



---

# **Universidad de Valladolid**

## **Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales**

### **Trabajo Fin de Grado**

#### **Grado en Finanzas, Banca y Seguros**

**Medición de interrelaciones en el mercado de materias  
primas. Medidas de dependencia no lineal basadas en  
rangos**

Presentado por:

**Lucía Rebollo Llanes**

Tutelado por:

**Ana Pérez Espartero**



## RESUMEN

Este trabajo aborda el análisis de la dependencia entre los rendimientos de distintos mercados de materias primas, empleando medidas alternativas al coeficiente de correlación lineal de Pearson, como el coeficiente de rangos de Spearman, el coeficiente de rango de Spearman y el coeficiente gamma de Gini. Estas medidas, basadas en rangos, aunque son menos conocidas presentan ciertas ventajas: son más robustas frente a datos atípicos y permiten medir relaciones no necesariamente lineales entre variables no normales. Además, el trabajo analiza como esta dependencia varía durante la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania.

Los resultados indican que los rendimientos de las materias primas no siguen una distribución normal, debido principalmente a un exceso de curtosis. Además, la dependencia entre las categorías de materias primas es más elevada, mientras que dentro del subgrupo agrícola es más débil. Esta dependencia puede variar a lo largo de las diferentes fases del ciclo económico, lo que sugiere que no todas las materias primas son igualmente efectivas para la diversificación en todo momento.

Palabras clave: rangos, materias primas, COVID-19, guerra de Ucrania

## **SUMMARY**

This paper addresses the analysis of dependency among the returns of different commodity markets, using alternative measures to Pearson's linear correlation coefficient, namely Spearman's rank coefficient, Spearman's footrule coefficient, and Gini's gamma coefficient. These rank-based measures, though less well-known, offer certain advantages: they are more robust against outliers and allow for the measurement of non-linear relationships between non-normal variables. Additionally, the study examines how this dependency varies during the COVID-19 crisis and the Ukraine war.

The results indicate that commodity returns do not follow a normal distribution, primarily due to an excess of kurtosis. Furthermore, the dependency between commodity categories is higher, while it is weaker within the agricultural subgroup. This dependency can vary across different phases of the economic cycle, suggesting that not all commodities are equally effective for diversification at all times.

**Keywords:** ranks, commodities, COVID-19, Ukraine war

## Índice de contenido

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1.     | INTRODUCCIÓN .....   | 7  |
| 2.     | EL MERCADO DE MATERIAS PRIMAS: DESCRIPCIÓN Y RELACIÓN CON OTROS MERCADOS                         | 8  |
| 3.     | MEDIDAS DE DEPENDENCIA BIDIMENSIONAL .....   | 12 |
| 3.1.   | Coeficiente de correlación lineal de Pearson .....   | 12 |
| 3.2.   | Coeficiente de rangos de Spearman .....  | 14 |
| 3.3.   | Otras medidas basadas en rangos: el coeficiente de Spearman y el coeficiente gamma de Gini ..... | 16 |
| 4.     | DATOS Y VARIABLES .....  | 18 |
| 5.     | RESULTADOS .....   | 22 |
| 5.1.   | Análisis unidimensional .....  | 22 |
| 5.1.1. | Análisis descriptivo .....   | 22 |
| 5.1.2. | Contrastes de normalidad .....   | 25 |
| 5.2.   | Análisis bidimensional .....   | 29 |
| 5.2.1. | Gráficos de dispersión y medidas de dependencia .....  | 29 |
| 5.2.2. | Análisis por quintiles .....   | 33 |
| 5.3.   | Sensibilidad de los resultados al ciclo económico .....  | 37 |
| 6.     | CONCLUSIONES .....   | 43 |
| 7.     | BIBLIOGRAFÍA .....   | 45 |
| 8.     | ANEXO 1: QQ PLOTS POR SUBPERIODOS .....  | 47 |
| 9.     | ANEXO 2: DIAGRAMAS DE DISPERSION POR SUBPERIODOS .....   | 48 |

## Índice de gráficos

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Gráfico 1. | Evolución temporal de precios y rendimientos de energía, agricultura y metales ....                                       | 20 |
| Gráfico 2. | Evolución temporal de precios y rendimientos de granos, suaves y ganadería .....  | 21 |
| Gráfico 3. | Distribución de los rendimientos de las tres categorías y de las tres agrícolas .....                                     | 25 |
| Gráfico 4. | QQ plots de rendimientos de las materias primas .....   | 28 |
| Gráfico 5. | Diagramas de dispersión de los rendimientos de las materias primas .....  | 29 |
| Gráfico 6. | Diagramas de dispersión de los rangos relativos de los rendimientos de las materias primas.....                           | 31 |
| Gráfico 7. | Frecuencias relativas en los quintiles de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas de los rendimientos ..... | 36 |
| Gráfico 8. | Frecuencias relativas en los quintiles de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas de los rendimientos ..... | 42 |

## Índice de tablas

|   |    |
|---|----|
| Tabla 1. Lista de materias primas.....  | 9  |
| Tabla 2. Principales estadísticos descriptivos de los rendimientos de las materias primas .....                       | 23 |
| Tabla 3. Contrastes de normalidad de las materias primas .....  | 27 |
| Tabla 4. Proporción de rendimientos tipificados fuera de los intervalos $\pm 2$ , $\pm 2.5$ , $\pm 3$ .....           | 27 |
| Tabla 5. Medidas de dependencia entre los rendimientos de materias primas.....  | 32 |
| Tabla 6. Distribución conjunta de los rendimientos de energía y agricultura .....                                     | 33 |
| Tabla 7. Distribución conjunta de los rendimientos de energía y metales .....   | 34 |
| Tabla 8. Distribución conjunta de los rendimientos de agricultura y metales.....                                      | 34 |
| Tabla 9. Distribución conjunta de los rendimientos de granos y suaves .....   | 34 |
| Tabla 10. Distribución conjunta de los rendimientos de granos y ganadería .....                                       | 34 |
| Tabla 11. Distribución conjunta de los rendimientos de suaves y ganadería .....                                       | 35 |
| Tabla 11. Principales estadísticos descriptivos de los rendimientos y contrastes de normalidad en 3 subperiodos ..... | 38 |
| Tabla 12. Medidas de dependencia entre las distintas materias primas agrupadas en tres subperiodos.....               | 40 |

## 1. INTRODUCCIÓN

La inversión en el mercado de materias primas se considera una estrategia de cobertura de riesgo; sin embargo, no todas las materias primas se comportan de la misma forma ni sus mercados tienen la misma relación. Kat y Oomen (2007) muestran que, con el objetivo de diversificar el riesgo de las inversiones, resulta una buena opción invertir en distintos grupos de materias primas, pero no en materias primas del mismo grupo dada su fuerte dependencia. Asimismo, esta dependencia puede variar según el ciclo económico. Autores como Farid et al. (2022) muestran que la dependencia entre mercados de materias primas aumenta en periodos de crisis financiera, y, por tanto, en esos periodos, los mercados suelen sufrir pérdidas simultáneamente.

Habitualmente, la dependencia entre los índices de materias primas se ha medido a través del coeficiente de correlación lineal de Pearson. Sin embargo, esta medida puede ser inapropiada en este contexto, ya que los rendimientos de los mercados financieros no siguen una distribución normal debido a un exceso de curtosis y a la existencia de valores atípicos asociados a periodos bajistas o alcistas del mercado. En estos casos, son más apropiadas otras medidas, como el coeficiente de rangos de Spearman, así como otras mucho menos conocidas, pero más robustas a los datos atípicos, como el coeficiente gamma de Gini y el coeficiente footrule de Spearman.

El objetivo de este trabajo es emplear estas medidas más novedosas para cuantificar el grado de relación entre los rendimientos de los índices de las tres categorías principales de materias primas (energía, agricultura y metales) y los índices de los tres subgrupos agrícolas (granos, suaves y ganadería). Además, se analizará si esta relación varía con el impacto de la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania. Hasta donde sabemos, esta es la primera vez que se aplican estos coeficientes en dicho contexto.

La principal conclusión de este estudio es que existe una relación positiva entre todos los mercados de materias primas analizados, aunque en general la dependencia es más débil dentro del subgrupo agrícola. En concreto, un inversor que busque diversificar el riesgo de su cartera podría considerar la inversión en dos mercados agrícolas como los de suaves y ganadería, así como los de granos y ganadería, ya que estos son los mercados con menor dependencia. En cambio, los mercados de las diferentes categorías

de materias primas y los de granos y suaves presentan una mayor dependencia, la cual se intensifica durante la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania. Por lo tanto, en periodos de crisis, la caída en uno de estos mercados vendrá asociada a una caída en otro, lo que no resultaría adecuado para una estrategia de cobertura de riesgo.

La estructura del trabajo es la siguiente. El capítulo 2 presenta una descripción del mercado de materias primas, explicando su funcionamiento y revisando algunos resultados previos sobre la dependencia entre los distintos tipos de materias primas. El capítulo 3 presenta los cuatro coeficientes utilizados para medir dicha dependencia, y describe sus principales propiedades, así como sus ventajas y desventajas. En el capítulo 4 se describen los datos y variables que se utilizarán en la aplicación empírica. En el capítulo 5 se presentan los resultados obtenidos. En primer lugar, se realiza un análisis unidimensional de la distribución de los rendimientos de cada mercado, seguido de un análisis bidimensional que estudia las relaciones entre los distintos mercados. Además, se analiza la sensibilidad de los mercados de materias primas al ciclo económico. Para ello, se repiten los análisis anteriores con los datos agrupados en tres subperiodos, marcados por la COVID-19 y la guerra de Ucrania. Todos los cálculos se han realizado utilizando el lenguaje de programación R, ya sea empleando funciones propias de R o mediante código desarrollado personalmente. Finalmente, en el capítulo 6 se resumen las principales conclusiones del trabajo.

## **2. EL MERCADO DE MATERIAS PRIMAS: DESCRIPCIÓN Y RELACIÓN CON OTROS MERCADOS**

Existen dos tipos de mercados de materias primas (Mejía, 2015): los mercados de físicos a nivel internacional, que implican la entrega real de las materias primas que se transaccionan, y el mercado de futuros de materias primas, que es el que se analiza en este trabajo. En este mercado, las transacciones se realizan mediante contratos de futuros sobre commodities<sup>1</sup>. Estos contratos son acuerdos para comprar o vender una materia prima, conocida como activo subyacente, en un momento futuro llamado fecha de vencimiento, a un precio determinado llamado precio futuro. Este tipo de

<sup>1</sup> En este trabajo el término “materia prima” o “commodity” se utiliza de manera equivalente.



transacciones generalmente se llevan a cabo en bolsas especializadas como la Bolsa de Metales de Londres (LME), la Bolsa Mercantil de Chicago (CME) y la Bolsa Mercantil de Nueva York (NYMEX).

Las commodities las podemos dividir en 3 categorías principales y estas, a su vez, se pueden dividir en subgrupos, cada uno de los cuales incluye unos productos concretos, como se muestra en la tabla 1 (Farid et al., 2022).

**Tabla 1.** Lista de materias primas

| <b>Categoría</b> | <b>Subgrupo</b>   | <b>Producto</b>       | <b>Mercado</b> |
|------------------|-------------------|-----------------------|----------------|
| Energía          | Energía           | Petróleo Crudo        | NYMEX          |
|                  |                   | Aceite de calefacción |                |
|                  |                   | Gasolina              |                |
|                  |                   | Gas natural           |                |
| Agricultura      | Granos            | Maíz                  | CBOT           |
|                  |                   | Avena                 |                |
|                  |                   | Trigo                 |                |
|                  |                   | Soja                  |                |
|                  |                   | Aceite de soja        |                |
|                  |                   | Harina de soja        |                |
|                  | Ganado            | Ganado vivo           | CME            |
|                  |                   | Ganado de engorde     |                |
|                  |                   | Cerdos magros         |                |
|                  | Suaves            | Tablas de madera      | CME            |
|                  |                   | Cacao                 | ICE            |
|                  |                   | Algodón               |                |
|                  |                   | Café                  |                |
|                  |                   | Zumo de naranja       |                |
| Azúcar           |                   |                       |                |
| Metales          | Metales preciosos | Oro                   | COMEX          |
|                  |                   | Plata                 | NYMEX          |
|                  |                   | Paladio               |                |
|                  |                   | Platino               |                |
|                  | Metales básicos   | Cobre                 | COMEX          |
|                  |                   | Aluminio              | LME            |
|                  |                   | Níquel                |                |
|                  |                   | Estaño                |                |
|                  |                   | Zinc                  |                |
|                  |                   | Dirigir               |                |

Como podemos observar, existen 3 categorías principales de materias primas: la energía, la agricultura y los metales. A su vez, estas se dividen en 6 subgrupos que

engloban un total de 29 productos, cada uno de los cuales cotiza en un mercado específico. La energía incluye cuatro productos: el petróleo crudo, el aceite de calefacción, la gasolina y el gas natural. Todos ellos cotizan en el New York Mercantile Exchange (NYMEX). La agricultura se divide en tres subgrupos: los granos, que cotizan en el Chicago Board of Trade (CBOT); los suaves, que cotizan en el Intercontinental Exchange (ICE), excepto las tablas de madera que cotizan en el Chicago Mercantile Exchange (CME); y, por último, la ganadería, que también cotiza en el CME. Para terminar, los metales se dividen en dos subgrupos: los metales industriales o básicos y los metales preciosos. Dentro de éstos, el oro, la plata y el cobre cotizan en el Chicago Mercantile Exchange (COMEX), mientras que el paladio y el platino lo hacen en el New York Mercantile Exchange (NYMEX). El resto de los metales cotizan en el London Metal Exchange (LME). Existe un índice de referencia mundial para las commodities, el S&P GSCI, que es el principal índice de materias primas. Además, existen subíndices sectoriales del S&P GSCI para cada una de las categorías de materias primas y para cada uno de los subgrupos en los que se dividen.

