pero ni siquiera es capaz de esto. Cualquier opción de que la trampilla actuase como una válvula de único sentido, permitiendo sólo el paso de las moléculas de derecha a izquierda, es contrarrestada por la opción opuesta: se cerraría de golpe, empujando una molécula que haya vagado aleatoriamente hasta situarse en frente de la trampilla hacia la cavidad de la derecha, ayudada por la fuerza del resorte.

Los dos procesos vistos en este ejemplo son mecánicamente reversibles, pues el trayecto que haría una molécula de la derecha, mostrado a la inversa, sería el que haría una molécula de la izquierda y viceversa. Si el entorno es como lo describimos, a temperatura y presión constantes, ambos procesos tendrán lugar el mismo número de veces y, por tanto, la capacidad del sistema de actuar como válvula de un único sentido es exactamente cero, por lo que no puede funcionar como demonio.

Obviamente en entornos donde exista una diferencia de presión entre ambos lados el sistema funcionará. Un ejemplo, a gran escala, hecho con compuertas y resortes macroscópicos, puede ser el ventilador de un restaurante diseñado para expulsar el aire cargado de un restaurante impidiendo la entrada de ráfagas de aire del exterior del mismo mientras se encuentra apagado. Un mecanismo microscópico podría funcionar de la misma manera, permitiendo el paso de las moléculas cuando un lado tenga más presión que el otro pero interrumpiendo el flujo en el momento en el que exista un exceso de presión en el lado contrario. Este dispositivo no viola la segunda ley de la termodinámica, porque sólo puede permitir que las presiones se equilibren y nunca podrá formar regiones con una presión superior.

Aunque un simple demonio mecánico no sería capaz de funcionar, tal vez uno inteligente sí. Para muchos autores, la inteligencia era el factor crítico que permitía al demonio funcionar. Un ejemplo era el mismo Smoluchowski, que en un artículo

la existencia de fluctuaciones de densidad en la fase gaseosa y también fue el primer físico en atribuir el fenómeno de la opalescencia crítica a grandes fluctuaciones de densidad.

de 1914 escribía:

“Hasta donde sabemos hoy día, no existe un mecanismo de movimiento perpetuo permanente, automático y efectivo, a pesar de las fluctuaciones moleculares, pero este dispositivo podría, quizás, funcionar correctamente si fuese operado de manera adecuada por un ser inteligente.”

El físico Leo Szilard¹¹ intentó llevar a cabo un análisis cuantitativo de este problema en el artículo publicado en 1929, “On the Decrease of Entropy in a Thermodynamic System by the Intervention of Intelligent Beings”. Aunque por el título del artículo pareciese que un demonio inteligente sería capaz de violar la segunda ley de la termodinámica, al adentrarse en el cuerpo del mismo se descubre que, en realidad, el artículo está destinado a refutar esta idea y a argumentar que ningún ser, inteligente o no, será capaz de hacer tal cosa.

Szilard pensó que **la observación (medida), es decir, la obtención de información por parte del demonio, no podía ser realizada sin llevar a cabo un trabajo suficiente que acarree un aumento en la entropía que impidiese la violación de la segunda ley.** Szilard consideró un demonio que se diferencia del demonio de Maxwell en un amplio número de elementos, por lo que este nuevo demonio se ha llamado el motor de Szilard (el que vamos a describir en este trabajo, según Bennett [21] va a diferenciarse ligeramente del original diseñado por Szilard).

El componente principal del motor que vamos a considerar es un cilindro en cuyo interior se encuentra una molécula en un estado de movimiento térmico aleatorio. Ambos extremos del cilindro se encuentran bloqueados por un pistón y hay una delgada pared móvil que se inserta en el medio permitiendo atrapar a la molécula en un lado del cilindro o en el otro, como se observa en las figuras 4 y 5. El sistema, a su vez, está dotado de un aparato que le permite encontrar en qué mitad del cilindro está la molécula y almacenar esta información en una memoria.

¹¹Físico húngaro-estadounidense con importantes trabajos en física nuclear y biología molecular, es el autor de la carta (firmada también por Albert Einstein, a quién convenció para firmarla) que desembocó en el proyecto Manhattan y en el desarrollo de las bombas atómicas lanzadas sobre Hiroshima y Nagasaki en 1945.

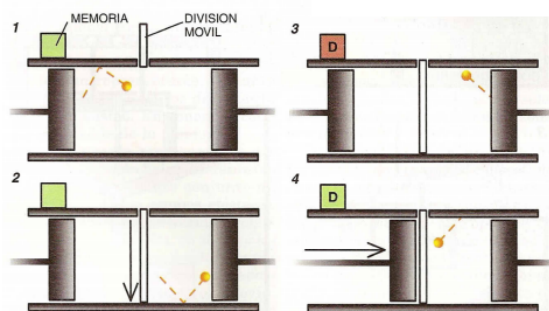


Figura 4: Configuración inicial del motor de Szilard (1) y primeros tres pasos del mismo.

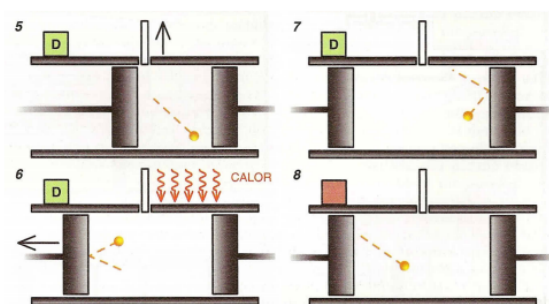


Figura 5: Sigüientes tres pasos del motor de Szilard y estado de configuración final (8).

El ciclo del motor, descrito por Szilard en 1929 y extraído del artículo [21], consta de seis pasos. El primer paso, elemento 2 de la figura 4, se basa en introducir la pared, atrapando la molécula en un lado u otro del cilindro. Szilard dijo que el trabajo necesario para introducir la pared se puede hacer tan pequeño como queramos, por lo que se puede considerar insignificante.

En el segundo paso, correspondiente al elemento 3 de la figura 4, el sistema determina en qué mitad del cilindro queda atrapada la molécula. El sistema de memoria del motor presenta tres estados posibles: uno en blanco, que significa que ninguna medida ha sido realizada, un estado *D*, que indica que se ha detectado la molécula en la mitad derecha, y un estado *I*, que indica que se ha detectado la molécula en la mitad izquierda. Cuando se hace una medida el estado en blanco cambia a uno de los otros dos estados (*D* o *I*).

El tercer paso, conocido como recorrido de compresión y correspondiente al elemento 4 de la figura 4, depende del estado de conocimiento del sistema que ha sido adquirido en el anterior paso. El pistón del lado contrario al que se encuentra la molécula es empujado hasta que llega a tocar la pared. A diferencia de lo que sería el recorrido de compresión de un pistón en un motor de combustión interna cotidiano, el del motor de Szilard no realiza trabajo puesto que el pistón está

“comprimiendo” espacio vacío, puesto que la molécula atrapada en el otro lado no es capaz de generar una resistencia al movimiento del pistón.

En el cuarto paso, correspondiente al elemento 5 de la figura 5, la pared intermedia se retira permitiendo que la molécula se mueva y colisione con el pistón, que en el paso anterior se ha movido hasta estar en contacto con la pared. Cada colisión de la molécula con el pistón ejerce una presión en el mismo.

Ya en el quinto paso, conocido como recorrido de trabajo y correspondiente al elemento 6 de la figura 5, empuja el pistón hacia su posición original, haciendo trabajo para ello. La energía que la molécula da al pistón es remplazada por calor que se conduce por las paredes del cilindro desde el entorno, provocando que la molécula siga moviéndose a la misma velocidad media. El efecto de este paso es la transformación del calor que se encuentra en el entorno en trabajo mecánico hecho sobre el pistón.

