



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería en Organización Industrial**

# **Análisis de la red europea de aeropuertos mediante la teoría de redes**

**Autor:**

**Delgado Díez, Rodrigo**

**Tutor:**

**Posada Calvo, Marta**

**Departamento: Organización de  
Empresas y CIM**

**CoTutor:**

**Martín Ordoñez, Pablo**

**Departamento: Matemática  
Aplicada**

**Valladolid, julio 2014**



# AGRADECIMIENTOS

Expresar mi agradecimiento a todas las personas que han contribuido, de una forma u otra, a la realización de este Trabajo Fin de Grado. Especialmente a mi tutora Marta Posada por su ayuda, consejo y compromiso durante el desarrollo de este trabajo.

También agradecer a todos mis seres queridos su apoyo y comprensión durante los momentos más difíciles.



# RESUMEN

Sucesivas simplificaciones de la red real de aeropuertos europeos son analizadas mediante la teoría de redes: EUW (3009 aeropuertos y 15601 rutas), EUC (373 aeropuertos europeos, 4 nodos para rutas intercontinentales y 3068 rutas), EU128 (128 mayores aeropuertos europeos clasificados según cantidad de pasajeros y 1093 rutas europeas), EU78 (78 aeropuertos y 1230 rutas), EU20 (20 aeropuertos y 173 rutas), EU20-25R (20 aeropuertos de las 25 rutas más transitadas). Se analiza las siguientes propiedades: la densidad, el grado medio y la distribución de grado, el paso medio (escalas entre dos destinos), el diámetro (escalas entre los aeropuertos más alejados), el *clustering*, la modularidad y la centralidad. Estas redes se comparan con las instancias “*hub-and-spoke*” generadas aleatoriamente en la investigación para evaluar el realismo de las simulaciones. Hemos obtenido que estas instancias sólo son comparables con la red más simple EU20-25R, siempre y cuando se especifique la estructura “*hub-and-spoke*” de aeropuertos en lugar de ser aleatoria.

## PALABRAS CLAVE:

Teoría de redes, aeropuertos europeos, gestión del flujo del tráfico aéreo, análisis de red de aeropuertos europeos.



# ÍNDICES





## INDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN .....	5
PALABRAS CLAVE: .....	5
ÍNDICES.....	7
INDICE DE CONTENIDOS.....	9
INDICE DE FIGURAS .....	15
INDICE DE TABLAS .....	24
INTRODUCCIÓN .....	25
OBJETIVO Y ALCANCE.....	27
RELEVANCIA DEL TEMA .....	27
RELEVANCIA DE LA METODOLOGÍA .....	29
RELEVANCIA DE LOS RESULTADOS DEL TRABAJO .....	29
ANTECEDENTES .....	29
ESTRUCTURA .....	30
CAPÍTULO 1.....	33
LA GESTIÓN DEL TRÁFICO AÉREO EN EUROPA.....	33
1.1 INTRODUCCIÓN.....	35
1.2 SITUACIÓN ACTUAL DEL TRÁFICO AÉREO EN EUROPA .....	35
1.3 PROBLEMÁTICA Y SOLUCIONES .....	42
1.4 NORMATIVA DE ASIGNACIÓN DE FRANJAS HORARIAS EN EUROPA .....	45
1.4.1 VOCABULARIO.....	45
1.4.1.1 TIPOS DE AEROPUERTOS Y RESPONSABLES.....	45
1.4.1.2 CAPACIDAD DE LOS AEROPUERTOS .....	47
1.4.2 ASPECTOS GENERALES .....	48
1.4.3 PROCEDIMIENTO DE ASIGNACIÓN DE FRANJAS HORARIAS .....	49
1.4.3.1 ASIGNACIÓN PRIMARIA DE SLOTS.....	50

1.4.3.2 ASIGNACIÓN SECUNDARIA DE SLOTS.....	51
1.5. MODELOS DE GESTIÓN DEL FLUJO DEL TRÁFICO AÉREO .....	52
1.5.1 TAXONOMÍA DE LA INVESTIGACIÓN EN ATFM .....	52
1.5.1.1 MODELOS PRESCRIPTIVOS .....	53
1.5.1.2 MODELOS DESCRIPTIVOS.....	57
1.5.2 DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA MAGHP.....	58
CAPÍTULO 2 .....	61
FUNDAMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE REDES .....	61
2.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA.....	63
2.2 CONCEPTO DE RED.....	66
2.3 TIPOS DE REDES.....	70
2.4 PROPIEDADES DE LAS REDES .....	72
2.4.1 GRADO.....	73
2.4.2 DENSIDAD .....	74
2.4.3 PASO MEDIO .....	75
2.4.4 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD.....	76
2.4.5 CLUSTERING .....	77
2.4.6 COMUNIDADES: .....	78
2.4.7 PAGERANK .....	81
2.4.8 HUBS Y AUTHORITY .....	82
2.4.9 CENTRALIDAD Y PRESTIGIO .....	84
CAPÍTULO 3 .....	89
DESCRIPCIÓN GENERAL DE LAS REDES ANALIZADAS.....	89
3.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS REDES.....	91
3.2 REDES ANALIZADAS.....	91
3.2.1 RED AEROPUERTOS MUNDO .....	92
3.2.2 RED AEROPUERTOS CONTINENTE.....	92

3.2.3 RED AEROPUERTOS EU128 .....	93
3.2.4 RED AEROPUERTOS EU78.....	93
3.2.5 RED AEROPUERTOS EU20.....	93
3.2.6 RED AEROPUERTOS EU20-25R.....	94
3.2.6 ESCENARIOS DE INVESTIGACIÓN.....	94
3.3 REPRESENTACIÓN GRÁFICA .....	98
3.3.1 GEPHI .....	99
3.3.2 MAPA DE PAÍSES .....	100
3.3.3 MAPA DE GOOGLE EARTH .....	100
3.4 ALGORITMOS USADOS POR GEPHI .....	102
3.4.1 COMPONENTES CONEXOS .....	102
3.4.2 CLUSTERING .....	102
3.4.3 MODULARIDAD .....	103
3.4.4 PAGERANK.....	103
3.4.5 HUBS .....	103
3.4.6 CENTRALIDAD Y LONGITUD MEDIA.....	103
3.4.7 CENTRALIDAD EIGENVECTOR.....	104
CAPÍTULO 4.....	105
RED CONTINENTE .....	105
4.1 INTRODUCCIÓN.....	107
4.2 GRADO.....	108
4.2 DENSIDAD .....	110
4.4 PASO MEDIO .....	110
4.5 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD .....	110
4.6 CLUSTERING .....	112
4.7 MODULARIDAD .....	112
4.8 PAGERANK .....	113

4.9 HUBS.....	119
4.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS.....	119
4.11 CENTRALIDAD CLOSENESS.....	123
4.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR.....	123
CAPÍTULO 5.....	127
RED EUROPA 128.....	127
5.1 INTRODUCCIÓN.....	129
5.2 GRADO.....	130
5.3 DENSIDAD.....	131
5.4 PASO MEDIO.....	131
5.5 DIÁMETRO Y EXCENRICIDAD:.....	131
5.6 CLUSTERING.....	132
5.7 MODULARIDAD.....	135
5.8 PAGERANK.....	136
5.9 HUBS.....	136
5.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS:.....	142
5.11 CENTRALIDAD CLOSENESS:.....	142
5.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR:.....	143
CAPÍTULO 6.....	151
RED EUROPA 78.....	151
6.1 INTRODUCCIÓN.....	153
6.2 GRADO.....	155
6.3 DENSIDAD.....	156
6.4 PASO MEDIO.....	156
6.5 DIAMETRO Y EXCENRICIDAD.....	156
6.6 CLUSTERING.....	156
6.7 MODULARIDAD.....	157

6.8 PAGERANK .....	158
6.9 HUBS .....	166
6.10 CENTRALIDAD BETWEENNES:.....	166
6.11 CENTRALIDAD CLOSENESS: .....	167
6.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR.....	167
CAPÍTULO 7 .....	175
RED EUROPA 20.....	175
7.1 INTRODUCCIÓN.....	177
7.2 GRADO.....	179
7.3 DENSIDAD .....	179
7.4 PASO MEDIO .....	179
7.5. DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD .....	180
7.6 CLUSTERING .....	180
7.7 MODULARIDAD .....	184
7.8 PAGERANK .....	184
7.9 HUBS .....	185
7.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS:.....	185
7.11 CENTRALIDAD CLOSENESS .....	186
7.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR.....	186
CAPÍTULO 8.....	197
RED EUROPA 20 – 25 RUTAS.....	197
8.1 INTRODUCCIÓN.....	199
8.2 GRADO.....	201
8.3 DENSIDAD .....	202
8.4 PASO MEDIO .....	202
8.5 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD .....	202
8.6 CLUSTERING .....	203

8.7 MODULARIDAD.....	203
8.8 PAGERANK.....	204
8.9 HUBS.....	205
8.10 CENTRALIDAD BETWEENNES .....	214
8.11 CENTRALIDAD CLOSENESS.....	214
8.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR .....	215
CAPÍTULO 9 .....	221
CONCLUSIONES .....	221
BIBLIOGRAFÍA .....	229

**INDICE DE FIGURAS**

Figura 1.1 Crecimiento del número de pasajeros según países miembros entre 2009 y 2010. Fuente: Eurostat (2012). ..... 36

Figura 1.2 Pasajeros según países en 2012 Fuente: Eurostat (2012). ..... 37

Figura 1.3 Evolución entre los años 2011 (verde) y 2012 (azul) del número de pasajeros en los 10 países con más tráfico. Fuente: Eurostat (2012). ..... 37

Figura 1.4 Situación del reparto de pasajeros según el trayecto realizado en el 2010. Fuente: Eurostat (2012). ..... 38

Figura 1.5 Relación de trayectos no comunitarios en el 2010. Fuente: Eurostat (2012). ..... 39

Figura 1.6 Relación de trayectos comunitarios en el 2010. Fuente: Eurostat (2012). ..... 39

Figura 1.7 Tráfico de pasajeros en los 15 mayores aeropuertos de Europa en 2011. Fuente: Eurostat (2012). ..... 42

Figura 2.1 Arriba: Mapa de Königsberg en el siglo XVIII, resaltando sus puentes. Inferior izquierda: representación simplificada de Königsberg,. Inferior derecha: Problema de los Puentes de Königsberg en grafo compuesto de nodos y aristas. Fuente: Newman et al (2006). ..... 64

Figura 2.2 Cronograma de los principales hitos en la teoría de redes. Fuente: Elaboración propia basado en Lewis (2009). ..... 65

Figura 2.3 Ejemplos a) link dirigido (arriba-izquierda), b) link no dirigido (arriba-derecha), c) relaciones con peso (abajo- izquierda), d) conexiones sin pesos (abajo-derecha). Fuente: elaboración propia. .... 68

Figura 2.4 Red genérica G. Fuente: elaboración propia. .... 68

Figura 2.5 Distintas representaciones de la misma red (Proyecto Los Miserables, Gephi). Superior izquierda: representación en expansión. Superior derecha: representación circular. Inferior izquierda: representación Force Atlas 3D. Inferior derecha: representación Fruchterman. Fuente: Elaboración propia. .... 69

Figura 2.6 Ejemplos: a) red simplex (izquierda); b) red multiplex ..... 71

Figura 2.7 Ejemplos: a) red dirigida (izquierda), b) red no dirigida (centro), c) red mixta (derecha). Fuente: elaboración propia. .... 71

Figura 2.8 Ejemplos: a) red dirigida (izquierda), b) red no dirigida (derecha). Fuente: elaboración propia.....	71
Figura 2.9 Ejemplo sencillo de red no dirigida. Fuente: elaboración propia...	72
Figura 2.10 Ejemplo de distribución de grado en la red de la Figura 2.9.....	74
Figura 2.11 Ejemplo de distribución de componentes conexas en la red de la Figura 2.9.....	75
Figura 2.12 Ejemplo de distribución de excentricidad en la red de la Figura 2.9 .....	77
Figura 2.13 Ejemplo de distribución de clustering en la red de la Figura 2.9	78
Figura 2.14 Ejemplo de red 8 nodos con dos comunidades. Fuente: elaboración propia.....	79
Figura 2.15 Red de relaciones entre adolescentes americanos en los institutos. Fuente: Currarini et al (2009). ....	79
Figura 2.16 Ejemplo de distribución de modularidad en la red de la Figura 2.9 .....	80
Figura 2.17 Ejemplo de distribución de pageRank en la red de la Figura 2.9	81
Figura 2.18 Ejemplo de distribución de hubs en la red de la Figura 2.9 .....	83
Figura 2.19 Red de Barabási-Albert. Fuente: elaboración propia.....	83
Figura 2.20 Distribución de hubs en la red de la Figura 2.19. ....	84
Figura 2.21 Distribución de centralidad de grado en la red de la Figura 2.9.	86
Figura 2.22 Distribución de centralidad closeness en la red de la Figura 2.9. .....	87
Figura 2.23 Distribución de centralidad betweenness en la red de la Figura 2.9. ....	87
Figura 2.24 Distribución de centralidad eigenvector en la red de la Figura 2.9. .....	88
Figura 3.1 Redes de las instancias. Fuente: elaboración propia.....	96
Figura 3.2 Matriz de adyacencia de las instancias. Fuente: elaboración propia .....	97
Figura 3.3: Representación gráfica: Map of Countries .....	101
Figura 3.4 Representación gráfica: Mapa Google Earth.....	101
Figura 4.1 Red Contiente aplicando el algoritmo Force Atlas escalado.....	108
Figura 4.2 Distribución de grado en la Red EUC. ....	110



Figura 4.3 Red EUC escalada según el grado de los nodos. ....	110
Figura 4.4 Distribución de la excentricidad en la Red EUC.....	112
Figura 4.5 Red EUC escalada en función de la excentricidad. ....	112
Figura 4.6 Distribución de coeficiente de clustering en la Red EUC. ....	115
Figura 4.7 Red EUC escalada según el coeficiente de clustering. ....	115
Figura 4.8 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 1,5.....	116
Figura 4.9 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 1.5. Cada comunidad aparece en un color.....	116
Figura 4.10 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 1.....	117
Figura 4.11 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color.....	117
Figura 4.12 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 0,5.....	118
Figura 4.13 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color. ....	118
Figura 4.14 Distribución de PageRank en la Red EUC.....	119
Figura 4.15 Red EUC escalada según PageRank.....	119
Figura 4.16 Distribución de Hubs en la Red EUC. ....	121
Figura 4.17 Red EUC escalada según la distribución de hubs.....	121
Figura 4.18 Distribución de la centralidad betweenness en la Red EUC sin normalizar.....	122
Figura 4.19 Red EUC escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada.....	122
Figura 4.20 Distribución de la centralidad betweenness en la Red EUC normalizada.....	123
Figura 4.21 Red EUC escalada en función de la centralidad betweenness normalizada.....	123
Figura 4.22 Distribución de la centralidad closeness en la Red EUC no normalizada.....	125
Figura 4.23 Red EUC escalada en función de la centralidad closeness no normalizada.....	125

Figura 4.24 Distribución de la centralidad closeness en la Red EUC normalizada. ....	126
Figura 4.25 Red EUC escalada en función de la centralidad closeness normalizada. ....	126
Figura 4.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la Red EUC.....	127
Figura 4.27 Red EUC escalada en función de la centralidad eigenvector. ....	127
Figura 5.1 EU128 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado. ....	130
Figura 5.2 Distribución de grado en la EU128. ....	134
Figura 5.3 EU128 escalada según el grado de los nodos.....	134
Figura 5.4 Distribución de la excentricidad en la EU128. ....	135
Figura 5.5 EU128 escalada en función de la excentricidad .....	135
Figura 5.6 Distribución del coeficiente de clustering en la EU128. ....	138
Figura 5.7 EU128 escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo .....	139
Figura 5.8 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 1.4.....	139
Figura 5.9 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1.4. Cada comunidad aparece en un color. ....	139
Figura 5.10 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 1. ....	140
Figura 5.11 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color.....	140
Figura 5.12 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 0.5. ....	141
Figura 5.13 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color .....	141
Figura 5.14 Distribución de PageRank en la EU128. ....	142
Figura 5.15 Distribución de Hubs en la EU128.....	145
Figura 5.15 EU128 escalada según PageRank .....	142
Figura 5.16 EU128 escalada según Hubs.....	145
Figura 5.18 Distribución de la centralidad betweenness sin normalizar en la EU128.....	146

Figura 5.19 EU128 escalada según centralidad betweenness sin normalizar. .....	146
Figura 5.20 Distribución de la centralidad betweenness normalizada en la EU128. ....	147
Figura 5.21 EU128 escalada según centralidad betweenness normalizado. .....	147
Figura 5.22 Distribución de la centralidad closeness sin normalizar en la EU128.....	148
Figura 5.23 EU128 escalada según centralidad closeness sin normalizar.	148
Figura 5.24 Distribución de la centralidad closeness normalizada en la EU128. ....	149
Figura 5.25 EU128 escalada según centralidad closeness normalizado ....	149
Figura 5.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU128. ....	150
Figura 5.27 EU128 escalada en función de la centralidad eigenvector.....	150
Figura 6.1 EU78 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado. ....	154
Figura 6.2 Mapa EU78 aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries. .....	155
Figura 6.3 Mapa de EU78 exportada a Google Earth.....	155
Figura 6.4 Distribución de grado en la EU78. ....	160
Figura 6.5 EU78 escalada según el grado de los nodos.....	160
Figura 6.6 Distribución de la excentricidad en la EU78. ....	161
Figura 6.7 EU78 escalada en función de la excentricidad. ....	161
Figura 6.8 Distribución de coeficiente de clustering en la EU78. ....	162
Figura 6.9 EU78 escalada según el coeficiente de clustering.....	162
Figura 6.10 Distribución de comunidades en la EU78 con un factor de resolución 1.29 .....	163
Figura 6.11 EU78 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1.29. Cada comunidad aparece en un color.....	163
Figura 6.12 Distribución de comunidades en la EU78 con un factor de resolución 1.....	164
Figura 6.13 EU78 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color .....	164