El mercado de materias primas tiene un papel fundamental en la economía global, utilizado por muchos inversores para diversificar los riesgos de sus carteras debido a su baja correlación con otros activos financieros. Wen y Wang (2021) analizan precios mensuales de seis índices de materias primas y de cinco sectores del mercado de valores de EE. UU desde enero de 1960 hasta marzo de 2020, y concluyen que la correlación entre ambos mercados es débil, y, además, señalan que existe una correlación más fuerte entre sectores dentro del mercado de valores que entre sectores del mercado de materias primas. Otros autores que abordan este problema con resultados similares son Kat y Oomen (2007).

Por otra parte, estudios adicionales muestran que existe cierta dependencia positiva entre el mercado de valores y el de commodities, que se acentúa en los periodos de auge económico y crisis financiera. Por ejemplo, Delatte y López (2013) analizan la evolución de la estructura de dependencia entre rendimientos de los índices bursátiles y los futuros de materias primas desde 1993 hasta 2013, utilizando datos diarios de dos índices de materias primas (Dow Jones y S&P GSCI) y cuatro índices bursátiles principales (SP500 (Nueva York), FTSE100 (Londres), CAC40 (París) y DAX30 (Frankfurt)). Estos

autores concluyen que la relación entre los mercados es muy sensible al ciclo económico, observando que la dependencia entre los rendimientos de los índices del mercado de valores y de materias primas se fortaleció durante la crisis del 2008 y la quiebra de Lehman Brothers. Resultados similares obtiene Ojea (2019), quien estudia la relación entre el mercado de valores europeo y el mercado del petróleo desde enero de 2000 a octubre de 2015 y observa un aumento de la dependencia entre ambos mercados en la crisis financiera del 2008.

Por tanto, podemos decir que no existe un consenso claro sobre si el mercado de materias primas es una manera efectiva de diversificar el riesgo de las inversiones en el mercado de valores. En este contexto, nuestro enfoque no se centra en la relación del mercado de commodities con otros mercados financieros, sino en analizar, dentro del propio mercado de commodities, si ciertos sectores pueden servir de estrategia de cobertura de riesgo frente a otros. Entre los trabajos que han abordado previamente este problema, cabe mencionar los siguientes. Kat y Oomen (2007) analizan las propiedades de los rendimientos de 142 futuros de materias primas entre 1965 y 2005, y encuentran que las correlaciones entre grupos de materias primas son bajas y no significativas, mientras que, dentro de los propios grupos, las correlaciones son considerablemente más fuertes. Además, también señalan que puede producirse cambios en la dependencia entre estos mercados debidos al ciclo económico, y también a las medidas empleadas para medir dicha dependencia. Resultados similares fueron obtenidos por Umar et al (2021) quienes analizaron la dependencia entre 9 mercados de materias primas, desde enero de 1780 hasta junio de 2020, y concluyeron que los cambios más abruptos y las mayores dependencias coinciden siempre con los periodos de crisis económicas. Farid et al. (2022) analiza los precios diarios de 34 mercados de materias primas desde el 2 de enero de 2006 hasta el 10 de octubre de 2020, y concluye que, durante la crisis del COVID-19, aumentó la dependencia entre los mercados de commodities, debido especialmente a los datos extremos observados en las distribuciones conjuntas de los rendimientos de las distintas materias primas. Además, durante dicho periodo existe una mayor dependencia entre las materias primas pertenecientes al mismo grupo, coincidiendo con los resultados de estudios

mencionados anteriormente, siendo la conexión más fuerte entre los productos energéticos.

En casi todos los trabajos antes mencionados, se mide la dependencia mediante el coeficiente de correlación lineal de Pearson, uno de los más reconocidos y utilizados de la literatura. Sin embargo, este coeficiente mide únicamente relaciones lineales entre variables, y, por lo tanto, solo es adecuado cuando la distribución bidimensional conjunta de las variables sigue una distribución normal. En consecuencia, si los rendimientos de los activos financieros no siguen una distribución normal, el coeficiente de correlación lineal de Pearson puede no ser el más adecuado para medir la relación entre ellos; véase Embrechts et al (1999). Como solución a este problema, en este trabajo se utilizarán otros coeficientes basados en rangos que permiten medir relaciones no necesariamente lineales entre variables y que son más robustos a datos atípicos.

### 3. MEDIDAS DE DEPENDENCIA BIDIMENSIONAL

En este apartado vamos a describir los cuatro coeficientes que utilizaremos para medir la dependencia entre los rendimientos de los distintos mercados de materias primas. Estos son el coeficiente de correlación lineal de Pearson, que mide relaciones lineales, y tres coeficientes de asociación basados en rangos: el coeficiente de rangos de Spearman, el coeficiente footrule de Spearman y el coeficiente gamma de Gini. Para ello, vamos a denotar por  $(X, Y)$  una variable aleatoria bidimensional, donde  $X$  e  $Y$  representarán los rendimientos diarios de dos índices de materias primas cuya relación queremos analizar. Además, denotaremos por  $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \dots (x_T, y_T)$  las  $T$  observaciones disponibles de dicha variable.

#### 3.1. Coeficiente de correlación lineal de Pearson

El coeficiente de correlación lineal de Pearson es una medida estadística que mide la relación lineal entre dos variables. Dicho coeficiente viene definido por:

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

donde  $\bar{x}$  es la media de la variable X,  $\bar{y}$  es la media de la variable Y,  $S_{XY}$  es la covarianza entre las variables X e Y, y, por último,  $S_X$  y  $S_Y$  son las desviaciones típicas de X y de Y, respectivamente, definidas como:

$$\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t, \bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t,$$

$$S_{XY} = \frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})(y_t - \bar{y})}{T},$$

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2}{T}}, S_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}{T}}.$$

El coeficiente  $r_{XY}$  toma valores entre -1 y 1 y su interpretación es la siguiente (Véase Peña (2001)): Si  $r_{XY} > 0$ , existe una dependencia lineal positiva entre ambas variables, es decir, ambas varían en el mismo sentido: si una crece, la otra también lo hace, y si una decrece, la otra también decrece. Si  $r_{XY} < 0$ , la dependencia lineal es en sentido inverso: cuando una variable crece, la otra decrece, y viceversa. Si  $r_{XY} = 0$  no existe dependencia lineal, aunque esto no excluye la existencia de otro tipo de dependencia. Si existe una relación lineal exacta entre ambas variables, lo cual supone que todas las observaciones deben estar en una línea recta que podemos escribir como  $y = a + bx$ , entonces  $r_{XY} = 1$  si dicha relación es creciente ( $b > 0$ ) o  $r_{XY} = -1$  si es decreciente ( $b < 0$ ).

Una propiedad muy importante del coeficiente  $r_{XY}$  es que es invariante a transformaciones lineales del mismo signo. Esto implica que, si X e Y son transformadas de manera lineal con pendiente del mismo signo, el valor del coeficiente de correlación lineal de Pearson entre las variables transformadas será igual al valor del coeficiente entre las variables originales.

El coeficiente de correlación lineal de Pearson es ampliamente reconocido y utilizado para medir la relación entre dos variables. Sin embargo, varios autores, como Embrechts et al (1999), cuestionan la utilización de este coeficiente y explican varios problemas que

presenta en determinados contextos. Uno de los principales inconvenientes es su alta sensibilidad a los datos atípicos, lo cual puede conducir a interpretaciones erróneas de la relación entre variables. Otra desventaja que presenta es su incapacidad de recoger cualquier dependencia entre variables que no sea lineal, por lo que solo resulta adecuado bajo el supuesto de normalidad. Entre dos variables cuya distribución conjunta siga una distribución normal bidimensional, la única relación posible entre ellas es lineal (Véase Peña (2001)). Sin embargo, cuando la distribución conjunta de las variables no es normal, puede existir entre ellas otro tipo de relación no lineal. El objetivo principal de este trabajo es proporcionar alternativas al coeficiente de correlación lineal de Pearson, como los coeficientes que veremos a continuación, que permitan medir relaciones no necesariamente lineales entre dos variables y que sean más robustos a la presencia de datos atípicos.

### 3.2. Coeficiente de rangos de Spearman

El coeficiente de rangos de Spearman es una medida estadística que mide la relación entre dos variables y que, según Escuder Vallés (1990), permite extender el campo de aplicación del coeficiente de correlación lineal de Pearson al caso en que las variables sean ordenaciones o números ordinales, ya que se calcula con los valores de los rangos de las variables. En este caso, resulta más pertinente hablar de concordancia entre las variables en lugar de dependencia lineal, dado que la concordancia refleja una relación no necesariamente lineal entre las variables.

Para el cálculo de este coeficiente tenemos que ordenar las observaciones de las variables de menor a mayor, y asignar una posición o rango a cada una de ellas. Vamos a denotar los rangos de las variables X e Y como  $(p_1, \dots, p_T)$  y  $(q_1, \dots, q_T)$ , respectivamente. El coeficiente de rangos de Spearman es el coeficiente de correlación lineal de Pearson de dichos rangos y su expresión matemática es la siguiente:

$$r_s = \frac{\sum_{t=1}^T (p_t - \bar{p})(q_t - \bar{q})}{\sqrt{\sum_{t=1}^T (p_t - \bar{p})^2 \sum_{t=1}^T (q_t - \bar{q})^2}} \quad (2)$$

donde  $\bar{p}$  y  $\bar{q}$  denotan la media de los rangos  $(p_1, \dots, p_T)$  y  $(q_1, \dots, q_T)$  de las variables X e Y, respectivamente.

En caso de que haya T rangos únicos diferentes, es decir, no haya empate entre ninguna observación de las dos variables y los rangos de ambas variables sean (1, 2, ..., T), resulta que:

$$\sum_{t=1}^T p_t = 1 + 2 + \dots + T = \frac{(1+T)T}{2},$$

$$\sum_{t=1}^T p_t^2 = 1^2 + 2^2 + \dots + T^2 = \frac{T(T+1)(2T+1)}{6},$$

y se tiene una fórmula alternativa de  $r_S$  más sencilla que solo depende de las diferencias entre los rangos:

$$r_S = 1 - \frac{6}{T(T^2 - 1)} \sum_{t=1}^T (p_t - q_t)^2 \quad (3)$$

Existe otra fórmula alternativa a la definida en la ecuación (3) que no es tan conocida, que es la siguiente:

$$r_S = \frac{3}{T(T^2 - 1)} \left[ \sum_{t=1}^T (T + 1 - p_t - q_t)^2 - \sum_{t=1}^T (p_t - q_t)^2 \right] \quad (4)$$

El coeficiente de rangos de Spearman, al ser un caso particular de  $r_{XY}$ , posee análogas propiedades. En primer lugar, su valor está comprendido entre -1 y 1, pero su interpretación es ligeramente distinta a la anterior. Si  $r_S > 0$ , las variables X e Y son concordantes, es decir, las posiciones más altas en una variable suelen ir asociadas con las posiciones más altas en la otra, y las posiciones más bajas son también las posiciones más bajas en la otra variable. Las variables X e Y son discordantes si  $r_S < 0$ , es decir, las posiciones más altas en una variable tienden a ser las posiciones más bajas en la otra. Además, cuando  $r_S = 1$ , la concordancia entre las dos variables es perfecta, es decir, una variable es una función exacta creciente (no necesariamente lineal) de la otra, y, por tanto, las posiciones en ambas variables serán idénticas. Cuando  $r_S = -1$ , la concordancia es inversa, es decir, una variable es una función exacta decreciente (no necesariamente lineal) de la otra, de modo que la primera posición en una variable corresponde a la última posición en la otra y así sucesivamente. Si las variables son independientes,  $r_S = 0$ .

A diferencia del coeficiente de correlación lineal de Pearson, el coeficiente  $r_s$  es invariante a transformaciones monótonas (crecientes o decrecientes) no necesariamente lineales de las observaciones, debido a que estas transformaciones no alteran el orden relativo de los datos. Esta es una de las grandes ventajas de  $r_s$  frente a  $r_{XY}$ . Otra de sus ventajas es que, al estar basado en rangos, es menos sensible a los datos atípicos.

Existen dos medidas muy relacionadas con el coeficiente de rangos de Spearman, pero basadas en valores absolutos de las diferencias, más que en cuadrados de las diferencias, y por tanto más robustas a la presencia de valores atípicos. Estas son el coeficiente footrule de Spearman y el coeficiente gamma de Gini; véase Nelsen (1998).

### **3.3. Otras medidas basadas en rangos: el coeficiente footrule de Spearman y el coeficiente gamma de Gini**

El coeficiente footrule de Spearman es una medida de asociación entre dos variables que está basado en rangos y permite medir relaciones no necesariamente lineales. Su expresión matemática es la siguiente:

$$f_s = 1 - \frac{3}{T^2 - 1} \sum_{t=1}^T |p_t - q_t| \quad (5)$$

Comparando las ecuaciones (3) y (5) se puede observar que el coeficiente footrule de Spearman es una alternativa al coeficiente de rangos de Spearman cambiando los cuadrados de las diferencias por sus valores absolutos, para que sea más robusto a datos atípicos, y reescalando las constantes para que el coeficiente resultante valga 0 en caso de independencia y 1 en caso de máxima dependencia entre las variables. El valor de este coeficiente se encuentra entre -0.5 y 1, a diferencia de los otros coeficientes que estamos estudiando en este trabajo. Esta particularidad representa una de sus principales desventajas, ya que la interpretación del coeficiente puede ser difícil cuando su valor es negativo.

En cuanto a la interpretación, es similar a la del coeficiente de rangos de Spearman. Las variables X e Y son concordantes si  $f_s > 0$ , en cuyo caso las posiciones más altas en una variable tienden a ser también las más altas en la otra, y las posiciones más bajas tienden a ser las más bajas en la otra. Las variables X e Y son discordantes si  $f_s < 0$ , es decir, las



posiciones más altas en una variable serán las más baja en la otra. Además, cuando  $f_s = 1$ , la concordancia entre X e Y es perfecta, es decir, las posiciones serán idénticas. La discordancia es total cuando  $f_s = -0.5$ , es decir, la primera posición en una variable será la última en la otra y así sucesivamente. Si las variables son independientes,  $f_s = 0$ .