Ya, como sexto y último paso del ciclo, correspondiente al elemento 7 de la figura 5, el sistema borra su memoria, volviendo al estado en blanco. Esto hace que el sistema como conjunto vuelva al estado inicial, correspondiente al elemento 8 de la figura 5, del que partimos al comenzar el ciclo, permitiéndonos repetirlo.

Mirando en conjunto, los seis pasos parecen haber convertido el calor del entorno en trabajo, devolviendo el gas y el motor al mismo estado del que partieron al comenzar el ciclo. Si en todo el proceso no han tenido lugar más cambios, la entropía del universo (termodinámico) ha disminuido. Además, en principio, este ciclo se puede repetir tantas veces como el experimentador desee, trayendo consigo una violación de la segunda ley de la termodinámica.

La manera en la Szilard logró salir de esta idea paradójica fue plantear la hipótesis de que el acto de medir, es decir, determinar la posición en la que se encuentra la molécula, tiene asociado un incremento de entropía lo suficientemente grande como para compensar la disminución de esta que se da durante el recorrido de trabajo. Es cierto que Szilard fue algo inexacto a la hora de indicar la naturaleza y dónde se producía este aumento de la entropía pero, en los años posteriores a que publicara su artículo, varios físicos, entre los que cabe destacar a Léon Brillouin¹² y a Dennis Gabor¹³, trataron de fundamentar esta irreversibilidad de la medida que Szilard

¹²Físico francés, autor del libro “*Science and Information Theory*”, que trabajó en diversas áreas de la física como la mecánica cuántica, la propagación de las ondas electromagnéticas en la atmósfera, la física del estado sólido y la teoría de la información. Entre sus aportes está el la aproximación WKB para la resolución aproximada de ecuaciones diferenciales lineales de coeficientes variables, la introducción de las zonas de Brillouin a la física del estado sólido o la aplicación de la teoría de la información a la física y acuñar el término neguentropía, que hace referencia a la entropía que un sistema exporta con tal de mantener baja su propia entropía.

¹³Físico húngaro ganador del premio Nobel, conocido por ser el padre de la holografía. Además,

había postulado. En particular, ellos intentaron determinar cuánto debía ser el coste, en terminos energéticos y entrópicos, de observar una molécula apuntando un haz de luz hacia ella y observando su reflejo.

A lo largo de estos trabajos, tanto Brillouin como Gabor se basaron en una teoría que se había desarrollado desde la época de Maxwell: la teoría cuántica de la radiación. Según la teoría ondulatoria clásica de la luz, en la cual Maxwell hizo contribuciones fundamentales, la energía de un rayo de luz podía ser tan pequeña como arbitrariamente quisiéramos. Pero, de acuerdo con la teoría cuántica, la luz consiste en un conjunto de paquetes energéticos llamados fotones. La energía de un fotón viene determinada por su longitud de onda, siguiendo la expresión:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = hf \quad (11)$$

donde h es la constante de Planck, c la velocidad de la luz en el vacío, f es la frecuencia de la fotón y λ la longitud de onda asociada al fotón. Además, esta teoría indica que es imposible detectar menos de un fotón de luz.

Brillouin argumentó que para poder observar una molécula era necesario que, al menos, un fotón de un haz de prueba fuese dispersado por esta. En el momento en el que ocurre esa dispersión, la energía del fotón se disiparía en forma de calor, produciendo un incremento en la entropía del universo, al menos tan grande como la disminución de entropía que el motor de Szilard podría producir como resultado de la información adquirida sobre la dispersión de la molécula.

Entonces, ¿por qué no usamos un haz de fotones de prueba que tengan muy bajas energías? Bueno, esto es debido a otro resultado, bastante más complicado, de la teoría cuántica de la radiación. De acuerdo con esta teoría, cualquier recipiente cuyas paredes e interior se encuentren, en conjunto, a una única temperatura constante se rellena de un “gas” de fotones: un baño de radiación. Las longitudes de onda de los fotones dependen de la temperatura del recipiente. Es este gas de fotones el que da ese color rojizo o anaranjado del interior de un horno¹⁴.

En primera instancia, el gas de fotones parece una fuente útil de luz que podría ser usada por nuestro demonio para observar las moléculas de gas y así ahorrarse el incremento de entropía asociado al uso de una linterna. Una sorprendente consecuencia de la segunda ley de la termodinámica, descubierta por Gustav Robert

también diseñó el filtro Gabor, que es un filtro lineal que responde a un impulso multiplicando una función sinusoidal por una gaussiana haciendo que así la respuesta este localizada tanto en el dominio espacial como en el de frecuencias, y sus trabajos en la teoría de la comunicación, la óptica física o la televisión en color.

¹⁴En una habitación a temperatura ambiente, la mayor parte de los fotones se encuentran en la zona del infrarrojo del espectro electromagnético, por lo que son invisibles a simple vista.

Kirchhoff¹⁵ en 1859, es que es imposible ver algo en una cámara que se encuentra a una temperatura uniforme por la luz que la propia cámara posee. Sirva de ejemplo la figura 6. Si se observa el interior de un horno en el que se están cociendo unos jarrones de barro, sólo se verá un brillo naranja uniforme, desprovisto casi en su totalidad de contrastes, por mucho que la cerámica de su interior posea brillos, texturas y matices completamente distintos.

Los objetos en el interior del horno se ven como si todos fuesen del mismo color y brillo, cuando realmente no lo son, como se puede ver en la figura 7, que es lo que se vería si se introduce una fuente de luz brillante desde fuera. El motivo por el que los objetos casi desaparecen por la luz del horno es debido a que los objetos no reflectantes brillan proporcionalmente más que lo objetos reflectantes, y esto hace que la intensidad de luz total que sale de cualquier objeto, es decir, la reflejada como la emitida en conjunto, sea la misma.



Figura 6: Imagen del interior de un horno cerámico cuando no se observa usando una fuente de luz externa más caliente que la temperatura a la que se produce la cocción. Imagen del artículo [21].

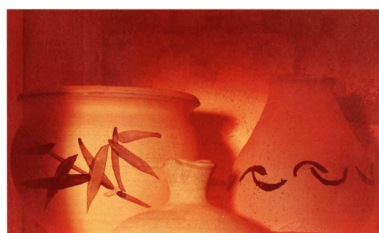


Figura 7: Imagen del interior de un horno cerámico cuando se observa usando una fuente de luz externa más caliente que la temperatura del horno. Imagen del artículo [21].

Para entender por qué esta extraña nivelación de la intensidad de la luz debe tener lugar vamos a suponer que no ocurre y qué sucedería con la segunda ley de la

¹⁵Físico prusiano, inventor del espectroscopio y, junto a Robert Bunsen, descubridor del rubidio y el cesio por métodos espectrales. Además, hizo aportaciones a la teoría de circuitos eléctricos, con las leyes que llevan su apellido, la teoría de placas, la espectroscopia, la emisión de radiación del cuerpo negro y la termodinámica, donde demostró que la variación del calor de una reacción química con la temperatura viene dada por la diferencia de capacidad calorífica entre productos y reactivos.

termodinámica si esto pasase.

