



---

**Universidad de Valladolid**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**Grado en Física**

**Teorema CPT y el gran problema CP**

**Autor/a: Alejandro del Pico Nicolás**

**Tutor/es/as: José Manuel Izquierdo Rodríguez, Luis Miguel Nieto Calzada  
2023**



## Abstract

In this paper, we address an important matter about particle physics, the  $CP$  problem both in strong and weak interactions. We also explain a common misconception about the conservation of discrete symmetries as the irreversibility of time and how it affects the  $CP$  symmetry.

Some of the possible solutions to the strong  $CP$  problem are provided, while focusing on the hypothetical existence of axions as a solution, which seems to have good premises. We also provide a short explanation on the most current experiments owing to determine whether axions exist and what are they properties.

The possibility of unifying both weak and strong  $CP$  is discussed, using fermion doubling through an extension of the Seesaw mechanism as a solution to both issues.

## Resumen

En este trabajo tratamos un importante dilema sobre la física de partículas, el problema  $CP$ , tanto en interacciones fuertes como en débiles. También explicamos un común malentendido sobre las simetrías discretas, como lo es la irreversibilidad del tiempo y sus efectos sobre la simetría  $CP$ .

Proporcionamos algunas de las soluciones para el problema fuerte de  $CP$ , ahondando en la solución de la hipotética existencia de los axiones, la cual está bien respaldada. También aportamos una pequeña explicación de los experimentos más recientes que traten de demostrar la existencia de los axiones y medir sus propiedades.

Discutimos la posibilidad de unificar tanto el problema  $CP$  en interacciones fuertes como en débiles, usando la duplicación de fermiones a través de una extensión del mecanismo de Seesaw como una solución para ambas cuestiones.



# Índice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Las simetrías discretas</b>	<b>3</b>
2.1	Paridad ( $P$ )	4
2.2	Conjugación de la carga ( $C$ )	5
2.3	Tiempo ( $T$ )	6
2.4	Combinación de simetrías discretas	7
2.4.1	Simetría $CP$ o $G$	7
2.4.2	Simetría $CPT$	8
2.4.3	Simetría $PT$	9
<b>3</b>	<b>Irreversibilidad del tiempo</b>	<b>11</b>
<b>4</b>	<b>Violación de <math>CP</math> en interacciones débiles</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>El problema <math>CP</math> en interacciones fuertes</b>	<b>15</b>
5.1	Posibles soluciones al problema	16
5.1.1	Razón antrópica	18
5.1.2	Solución del eje	19
5.1.3	Simetrías de la naturaleza	19
5.1.4	Quark up sin masa	20
5.1.5	Ruptura espontánea de $CP$	21
5.1.6	Una nueva partícula	22
5.2	Experimentos para la medida de axiones	23
<b>6</b>	<b>Unificación de <math>CP</math></b>	<b>27</b>
6.1	Mecanismo de Seesaw	27
6.2	Duplicación de fermiones	30

<b>7 Conclusiones</b>	<b>31</b>
<b>A Anexo A: Relación entre diferentes simetrías</b>	<b>33</b>
<b>B Anexo B: Cálculo de la asimetría de Kabir</b>	<b>35</b>

# Sección 1

## Introducción

Las simetrías discretas de paridad ( $P$ ), conjugación de la carga ( $C$ ) y tiempo ( $T$ ), solían ser consideradas buenas simetrías de la naturaleza para cualquier sistema. Sin embargo, se han descubierto situaciones en las que no son buenas simetrías. En la Sección 2 se describen y analizan dichas simetrías, haciendo énfasis en que la paridad fue la primera en ser rechazada como buena simetría de la naturaleza.

En la Sección 2.4 se explican algunas de las combinaciones de transformaciones de simetría más importantes, con  $CPT$  siendo especialmente relevante gracias a que es la única que de verdad parece ser una buena simetría de la naturaleza en todos los casos.

Como motivación para el problema  $CP$ , en la Sección 3 se explica con detenimiento un caso particular para el que el tiempo ( $T$ ) no es una buena simetría y las dificultades técnicas para encontrar y demostrar nuevos casos. La forma más obvia de reconocer el error que introduce  $CP$ , es que se han encontrado varios casos que violan esta simetría pero que no parecen violar la temporal. Esto está absolutamente prohibido por el teorema  $CPT$ , puesto que si  $CP$  no es buena simetría,  $T$  no debe serlo o se incumple  $CPT$ . Este es el llamado "problema  $CP$  débil", explicado en la Sección 4. Por desgracia, aún se desconoce cuál es la razón tras esta cuestión, pero se plantea una posibilidad en la Sección 6, que no solo intenta resolver este problema a través de aceptar la existencia de nuevas partículas, sino que también sirve como solución para el "problema  $CP$  fuerte".

Este último,  $CP$  fuerte, nace de una sutileza. Se cree que las interacciones fuertes no violan la paridad, sin embargo, la transformación de conjugación no es una buena simetría al no conservar algunas propiedades del neutrón. La teoría aportada en la Sección 5 indicaría que  $CP$  tampoco sería una buena simetría en este caso, pero los experimentos sugieren que es una buena simetría. La explicación pasa por la estructura interna del neutrón, en concreto la anulación del ángulo  $\theta$  entre sus quarks, a partir de la que existen multitud de teorías que intentan dar una razón para anular este parámetro. En concreto, la más apoyada en estos momentos es la de los axiones, nuevas partículas

que permiten anular el término de la densidad lagrangiana que produciría  $\theta$ . La propiedad más importante de estas partículas, al menos a la hora de medirlas, es su capacidad de acoplamiento con una pareja de fotones. Es así como nace el interesante concepto de LSW (Light Shining through a Wall). Los experimentos basados en LSW, aprovechan que el axión es invisible para la materia, por lo que de producirse en el momento preciso, se pueden llegar a observar fotones "atravesando paredes". Es posible detectar axiones usando otras propiedades, por ejemplo, han sido propuestos como candidatos a materia oscura y es así que GALILEO utiliza un experimento capaz de medir oscilaciones de dicha materia.

## Sección 2

# Las simetrías discretas

Se llama así a aquella simetría que produce cambios no continuos en los estados de un sistema. En el caso de las simetrías que se van a tratar, y en caso de poder formar un operador observable  $A$  (siempre se puede asignar un operador pero no uno observable y van a ser unitarios o antiunitarios) que las describa correctamente, este tendrá dos autoestados  $\lambda_{\pm} = \pm 1$ . Lo que proviene de que el operador  $A$  al cuadrado sea la identidad.

Estas simetrías son la de paridad, la de conjugación de la carga y la del tiempo. Es sencillo deducir que realizar dos veces la inversión de una de estas simetrías, conlleva al estado inicial y de ahí que  $A^2 = \mathbb{1}$  o directamente deducir sus posibles autovalores. Esta es la primera condición de operador unitario o antiunitario.

Hasta el siglo XX, se pensaba que eran trivialmente conservadas. No se planteaba que no fuesen simetrías exactas del sistema, pero algunos experimentos de interacciones electrodébiles demostraron lo contrario. Muchos procesos violaban algunas de estas simetrías.

Para saber que se conservan, se aplica la transformación de simetría al hamiltoniano del sistema

$$A\mathcal{H}A^{-1} = \mathcal{H}'. \quad (2.1)$$

El hamiltoniano no debe variar o la transformación de simetría no será una simetría exacta de este sistema, es decir,  $\mathcal{H} = \mathcal{H}'$ . En este caso, se suele decir que es una buena simetría. Una función de estado a la que se le aplique esta transformación, debe resultar invariante o cambiar a otro estado con el mismo autovalor de la energía.

En caso de poder definir un operador  $A$  para cierta simetría, decir que  $A$  conmuta con el hamiltoniano  $[A, \mathcal{H}] = 0$  es lo mismo que decir que es una simetría del hamiltoniano. En otras palabras, se cumple que

$$[A, \mathcal{H}] = 0, \quad A\mathcal{H}A^{-1} = \mathcal{H}AA^{-1} = \mathcal{H}. \quad (2.2)$$

Para que una transformación de simetría sea una buena simetría de las interacciones, esta debe

transformar cualquiera de los estados del hamiltoniano con mismo autovalor (estado degenerado) entre sí. En particular, para un estado único, la transformación lo debe dejar invariante pues es el único estado posible o no es una buena simetría.

A continuación se analiza cada simetría por separado y puede encontrar más información sobre todas ellas en [1, 2].

## 2.1 Paridad ( $P$ )

Posiblemente la simetría más estudiada, la transformación de paridad tiende a verse como la imagen de un objeto en un espejo, aunque la simetría  $CP$  cumple mejor este rol, la cual se explicará en la Sección 2.4.1. Concretamente, la transformación de paridad es una reflexión junto a una rotación de  $180^\circ$ .

Aplicado a una partícula o estado, la paridad invierte el sentido del espacio, invirtiendo por tanto el momento y la helicidad. Esto es porque la helicidad mide si el momento angular  $l$  de una partícula es paralelo o antiparalelo a su espín, así que cambiar el momento cambia la helicidad:

$$P : \begin{cases} \vec{r} \rightarrow -\vec{r} \\ \vec{p} \rightarrow -\vec{p} \end{cases},$$

sin embargo, el momento angular  $\vec{l}$  es invariante bajo paridad. Se ve sencillamente al descomponer el momento angular  $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ , con lo al aplicarle la transformación de paridad queda

$$P : \vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} \rightarrow (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = \vec{l}. \quad (2.3)$$

Su operador es unitario, puesto que  $P^2 = \mathbb{1}$  y para dos estados  $x, y$  cualesquiera,  $\langle Px|Py \rangle = \langle x|P^+P|y \rangle = \langle x|y \rangle$ .

Se sabe que las interacciones mediante la fuerza nuclear débil violan esta simetría, pero es una buena simetría para cualquier proceso clásico y para las interacciones fuertes.

La violación de la paridad se descubrió por primera vez a partir del estudio de la desintegración del pion  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ , se observó que los neutrinos tienen una quiralidad (la quiralidad en el límite de masa nula es igual a la helicidad, por lo que en el caso de los neutrinos que tienen masa muy pequeña, la quiralidad se invierte bajo paridad) fija  $-\frac{1}{2}$ , mientras que se esperaba encontrar  $\pm\frac{1}{2}$ . Esto implica que no eran invariantes bajo transformaciones de paridad puesto que no hay neutrinos con quiralidad opuesta, así que aplicar la paridad a una función de estado no la lleva a otra función de estado con la misma energía, puesto que directamente no existe. Resulta muy útil adoptar los subíndices  $L$  y  $R$  para partículas de mano izquierda o mano derecha respectivamente. En el resto del trabajo se utilizará esta notación o directamente se mencionará el signo de la quiralidad (negativo para las partículas de mano izquierda y positivo para las opuestas).

En un flujo constante de  $\pi^-$ , la mitad de las desintegraciones violarán la paridad, si el pion es de mano derecha solo las desintegraciones a antineutrino conservan la paridad mientras (para uno de mano izquierda solo las desintegraciones a neutrino respetan la paridad). En la Figura 2.1 se muestra cómo afecta la transformación  $P$  a los neutrinos.

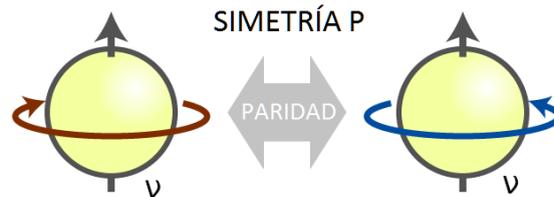


Figura 2.1: Neutrinos transformados bajo paridad. Si el estado de quiralidad positiva existiese, la paridad sería una buena simetría para los neutrinos, pero no se observa. Imagen basada en [Physics Stack Exchange](#).

Una forma de entenderlo, es que al aplicar las transformaciones de simetría sobre los neutrinos no se obtiene un estado posible de los neutrinos, así que no es una simetría del hamiltoniano del sistema.