Otra alternativa al coeficiente de rangos de Spearman, y que también presenta menos sensibilidad ante la presencia de datos atípicos, es el coeficiente gamma de Gini. Este coeficiente está relacionado con la fórmula (4) del coeficiente de rangos de Spearman, cambiando los cuadrados por valores absolutos y reescalando las constantes. Su expresión matemática es la siguiente:

$$r_g = \frac{1}{\left[\frac{T^2}{2}\right]} \left( \sum_{t=1}^T |T + 1 - p_t - q_t| - \sum_{t=1}^T |p_t - q_t| \right) \quad (6)$$

donde  $[x]$  denota la parte entera de x, por tanto  $\left[\frac{T^2}{2}\right] = \frac{T^2}{2}$ , si T es par y  $\left[\frac{T^2}{2}\right] = \frac{(T^2-1)}{2}$ , si T es impar.

El valor de este coeficiente se encuentra entre -1 y 1 y su interpretación es muy similar a la de  $r_s$ . Las variables X e Y son concordantes si  $r_g > 0$  y son discordantes si  $r_g < 0$ . Además, la concordancia es perfecta cuando  $r_g = 1$  y opuesta cuando  $r_g = -1$ . Si las variables son independientes,  $r_g = 0$ .

Para concluir esta sección, vamos a ilustrar con un ejemplo como varían cada uno de estos coeficientes ante la presencia de datos atípicos en las variables. Tenemos las siguientes observaciones de dos variables aleatorias:

|   |    |     |      |   |     |     |     |     |      |     |
|---|----|-----|------|---|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| X | 2  | 2.5 | 3    | 8 | 7   | 4.5 | 6   | 3.5 | 4    | 5.5 |
| y | -1 | 1.5 | -1.5 | 2 | 2.2 | 0   | 3.2 | 4.4 | 1.25 | 5   |

Calculamos los rangos de estas variables, que necesitaremos para el cálculo de los coeficientes de rangos y footrule de Spearman y del gamma de Gini:

|   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|----|
| p | 1 | 2 | 3 | 9 | 10 | 6 | 8 | 4 | 5 | 7  |
| q | 2 | 5 | 1 | 6 | 7  | 3 | 8 | 9 | 4 | 10 |

Ahora vamos a cambiar una de las observaciones de la primera variable introduciendo un atípico, de forma que los rangos correspondientes no cambien.

|   |    |     |      |    |     |     |     |     |      |     |
|---|----|-----|------|----|-----|-----|-----|-----|------|-----|
| X | 2  | 2.5 | 3    | 50 | 7   | 4.5 | 6   | 3.5 | 4    | 5.5 |
| y | -1 | 1.5 | -1.5 | 2  | 2.2 | 0   | 3.2 | 4.4 | 1.25 | 5   |

La siguiente tabla muestra las variaciones que se producen en los cuatro coeficientes descritos con anterioridad al introducir este atípico:

|             | Pearson | Rangos Spearman | Footrule Spearman | Gini  |
|-------------|---------|-----------------|-------------------|-------|
| Sin atípico | 0,452   | 0,527           | 0,273             | 0,440 |
| Con atípico | 0,106   | 0,527           | 0,273             | 0,440 |

Al introducir el atípico, se observa que el coeficiente de correlación lineal de Pearson disminuye notablemente, pasando de 0,452 a 0,106. En cambio, los otros coeficientes no cambian. Esto sucede porque al estar basados en rangos, y, por tanto, calculados a partir de las posiciones que ocupan por orden las variables, son más robustos a datos atípicos. Este sencillo ejemplo muestra la sensibilidad del coeficiente de correlación lineal de Pearson ante valores atípicos y el riesgo de utilizar dicho coeficiente para medir relaciones entre mercados financieros donde la presencia de atípicos, debido a fuertes caídas o repuntes de los precios, es habitual.

#### 4. DATOS Y VARIABLES

Como mencionamos en la introducción, el objetivo principal de este trabajo es estudiar la dependencia entre los rendimientos de los índices de las tres categorías principales de materias primas, que son la energía, la agricultura y los metales, y de los índices de los tres subgrupos agrícolas, que son granos, suaves y ganadería. Para ello, aplicaremos los coeficientes explicados en el apartado anterior a los rendimientos diarios de los correspondientes índices de estos subgrupos en el mercado de commodities. En esta sección vamos a describir los datos que serán utilizados para analizar estas dependencias.

Los datos de las cotizaciones de estos mercados de materias primas los obtenemos de la página web <https://www.spglobal.com/spdji/en/> . El índice S&P GSCI es el principal índice invertible de commodities y está diseñado para incluir los futuros de commodities con mayor liquidez. En este trabajo utilizaremos los siguientes índices sectoriales: S&P GSCI Energy, S&P GSCI Agriculture y S&P GSCI Metals para las cotizaciones de las tres categorías de materias primas y S&P GSCI Softs, S&P GSCI Grains y S&P GSCI Livestock para las cotizaciones de los tres subgrupos agrícolas. Utilizaremos datos diarios del periodo comprendido entre el 2 de enero de 2018 y el 24 de febrero de 2024. De esta manera veremos las consecuencias de la crisis del COVID-19 y de la guerra de Ucrania sobre los precios y rendimientos de las distintas materias primas y sobre la relación entre ellas. Analizaremos, en primer lugar, los datos del periodo completo, y después analizaremos los mismos datos desagregados en 3 subperiodos, para ver los cambios que se producen debido a estas dos grandes crisis. El primer periodo será del 2 de enero de 2018 al 14 de febrero de 2020, fecha en la que comienza la crisis COVID-19, y por tanto comprenderá los días pre-COVID. El segundo periodo será del 15 de febrero de 2020 al 24 de febrero 2022, día que comienza la guerra de Ucrania, por lo que comprenderá la etapa post- COVID y preguerra de Ucrania. El último subperiodo será del 25 de febrero de 2022 al 24 de febrero de 2024, comprendiendo la etapa postguerra de Ucrania.

Para analizar la dependencia entre los distintos mercados, vamos a utilizar los rendimientos diarios. Estos se calculan a partir de las cotizaciones diarias con la siguiente fórmula:

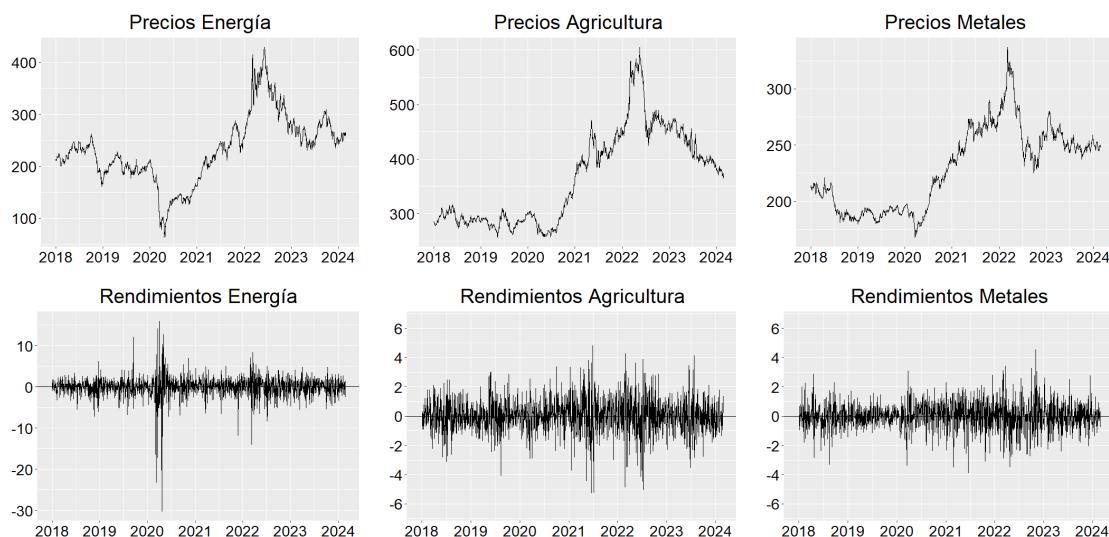
$$X_t = (Ln(P_t) - Ln(P_{t-1})) * 100$$

donde  $P_t$  denota el precio de cierre del índice en el día t,  $P_{t-1}$  el precio de cierre en el día anterior t-1 y  $X_t$  el rendimiento en el día t.

El gráfico 1 muestra, en los tres paneles superiores, la evolución de los precios de los índices de las tres categorías principales de materias primas (energía, agricultura y metales), y en los paneles inferiores, los rendimientos de dichos índices. Para la correcta interpretación del gráfico resulta importante destacar la diferente escala entre la gráfica

de rendimientos de la energía, que oscila entre el -30% y el 10%, con respecto a las de agricultura y metales, que varían entre el -6% y el 6%.

**Gráfico 1.** *Evolución temporal de precios y rendimientos de energía, agricultura y metales*

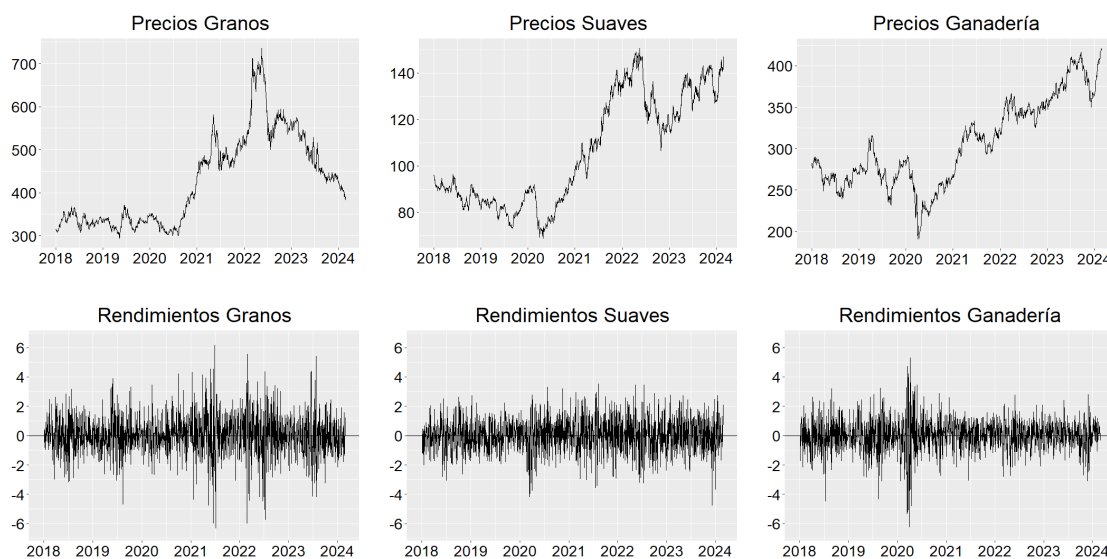


Como podemos observar, en la gráfica que representa los precios de la energía, lo primero que destaca es una gran caída en marzo del año 2020, coincidiendo con el comienzo de la crisis del COVID-19. Esta caída en los precios se traduce en una caída enorme, de alrededor del 30%, en los rendimientos correspondientes, y un aumento general de la volatilidad en ese periodo. A diferencia de la energía, los mercados de la agricultura y los metales no sufrieron un impacto tan grande con la llegada de la pandemia, aunque si se puede observar en las gráficas correspondientes una ligera caída en los precios. Tras esta caída, los tres índices siguen una tendencia creciente hasta que se produce una subida grande de los precios a principios del 2022, coincidiendo con el principio de la guerra de Ucrania, seguida de una tendencia decreciente de los precios a partir de mediados del mismo año. Los cambios de los precios en este periodo no supusieron grandes atípicos en los rendimientos de la energía, como sucedió con la crisis del COVID-19, pero si conllevaron un ligero aumento de la volatilidad. De igual modo, la volatilidad en los mercados de la agricultura y los metales también aumenta como consecuencia de esta guerra, con variaciones de los rendimientos entre el -4,8% y el

4,2%, en el caso de la agricultura, y mucho más ligeras, entre el -3% y 3,5%, en los metales.

A continuación, el gráfico 2 muestra la evolución de los precios, en los paneles superiores, y de los rendimientos, en los paneles inferiores, de los tres subgrupos agrícolas, que son granos, suaves y ganadería.

**Gráfico 2. Evolución temporal de precios y rendimientos de granos, suaves y ganadería**



Podemos observar que las tres gráficas de precios son diferentes entre sí, aunque en los tres subgrupos hubo un aumento de precios a partir de mediados del 2020 causados por el COVID-19. En los precios de los granos, este aumento comienza a producirse un poco más tarde que en suaves y ganadería, donde el impacto de la pandemia es más instantáneo. Además, esta crisis no tuvo gran impacto en los rendimientos de los granos, cuya variabilidad se mantiene más o menos entre el  $\pm 2\%$  en el periodo de pandemia, a diferencia de lo que ocurre en la ganadería, cuyos rendimientos en este periodo oscilan entre el -6% y el 6%, aproximadamente. En 2021 se produce un incremento en el precio de los granos con el consiguiente aumento de la volatilidad, con rendimientos, más o menos, entre  $\pm 6\%$ , y con el comienzo de la guerra de Ucrania, en febrero de 2022, vemos nuevamente otro aumento de los precios de los granos que llegan a alcanzar su valor máximo, lo cual también da lugar a un periodo de gran variabilidad. Esto mismo observamos en los precios de los suaves, aunque con un impacto menor en su

volatilidad. Adicionalmente, vemos que los precios de la ganadería siguieron una tendencia creciente, con una caída a mediados de 2021 y otra al comienzo de la guerra de Ucrania, con un impacto ligero en sus rendimientos.

## 5. RESULTADOS

### 5.1. Análisis unidimensional

En esta sección vamos a estudiar las principales propiedades estadísticas de las distribuciones marginales de los rendimientos de los seis mercados de materias primas que estamos analizando. Para ello, calculamos, en primer lugar, los principales estadísticos descriptivos de posición, dispersión y forma, y después los contrastes de normalidad; véase Peña (2001).