Supongamos que dos objetos, un florero y una olla, se colocan cerca en el interior de un horno a una temperatura uniforme. Si la intensidad luminosa saliendo del florero hacia la olla fuese superior a la que sale de la olla hacia el florero, por ejemplo, la energía iría del florero hacia la olla, haciendo que la olla se calentase y el florero se enfriase. Por tanto, sin hacer uso de ningún trabajo, dos regiones que una vez estuvieron a la misma temperatura pasarían a estar a diferentes temperaturas, como si el demonio de Maxwell se hubiese sentado en el medio de ambos objetos y la segunda ley de la termodinámica hubiera sido violada. Por consiguiente, si la segunda ley de la termodinámica es válida, los objetos que se encuentran en una cámara que está a temperatura uniforme no pueden presentar una intensidad de luz superficial distinta. Para conseguir ver los objetos en el interior de un horno, entonces, deberemos usar una luz más brillante proveniente de una fuente externa, como una linterna que está conformada por un filamento incandescente que está más caliente que la temperatura interna del horno. En nuestro día a día, fuentes de luz, como el sol o los fluorescentes, nos permiten ver objetos en cámaras que tienen una distribución uniforme de temperaturas, como puede ser una habitación.

Brillouin, Gabor y otros, haciendo uso de sus conocimientos sobre el gas de fotones, argumentaron que el demonio de Maxwell no podría observar las moléculas que clasifica sin hacer uso de una fuente de luz, y es por esto, que decían que el demonio no podría violar la segunda ley de la termodinámica. Cada vez que el demonio observa una molécula él deberá disipar la energía correspondiente, al menos, a un fotón, cuya energía tiene que ser superior a una energía mínima, determinada por la temperatura del gas en el que el demonio se sienta. Aunque como argumento no es completamente riguroso, parece sostener la idea de Szilard de que adquirir una cantidad dada de información implica producir una cantidad correspondiente de entropía.

2.5. Entropía y operaciones lógicas.

El siguiente gran avance para exorcizar al demonio surgió como un efecto colateral de una de las investigaciones que Rolf Landauer¹⁶ llevó a cabo en los laboratorios

¹⁶Físico germano-estadounidense que realizó importantes contribuciones en diversas áreas de la termodinámica del procesamiento de la información, la física de la materia condensada y la conductividad en medios desordenados. En 1961 descubrió el principio de Landauer, relevante en múltiples áreas como la computación reversible, la información cuántica y la computación cuántica. Además, también es el responsable de la fórmula de Landauer, que relaciona la resistencia eléctrica de un conductor con sus propiedades dispersivas.

de IBM sobre la termodinámica del procesamiento de información. Ciertas operaciones de procesamiento de información, como puede ser el copiado de datos de un dispositivo a otro, son análogas al proceso de medida. En este caso un dispositivo estaría adquiriendo información sobre el estado en el que se encuentra el otro dispositivo. Es por esto que, en la década de 1950 se creía, de forma general, que las operaciones de procesamiento de información eran intrínsecamente irreversibles, en el sentido termodinámico, del mismo modo que Szilard había dicho que el proceso de medida, de manera general, era irreversible. Se pensaba que para cualquier operación de tratamiento de datos se requería generar, al menos, un bit de calor por cada bit de información que era procesado¹⁷.

El principio de Landauer, enunciado en 1961, establece que **toda operación de procesamiento de información que implique un borrado o destrucción de información tiene un coste energético mínimo inevitable**, dado por $k_B T \ln(2)$ por bit borrado, donde k_B es la constante de Boltzmann y T es la temperatura termodinámica del sistema. Este coste energético está relacionado con el aumento de entropía del entorno y es intrínsecamente irreversible. Cuando hablamos de eliminación de información nos referimos al proceso por el cual pasamos de tener dos situaciones que previamente eran distinguibles y luego pasan a ser indistinguibles. Un ejemplo de esto es la puerta lógica *and*¹⁸. La información sólo puede ser destruida en sistemas físicos con disipación o fricción, puesto que siempre que la información es destruida una cantidad determinada de energía debe ser disipada, usualmente en forma de calor.

Una operación sin borrado de datos podría efectuarse, en principio, de forma reversible. En un procesamiento completamente reversible, cada operación puede deshacerse sin pérdida de información. Ejemplos de operaciones reversibles incluyen algunas operaciones lógicas en computación cuántica, ciertos algoritmos diseñados para minimizar la disipación de energía y el copiado de datos sin destruir o borrar los datos originales.

¹⁷Esta es una cantidad increíblemente pequeña de calor generado. Como ya advertimos en la página 9 del Capítulo de Introducción de este TFG a la temperatura $T = 1000$ K sería de $Q = T\Delta S = 10^{-20}$ J.

¹⁸Una puerta lógica *and* es un dispositivo que presenta dos líneas de entrada, cada una de las cuales puede estar en el estado 1 o 0, y una única línea de salida, cuyo valor depende de los valores en las líneas de entrada. Si ambas entradas es 1 devolverá un 1 como resultado, en cualquier otro caso, es decir, si una de las dos entradas o las dos son 0, el dispositivo devolverá un 0. Esto indica que cada vez que la salida es un 0 hemos perdido información, puesto que no podemos deducir el estado inicial del sistema.

Como hemos visto antes con el ejemplo de la puerta lógica *and*, cualquier dispositivo de este estilo, es decir, una puerta lógica que presente más canales de entrada que de salida, inevitablemente descarta información, ya que no podemos deducir los valores de entrada con el valor de salida. Por tanto, siempre que usamos una de estas puertas estamos disipando energía al ambiente. La pregunta que surge es si este tipo de operaciones irreversibles son necesarias e indispensables para la computación, puesto que de ser así cualquier tipo de computación que llevemos a cabo tendrá que disipar una cantidad mínima de energía.

En 1973, Charles Heryn Bennet¹⁹ mostró que no eran indispensables las operaciones irreversibles para la computación. Esta conclusión ha sido demostrada a través de múltiples modelos. Uno de los más fácil de describir es el que esta construido sobre elementos reversibles, como las puertas de Fredkin²⁰. Este mecanismo no descarta información y se pueden deducir los elementos de entrada a partir de los de salida.

Fredkin²¹ mostró que cualquier dispositivo lógico que se necesitase en computación se podía construir como una sucesión concreta de puertas Fredkin, aunque para que la computación funcionase correctamente es necesario que ciertas líneas de entrada de alguna de las puertas tenga un valor prefijado.

Este tipo de puertas tienen más canales de salida que las puertas que simulan. En el proceso de computación, generan un conjunto de bits de información que aparentemente no tienen uso a los que llamamos bits basura. Estos bits, de alguna manera son limpiados de la computadora si los volvemos a usar, pero si los borramos tendrá un coste asociado como energía disipada, que es lo que estamos tratando de eludir.

¹⁹Físico estadounidense, miembro del IBM, con un papel destacado en la aclaración de las interconexiones entre la física y la información, especialmente en el ámbito de la computación cuántica, aunque también en los autómatas celulares, que son un modelo matemático y computacional para sistemas dinámicos que evolucionan en pasos discretos, y en la computación reversible. Junto a Gilles Brassard estableció el concepto de criptografía cuántica.

²⁰Sistema compuesto por tres canales de entrada y tres de salida. La entrada en una línea, que se llama canal de control, pasa sin cambios a través de la puerta. Si el canal de control se establece en 0, la entrada de las otras dos líneas también pasa sin cambios. Sin embargo, si la línea de control es 1, las salidas de las otras dos líneas se conmutan.

²¹Informático y físico estadounidense, fue de los primeros pioneros de la física digital, que es una idea que dice que el universo puede ser concebido como un gran dispositivo de computación digital o como el resultado de un programa informático determinista o probabilístico. Sus principales contribuciones fueron en las áreas de la computación reversible, donde la puerta de Fredkin supuso un gran avance, y en autómatas celulares.

Actualmente, estos bits presentan importancia, ya que una vez hemos almacenado el resultado de la computación, que se encuentra en la línea normal de salida de bits, simplemente hacemos que la computadora actúe en sentido contrario, utilizando los bits basura y los correspondientes a la línea de salida como entrada. Esto lo podemos hacer porque estamos trabajando con puertas lógicas reversibles. Al hacer este proceso no se descarta ningún tipo de información y nos permite llevar a la computadora al estado de partida, completando así lo que llamaremos un ciclo de computación sin disipar energía.