Figura 6.14 Distribución de comunidades en la EU78 con un factor de resolución 0.5.....	165
Figura 6.15 EU78 escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color. ....	165
Figura 6.16 Distribución de PageRank en la EU78. ....	166
Figura 6.17 EU78 escalada según PageRank.....	166
Figura 6.18 Distribución de Hubs en la Red EU78. ....	170
Figura 6.19 Red EU78 escalada según Hubs. ....	170
Figura 6.20 Distribución de la centralidad betweenness sin normalizar en la EU78.....	171
Figura 6.21 EU78 escalada según centralidad betweenness sin normalizar. ....	171
Figura 6.22 Distribución de la centralidad betweenness normalizada en la EU78.....	172
Figura 6.23 EU78 escalada según centralidad betweenness normalizado..	172
Figura 6.24 Distribución de la centralidad closeness sin normalizar en la EU78.....	173
Figura 6.25 EU78 escalada según centralidad closeness sin normalizar. ...	173
Figura 6.26 Distribución de la centralidad closeness normalizada en la EU78. ....	174
Figura 6.27 EU78 escalada según centralidad closeness normalizada. ....	174
Figura 6.28 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU78. ....	175
Figura 6.29 EU78 escalada en función de la centralidad eigenvector. ....	175
Figura 7.1 EU20 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado .....	178
Figura 7.2 Mapa EU20 aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries .....	179
Figura 7.3 Mapa de EU20 exportada a Google Earth. ....	179
Figura 7.4 Distribución del grado en la EU20 .....	182
Figura 7.5 EU20 con Force Atlas escalado según el grado de los nodos. ....	182
Figura 7.6 Distribución de la excentricidad en la EU20. ....	183
Figura 7.7 EU20 escalada en función de la excentricidad.....	183
Figura 7.8 Distribución del coeficiente de clustering en la EU20.....	184

Figura 7.9 EU20 escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo. .....	184
Figura 7.10 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20 con factor de resolución 1.....	188
Figura 7.11 EU20 escalada según comunidades, con factor de resolución 1. .....	188
Figura 7.12 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20 con factor de resolución 0.5.....	189
Figura 7.13 EU20 escalada según comunidades, con factor de resolución 0.5. .....	189
Figura 7.14 Distribución de PageRank en la EU20.....	190
Figura 7.15 EU20 escalada según el algoritmo PageRank.....	190
Figura 7.16 Distribución de Hubs en la EU20.....	191
Figura 7.17 EU20 escalada según la distribución de hubs.....	191
Figura 7.18 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20 sin normalizar.....	192
Figura 7.19 EU20 escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada.....	192
Figura 7.20 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20 normalizada.....	193
Figura 7.21 EU20 escalada en función de la centralidad betweenness normalizada.....	193
Figura 7.22 Distribución de la centralidad closeness en la EU20 no normalizada.....	194
Figura 7.23 EU20 escalada en función de la centralidad closeness no normalizada.....	194
Figura 7.24 Distribución de la centralidad closeness en la EU20 normalizada. .....	195
Figura 7.25 EU20 escalada en función de la centralidad closeness normalizada.....	195
Figura 7.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU20.....	196
Figura 7.27 EU20 escalada en función de la centralidad eigenvector.....	196
Figura 8.1 EU20-25R aplicando el algoritmo Force Atlas escalado.....	200

Figura 8.2 Mapa EU20-25R aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries .....	201
Figura 8.3 Mapa de EU20-25R exportada a Google Earth.....	201
Figura 8.4 Distribución de la excentricidad en la EU20-25R. ....	207
Figura 8.5 EU20-25R escalada en función de la excentricidad.....	207
Figura 8.6 Distribución del grado en la EU20-25R .....	208
Figura 8.7 EU20-25R con force atlas escalado según el grado de los nodos. .....	208
Figura 8.8 Distribución del coeficiente de clustering en la EU20-25R.....	209
Figura 8.9 EU20-25R escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo.....	209
Figura 8.10 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 1.5.....	210
Figura 8.11 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 1.5 .....	210
Figura 8.12 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 1 .....	211
Figura 8.13 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 1.....	211
Figura 8.14 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 0.5.....	212
Figura 8.15 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 0.5. ....	212
Figura 8.16 Distribución de PageRank en la EU20-25R. ....	213
Figura 8.17 EU20-25R escalada según el algoritmo PageRank.....	213
Figura 8.18 Distribución de Hubs en la EU20-25R.....	214
Figura 8.19 EU20-25R escalada según la distribución de hubs. ....	214
Figura 8.20 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20-25R sin normalizar. ....	217
Figura 8.21 EU20-25R escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada. ....	217
Figura 8.22 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20-25R normalizada. ....	218

Figura 8.23 EU20-25R escalada en función de la centralidad betweenness normalizada..... 218

Figura 8.24 Distribución de la centralidad closeness en la EU20-25R no normalizada..... 219

Figura 8.25 EU20-25R escalada en función de la centralidad closeness no normalizada..... 219

Figura 8.26 Distribución de la centralidad closeness en la EU20-25R normalizada..... 220

Figura 8.27 EU20-25R escalada en función de la centralidad closeness normalizada..... 220

Figura 8.28 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU20-25R. .... 221

Figura 8.29 EU20-25R escalada en función de la centralidad eigenvector. 221

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1.1 Cantidad de pasajeros y crecimiento por país según el tipo de trayecto en 2010. Fuente: Eurostat (2012).....	40
Tabla 1.2 Cantidad de pasajeros y crecimiento por aeropuertos según el tipo de trayecto en 2010. Fuente: Eurostat (2012). ....	41
Tabla 1.3 Taxonomía de los modelos. Fuente: elaboración propia a partir de Vossen et al (2012). ....	53
Tabla 2.1 Propiedades de conectividad la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia. ....	76
Tabla 2.2 Clustering de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.....	78
Tabla 2.3 Modularidad, Hubs y PageRank de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia. ....	80
Tabla 2.4 Centralidades de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.....	85
Tabla 9.1 Comparación de resultado en las distintas redes. ....	228



# INTRODUCCIÓN



## OBJETIVO Y ALCANCE

El presente proyecto representa la primera fase de una investigación más amplia, que se enmarca en un proyecto europeo de investigación del grupo INSISOC titulado: *Application of Agent-based Computational Economics to Strategic Slot Allocation*. Por razones de derechos de autor, el presente trabajo se ha desarrollado en paralelo a dicho proyecto y de forma independiente.

El alcance de esta primera etapa consiste en:

- Realizar un análisis de la red real de aeropuertos europea mediante la teoría de grafos.
- Comparar las redes utilizadas en la investigación del problema de gestión del flujo de tráfico aéreo con sucesivas simplificaciones de la red real de aeropuertos europeos.

Los objetivos que se pretenden conseguir son:

- Conseguir una mejor comprensión del papel que juega cada aeropuerto en la red real de aeropuertos, en la misma línea que Malighetti et al (2009) pero con un enfoque distinto.
- Evaluar el realismo de las redes utilizadas en la investigación para proponer, en el futuro, problemas estándar que permitan comparar las distintas aproximaciones de resolución del problema.

## RELEVANCIA DEL TEMA

El transporte aéreo es uno de los sistemas logísticos más complejos (Vossen et al 2012). En el año 2008, aerolíneas de todo el mundo transportaron alrededor de 2,2 billones de pasajeros y en términos de valor, aproximadamente el 40% del transporte mundial de mercancías. Existen cerca de 2000 aerolíneas que suman unas 23000 aeronaves y que hacen uso de una red de más de 3000 aeropuertos dirigidos por unas 160 organizaciones gestoras del tráfico aéreo.

Como otras infraestructuras críticas, la red de transporte aéreo tiene un enorme impacto en las economías locales, nacionales e internacionales. Según un informe de Air Transportation Action Group (ATAG), este sector emplea de forma directa a 5 millones de personas y genera otros 24 millones

de empleos indirectos generando así un volumen de 400 billones contando actividades directas, indirectas e inducidas.

El enorme crecimiento que ha vivido el sector de la aviación durante los últimos años ha incrementado notablemente la tensión sobre el sistema de transporte aéreo, evidenciado por un mayor número de vuelos retrasados y el aumento en la congestión aeroportuaria, generándose así un significativo impacto económico negativo. En el año 2007, aproximadamente el 25% de los vuelos en Estados Unidos sufrieron retrasos o cancelaciones, generando unos costes cercanos a los 40 billones (Vossen et al 2012). Durante el último año 2014, el 21.3% de los vuelos en Estados Unidos sufrieron retrasos y un 2% fueron cancelados (<http://www.transtats.bts.gov>). En Europa la situación es similar, con un porcentaje de vuelos con retraso cercano al 11% que generan un coste de 2 billones (<http://www.eurocontrol.int>).

Este crecimiento hace necesaria una mejora en el sistema de infraestructuras, muchas de las cuales como ampliaciones de aeropuertos y modernización de instalaciones ya se están llevando a cabo. A pesar de resultar medidas efectivas, existen limitaciones físicas y restricciones sociales que impiden que estas medidas sean capaces por si mismas de solucionar el problema de la congestión del sistema. Es decir, es necesario que para solucionar el problema se incremente, además, la eficiencia del sistema de transporte aéreo (Vossen et al 2012).

Por ello, no es de extrañar que la gestión del tráfico aéreo (Air Traffic Management, ATM) sea una de las líneas de investigación estratégica en el horizonte 2020 (<http://www.2020horizon.es>).

De esta forma, también lo entiende la Universidad de Valladolid (UVA) ya que este trabajo fin de grado se ha realizado en el marco de una beca competitiva del Consejo Social UVA de enero/2014 a junio/2014: “Beca Consejo Social de colaboración en tareas de investigación en Departamentos e Institutos L.O.U.”, la cual está vinculada al Trabajo Fin de Grado y ha sido realizada en el departamento de Departamento de Organización de Empresas y CIM/Organización de Empresas de la Universidad de Valladolid.

Dicha beca, requería adquirir una formación adicional en teoría de grafos a través del curso de la Universidad de Stanford titulado “*Social and Economic Networks*” e impartido por Matthew Jackson, uno de los investigadores más importantes de este campo. Este curso introduce al estudiante en el estudio de gran variedad de modelos y técnicas para el análisis de redes sociales y económicas, y ha servido como base fundamental para el desarrollo de este trabajo.

## RELEVANCIA DE LA METODOLOGÍA

De forma general, una red es un conjunto de nodos que pueden estar relacionados mediante enlaces (Lewis 2009). En este trabajo se aplicará la teoría de redes al transporte aéreo, siendo los nodos equivalentes a ciudades con instalaciones aeroportuarias y las aristas las rutas que conectan las mismas.

Los campos de aplicación de la teoría de redes resultan realmente variados. Esto es debido principalmente a la gran flexibilidad que permiten los nodos y las aristas de adaptarse a distintos contextos. Algunos de estos campos de aplicación son: la sociología (relaciones entre personas), la economía (estudio de patrones), la medicina (estudios epidemiológicos), las matemáticas (grafos aleatorios), la informática (transmisión de virus), los sistemas de información (acceso y transmisión de información), la política (aplicación de medidas, alianzas), etc.

Según Jackson (2008) es imprescindible el uso de las redes para comprender el funcionamiento de nuestra vida social y económica. De esta forma, se puede estudiar el comportamiento de los distintos individuos que son los agentes que intervienen en la transmisión de la información y en el comercio de múltiples bienes y servicios.

## RELEVANCIA DE LOS RESULTADOS DEL TRABAJO

Con el objetivo de aumentar el alcance de este trabajo, se ha adaptado el mismo y enviado al congreso internacional *The Sixth International Conference on Advances in System Simulation (SIMUL 2014)* la publicación titulada: “*How realist are the benchmarking instances in Air Traffic Flow Management with respect the Europe network of airports?*”.

## ANTECEDENTES

El ATM ha evolucionado del control a la gestión del flujo (ATFM), que proporciona un punto de vista más estratégico de los diferentes procedimientos. El objetivo del ATFM es emparejar las capacidades de los aeropuertos con la demanda de los mismos, de forma que las aeronaves vuelen por el espacio aéreo de forma segura y eficiente (Odoni 1987).

Las principales líneas de investigación referentes a la gestión del flujo del tráfico aéreo en el corto plazo se centran en la gestión de la demanda, la

asignación de la capacidad del aeropuerto (secuenciando pistas de despegue o las aeronaves en uno o varios aeropuertos), la asignación de la capacidad del espacio aéreo y en la respuesta de la aerolínea

En este trabajo nos centramos en los modelos de asignación de capacidad. El problema más realista es el que se centra en la asignación de capacidad en múltiples aeropuertos. Lo habitual en estos modelos es generar la red de aeropuertos de forma aleatoria con una estructura hub-and-spoke, donde un aeropuerto es spoke es un aeropuerto que no está conectado con los otros aeropuertos spoke, salvo a través de un aeropuerto hub. El problema de la acumulación de retrasos en tierra en múltiples aeropuertos después de producirse retraso en un hub, teniendo en cuenta la congestión también de los sectores aéreos, conocido como problema MAGHP o *Multi-Airport Ground Holding Problem*

Bertsimas and Odoni (1997) afirman que los modelos de asignación de capacidad de los aeropuertos son aplicables a USA donde los retrasos se producen en los aeropuertos, aunque no son aplicables a Europa donde los sectores en ruta están muy congestionados. En este caso, los modelos aplicables son la asignación de capacidad en el espacio aéreo. Estos modelos son una extensión de los anteriores ya que incluyen, además de los retrasos en tierra, los retrasos en el aire.

Pellegrini y Castelli (2012) clasifican las redes aeropuertos generadas, en función del número total de aeropuertos y el número de aeropuertos hubs, en pequeñas (3 hubs y 17 spokes) medianas (5 hubs y 15 spokes) y grandes (13 hubs y 17 spokes). No obstante estos números están muy lejos del número de aeropuertos europeos.

Por ello en este trabajo, no preguntamos por el realismo de las redes de aeropuertos utilizadas en estos modelos. Pero antes de analizar el realismo es necesario comprender el papel que juega cada aeropuerto en la red real de aeropuertos europea.

## **ESTRUCTURA**

El presente trabajo se estructura 9 capítulos, además de la introducción y la bibliografía.

En el primer es un resumen general del problema de la gestión del flujo del tráfico aéreo, tanto desde la perspectiva práctica como la teórica. Comenzamos por describir la situación actual del tráfico aéreo centrándonos

en el espacio europeo, su problemática y las soluciones posibles, así como la normativa actual de gestión del flujo del tráfico aéreo. La complejidad y relevancia del problema ha motivado muchas investigaciones. Por lo que presentamos un resumen de la investigación en este gran y variado campo, empezando por una taxonomía de los modelos propuestos en función de sus diferentes características. Resumimos sus principales líneas de investigación y nos centramos en la descripción del caso más complejo.

A continuación, en el segundo capítulo se hace una revisión de la teoría de redes donde se explican los antecedentes y conceptos fundamentales de la misma. En esta sección se definen las propiedades que se utilizarán posteriormente para realizar los distintos análisis de redes: la densidad, el grado medio y la distribución de grado, el paso medio (escalas entre dos destinos), el diámetro (escalas entre los aeropuertos más alejados), el *clustering*, la modularidad y la centralidad.

En el tercer capítulo se concretan cuáles son las redes susceptibles de ser analizadas. Basándonos en la red de aeropuertos (red EUW) que se crea a partir de los datos globales “GlobalFlightsNetwork” proporcionada por OpenFlights.org y RITA, que incluye 3009 nodos y 15601 conexiones, se realizan sucesivas simplificaciones de dicha red con el objetivo de reducir la complejidad y el tamaño de la misma: EUW (3009 aeropuertos y 15601 rutas), EUC (373 aeropuertos europeos, 4 nodos para rutas intercontinentales y 3068 rutas), EU128 (128 mayores aeropuertos europeos clasificados según cantidad de pasajeros y 1093 rutas europeas), EU78 (78 aeropuertos y 1230 rutas), EU20 (20 aeropuertos y 173 rutas), EU20-25R (20 aeropuertos de las 25 rutas más transitadas). Así mismo, se incluye la descripción de la redes de aeropuertos que se utilizan en la literatura. Lo habitual es generar estas redes de forma aleatoria con una estructura hub-and-spoke, donde un aeropuerto es spoke es un aeropuerto que no está conectado con los otros aeropuertos spoke, salvo a través de un aeropuerto hub (Castelli et al 2012).

En los siguientes capítulos, del 4 al 8, se realizan los análisis de las redes con la ayuda de la herramienta de software libre Gephi, siguiendo el mismo esquema en las mismas para facilitar su comprensión: primero se introducirán algunas de las características más generales de la red para centrar el análisis y a continuación se estudian las características principales como el grado, la densidad, el paso medio, el diámetro y excentricidad, el *clustering*, la modularidad, el *pageRank*, hubs y finalmente las medidas de centralidad *betweenness*, *closeness* y *eigenvector*. Por tanto se puede concluir que mediante el análisis de este conjunto de parámetros se puede considerar que el estudio que se realiza de cada una de las redes es completo.

Para terminar, el capítulo noveno, incluye las conclusiones finales de este estudio, donde se recogen los resultados más relevantes del análisis mediante la teoría de redes de las redes EUC, EU128, EU78, EU20 y EU20-25R. Se seguirá un esquema similar al utilizado para cada uno de los análisis anteriores: principales resultados de grado, densidad, paso medio, diámetro y excentricidad, clustering, modularidad, pageRank, hubs y medidas de centralidad betweenness, closeness y eigenvector. Además, estas redes se comparan con las instancias “*hub-and-spoke*” generadas aleatoriamente en la investigación del problema de gestión de flujo del tráfico aéreo europeo con el objetivo de evaluar el realismo de las simulaciones..



# **CAPÍTULO 1**

## **LA GESTIÓN DEL TRÁFICO AÉREO EN EUROPA**



## 1.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo es un resumen general del problema de la gestión del flujo del tráfico aéreo, tanto desde la perspectiva práctica como la teórica. Comenzamos por describir la situación actual del tráfico aéreo centrándonos en el espacio europeo, su problemática y las soluciones posibles, así como la normativa actual de gestión del flujo del tráfico aéreo.

La complejidad y relevancia del problema ha motivado muchas investigaciones. Por lo que presentamos un resumen de la investigación en este gran y variado campo, empezando por una taxonomía de los modelos propuestos en función de sus diferentes características. Resumimos sus principales líneas de investigación y nos centramos en la descripción del caso más complejo.

## 1.2 SITUACIÓN ACTUAL DEL TRÁFICO AÉREO EN EUROPA

Según Cloudt (2012), los efectos de la crisis económica que comenzó en el año 2008 han comenzado a remitir en la mayoría de los países europeos. Entre los años 2009 y 2010 se experimentó un crecimiento en el número de pasajeros que volaron en la Unión Europea, este aumento fue del 3,4% llegando hasta los 777 millones de usuarios.