Un caso que si conserva la paridad, es el de la desintegración  $\gamma$  de un pion neutro  $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$ . Ambos fotones tendrán la misma quiralidad, pero esta misma es aleatoria. Se obtienen ambos casos por igual, respetando la paridad. De forma más general, se puede entender estos fotones como uno de los posibles estados finales. Aplicar la transformación de paridad en el estado con quiralidad positiva lo convierte en el de quiralidad negativa y viceversa. Esto demuestra que es una simetría del sistema.

## 2.2 Conjugación de la carga ( $C$ )

Consiste en la inversión de la hipercarga de una partícula o en hacer el conjugado de un estado.

La forma más sencilla de interpretar sus transformaciones de simetría es la de intercambio de una partícula por su antipartícula, y se le puede atribuir un operador

$$C|\phi\rangle \equiv |\bar{\phi}\rangle = \lambda_{\pm}|\phi\rangle, \quad (2.4)$$

donde si  $|\phi\rangle$  es el estado de una partícula,  $|\bar{\phi}\rangle$  es el estado de su antipartícula al ser conjugada; o interpretándolo como funciones de onda, es directamente la función de onda conjugada.

Otro efecto de esta transformación, es que si se aplica a una partícula o estado, también modifica el momento; y al igual que la paridad, se sabe que las interacciones electrodébiles violan esta simetría,

pero que es una buena simetría para el resto de procesos. El operador de la transformación también es unitario, puesto que  $P^2 = \mathbb{1}$  y como con la paridad,  $\langle Cx|Cy \rangle = \langle x|C^+C|y \rangle = \langle x|y \rangle$ .

Volviendo a hablar del proceso de desintegración del pion  $\pi^-$ , observamos que al intercambiar un neutrino por su antipartícula, la conjugación no modificaría la helicidad o la quiralidad. Por tanto, este proceso también viola la simetría de conjugación, al no existir el estado conjugado. Expresado de forma más explícita, aplicar la transformación de conjugación al estado de los neutrinos lo convierte en el estado de los antineutrinos pero con la quiralidad de un neutrino, es decir,

$$C : |\nu\rangle_L \rightarrow |\bar{\nu}\rangle_L \quad (2.5)$$

pero este estado es imposible, demostrando que tampoco es una simetría del sistema.

## 2.3 Tiempo ( $T$ )

Una transformación de simetría temporal consiste en invertir el sentido en el que pasa el tiempo; en caso de usar un diagrama de Feynman, esto supone intercambiar en los estados  $in \leftrightarrow out$ . Muchas veces se ha planteado la validez de esta inversión, puesto que no se encontraba ningún caso en la que no se cumpliese y parecía trivial que al realizar los procesos al revés, se llegaría al punto inicial. Esta es una mentalidad muy determinista y que es válida en cuanto a procesos clásicos. Resulta que incluso en mecánica cuántica, donde los procesos ya no son deterministas, la inversión del tiempo  $T$  tiende a ser una buena simetría en todos los procesos. Sin embargo, puede fallar en alguna interacción electrodébil. Por el momento, se ha demostrado un solo caso en el que esto ocurre, pero como se explica en la Sección 3, se cree que existen más.

Un problema de esta simetría, es que no se puede formar un operador observable para  $T$ . Por tanto, se tiene que usar la definición más general,

$$T : t \longrightarrow -t, \quad (2.6)$$

que aplicado a un estado es

$$T\phi T^{-1} = \phi \iff T \text{ es una simetría del hamiltoniano}, \quad (2.7)$$

aunque también puede ser útil la notación  $T : \phi^{in} \rightarrow \phi^{out}$

Este operador es antiunitario, a diferencia de los anteriores, puesto que  $T^2 = \mathbb{1}$  y  $\langle Tx|Ty \rangle = \langle x|T^+T|y \rangle = \langle y|x \rangle$ , lo que es posible gracias al teorema de Wigner. La mayor diferencia práctica con los operadores unitarios es que estos operadores anticonmutan.

Una forma más particular de observar la violación de la simetría temporal, sería calcular o medir la probabilidad de los sucesos invirtiendo el tiempo. Esto es

$$|\langle \phi^{out}(t_f) | \phi^{in}(t_0) \rangle|^2 \longleftrightarrow |\langle \phi^{in}(t_f) | \phi^{out}(t_0) \rangle|^2. \quad (2.8)$$

En el límite clásico, las probabilidades de la ecuación (2.8) son idénticas y es por eso que siempre se ha interpretado como una simetría de la naturaleza. Pero en cuántica, la inversión temporal tiene el efecto de modificar el espín de una partícula o estado, siendo probable que haya procesos para los que no sea válida la inversibilidad temporal.

Con todo esto en cuenta, y sin lugar a dudas, los casos en los que no sirve como simetría de un proceso han sido los más complicados de encontrar. En resumidas cuentas, la complejidad de observar irreversibilidad temporal (o violación de la simetría temporal) consiste en varios factores.

- No se puede asignar un operador observable al tiempo, sino que se deben realizar los procesos en sentido inverso.
- Los procesos de medida son realmente complicados. En muchos casos, de haber violación temporal, esta no se puede distinguir debido al elevado error introducido en el proceso de medida.
- Para algunos casos, la tecnología puede ser un factor limitante. Con tecnologías más potentes, se podrán realizar nuevos experimentos.

## 2.4 Combinación de simetrías discretas

Estas tres simetrías se pueden combinar. Las tres juntas resultan ser siempre una buena simetría, por lo que probablemente *CPT* sea la más importante. Una propiedad interesante de estas simetrías, es que los operadores observables de cada una de las simetrías por separado, de existir, conmutan. Gracias a esto, es lo mismo hacer una transformación  $C \cdot P$  que  $P \cdot C$ , por lo que simetrías como *CPT* se pueden encontrar escritas como *PTC* u otras permutaciones.

En el Anexo A se profundiza en cómo se relacionan estas simetrías en función de si son buenas simetrías del sistema o no.

A continuación se tratan las combinaciones más interesantes.

### 2.4.1 Simetría *CP* o *G*

Esta simetría sirve para completar la concepción de que la paridad es la reflexión de una partícula en un espejo. Esta simetría aplica la transformación de paridad y se intercambia una partícula por su antipartícula o viceversa. En ocasiones se usa la notación *G* para referirse a esta simetría debido a su importancia.

Volviendo finalmente al caso de los neutrinos, al aplicar  $G$  al estado de los neutrinos (quiralidad  $-\frac{1}{2}$ ) se convierte en el estado de los antineutrinos (quiralidad  $+\frac{1}{2}$ ). La transformación de simetría convierte los estados del sistema en otros estados válidos. Demostrando que la inversión de la paridad más la hipercarga se conservan, como se muestra en la Figura 2.2.

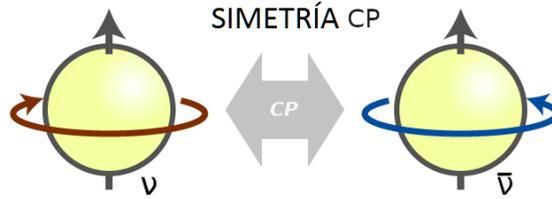


Figura 2.2: La desintegración  $\beta$  (producción de neutrinos o antineutrinos) sí conserva la simetría  $CP$ , puesto que su antipartícula tiene quiralidad opuesta. Esta sí es una simetría de la naturaleza. Imagen modificada de [Physics Stack Exchange](#).

El hecho de que los neutrinos conserven  $CP$  pero no  $P$  evidencia que  $C$  también debe ser violada. De esta forma, es posible estudiar si un sistema conserva ciertas simetrías discretas, a partir de conocer si conserva o no otras simetrías.

Por ejemplo, para el caso de los neutrinos que solo tienen un estado posible, la transformación de  $CP$  actúa como

$$\left. \begin{array}{l} P|\phi_L\rangle = |\phi_R\rangle \\ C|\phi_R\rangle = |\bar{\phi}_R\rangle \end{array} \right\} \Rightarrow CP|\phi_L\rangle = C|\phi_R\rangle = |\bar{\phi}_R\rangle, \quad (2.9)$$

donde se observa claramente que  $CP$  es una simetría de la desintegración de los piones  $\pi^-$ , ya que  $|\phi\rangle$  y  $|\bar{\phi}\rangle$  tienen quiralidades opuestas.

Se cumple que si tanto  $P$  como  $C$  son simetrías del sistema, entonces  $CP$  también lo es. Si solo una de ellas es simetría del sistema, entonces se debe violar  $CP$ . Si ambas se violan, no se puede saber nada a priori y hace falta realizar medidas. Se puede esperar una pequeña violación (en los casos de  $C$  y  $P$  la violación ocurre en la mitad de los estados siempre, mientras que estos casos suelen ser de un pequeño porcentaje) o incluso que sea una buena simetría. Este último caso es el más relevante para el tema de este documento.

Cuando el sistema tiene varios estados posibles, como una combinación lineal de  $|\phi\rangle$  y  $|\bar{\phi}\rangle$ , basta con ver si para cada estado, su transformada bajo esas simetrías existe y es una simetría del hamiltoniano o no y viola la simetría.

### 2.4.2 Simetría $CPT$

La demostración anterior es generalizable a todas las combinaciones de simetrías simples que

se conozcan, siendo el caso más relevante el de  $CPT$ . Esto es debido a que existen muchas demostraciones que aseguran la conservación de esta simetría en cualquier sistema, lo que reforzaba el pensamiento de que las simetrías  $C$ ,  $P$  y  $T$  siempre eran buenas simetrías de la naturaleza. Como la simetría  $CPT$  se conserva, si  $CP$  se viola se debería violar  $T$  y de aquí nacerá el problema  $CP$ .

Existen multitud de teoremas que aseguran que la simetría  $CPT$  es una buena simetría de la naturaleza. Los más relevantes son el teorema basado en el estudio de las simetrías del lagrangiano en sistemas invariante-Lorentz y el axiomático, que demuestra matemáticamente que  $CPT$  se debe conservar si los procesos tienen conmutatividad local.

El teorema axiomático tiene más generalidad y es más sencillo aunque ambos son muy extensos y no serán tratados en este documento, para más información sobre las demostraciones se pueden consultar las referencias [3, 4, 5, 6]. Se debe tener en cuenta para el resto del documento que es la conservación de  $CPT$  la que causa todos los problemas que se van a tratar, puesto que sin ella, no habría problema en que  $T$  fuese una buena simetría pero  $CP$  no y viceversa. Por tanto, la simetría  $CPT$  es la motivación detrás del resto de secciones.

Es posible definir un operador  $\theta$  para las transformaciones de simetría de  $CPT$ , incluso en algunos casos en los que para  $C$ ,  $P$  o  $T$  no se pueda definir su operador observable. Para una partícula  $A$ , con vector de momento  $\vec{P}_A$  y helicidad  $\lambda_A$  conocidos, el operador  $\theta$  actúa así:

$$\theta \left| A, \vec{P}_A, \lambda_A \right\rangle = \left| \bar{A}, \vec{P}_A, -\lambda_A \right\rangle. \quad (2.10)$$

El momento, aunque resulte invariante, se muestra puesto que tanto la paridad como la conjugación lo invierten.

Por último, aunque se ha mencionado y asumido en toda la sección que el teorema no tiene fallos, existen teorías de la gravedad cuántica donde  $CPT$  sufriría una pequeña violación. Esto no se ha tenido en cuenta en las anteriores afirmaciones puesto que por el momento es una teoría y ya que la violación esperada es demasiado pequeña para medirla con suficiente precisión actualmente.

### 2.4.3 Simetría $PT$

Una forma interesante de tratar estas simetrías, es separando  $CPT$  en  $C$  y  $PT$ . Las transformaciones de conjugación están muy bien definidas, por lo que el estudio de  $PT$  puede aportar importantes resultados y en ocasiones se obtienen teoremas equivalentes al de invariancia- $CPT$ , pudiendo deducir para ciertos sistemas que  $PT$  se va a conservar sin necesidad de comprobarlo.