Aunque lo que hemos descrito es un conjunto de operaciones lógicas, podemos imaginarnos un sistema que opere como una puerta de Fredkin, sirva de ejemplo la figura 8.

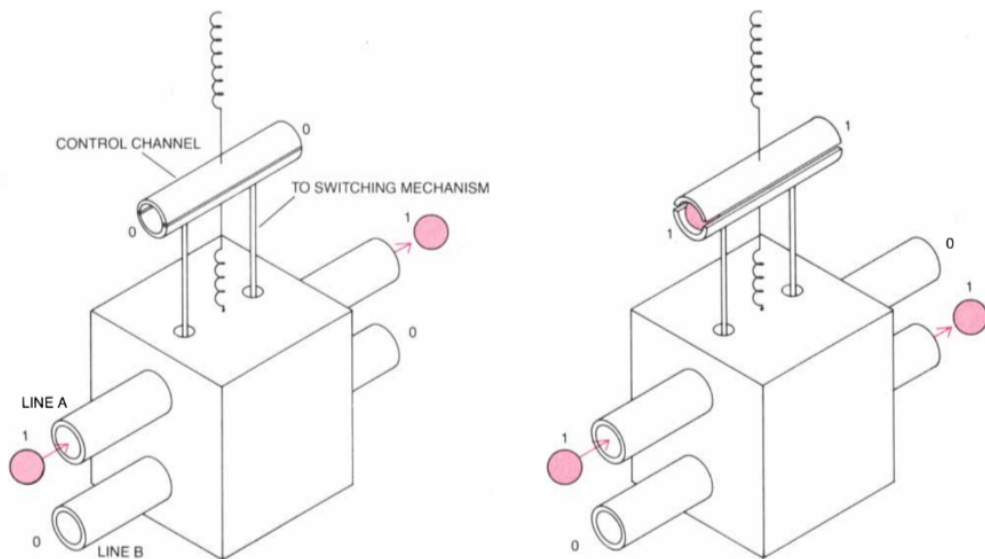


Figura 8: El sistema físico que funciona como una puerta de Fredkin representa un bit de información con la presencia (1) o ausencia (0) de una pelota. El canal de control es un segmento estrechado de la tubería dividido longitudinalmente. Una pelota en este segmento empuja las mitades de la tubería, actuando como un dispositivo de intercambio, regulado por muelles ideales que no disipan energía. La energía utilizada para comprimir el muelle se recupera cuando la pelota sale del canal. Las pelotas se mueven en sincronía, y al finalizar la computación, se empujan de vuelta, reiniciando el sistema. Imagen del artículo [20].

Si el sistema antes descrito es sumergido en fluido viscoso ideal, las fuerzas de fricción que afectarán a las bolas serán proporcionales a su velocidad; no habría fricción seca. Por tanto, la fuerza de fricción a la que se encontrará sometida la bola será muy débil si movemos la misma lentamente. En cualquier sistema mecánico,

la energía que debemos aportar a un sistema para vencer el rozamiento es igual a la fuerza de rozamiento multiplicada por la distancia que recorre el sistema. Si movemos las bolas a través de una puerta de Fredkin a una baja velocidad, la energía gastada será pequeña, porque la fuerza de fricción es directamente proporcional a la velocidad de las pelotas. Por lo que podemos gastar tan poca energía como queramos, simplemente alargando el tiempo que nos lleva hacer las operaciones. Por lo que no hay ninguna energía mínima que se deba gastar en realizar las computaciones dadas.

Como hemos visto, la energía perdida en este modelo es muy poca si la máquina opera muy lentamente. La pregunta que surge es, ¿se puede llegar a diseñar una máquina más idealizada que pueda operar sin fricción? ¿O, en su defecto, la fricción es imprescindible en la computación? Fredkin, junto con otros investigadores del M.I.T, demostraron que no es necesaria la fricción para computar.

Como podemos ver en la figura 9, su idea fue hacer computación disparando bolas de billar ideales, perfectas y sin fricción que reboten de unas con las otras.

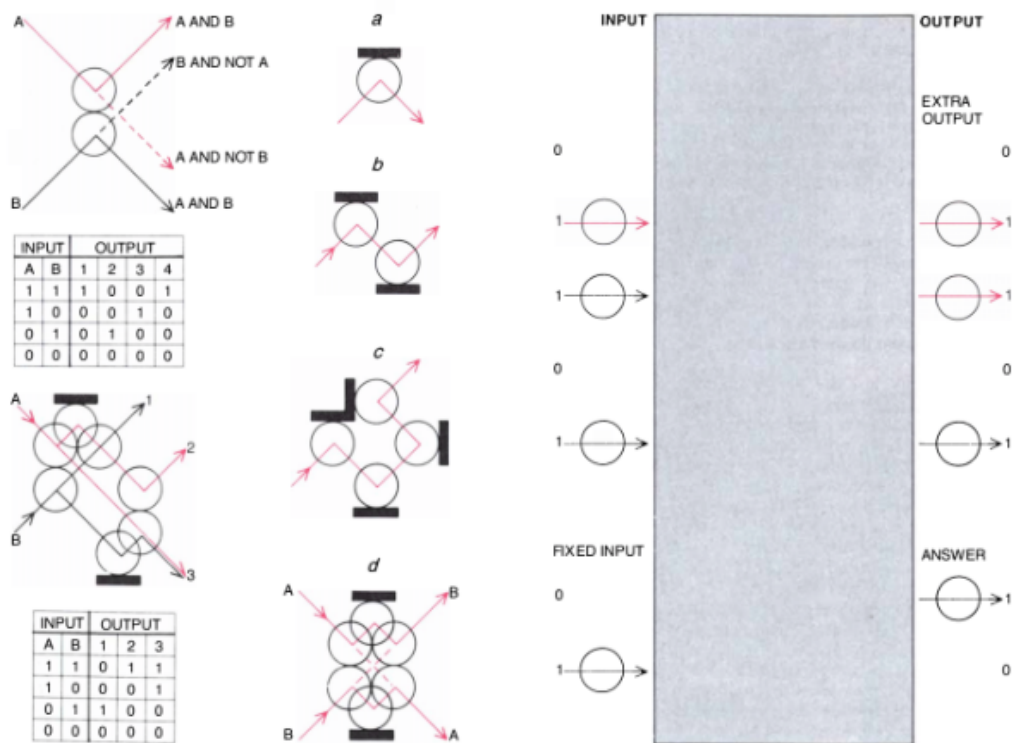


Figura 9: Modelización de un computador por el sistema de bolas de billar. Imagen del artículo [20].

En este modelo, un conjunto de “espejos” reflectantes perfectos²² están colocados de manera que las bolas simulen el movimiento de los bits de información a través de distintas puertas lógicas. Como en el sistema anterior, la presencia de una bola en una posición determinada indica un 1 y, en caso contrario, un 0. Si se da la situación de que dos bolas llegan a la vez, colisionan y sus trayectorias variarán; sus nuevas trayectorias representan las salidas de las puertas.

Este sistema presenta un fallo: es extremadamente sensible a cualquier pequeño error. Si una de las bolas se desvía ligeramente o uno de los espejos tienen un ángulo ligeramente equivocado, las trayectorias de las pelotas se perderán. Con que una o más bolas estén fuera de su camino previsto, y, a su debido tiempo, se acumularán tantos errores que provocarán que la computación sea inválida. Por tanto, aunque consiguiéramos hacer bolas de billar de las características necesarias, la pequeña cantidad de energía que tengan sus moléculas será suficiente como para provocar errores después de una docena de impactos. Por supuesto que podríamos instalar un conjunto de sistemas de corrección que devolviese las bolas a sus caminos supuestos, pero con esto estaríamos destruyendo información de la historia de la trayectoria de la bola. Y el proceso de eliminar información, aunque sea para corregir un error, sólo se puede dar en sistemas con fricción y con pérdida de energía, es decir, cualquier dispositivo de corrección disipa algo de energía.