#### 5.1.1. Análisis descriptivo

Las principales medidas estadísticas que vamos a calcular son:

- **Media:** es una medida de tendencia central igual a la suma de todos los valores de la variable dividida por el número total de valores (véase la fórmula en la página 12).
- **Mediana:** es un valor tal que, ordenados de menor a mayor los datos, el 50% es menor que ella y el 50% mayor. También es una medida de tendencia central, menos sensible a valores extremos que la media.
- **Desviación típica:** es una medida de dispersión que indica cuanto se desvían en términos cuadráticos los valores de una variable de su propia media (véase la fórmula en la página 12).
- **Mínimo:** es el valor más pequeño observado en el conjunto de datos.
- **Máximo:** es el valor más grande observado en el conjunto de datos.
- **Cuartiles:** son tres medidas que dividen un conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales, de manera que cada parte contiene un 25% de observaciones. El segundo cuartil coincide con la mediana.
- **Coefficiente de asimetría:** es una medida de forma que indica si la distribución de los datos es simétrica o no con respecto a su media. Una asimetría positiva indica

que la cola derecha de la distribución es más larga que la izquierda, mientras que una asimetría negativa indica lo contrario. El coeficiente de asimetría, que denotaremos CA, lo calculamos con la siguiente fórmula:

$$CA = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{x_t - \bar{x}}{S_x} \right)^3 \quad (7)$$

- Coeficiente de curtosis: es una medida de forma que refleja el tamaño de las colas y la concentración de los valores en torno a la media de la distribución. Una curtosis positiva indica que la distribución tiene colas más gruesas en comparación a la distribución normal, y por tanto más probabilidad de tener valores extremos. En cambio, una curtosis negativa indica una distribución con colas más delgadas que la distribución normal. Este coeficiente, que denotaremos CK, se calcula con la siguiente fórmula:

$$CK = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left( \frac{x_t - \bar{x}}{S_x} \right)^4 - 3 \quad (8)$$

En la tabla 2 se muestran todos los valores previamente definidos para los rendimientos de cada categoría de materia prima y de cada subgrupo agrícola. En todos los casos, el número de observaciones es T= 1548, que es el número total de días de los que tenemos datos de cotizaciones de dichas materias primas.

**Tabla 2.** Principales estadísticos descriptivos de los rendimientos de las materias primas

|                          | Categorías |           |         | Subgrupos agricultura |        |           |
|--------------------------|------------|-----------|---------|-----------------------|--------|-----------|
|                          | Energía    | Agrícolas | Metales | Granos                | Suaves | Ganadería |
| Media                    | 0.015      | 0.018     | 0.019   | 0.014                 | 0.027  | 0.025     |
| Mediana                  | 0.201      | -0.011    | 0.021   | -0.032                | 0.019  | 0.051     |
| Desviación típica        | 2.545      | 1.173     | 0.921   | 1.372                 | 1.136  | 1.092     |
| Mínimo                   | -30.178    | -5.251    | -3.861  | -6.301                | -4.753 | -6.234    |
| Máximo                   | 15.991     | 4.834     | 4.557   | 6.181                 | 3.545  | 5.299     |
| 1º cuantil               | -1.069     | -0.668    | -0.513  | -0.754                | -0.683 | -0.572    |
| 3º cuantil               | 1.229      | 0.652     | 0.539   | 0.736                 | 0.783  | 0.681     |
| Coeficiente de asimetría | -1.675     | -0.014    | -0.029  | 0.046                 | -0.037 | -0.343    |
| Coeficiente de curtosis  | 22.030     | 1.812     | 1.525   | 2.039                 | 0.427  | 3.186     |

Las principales conclusiones que se extraen de esta tabla son las siguientes. En general, los valores de la media y la mediana son similares y muy cercanos a cero en todos los casos (salvo energía), lo cual quiere decir que aproximadamente la mitad de los días los rendimientos son negativos y la otra mitad son positivos y la distribución es simétrica. Esto se debe a las fluctuaciones en las cotizaciones de las materias primas, cuyas subidas y bajadas hacen un promedio prácticamente igual a cero. Únicamente en energía se observa que la media es menor que la mediana, lo que indica una posible asimetría a la izquierda debida posiblemente al gran atípico negativo que presentan los rendimientos de esta variable.

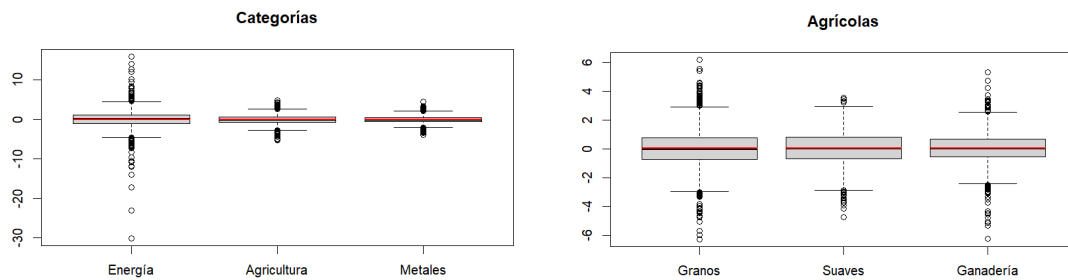
En cuanto a las medidas de dispersión, la desviación típica más elevada corresponde a la energía, que, como hemos visto en el gráfico 1, es el sector que mayor volatilidad presenta. Además, el rango de esta variable (la diferencia entre su máximo y su mínimo) es el mayor de todas las analizadas, lo cual confirma que la energía es la variable que mayor dispersión presenta e indica la presencia de valores atípicos. Por otra parte, la desviación típica más pequeña la tiene el subgrupo agrícola de los suaves, que como vimos en el gráfico 2, es el subgrupo con menor variabilidad.

En cuanto a las medidas de forma, casi todos los valores del coeficiente de asimetría son negativos y la mayoría muy cercanos a cero. La energía es la materia prima que mayor asimetría negativa presenta, con un coeficiente de  $-1.675$ , corroborando así lo que ya se apuntaba antes por la relación entre la media y la mediana, y únicamente los granos presentan un coeficiente de asimetría positivo, aunque muy cercano a cero. Finalmente, observamos que el coeficiente de curtosis es siempre positivo y es muy elevado en la energía y más pequeño en el resto de las distribuciones. Por tanto, la distribución de los rendimientos, y especialmente los de la energía, tiene colas más pesadas en comparación a la distribución normal, lo cual podría relacionarse con la presencia de valores atípicos en esta variable, como ya hemos comentado anteriormente. Por el contrario, la distribución que más parece asemejarse a una normal es la de los rendimientos de los suaves, ya que tanto su coeficiente de asimetría como su coeficiente de curtosis son muy cercanos a cero. Este supuesto se contrastará formalmente en la siguiente subsección.



A modo de resumen, el gráfico 3 representa la distribución de los rendimientos mediante unos diagramas de caja, tanto para las tres categorías de materias primas (panel izquierdo), como para los tres subgrupos agrícolas (panel derecho).

**Gráfico 3.** Distribución de los rendimientos de las tres categorías y de las tres agrícolas



Observando estos gráficos podemos corroborar muchas de las características de las distribuciones de los rendimientos antes mencionadas:

- a) La media y la mediana de todas las variables se encuentran muy próximas a cero.
- b) La energía es la materia prima que presenta los mayores atípicos, y la mayor diferencia entre rendimiento máximo (16%) y mínimo (-30%), mientras que los rendimientos de la agricultura y los metales están aproximadamente entre el  $\pm 4\%$ .
- c) La energía presenta asimetría a la izquierda, mientras que las otras dos categorías de materias primas son casi simétricas.
- d) Entre los agrícolas, las distribuciones de los granos y ganadería parecen simétricas, pero tienen más dispersión, con variaciones entre el  $\pm 6\%$ , mientras los suaves muestran menos dispersión y una ligera asimetría a la izquierda.

### 5.1.2. Contrastes de normalidad

En este epígrafe vamos a contrastar formalmente el supuesto de normalidad de las distribuciones de los rendimientos de los seis mercados de materias primas que estamos analizando. Para ello, aplicamos dos contrastes de normalidad que vamos a definir a continuación. En ambos contrastes, la hipótesis nula es que los datos siguen una distribución normal, es decir  $H_0: X \rightarrow Normal$ .

### El contraste de Jarque-Bera

Este contraste se basa en comparar la asimetría y la curtosis de la muestra con la de la distribución normal. El estadístico de contraste es el siguiente:

$$JB = \frac{T(CA)^2}{6} + \frac{T(CK)^2}{24},$$

donde CA es el coeficiente de asimetría definido en la ecuación (7) y CK es el coeficiente de curtosis definido en la ecuación (8). Bajo  $H_0$  el estadístico JB se distribuye asintóticamente como una  $\chi^2$  con dos grados de libertad. Por tanto, si JB es mayor que el valor crítico de nivel  $\alpha$  de una  $\chi^2_2$ , se rechaza la hipótesis nula a nivel  $\alpha$ , indicando que los datos no siguen una distribución normal. En cambio, si JB es menor que dicho valor crítico, no se puede rechazar la hipótesis nula, sugiriendo que los datos podrían seguir una distribución normal.

### El contraste de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors

El contraste de Kolmogorov-Smirnov compara la función de distribución teórica bajo  $H_0$  con la empírica y solo es válido para variables continuas, según Peña (2001). Para ello, se calcula la discrepancia máxima entre ambas funciones de distribución con el estadístico:

$$D_T = \text{máx}|F_T(x) - F(x)|,$$

donde  $F_T(x)$  es la función de distribución empírica muestral y  $F(x)$  la teórica bajo la hipótesis nula. En el contraste de normalidad,  $F(x)$  es una distribución normal y no totalmente especificada, es decir, con dos parámetros desconocidos  $\mu$  y  $\sigma^2$ . En este caso particular, se aplica el contraste de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors, que utiliza el mismo estadístico  $D_T$  descrito anteriormente, pero estimando los parámetros  $\mu$  y  $\sigma^2$  de la distribución normal con la media y la varianza muestral de los datos,  $\bar{x}$  y  $S_x^2$ , para poder calcular el valor de  $F(x)$ .

Si la distancia  $D_T$  calculada es mayor que el correspondiente valor crítico en las tablas de Lilliefors rechazaremos el supuesto de normalidad para el nivel de significación dado.

La Tabla 3 muestra los dos contrastes de normalidad calculados para cada una de las seis variables y el p-valor entre paréntesis.

**Tabla 3. Contrastes de normalidad de las materias primas**

| Contrastes de normalidad      | Categorías       |                  |                   | Subgrupos agricultura |                  |                   |
|-------------------------------|------------------|------------------|-------------------|-----------------------|------------------|-------------------|
|                               | Energía          | Agrícolas        | Metales           | Granos                | Suaves           | Ganadería         |
| Jarque-Bera                   | 32042<br>(0.000) | 212.6<br>(0.000) | 150.94<br>(0.000) | 268.12<br>(0.000)     | 14.86<br>(0.001) | 698.77<br>(0.000) |
| Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors | 0.147<br>(0.000) | 0.035<br>(0.044) | 0.059<br>(0.000)  | 0.064<br>(0.000)      | 0.037<br>(0.031) | 0.042<br>(0.009)  |

Como podemos observar, en todos los casos se rechaza claramente la hipótesis de normalidad. Únicamente en la categoría agrícola y en el subgrupo agrícola de los suaves la prueba de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors rechaza  $H_0$  al nivel de significación del 5%, pero no al 1%.

Para complementar los resultados anteriores, hemos calculado los rendimientos tipificados de las seis variables con la siguiente fórmula:

$$\frac{X_t - \bar{X}}{S_x},$$

y hemos hallado el porcentaje de valores extremos en la distribución de estas variables tipificadas. En la tabla 4 mostramos la proporción de los rendimientos tipificados que se encuentran fuera de determinados intervalos, comparando dichos porcentajes con lo que cabría esperar en una distribución normal  $N(0,1)$ .

**Tabla 4. Proporción de rendimientos tipificados fuera de los intervalos  $\pm 2$ ,  $\pm 2.5$ ,  $\pm 3$** 

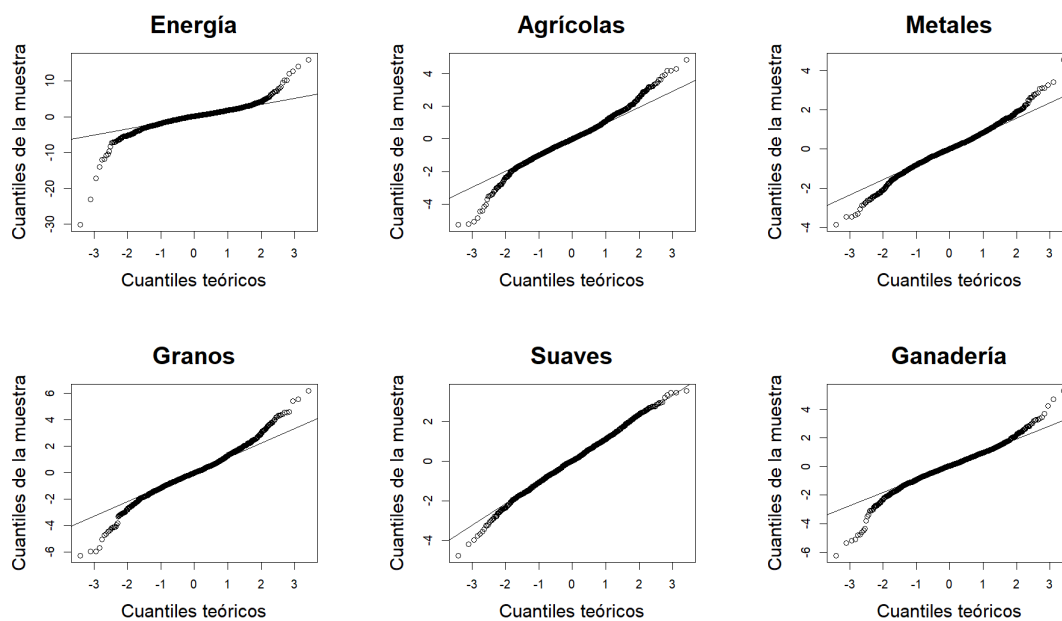
|            | Distr.<br>$N(0,1)$ | Categorías |           |         | Subgrupos agricultura |        |           |
|------------|--------------------|------------|-----------|---------|-----------------------|--------|-----------|
|            |                    | Energía    | Agrícolas | Metales | Granos                | Suaves | Ganadería |
| $>\pm 2$   | 0.046              | 0.435      | 0.091     | 0.032   | 0.147                 | 0.082  | 0.070     |
| $>\pm 2.5$ | 0.012              | 0.327      | 0.034     | 0.007   | 0.070                 | 0.029  | 0.023     |
| $>\pm 3$   | 0.003              | 0.242      | 0.011     | 0.001   | 0.030                 | 0.009  | 0.007     |

En esta tabla, se puede apreciar que los datos relativos a la energía son llamativos, ya que presentan muchas más observaciones extremas de las que se esperarían en una distribución normal. Por ejemplo, el 43,5% de observaciones tipificadas de esta materia

prima se encuentran fuera del intervalo  $(-2,2)$ , cuando dicho porcentaje es del 4,6% en una normal. Esto se relaciona con que el estadístico de Jarque-Bera y el de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors para esta variable tienen valores mucho mayores que en los demás casos. En general, a excepción de los metales, las demás variables también presentan un mayor número de observaciones extremas de lo esperado bajo el supuesto de normalidad, aunque las diferencias no son tan grandes como en el caso de la energía.