De acuerdo con [6], existen en total cuatro modelos que aseguren una simetría de la naturaleza para sistemas que cumplan ciertos requisitos. Estos modelos se construyen por axiomas. Los modelos pueden ser clásicos o cuánticos y para las simetrías  $PT$  o  $CPT$ , luego existen cuatro combinaciones. El  $PT$  y  $CPT$  clásicos resultan equivalentes, puesto que se cumplen en los mismos

casos, pero el  $CPT$  cuántico es menos estricto que el  $PT$ . No es un hecho que deba sorprender ya que ya se han mencionado tanto violaciones de la paridad en la Sección 2.1, como que la simetría temporal es una simetría de la naturaleza en muchos más casos.

Para física de partículas se usa el teorema  $CPT$  cuántico que utiliza el teorema  $PT$  cuántico como un mero corolario, un paso necesario para su demostración más general, que parte de la complexificación de los campos y demuestra la conservación de  $CPT$  para todo sistema dentro del grupo de Lorentz propio ortocrono  $L^{\uparrow+}$ . Hay que decir que debe preservar conmutatividad local, lo cual está garantizado según [6].

Por estos medios, el teorema  $CPT$  puede parecer un argumento flojo, ya que solo se asegura para el grupo  $L^{\uparrow+}$ , pero resulta que este es el único subgrupo de Lorentz que preserva la causalidad. Por tanto, según la teoría de la relatividad, toda la física de nuestro universo se regirá por las transformaciones de Lorentz dentro del grupo propio ortocrono.

Por el contrario,  $CP$  y  $CT$  no parecen generalizables como para formar este tipo de teoremas. Otros teoremas  $CPT$  no axiomáticos relevantes, son también cuánticos aunque no se suele mencionar debido a que se asume su validez en el límite clásico.

Como pasa con  $CPT$ , no es necesario que se pueda representar  $P$  o  $T$  con operadores observables para que  $PT$  tenga un operador definido.

## Sección 3

# Irreversibilidad del tiempo

Existen solo dos procesos de violación temporal demostrados pero solo es necesario explicar uno de ellos. Uno de los procesos es el de desintegración de los mesones  $B^0 - \bar{B}^0$  explicado en [7], el otro es el de desintegración protón-antiprotón hacia kaones neutros. Este último es el que se va a explicar en este documento. La violación temporal fue estudiada y descubierta en las instalaciones del CERN, como se indica en la referencia [8]. La desintegración sigue el esquema

$$p + \bar{p} \longrightarrow \begin{cases} K^- + \pi^+ + K^0 \\ K^+ + \pi^- + \bar{K}^0 \end{cases} . \quad (3.1)$$

Como se ha dicho en la Sección 2.3, se debe estudiar la probabilidad de transición de un kaón neutro a su antipartícula. De ahí se puede calcular la llamada asimetría de Kabir ( $A_T$ ) explicada en [8]

$$A_T = \frac{\left| \langle K_0^{out}(t_f) | \bar{K}_0^{in}(t_0) \rangle \right|^2 - \left| \langle \bar{K}_0^{out}(t_f) | K_0^{in}(t_0) \rangle \right|^2}{\left| \langle K_0^{out}(t_f) | \bar{K}_0^{in}(t_0) \rangle \right|^2 + \left| \langle \bar{K}_0^{out}(t_f) | K_0^{in}(t_0) \rangle \right|^2}, \quad (3.2)$$

que mide la diferencia entre probabilidades de un suceso y su inverso temporal. Esta diferencia se divide entre la suma de probabilidades para facilitar comparaciones con otros procesos y entender mejor cuánto cambian las probabilidades bajo inversión temporal. Si el proceso fuese invariante temporal, el numerador se anularía, por tanto, la asimetría de Kabir es una gran forma de medir la violación temporal de cualquier proceso. Para obtener resultados concluyentes, el resultado de este cálculo debe ser distinto de cero en al menos  $5\sigma$ , siendo  $\sigma$  la desviación estándar en los experimentos. Esto resultó ser un tema muy polémico, por sus implicaciones y porque el resultado inicial se encontraba dentro de los  $4\sigma$ . En una campana de Gauss, como la de la Figura 3.1, una desviación de  $5\sigma$  supone una probabilidad  $p = 5,7 \cdot 10^{-5} \%$ . La elección de  $5\sigma$  es simplemente un convenio para cuándo considerar que la hipótesis es acertada. Esta probabilidad mide cómo de posible es que se mida cierto proceso sin estar relacionado con la hipótesis de partida: al ser esta igual o inferior a la probabilidad de  $5\sigma$ , se considera que la hipótesis es cierta.

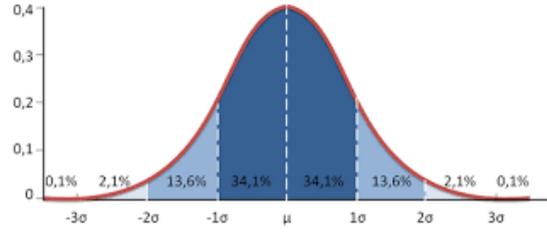


Figura 3.1: Campana de Gauss mostrando la probabilidades de hasta  $3\sigma$ . Imagen obtenida en el [blog de Gerardo Blanco](#).

Volviendo al tema, es más útil usar otra forma de escribir la asimetría de Kabir (cuya demostración se encuentra en el Anexo B), la cual es

$$A_T = \frac{|(1 + \alpha)(1 + \beta)|^2 - |(1 - \alpha)(1 - \beta)|^2}{|(1 + \alpha)(1 + \beta)|^2 + |(1 - \alpha)(1 - \beta)|^2}, \quad (3.3)$$

que se puede aproximar a  $A_T \approx 2\mathbf{Re}(\alpha + \beta) \equiv 4\mathbf{Re}(\epsilon)$ . En esta aproximación, un proceso es invariante temporal solo si  $\epsilon$  es puramente imaginario. En la fórmula (3.3)  $\alpha$  y  $\beta$  son unas constantes que permiten definir

$$\begin{aligned} |K_L^{in}\rangle &= \frac{1}{N_L} \left( (1 + \beta) |K_0^{in}\rangle - (1 - \beta) |\bar{K}_0^{in}\rangle \right) \\ |K_S^{in}\rangle &= \frac{1}{N_S} \left( (1 + \alpha) |K_0^{in}\rangle + (1 - \alpha) |\bar{K}_0^{in}\rangle \right), \end{aligned} \quad (3.4)$$

que son los rayos entrante y saliente con vidas medias largas  $L$  (long-life) y cortas  $S$  (short-life), como combinación lineal de los estados de los kaones neutros y sus antipartículas.

Las mentes más críticas o reacias al cambio, trataron de explicar esta asimetría usando el cálculo con estados  $\langle K_L^{in}|$  y  $\langle K_S^{in}|$ . Lo cual es un error puesto que dichos estados no son ortogonales a  $|K_L^{in}\rangle$  y  $|K_S^{in}\rangle$  y acaban otorgando el mismo resultado,

$$A_T \approx \langle K_L^{in}|K_S^{in}\rangle + \langle K_S^{in}|K_L^{in}\rangle \approx 4\mathbf{Re}(\epsilon), \quad (3.5)$$

con lo que se argumentó que esto no mostraba una violación temporal sino que era una consecuencia matemática de como se definen los estados. Sin embargo, ya se ha visto que los estados que interesan son  $\langle out|$  y  $|in\rangle$ , que siempre son ortogonales y en los que esto no debería ocurrir (si ocurre, el tiempo sería irreversible). Cabe mencionar que la asimetría de Kabir sería una buena forma de medir la violación de  $CP$ , ya que por el teorema  $CPT$ , la violación de  $T$  y de  $CP$  deben cancelarse para conservar el hamiltoniano. Las medidas de la asimetría se han repetido varias veces a lo largo de los años con resultados cada vez más concluyentes y pudiendo asegurarse que no es nula a día de hoy. Con esto, la generalidad de la inversibilidad del tiempo queda desmentida.

## Sección 4

# Violación de $CP$ en interacciones débiles

En el caso anterior, queda clara la violación de  $CP$ . Pero siendo que solo se ha observado un caso de violación de la simetría temporal, cabría esperar que también fuese el único caso de violación de  $CP$ . He aquí el gran problema, resulta que hay varios casos invariante- $T$  (o que no se ha podido demostrar que lo incumplan) pero que sí violan  $CP$ . Viendo por partes las propiedades de las simetrías sobre los estados de los kaones,

$$\left\{ \begin{array}{l} P |K^0\rangle = -|K^0\rangle \\ P |\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} C |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \\ C |\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} CP |K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \\ CP |\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \end{array} \right. \quad (4.1)$$

lo cual está descrito en [2].

Los autoestados de  $CP$  son combinaciones lineales del estado del kaón neutro y su antipartícula, con pesos equivalentes, esto es

$$\left\{ \begin{array}{l} |K^1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \quad CP |K^1\rangle = |K^1\rangle, \\ |K^2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle), \quad CP |K^2\rangle = -|K^2\rangle. \end{array} \right. \quad (4.2)$$

A continuación se va a hablar de la paridad de las partículas, la cual (como se aprende en física nuclear y de partículas), para una partícula de espín  $s$  y momento angular  $l$  se calcula como  $\pi = (-1)^{s+1}(-1)^l$  y muestra si el propio estado de la partícula es invariante bajo paridad o no.

Los piones tienen paridad  $\pi = -1$ , entonces al desintegrarse en  $n$  piones, la paridad de los kaones predecesores debe ser

$$\pi = \prod_1^n (-1) = (-1)^n. \quad (4.3)$$

El kaón  $K^1$  debe desintegrarse en dos piones (es invariante bajo transformaciones de paridad), mientras que el  $K^2$  (se transforma bajo paridad) decae en tres. En realidad, el estudio de la simetría solo indica si la desintegración produce un número par o impar de piones. Esta desintegración en

concreto produce siempre dos o tres piones (conocido experimentalmente), lo que permite saber más concretamente en qué se desintegra cada uno.

La energía sobrante se transforma en energía cinética, por lo que las partículas de  $K^1$ , mucho más energéticas, se desintegran más rápidamente. Teniendo entonces un aporte constante de kaones neutros:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^1\rangle + |K^2\rangle) \implies \lim_{t \rightarrow \infty} |K^0\rangle \rightarrow |K^2\rangle. \quad (4.4)$$

Esto significa que al observar el haz de kaones con vida media larga  $|K_L\rangle$ , se espere que sea equivalente a  $|K^2\rangle$ , también es lo que cabe esperarse bajo conservación de  $CP$ . Sin embargo, al estudiarlo se observó que el estado del rayo  $|K_L\rangle$  tiene una pequeña contribución de  $K^1$ :

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (|K^2\rangle + \epsilon |K^1\rangle). \quad (4.5)$$

De nuevo, una medida nula de  $\epsilon$  sería necesario en caso de invariancia- $CP$ . Los datos observados fueron  $\epsilon = 2.24 \cdot 10^{-3}$ , siendo una clara muestra de violación de  $CP$ . El gran problema que presentó este hecho es que a diferencia de la paridad, que fue sencilla de afrontar puesto que era una asimetría total, el efecto de la violación de  $CP$  es considerable pero muy pequeño, siendo complicado introducirlo en una teoría.

Una posibilidad para arreglar este problema es utilizar la duplicación de fermiones que se explica en la Sección 6.2, para justificar que la función de onda de las partículas en realidad introduce una contribución de su versión más masiva, por lo que las propias partículas no serían estados del sistema, observando una pequeña violación de la simetría.

Existen otras posibles soluciones, ya que es un problema que no se ha resuelto aún y que constituye una materia de investigación muy activa. Por ejemplo se pueden justificar los resultados ya que la matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM, importante en la cromodinámica cuántica ya que da información sobre como un quark de un sabor puede transformarse en otro), que se propuso a partir de los trabajos [9, 10]. Esta matriz produce diferencias de fase complejas (fase CKM) en las desintegraciones, estas diferencias son suficientes para crear diferencias en las amplitudes (probabilidad de transición) de ciertos procesos que involucren quarks y anti-quarks, violando  $CP$ . En la referencia [11] se proporciona una explicación más detallada.