Para ver más en detalle este crecimiento del 3,4%, en la Figura 1.1 se desglosa por países<sup>1</sup>. Los países con mayor crecimiento y que destacan en cuanto a la media europea son, Lituania (LT) y Dinamarca (DK) con un incremento superior al 15%, y Letonia (LV), Malta (MT) y Rumanía (RO) con un crecimiento de entre el 10% y el 15%. Por el contrario los países con un mayor decrecimiento son Reino Unido (UK), Eslovenia (SI), Eslovaquia (SK) e Irlanda. Llama la atención el dato tan significativamente bajo de Irlanda (12 %) que se debe a, además de la precaria situación económica, al incidente del volcán Eyjafjallajökull.

---

<sup>1</sup> LT: Lituania, DK: Dinamarca, LV: Letonia, MT: Malta, RO: Rumanía, AT: Austria, PL: Polonia, IT: Italia, PT: Portugal, BE: Bélgica, SE: Suecia, BG: Bulgaria, LU: Luxemburgo, DE: Alemania, NL: Países bajos, FR: Francia, ES: España, CY: Chipre, EE: Estonia, FI: Finlandia, HU: Hungría, CZ: República Checa, EL: Grecia, UK: Reino Unido, SI: Eslovenia, SK: Eslovaquia, IE: Irlanda.



Figura 1.1 Crecimiento del número de pasajeros según países miembros entre 2009 y 2010. Fuente: Eurostat (2012).

Del total de 777 millones de pasajeros en 2010, 201 corresponden únicamente al Reino Unido (que corresponden a un 25.9% y a 3.2 pasajeros por habitante). Teniendo en cuenta la relación entre usuarios de aeropuertos y población de cada país, los países que mayor ratio tienen son Cyprus y Malta con 8.6 y 8.4 pasajeros por habitante respectivamente, seguidos de Islandia con 7.7 y Noruega con 6.6 pasajeros por habitante. Por el contrario los países con este ratio más bajo son Eslovaquia, Rumanía, Polonia, Eslovenia, Lituania, Hungría y Bulgaria, todas ellas con menos de 1 pasajero por habitante.

En el año 2012 la cifra total de usuarios en la Unión Europea alcanza los 826 millones de personas, siendo los diez países siguientes los más transitados (Figura 1.2): United Kingdom con 203 millones de pasajeros que se corresponde con un 24.6%, Germany con un 21.6%, Spain con un 19.3%, France con un 16.3%, Italy con un 14%, Netherlands con un 6.7%, Switzerland con un 5.2%, Norway con un 4.2%, Greece con un 3.8%, Sweden con un 3.6%.

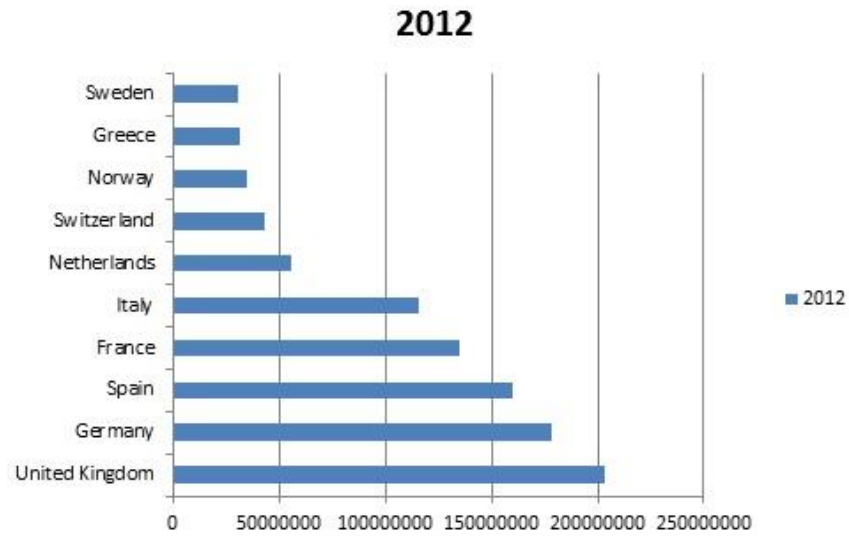


Figura 1.2 Pasajeros según países en 2012 Fuente: Eurostat (2012).

Entre los años 2011 y 2012 también se experimentó un crecimiento en el número de pasajeros que volaron en la Unión Europea, este aumento fue del 9.4%. En la Figura 1.3 se hace una comparación en cuanto a número de pasajeros entre los años 2011(verde) y 2012 (azul) para los 10 países con mayor tránsito en 2012. Se observa a excepción de España, el número de pasajeros creció o se mantuvo en todos ellos.

**Air transport of passengers**  
Passengers

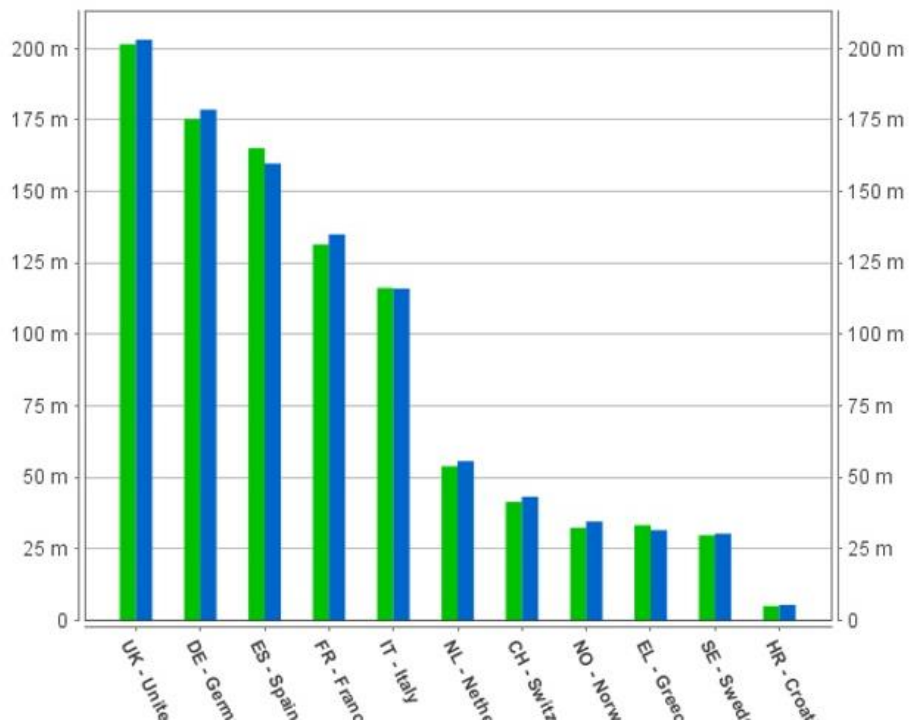


Figura 1.3 Evolución entre los años 2011 (verde) y 2012 (azul) del número de pasajeros en los 10 países con más tráfico. Fuente: Eurostat (2012).

En la Figura 1.4 se representa la situación en 2010 en cuanto al reparto de pasajeros según la relación Origen - Destino. Los pasajeros que viajaron entre su país y otro miembro de la Unión Europea han pasado del 42% en el año 2009 al 41% en el año 2010. Los pasajeros que volaron dentro de su territorio también disminuyeron del año 2009 al 2010 desde el 22% al 21%. Por el contrario, los pasajeros que volaron desde otros países no pertenecientes a la Unión Europea crecieron un 7.4% en el mismo periodo de tiempo que los anteriores. Por lo tanto, podemos concluir que el tráfico aéreo se recuperó durante el año 2010 debido mayormente al aumento de vuelos extracomunitarios. En la Tabla 1.1 se desagregan estos datos por países.

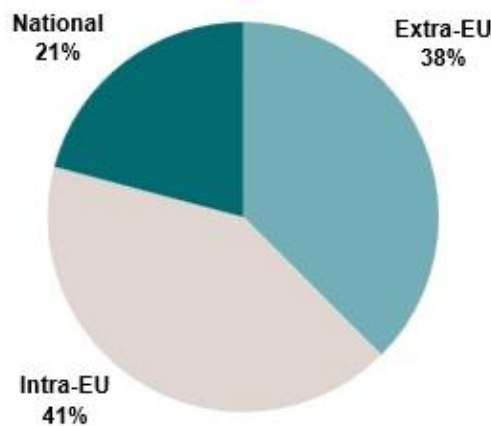


Figura 1.4 Situación del reparto de pasajeros según el trayecto realizado en el 2010. Fuente: Eurostat (2012).

En relación con el % del reparto de pasajeros según la relación Origen - Destino con países no pertenecientes a la Unión Europea, en la Figura 1.5 se muestra cómo se reparte ese 38% en 2010 en relación al número de pasajeros. Tendremos que la zona con mayor afluencia de pasajeros será la de los países pertenecientes al continente europeo pero no miembros de la Unión Europea, como Noruega entre otros, con un 33.96% del total suponiendo esto un crecimiento del 11.8%. El mayor crecimiento se produce con respecto a la zona de Oriente Próximo con un 13.9%, aunque supone solamente el 9.5% del total. Los únicos decrecimientos se producen en América Central y Caribe (-1.1%) y en el continente de Oceanía (-2.6%).

En relación con el % al reparto de pasajeros según la relación Origen- Destino con países pertenecientes a la Unión Europea, en la Figura 1.6 se muestra cómo se reparte ese 41% en 2010 en relación al número de pasajeros, obteniendo las rutas europeas más transitadas. Tendremos que la ruta Madrid - Barcelona será la que mayor tráfico de pasajeros acumula (3084), además de ser la segunda con mayor crecimiento (4.8%) siendo la primera ruta Roma - Catania (5.1%). En la Tabla 1.2 se desagregan estos datos por aeropuertos.

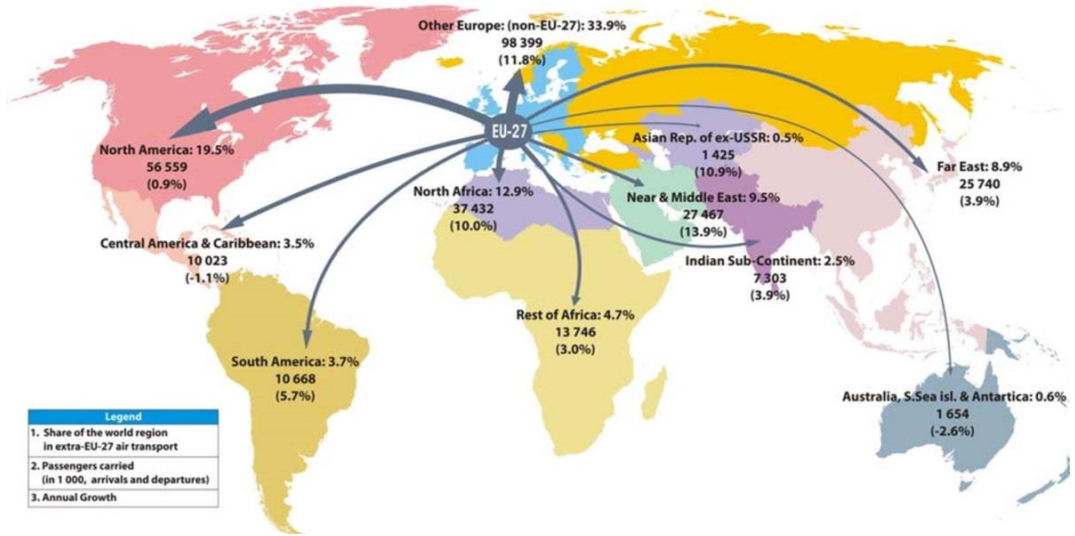


Figura 1.5 Relación de trayectos no comunitarios en el 2010. Fuente: Eurostat (2012).

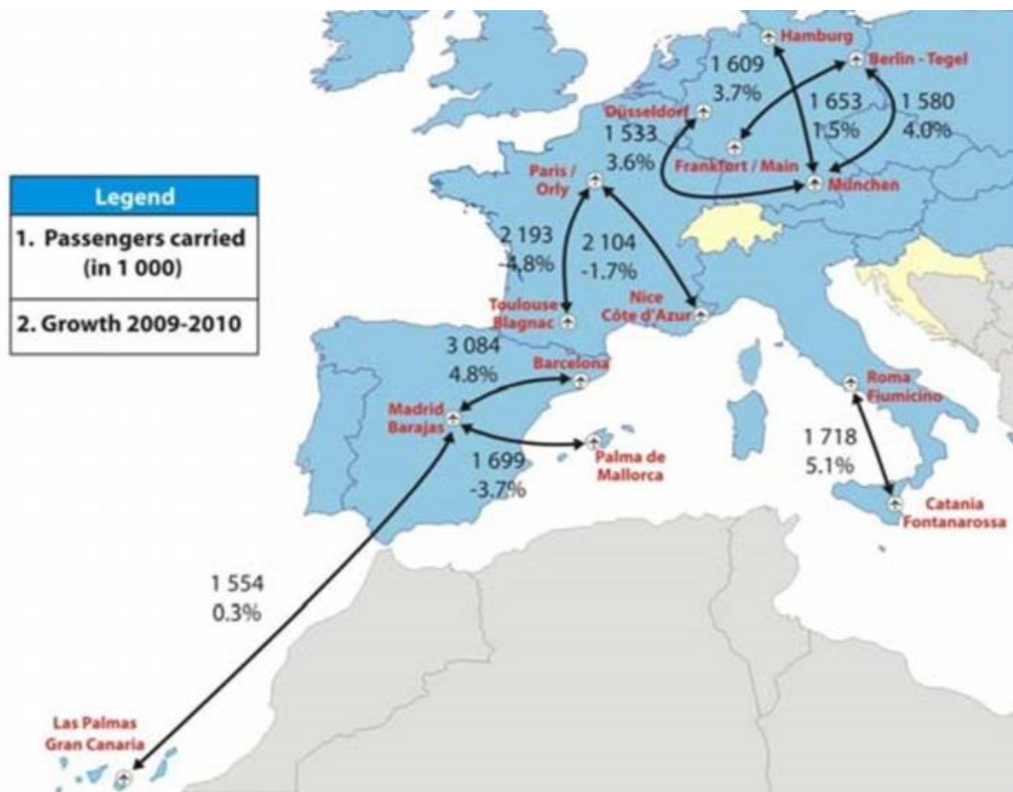


Figura 1.6 Relación de trayectos comunitarios en el 2010. Fuente: Eurostat (2012).

Tabla 1.1 Cantidad de pasajeros y crecimiento por país según el tipo de trayecto en 2010. Fuente: Eurostat (2012).

		Total transport		National transport		International intra-EU-27 transport		International extra-EU-27 transport	
		Number of passengers	Growth (%) 2009-2010	Number of passengers	Growth (%) 2009-2010	Number of passengers	Growth (%) 2009-2010	Number of passengers	Growth (%) 2009-2010
<b>EU-27 *</b>		<b>776 753</b>	<b>3.4</b>	<b>162 589</b>	<b>0.2</b>	<b>322 835</b>	<b>1.7</b>	<b>291 329</b>	<b>7.4</b>
<b>BELGIUM</b>	BE	22 691	6.5	56	-3.3	15 334	4.8	7 300	10.2
<b>BULGARIA</b>	BG	6 168	5.6	183	7.0	4 630	2.3	1 355	18.7
<b>CZECH REPUBLIC</b>	CZ	12 242	-1.0	206	-20.3	8 408	-2.8	3 628	4.8
<b>DENMARK</b>	DK	24 331	16.6	2 401	27.8	15 439	15.6	6 491	15.4
<b>GERMANY</b>	DE	166 131	5.0	24 164	1.8	82 970	3.4	58 996	8.9
<b>ESTONIA</b>	EE	1 381	3.0	25	11.0	1 087	4.7	270	-3.9
<b>IRELAND</b>	IE	23 094	-12.1	360	-42.7	19 964	-11.9	2 770	-7.0
<b>GREECE</b>	EL	32 132	-2.3	6 297	-8.6	20 915	-3.4	4 920	13.0
<b>SPAIN</b>	ES	153 387	3.4	38 227	1.7	93 583	2.0	21 577	13.6
<b>FRANCE</b>	FR	122 770	4.4	25 872	-0.5	51 410	5.4	45 487	6.3
<b>ITALY</b>	IT	109 065	7.1	29 940	5.3	57 926	6.1	21 199	12.7
<b>CYPRUS</b>	CY	6 948	3.2	0.0	-68.5	5 506	-0.4	1 441	19.9
<b>LATVIA</b>	LV	4 656	14.6	0.3	-13.3	3 395	9.1	1 261	32.7
<b>LITHUANIA</b>	LT	2 283	22.3	0.2	65.4	1 934	26.3	349	3.7
<b>LUXEMBOURG</b>	LU	1 614	5.1	0.8	67.5	1 267	5.2	346	4.7
<b>HUNGARY</b>	HU	8 175	1.2	-	-	6 267	0.9	1 908	2.0
<b>MALTA</b>	MT	3 294	12.8	0.0	0.0	2 969	11.2	324	31.1
<b>NETHERLANDS</b>	NL	48 616	4.6	3	16.5	27 812	3.4	20 801	6.2
<b>AUSTRIA</b>	AT	23 532	7.9	762	10.4	15 518	6.9	7 252	9.7
<b>POLAND</b>	PL	18 383	7.8	942	9.3	13 332	6.2	4 109	13.2
<b>PORTUGAL</b>	PT	25 732	6.8	3 011	0.2	17 779	6.0	4 942	14.1
<b>ROMANIA</b>	RO	8 849	10.8	746	19.4	6 919	9.4	1 184	14.3
<b>SLOVENIA</b>	SI	1 382	-2.9	0.1	15.3	773	-5.2	609	0.3
<b>SLOVAKIA</b>	SK	1 882	-3.4	42	-60.1	1 504	0.0	336	-1.1
<b>FINLAND</b>	FI	14 221	2.8	2 250	-6.3	8 892	4.0	3 079	7.0
<b>SWEDEN</b>	SE	26 647	5.7	6 121	2.6	15 587	5.1	4 940	11.6
<b>UNITED KINGDOM</b>	UK	192 885	-2.8	20 980	-8.4	107 451	-4.0	64 454	1.1



Tabla 1.2 Cantidad de pasajeros y crecimiento por aeropuertos según el tipo de trayecto en 2010. Fuente: Eurostat (2012).