Muchas de estas dificultades pueden reducirse al extremo si usamos partículas microscópicas como bolas de billar. Las leyes cuánticas, que permiten restringir la partícula a un conjunto limitado de estados de movimiento, podrían eliminar la posibilidad de que las partículas pudieran desviarse por una pequeña cantidad de energía.

Aunque, inicialmente, la discusión se había construido sobre la dinámica clásica, muchos investigadores han propuesto otro conjunto de ordenadores reversibles basados en la mecánica cuántica. Estos ordenadores, sin embargo, sólo han sido descritos de una forma muy abstracta. Esencialmente, las partículas en estos ordenadores estarían entrelazadas, por lo que las leyes de la mecánica cuántica dictarían sus interacciones pudiendo tomarse como un análogo preciso de las reglas que describen las predicciones de las salidas de las puertas lógicas. Por ejemplo, usar partículas con espín, asignándoles el 1 o el 0 a distintos estados del espín.

Hasta aquí hemos discutido lo relativo al procesamiento de información. Pero esta información debe ser almacenada. La interacción que existe entre el almacena-

²²Llamamos espejos a superficies (paredes) encargadas de redirigir el movimiento de las bolas.

miento y el procesamiento de información es muy bien descrita por el dispositivo conocido como máquina de Turing. Este tipo de máquinas están diseñadas de tal forma que pueden llevar a cabo cualquier proceso de computación que pueda llevar a cabo un ordenador²³. Bennett, demostró, en sus trabajos, que es posible construir una máquina de Turing reversible, es decir, una máquina de Turing que no descarta información y funcionar gastando el mínimo de energía que deseemos. No toda máquina de Turing es reversible, pero una máquina de Turing reversible sí que puede realizar cualquier proceso de computación. Este tipo de máquinas tienen una gran ventaja sobre el sistema de bolas de billar y es que se aprovechan esa energía térmica, ya que están construidas para hacer uso de ella, junto con una mínima fuerza motriz, para mover la máquina de un estado a otro. El progreso de cálculo de estas máquinas se asemeja al movimiento de un ion suspendido en una solución que se mantiene en un campo eléctrico, en un corto plazo de tiempo el movimiento parece aleatorio, pero realmente tiene más tendencia a moverse en una dirección que en otro, ya que el campo eléctrico le da una dirección de movimiento.

A primera vista parece imposible que un conjunto secuencial funcional de operaciones, como las relativas a la computación, puedan darse en un aparato en cuyo movimiento es aleatorio, en su mayoría. Pero, este tipo de operaciones es bastante común en el mundo de las reacciones químicas donde las cosas se rigen por el movimiento browniano y el movimiento térmico aleatorio. Podemos ver como funciona una máquina de Turing basada en el movimiento browniano observando una que ya existe en la naturaleza, la ARN polimerasa, la enzima que ayuda a construir copias de ARN a partir de los genes que constituyen el ADN. Una banda de esta máquina la constituye una de las cadenas del ADN, que es una molécula formada por cadenas construidas con lo que se conoce como bases, adenina, guanina, citosina y timina (abreviadas A, G, C y T). El ARN es una molécula de cadena similar, formada por otras cuatro bases, adenina, guanina, citosina y uracilo, abreviada con U, uniéndolas a su base de ADN “complementaria”. La ARN polimerasa se encarga de canalizar esta reacción. La hélice de ADN suele estar rodeada por una disolución que contiene un gran cantidad de moléculas de nucleótidos trifosfatos. La ARN polimerasa elige de esta disolución una única base de ARN que sea complementaria a la de ADN que está leyendo. Una vez la enzima acopla esta base al resto de la cadena de ARN y libera los pirofosfatos a la disolución avanza un escalón en la cadena de ADN y se prepara para añadir una nueva base de ARN. Sin esta enzima, las reacciones serían mucho más lentas y no podríamos garantizar

²³El lector interesado en conocer más detalles sobre las máquinas de Turing lo encontrará en el apéndice A.

que el ARN y el ADN fuesen complementarios. Esta reacción es reversible, ya que otras enzimas se encargan de coger los iones de pirofosfato libre y los combina, de nuevo, con la última base de la cadena de ARN y libera la molécula resultando a la disolución, provocando que se vuelva un escalón hacia atrás en la tira de ADN. En el equilibrio, ambos pasos se dan con la misma frecuencia.

Estas máquinas de Turing basadas en el movimiento browniano no están libres de error. Por ejemplo, se pueden dar reacciones que no son catalizadas por enzimas. En principio, estos errores pueden ser eliminados construyendo una máquina de Turing browniana a partir de un mecanismo de relojería rígido y sin fricción. Esta máquina es menos idealizada que el sistema basado en bolas de billar pero más que el enzimático. Por un lado, sus partes no necesitan ser construidas de forma perfecta, como sí tiene que ser en el caso de las basadas en el sistema de bolas de billar. Las partes encajan ligeramente juntas por lo que la máquina puede operar aunque haya una gran cantidad de ruido térmico. Aun así, las partes deben ser perfectamente rígidas y libres de fricción seca, propiedades que no se encuentran en el mundo macroscópico. Debido a que las piezas encajan ligeramente juntas, estas se mantienen en zonas, no por fricción sino porque los escalones o ranuras de su entorno, como se ve en la figura 10.

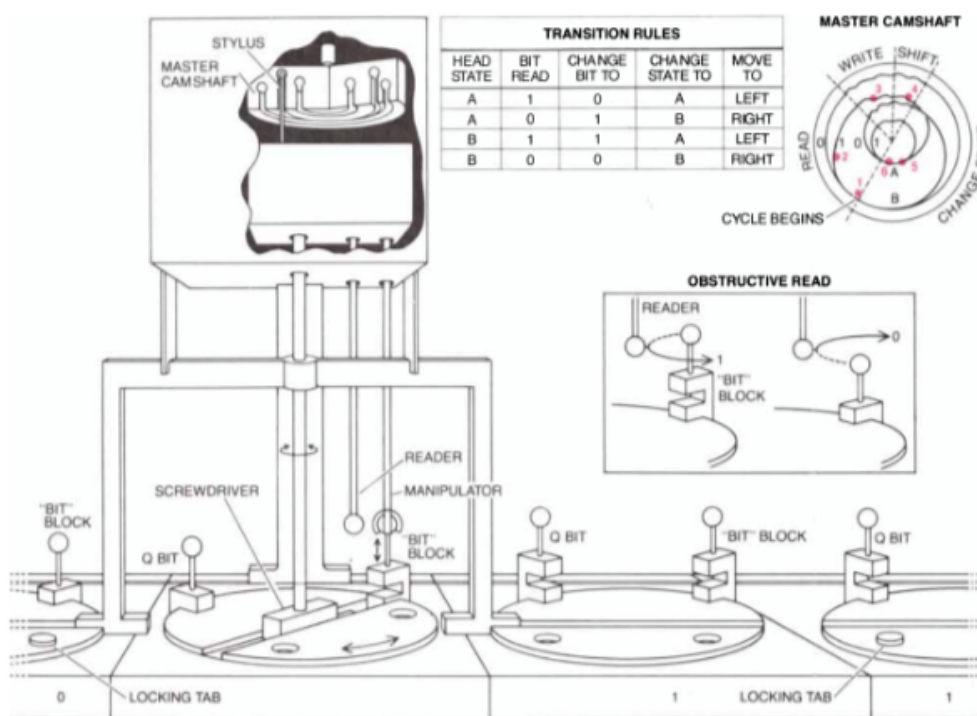


Figura 10: Modelización de una máquina de Turing con engranaje de reloj. Imagen del artículo [20].