## Sección 5

# El problema CP en interacciones fuertes, "The strong CP problem"

Para entender y presentar este apartado, es necesario calcular el dipolo eléctrico del neutrón. El neutrón no tiene carga eléctrica, pero no es una partícula elemental. Según el Modelo Estándar, está formado por un conjunto de tres quarks. Los modelos iniciales presentaban solo dos sabores para los quarks, así que solo se tendrán en cuenta el quark up (u) y el quark down (d). El quark u tiene carga eléctrica  $\frac{2}{3}e$  y el down  $-\frac{1}{3}e$ , donde  $e$  es la carga del electrón en valor absoluto (o la del protón). La única posibilidad para carga nula es que el neutrón esté compuesto por dos quarks d y un u, como se ve en la Figura 5.1.

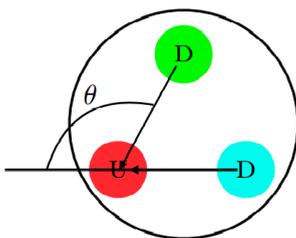


Figura 5.1: Neutrón esbozado de forma genérica. El ángulo  $\theta$  se traza entre las dos rectas que forman ambos quarks d con el quark u. Imagen obtenida de [12].

Asumiendo que el momento dipolar eléctrico no se anula, este sería el término multipolar de menor orden que no se anule. Su valor aproximado (cuya fórmula se encuentra en [12]) en función del ángulo  $\theta$  de la Figura 5.1 es:

$$|\vec{d}_n| \approx 10^{-15} \sqrt{1 - \cos(\theta)} e = [C \cdot m]. \quad (5.1)$$

Experimentalmente, se obtiene que el valor del dipolo debe ser muy pequeño, el error aún es

muy alto pero da una cota superior cercana a  $|d_n| < 10^{-28}|e| \cdot m$ , aunque se sigue trabajando en mejorar este valor. En la referencia [13] se da una descripción detallada de los mejores valores obtenidos hasta 2015. Una cota superior tan pequeña para el valor del dipolo eléctrico, indica en la fórmula (5.1) que el valor de  $\theta$  debe ser muy pequeño:

$$10^{-15}\sqrt{1 - \cos(\theta)}e < 10^{-28}e \rightarrow \sqrt{1 - \cos(\theta)} < 10^{-13} \rightarrow 1 - \cos(\theta) < 10^{-26}. \quad (5.2)$$

Como  $\theta$  es muy pequeño, se puede desarrollar el polinomio de Taylor del coseno,

$$\cos(\theta) \equiv \sum_n (-1)^n \frac{\theta^{2n}}{(2n)!} \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2$$

y finalmente se obtiene el ángulo máximo  $\theta$ :

$$1 - \cos(\theta) < 10^{-26} \Rightarrow |\theta| < 2 \cdot 10^{-13}. \quad (5.3)$$

Con un ángulo tan pequeño, una descripción más correcta de la distribución de cargas del neutrón sería la de la Figura 5.2.

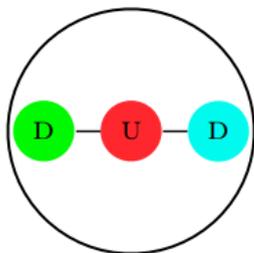


Figura 5.2: Neutrón más realista. Imagen obtenida de [12].

A pesar de que las interacciones fuertes no violen la paridad, si el ángulo de t'Hooft no se anula, se debería observar una violación del conjunto  $CP$ , ya que se introduce un término en la densidad lagrangiana relacionado con el momento dipolar. Este resultado implicaría una violación tanto en  $T$  como en  $C$ . Sin embargo, los experimentos parecen demostrar que  $CP$  es una buena simetría para la fuerza fuerte. El fallo aquí radica en no encontrar una razón que explique los resultados, y no en que estos no sean consistentes con la teoría.

El llamado problema fuerte de CP, se basa en la aparente nula necesidad de que el ángulo  $\theta$ , conocido como el ángulo de t'Hooft o el ángulo del vacío, se anule. Este resultado es arbitrario, pero común en todos los casos, por lo que necesita una explicación.

## 5.1 Posibles soluciones al problema

Se ordenarán por temática. Las primeras son antrópicas, la siguiente utiliza teoría de grupos y el resto hacen empleo de la mecánica cuántica. Para las últimas, es necesario hablar del neutrón en el marco de la cromodinámica cuántica.

Los quarks con quiralidad negativa (mano-izquierda) se les llamará  $q \equiv (u \ d)^t$  y los que tienen quiralidad positiva (mano-derecha) son  $q^c \equiv (u^c \ d^c)^t$ , escritos como espinor. Estos tienen un aporte a la densidad lagrangiana de (cálculos e información obtenidos de [12] y [14]):

$$\mathcal{L} = \theta \frac{g^2}{32\pi^2} G^{\mu\nu} \tilde{G}_{\mu\nu} + q \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix} (q^c)^t \equiv \theta \frac{g^2}{32\pi^2} G\tilde{G} + qMq^c, \quad (5.4)$$

donde  $G_{\mu\nu}$  es el tensor de Yang-Mills y cumple  $\tilde{G}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}G^{\rho\sigma}$ . Es normal encontrarle como  $F_{\mu\nu}^a$ , pero en este caso se usa  $G_{\mu\nu}$  ya que es específicamente para gluones (median las interacciones entre los quarks del neutrón). Se construye de forma muy similar al tensor electromagnético de Maxwell  $F_{\mu\nu}$  (gracias a eso es invariante bajo transformaciones de gauge), así que es importante no confundirlos. El autovalor del estado del vacío (estado de mínima energía) viene dado por el término dependiente del ángulo  $\theta$  y es por esto que recibe el nombre de "ángulo de vacío". Más adelante se muestra cómo se construyen estos estados, que también dependerán de la elección de  $\theta$ .

El ángulo  $\theta$  es llamado ángulo del vacío ya que el mínimo de energía depende de su valor (el estado correspondiente al valor mínimo de la energía es el estado del vacío), a su vez, el propio estado depende también de  $\theta$ .

El primer término de la ecuación (5.4), es la divergencia de la corriente axial  $\frac{\theta}{N}\partial_\mu J^\mu$  y  $N$  una constante arbitraria. Se iguala  $\partial_\mu J^\mu = N \cdot Q$  que es el número de quarks sin masa, por la densidad pseudoescalar de gluones  $Q$ , definida como

$$Q = \frac{g^2}{32\pi^2} G^{\mu\nu} \tilde{G}_{\mu\nu}. \quad (5.5)$$

Integrando se obtiene la acción  $W$ , que resulta ser

$$\delta W = \alpha \int \partial_\mu J_0^\mu d^4x = \alpha \int NQ d^4x = \alpha N \frac{g^2}{32\pi^2} \int G\tilde{G} d^4x \equiv \nu, \quad (5.6)$$

con  $\nu$  siendo un número entero que representa el índice de la integral, es decir, número de vueltas que da la función (de los campos) en torno a un punto, más conocido como "winding number". Los modelos son aproximados y se utiliza el índice para indicar el nivel de corrección.

A su vez, la simetría  $U(1)_A$  (es un problema importante de teoría de grupos al que 't Hooft aporta una solución en [15], lo importante es saber que las transformaciones del grupo  $U(1)$  son cambios de fase) rota los quarks  $q \rightarrow qe^{i\alpha\frac{\gamma_5}{2}}$  donde  $\gamma_5$  es la matriz de Clifford definida como  $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$  a partir de las matrices de Dirac. Que a su vez, modifican el ángulo del vacío  $\theta \rightarrow \theta - \alpha\gamma_5 \equiv \theta - \alpha'$ , debido a que se añade a la densidad lagrangiana un término  $\mathcal{L} = \alpha' \frac{g^2}{16\pi^2} G\tilde{G} = 2\alpha' \frac{g^2}{32\pi^2} G\tilde{G}$ .

Como claramente  $U(1)_A$  no es una simetría del sistema, no puede estar asociada a un bosón. Sin embargo, para las siguientes secciones interesa que produzca una partícula (la ruptura de simetrías permite a los campos interactuar mediante bosones de Goldstone). Por tanto, se intenta transformar esta falta de simetría en una "falsa simetría" (en inglés "spurious symmetry", referente a un

"espuri3n" que es un falso campo sin consecuencias f3sicas, ya que se basa en una simetr3a que no se debe a leyes f3sicas o a la conservaci3n de una cantidad, pero que parece una simetr3a de sistema; es una herramienta de c3lculo). Esta crear3a bosones de Goldstone ficticios, sin equivalente f3sico real.

Para lograrlo, se ha de incluir un t3rmino al lagrangiano dependiente de  $\theta$  y cuyo estado fundamental est3 degenerado. Por ejemplo, un t3rmino proporcional a  $e^{i\theta}$ . De esta forma, el espuri3n<sup>1</sup> se transforma linealmente con la simetr3a ya que  $e^{i\theta} \longrightarrow e^{i\theta-2i\alpha'} = e^{i\theta} e^{-2i\alpha'}$ .

Eligiendo  $\theta = 2\alpha'$  para el espuri3n, se elimina el t3rmino del hamiltoniano que daba problemas. Con este cambio,  $\theta$  da el espuri3n y la transformaci3n bajo  $\alpha'$  queda:

$$u \longrightarrow u \cdot e^{i\alpha'}, \quad d \longrightarrow d \cdot e^{i\alpha'}, \quad \theta \longrightarrow \theta - 2\alpha' . \quad (5.7)$$

Por 3ltimo, es interesante ver los estados del vac3o. Se forman a partir de sacar el autoestado del hamiltoniano de menor autovalor, que corresponde con el del vac3o. Sencillamente

$$e^{i\mathcal{H}t} |\varphi\rangle \equiv U(t) |\varphi\rangle . \quad (5.8)$$

Resolverlo da una suma de integrales proporcionales a un 3ndice (winding number), por lo que el estado del vac3o queda:

$$|\varphi\rangle = N \sum_n e^{i\theta n} |n\rangle \equiv |\theta\rangle . \quad (5.9)$$

Solo falta por explicar que a cada quark se le puede asociar un factor de fase  $\theta_d$  y  $\theta_u$  (factores de fase que tambi3n se transforman bajo las simetr3as) que se asocian con el 3ngulo del vac3o para formar el 3ngulo  $\bar{\theta}$ . Aparecen en la densidad lagrangiana con un t3rmino

$$\mathcal{L}_\theta = m_u e^{i\theta_u} u\bar{u} + m_d e^{i\theta_d} d\bar{d} + \frac{\theta g_s^2}{32\pi^2} G\tilde{G} \quad (5.10)$$

y se obtienen a partir del c3lculo de las matrices de Yukawa, en concreto  $\theta_i = \arg(\det(Y_i))$  con  $i = u, d$ . Las matrices de Yukawa  $Y$  sirven para acoplar el campo de Higgs y el campo de, en este caso, los quarks. Lo que efectivamente significa que permiten calcular la matriz de masas de los quarks. Esta teor3a se usar3a m3s adelante.

### 5.1.1 Raz3n antr3pica

Puede ser que  $\theta_{total}$  sea peque1o aunque nada impida lo opuesto. La 3nica raz3n para creer esto, es que la experimentaci3n avala el resultado mientras que a3n no se ha encontrado o demostrado que haya una raz3n definitiva. Claro est3a, es la soluci3n con menos valor para la f3sica en general.

<sup>1</sup>Se va a hablar del bos3n de la simetr3a falsa como espuri3n para evitar confusiones con un bos3n real.

### 5.1.2 Solución del eje

Una forma de afrontar el problema es buscar similitudes en la naturaleza. Uno puede proponer que a veces los momentos dipolares tienden a cero por sí mismos, como su posición de equilibrio. En concreto, esta solución propone que es interesante fijarse en moléculas cuya fórmula química sea " $X_2Y$ ", ya que se parecen al neutrón en estructura. Algunas como el agua, tienen momento dipolar ya que la molécula forma un ángulo  $\theta \approx 75,5^\circ$ . Otras moléculas como la del dióxido de carbono, no tienen momento dipolar ya que su ángulo  $\theta$  es nulo.