Rank	Country	Airport	Total air transport (in 1000 passengers)	of which			Growth of total air transport 2009-2010 (%)	Total number of passenger flights (in 1000)	Growth of total number of flights 2009-2010 (%)
				National air transport	International intra-EU-27 air transport	International extra-EU-27 air transport			
1	UK	LONDON/HEATHROW	65 742	4 841	21 917	38 984	-0.2	447	-2.3
2	FR	PARIS/CHARLES DE GAULLE	57 952	5 205	23 274	29 473	0.5	458	-7.9
3	DE	FRANKFURT/MAIN	52 646	6 232	19 299	27 114	4.1	433	-0.2
4	ES	MADRID/BARAJAS	49 797	18 764	18 399	12 635	3.9	417	-0.2
5	NL	AMSTERDAM/SCHIPHOL	45 146	0	24 643	20 503	3.7	376	-1.9
6	IT	ROMA/FIUMICINO	35 954	12 667	13 598	9 690	7.6	324	2.0
7	DE	MÜNCHEN	34 517	9 258	15 024	10 235	6.0	364	-2.3
8	UK	LONDON/GATWICK	31 341	3 496	18 187	9 658	-3.1	233	-4.9
9	ES	BARCELONA	29 181	11 635	13 236	4 310	6.9	262	-0.4
10	FR	PARIS/ORLY	25 158	13 332	6 057	5 770	0.3	216	-3.5
11	DK	KØBENHAVN/KASTRUP	21 386	2 311	13 182	5 894	9.1	237	5.1
12	ES	PALMA DE MALLORCA	21 079	6 199	13 908	972	-0.4	161	-2.0
13	AT	WIEN/SCHWECHAT	19 617	747	12 254	6 616	8.7	238	0.8
14	DE	DÜSSELDORF	18 908	4 393	8 744	5 771	6.7	207	0.5
15	IT	MILANO/MALPENSA	18 713	3 663	9 254	5 797	7.9	180	3.3
16	UK	LONDON/STANSTED	18 563	1 724	15 492	1 347	-7.0	133	-8.7
17	IE	DUBLIN	18 408	359	15 701	2 348	-10.1	153	-8.0
18	UK	MANCHESTER	17 662	2 238	9 415	6 010	-5.2	147	-8.4
19	BE	BRUXELLES/NATIONAL	16 980	5	10 531	6 445	1.2	194	-3.1
20	SE	STOCKHOLM/ARLANDA	16 957	4 016	8 887	4 054	5.6	178	-0.3
21	EL	ATHINAI	15 303	5 525	7 187	2 591	-5.2	175	-9.6
22	DE	BERLIN/TEGEL	14 966	6 739	5 689	2 537	5.9	149	2.0
23	PT	LISBOA	14 050	2 130	8 036	3 883	5.9	134	4.0
24	DE	HAMBURG	12 884	5 592	4 958	2 334	5.8	138	0.8
25	FI	HELSINKI/VANTAA	12 861	2 203	7 661	2 997	2.1	162	-0.6
26	ES	MALAGA	12 023	2 557	8 725	740	3.6	97	2.8
27	CZ	PRAHA/RUZYNE	11 514	109	8 093	3 313	-0.8	146	-5.0
28	DE	KÖLN/BONN	9 786	3 522	4 394	1 869	0.9	98	0.2
29	FR	NICE/CÔTE D'AZUR	9 588	3 862	4 065	1 661	-2.3	144	-3.9
30	ES	ALICANTE	9 368	2 055	6 556	757	2.8	71	0.8

En el año 2011 los aeropuertos más transitados de Europa son (Figura 1.7): London Heathrow (UK), París Charles de Gaulle (FR), Frankfurt Main (DE), Amsterdam Schiphol (NL) y Madrid Barajas (ES). El aeropuerto con mayor número de usuarios fue London/Heathrow con 69.4 millones de personas, seguido por los 58 millones de París Charles de Gaulle (dato del 2010) 53.6 millones en Frankfurt y 50 millones en Madrid y Amsterdam. Entre estos aeropuertos la gran diferencia es el tipo de ruta mayoritaria en cada uno, mientras que en el aeropuerto de Barajas con el 34.4% de los vuelos en 2011 fueron nacionales, en los otros cinco aeropuertos con mayor tráfico los vuelos nacionales no superaron en ningún caso el 12% del total.

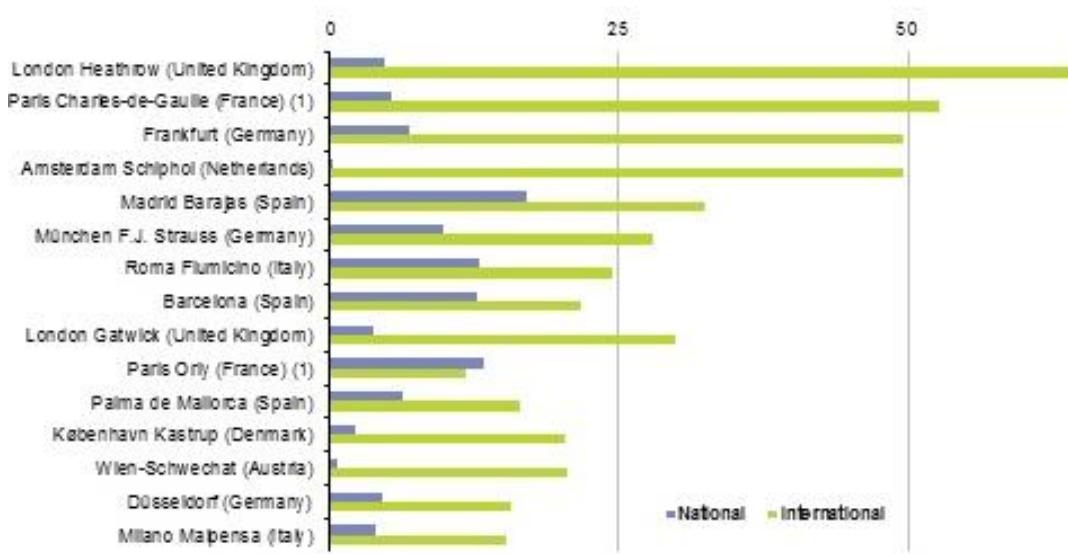


Figura 1.7 Tráfico de pasajeros en los 15 mayores aeropuertos de Europa en 2011. Fuente: Eurostat (2012).

### 1.3 PROBLEMÁTICA Y SOLUCIONES

El tráfico aéreo en Europa ha crecido mucho en los años y, aunque la capacidad en los aeropuertos también ha aumentado, no lo ha hecho en la misma medida que la demanda. Esta desigualdad entre la capacidad disponible en los aeropuertos y la demanda de tráfico aéreo genera problemas de sobrecapacidad y retrasos. Mientras siga creciendo el tráfico aéreo, los problemas de carencia de capacidad aeroportuaria para abarcar toda la demanda disponible y los correspondientes problemas generados irán en aumento (Herrera 2006).

Según las predicciones para las próximas décadas, habrá entre 11.2 y 17.3 millones de vuelos en Europa en 2035 (entre 1.2 y 1.8 veces más que en 2012) correspondiendo a un crecimiento anual medio esperado entre 0.7% y

2.6% en los próximos 20 años. Como resultado, la congestión de los aeropuertos aumentará sustancialmente. En el año 2035, cerca de los 20 mayores aeropuertos europeos estarán operando a plena capacidad más de 8 horas al día (EUROCONTROL 2012). La demanda no satisfecha en los países miembros de la Unión Europea en el año 2030 estará alrededor del 11% del total de la demanda (esto es, unos 2.3 millones de vuelos al año) si no se toman medidas preventivas sobre la regulación del tráfico aéreo y aeropuertos (EUROCONTROL 2008). Estos datos evidencian que el nivel de demanda no satisfecha no entra dentro de los límites aceptables para un futuro no muy lejano

Para solucionar el “gap” entre capacidad y demanda, Herrera (2006) propone cuatro grandes tipos de propuestas:

- Aumentar la capacidad: construyendo nuevos aeropuertos o ampliaciones de los mismos.
- Reducir la demanda: transfiriendo servicios a otros destinos cercanos o fomentando el uso de otros medios de transporte alternativos.
- Medidas de gestión: aplicando medidas administrativas, de gestión y económicas con el objetivo de redistribuir los picos de demanda.
- Innovar en el aspecto tecnológico: mejorando las instalaciones para aumentar su utilización.

A continuación se describen las principales ventajas e inconvenientes de cada una de los cuatro tipos de propuestas.

**1. Aumentar la capacidad.** La construcción de nuevas instalaciones es una forma directa de aumentar la capacidad, pero es una propuesta a medio/largo plazo ya que la duración del proyecto es considerablemente extensa y está plagado de restricciones económicas, sociales y medioambientales, entre otras. Por otro lado, la reconfiguración o ampliación de las instalaciones existentes puede ser una propuesta viable a corto o medio plazo. No obstante, habría que valorar si merece la pena involucrarse en una solución temporal de esta envergadura.

**2. Reducir la demanda.** La incorporación de destinos auxiliares relativamente cercanos supondría crear una nueva logística interna en coordinación con las

instalaciones existentes, además una disminución significativa en la calidad del servicio. Por ello, tiene más sentido promover el uso de medios de transporte rápidos alternativos (como por ejemplo, trenes de alta velocidad o trenes bala). Esta propuesta cumple las condiciones de servicio sustitutivo para los vuelos de corta distancia. Según EUROCONTROL (2008), se podría llegar a reducir hasta en un 40% la demanda no satisfecha para el año 2030.

**3. Medidas de gestión.** La adopción de distintas medidas económicas y/o administrativas con el fin de alinear demanda y capacidad disponible, a priori, se postulan como las medidas más factibles en cuanto a costes se refiere. Estas medidas son las siguientes:

- Establecer una tarifa adicional para los fragmentos horarios más rentables para las compañías.
- Subastar al mejor postor las franjas horarias disponibles, de forma que es el propio mercado el que regula los precios. De esta manera, los horarios que las compañías valoran más, tendrán en la subasta un valor monetario superior al resto. No obstante, esta solución implicaría estudiar mecanismos legales para evitar que las compañías económicamente más fuertes se hiciesen con todo el mercado.
- Limitar la oferta, ofreciendo un determinado número de franjas horarias o slots disponibles en cada aeropuerto.

**4. Innovar en el aspecto tecnológico.** La implantación de nuevas tecnologías implicaría una inversión a priori mucho menor que la ampliación de las instalaciones y, a su vez, evitaría los problemas legales que podrían generar la implantación de algunas medidas de gestión. Herrera (2006) plantea, entre otras, las siguientes medidas propuestas:

- Tecnología de las aeronaves: la innovación dirigida a aumentar la capacidad de las aeronaves de forma que, con menos líneas, se pueda hacer frente a la misma capacidad de pasajeros de forma global.
- Diseño de terminales: redistribución modular de las terminales para reducir el tiempo que transcurre desde la entrada a la terminal hasta que se accede a la aeronave.

- Otras medidas basadas en la automatización mediante el uso de inteligencia artificial como pueden ser el billete y tarjetas de embarque electrónicas o la identificación por radiofrecuencia del equipaje.

Del análisis de ventajas e inconvenientes de los cuatro tipos de propuestas, Herrera (2006) afirma que la única solución viable es *“estudiar y aplicar nuevos mecanismos de mercado al sistema de asignación de slots que permitan una mejor utilización de los recursos existentes”* debido fundamentalmente a la gran inversión necesaria en el resto de opciones. Esto supone, optimizar la estructura aeroportuaria al igual que los recursos disponibles. Para que esto sea posible, será necesario establecer sistemas de asignación de slots que hagan referencia a la utilización, por parte de un vuelo de una determinada compañía, de una franja horaria disponible en un aeropuerto.

## **1.4 NORMATIVA DE ASIGNACIÓN DE FRANJAS HORARIAS EN EUROPA**

En esta sección, primero se introduce el vocabulario necesario para la comprensión del proceso de asignación de franjas horarias. A continuación se explican los aspectos más generales de la normativa y finalmente se desarrolla el proceso de asignación de slots.

### **1.4.1 VOCABULARIO**

El vocabulario, en lugar de ordenarse alfabéticamente, se ha agrupado por conceptos para facilitar la comprensión del mismo.

#### **1.4.1.1 TIPOS DE AEROPUERTOS Y RESPONSABLES**

**Aeropuerto coordinado:** aeropuerto cuya capacidad ofertada es ostensiblemente menor que la demandada, por lo que es necesario establecer normas específicas para respetar los principios de transparencia, imparcialidad y no discriminación descritos en el Reglamento (CEE) 95/93. En

estos aeropuertos la persona encargada <sup>2</sup> de que se cumpla este Reglamento se denomina Coordinador.

**Coordinador:** persona responsable de la coordinación de los slots en uno o varios aeropuertos coordinados. Se encargará de comprobar que se respeten los slots asignados a cada compañía<sup>3</sup>.

**Aeropuerto con horario facilitado:** aeropuertos en los que capacidad y demanda se encuentran equilibradas, pero en el que existe riesgo de falta de capacidad según franjas horarias y/o periodos estacionales. La persona que proporciona los horarios y que ayuda a configurar el sistema para evitar la congestión es el Facilitador de horarios.

**Facilitador de horarios:** persona responsable de la mediación en la asignación de slots de aeropuertos con horario facilitado. Se encarga de mediar con el objetivo de simplificar el proceso de colaboración entre compañías para la asignación de slots e intentar evitar así la congestión puntual en los aeropuertos con horarios facilitados. Podrá participar como asesor en las conferencias sobre programación de las franjas horarias y además está en la obligación de supervisar el cumplimiento de las operaciones aéreas que él mismo ha propuesto.

---

<sup>2</sup> El Estado es el último responsable de encargar, cuando así lo crea necesario, un estudio exhaustivo de capacidad aeroportuaria al organismo que gestiona la red de tráfico aéreo correspondiente. En todo caso, el Estado no está obligado a calificar un aeropuerto como coordinado excepto cuando se den las siguientes condiciones:

- Cuando lo solicite el responsable de la gestión de las instalaciones al considerar que su capacidad es insuficiente o las compañías que supongan más del 50% del tráfico de un aeropuerto.
- Cuando lo solicite el organismo regulador en los casos que sean las nuevas compañías las susceptibles de tener problemas para conseguir la asignación de slots en unas instalaciones determinadas.

<sup>3</sup> Según el Real Decreto-ley 1 2014 de 24 de enero, modificación de la legislación en España relativa a la retribución del Coordinador que se establece mediante una prestación patrimonial pública de asignación de franjas horarias. Están obligados al pago de esta prestación los gestores de los aeropuertos coordinados o facilitados y los operadores aéreos que dispongan de franjas horarias asignadas en dichos aeropuertos excepto las que disponga de menos de 10 slots asignados. El importe de la prestación, "P", es resultado de aplicar la siguiente fórmula: "P" = "q" × "m". Dónde: "q", es la cuantía unitaria de 0,85 € por franja horaria asignada y 0,43 € por horario facilitado. y "m": a) Para cada gestor aeroportuario, el conjunto de franjas horarias asignadas u horarios facilitados en el correspondiente aeropuerto en la programación final de cada mes natural, conforme al registro del Coordinador.

**Aeropuerto no coordinado:** aeropuertos en los que no se produce ninguno de los dos fenómenos anteriores, es decir que no necesitan ser coordinados ni acusan falta de capacidad en algunas franjas o periodos, conforman el caso en el que las compañías se ponen de acuerdo entre ellas sin necesidad de intermediarios. Esto supone que el proceso de asignación de slots sea trivial.

#### 1.4.1.2 CAPACIDAD DE LOS AEROPUERTOS

**Capacidad:** cantidad máxima de recursos disponibles en un aeropuerto. Incluye tanto recursos humanos como de infraestructuras.

**Slot:** periodo concreto en el cual una compañía tiene derecho a hacer uso de los recursos aeroportuarios necesarios según la normativa vigente. Esta concesión dada por el Coordinador incluye todos los servicios necesarios desde el aterrizaje al despegue de la aeronave, teniendo en cuenta todos los factores técnicos, operativos y medioambientales.

**Serie de slots:** conjunto de al menos cinco slots en un aeropuerto asignados a la misma compañía en el mismo horario y que además sean de carácter regular.

**Reserva de slots:** conjuntos de slots donde aparecen las franjas horarias que devuelven las compañías y todas las franjas horarias que no hayan sido adjudicadas. En caso de que los slots fuesen devueltos a este fondo de reserva y no vayan a ser utilizados por ninguna otra compañía, el Coordinador puede ponerlos a disposición del Estado para prestar servicio público.

#### 1.4.1.3 PRINCIPALES ACTORES

**Compañía aérea:** empresa de transporte aéreo con licencia válida o empresa operadora de negocios relacionada directamente con la primera y que esté sujeta a una franja horaria determinada. Las compañías aéreas pueden considerarse como grupos de las mismas si operan como franquicias o si la oferta de servicios que ofrecen es conjunta y están directamente relacionadas.

**Nuevo entrante:** cualquier compañía aérea que después de haber realizado el proceso de solicitud correspondiente, esté en disposición de recibir la concesión de uso de más de uno y menos de cinco slots. La condición general que excluye a una compañía de ser nueva es si posee la adjudicación de más

del 5% de los slots totales en un aeropuerto, o más del 4% del total de una red de aeropuertos que computen como uno solo. La única excepción a considerar sería si alguno de los servicios ofertados conectan aeropuertos en los que el número de compañías que realizan el mismo trayecto es igual o inferior a dos, además es condición necesaria que sea un servicio regular y libres de escalas.

**Organismo de gestión de aeropuerto:** organismo responsable de administrar adecuadamente la infraestructura y recursos disponibles. Es necesario que controle de cerca las actividades de las aerolíneas y operadoras para que no cometan infracciones.

**Comité de regulación o coordinación:** Comité responsable de desempeñar el papel de mediador en los conflictos sobre las asignaciones de slots y asesorar al propio coordinador o al Estado sobre posibles mejoras en las infraestructuras, en los métodos de control de franjas horarias o en los procedimientos de asignación de slots. Además debe de ofrecerse a solucionar los problemas que afecten a las nuevas compañías. El Estado es el responsable de que exista un Comité de coordinación en todo aeropuerto coordinado, que puede ser el mismo para una red de aeropuertos. Los agentes que pueden optar a formar parte de este comité serán las propias compañías que sean usuarias regulares de las instalaciones correspondientes, los gestores del aeropuerto en cuestión y el organismo regulador de tráfico aéreo. Los Estados tienen derecho a tomar parte en las reuniones de este comité en calidad de observadores. Cada uno de estos comités de coordinación es libre de redactar sus propias normas y directrices internas siempre y cuando se permita el acceso como oyentes a los representantes estatales y al coordinador afectado directamente.

#### 1.4.2 ASPECTOS GENERALES

Refiriéndose al proceso de asignación de franjas horarias o slots en aeropuertos situados en territorio de los estados miembros de la Unión Europea, la normativa que rige este proceso es el Reglamento (CEE) 793/2004 del Parlamento Europeo, por el cual se modifica la regulación anterior, Reglamento (CEE) 95/93, relativo a normas comunes para la asignación de franjas horarias en los aeropuertos comunitarios. Este reglamento es un primer paso hacia un proceso global de revisión, que se revisará tras un periodo de aplicación.