A pesar de que cada pieza del mecanismo puede vibrar ligeramente, en conjunto el sistema solamente puede seguir el camino computacional. Esto quiere decir que la máquina sólo puede hacer dos movimientos a gran escala, el correspondiente a los pasos hacia delante en la computación y los inversos. El ordenador sólo hace sus transiciones debido a los movimientos térmicos aleatorios accidentales, sesgados por una pequeña fuerza externa, que es la que lleva la computación hacia delante²⁴.

Por tanto, siguiendo un análisis clásico desde el punto de vista termodinámico, no hay un mínimo de energía requerido en orden de llevar a cabo la computación. ¿Está esto en conflicto con la teoría cuántica? A fin de cuentas, el principio de incertidumbre nos indica que hay una relación inversamente proporcional entre el desconocimiento de cuánto tiempo tarda en realizarse un proceso y la energía gastada por el mismo. Algunos investigadores, como se ve en el artículo [20], han sugerido que cualquier proceso de conmutación ocurre en un pequeño lapso de tiempo debe involucrar un gasto mínimo de energía. Aún con esto, este principio no requiere un mínimo de energía en procesos extremadamente rápidos, por lo que incluso en procesos cuánticos extremadamente rápidos pueden tener lugar sin pérdida de energía. Sirva como prueba el desarrollo de modelos de ordenadores cuánticos reversibles mencionados previamente.

Si ni el principio de incertidumbre ni la termodinámica clásica imponen límites, ¿esto quiere decir que no hay límites? Nada más lejos de la realidad, ya que las verdaderas limitaciones se encuentran asociadas a preguntas mucho más complejas que las planteadas con anterioridad. Algunos ejemplos son, ¿una operación lógica básica requiere un mínimo de tiempo? ¿Cuál es el tamaño más pequeño que puede tener un aparato que pueda llevar a cabo estas operaciones? Las respuestas a estas preguntas tienen que ver con la relación que existe entre las escalas de tamaño y tiempo, es decir, con la velocidad de la luz, objetivo que queda muy lejos de lo planteado por el trabajo actual.

Por otro lado, otras preguntas complejas son ¿cuán grande podemos hacer la memoria de un ordenador? ¿Cuántas partículas del universo podemos traer y mantener unidas con este propósito? Estas preguntas son determinantes porque el tamaño de la memoria de un ordenador limita la precisión con la que podemos calcular.

²⁴Como siempre, esta fuerza puede ser tan pequeña como deseemos y no existe un mínimo de energía necesario para que la máquina funcione.

El proceso de deterioro que inevitablemente ocurre en los ordenadores reales nos lleva a otra pregunta relacionada con lo anterior: ¿Podemos limitar el deterioro tanto como deseemos o este impone un límite al tiempo máximo que podemos dedicar a un cálculo? Estas preguntas plantean límites físicos a la ejecución de operaciones matemáticas.

2.6. Entropía y borrado de memoria.

Como ya hemos visto, con el fin de condensar un estado lógico de la computadora uno debe también condensar su estado físico, es decir, debe reducir la entropía del hardware. Siguiendo la segunda ley de la termodinámica, esta caída en la entropía del hardware no puede darse sin un incremento de la entropía del entorno que la compense. por lo tanto, no se puede borrar un registro de memoria sin generar calor y aumentar la entropía del entorno. **Borrar una memoria es una operación termodinámicamente irreversible.**

Landauer identificó una gran cantidad de operaciones irreversibles. Todas estas operaciones tienen en común que descartan información del pasado del ordenador. La conexión que tienen estas ideas con el problema de la medida, implícito en los trabajos de Landauer y en los modelos reversibles de computación explicados arriba, se volvió explícita en 1982, cuando Charles Bennet, como se ve en el artículo [21], dio la solución correcta al demonio de Maxwell. Volvamos al ciclo que hacía el motor de Szilard. En el último paso, en el que el sistema vuelve al estado en blanco (8), es lógicamente irreversible, porque está haciendo que dos estados de la memoria de la máquina (molécula a la derecha y molécula a la izquierda) colapsen en uno (la posición de la molécula no ha sido medida aún). Por tanto, el sistema no es capaz de volver a su estado inicial sin añadir, al menos, un bit de entropía al entorno. Esto hace que todo el trabajo obtenido se convierta en calor de vuelta.

¿Qué pasa con la medida? ¿Tiene coste termodinámico también? En ese caso el motor añadiría entropía al universo dos veces: una vez al determinar la posición y otra vez al volver al reiniciar el sistema. Aunque hay maneras de hacer la medida de forma reversible.

Por tanto, hemos llegado a por qué el demonio no puede violar la segunda ley de la termodinámica: para poder observar la molécula, el ser debe olvidar los

resultados de la anterior medida. Olvidar resultados o eliminar información tiene su coste. Si el demonio tiene una amplia memoria (infinita), simplemente, podría recordar los resultados de todas las medidas. Esto haría que no hubiera pasos lógicos irreversibles y el sistema transformase un bit de calor en uno de trabajo en cada ciclo. Pero hay un problema y es que, realmente, no describiría un ciclo per se. La interpretación correcta, termodinámicamente hablando, sería que el sistema aumenta la entropía de su amplia memoria (infinita) con tal de disminuir la entropía del entorno.

3. Conclusiones.

A lo largo de este trabajo, hemos abordado detalladamente la naturaleza de la relación entre la entropía y la información, repasando en un primer capítulo de introducción las definiciones clásicas de **entropía termodinámica** (teorema de Clausius), la **autoinformación** de Shannon y su **entropía de Gibbs-von Neumann-Shannon** asociada (valor medio de dicha autoinformación), o la medida de información de Fisher, la definición de 1 bit o el nacimiento del "demonio de Maxwell", que fue el primer intento de violar la **segunda ley de la termodinámica**.

Por otro lado, es de destacar que el concepto de probabilidad bayesiana (A POSTERIORI) que se utiliza en el **Método de Entropía Máxima** (MaxEnt), que desarrolló Edwin Thompson Jaynes tras los trabajos seminales de Claude Elwood Shannon y el desarrollo conceptual posterior que realizó Léon N. Brillouin, es la consecuencia de utilizar un principio variacional como método de inferencia estadística para obtener los potenciales termodinámicos y las correspondientes primeras derivadas (ecuaciones de estado energética, térmica y másica), así como las oportunas segundas derivadas (funciones respuesta, que divergen en los puntos críticos). Por tanto, esta metodología, que es la que se usa en la docencia de la Física Estadística en la Universidad de Valladolid, conecta dichas medidas de información (Shannon y Fisher), puesto que ambas se basan en esa premisa: utilizan la teoría de la estimación como método de obtener información acerca de los parámetros físicos de los que depende el sistema a estudiar.

Esta metodología contrasta claramente con la tradicional, donde, tras un larguísimo rodeo plagado de todo tipo de trampantojos matemáticos, debe postularse A PRIORI una probabilidad asociada a los microestados que caracterizan el comportamiento del sistema, o no se puede avanzar en absoluto.

Así pues, este trabajo nos ha mostrado que debemos continuar en nuestra tarea de conectar ambos tipos de información, para ver qué nos aportan diferentemente sobre el comportamiento de los sistemas reales (complejos en general).

En un segundo capítulo, hemos repasado las cruciales aportaciones al tema que hicieron los empleados de IBM Corp. Rolf. W. Landauer y su discípulo Charles H. Bennet, que con el así llamado "**principio de Landauer**" y su posterior aplicación a la computación establecieron las bases de lo que hoy se conoce como "**Termodinámica de la Computación**".