Si se acepta que el ángulo no tiene por qué ser constante, por así decirlo, que el neutrón sea flexible; entonces tenderá a formarse con el ángulo en su posición más estable, que en este caso es  $\theta = 0^\circ$ . Se puede entender, aunque no es riguroso, que esta es la posición más estable debido a que cuanto menor sea el momento dipolar, tendrá menor energía potencial eléctrica.

Se llama solución del eje, debido a que propone que la estructura más estable del neutrón es la que incluye a todos sus componentes en un solo eje, pero siendo flexible.

Esta solución es de cierta manera similar a la antrópica. Aunque en este caso sí se da una explicación de por qué el ángulo se anula, falla en que no se aporta una forma de determinar si el ángulo es flexible o móvil. La repulsión electrostática de los quarks sí puede provocar que el ángulo se anule, como en el caso de  $CO_2$ ; pero la fuerza nuclear fuerte podría tener el efecto contrario o simplemente impedir que el neutrón se enlace de forma dinámica y decaiga a sus tres quarks.

La solución del eje no tiene suficiente fundamento y obvia las posibles diferencias entre un enlace químico y el enlace de los quarks del neutrón.

### 5.1.3 Simetrías de la naturaleza

Si la paridad es una buena simetría de la naturaleza, se puede dar una explicación. Primero hay que entender qué posible vector tiene un neutrón que se pueda relacionar con el momento dipolar. El único es el espín, por lo que tendrán la misma dirección (aunque puedan tener distinto sentido). Se usará  $\vec{s} \equiv \vec{l}$  ya que es un momento angular.

Bajo la transformación de paridad

$$P : \begin{cases} \vec{s} \longrightarrow \vec{s}, \\ \vec{d} = \sum_q \vec{r}_q q \longrightarrow \sum_q (-\vec{r}_q) q = -\vec{d}, \end{cases} \quad (5.11)$$

esto no sería un problema, si no fuese porque el neutrón solo tiene  $s = \frac{1}{2}$ . Bajo paridad, el neutrón debe permanecer invariante. Esto solo es posible si el momento dipolar es nulo ( $\vec{d} = -\vec{d}$ ). Esta es probablemente la forma más sencilla de explicar que el momento dipolar sea tan pequeño. Sin embargo, como ya se ha mencionado, la paridad no es buena simetría en las interacciones electrodébiles, por lo que está completamente descartada.

Similarmente, se puede proponer la inversión del tiempo  $T$  o directamente a  $CP$  como una buena simetría de la naturaleza. Usando  $T$ , se aplicaría como

$$T : \begin{cases} \vec{s} = \vec{r} \times \vec{p} \longrightarrow \vec{r} \times (-\vec{p}) = -\vec{s}, \\ \vec{d} = \sum_q \vec{r}_q q \longrightarrow \sum_q \vec{r}_q q = \vec{d}. \end{cases} \quad (5.12)$$

De igual forma,  $T$  solo puede ser una buena simetría de la naturaleza si el momento dipolar fuese nulo. Por desgracia, y como también se ha mencionado,  $CP$  no es una buena simetría en algunos casos de interacción electrodébil.

$CPT$  si es una buena simetría de la naturaleza, pero no puede dar solución a este problema, ya que permite cualquier valor para el momento dipolar. Siendo así que es precisamente el causante del problema.

Esta solución, si bien no muy útil, muestra lo sencilla que sería una gran parte de la física teórica si las simetrías discretas se conservasen, tal y como se creía en el pasado.

Usando teoría de campos se puede reformular una solución en torno a la paridad, siendo

$$P : SU(2)_L \longleftrightarrow SU(2)_R. \quad (5.13)$$

Los grupos de Lie  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_R$  están representados en función de su quiralidad (mano izquierda o mano derecha respectivamente).

Y para todo operador  $A$  al que se le pueda asociar una quiralidad ( $L$  o  $R$ ),  $P : A_L \longrightarrow A_R^\dagger$ . El grupo  $SU(2)$  se escoge de forma que la interacción electrodébil es invariante bajo paridad. El término dependiente de  $\theta$  está prohibido y desaparece del lagrangiano. Esto convierte las matrices de Yukawa en hermíticas. Toda matriz hermítica tiene autovalores reales, por lo que es obvio que en la base que diagonaliza la matriz, el determinante es real. Como un cambio de base no afecta al determinante,  $\arg(\det Y) = 0$ .

Siendo que  $\bar{\theta} = \theta + \arg(\det Y_u) + \arg(\det Y_d) = 0$ , no puede existir momento dipolar, puesto que su fase se anula.

Hasta aquí es válida la suposición de que la paridad es una buena simetría, sin embargo, en caso de que el momento dipolar no se anule por completo, basta con romper ligeramente la simetría de paridad para obtener un término no nulo en  $\bar{\theta}$ . Esto se puede hacer tomando la masa de cada partícula (las que están involucradas en el proceso) con quiralidad positiva como un ligeramente diferente a su contraparte de quiralidad negativa.

Esta solución da problemas al relacionarlo con otras teorías, por lo que, pese a haber varios modelos que parten de esta solución, no es la solución con mejores perspectivas a futuro.

#### 5.1.4 Quark up sin masa

Para explicar la idea de esta solución, hace falta ver la fórmula que permita calcular el momento

dipolar a partir de los parámetros conocidos. Según [12], el momento dipolar eléctrico del neutrón se puede calcular como

$$d_n = \frac{e\bar{\theta}g_{AC+\mu}}{8\pi^2} \log\left(\frac{\Lambda}{m_\pi^2}\right). \quad (5.14)$$

Para esta explicación, solo interesa saber que  $\mu = \frac{m_u+m_d}{m_u m_d}$  y que por tanto  $d_n \propto \frac{m_u m_d}{m_u+m_d}$ . Es fácil ver que en el límite cuando la masa del quark tiende a cero es

$$\lim_{m_u \rightarrow 0} d_n = 0.$$

Como en realidad existe una cota superior y no es necesario que sea totalmente nulo, basta con que

$$m_u < m_d \cdot 10^{-10}. \quad (5.15)$$

También se puede dar un argumento más teórico, aunque solo en el límite de masa nula. Bajo tal condición, solo hay dos términos que violen  $CP$  en el lagrangiano visto en el apartado 5.1,  $\theta$  y  $\theta_d$ ;  $\theta_u$  desaparece. Por tanto, se forman unas simetrías anómalas (simetría tal que cuando su parámetro de ruptura espontánea se anule, no restaure el valor original del hamiltoniano<sup>2</sup>, por lo que no puede ser una buena simetría de la naturaleza), las cuales siguen

$$\begin{aligned} u &\longrightarrow e^{i\alpha}u, & \theta &\longrightarrow \theta + \alpha \\ d &\longrightarrow e^{i\alpha}d, & \theta_d &\longrightarrow \theta_d - \alpha, & \theta &\longrightarrow \theta + \alpha \end{aligned} \quad (5.16)$$

Es imposible obtener un parámetro que sea invariante bajo estas transformaciones. El momento dipolar del neutrón debe ser nulo ya que no se ha formado un ángulo que se transforme y no hay nada más que pueda violar  $CP$ .

Desgraciadamente, los experimentos han descartado esta teoría, ya que ambos quarks son ligeros pero tienen masa.

### 5.1.5 Ruptura espontánea de $CP$

Una de las posibilidades es que la simetría  $CP$  se rompa espontáneamente. Esto significa que el estado fundamental está degenerado y la elección de un gauge es necesaria para obtener una solución única. Es precisamente esta capacidad de elegir el gauge el que introduciría un término en el lagrangiano que eliminaría el aporte del ángulo del vacío. Es en la introducción del gauge donde se pueden crear numerosas teorías.

Por ejemplo, se puede proponer a  $CP$  como una buena simetría. A modelos basados en este concepto se les suele llamar "modelos de Nelson-Barr", propuestos a partir de los trabajos de Nelson [16] y Barr [17].

---

<sup>2</sup>No confundir con la acepción de anomalía que se refiere a simetrías clásicas que no se cumplen en cuántica.

En estos modelos, la fase de CKM y el ángulo del vacío  $\theta$  se anularían. Pero la fase de CKM ha sido obtenida y resulta ser grande, por lo que es necesaria la ruptura de la simetría, que como se mencionará varias veces en este documento, se necesita para eliminar el término que viola la simetría en el hamiltoniano.

Este tipo de soluciones suelen tener consecuencias en otras áreas, por lo que pueden parecer bastante prometedoras; sin embargo, las teorías a las que lleva este enfoque son en general muy complejas y acaban dando problemas al integrarlas con otras teorías. Además, se deben establecer muchas prohibiciones en el acoplamiento de los campos para mantener  $\bar{\theta}$  nulo mientras que se debe forzar a que la fase de CKM sea grande.

En general, no parecen soluciones muy viables o que encajen en otros marcos teóricos, por lo que quedaron relegadas en popularidad. También pueden verse utilizadas como premisas para otras soluciones.

### 5.1.6 Una nueva partícula

La que parece la mejor solución, consiste en proponer la existencia de partículas que existen pero no se detectan en los procesos que deberían violar CP. Las más aclamadas son los axiones<sup>3</sup>, partículas que fueron también propuestas como candidatas a materia oscura y que interactúan muy poco con la materia.

Estos axiones introucen un término en el lagrangiano

$$\mathcal{L} = \left( \theta + \frac{a}{f_a} \right) \frac{1}{32\pi^2} G\tilde{G}, \quad (5.17)$$

donde  $a$  es el campo que generan y  $f_a$  una constante que da cuenta de la energía de ruptura de la simetría de Peccei-Quinn. La simetría de Peccei-Quinn es una simetría  $U(1)$  (es decir, una simetría cuya transformación está mediada por numeros complejos de módulo uno, es decir, cambios de fase) anómala que se rompe espontáneamente para generar axiones. Que sea anómala, implica que no se restaura la simetría cuando el parámetro que la haya roto (el espurión) se anule. Otras propiedades de la simetría de Peccei-Quinn pueden variar dependiendo del modelo bajo el que se construyan los axiones.

La forma en la que soluciona el problema es simplemente oponerse a la contribución del ángulo de t'Hooft a la densidad lagrangiana, para que esta se anule y no viole CP. Pese a esta contribución, se sigue aplicando una simetría " $U(1)_A$  aproximada" (una simetría que se comporta como la  $U(1)_A$  bajo ciertas condiciones, en este caso que la masa sea baja o el hamiltoniano sufrirá un cambio  $e^{2i\gamma_5\alpha}$ ).

---

<sup>3</sup>Desde que se propusieron, este tipo de soluciones son las más populares y versátiles, siendo que algunas de ellas resuelven muchos otros misterios de la física, como de que están hechas la materia oscura e incluso la energía oscura.

El primer modelo de axiones propuesto por Peccei como se explica en [14], supone que  $f_a = v_F$  ("velocidad de Fermi"  $v_F \approx 250\text{GeV}$ , en realidad este dato es una constante que depende y la velocidad de Fermi tiene unidades de velocidad) y en consecuencia el axión debería ser medible. Sin embargo, resultados en el Instituto Nacional de Física de Altas Energías en Japón (KEK) contradicen el modelo. Se esperaba apreciar que 0.003% de los desintegraciones del kaón  $K^+$  fuesen  $K^+ \rightarrow \pi^+ + a$ . Sin embargo, lo observado es un  $K^+ \rightarrow \pi^+$ . Según los datos obtenidos en [18], aún suponiendo que el axión fuese indetectable, el porcentaje de desintegraciones de este modo no coincide con lo esperado, siendo inferior a  $3.8 \cdot 10^{-5}\%$ . Este resultado tiene un nivel de fiabilidad del 90%. Para resultados de este estilo, el nivel de fiabilidad suele ser del 90% al 95%.