Para terminar el análisis de normalidad, el gráfico 4 muestra los QQ plot de las tres categorías de materias primas (paneles superiores) y de los tres subgrupos agrícolas (paneles inferiores). Estos gráficos relacionan los cuantiles teóricos de una distribución normal con los cuantiles empíricos de cada una de las variables. Si los datos siguieran una distribución normal, los puntos del QQ plot se situarían a lo largo de la línea recta.

**Gráfico 4.** *QQ plots de rendimientos de las materias primas*



Como podemos observar, el gráfico que más se aleja de la línea recta es el de la energía: la presencia de muchas observaciones en las colas y sus valores extremos indica que su distribución no es normal, como ya vimos anteriormente. Podemos observar también que la distribución que más se aproxima a una distribución normal es la de los suaves, un resultado que también se confirmó mediante la prueba Kolmogorov-Smirnov-

Lilliefors, que rechazaba la hipótesis nula al nivel del 5% pero no al 1%. El resto de las variables tampoco siguen una distribución normal, lo cual concuerda con los resultados de los contrastes de normalidad de la tabla 3.

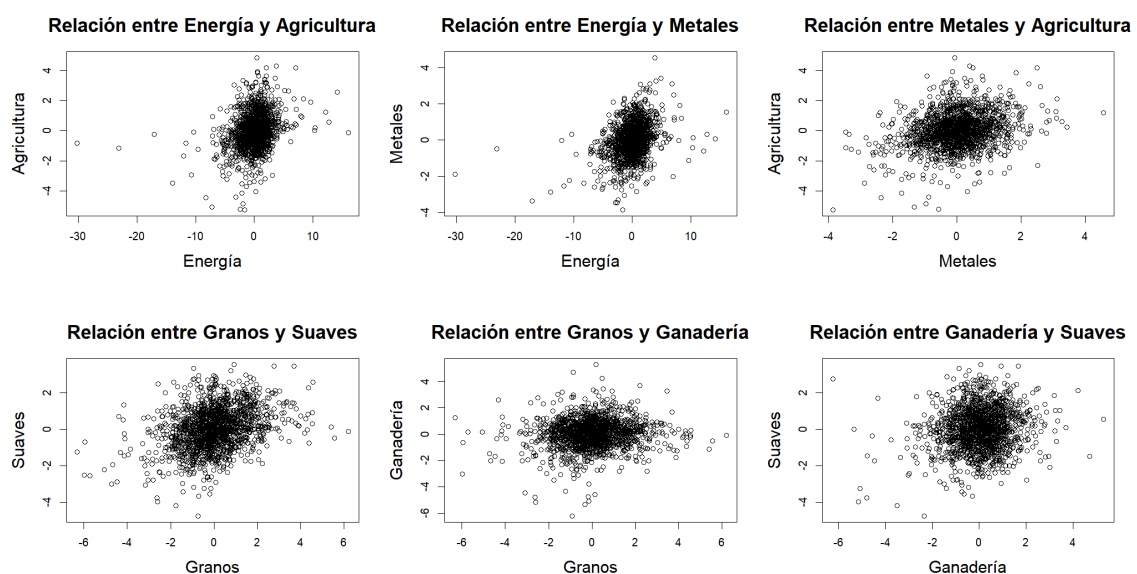
## 5.2. Análisis bidimensional

En esta sección, vamos a analizar la posible relación entre los índices de mercados de las distintas materias primas. En concreto, vamos a estudiar, por una parte, la dependencia entre las tres categorías principales de materias primas (energía, agricultura y metales), y por otra, la relación dentro de la categoría de agrícolas entre los tres subgrupos de esta categoría (granos, suaves y ganadería). Para ello utilizaremos la representación gráfica de diagramas de dispersión y el cálculo de los coeficientes de correlación y asociación explicados en la sección 3 de este trabajo. Los resultados se completan con un análisis de frecuencias con datos agrupados.

### 5.2.1. Gráficos de dispersión y medidas de dependencia.

El gráfico 5 representa los diagramas de dispersión de todas las combinaciones posibles de los rendimientos de los índices de las tres categorías de materias primas, mostradas en los tres paneles de arriba, y de los rendimientos de los índices de los tres subgrupos agrícolas, en los tres paneles de abajo.

**Gráfico 5.** Diagramas de dispersión de los rendimientos de las materias primas

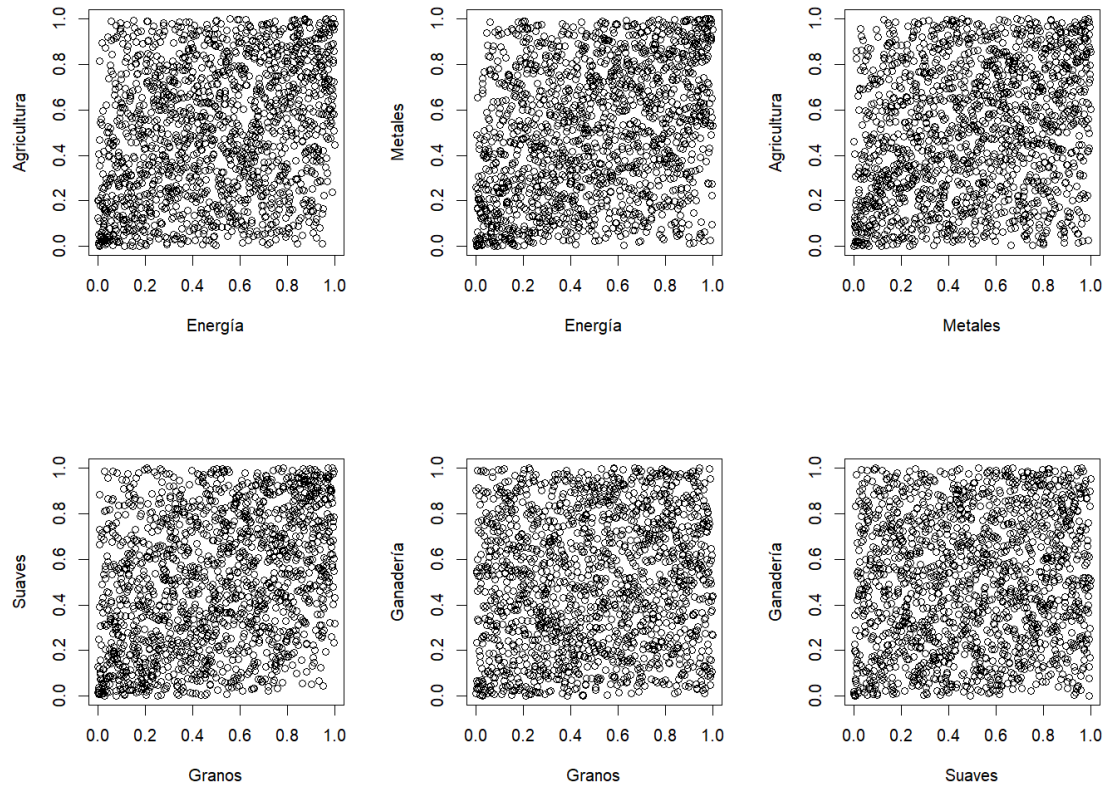


A la vista de este gráfico, parece que las categorías de materias primas que presentan mayor dependencia lineal son los metales y la agricultura, dado que sus observaciones parecen agruparse siguiendo una tendencia lineal creciente. En el caso de las relaciones entre la agricultura y la energía, así como entre la energía y los metales, aunque los datos están agrupados, no parece existir una dependencia significativa entre las variables ya que las observaciones no siguen una tendencia clara debido a los valores atípicos de la energía (nótese la diferencia en la escala en los datos de energía).

Observando los gráficos inferiores, correspondientes a los tres subgrupos agrícolas, podemos ver que los rendimientos de granos y los suaves son los que presentan una mayor dependencia: las observaciones de estas dos variables parecen agruparse siguiendo una tendencia creciente, con la mayoría de las observaciones situadas en el cuadrante superior derecho y el cuadrante inferior izquierdo. En el gráfico que analiza la relación entre granos y ganadería, las observaciones están distribuidas en torno a los cuatro cuadrantes, lo cual sugiere una falta de dependencia entre estas dos variables. Lo mismo sucede en el gráfico que representa la relación entre ganadería y suaves, donde los puntos están muy dispersos y no muestran una tendencia clara, indicando una asociación muy baja entre estas variables.

Dado que tres de los coeficientes analizados se basan en rangos, en el gráfico 6 mostramos los diagramas de dispersión de los rangos relativos de los rendimientos de los índices de las tres categorías y los tres subgrupos agrícolas. Los rangos relativos vienen definidos por  $\frac{p_1}{T}, \frac{p_2}{T}, \dots, \frac{p_T}{T}$  para la primera variable y  $\frac{q_1}{T}, \frac{q_2}{T}, \dots, \frac{q_T}{T}$  para la segunda.

**Gráfico 6.** Diagramas de dispersión de los rangos relativos de los rendimientos de las materias primas



Si los rendimientos de los índices de las materias primas fueran independientes entre sí, los puntos representados en los seis paneles del gráfico 6 se distribuirían de forma homogénea y uniforme por todo el cuadrado unidad. Esto es lo que se observa en el diagrama de dispersión que relaciona la ganadería y los granos, así como en el que relaciona los suaves y los granos, indicando muy poca dependencia entre estas variables. En cambio, al observar la gráfica que muestra la relación entre agricultura y energía, podemos ver que en el extremo inferior izquierdo hay mayor densidad de puntos que en el extremo superior izquierdo, donde hay muy pocas observaciones. Esto sugiere que cuando un mercado cae, el otro también tiende a hacerlo. Este patrón se repite en los otros dos diagramas que relacionan las otras categorías de materias primas, así como en el que relaciona los suaves y los granos. Por lo tanto, la dependencia entre estas variables es más fuerte en sus extremos, donde las observaciones están más concentradas.

Para cuantificar el grado de relación observado en los gráficos anteriores, mostramos en la tabla 5 los cuatro coeficientes explicados en la sección 3 correspondientes a cada par de variables cuya dependencia estamos analizando.

**Tabla 5.** *Medidas de dependencia entre los rendimientos de materias primas*

|                     | Variables            | Pearson | Rangos Spearman | Footrule Spearman | Gamma Gini |
|---------------------|----------------------|---------|-----------------|-------------------|------------|
| Categorías          | Energía, Agricultura | 0.284   | 0.261           | 0.159             | 0.192      |
|                     | Energía, Metales     | 0.324   | 0.297           | 0.187             | 0.228      |
|                     | Agricultura, Metales | 0.272   | 0.240           | 0.152             | 0.186      |
| Subgrupos agrícolas | Granos, Suaves       | 0.329   | 0.317           | 0.195             | 0.244      |
|                     | Granos, Ganadería    | 0.095   | 0.090           | 0.052             | 0.069      |
|                     | Suaves, Ganadería    | 0.137   | 0.104           | 0.063             | 0.078      |

Son varias las conclusiones que podemos sacar de esta tabla. Podemos observar que, en todos los casos, las medidas de dependencia son positivas, pero no muy grandes, indicando que la relación entre los distintos mercados de materias primas es positiva, es decir, cuando un mercado crece, el otro también crece, y viceversa, aunque esta relación no es muy fuerte. En todos los casos, el coeficiente lineal de Pearson es el mayor, seguido del coeficiente de rangos de Spearman y el coeficiente gamma de Gini, y, por último, el coeficiente footrule de Spearman. Los dos primeros coeficientes tienen valores más similares, ya que se basan en diferencias cuadráticas. En cambio, los otros dos coeficientes se basan en diferencias absolutas, lo que los hace más robustos frente a datos atípicos y más similares entre sí.

En general, la dependencia entre las distintas categorías de materias primas es más alta que la dependencia entre subgrupos agrícolas, salvo en el caso de granos y suaves, que presentan la relación más fuerte de todas. Las relaciones más débiles se observan entre granos y ganadería, así como entre suaves y ganadería. Estas conclusiones se mantienen independientemente del coeficiente que utilicemos. Por lo tanto, para un inversor cuyo objetivo sea diversificar el riesgo de su cartera, sería recomendable considerar la inversión en estos subgrupos agrícolas, ya que, dado que no están fuertemente relacionados, la caída en uno de los mercados no implicará necesariamente la caída del otro.



Nuestros resultados difieren de los obtenidos por otros autores. Por ejemplo, en Kat y Oomen (2007) se muestra que la dependencia entre grupos de materias primas es baja e insignificante, mientras que la relación entre variables dentro del mismo grupo es más fuerte. Estas diferencias en los resultados se pueden deber a los diferentes coeficientes utilizados y los distintos periodos analizados.