El principal motivo de la modificación del Reglamento (CEE) 95/93 es conseguir un uso más eficiente y flexible de la capacidad limitada de los aeropuertos congestionados.

En relación con la asignación de slots hay que hacer las siguientes aclaraciones:

- La asignación de slots a las compañías aéreas hace referencia a permitir el acceso a unas instalaciones aeroportuarias en una fecha y horas concretas. Por lo tanto, no hay que considerar la asignación de slots como una cesión perpetua de la propiedad.
- El objetivo del establecimiento de “derechos adquiridos” o asignación de slots con precedencia histórica es fomentar la estabilidad de las operaciones siempre y cuando el grado de utilización de dichos slots sea suficientemente elevado.
- El objetivo de reservar un porcentaje de la capacidad estrictamente para nuevos operadores es garantizar una correcta prestación de servicios e incrementar la competencia potencial. Esto implica que no se cierran las puertas a ninguna nueva compañía que entre en el sector, asegurándoles la posibilidad de obtener slots en todos los aeropuertos y poder realizar así las conexiones necesarias.
- Deben establecerse medidas que garanticen el cumplimiento de la normativa para mantener controladas a las compañías y que no incumplan la asignación de slots que se ha establecido.

#### **1.4.3 PROCEDIMIENTO DE ASIGNACIÓN DE FRANJAS HORARIAS**

La asignación de franjas horarias se realiza en base a unos parámetros que dependen de factores técnicos, operativos y medioambientales. Estos factores técnicos, operativos y medioambientales hacen referencia al tráfico del aeropuerto, el grado de congestión del mismo y la capacidad disponible durante los periodos que se consideren oportunos. La máxima autoridad responsable será el Estado, teniendo que aprobar estos parámetros dos veces al año, coincidiendo con los dos procesos de asignación: enero y agosto. Los resultados se comunicarán al coordinador antes de las conferencias de asignación de horarios.

El proceso de asignación de slots debe caracterizarse por su transparencia informativa, resultando así un proceso completamente imparcial. Éste se divide en dos subprocesos: una asignación primaria y un comercio secundario, que describimos a continuación. Sin embargo, este sistema de asignación no es eficiente en el momento en que la capacidad es inferior a la demanda, por lo que la organización es clave.

#### 1.4.3.1 ASIGNACIÓN PRIMARIA DE SLOTS

La asignación primaria se realiza en base a derechos adquiridos (*grandfather rights*). Esto es, el coordinador está obligado a renovar automáticamente una franja horaria si este slot ha sido utilizado al menos el 80% del tiempo que estaba programado y la compañía aérea vuelve a solicitarlo. De esta forma, se garantiza la continuidad de los servicios regulares que han hecho un uso adecuado de las instalaciones del aeropuerto en cuanto a planificación se refiere. De la misma forma, pasarán al fondo de reserva los slots que no puedan demostrar un factor de utilización de al menos el 80% del tiempo en el periodo asignado.

En el cálculo de este factor de utilización, hay que tener en cuenta las siguientes excepciones:

- Imprevistos externos a la compañía como, por ejemplo, cierres de aeropuertos, cierres de espacios aéreos o alteraciones graves en las operaciones de aeropuertos.
- Circunstancias que afecten a los servicios aéreos y que hagan imposible el desarrollo normal de la actividad.
- Problemas financieros graves de la compañía que afecten a los servicios ofertados.
- Suspensiones temporales de la actividad debidas a acciones judiciales.

Después de este primer paso, se reserva la adjudicación del 50% de los slots restantes a nuevas compañías. De esta forma, se garantiza que las nuevas compañías tengan oportunidad de entrar en la programación aumentando así

la competencia potencial. En el caso de que el número de solicitudes de nuevos entrantes no alcanzase el 50% del número de slots disponibles en la reserva, pasarán automáticamente al siguiente proceso de adjudicación.

El otro 50% de los slots restantes se asignan al resto de compañías. En este proceso tendrán preferencia los servicios que han cumplido el porcentaje de utilización necesaria para obtener *grandfather rights*, pero que solicitan un cambio de franja horaria. Así, se espera que sean servicios regulares con alto factor de utilización. En el siguiente puesto de preferencia están los servicios regulares con operaciones programadas para todo un año. En cualquier caso, si una solicitud de franja horaria no puede ser satisfecha, se ofrecerá a la compañía solicitante la opción disponible que mejor satisfaga la solicitud.

El proceso de asignación primario de slots termina con el 100% de las franjas horarias adjudicadas, es decir, cuando la reserva de slots se encuentra vacía.

#### 1.4.3.2 ASIGNACIÓN SECUNDARIA DE SLOTS

La asignación secundaria sólo puede comenzar una vez se haya completado la asignación primaria y se realiza mediante comercio secundario. En esta segunda fase las compañías tienen la posibilidad de:

- Intercambiar las rutas de dos slots dentro de la misma compañía.
- Transferir el slot:
  - o A una empresa filial de la compañía.
  - o En un proceso de adquisición de capital de una compañía sobre otra, como forma de control sobre la misma.
  - o En un proceso de adquisición total o parcial de una compañía sobre otra, como forma de reorganización interna.
- Intercambio directo entre compañías.

En ningún caso, una compañía puede recibir una compensación económica por la transferencia o intercambio de cualquier slot.

Estos intercambios y transferencias de slots deben notificarse al coordinador responsable. De esta forma, el coordinador tiene derecho a autorizar o no la modificación que se ha producido en esta segunda fase utilizando como criterio de rechazo el no cumplimiento de algún aspecto del Reglamento. Entre los más relevantes destacan:

- No cumplimiento de parámetros técnicos, operativos o medioambientales.
- Falta de transparencia en el servicio prestado
- No cumplimiento de la normativa establecida por parte de la compañía que va a prestar el servicio correspondiente.

No entran en este mercado secundario los slots que hayan sido asignados a nuevas compañías. Esta restricción se mantiene durante los dos primeros periodos de programación, con la excepción de que se produzca una adquisición de la compañía o que el intercambio o transferencia propuesta suponga una mejor solución que la planteada inicialmente. Además, si transcurrido el 20% del periodo de programación no se ha utilizado una franja horaria, ésta puede devolverse al fondo de slots.

## **1.5. MODELOS DE GESTIÓN DEL FLUJO DEL TRÁFICO AÉREO**

La complejidad y relevancia del problema ha motivado muchas investigaciones. Este campo de investigación recibe el nombre de gestión del flujo del tráfico aéreo (ATFM, *Air Traffic Flow Management*). El objetivo del ATFM es emparejar las capacidades de los aeropuertos con la demanda de los mismos, de forma que las aeronaves vuelen por el espacio aéreo de forma segura y eficiente (Odoni 1987). Este campo de investigación es grande y variado por eso conviene hacer una taxonomía de los modelos antes de describir el problema más complejo.

### **1.5.1 TAXONOMÍA DE LA INVESTIGACIÓN EN ATFM**

La taxonomía de los modelos se resume en la Tabla 1.3 Para elaborarla nos hemos basado en el resumen de Vossen et al (2012).

Comenzamos distinguiendo entre modelos prescriptivos y descriptivos:

- Modelos prescriptivos: Son aquellos modelos que se pueden clasificar según el horizonte temporal de la aplicación de gestión con la que trabajan, es decir, se pueden clasificar entre largo, corto o medio plazo.
- Modelos descriptivos: Se trata de modelos significativamente más completos que los prescriptivos debido a la naturaleza de la información con la que tratan. Se incluye información sobre distintos componentes del sistema de transporte aéreo, significando así que este tipo de modelos buscan un punto de vista más estratégico.

Tabla 1.3 Taxonomía de los modelos. Fuente: elaboración propia a partir de Vossen et al (2012).

Prescriptivo	Largo plazo				
	Medio plazo				
	Corto plazo	Modelos de gestión de la demanda	Limitar la capacidad		
			Subastas		
			Precio de congestión		
	Modelos de asignación de la capacidad del aeropuertos	Secuenciación de pistas			
		Secuenciación de aeronaves	Un aeropuerto	Determinista	
				Estocásticos	
		Múltiples aeropuertos	Determinista		
	Estocástico				
Modelos de asignación de la capacidad del espacio aéreo					
Respuesta de la aerolínea					
Descriptivo	Modelos de espacio aéreo				
	Modelos de aeropuerto				

### 1.5.1.1 MODELOS PRESCRIPTIVOS

Dentro de los modelos prescriptivos, los modelos se clasifican en función de su horizonte:

- **Modelos prescriptivos a largo plazo:** Son aquellos modelos dirigidos a conseguir un aumento de la capacidad, como por ejemplo la construcción de nuevos aeropuertos (con un horizonte temporal de 10 a 15 años) o la introducción de nuevas tecnologías como herramientas de navegación por satélite. A pesar de su efectividad, todas estas iniciativas suelen tener un precio muy alto además de la dificultad técnica y controversia social que pueden suponer.

- **Modelos prescriptivos a medio plazo:** Estos modelos tienen una naturaleza de tipo económica y administrativa. Son aquellos que tratan de aliviar la congestión modificando las pautas temporales y espaciales, algunos ejemplos son la coordinación semestral de los horarios según la normativa de la IATA o la negociación directa con las aerolíneas.
- **Modelos prescriptivos a corto plazo:** Consideran iniciativas de ajustes estratégicos del flujo del tráfico aéreo para emparejar capacidad y demanda. El horizonte de planificación es 12 horas en Estados Unidos y 48 horas en Europa.

Centrándonos en los modelos descriptivos a corto plazo, distinguimos los modelos en función de la naturaleza del ajuste.

- **Modelos de gestión de la demanda:** Estos modelos se centran en cualquier conjunto de políticas administrativas o económicas cuyo objetivo sea limitar la demanda para acceder a los elementos del espacio aéreo en determinados momentos en los que la congestión tiene lugar. Hay tres alternativas:

- Limitar la capacidad (basándose en datos históricos) ha sido el criterio dominante. Ball et al (2005) discute esta alternativa.
- Las subastas: Consiste en pujar por el slot. El primero en formularlo fue Grether et al (1979).
- Precio de congestión: Consiste en aterrizar en cualquier momento pagando el precio adecuado en función de la congestión. Los primeros en formularlo fueron Levine (1969) y Carlin y Park (1970).

- **Modelos de asignación de la capacidad de aeropuertos:** Estos modelos se centran en la optimización de la asignación de la capacidad de los aeropuertos secuenciando las llegadas (o salidas). La optimización de modelos se clasifica en dos categorías.

- **Secuenciación de las llegadas (o salidas) para maximizar el uso de las pistas:** El alcance de la secuenciación son pocos minutos. El problema se complica con la secuenciación dinámica de las llegadas. El problema se vuelve computacionalmente intratable en instancias

grandes que ha motivado el uso de heurísticas para conseguir una solución aceptable rápidamente.

- **Secuenciación de las aeronaves para llegar (o salir) de un aeropuerto en un intercalo discreto de tiempo para minimizar los retrasos** (en tierra y de la aeronave) teniendo en cuenta el peso relativo del coste de los distintos retrasos. Este problema se conoce con el nombre de ***Ground Holding Problem*** (GHP). El alcance de la secuenciación son pocas horas. Hay dos categorías en función del número de aeropuertos implicados.
  - o **Un solo aeropuerto:** El problema se conoce con el nombre de ***Single-Airport Ground Holding Problem*** (SAGPH). Hay dos tipos de modelos: deterministas y estocásticos. La diferencia es el conocimiento de antemano y con certeza de la información sobre las capacidades del aeropuerto.
    - **SAGPH deterministas y variantes:** Consiste en minimizar el coste de retrasos en tierra de un aeropuerto. Este problema se puede resolver con programación lineal (Terrab 1990, Richetta 1993 y Odoni 1993). Se puede resolver con programación lineal. Algunas variantes son las siguientes: restricciones de banking, interdependencia entre salidas y llegadas, etc.
    - **SAGPH estocásticos y variantes:** El problema de asignación de retrasos en tierra es estocástico y dinámico ya que la previsión de capacidad tiene cierto grado de incertidumbre y las previsiones se actualizan en función de los cambios en las condiciones climáticas. Los primeros en formularlo fueron Andreatta y Romanin-Jacur (1987) para un solo periodo. Richetta (1993) lo formuló para múltiples periodos. Ball et al (2001) introduce también incertidumbre en la demanda.
  - o **Múltiples aeropuertos:** Es un problema más realista porque el retraso en la llegada de un avión en aeropuertos-hub se traduce en retrasos de salida de muchos vuelos. El problema se conoce con el nombre de ***Multi-Airport Ground Holding Problem*** (MAGPH). En general ignoran las limitaciones de ruta del espacio aéreo. Sin embargo, Bertsimas and Odoni (1997) afirman que estos modelos son aplicables a USA donde los

retrasos se producen en los aeropuertos, aunque no son aplicables a Europa donde los sectores en ruta están muy congestionados. Otra simplificación es que no consideran los vuelos cuyo origen o destino no se encuentra dentro del set de aeropuertos considerados. Puede haber dos tipos de modelos: deterministas y estocásticos.

- • **MAGPH deterministas y variantes:** Vranas et al (1994) el primero en formularlo. Bertsimas and Stock (1998) proponen restricciones para capturar la múltiples conexiones entre vuelos. Bertsimas y Stock-Patterson (2000) proponen restricciones para capturar la interdependencia entre la capacidad de llegada y de salida.
- • **MAGPH estocásticos y variantes:** Vranas et al (1994) propone algún tratamiento.

- **Modelos de asignación de la capacidad del espacio aéreo:** Consiste en la secuenciación de las aeronaves para llegar (o salir) de un aeropuerto en un intercalo discreto de tiempo para minimizar los retrasos (en tierra y de la aeronave) teniendo en cuenta el peso relativo del coste de los distintos retrasos y las restricciones del espacio aéreo. El problema fue formulado en primer lugar por Helme (1992) y más recientemente por Bertsimas and Stock (2000). Una de las afirmaciones realizadas por Helme (1992) es que la prioridad de una ruta aérea debe ser función de su salida del aeropuerto de origen, por el contrario Bertsimas y Stock- Patterson (2000) afirman que esta prioridad debe ser asignada en función de las exigencias del horario. Bertsimas y Stock-Patterson (1998) proponen un modelo determinista en el que se fijan los posibles sectores por los que puede transcurrir la ruta de una aeronave, decidiendo el modelo los horarios y sectores que va a ocupar cada una de ellas. Posteriormente sobre este último modelo se realizó una simplificación que se considera cercana al problema europeo, mientras que por otra parte de Bertsimas et al (2008) añade a su modelo anterior aún más restricciones que considera indicadas para instancias realistas de gran tamaño. Goodhart (2000) propone un modelo en el que los sectores de las rutas son asignados en función de los retrasos que se producen en los aeropuertos de origen y destino.

- **Respuesta de la aerolínea:** Frente a una situación de desajuste en la organización de vuelos planificados, las principales acciones que realizan las aerolíneas son aplicar retrasos y cancelaciones sobre los vuelos previstos. El carácter de estas acciones está condicionado por multitud de factores tales



como el coste para el pasajero, posibles conexiones con otros vuelos, etc. La decisión de cancelar un vuelo generalmente viene precedida de un retraso en la gestión del tráfico aeroportuario, acumulándose este retraso de unos vuelos a otros hasta que se hace necesario cancelar y sustituir un vuelo asignado a un slot por otro. Este problema fue abordado mediante un sistema de apoyo a la decisión por Vasquez-Marquez (1991), que es la resolución a un problema de asignación con una función objetivo incluyendo fuertes restricciones. Posteriormente proponen soluciones similares modificando algunas de las restricciones, así como la función objetivo que puede variar desde por ejemplo minimizar el número de vuelos retrasados hasta minimizar el retraso total, pasando por minimizar el coste para los clientes, entre otros.

### 1.5.1.2 MODELOS DESCRIPTIVOS

Centrándonos en los modelos descriptivos, encontramos que tratan de analizar y predecir los aspectos clave del sistema de transporte aéreo, por ejemplo algunos de los objetivos son comprender los factores determinantes para el desarrollo de nuevas soluciones o concluir la causa de los retrasos producidos. Por lo tanto, estos modelos constan de un punto de vista más estratégico y orientado al largo plazo. Se distingue entre modelos de espacio aéreo y modelos de aeropuerto, los primeros más orientados al estudio de la conectividad del sistema y los segundos más orientados al estudio de características propias de aeropuertos.

- **Modelos de espacio aéreo:** Estos modelos, a pesar de distinguirse entre sí por las distintas metodologías usadas o por los objetivos que se quieren alcanzar, se usan generalmente para evaluar la capacidad de los sectores aéreos, evaluar posibles nuevas políticas y estudiar la efectividad de las mismas. El modelo que más se acerca a la realidad del espacio aéreo es Airport and Airspace Simulation Model o SIMMOD desarrollado por Federal Aviation Administration (1993), que se caracteriza por su alto grado de detalle donde se pueden introducir gran cantidad de factores y datos referentes tanto al espacio aéreo como a las instalaciones aeroportuarias. A partir de este modelo se desarrolla un sistema de detección de no conformidades entre las restricciones que imponen el uso del espacio aéreo y el uso de las instalaciones aeroportuarias. Otros modelos tienen una perspectiva más amplia considerando estudios económicos o evaluación de políticas aplicables.

- **Modelos de aeropuerto:** El problema de modelar las restricciones de las instalaciones aeroportuarias fue propuesto en primer lugar por Blumstein

(1959) que estudia la capacidad de una sola pista, extendido más tarde para funcionar sobre varias pistas operativas simultáneamente y aplicado sobre la planificación de un aeropuerto por Barnhart et al (2003).

### 1.5.2 DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA MAGHP

Nos centramos en el problema de múltiples aeropuertos con restricciones en el espacio aéreo porque es el más complejo y el que mejor refleja la realidad del espacio aéreo Europeo (Bertsimas y Stock- Patterson 1998).

Las variables serán (Ecuación 1.1 y Ecuación 1.2):

$$y_{ft} = w_{ft}^k, \text{ para el aeropuerto de salida, } k = P(f, 1). \quad \text{Ecuación 1.1}$$

$$z_{ft} = w_{ft}^k, \text{ para el aeropuerto de llegada, } k = P(f, 2). \quad \text{Ecuación 1.2}$$

Además,  $T_f^d$  será el conjunto de posibles horarios de salida ( $d$ ) para el vuelo  $f$  en el tiempo  $t$  y  $T_f^a$  el equivalente para los horarios de llegada ( $a$ ) en el aeropuerto  $k$ . Las variables  $y$  y  $z$  harán referencia al tipo de vuelo según los aeropuertos  $P(f, 1)$  y  $P(f, 2)$ .