Aún así, se puede formular un modelo de axiones tales que  $f_a \gg v_F$ . Estos axiones son los llamados invisibles por ser ligeros y estar muy poco acoplados pero con una vida media muy larga.

Todos los modelos de axiones se pueden caracterizar por su acoplamiento con dos fotones  $g_{a\gamma\gamma}$ . Por desgracia, no todos estos modelos de axiones resuelven el problema fuerte de CP, aunque si son útiles para otras áreas de la física. Precisamente, estos últimos son para los que existen más experimentos capaces de medirlos. Se suelen diferenciar como "ALP axions" (Axion Like Particle) para los que no resuelven CP y "QCD axions" para los que sí, aunque a veces se utiliza ALP indistintamente cuando resolver el problema CP no es el objetivo.

Es la solución más interesante debido a otras propiedades que tendrían los axiones, siendo importantes candidatos a la materia oscura, además de ser relativamente fáciles de medir gracias a su acople con los fotones. A continuación se aportan varios experimentos de actualidad, cuyo objetivo es medir las propiedades que tendrían estas partículas o sencillamente demostrar su existencia, la cual a día de hoy no ha sido comprobada.

Cabe aclarar, que algunos modelos de axiones son en realidad parte de la solución anterior. La ruptura de simetría propuesta, genera el axión de tal forma que se elimina el término del lagrangiano y estos son los que se mencionaron como modelo de Nelson-Barr.

## 5.2 Experimentos para la medida de axiones

En esta sección se usa unidades de Planck. Bajo estas unidades, la energía en reposo es equivalente a la masa de la partícula y se usan indistintamente.

Los axiones son partículas que apenas interactúan con la materia, por lo que para medirlos y entenderlos, lo mejor es estudiar su efecto sobre otras partículas. Como se puede observar en [12], la mayoría de los experimentos son para axiones ALP debido a que, de nuevo, se necesitan energías demasiado altas para los axiones QCD. A continuación se presentarán algunos experimentos encargados de medir estos axiones en diferentes circunstancias e ideas para futuros experimentos. Los

experimentos que se mencionan son de actualidad pero existen muchos otros experimentos incluso con bases diferentes. Se pueden distinguir dos grandes grupos basándose en la creación del axi3n para el experimento, los experimentos basados en la producci3n de axiones y los que tratan de medir axiones producidos en ciertos eventos c3smicos, los cuales van desde producci3n de axiones en el Sol, hasta axiones producidos durante la inflaci3n pasando por los producidos en p3lsares y otros grandes cuerpos. Otra forma de agruparlos (es la que se emplea en este documento), se basa en la forma de medir el axi3n.

- En [19] se muestra como GALILEO permite la medici3n de axiones u otros candidatos a materia oscura, a trav3s de un material cuya refractividad varía en funci3n de una oscilaci3n coherente de la materia oscura. En el estado actual mediría solo ALP pero se estudia la posibilidad de usar este m3todo en QCD axiones en el futuro, aunque solo para un modelo con masas especialmente bajas. Estos axiones serían producidos solo antes o poco despu3s de que produjese la inflaci3n c3smica. Los experimentos presentados miden un rango de energías entre  $0.1 - 103 \mu eV$ .
- Optical Search for QED Vacuum Bifringence, Axions and Photon Regeneration (OSQAR) es un experimento del CERN que trata de observar axiones a trav3s de su acoplamiento con fotones siguiendo el diagrama de Feynman de la Figura 5.3.

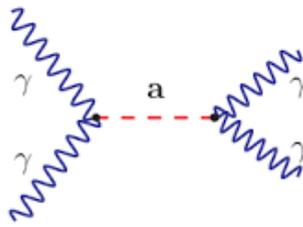


Figura 5.3: Diagrama de Feynman m3s b3sico para el acoplamiento de un axi3n con dos fotones. Este es el esquema que siguen casi todos los experimentos relacionados con la medida de los axiones. Imagen obtenida en la [p3gina web del CERN](#).

Un esquema sencillo se reduce a dos pantallas seguidas, sobre las que se enfoca un haz fot3n-axi3n afectados por un intenso campo magn3tico. Si al alcanzar la pantalla, el estado es el de fot3n, son absorbidos por la misma mientras que si est3n en modo axi3n la atraviesan. Esto permite que una pequeña parte del haz atraviese la primera pantalla y se absorba en la segunda. Este es el fundamento tras la mayoría de experimentos LSW (Light Shining through a Wall), la Figura 5.4 muestra un esquema m3s detallado del experimento en OSQAR.

En cada artícuo [20, 21], dan una constante de acoplamiento que aporta informaci3n sobre el enlace entre el fot3n y el axi3n, siendo proporcional a la masa del axi3n y tiene un valor de

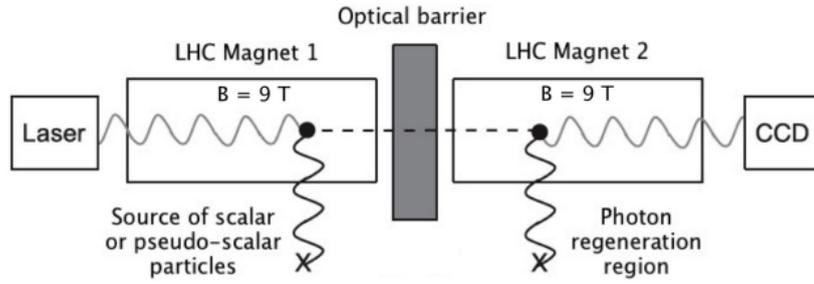


Figura 5.4: Esquema sencillo del experimento LSW utilizado en [20] para describir el experimento realizado en OSQAR.

$g_{a\gamma\gamma} < 3.5 \cdot 10^{-8} \text{ GeV}^{-1}$  y  $g_{a\gamma\gamma} < 8 \cdot 10^{-8} \text{ GeV}^{-1}$  respectivamente, con una masa del axión  $m_a < 0.1 \mu\text{eV}$  y  $m_a < 1 \text{ meV}$  respectivamente. Este aparente límite superior en la medida se basa en que a partir de este punto hay un cambio abrupto en las medidas, que indica una pérdida de coherencia en la masa o energía medida. En los experimentos en los que se da un rango, es porque se logra mantener la coherencia durante todo ese tramo.

Otro sistema similar, se cita en [22]. Un experimento que intercambia las pantallas por una cavidad resonante SRF (superconducting radiofrequency cavities). La idea básica es aumentar la probabilidad de que un mismo fotón se convierta en axión. Por desgracia, también se menciona la incapacidad de este método para detectar axiones QCD. Proclama un acoplamiento axión-fotón de  $g_{a\gamma\gamma} \approx 9 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}^{-1}$  que supone una masa  $m \approx 2,4 \mu\text{eV}$ .

Lo mismo se comprueba en PVLAS [23] (Polarizzazione del Vuoto con LASer) en el que usan cavidades de Fabry-Perot<sup>4</sup> con resultados similares a OSQAR.

- Usando el detector GlueX en Thomas Jefferson National Accelerator Facility, también estudian los axiones ALP a través de su acoplamiento con los fotones. La diferencia es que en este experimento, se lanza un haz de fotones de alta frecuencia a través de un campo magnético elevado, en este caso ejercido por un núcleo atómico en lo que se denomina producción de Primakoff. El fotón en cuestión interactúa con el núcleo, se forma una nueva partícula (Axion-Like) y se desintegra en dos fotones. En la referencia [24] se observa que el límite de masa para los axiones producidos de este modo, está en torno a los  $360 \text{ MeV}$ . En concreto, el rango está entre  $200 \text{ MeV} < m_a < 450 \text{ MeV}$ .

La producción de Primakoff también se usa en CAST [25] (CERN Axion Solar Telescope) para axiones ligeros, un telescopio basado en un imán dirigido hacia el sol y que trata de obtener

<sup>4</sup>Estas cavidades consisten en dos espejos paralelos que causa interferencias entre varios haces de luz de forma controlada.

resultados en torno a los axiones producidos por él. Ya en 2003-2004 encontraron un límite de  $m_a < 0.02 \text{ eV}$  a partir del cual, los datos perdían la coherencia. En el último experimento obtuvieron  $g_{a\gamma\gamma} < 6.6 \cdot 10^{-11} \text{ GeV}^{-1}$  manteniendo el límite de coherencia  $m_a < 0,02 \text{ eV}$ .

Además se está preparando un helioscopio de mayor escala, IAXO (International Axion Observatory) también del CERN.

- El experimento a la inversa también es posible. En la referencia [26] explican como acoplando varios láseres potentes, se puede generar un axi3n. El proceso es idéntico al ya mencionado en LSW pero se realiza en sentido contrario, los dos fotones producidos al final de LSW son los láseres acoplados inicialmente en este experimento. Se usará "Láser coupling" para referirse a este experimento en la tabla 5.1. La medición del axi3n utiliza la misma premisa que el LSW y en este caso se obtienen masas de entre  $0.5 < m_a < 6 \text{ eV}$ , con un acoplamiento  $g_{a\gamma\gamma} > 10^{-7} \text{ GeV}^{-1}$ . También presentan la posibilidad de combinar distintos tipos de láser para, en un futuro experimento, obtener masas de 10 a 100 eV, acercándose a un posible axi3n QCD.

A continuación, una tabla de los límites energéticos de cada experimento para una mejor comparación. Es importante recordar que los axiones QCD son de altas energías aunque existen modelos más elaborados que permiten su existencia con masas inferiores.

Experimento	Energía ( $m_a$ )/eV
GALILEO	$10^{-7} - 1,03 \cdot 10^{-4}$
OSQAR	$< 10^{-7}$ y $10^{-4} - 10^{-3}$
SRF	$2,4 \cdot 10^{-6}$
GlueX	$3,6 \cdot 10^8$
CAST	$< 2 \cdot 10^{-2}$
PVLAS	$< 10^{-7}$
Láser coupling	$0.5 - 6$

Tabla 5.1: Límite aproximado de masas de los axiones medibles en cada experimento.

Cabe mencionar que en [27] a parte de la producción de axiones a partir de fotones, se estudia su acoplamiento con gluones y bosones gauge electrodébiles, y se analiza la contribución de los ALP a los quark top (t). De esta forma, trata de presentar futuras formas de investigación sobre axiones, aunque aún no presenta un experimento.

## Sección 6

# Unificación de $CP$

Se trata de una propuesta interesante para resolver el problema  $CP$  que a su vez, intenta de explicar la reducida masa de los neutrinos. Utilizando el mecanismo de Seesaw que se explicará a continuación, se puede relacionar fermiones ligeros en las interacciones electrodébiles con la existencia de unos fermiones más pesados.

En este caso, la explicación de que solo se encuentren neutrinos con quiralidad  $-\frac{1}{2}$ , se debe a que sus correspondientes neutrinos masivos son los de quiralidad  $+\frac{1}{2}$ . Para manifestar las partículas predichas por el mecanismo de Seesaw, se necesitarían energías de al menos dos órdenes de magnitud superiores a lo que actualmente se ha logrado, por lo que por el momento no se ha podido observar.

El mecanismo de Seesaw explica el problema débil de  $CP$  a partir de una ruptura de simetría debido a la diferencia de masas entre los neutrinos  $\nu_R$  y  $\nu_L$ . La ruptura debe introducir a su vez un término que anule el de violación de  $CP$ , es decir, que el hamiltoniano tras la transformación de  $CP$  sea idéntico al original. Esta solución también trata de resolver el problema fuerte mediante la duplicación de fermiones, realizado de forma idéntica a como se obtiene el neutrino teórico  $\nu_R$ . Por ello también se podría considerar un caso particular de las soluciones de la Sección 5.1.5.

A continuación, se aporta una explicación sobre el mecanismo de Seesaw, utilizando unidades naturales ( $\hbar \equiv 1$ ) para los neutrinos.