### 5.2.2. Análisis por quintiles

Para cerrar esta sección realizamos un análisis de la relación entre los rendimientos de los índices de las tres categorías de materias primas y de los tres subgrupos agrícolas, utilizando datos agrupados en quintiles. Los quintiles son medidas que dividen un conjunto de datos ordenados en cinco partes iguales, de manera que cada parte contiene un 20% de observaciones. El objetivo de este análisis es describir como varía la dependencia en las distintas partes de la distribución conjunta, como parece observarse en el gráfico 6.

Las tablas 6-8 muestran la distribución conjunta de frecuencias relativas de los tres posibles pares de categorías de materias primas, mientras que las tablas 9-11 muestran la distribución conjunta de frecuencias relativas de los tres posibles pares de subgrupos agrícolas.

Además, con el fin de contrastar la independencia entre los pares de variables representados en cada tabla, se proporciona el valor del estadístico Chi-cuadrado, junto con el p-valor correspondiente, al final de cada una. Se han resaltado en color gris las celdas que contienen un mayor número de observaciones: tono claro indica frecuencias superiores al 4% y tono oscuro indica frecuencias superiores al 6%.

**Tabla 6.** *Distribución conjunta de los rendimientos de energía y agricultura*

| Energía    | Agricultura |            |            |            |            |
|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|
|            | 1º quintil  | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil | 0.072       | 0.047      | 0.035      | 0.023      | 0.023      |
| 2º quintil | 0.033       | 0.047      | 0.041      | 0.047      | 0.031      |
| 3º quintil | 0.038       | 0.037      | 0.045      | 0.042      | 0.038      |
| 4º quintil | 0.033       | 0.045      | 0.039      | 0.038      | 0.045      |
| 5º quintil | 0.024       | 0.024      | 0.039      | 0.049      | 0.063      |

Nota:  $\chi^2 = 125.43$  (p-valor= 0.000)

**Tabla 7. Distribución conjunta de los rendimientos de energía y metales**

| Energía    | Metales    |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|            | 1º quintil | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil | 0.072      | 0.045      | 0.034      | 0.031      | 0.017      |
| 2º quintil | 0.045      | 0.042      | 0.043      | 0.034      | 0.033      |
| 3º quintil | 0.031      | 0.045      | 0.04       | 0.045      | 0.038      |
| 4º quintil | 0.029      | 0.036      | 0.039      | 0.05       | 0.045      |
| 5º quintil | 0.021      | 0.029      | 0.043      | 0.039      | 0.066      |

Nota:  $\chi^2 = 131.15$  (p-valor= 0.000)

**Tabla 8. Distribución conjunta de los rendimientos de agricultura y metales**

| Agricultura | Metales    |            |            |            |            |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|             | 1º quintil | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil  | 0.065      | 0.041      | 0.035      | 0.033      | 0.025      |
| 2º quintil  | 0.05       | 0.047      | 0.04       | 0.032      | 0.029      |
| 3º quintil  | 0.034      | 0.038      | 0.043      | 0.044      | 0.039      |
| 4º quintil  | 0.027      | 0.037      | 0.041      | 0.049      | 0.045      |
| 5º quintil  | 0.023      | 0.035      | 0.040      | 0.041      | 0.061      |

Nota:  $\chi^2 = 91.211$  (p-valor= 0.000)

**Tabla 9. Distribución conjunta de los rendimientos de granos y suaves**

| Granos     | Suaves     |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|            | 1º quintil | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil | 0.073      | 0.043      | 0.039      | 0.024      | 0.021      |
| 2º quintil | 0.048      | 0.047      | 0.033      | 0.043      | 0.027      |
| 3º quintil | 0.037      | 0.043      | 0.043      | 0.035      | 0.041      |
| 4º quintil | 0.03       | 0.039      | 0.041      | 0.048      | 0.04       |
| 5º quintil | 0.01       | 0.027      | 0.044      | 0.048      | 0.07       |

Nota:  $\chi^2 = 168.63$  (p-valor= 0.000)

**Tabla 10. Distribución conjunta de los rendimientos de granos y ganadería**

| Granos     | Ganadería  |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|            | 1º quintil | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil | 0.05       | 0.035      | 0.039      | 0.39       | 0.036      |
| 2º quintil | 0.045      | 0.048      | 0.039      | 0.036      | 0.031      |
| 3º quintil | 0.037      | 0.039      | 0.036      | 0.039      | 0.048      |
| 4º quintil | 0.031      | 0.044      | 0.039      | 0.041      | 0.045      |
| 5º quintil | 0.036      | 0.032      | 0.047      | 0.045      | 0.04       |

Nota:  $\chi^2 = 26.86$  (p-valor= 0.043)

**Tabla 11.** Distribución conjunta de los rendimientos de suaves y ganadería

| Suaves     | Ganadería  |            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|            | 1º quintil | 2º quintil | 3º quintil | 4º quintil | 5º quintil |
| 1º quintil | 0.054      | 0.033      | 0.038      | 0.004      | 0.035      |
| 2º quintil | 0.047      | 0.045      | 0.038      | 0.041      | 0.028      |
| 3º quintil | 0.037      | 0.041      | 0.040      | 0.042      | 0.041      |
| 4º quintil | 0.037      | 0.038      | 0.046      | 0.032      | 0.046      |
| 5º quintil | 0.026      | 0.043      | 0.038      | 0.044      | 0.049      |

Nota:  $\chi^2 = 37.813$  (p-valor= 0.002)

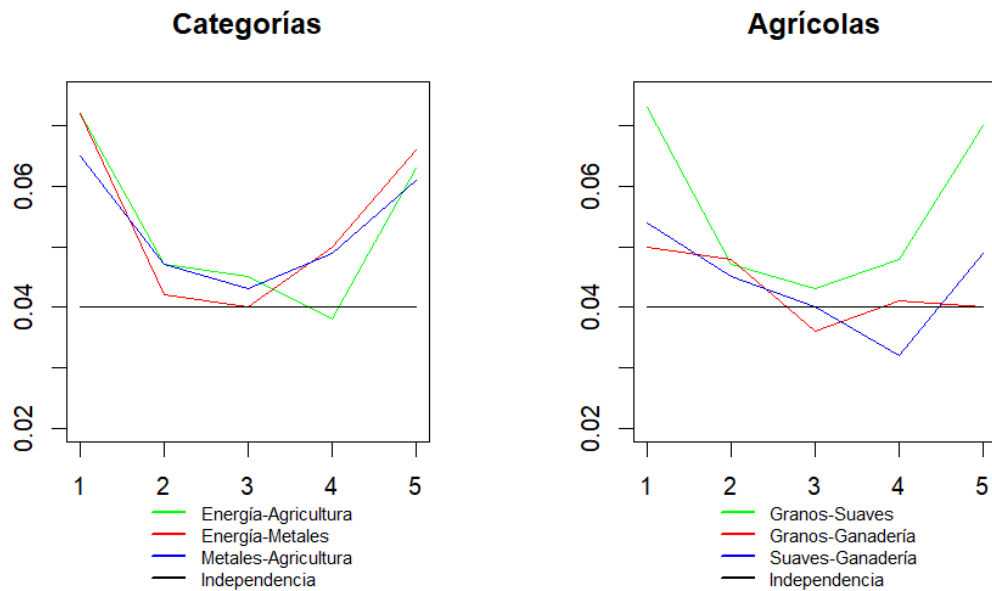
Si los mercados de materias primas fueran independientes, las frecuencias relativas seguirían una distribución uniforme con valor próximo al 0.04 en cada celda, situación que no se observa en ninguna de las tablas 6-9. Además, en estas tablas, podemos observar que, por lo general, las frecuencias relativas más grandes y superiores a 0.04 las encontramos en la diagonal principal y más concretamente en los quintiles extremos. Esto indica una dependencia positiva entre las variables: cuando el rendimiento de un mercado está en un quintil concreto, el rendimiento del otro tiende a estar en ese mismo quintil, y la mayor dependencia se produce en los extremos, especialmente en el 1º quintil, como se había visto en el gráfico 6. También observamos que los mercados con mayor dependencia en los extremos son los granos y los suaves (tabla 9). En consonancia con lo anterior, en las tablas 6-9 el contraste Chi-cuadrado rechaza siempre el supuesto de independencia entre las variables.

En cambio, las dos últimas tablas, que relacionan los quintiles de los rendimientos de los granos y la ganadería, y de los suaves y la ganadería, muestran una distribución conjunta más uniforme, con frecuencias muy próximas al 0.04, lo cual sugiere poca dependencia entre las variables. La prueba Chi-cuadrado, rechaza la hipótesis de independencia entre los rendimientos de los granos y la ganadería, mientras que entre ganadería y suaves se rechaza al nivel del 5% pero no al 1%. Esto indica que la relación entre estas dos materias primas es la más débil, un resultado que ya había sido observado en los coeficientes de dependencia de la tabla 5.

Por último, el gráfico 7 presenta en el panel izquierdo las cinco frecuencias relativas de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas de las categorías de las materias

primas (tablas 6-8) y en el panel derecho las de los tres subgrupos agrícolas (tablas 9-11).

**Gráfico 7.** Frecuencias relativas en los quintiles de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas de los rendimientos



El gráfico 7 confirma lo mencionado en el análisis de las tablas. En el gráfico de la izquierda, los datos extremos son los más frecuentes, lo cual indica que la mayor dependencia entre estos pares de variables se presenta en sus valores extremos. En la gráfica de la derecha observamos que los granos y los suaves muestran una mayor dependencia en sus extremos, mientras que las frecuencias en la diagonal principal de la tabla correspondientes a granos y ganadería, así como a suaves y ganadería, siguen una distribución más uniforme y se aproximan a 0.04. Esto sugiere que estas variables son prácticamente independientes, como habíamos visto anteriormente.

Nuestros resultados del análisis por quintiles son similares a los obtenidos por otros autores con otros mercados. Por ejemplo, Hu (2006) estudia la dependencia con datos agrupados entre varios mercados bursátiles internacionales y concluye que la dependencia entre los distintos mercados se concentra principalmente en sus valores más extremos. Ojea (2019) también utiliza los rendimientos agrupados en quintiles, para estudiar la relación entre el EUROSTOXX y el mercado del petróleo, y también concluye que la mayor dependencia se obtiene en las colas de sus distribuciones.

### **5.3. Sensibilidad de los resultados al ciclo económico**

En esta última sección vamos a estudiar si los resultados anteriores sobre la relación entre los distintos mercados de materias primas varían respecto al ciclo económico. Estudios previos, como Zhang y Broadstock (2020), analizan el impacto de la crisis financiera de 2008 en los mercados de 7 materias primas, y concluyen que estos mercados sufrieron cambios significativos como consecuencia de dicha crisis. Resultados similares obtiene Ojea (2019), que estudia la relación entre el EUROSTOXX y el mercado del petróleo durante el periodo 2000-2015, y encuentra un aumento en la dependencia entre ambos mercados durante la crisis de 2008. En nuestro trabajo, utilizamos datos más actualizados, con el objetivo de analizar los efectos de la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania sobre los rendimientos de las materias primas. Para ello, repetiremos el análisis realizado en las dos secciones anteriores, pero utilizando datos agrupados en tres subperiodos. El primer subperiodo va desde el 2 de enero de 2018 al 14 de febrero de 2020, abarcando los días pre-COVID, hasta la declaración del estado de alarma en España el 14 de febrero de 2020. El segundo subperiodo va desde el 15 de febrero de 2020 al 24 de febrero de 2022, fecha que marca el inicio de la guerra de Ucrania, comprendiendo así los días post-COVID y previos al conflicto de Ucrania. Finalmente, el tercer subperiodo abarca desde el 25 de febrero del 2022 hasta el 24 de febrero del 2024, correspondiendo al periodo posterior al inicio de la guerra de Ucrania.

En primer lugar, vamos a analizar el efecto del ciclo económico sobre la distribución marginal de los rendimientos. La tabla 11 muestra los mismos estadísticos descriptivos y los mismos contrastes de normalidad que vimos en la sección 5.1 para las 6 variables y para los 3 subperiodos.