Recordemos que el "principio de Landauer" es un principio físico que establece una cota inferior teórica para el consumo de energía de la computación. Indica

que: “cualquier manipulación lógicamente irreversible de información, tal como la eliminación de un bit o el fusionado de dos caminos de computación, debe ir acompañado por un aumento de entropía, ya sea en grados de libertad que no contienen información del aparato que procesa dicha información o en su entorno”.

Este principio proporciona, por tanto, la cantidad mínima posible de energía $Q = \Delta E$ asociada al proceso de borrado de un bit de información:

$$\frac{Q}{T} = \frac{\Delta E}{T} = \Delta S = k_B \cdot \ln 2$$

Borrar una memoria es una operación termodinámicamente irreversible, y esto es la consecuencia de que la memoria de los computadores no puede ser físicamente infinita, ya que, si así fuera, no sería necesario borrar la memoria física. Como consecuencia del principio de Landauer, se concluye que **un demonio de Maxwell no puede funcionar, pues no es capaz de operar cíclicamente sin efectuar un borrado de memoria.**

A. Máquina de Turing.

La información de este capítulo pertenece al libro [28] (Apartado 2.2)

A.1. Definición.

Una máquina de Turing es un artificio matemático creado por Alan Turing²⁵ en 1936 con la intención de probar los límites de la computación, que acabó desembocando en la así llamada tesis (o conjetura) de Church-Turing²⁶ [29].

La definición de computabilidad haciendo uso de la máquina de Turing se ha convertido en el enunciado más claro de la computabilidad, ya que en términos simples “cualquier algoritmo computable es computable por una máquina de Turing”.

El poder de la máquina de Turing proviene de su simplicidad. Está diseñado como la máquina informática conceptual más simple. Tiene un programa fijo y un medio de almacenamiento infinito en forma de cinta. Comienza con los datos de entrada escritos en la cinta y termina con la salida en la cinta. No tiene ninguna otra comunicación con el mundo exterior. Es posible que la máquina nunca se detenga. A pesar de esta simplicidad, Turing diseñó una máquina de Turing universal, cuyas características vamos a resumir a continuación.

A.2. Estructura de una máquina de Turing.

Una máquina de Turing genérica consiste en una máquina con un número de estados finitos la cual interactúa con un medio de almacenamiento de datos infinito. (Precisamente ese es el problema. R. Landauer y C. Bennett han demostrado que la irreversibilidad en la computación aparece como consecuencia de tener que borrar la memoria, toda vez que es físicamente imposible tener un medio de almacenamiento – memoria – que sea infinito). Este medio toma la forma de una cinta

²⁵Matemático británico considerado uno de los padres de la computación y precursor de la informática moderna. Formalizó los conceptos de algoritmo y computación a través de la máquina que lleva su nombre. Durante la Segunda Guerra Mundial trabajó descifrando los códigos nazis, en especial los de la máquina Enigma.

²⁶En teoría de computación, la tesis de Church-Turing trata sobre la naturaleza de las funciones computables. Esta tesis afirma que una función sobre los números naturales se puede calcular de una manera eficaz, si y sólo si, es computable en una máquina de Turing. Existe una variación de esta tesis dentro del ámbito de la física que indica que toda función físicamente computable es computable en una máquina de Turing [29].

ilimitada en la cual los símbolos pueden ser escritos y leídos de vuelta a través de un cabezal de lectura/escritura. Uno de estos símbolos siempre es el símbolo en blanco, que llena toda la cinta a excepción de una sección finita de la misma.

El programa de una máquina de Turing es la máquina de estados finitos. Este es, en efecto, una tabla de búsqueda con dos índices. Uno de los índices es el símbolo leído de la cinta y el otro es el estado de la máquina. Este estado queda almacenado en la memoria interna de la máquina de Turing y debe ser un valor finito.

El cabezal de lectura/escritura de la máquina se mueve a lo largo de la cinta por pasos, en cada uno de los cuales lee el símbolo que tiene la cinta y usa esta información junto a la de su estado interno para determinar qué símbolo debe escribir y en qué dirección debe moverse. Este ciclo se repite después de actualizar el estado interno de la máquina, salvo que la propia máquina decida detenerse.

Todas las operaciones de la máquina vienen determinadas por una tabla que para cada combinación de símbolo y estado interno devuelve el símbolo a escribir, el nuevo estado interno, hacia qué dirección mover el cabezal de lectura/escritura y si la máquina debe parar o continuar.

A.3. Máquina de Turing universal.

Una máquina de Turing universal, U , es aquella máquina de Turing que utiliza como entrada la descripción de otra máquina de Turing, T , y la de la cinta inicial de esta máquina. U imprimirá en su cinta una descripción de lo que T habría producido²⁷.

Se dice que U es universal porque siempre existirá una máquina T que sea equivalente a cualquier máquina, que denotaremos con A , que coincida con la definición dada de una máquina de Turing en el apartado A.2. Existen dos problemas prácticos que se deben superar para aceptar esta definición:

- Lo primero es que la cinta de U debe contener una descripción de T . Esto es difícil para U si la cinta de T es infinita en ambas direcciones. Por tanto, T debe tener una cinta que sea finita en una de las direcciones e infinita en la otra, con un patrón finito que no esté en blanco.
- A puede tener cualquier número finito de símbolos en su alfabeto. En cambio, el alfabeto de T debe ser conocido por U .

Marvin L. Minsky, en su libro “*Computation Finite and Infinite Machines*” (Prentice-Hall, 1967) propone como solucionarlos. Para resolver el primer punto observamos

²⁷La primera descripción que Turing hace de una máquina de este estilo es en 1936.

que para toda máquina A con una cinta que es infinita en ambos sentidos existe una máquina T equivalente, excepto que su cinta es infinita en una única dirección. Esto tiene fácil solución si consideramos que la cinta de T es la cinta de A doblada a la mitad. T simulará la cinta de A agrupando tres símbolos juntos, uno para albergar el símbolo de la cinta de A que va hacia el infinito a la izquierda, otro para albergar el símbolo de la cinta de A que va hacia el infinito a la derecha y otro para albergar un símbolo que marque el medio de la cinta de A en el pliegue de la cinta de T .

Es una cuestión trivial ver que T presenta dos conjuntos de estados; ambos equivalentes a cada mitad de la cinta de A correspondiente. Los dos conjuntos tendrán estados adicionales para cada una de las transiciones que presenta A para realizar movimientos adicionales sobre la cinta de T y cambiar de dirección al final de la cinta de T .

Para solventar el segundo problema observamos que para todo A con un alfabeto de tamaño n existe un T equivalente excepto porque el tamaño de su alfabeto es 2. Esto se puede lograr a partir de usar varios símbolos en la cinta de T para codificar un símbolo de la cinta de A . Cada transición de los estados de A será remplazada por un número pequeño de transiciones en T para poder reconocer y escribir correctamente el símbolo en su lugar y mover el cabezal de lectura/escritura la distancia correcta en la dirección correcta.

Se han diseñado algunas pequeñas máquinas de Turing universales. Por ejemplo, en uno de los trabajos de C. Bennett [19] (véase la Fig. 6 en dicho trabajo), aparece un ejemplo de cómo una máquina de Turing puede modelizar el funcionamiento enzimático propio de un ser vivo. Es la Figura 11 que representamos a continuación.