### 6.1 Mecanismo de Seesaw

El mecanismo de Seesaw es todo el proceso que permite la obtención de los autoestados del hamiltoniano de los neutrinos (o antineutrinos) en una desintegración  $\beta$ . El hamiltoniano tendrá un término con la forma  $\mathcal{H} = \langle \varphi | M | \varphi \rangle$  donde  $|\varphi\rangle$  es el vector columna del campo y  $M$  una matriz de masas. Si se diagonaliza la matriz de masas se obtiene una masa para cada estado posible de los neutrinos. Es necesario recordar que hasta el momento solo se ha medido un neutrino (sin

contar diferencias de sabores, esto quiere decir que solo se han observado neutrinos ligeros), pero este mecanismo presenta dos funciones de estado para dos neutrinos diferentes.

Se parte de la ecuación de Dirac, que no deja de ser una ecuación de Schrödinger. Esta rige la función de onda de los neutrinos-antineutrinos (vectores de cuatro dimensiones con espín  $\frac{1}{2}$ ). Tiene la forma

$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\phi(\vec{r}, t) = 0, \quad (6.1)$$

donde  $\gamma^\mu$  son las cuatro matrices de Dirac y  $\mu$  es un número entre el cero y el tres,  $\mu = 0$  es el término temporal y el resto ( $\mu = 1, 2, 3$ ) los espaciales.

Por tanto, existen cuatro ecuaciones que aportan información sobre el momento y espín de las partículas. Se puede dar dos soluciones en función de su quiralidad ( $\Phi_L$  y  $\Phi_R$ , que es aproximadamente la helicidad gracias a la baja masa), las cuales tienen forma de espinor, por lo que el sentido del momento de cada elemento viene dado por su helicidad y espín. Usando  $\Phi$  como la solución general, se obtienen

$$\Phi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\Phi \quad \text{y} \quad \Phi_R = \frac{1+\gamma_5}{2}\Phi, \quad (6.2)$$

con  $\gamma_5$  definido como un producto de las matrices de Dirac, tal que sea el operador quiralidad. Como se sabe de teoría de grupos, su fórmula depende de la representación adoptada (en la Sección 5.1 ya se mostró una de sus posibles representaciones). El operador quiralidad es interesante ya que en el límite de masa nula resulta ser equivalente al de helicidad (como ya se ha mencionado), es decir, cumplen

$$\frac{1}{2}\gamma_5\Phi_L = -\frac{1}{2}\Phi_L \quad \text{y} \quad \frac{1}{2}\gamma_5\Phi_R = \frac{1}{2}\Phi_R. \quad (6.3)$$

Usando  $\Phi$  y su conjugada  $\Phi^c$  como campos, se pueden definir otros campos  $f$  y  $F$  como

$$f \equiv \frac{\Phi_L + (\Phi^c)_R}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad F \equiv \frac{\Phi_R + (\Phi^c)_L}{\sqrt{2}}. \quad (6.4)$$

Estos campos son útiles para representar la matriz de masas a partir del hamiltoniano, como se verá a continuación.

Se va a escribir el hamiltoniano desde el sistema de referencia en reposo del "neutrino de Dirac"  $\nu_D$ , que son los neutrinos teóricos que predicen las ecuaciones en este punto, no son necesariamente equivalentes a los realmente existentes. Usando  $m_D$  como la masa del neutrino de Dirac y teniendo en cuenta la función de onda conjugada, el hamiltoniano resulta

$$\mathcal{H} = m_D(\bar{\Phi}\Phi + \bar{\Phi}^c\Phi^c + \bar{\Phi}^c\Phi + \bar{\Phi}\Phi^c). \quad (6.5)$$

Siendo que  $(\mathbb{1} + \gamma^5)(\mathbb{1} - \gamma^5) = \mathbb{1}^2 - (\gamma^5)^2 = \mathbb{1} - \mathbb{1} = 0$ , las combinaciones con misma quiralidad se anulan y el hamiltoniano queda

$$\mathcal{H} = m_D [\bar{\Phi}_R\Phi_L + (\bar{\Phi}_R)^c\Phi_L + \bar{\Phi}_R(\Phi_L)^c + (\bar{\Phi}_R)^c(\Phi_L)^c + h.c.], \quad (6.6)$$

donde h.c. significa conjugado hermítico.

Se puede reducir aún más usando  $(\bar{\Phi}_R)^c(\Phi_L)^c = \bar{\Phi}_R\Phi_L$ . Resultando en

$$\mathcal{H} = m_D\bar{\Phi}_R\Phi_L + \frac{1}{2}m_L(\bar{\Phi}_R)^c\Phi_L + \frac{1}{2}m_R\bar{\Phi}_R(\Phi_L)^c + h.c., \quad (6.7)$$

donde  $m_L$  y  $m_R$  son contribuciones a la masa de las partículas debido a que esos términos no conservan el número leptónico.

Si ahora el hamiltoniano de (6.7) se expresa en función de  $f$  y  $F$ , se obtiene

$$\mathcal{H} = m_L\bar{f}f + m_R\bar{F}F + m_D(\bar{f}F + \bar{F}f) = (\bar{f}, \bar{F}) \begin{pmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ F \end{pmatrix}. \quad (6.8)$$

De esta forma, basta con diagonalizar la matriz de masas para obtener los autovalores y estados del hamiltoniano. El autovalor de la masa resulta  $\epsilon_{\pm} = \frac{1}{2}(m_L + m_R) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(m_R - m_L)^2 + m_D^2}$ .

Los neutrinos de quiralidad negativa tienen masas muy pequeñas, por lo que asumiendo que  $m_L \rightarrow 0$ , e imaginando que los neutrinos con quiralidad positiva no se han descubierto porque su energía es demasiado grande, se podría asumir  $m_R \gg m_D$  usando el polinomio de Taylor de la raíz hasta orden dos (si se usase el primer término se anula uno de los autovalores), los autovalores de la masa quedan como

$$\epsilon_{\pm} \approx \frac{1}{2}m_R \pm \sqrt{\frac{1}{4}m_R^2 + m_D^2} \approx \frac{1}{2}m_R \left( 1 \pm \left( 1 + 2\frac{m_D^2}{m_R^2} \right) \right) = \begin{cases} m_R + \frac{m_D^2}{m_R} = \epsilon_+ \approx m_R \\ -\frac{m_D^2}{m_R} = \epsilon_- \end{cases}. \quad (6.9)$$

El estado de  $\epsilon_-$  se puede aproximar a

$$\nu \approx \begin{pmatrix} \sqrt{1 - \left(\frac{m_D}{m_R}\right)^2} \\ \frac{m_D}{m_R} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv f, \quad (6.10)$$

mientras que el estado de  $\epsilon_+$ , que debe ser ortogonal, resulta

$$N \approx \begin{pmatrix} -\frac{m_D}{m_R} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{m_D}{m_R}\right)^2} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv F. \quad (6.11)$$

Bajo estas condiciones, claramente la masa del neutrino creado por la interacción del campo  $F$  es mucho mayor que la del neutrino creado por  $f$ , ya que  $m_R^2 \gg m_D^2 \Rightarrow m_R \gg \frac{m_D}{m_R}$ .

La masa pequeña corresponde a la combinación de la función de onda del neutrino y antineutrinos conocidos, mientras que la masa grande corresponde al neutrino de quiralidad positiva y al anti-neutrino de quiralidad negativa. Es importante notar que este hecho no asegura que exista un neutrino de quiralidad positiva, solo lo hace una posibilidad.

De ser necesario, se puede encontrar más información sobre el mecanismo de Seesaw en [28].

## 6.2 Duplicación de fermiones

Utilizando el mecanismo de Seesaw, se puede explicar el el gran problema  $CP$  a través de crear una nueva partícula a partir de cada fermión. En [29] se muestra cómo usar este mecanismo para las partículas en concreto, aquí simplemente se extrapolarán los resultados.

Al diagonalizar las matrices de masa de los correspondientes fermiones, se da lugar a una fase de Kobayashi-Maskawa y modifica la matriz de masas de los quarks  $M_q$  de tal forma que  $\arg(\det M_q) = 0$  (mismo proceso que el visto en la sección 5.1), lo que se ve claramente ya que una de las dos cajas de la diagonal de  $M_q$  se anula y las antidiagonales son una la conjugada de la otra. Incluso aunque la caja diagonal no nula fuese compleja, el determinante de la matriz  $M_q$  es idéntico al de una matriz hermítica  $2 \times 2$ .

Este resultado permite que el ángulo con el que se describe al neutrón sea nulo. Arregla el problema  $CP$  fuerte, incluso para la corrección de primera vuelta o loop. Esta solución no es más que la solución de la Sección 5.1.3 usando teoría de grupos, pero utilizada a su vez para arreglar el problema  $CP$  débil.

Por el momento se han realizado varios experimentos para encontrar los fermiones duplicados, como LEP (Large Electron-Positron Collider) en el CERN (un ejemplo de estos experimentos se puede ver en [30]). Sin embargo, es muy probable que no se pueda hallar resultados sin la creación de un acelerador de mayor magnitud. Por ello se ha presentado un proyecto de un nuevo colisionador llamado FCC-ee (Future Circular Collider - electron-positron) que podrá realizar experimentos a mayores energías.

Otra posibilidad para la medida de estas nuevas partículas, proviene de observar eventos cuya energía sea suficientemente alta como para producirlas. Experimentos de este estilo ya están siendo utilizados en el LIGO (Laser Interferometry Gravitational-waves Observatory).

Una forma en la que se podrían medir los neutrinos masivos es gracias a que las funciones de onda de los neutrinos en las desintegraciones de algunas partículas, no son puramente de los neutrinos ligeros sino que existe una pequeña contribución de los neutrinos masivos. En [31] se explica la desintegración  $Z$  que produce estos neutrinos y se ahonda en la utilidad del FCC-ee.

## Sección 7

# Conclusiones

De las posibles soluciones para el problema fuerte de  $CP$ , la existencia de axiones parece ser la más viable, aunque solo los llamados "invisibles" o axiones QCD, interesantes a su vez ya que son candidatos a materia oscura y existen modelos de energía oscura que emplean la existencia de axiones. Aun así, podrían no ser el único tipo de materia oscura y ni siquiera se ha demostrado su existencia; aunque sí se han acotado sus propiedades y la forma en que interactúan con la materia, a partir de varios experimentos.

Por desgracia, la búsqueda de axiones QCD no ha sido muy fructífera por el momento, pero se espera ser capaces de medirlos en un futuro cercano. Además, ya existe un proyecto de un acelerador que por su energía debería ser capaz de medirlos.

La segunda solución más interesante, gracias a que también explicaría parcialmente el problema  $CP$  débil, es la de la duplicación de fermiones. De ser esta la solución correcta, deberíamos poder encontrar muchas nuevas partículas y extender el modelo estándar de la física de partículas enormemente.

Por el contrario, las otras soluciones para el problema  $CP$  no parecen aportar buenos resultados. Las soluciones, en general, pueden parecer de poco valor y en especial las descartadas. Sin embargo, incluso estas últimas, nos pueden aportar mucha información. Por medio de estas teorías se ha motivado y entendido cómo medir ciertas propiedades, como la masa del quark  $u$ , además de incentivar la creación de nuevas teorías con bases similares que quizá sí funcionen. Un claro ejemplo es la solución de ruptura de simetrías, que al final es usada en parte tanto por la solución de los axiones como la de duplicación fermiónica.

Por último, es importante mencionar que de confirmarse alguna de las soluciones, se ampliaría nuestro conocimiento sobre la física de partículas en general e incluso sobre otras ramas de la física.

Quedamos así a la espera de nuevos datos, experimentos y mejoras tecnológicas, que nos permitan revelar la verdad tras este apasionante e intrincado problema.