**Tabla 11.** Principales estadísticos descriptivos de los rendimientos y contrastes de normalidad en 3 subperiodos

|  | Energía           | Agricultura       | Metales           | Granos            | Suaves            | Ganadería         |
|--|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| <b>PRIMER SUBPERIODO: 02/01/2018-14/02/2020</b>  |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| Media  | -0.012            | 0.013             | -0.015            | 0.021             | -0.009            | 0.005             |
| Mediana  | 0.159             | -0.013            | -0.033            | -0.012            | 0.011             | -0.011            |
| Desviación típica                                | 1.759             | 0.964             | 0.703             | 1.153             | 0.934             | 1.099             |
| Mínimo   | -7.079            | -4.051            | -3.305            | -4.665            | -3.055            | -4.464            |
| Máximo   | 12.142            | 3.03              | 2.867             | 3.873             | 2.746             | 3.228             |
| 1º cuartil                                       | -0.834            | -0.554            | -0.409            | -0.670            | -0.624            | -0.667            |
| 3º cuartil                                       | 0.887             | 0.540             | 0.371             | 0.656             | 0.634             | 0.735             |
| Coef. asim                                       | -0.069            | 0.080             | -0.088            | 0.104             | -0.070            | -0.121            |
| Coef. curt                                       | 5.764             | 1.019             | 2.095             | 0.868             | 0.098             | 0.738             |
| JB   | 713.26<br>(0.000) | 22.422<br>(0.000) | 94.237<br>(0.000) | 16.394<br>(0.000) | 0.348<br>(0.841)  | 13.264<br>(0.001) |
| KSL  | 0.086<br>(0.001)  | 0.048<br>(0.187)  | 0.117<br>(0.000)  | 0.044<br>(0.253)  | 0.039<br>(0.389)  | 0.027<br>(0.853)  |
| <b>SEGUNDO SUBPERIODO: 15/02/2020-23/02/2022</b> |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| Media  | 0.084             | 0.097             | 0.077             | 0.102             | 0.078             | 0.039             |
| Mediana  | 0.283             | 0.093             | 0.121             | 0.061             | 0.047             | 0.149             |
| Desviación típica                                | 3.28              | 1.199             | 0.962             | 1.369             | 1.209             | 1.263             |
| Mínimo   | -30.178           | -5.251            | -3.861            | -6.301            | -4.169            | -6.234            |
| Máximo   | 15.991            | 4.834             | 3.100             | 6.181             | 3.546             | 5.299             |
| 1º cuartil                                       | -1.035            | -0.604            | -0.503            | -0.706            | -0.666            | -0.541            |
| 3º cuartil                                       | 1.423             | 0.757             | 0.682             | 0.824             | 0.870             | 0.695             |
| Coef. asim                                       | -2.082            | 0.099             | -0.226            | 0.271             | -0.042            | -0.534            |
| Coef. curt                                       | 21.604            | 2.076             | 1.021             | 2.655             | 0.530             | 4.267             |
| JB   | 10697<br>(0.000)  | 96.817<br>(0.000) | 42.47<br>(0.000)  | 155.57<br>(0.000) | 11.152<br>(0.003) | 435.82<br>(0.000) |
| KSL  | 0.187<br>(0.000)  | 0.054<br>(0.096)  | 0.084<br>(0.001)  | 0.081<br>(0.002)  | 0.070<br>(0.010)  | 0.061<br>(0.04)   |
| <b>TERCER SUBPERIODO: 24/02/2022-24/02/2024</b>  |                   |                   |                   |                   |                   |                   |
| Media  | -0.030            | -0.061            | -0.036            | -0.086            | 0.012             | 0.032             |
| Mediana  | 0.122             | -0.120            | -0.063            | -0.185            | 0.122             | 0.049             |
| Desviación típica                                | 2.334             | 1.327             | 1.059             | 1.564             | 1.239             | 0.872             |
| Mínimo   | -13.925           | -5.049            | -3.472            | -5.963            | -4.753            | -3.081            |
| Máximo   | 8.362             | 4.29              | 4.557             | 5.558             | 3.454             | 2.804             |
| 1º cuartil                                       | -1.321            | -0.827            | -0.679            | -0.947            | -0.842            | -0.463            |
| 3º cuartil                                       | 1.421             | 0.652             | 0.554             | 0.754             | 0.868             | 0.632             |
| Coef. asim                                       | -0.591            | -0.138            | 0.145             | -0.138            | -0.015            | -0.130            |
| Coef. curt                                       | 2.925             | 1.342             | 1.165             | 1.498             | 0.082             | 0.787             |
| JB   | 205.14<br>(0.000) | 37.826<br>(0.000) | 33.607<br>(0.000) | 47.183<br>(0.000) | 0.310<br>(0.856)  | 17.881<br>(0.000) |
| KSL  | 0.183<br>(0.000)  | 0.060<br>(0.050)  | 0.047<br>(0.206)  | 0.087<br>(0.001)  | 0.063<br>(0.035)  | 0.076<br>(0.005)  |

Como podemos observar, los mayores atípicos en las categorías y subgrupos agrícolas de materias primas se encuentran en el periodo post-COVID. Por lo tanto, la crisis provocada por la pandemia tuvo como consecuencia las mayores caídas en el mercado de commodities. En cuanto a los contrastes de normalidad de Jarque-Bera (JB) y Kolmogorov- Smirnov- Lilliefors (KSL), se observa una diferencia significativa en los resultados de los suaves en el primer y tercer subperiodo en comparación con el segundo: en el primer caso, el estadístico JB no rechaza la hipótesis nula al nivel del 5%; sin embargo, en la etapa post-COVID si se rechaza la hipótesis nula a ese nivel de significación. En cambio, según el contraste KSL no se rechaza el supuesto de normalidad de la distribución de los suaves en el primer subperiodo al nivel del 1%, pero en la etapa post-COVID y postguerra de Ucrania si se rechaza a ese nivel de significación. En el caso de la ganadería, la prueba KSL para el periodo pre-COVID no rechaza la hipótesis nula al nivel del 5%, indicando que la distribución se aproxima a una distribución normal a ese nivel; no obstante, en los subperiodos post-COVID y postguerra de Ucrania, si se rechaza la hipótesis de normalidad al nivel del 5%, lo que señala que debido a ambas crisis la distribución de los rendimientos de la ganadería no sigue una distribución normal a dicho nivel de significación. Para las demás variables no hay grandes cambios en los diferentes subperiodos. Los QQ-Plots del Anexo 1 permiten ilustrar gráficamente estos resultados.

En segundo lugar, vamos a analizar si el ciclo económico afecta a la relación entre los distintos mercados de commodities. La tabla 12 muestra las mismas medidas de dependencia analizadas en la sección 5.2 para los rendimientos de los índices de las materias primas agrupadas en los tres subperiodos.

**Tabla 12.** Medidas de dependencia entre las distintas materias primas agrupadas en tres subperiodos

|   |                      | Pearson | Rangos Spearman | Footrule spearman | Gini   |
|---|----------------------|---------|-----------------|-------------------|--------|
| PRIMER SUBPERIODO: 02/01/2018-14/02/2020  |                      |         |                 |                   |        |
| Categorías                                | Energía, agricultura | 0.125   | 0.080           | 0.037             | 0.046  |
|   | Energía, metales     | 0.236   | 0.224           | 0.129             | 0.161  |
|   | Agricultura, metales | 0.113   | 0.085           | 0.054             | 0.064  |
| Agrícolas                                 | Granos, suaves       | 0.300   | 0.262           | 0.155             | 0.192  |
|   | Granos, ganadería    | 0.143   | 0.121           | 0.09              | 0.092  |
|   | Suaves, ganadería    | 0.126   | 0.121           | 0.086             | 0.099  |
| SEGUNDO SUBPERIODO: 15/02/2020-23/02/2022 |                      |         |                 |                   |        |
| Categorías                                | Energía, agricultura | 0.266   | 0.293           | 0.167             | 0.221  |
|   | Energía, metales     | 0.303   | 0.291           | 0.191             | 0.234  |
|   | Agricultura, metales | 0.299   | 0.279           | 0.173             | 0.219  |
| Agrícolas                                 | Granos, suaves       | 0.382   | 0.387           | 0.242             | 0.297  |
|   | Granos, ganadería    | 0.131   | 0.123           | 0.074             | 0.106  |
|   | Suaves, ganadería    | 0.187   | 0.127           | 0.073             | 0.085  |
| TERCER SUBPERIODO: 24/02/2022-24/02/2024  |                      |         |                 |                   |        |
| Categorías                                | Energía, agricultura | 0.414   | 0.356           | 0.241             | 0.275  |
|   | Energía, metales     | 0.416   | 0.344           | 0.213             | 0.265  |
|   | Agricultura, metales | 0.322   | 0.307           | 0.195             | 0.241  |
| Agrícolas                                 | Granos, suaves       | 0.299   | 0.287           | 0.174             | 0.228  |
|   | Granos, ganadería    | 0.011   | 0.014           | -0.006            | -0.002 |
|   | Suaves, ganadería    | 0.083   | 0.048           | 0.028             | 0.037  |

Los resultados de la tabla muestran que todas las medidas de dependencia entre las principales categorías de materias primas (energía, agricultura y metales) son positivas y aumentan progresivamente a lo largo de los tres subperiodos, y esto ocurre independientemente del coeficiente empleado para medir dicha dependencia. Esto sugiere que los periodos de crisis económica provocan un incremento de la dependencia entre los mercados, y, por tanto, en época de crisis, se produce una caída simultánea en las cotizaciones de los distintos mercados. Esto coincide con los resultados de Farid et al (2022), que estudian los mercados de 34 materias primas en el periodo de enero de 2006 a octubre de 2020 y observan un gran aumento de la dependencia durante la crisis del COVID-19.

En cambio, los subgrupos agrícolas muestran resultados diferentes. El coeficiente de correlación lineal de Pearson y el de rangos de Spearman aumentan en el segundo



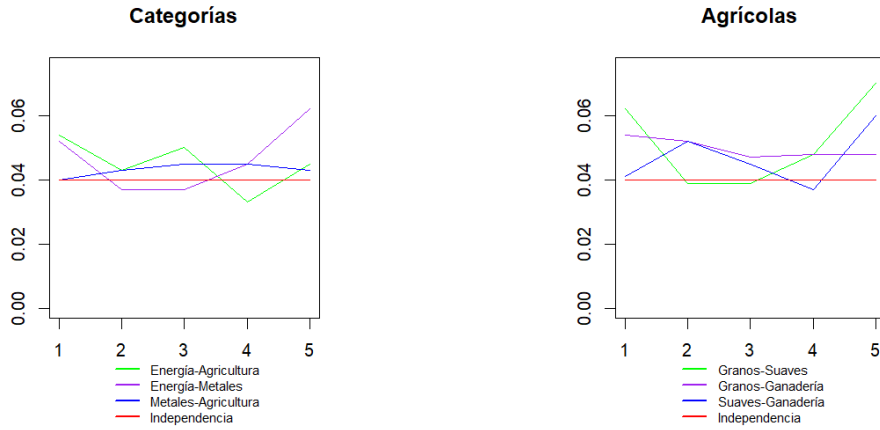
subperiodo, pero disminuyen en el tercero para todas las variables. Los mercados de granos y ganadería, así como los de suaves y ganadería, tienen las medidas de dependencia más bajas en los tres subperiodos. Además, los coeficientes de Spearman y gamma de Gini de estas dos combinaciones disminuyen progresivamente con ambas crisis. Por lo tanto, la inversión en granos y ganadería, o en suaves y ganadería en estos periodos resulta una buena estrategia de cobertura de riesgo. En el Anexo 2 mostramos los diagramas de dispersión de los rendimientos de las materias primas en los tres subperiodos, que sirven de complemento para observar cómo varía la dependencia de las variables en esos subperiodos.

Para finalizar esta sección, el gráfico 8 muestra las frecuencias relativas de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas por quintiles de las tres categorías (panel izquierdo) y los tres subgrupos agrícolas (panel derecho) de las materias primas para los tres subperiodos considerados. Este gráfico es similar al gráfico 7, donde se presentaban los mismos resultados para todo el periodo completo.

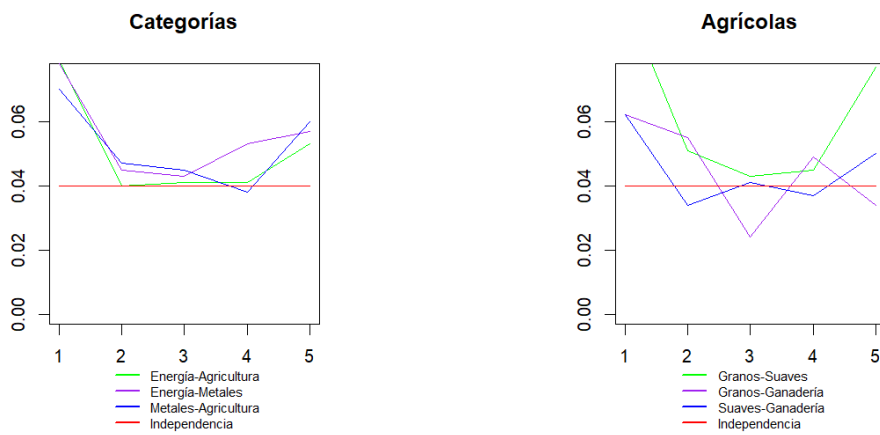
El gráfico muestra varias diferencias entre los resultados correspondientes a los distintos subperiodos. En las gráficas situadas a la izquierda, correspondientes a las categorías de materias primas (energía, agricultura y metales), la relación que más cambia con el ciclo económico es la de los metales y la agricultura. En el gráfico correspondiente al periodo pre-COVID, ambas materias primas parecen casi independientes, ya que la distribución conjunta de sus frecuencias relativas muestra valores muy cercanos al 0.04 en la diagonal. Sin embargo, en el periodo post-COVID se produce un cambio significativo que persiste tras el comienzo de la guerra de Ucrania, ya que en ambos casos la dependencia entre los rendimientos de estos dos mercados aumenta, especialmente en sus datos extremos. Esto indica que cuando el mercado de metales experimenta una caída, el de agricultura tiende a hacerlo también, y esta tendencia aumenta con ambas crisis. Con las otras dos parejas de categorías de materias primas los resultados son similares: la dependencia aumenta tras la crisis del COVID y se mantiene durante la crisis de la guerra de Ucrania.

**Gráfico 8.** Frecuencias relativas en los quintiles de la diagonal principal de las distribuciones conjuntas de los rendimientos

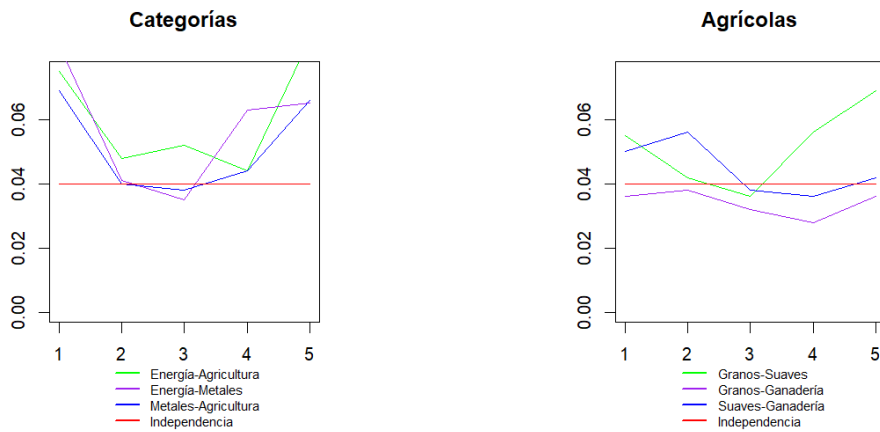
PRIMER SUBPERIODO: 02/01/2018-14/02/2020



SEGUNDO SUBPERIODO: 15/02/2020-23/02/2022



TERCER SUBPERIODO: 24/02/2022-24/02/2024



Por otra parte, al observar los paneles derechos, correspondientes a los subgrupos agrícolas (granos, suaves y ganadería) se pueden apreciar algunas diferencias. En primer lugar, los mercados de los granos y los suaves muestran en todos los periodos una dependencia que viene dada principalmente por sus valores extremos, que se intensifica en la etapa post-COVID. Por otra parte, los granos y la ganadería, así como los suaves y la ganadería, muestran valores en la diagonal muy cercanos al 0.04 en el primer y tercer subperiodo, lo que sugiere que estas variables son prácticamente independientes en la etapa pre-COVID y postguerra de Ucrania. En cambio, en la etapa post-COVID aumenta la dependencia en los extremos de estas variables.