La función objetivo será (Ecuación 1.3):

$$IZ_{MAGHP} = \text{Min} \sum_{f \in F} [(c_f^g - c_f^a) \sum_{t \in T} t(y_{ft} - y_{f,t-1}) + c_f^a \sum_{t \in T} t(z_{ft} - z_{f,t-1}) + (c_f^a - c_f^g)d_f - c_f^a r_f], \quad \text{Ecuación 1.3}$$

Lo que supone intentar minimizar el coste total, que se reparte entre el coste que conlleva tener un vuelo en tierra y el coste que conlleva tener un vuelo en el aire durante unas determinadas unidades de tiempo, ya sea desde el punto de vista del aeropuerto de salida o de llegada.

Sujeto a las siguientes restricciones (Ecuación 1.4 a Ecuación 1.12):

$$\sum_{f: t \in T} (y_{ft} - y_{f,t-1}) \leq D_k(t) \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in T, \quad \text{Ecuación 1.4}$$

$$\sum_{f: t \in T} (z_{ft} - z_{f,t-1}) \leq A_k(t) \quad \forall k \in \mathcal{K}, t \in T, \quad \text{Ecuación 1.5}$$

$$z_{f,t} - y_{f,t-(r_f - d_f)} \leq 0 \quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in T_f^a, \quad \text{Ecuación 1.6}$$

$$y_{f,t} - z_{f',t-s_f} \leq 0 \quad \forall (f', f) \in \vartheta, t \in T_f^a, \quad \text{Ecuación 1.7}$$

$$y_{f,t} - y_{f,t-1} \geq 0 \quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in T_f^d, \quad \text{Ecuación 1.8}$$

$$z_{f,t} - z_{f,t-1} \geq 0 \quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in T_f^a, \quad \text{Ecuación 1.9}$$

$$y_{ft}, z_{ft} \in \{0, 1\} \quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in T, \quad \text{Ecuación 1.10}$$

Donde  $\mathcal{F}$  es el conjunto de vuelos  $\{1, \dots, F\}$ ,  $\mathcal{K}$  es el conjunto de aeropuertos  $\{1, \dots, K\}$ ,  $T_\gamma$  es cada pareja de vuelos seguidos  $\{1, \dots, T\}$  y  $\vartheta$  el conjunto de vuelos seguidos  $(f', f)$ , es decir, el vuelo  $f$  está justo después del vuelo  $f'$ .  $D_k(t)$  es la capacidad de salida del aeropuerto  $k$  en el tiempo  $t$ ,  $A_k(t)$  es la capacidad de llegada del aeropuerto  $k$  en el tiempo  $t$ .  $d_f$  es el horario previsto de salida para el vuelo  $f$ ,  $r_f$  es el horario previsto de llegada para el vuelo  $f$  y  $S_f$  es el tiempo de respuesta de un vuelo  $f$  que va a continuación de un vuelo  $f'$ .  $c_f^g$  es el coste que supone mantener en tierra durante una unidad de tiempo  $t$  al vuelo  $f$  y  $c_f^a$  es el coste que supone mantener en el aire durante una unidad de tiempo  $t$  al vuelo  $f$ .

$P(f, i)$  (Ecuación 1.11) clasifica la situación del vuelo entre aeropuerto de salida, de llegada o en sector intermedio.

$$P(f, i) = \begin{cases} \text{salida del aeropuerto si } i = 1, \\ \text{si } 1 < i < N_f: \\ (i - 1) \text{ es el sector del vuelo } f, \\ \text{si } i = N_f \text{ será la llegada al aeropuerto.} \end{cases} \quad \text{Ecuación 1.11}$$

Donde  $N_f$  es el número de sectores de la ruta que sigue el vuelo  $f$ .

Las restricciones correspondientes a (Ecuación 1.4 y Ecuación 1.5) introducen la restricción de capacidad a los aeropuertos de salida y llegada. (Ecuación 1.6) hace referencia a la correspondencia temporal entre el aeropuerto de llegada y el de salida. (Ecuación 1.7) hace referencia a la conectividad temporal entre dos vuelos de salida consecutiva. (Ecuación 1.8) y (Ecuación 1.9) hacen referencia al orden que han de seguir los vuelos programados tanto en salida como en llegada y (Ecuación 1.10) y (Ecuación 1.12) expresan los posibles valores que pueden tomar las variables.

$$w_{ft}^j \begin{cases} 1 \text{ si el vuelo } f \text{ se encuentra en el sector } j \text{ en el tiempo } t, \\ 0 \text{ en cualquier otro caso,} \end{cases} \quad \text{Ecuación 1.12}$$

El desarrollo del problema MAGHP es ampliamente tratado en la bibliografía y varios autores han aportado sus modificaciones sobre la función objetivo o restricciones para intentar realizar una mejor descripción del problema (Bertsimas y Stock 1998).

## **CAPÍTULO 2**

# **FUNDAMENTOS PARA EL ANÁLISIS DE REDES**



## 2.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA

En base a la definición de red como una estructura de nodos y aristas (Newman 2003), la teoría de redes se puede definir como el estudio del comportamiento y evolución de estructuras representativas de la realidad compuestas por nodos y aristas. Según Lewis (2009), algunos de los sistemas reales más importantes son los biológicos, los físicos y los sociales. Los nodos pueden tomar el significado que se crea conveniente según el campo de aplicación (personas, páginas web, aeropuertos...). En este trabajo se aplica la teoría de redes en el análisis del mercado aeroportuario europeo, siendo los nodos aeropuertos en activo del continente.

El estudio de redes tiene una larga lista de antecedentes dentro de las distintas ramas de la ciencia, en especial en el campo de las matemáticas. Fue en el año 1736 cuando el matemático suizo Leonhard Euler, resolvió el Problema de los Puentes de Königsber. El río Pregel dividía esta ciudad prusiana (actualmente conocida como Kaliningrado) en cuatro zonas (Figura 2.1). Durante los primeros años del siglo XVIII, siete los puentes unían estas cuatro zonas dando lugar así al siguiente acertijo: “¿existe algún camino mediante el cual se puedan recorrer cada uno de los siete puentes pasando una única vez por cada uno de los mismos?”. Leonhard Euler probó, mediante el uso de la teoría de grafos, la imposibilidad de encontrar un resultado al problema.

Esta reducción a un problema matemático utilizando nodos (que representan las cuatro zonas de la ciudad) y aristas (que representan los puentes) permitió a Euler estudiar las conectividad de la red. Por ello, y gracias a establecer un lenguaje básico para la representación de redes (nodos y aristas), se dice que Euler fue el pionero en el actual campo de la teoría de grafos.

Ante este gran número de hitos y para simplificar su comprensión, Lewis (2009) divide la historia de la teoría de redes en los siguientes tres periodos, cuyos hechos más importantes en cuanto al desarrollo de la teoría de redes se resumen en la Figura 2.2.

- Periodo previo a las redes (1736 – 1966): Marcado por la resolución del Problema de los Puentes de Königsberg por parte de Euler en 1736, estableciendo así la teoría de grafos como una forma de solucionar problemas del mundo real. El final de este primer periodo viene marcado por el desarrollo del algoritmo Erdos-Renyi, que permite la generación de redes aleatorias asignando aristas a pares disjuntos de nodos.

- Periodo del desarrollo de redes (1967 – 1998): Fue en el año 1967 cuando Milgram realizó su experimento social “los seis grados de separación” con el fin de estudiar el poder de las relaciones humanas. Este experimento, llamado ahora como el de la red del pequeño-mundo, permitió a Milgram concluir que las relaciones sociales entre las personas forman una red no aleatoria ya que en menos de seis pasos, cualquier extraño está conectado con otro. Durante la década de los años noventa se establecieron gran parte de los fundamentos de la teoría de redes, pero aun así no fue hasta 1998 cuando Waxman propuso su modelo en forma de grafo de Internet.
- Periodo moderno (1998 – Presente): Este último periodo viene marcado por el continuo desarrollo de aplicaciones de la teoría de redes en diversos campos y contextos. Lewis (2009) considera que actualmente la teoría de redes se puede encasillar como: “aún evolucionando”, ya que el ritmo al que se van produciendo los descubrimientos es realmente alto.

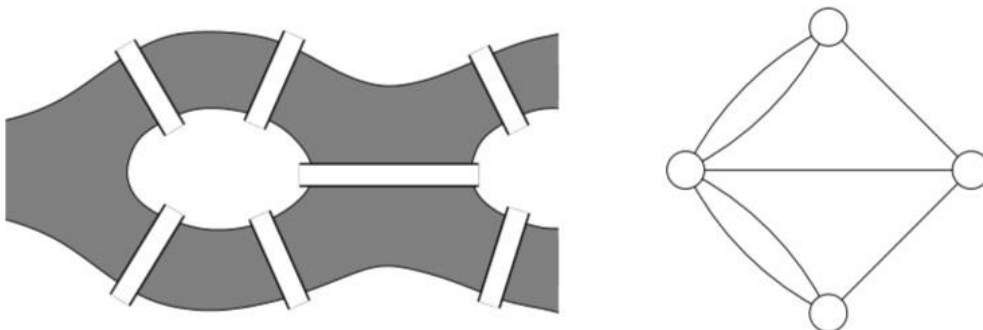
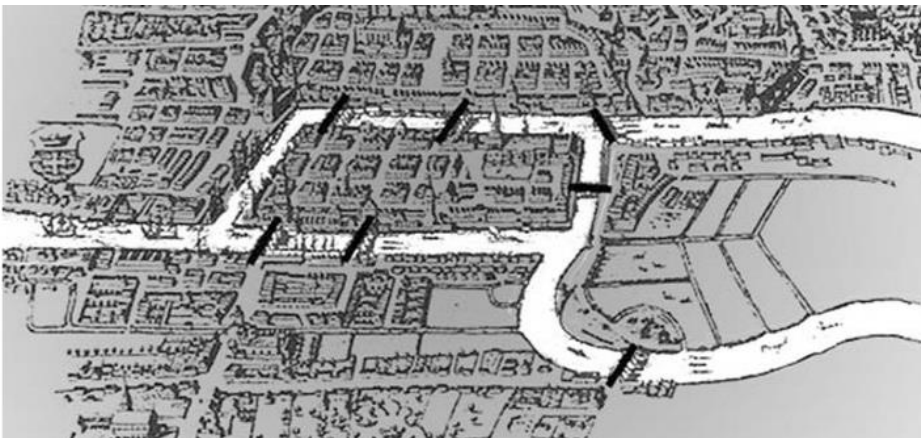


Figura 2.1 Arriba: Mapa de Königsberg en el siglo XVIII, resaltando sus puentes. Inferior izquierda: representación simplificada de Königsberg,. Inferior derecha: Problema de los Puentes de Königsberg en grafo compuesto de nodos y aristas. Fuente: Newman et al (2006).



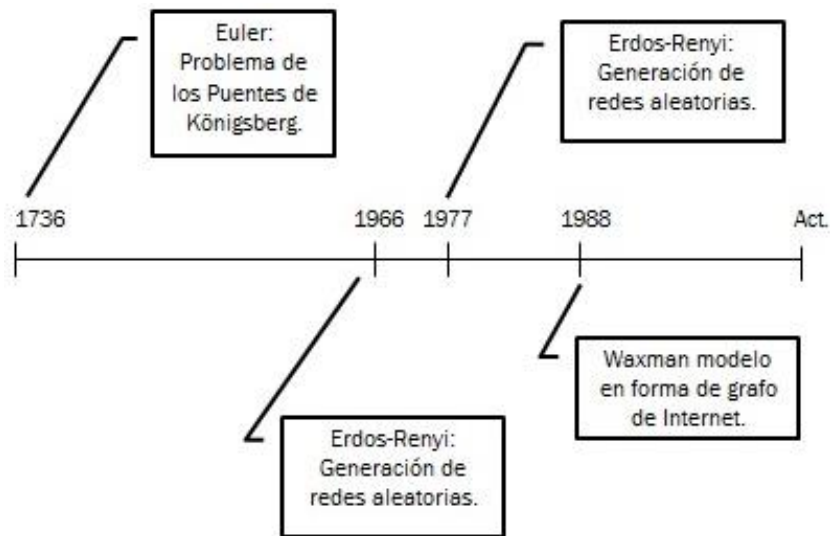


Figura 2.2 Cronograma de los principales hitos en la teoría de redes. Fuente: Elaboración propia basado en Lewis (2009).

Según Lewis (2009) algunas de las características que comparten las redes que se están estudiando en los últimos años son:

- Estructuradas: Las redes que se estudian en la actualidad tienen una estructura determinada en vez de ser un conjunto aleatorio de nodos y redes, en su mayoría son sistemas reales como redes sociales o páginas web.
- Emergentes: Se trata de redes dinámicas que crecen en órdenes de magnitud grandes sin cambiar la naturaleza de la propia red. Un ejemplo claro son de nuevo las red sociales.
- Dinámicas: Un comportamiento dinámico garantiza la evolución de la red, manteniendo así la información actualizada.
- Autónomas: Las redes se evolucionan de forma autónoma, es decir, no existe un control central que determina que nodos se crean y como se relacionan en la red. Un ejemplo son las ciudades que creces a partir de pequeñas comunidades.
- Evolución Bottom-Up: Las redes crecen desde un nivel local hacia un nivel global, es decir, no están diseñadas para seguir un modelo Reducida-Down. Un ejemplo es la red de Internet, en la que las relaciones van haciéndose más globales desde un nivel local.

- Topológicas: Las redes dinámicas crecen no de forma aleatoria, si no siguiendo fuerzas distribuidas o el comportamiento de los propios nodos. Por ejemplo, este efecto se da en el crecimiento y evolución de los monopolios en la industria.
- Fuerza: La fuerza de una red es directamente proporcional al número de nodos y enlaces de la propia red, como puede ser en una corporación empresarial la fuerza y número de socios, además de la importancia de su conectividad.
- Estabilidad: Una red dinámica es estable si la tasa de cambio de sus nodos, enlaces y topologías disminuye u oscila dentro de unos límites con el paso del tiempo. Por ejemplo, en la red eléctrica una bajada de rendimiento de una planta es rápidamente estabilizada por otra planta de la red sin interrumpir el suministro.

## 2.2 CONCEPTO DE RED

Una red es un conjunto de nodos que pueden estar relacionados mediante enlaces (*links*) (Lewis 2009). Una red puede ser estática o dinámica si los nodos y las relaciones son constantes o cambiantes del tiempo, respectivamente.

Por lo tanto, una red  $G$  se define como (Ecuación 2.1) un conjunto de elementos:

$$G(t) = \{N(t), L(t), f(t) : J(t)\}, \quad \text{Ecuación 2.1}$$

donde

$t$  es el tiempo simulado o real.

$N = \{1, \dots, n\}$  es el conjunto de nodos, vértices o actores (según el contexto) que forman parte de la red  $G$ , siendo  $n$  la cantidad de nodos en una red. A cada uno de los nodos de  $N$ , se les puede asignar un peso determinado en la red  $G$  si más tarde no se van a modificar los tamaños según parámetros.

$L = \{1, \dots, l\}$  es el conjunto de links o enlaces que relacionan las parejas de nodos del conjunto  $N$  en la red  $G$ , siendo  $l$  la cantidad de links en una red. Estas conexiones pueden ser:

- Dirigidas: Cuando uno de los nodos apunta a otro, es decir, existe una distinción entre ellos, como por ejemplo puede suceder en una página web que ofrece un link a otra página web distinta (Figura 2.3).
- No Dirigidas: Cuando el link no apunta a ninguno de los dos nodos, es decir, no se indica ninguna distinción entre ellos, como por ejemplo puede ocurrir entre dos personas que tienen una relación mutua (Figura 2.3).
- Con peso: Cuando a una conexión se la define con un valor en concreto, como por ejemplo una persona que ha prestado dinero a otras dos y se quiere representar cuan fuerte es cada deuda (Figura 2.3).
- Sin peso: Cuando a una conexión no se la cuantifica, es decir, o existe la relación o no. Por ejemplo, en redes sociales las personas se conocen o no (Figura 2.3).

$f: N \times N$  es la función que conecta las parejas de nodos (opcional), llamada matriz de adyacencia. Es habitual que la matriz de adyacencia sea una matriz binaria, pero si alguno de los links tiene definido un peso, se puede definir una matriz de adyacencia que incluya esta información. Si se diese el caso de disponer de una red con muchos nodos y pocos links, se puede simplificar utilizando una lista de vecindad reduciendo así la cantidad de información que almacenar.

$J$  es el algoritmo que describe el comportamiento de los nodos y los links frente el tiempo (opcional).

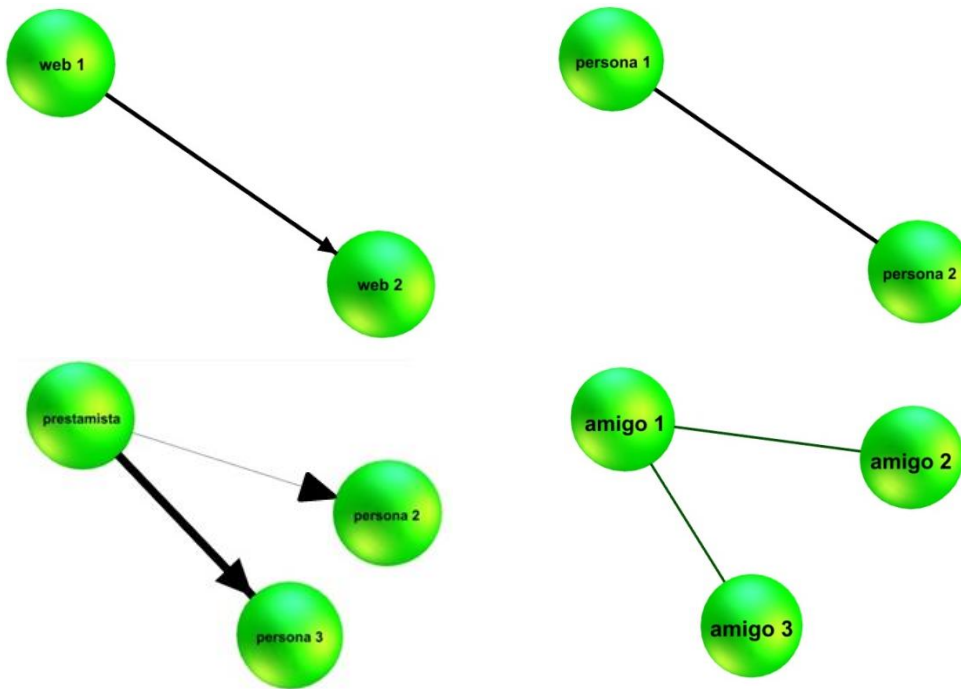


Figura 2.3 Ejemplos a) link dirigido (arriba-izquierda), b) link no dirigido (arriba-derecha), c) relaciones con peso (abajo- izquierda), d) conexiones sin pesos (abajo-derecha). Fuente: elaboración propia.