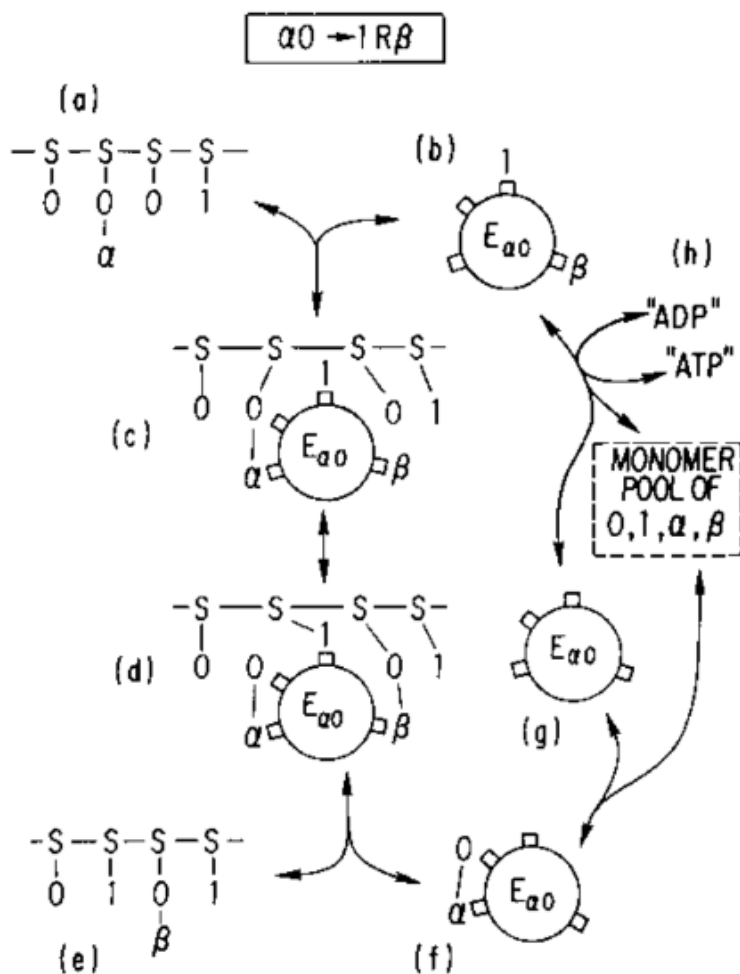


Figura 11: Hipotética máquina de Turing enzimática. La cinta macromolecular (a) consiste en una columna vertebral estructural S-S-S, que produce una cinta de símbolos 1, 0 y una cabeza marcadora α . La macromolécula reacciona (c, d) con la enzima (b), la cual cataliza la transición $\alpha 0 \leftrightarrow 1 R \beta$ a través de enlaces específicos, las pestañas, resultando así en una configuración sucesora lógica (e). La enzima, al acabar, vuelve a estar lista para su reutilización (f,g,h). El acoplamiento a una reacción externa (h) impulsa las reacciones, que de otro modo avanzarían y retrocederían indiferentemente, en la dirección deseada.

Bibliografía

- [1] Kristian Lindgren. *Information Theory for Complex Systems: An Information Perspective on Complexity in Dynamical Systems and Statistical Mechanics*. (Springer-Verlag GmbH, Germany, 2024).
- [2] W. T. Grandy Jr. American Journal of Physics. 65[6](1997)466-476. *Resource Letter ITP-1: Information Theory in Physics*.
- [3] Claude E. Shannon and Warren Weaver. *The Mathematical Theory of Communication*. (Univ of Illinois Press, Urbana Champaign, IL, 1949).
- [4] Wojciech H. Zurek (Editor). *Complexity, Entropy and the Physics of Information*. (Westview Press, 1990)(CRC Press,Boca Raton, FL,, 2018).
- [5] James Clerk Maxwell. *Theory of Heat(Longmans Green, London) (9th. Ed., Dover Pub, 2001)*. Chapter XXII. Section “Limitation of Second Law of Thermodynamics”.
- [6] Harvey S. Left and Andrew F. Rex (Editors). *Maxwell’s Demon: Entropy, Information, Computing*. (Princeton University Press, Princeton, 1991).
- [7] Harvey S. Left and Andrew F. Rex (Editors). *Maxwell’s Demon 2: Entropy, Classical and Quantum Information, Computing*. (Institute of Physics Publishing. CRC Press, Boca Raton, FL, 2002).
- [8] Andrew F. Rex. Entropy 19(2017)240. *Maxwell’s Demon—A Historical Review*.
- [9] Léon Nicolas Brillouin. *Science and Information Theory*. (Academic, New York, 1956)(Second Edition, 1962).
- [10] Léon Nicolas Brillouin. *Scientific uncertainty and information*. (Academic Press, New York, 1964).
- [11] Edwin Thompson Jaynes [Roger D. Rosenkrantz (Editor)]. *Papers on probability statistics and statistical physics*. (Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, Holland, 1989).
- [12] Edwin Thompson Jaynes [G. Larry Bretthorst (Editor)]. *Probability Theory: The Logic of Science*. (Cambridge University Press, Cambridge, 2003).

- [13] Frank Nielsen. *Cramér-Rao Lower Bound and Information Geometry*. In: *Bhatia, R., Rajan, C.S., Singh, A.I. (Eds) Connected at Infinity II. Texts and Readings in Mathematics, vol 67*. (Hindustan Book Agency, Gurgaon, Indian, 2013). [Pages 18-37].
- [14] B. R Frieden. *Science from Fisher information: a unification*. (2nd.Ed. Cambridge University Press, Cambridge, 2004).
- [15] B. R Frieden and R. A. Gatenby (Eds.). *Exploratory Data Analysis Using Fisher Information*. (Springer, London, 2007).
- [16] F. Pennini, A. Plastino, and G.L. Ferri. *Anales AFA* 17[1](2005)34-38. *Información de Fisher y Termodinámica de la deslocalización*.
- [17] Omid Kharazmi and Narayanaswamy Balakrishnan. *Entropy* 23[3](2021)363. *Discrete Versions of Jensen–Fisher, Fisher and Bayes–Fisher Information Measures of Finite Mixture Distributions*.
- [18] Vladislav Čápek and Daniel P. Sheehan. *Challenges to the Second Law of Thermodynamics*. (Springer, Dordrecht, The Netherlands, 2005). Chapter 1.
- [19] Charles H. Bennett. *Int. J. Theor. Phys.* 21[12](1982)905-940. *The Thermodynamics of Computation — a Review*.
- [20] Charles H. Bennett and Rolf Landauer. *Scientific American*, Vol. 253, No. 1 [July 1985], pp. 48-57. *The Fundamental Physical Limits of Computation*.
- [21] Charles H. Bennett. *Scientific American*, Vol. 257, No. 11 [5 Nov](1987)108–116. *Demons, Engines and the Second Law*.
- [22] Charles H. Bennett. *IBM. J. Res. Develop.* 32[1](1988)16-23. *Notes on the history of reversible computation*.
- [23] Jordan M. Horowitz Juan M. R. Parrondo and Takahiro Sagawa. *Nature phys.* 11(2015)131–139. *Thermodynamics of information*.
- [24] Tom Stonier. *Information and the Internal Structure of the Universe. An Exploration into Information Physics*. (Springer Londres, 1990).
- [25] Tom Stonier. *Biosystems* 38[2-3](1996)135-140. *Information as a basic property of the universe*.
- [26] Mark Burgin. *Theory of Information: Fundamentality, Diversity, and Unification*. [World Scientific Series in Information Studies. Vol.1]. World Scientific, 2010.

-
- [27] Mark Burgin and Rao Mikkilineni. Information 13[11](2022)540. *Is Information Physical and Does It Have Mass*.
- [28] Paul Rendell. *Turing Machine Universality of the Game of Life. Chapter 2*. (Springer, 2016).
- [29] Church-Turing thesis. https://en.wikipedia.org/wiki/Church-Turing_thesis. Visitado el 13/05/2024.