# Anexo A

## Relación entre diferentes simetrías

Sean dos transformaciones de simetría,  $A$  y  $B$ . Si por ejemplo  $A$  se viola, el hamiltoniano del sistema no se conserva bajo estas transformaciones, esto es

$$A\mathcal{H}A^{-1} = \mathcal{H}' \neq \mathcal{H}. \quad (\text{A.1})$$

Aplicando la simetría conjunta  $AB$ , se obtiene

$$AB\mathcal{H}B^{-1}A^{-1} = A\mathcal{H}'A^{-1}. \quad (\text{A.2})$$

- En caso de que la simetría  $B$  si fuese una simetría del hamiltoniano,

$$AB\mathcal{H}B^{-1}A^{-1} = A\mathcal{H}'A^{-1} = \mathcal{H}', \quad (\text{A.3})$$

con lo que  $AB$  no es una simetría del sistema. Este resultado es aplicable para cualquier simetría, sin haber usado que sean discretas.

Se puede hacer la demostración al revés, ya que los operadores de las simetrías conmutan,  $BA\mathcal{H}A^{-1}B^{-1} = B\mathcal{H}B^{-1} = \mathcal{H}'$ .

- En caso de que el sistema viole la simetría  $B$ , en general no se podría asegurar nada sobre  $AB$ . Lo único destacable es que permite que se conserve la combinación  $AB$ , pero no lo asegura.

En estos casos, la violación de la simetría puede no ocurrir y darse, no es tan estricta como para las simetrías discretas por separado. El resultado final del proceso que viola la simetría puede dar resultados que varíen muy poco de lo esperado si las simetrías se cumpliesen.

La información útil que se obtiene aquí, es que si  $AB$  se conserva y sabemos si  $A$  lo hace o no, también conocemos si  $B$  será o no una simetría del sistema.



# Anexo B

## Cálculo de la asimetría de Kabir

Para los kaones, se pueden distinguir dos casos que son autoestados del hamiltoniano: los que tienen vida media larga ( $L$ ) y los que tienen vida media corta ( $S$ ), con estados  $|K_L^{in}\rangle$ ,  $|K_S^{in}\rangle$  respectivamente. Estos estados son combinaciones lineales de los kaones neutros y sus antipartículas.

Los rayos entrantes son

$$|K_L^{in}\rangle = \frac{1}{N_L} \left( (1 + \beta) |K_0^{in}\rangle - (1 - \beta) |\bar{K}_0^{in}\rangle \right), \quad (\text{B.1})$$

$$|K_S^{in}\rangle = \frac{1}{N_S} \left( (1 + \alpha) |K_0^{in}\rangle + (1 - \alpha) |\bar{K}_0^{in}\rangle \right), \quad (\text{B.2})$$

y los salientes

$$\langle K_L^{out}| = \frac{1}{N_L} \left( (1 + \tilde{\beta}) \langle K_0^{out}| - (1 - \tilde{\beta}) \langle \bar{K}_0^{out}| \right), \quad (\text{B.3})$$

$$\langle K_S^{out}| = \frac{1}{N_S} \left( (1 + \tilde{\alpha}) \langle K_0^{out}| + (1 - \tilde{\alpha}) \langle \bar{K}_0^{out}| \right). \quad (\text{B.4})$$

Tras aplicar las relaciones de ortogonalidad  $\langle K_i^{out}|K_j^{in}\rangle = \delta_{ij}$  con  $i, j = L, S$ , se obtienen las relaciones

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\alpha} = -\beta \\ \tilde{\beta} = -\alpha \\ N_S \tilde{N}_S = N_L \tilde{N}_L = 2(1 - \alpha\beta) \end{array} \right\}, \quad (\text{B.5})$$

dejando  $N_i \propto \tilde{N}_i$ , cuya solución no es única. Se suele elegir  $N_i = \tilde{N}_i = \sqrt{2(1 - \alpha\beta)}$ .

Se sabe que el hamiltoniano es diagonal en la base de  $|K_L^{in}\rangle$  y  $|K_S^{in}\rangle$ , por lo que es

$$\mathcal{H} = \lambda_L |K_L^{in}\rangle \langle K_L^{in}| + \lambda_S |K_S^{in}\rangle \langle K_S^{in}|.$$

Sin embargo, para proceder se necesita el hamiltoniano en la base del kaón neutro y su antipartícula.

Tras obtener  $|K_0^{in}\rangle$  y  $|\bar{K}_0^{in}\rangle$  en función de  $|K_L^{in}\rangle$  y  $|K_S^{in}\rangle$ , se sustituye en la fórmula (3.2), junto al operador de evolución temporal. La asimetría de Kabir queda como

$$A_T = \frac{\left| \langle K_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | \bar{K}_0^{in} \rangle \right|^2 - \left| \langle \bar{K}_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | K_0^{in} \rangle \right|^2}{\left| \langle K_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | \bar{K}_0^{in} \rangle \right|^2 + \left| \langle \bar{K}_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | K_0^{in} \rangle \right|^2}. \quad (\text{B.6})$$

Empleando la relación de cierre  $|K_L\rangle \langle K_L| + |K_S\rangle \langle K_S| = \mathbb{1}$  sobre  $\langle K_0 | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | \bar{K}_0 \rangle$ , se obtiene:

$$\begin{aligned} \langle K_0 | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | \bar{K}_0 \rangle &= \langle K_0 | K_L \rangle \langle K_L | \bar{K}_0 \rangle e^{-i\lambda_L \Delta t} + \langle K_0 | K_S \rangle \langle K_S | \bar{K}_0 \rangle e^{-i\lambda_S \Delta t} \\ \Rightarrow \langle K_0 | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | \bar{K}_0 \rangle &= \frac{1}{2(1-\alpha\beta)} (1+\alpha)(1+\beta) (e^{-i\lambda_S \Delta t} - e^{-i\lambda_L \Delta t}). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Haciendo lo mismo para  $\langle \bar{K}_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | K_0^{in} \rangle$ , queda

$$\langle \bar{K}_0^{out} | e^{-i\mathcal{H}\Delta t} | K_0^{in} \rangle = \frac{1}{2(1-\alpha\beta)} (1-\alpha)(1-\beta) (e^{-i\lambda_S \Delta t} - e^{-i\lambda_L \Delta t}). \quad (\text{B.8})$$

Finalmente, basta con sustituir en la fórmula (B.6), donde el factor  $\frac{1}{2(1-\alpha\beta)} (e^{-i\lambda_S \Delta t} - e^{-i\lambda_L \Delta t})$  es despejado, con lo que se llega a la fórmula (3.3)

$$A_T = \frac{|(1+\alpha)(1+\beta)|^2 - |(1-\alpha)(1-\beta)|^2}{|(1+\alpha)(1+\beta)|^2 + |(1-\alpha)(1-\beta)|^2}.$$

La fórmula (3.3) (cambiando los estados al caso correspondiente) es extraordinariamente útil en física experimental. Para comprobar que el tiempo es una buena simetría de un proceso dado, basta con conocer los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ , con los que se relacionan los estados del hamiltoniano del proceso con las partículas involucradas.

Si los estados del hamiltoniano  $\varphi_L$  y  $\varphi_S$  coinciden con los de las partículas ( $\alpha = \pm 1$  y  $\beta = \mp 1$ ), o si  $\alpha = \pm 0.5$  y  $\beta = \mp 0.5$ , entonces es obvio que la inversión temporal es una buena simetría del proceso. De lo contrario, se violaría la asimetría temporal, aunque hay que recordar que debido al error de medida, la asimetría nunca se anulará y en muchos casos el error es demasiado grande para obtener buenos resultados.

# Bibliografía

- [1] H. Bacry, *Lectures on Group Theory and Particle Theory*, Gordon and Breach (1977).
- [2] D.J. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, Wiley & Sons, Inc. (2008).
- [3] R.F. Streater and A.S. Wightman, *PCT, Spin and Statistics, and All That*, Princeton University Press (2001).
- [4] C.D. Froggatt and H. B. Nielsen, *Origin of symmetries*, World Scientific (1991).
- [5] V.Ya Faïnberg, *Theoretical foundations of the CPT theorem*, Phys. Usp. **11** (1969) 506–511.
- [6] H. Greaves and T. Thomas, *On the CPT theorem*, Stud. Hist. Philos. Sci. Part B: Stud. Hist. Philos. Mod. Phys. **45** (2014) 46–65.
- [7] J. Bernabéu and F. Martínez-Vidal, *Colloquium: Time-reversal violation with quantum-entangled B mesons*, Rev. Mod. Phys. **87** (2015) 165–182.
- [8] L. Alvarez-Gaumé, C. Kounnas, S. Lola, and P. Pavlopoulos, *Violation of time-reversal invariance and cplear measurements*, Phys. Lett. B **458** (1999) 347–354.
- [9] N. Cabibbo, *Unitary symmetry and leptonic decays*, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531–533.
- [10] M. Kobayashi and T. Maskawa, *CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652–657.
- [11] A. Pich, *CP violation*, arXiv:hep-ph/9312297v1.
- [12] A. Hook, *TASI Lectures on the Strong CP Problem and Axions*, arXiv:1812.02669v2 [hep-ph]
- [13] J.M. Pendlebury et al., *Revised experimental upper limit on the electric dipole moment of the neutron*, Phys. Rev. D **92** (2015) 092003.
- [14] R. D. Peccei, *The Strong CP Problem and Axions*. In: Kuster, M., Raffelt, G., Beltrán, B. (eds) Axions. Lecture Notes in Physics **741**, Springer (2008).
- [15] G. 't Hooft, *How instantons solve the U(1) problem*, Phys. Rep. **142** (1986) 357–387.

- [16] A. Nelson, *Naturally weak CP violation*, Phys. Lett. B **136** (1984) 387–391.
- [17] S. M. Barr, *Solving the Strong CP Problem without the Peccei-Quinn Symmetry*, Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 329–332.
- [18] Y. Asano et al., *Search for a rare decay mode  $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$  and axion*, Phys. Lett. B **107** (1981) 159–162.
- [19] R. Ebadi, D. E. Kaplan, S. Rajendran, and R. L. Walsworth, *Galactic Axion Laser Interferometer Leveraging Electro-Optics: GALILEO*, arXiv:2306.02168v1 [hep-ph].
- [20] R. Ballou et al., *New exclusion limits on scalar and pseudoscalar axionlike particles from light shining through a wall*, Phys. Rev. D **92** (2015) 092002.
- [21] P. Pugnati et al., *Search for weakly interacting sub-eV particles with the OSQAR laser-based experiment: results and perspectives*, Eur. Phys. J. C **74** (2014) 3027.
- [22] Z. Bogorad, A. Hook, Y. Kahn, and Y. Soreq, *Probing Axionlike Particles and the Axiverse with Superconducting Radio-Frequency Cavities*, Phys. Rev. Lett. **123** (2019) 021801.
- [23] F.D. Valle et al., *The PVLAS experiment: measuring vacuum magnetic birefringence and dichroism with a birefringent Fabry-Perot cavity*, Eur. Phys. J. C **76** (2016) 24.
- [24] J.R. Pybus et al., *Search for axion-like particles through nuclear Primakoff production using the GlueX detector*, arXiv:2308.06339v1 [hep-ex].
- [25] J.A. García et al., *New cast limit on the axion–photon interaction*, Nat. Phys. **13** (2017) 584–590.
- [26] K.A. Beyer, G. Marocco, R. Bingham, and G. Gregori, *Light-shining-through-wall axion detection experiments with a stimulating laser*, Phys. Rev. D **105** (2022) 035031.
- [27] J. Ebadi, S. Khatibi, and M.M. Najafabadi, *New probes for axion-like particles at hadron colliders*, Phys. Rev. D **100** (2019) 015016.
- [28] C. Amsler, *Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing (2015).
- [29] S. Chang and J.E. Kim, *Fermion doubling and a natural solution of the strong CP problem*, Phys. Rev. D **50** (1994) 2218–2224.
- [30] P. Abreu et al., *Search for neutral heavy leptons produced in  $z$  decays*, Z. Phys. C: Part. Fields **74** (1997) 57–71.
- [31] A. Blondel, E. Graverini, N. Serra, and M. Shaposhnikov, *Search for heavy right handed neutrinos at the FCC-ee*, Nucl. Part. Phys. Proc. **273-275** (2016) 1883–1890.