Según Izquierdo y Hanneman (2006), las dos formas más comunes de representar redes son dibujándolas y usando matrices de adyacencias. En la Figura 2.4 tenemos un ejemplo de una red genérica:  $G$ , donde el conjunto de nodos es:  $N = \{1, 2, 3, 4\}$ , el conjunto de links es:  $L = \{ \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1,4\}, \{2, 3\} \}$  y la matriz de adyacencia es:

$$f = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

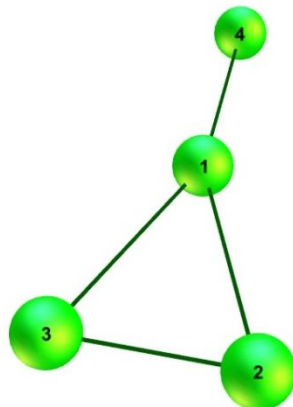


Figura 2.4 Red genérica  $G$ . Fuente: elaboración propia.

Para representar de forma gráfica una red, debido a que las redes suelen ser complejas, con varios nodos y relaciones, se utiliza normalmente software diseñado para este cometido, como pueden ser Gephi o Pajek. Existen varias opciones como las que aparecen en la Figura 2.5, donde tenemos distintas representaciones de la misma red (Proyecto Los Miserables, Gephi). En la parte superior izquierda tenemos una representación en expansión. En la parte superior derecha tenemos una representación circular. En la parte inferior izquierda la representación Force Atlas 3D y finalmente en la parte inferior derecha la representación Fruchterman.

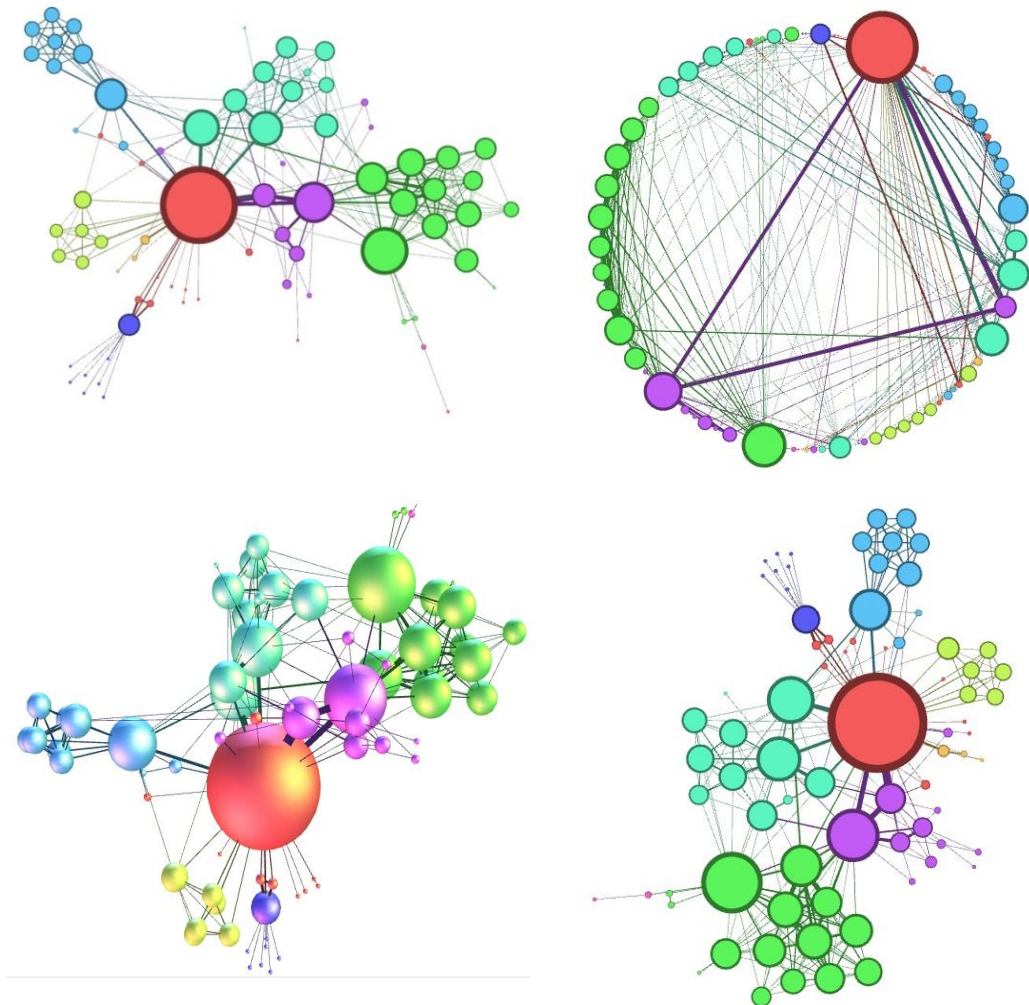


Figura 2.5 Distintas representaciones de la misma red (Proyecto Los Miserables, Gephi). Superior izquierda: representación en expansión. Superior derecha: representación circular. Inferior izquierda: representación Force Atlas 3D. Inferior derecha: representación Fruchterman. Fuente: Elaboración propia.

## 2.3 TIPOS DE REDES

Existen tres posibles clasificaciones para las redes, siendo no excluyentes entre ellas: en función del significado de los links, en función del tipo de links y en función del peso de los links.

En función del significado de los link, distinguimos entre redes simplex o multiplex:

- Redes simplex: Son redes cuyas relaciones hacen siempre referencia al mismo ente. Por ejemplo, un mapa de las líneas de metro sería una red simplex ya que los links siempre serán las propias conexiones de metro (Figura 2.6.a).
- Redes multiplex: Se diferencian de las redes simplex en que incluyen más de un tipo de relaciones entre nodos. Cada tipo de relación compone una red distinta de links. Por ejemplo, una red que incluya varios medios de transporte para desplazarse entre los mismos destinos, utilizando diferentes colores para representar las conexiones de los distintos medios de transporte (Figura 2.6.b).

En función del tipo de links, las redes se pueden clasificar en dirigidas, no dirigidas o mixtas:

- Redes dirigidas: Son redes en las que todos los enlaces entre nodos son dirigidos, como por ejemplo una gestoría que presta servicio a varias empresas, incluido a sí misma o empresas de limpieza que realizan servicios a empresas de servicios informáticos (Figura 2.7.a).
- Redes no dirigidas: Son redes en las que todos los enlaces son no dirigidos, como por ejemplo una red empresarial cuyas empresas se prestan servicios unas a otras (Figura 2.7.b) o una red de carreteras que conectan varias ciudades (Figura 2.8.b). En este tipo de redes, la matriz de adyacencia siempre será simétrica.
- Redes mixtas: Son redes en las que aparecen tanto enlaces dirigidos como no dirigidos, como por ejemplo una gestoría que presta servicio a varias empresas, incluido a sí misma, pero a su vez esta necesita de los servicios de una empresa de servicios de limpieza y de una empresa de servicios informáticos (Figura 2.7.c).

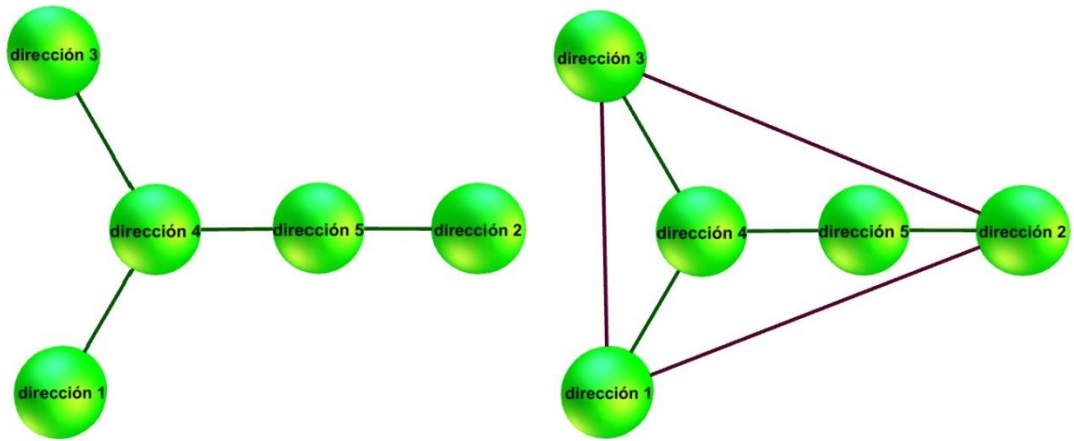


Figura 2.6 Ejemplos: a) red simplex (izquierda); b) red multiplex (derecha). Fuente: elaboración propia

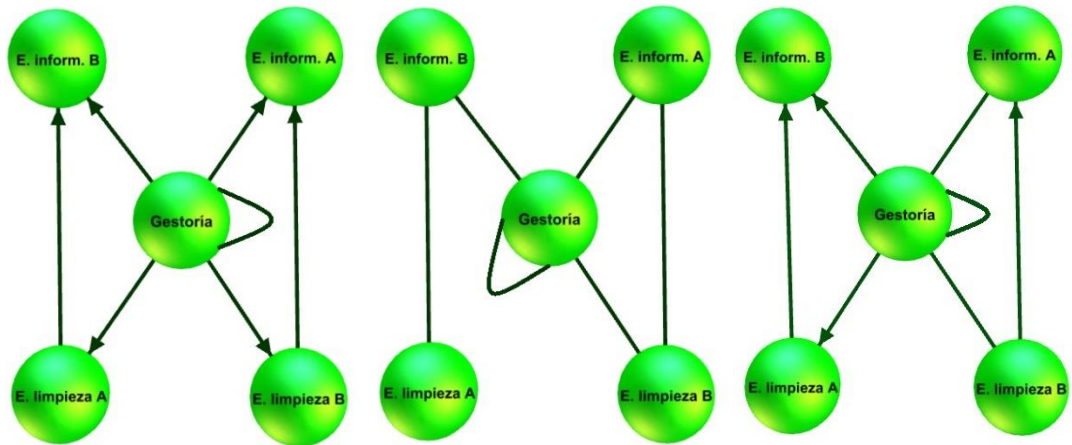


Figura 2.7 Ejemplos: a) red dirigida (izquierda), b) red no dirigida (centro), c) red mixta (derecha). Fuente: elaboración propia.

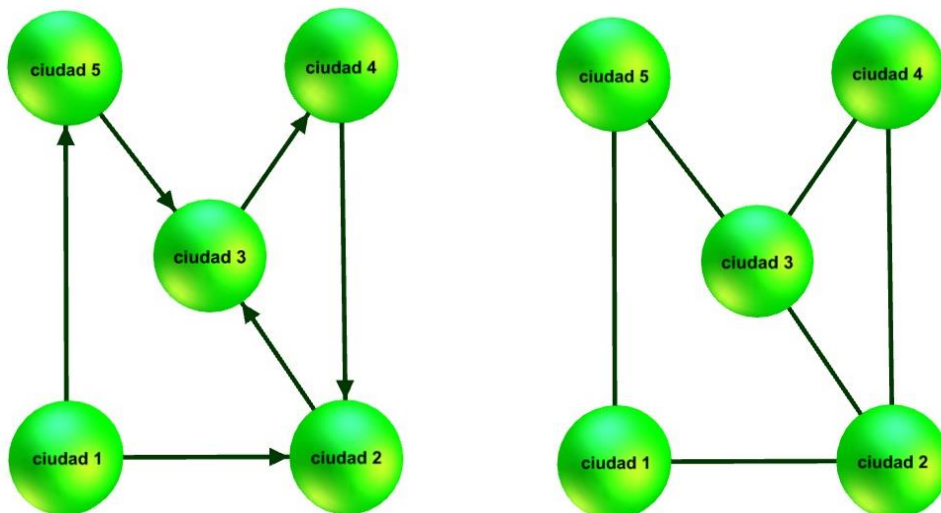


Figura 2.8 Ejemplos: a) red dirigida (izquierda), b) red no dirigida (derecha). Fuente: elaboración propia.

En función del peso de los links, puede tratarse de una red binaria o una red pesada:

- Red binaria: Son redes en las no se indica el peso de las relaciones, es decir, indican únicamente la existencia o no de relación entre los nodos.
- Redes pesadas: Son redes en las que existe alguna relación que tenga definido su peso.

## 2.4 PROPIEDADES DE LAS REDES

En esta sección se definen las propiedades que se utilizarán posteriormente para realizar los distintos análisis de redes de las conexiones de los aeropuertos europeos.

Jackson (2008) y Newman (2010) son buenas introducciones a los fundamentos matemáticos de las medidas para cuantificar la estructura de la red. De forma genérica, es necesario distinguir si la red es o no dirigida y si permite o no *loops* (enlaces con mismo origen y destino). Sin embargo, limitaremos la descripción de las propiedades al problema que objeto de estudio en este trabajo: la red de aeropuertos, que es una red no dirigida sin *loops*<sup>4</sup>.

Utilizaremos la sencilla red no dirigida de la Figura 2.9 como ejemplo para los cálculos de las propiedades.

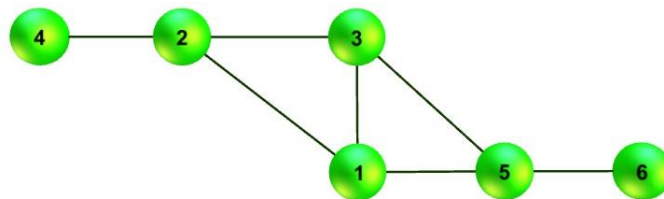


Figura 2.9 Ejemplo sencillo de red no dirigida. Fuente: elaboración propia.

Antes de definir las propiedades de las redes, es necesario definir los siguientes conceptos básicos: camino, walk y ciclo.

---

<sup>4</sup> Hay que hacer notar no tiene sentido que un nodo (aeropuerto) esté enlazado consigo mismo.



- Un camino se define como la secuencia de nodos y enlaces que hay que recorrer para llegar desde un nodo origen a un nodo destino, no pudiendo pasar por el mismo nodo más de una vez. En la Figura 2.9 un camino para ir del nodo-4 al nodo-5 es: {4, 2, 3, 1, 5}.
- Un walk se define como la secuencia de nodos y enlaces que hay que recorrer para llegar de un nodo origen a un nodo destino. Por lo tanto, un walk es un camino en el que se puede pasar por el mismo nodo en más de una ocasión. En la Figura 2.9 un walk para ir del nodo-4 al nodo-5 es: {4, 2, 3, 1, 3, 5}.
- Un ciclo se define como un walk en el que el nodo origen y destino es el mismo, pudiendo pasar por el resto de los nodos una única vez. Por lo tanto, un ciclo también es un camino en el que sólo puedes pasar dos veces por el nodo origen, que a su vez es el nodo destino. En la Figura 2.9 tenemos 3 posibles recorridos de ciclos pudiendo variar origen y destino dentro de los mismos: {2, 3, 1}, {1, 3, 5} y {2, 3, 5, 1}.

### 2.4.1 GRADO

El grado es una medida que indica la conectividad del nodo o de la red.

**Grado de un nodo:** Se define como el número de enlaces de los que dispone el nodo. En caso de tratarse de una red dirigida, tendremos grado de salida (número de enlaces que salen del nodo) y grado de entrada (número de enlaces que entran al nodo). En la Tabla 2.1 se muestra el grado de los nodos de la Figura 2.9.

**Grado de una red:** Se define como el máximo grado de un nodo de la red.

**Grado medio de la red:** Se define como el promedio del grado de los nodos que forman la red. Por ejemplo, el grado medio de la red de la Figura 2.9 es 2.34, resultado de  $(3*4+1*2)/6$ .

**Distribución de grado de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen grados distintos, que resulta una distribución. Por ejemplo, la distribución de grado de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.10, recoge que hay 4 nodos con grado 3 y 2 nodos con grado 1.

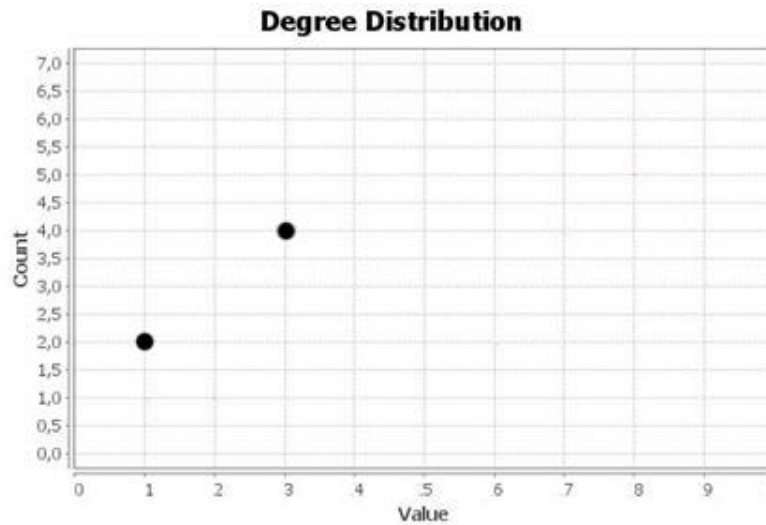


Figura 2.10 Ejemplo de distribución de grado en la red de la Figura 2.9.

Según Newman (2003), la **asortatividad** es una medida de la correlación en la conectividad de la red. Una red es asortativa (o de asortatividad positiva) cuando los nodos que tienen un grado alto están rodeados de nodos con grado alto. Por el contrario, una red será disortativa cuando los nodos que tienen un grado alto están rodeados de nodos con grado bajo

#### 2.4.2 DENSIDAD

La densidad es una medida que indica la conectividad de la red y que sirve de referencia para valorar cómo está de cerca una red de que todos sus nodos estén conectados con todos.

La densidad de una red se calcula dividiendo el número de links que existen en la red entre el número máximo<sup>5</sup> de links que podía tener la red. Para el caso de redes no dirigidas que no permitan loops, la densidad se calcula mediante (Ecuación 2.2):

$$\text{densidad} = \frac{\text{enlaces}}{\text{nodos}(\text{nodos}-1)/2} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Por ejemplo, la densidad de la red de la Figura 2.9 es 0.467, resultado de  $7/(6*5/2)$ . Si en esa red, los enlaces fuesen dirigidos, la densidad sería la mitad.