## **6. CONCLUSIONES**

Este trabajo analiza las propiedades de los rendimientos de los principales mercados de materias primas (energía, agricultura y metales) y de los tres subgrupos agrícolas (granos, suaves y ganadería) y estudia la dependencia entre ellos. Para medir dicha dependencia, se ha empleado el coeficiente de correlación lineal de Pearson y tres coeficientes alternativos basados en rangos: el coeficiente de rangos de Spearman, el coeficiente footrule de Spearman y el coeficiente gamma de Gini. Estos dos últimos, a pesar de ser menos conocidos, presentan ciertas ventajas y su aplicación para medir las relaciones entre los mercados de materias primas supone una aportación pionera en este campo. Para analizar la sensibilidad de la dependencia al ciclo económico, se realiza un análisis en el periodo completo, que va desde el 2 de enero del 2018 hasta el 24 de febrero de 2024, y un análisis desagregando en tres subperiodos, marcados por la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania.

La principal conclusión del análisis unidimensional de los rendimientos de las materias primas es que éstos no siguen una distribución normal, especialmente en el caso de la energía, salvo el subgrupo agrícola de los suaves, que es la variable cuya distribución más se asemeja a una distribución normal. Además, con el análisis por periodos podemos ver que, en todos los casos, la crisis provocada por la pandemia fue la que más afectó a las distribuciones marginales de los rendimientos de las materias primas. Por tanto, si se quieren analizar las posibles relaciones entre estos mercados, el coeficiente

de correlación lineal de Pearson no es la medida más adecuada, sobre todo cuando se analizan periodos de crisis.

En lo que respecta a las conclusiones derivadas del análisis bidimensional de los rendimientos, se observa, en primer lugar, que la relación entre todos los mercados es positiva, aunque no muy fuerte. Los mercados más dependientes son los de los granos y los suaves, seguidos de aquellos formados por las tres categorías principales de materias primas (energía, agricultura y metales). Además, esta dependencia se intensifica tras la crisis del COVID-19 y la guerra de Ucrania. En consecuencia, estas combinaciones no serían óptimas para un inversor que busque diversificar el riesgo de su cartera, ya que las caídas en las cotizaciones de estos mercados tienden a producirse simultáneamente, especialmente en periodos de crisis. Por otra parte, los mercados con menos dependencia son los granos y la ganadería, así como suaves y ganadería. Además, la dependencia de estas variables disminuye en el contexto de la pandemia y el conflicto en Ucrania. Por tanto, la inversión en estas commodities sería una estrategia eficaz para la cobertura de riesgo para los inversores.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

Delatte, A., Lopez, C. (2013). Commodity and equity markets: some stylized facts from a copula approach. *Journal of Banking & Finance*, 37, 5346-5356.

<https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2013.06.012>

Embrechts, P., McNeil, A., Strauman, D. (1999) Correlation: Pitfalls and Alternatives. *Risk Magazine*, 12, 69-71.

[https://people.math.ethz.ch/~embrecht/ftp/risk\\_pitt\\_alters\\_1999.pdf](https://people.math.ethz.ch/~embrecht/ftp/risk_pitt_alters_1999.pdf)

Escuder Vallés, R., (1990). *Métodos estadísticos aplicados a la economía*. Ariel Economía.

Farid, S., Naeem, M., Paltrinieri, A., Nepal, R. (2022). Impact of COVID-19 on the quantile connectedness between energy, metals and agriculture commodities. *Energy economics*, 109, 105962.

<https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.105962>

Hu, L. (2006). Dependence patterns across financial markets: a mixed copula approach. *Applied Financial Economics*, 16(10), 717–729.

<https://doi.org/10.1080/09603100500426515>

Kat, H., Oomen, R. (2007). What Every Investor Should Know About Commodities, Part II: Multivariate Return Analysis. *Journal of Investment Management*, 5, 3.

<https://ssrn.com/abstract=1023694>

Mejía, C. (2015). Una introducción General a Los Mercados De Commodities a Nivel Internacional

<http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3062233>

Nelsen, R. B. (1998). Concordance and Gini's measure of association. *Journal of Nonparametric Statistics*, 9, 227-238.

<https://doi.org/10.1080/10485259808832744>

Ojea, J., (2019). Structural change in the link between oil and the European stock market: implications for risk management. *Dependence modeling*, 7, 53-125.

<https://doi.org/10.1515/demo-2019-0004>

Peña, D., (2001). *Fundamentos de Estadística*. Alianza Editorial.

Qiao, T., Han, L. (2022). Covid-19 and tail risk contagion across commodity futures markets. *Journal of Futures Markets*. *The journal of futures markets*, 43, 242-272.

<https://doi.org/10.1002/fut.22388>

Umar, Z., Riaz, Y. y Zaremba, A. (2021). Patterns of Spillover in Energy, Agricultural, and Metal Markets: A Connectedness Analysis for Years 1780-2020. *Finance Research Letters*, 43, 101999.

<https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.101999>

Wen, D., Wang, Y. (2021). Volatility linkages between stock and commodity markets revisited: industry perspective and portfolio implications. *Resources Policy*, 74, 102374.

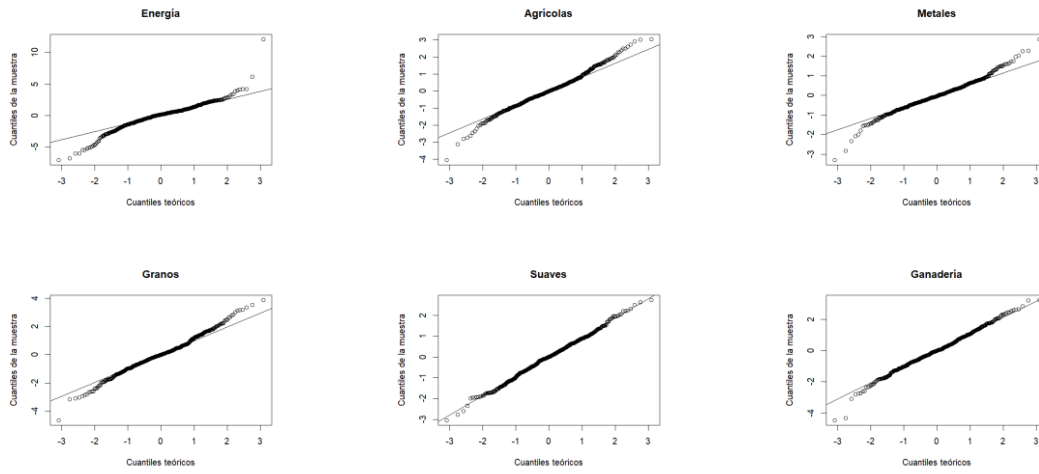
<https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2021.102374>

Zhang, D. y Broadstock, D.C. (2020). Global financial crisis and rising connectedness in the international commodity markets. *International Review of Financial Analysis*, 68, 101239.

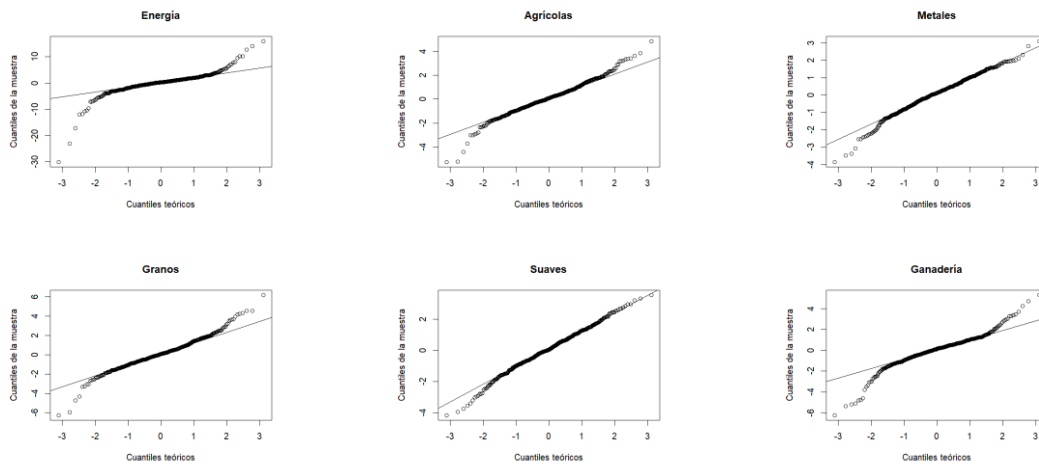
<https://doi.org/10.1016/j.irfa.2018.08.003>

## 8. ANEXO 1: QQ PLOTS POR SUBPERIODOS

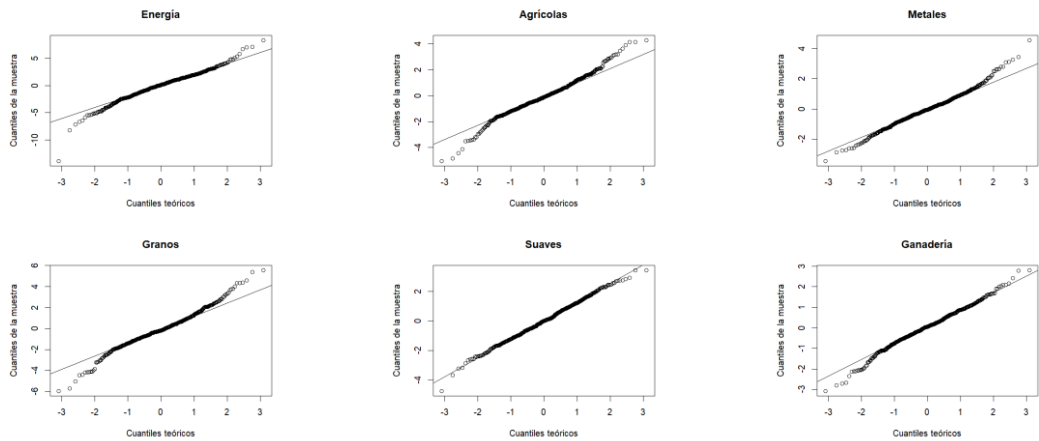
### PRIMER SUBPERIODO



### SEGUNDO SUBPERIODO

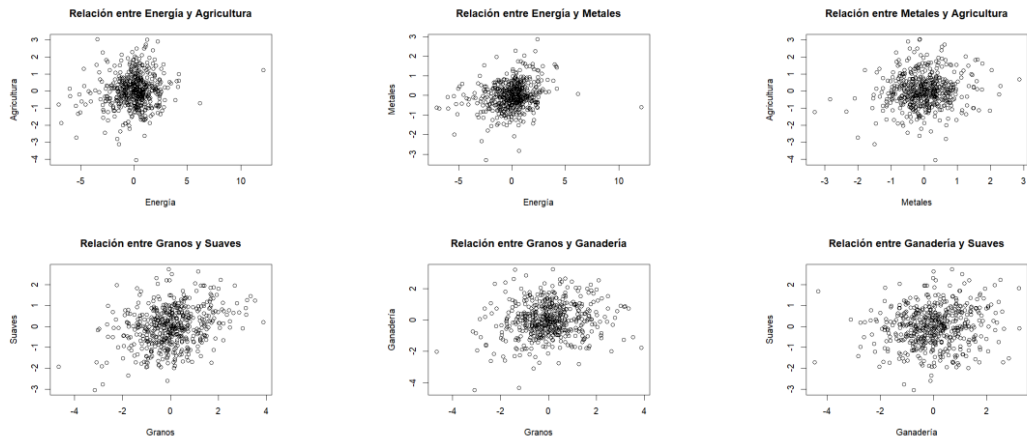


### TERCER SUBPERIODO

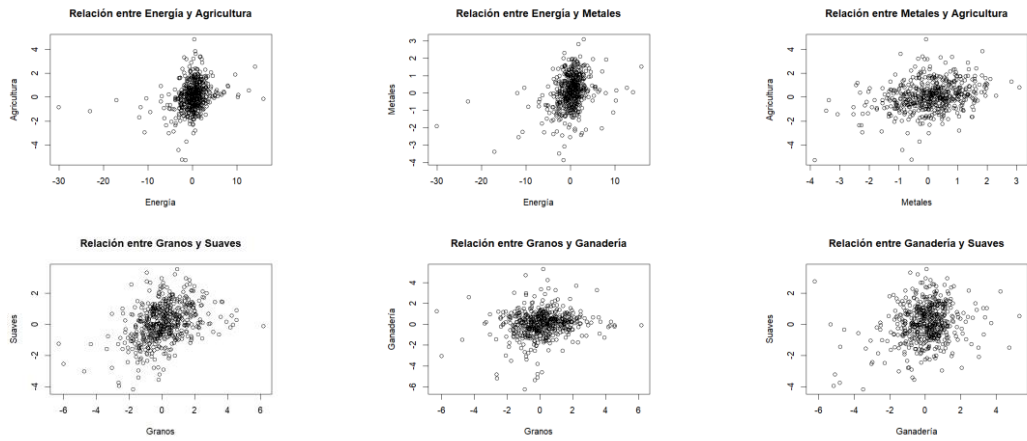


## 9. ANEXO 2: DIAGRAMAS DE DISPERSION POR SUBPERIODOS

### PRIMER SUBPERIODO



### SEGUNDO SUBPERIODO



### TERCER SUBPERIODO