<sup>5</sup> El número máximo de links son las combinaciones de n nodos tomados de 2 en 2, esto es,  $\text{nodos!}/(2! (\text{nodos}-2)!)=\text{nodos} (\text{nodos}-1)/2$ .

La densidad toma valores entre 0 y 1. Cuando es 0, no hay ninguna conexión entre sus nodos. Mientras que cuando la densidad es 1, todos los nodos están conectados con todos.

Cuando todos los nodos de la red están conectados, se dice que la red está formada por un solo componente<sup>6</sup> y recibe el nombre de red conexas. Se dice que una red es conexas cuando se puede acceder a todos los nodos desde cualquier nodo en la misma red, es decir, que exista siempre algún camino entre parejas de nodos

Se dice que una red es totalmente conexas (o completa) cuando todos los nodos están conectados con todos. Por ejemplo, la red de la Figura 2.9 es una red conexas (Figura 2.11), aunque no es completa debido a que el nodo-6, entre otros, no está directamente conectado con el nodo-3.

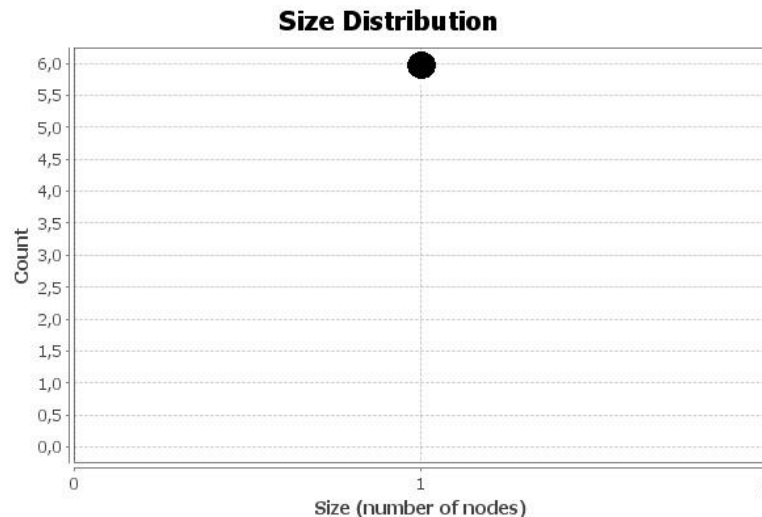


Figura 2.11 Ejemplo de distribución de componentes conexas en la red de la Figura 2.9.

### 2.4.3 PASO MEDIO

La longitud del camino medio es una medida que indica la conectividad de la red.

**La longitud del camino medio** (longitud característica del camino entre dos nodos): Se define como el número promedio de enlaces que hay que recorrer para llegar de un nodo a otro mediante el camino más corto, teniendo que recorrer todos los pares posibles.

<sup>6</sup> Se define el componente de una red como cada uno de los conjuntos de nodos no conexos, formando cada uno de ellos un grafo conexas en sí mismos.

**La distancia geodésica:** Se define como el camino más corto entre dos nodos. En caso de que estos nodos no estén conectados, la distancia entre ellos será infinita.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, el camino más corto entre nodos se muestra en la Tabla 2.1. La longitud de medio es 1.8, resultado de la suma de los valores de la matriz triangular superior dividido por sus elementos. Esto es,  $1+1+2+1+2+1+1+2+3+2+1+2+3+4+1/15$ .

#### 2.4.4 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD

La excentricidad es una medida que indica la conectividad de los nodos.

**La excentricidad de un nodo:** Se define como el máximo de las distancias geodésicas entre ese nodo y el resto. Los nodos con mayor excentricidad son nodos periféricos, mientras que los que tienen menor excentricidad serán nodos centrales. Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, la máxima distancia del nodo 4 al resto de nodos es 4 (ver Tabla 2.1).

Tabla 2.1 Propiedades de conectividad la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.

Nodo	Grado	Distancia al Nodo2	Distancia al Nodo2	Distancia al Nodo3	Distancia al Nodo4	Distancia al Nodo5	Distancia al Nodo6	Excentricidad
1	3	-	1	1	2	1	2	2
2	3	1	-	1	1	2	3	3
3	3	1	1	-	2	1	2	2
4	1	2	1	2	-	3	4	4
5	3	1	2	1	3	-	1	3
6	1	2	3	2	4	1	-	4

**Distribución de excentricidad de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen excentricidades distintas, que resulta una distribución. Por ejemplo, la distribución de excentricidad de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.12, recoge que hay 2 nodos con excentricidad 2 (centrales), hay 2 nodos con excentricidad 3 y 2 nodos con excentricidad 4 (periféricos).

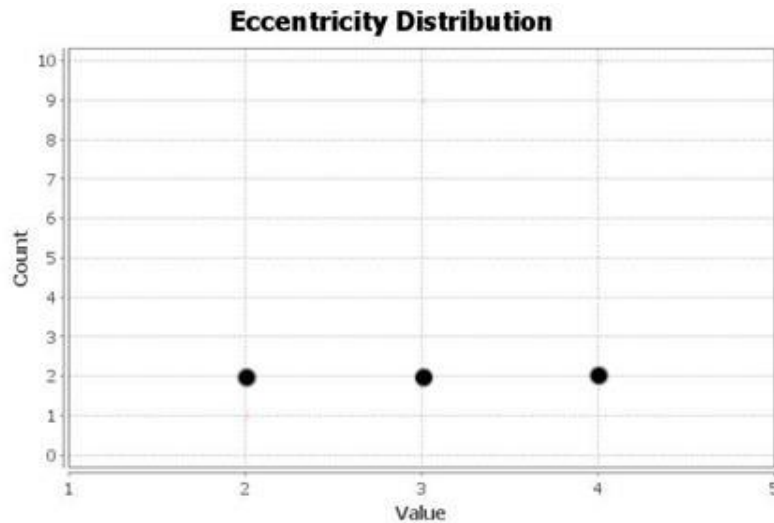


Figura 2.12 Ejemplo de distribución de excentricidad en la red de la Figura 2.9

El **diámetro de una red**: Se define como la máxima excentricidad de una red. Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, la máxima excentricidad es 4 y corresponde a los nodos periféricos 4 y 6 (ver Tabla 2.1).

El **radio de una red**: Se define como la mínima excentricidad de una red. Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, la mínima excentricidad es 2 y corresponde a los nodos centrales 1 y 3 (ver Tabla 2.1).

#### 2.4.5 CLUSTERING

El clustering es una medida que indica la conectividad entre los nodos vecinos de un mismo nodo. Según Jackson (2008) el clustering es la probabilidad media de que dos vértices tengan como vecino a otro vértice y ellos dos sean vecinos entre sí.

**Coefficiente de clustering de un nodo**: resulta de dividir el número de enlaces que existen entre los vecinos por el total de enlaces posibles que podría llegar a haber entre ellos. Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, el coeficiente de clustering de cada nodo se recoge en la Tabla 2.2. Para el nodo 1 es 0.67, resultado de dividir 2 entre 3, ya que tiene 3 nodos vecinos (nodos 2, 3 y 5) y hay 2 enlaces entre (nodos 2 y 3, y nodos 3 y 5).

Tabla 2.2 Clustering de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.

Nodo	grado	Enlaces entre vecinos	Clustering
1	3	2	0.67
2	3	1	0.34
3	3	2	0.67
4	1	0	0
5	3	1	0.34
6	1	0	0

**Coefficiente medio clustering de red:** resulta de dividir la suma de todos los coeficientes de clustering de cada uno de los nodos de la red por el número total de nodos. Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, el coeficiente medio de clustering de la red es 0.34, resultado de  $(0.67*2+0.34*2+0*2)/6$ .

**Distribución de clustering de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen clustering distintos, que resulta una distribución. Por ejemplo, la distribución de clustering de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.13, recoge que hay 2 nodos con clustering 0.67 (centrales), hay 2 nodos con clustering 0.34 y 2 nodos con clustering 0 (periféricos).

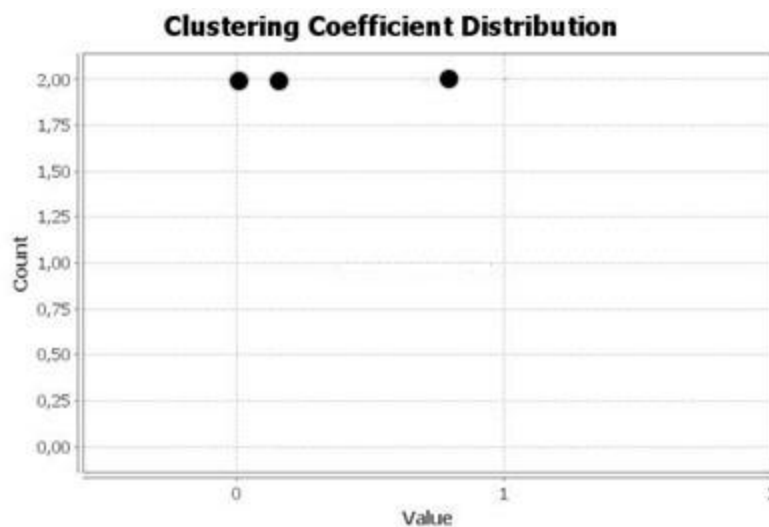


Figura 2.13 Ejemplo de distribución de clustering en la red de la Figura 2.9.

#### 2.4.6 COMUNIDADES:

Según Porter et al (2009), una comunidad es el subconjunto de nodos altamente conectados entre sí, pero conectado de forma débil con otros grupos de nodos que a su vez están altamente conectados entre sí Por

ejemplo, en la red de la Figura 2.14 hay dos comunidades conectadas por los nodos 7 y 2.

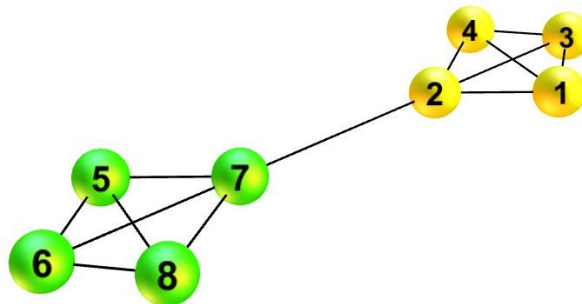


Figura 2.14 Ejemplo de red 8 nodos con dos comunidades. Fuente: elaboración propia.

Es de suponer que esta propiedad, puede aparecer fácilmente si las redes a estudio reflejan sistemas sociales. Currarini et al (2009) representaron cómo se relacionan los adolescentes americanos en los institutos de las distintas etnias (Figura 2.15). Se observó que había dos comunidades: blancos y afroamericanos y que los hispanos servía de puente entre ambas.

**Blue: Blacks**  
**Reds: Hispanics**  
**Yellow: Whites**  
**White: Other**

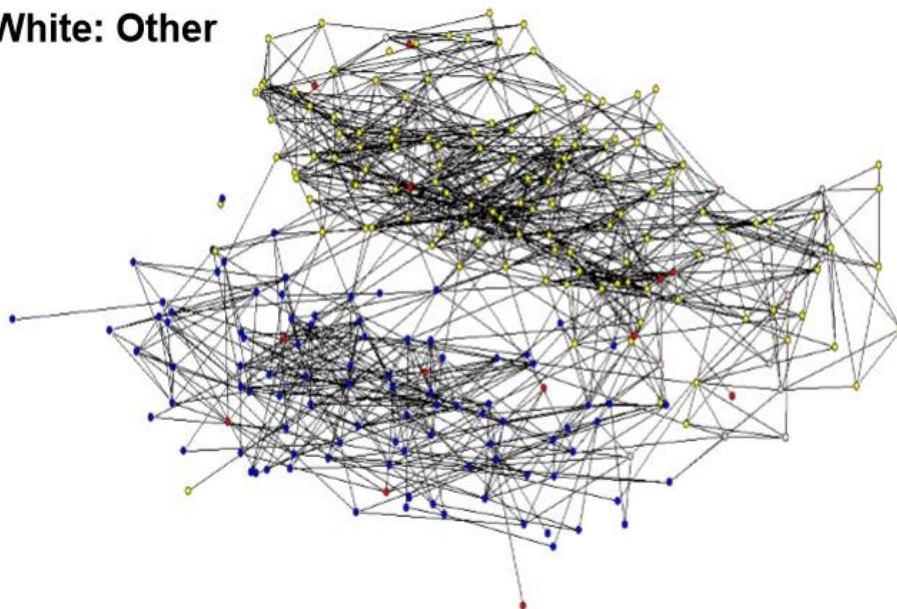


Figura 2.15 Red de relaciones entre adolescentes americanos en los institutos. Fuente: Currarini et al (2009).

En este trabajo el método de detección de comunidades que se utiliza es la Modularidad , que permite además de tener la posibilidad de tener en cuenta los pesos de las aristas, variar el coeficiente de resolución para modificar

según interese que aparezcan más o menos comunidades. Se calcula de la siguiente forma (Ecuación 2.3):

$$M = \sum_{c=1}^k \left\{ \frac{A(V_i, V_i)}{1} - \left( \frac{\text{degree}(V_i)}{2l} \right)^2 \right\}, \quad \text{Ecuación 2.3}$$

donde  $V_i$  es cada uno de los grupos que se forman en la red,  $l$  el número de links,  $A$  hace referencia a la media del grado de los distintos  $V_i$  y  $c$  y  $k$  serán los límites inferior e inferior de la iteración.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, la modularidad de cada nodo se recoge en la Tabla 2.3. La distribución de modularidad de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.16, recoge que hay 2 comunidades de 4 y 2 nodos respectivamente: (1, 2, 3, 4) y (5, 6).

Tabla 2.3 Modularidad, Hubs y PageRank de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.

Nodo	Modularidad	PageRank	Hubs
1	1	0.203	0.2
2	0	0.212	0.2
3	1	0.203	0.2
4	0	0.085	0.1
5	1	0.212	0.2
6	1	0.085	0.1

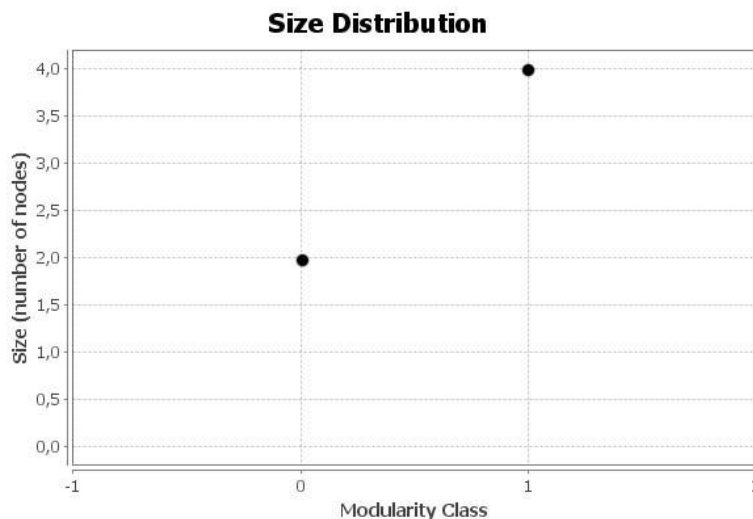


Figura 2.16 Ejemplo de distribución de modularidad en la red de la Figura 2.9



### 2.4.7 PAGERANK

PageRank es una familia de algoritmos registrada por Google cuyo principal objetivo es asignar un valor numérico a la importancia de un documento. Aplicado a redes, este algoritmo clasifica los nodos de acuerdo a la frecuencia con la que un usuario, en una búsqueda sobre la red, llega al nodo de forma no aleatoria. Se caracteriza por tener una probabilidad de reinicio (que indica la probabilidad con la que se reinicia la búsqueda) y un criterio de parada. El ranking de A,  $ER(A)$ , se calcula de la siguiente forma (Ecuación 2.4):

$$ER(A) = (1 - \alpha) + \alpha \left( \sum_{i=1}^n \frac{ER(U_i)}{C(U_i)} \right), \quad \text{Ecuación 2.4}$$

donde  $C(U_i)$  son los elementos que ayudan a A y  $\alpha$  es un factor entre 0 y 1.

A la hora de clasificar los nodos de las redes según el algoritmo PageRank, es necesario fijar ciertos parámetros antes de realizar la simulación:

- Probabilidad (p): es un factor de amortiguación con posibles valores entre el intervalo [0, 1]. La bibliografía que trata sobre este algoritmo recomienda trabajar en 0.85 (factor que utiliza Google en su buscador).
- Epsilon: Es el valor referente al criterio de parada del algoritmo, cuanto menor sea más tiempo llevará la convergencia.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, el pageRank de cada nodo se recoge en la Tabla 2.3. La distribución de pageRank de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.17, recoge que hay 2 nodos con valor 0.212 (nodos 2 y 5).

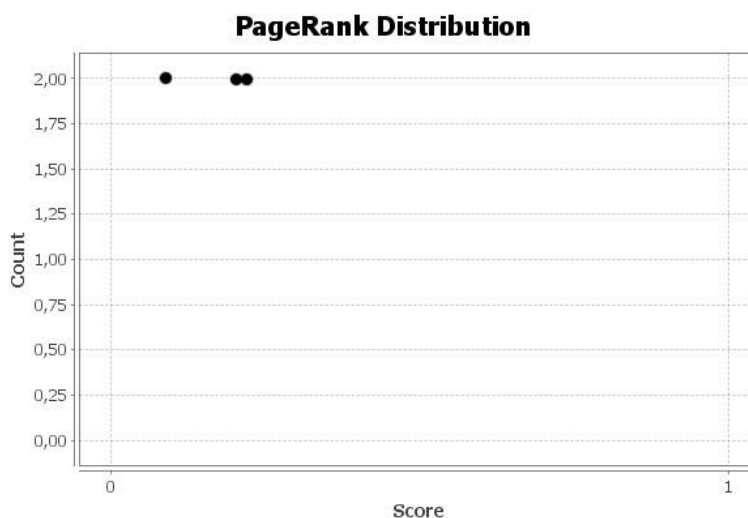


Figura 2.17 Ejemplo de distribución de pageRank en la red de la Figura 2.9

### 2.4.8 HUBS Y AUTHORITY

El algoritmo Hits computa dos valores por separado para cada nodo: authority (cómo de valiosa es la información almacenada en un nodo) y hubs. (la calidad de los enlaces del nodo).

Para calcular hubs ( $h$ ) se usa la suma ponderada de valores authority de los nodos a los que apunta (ecuación 2.5):

$$h = \frac{1}{\lambda_h} * AA^T h, \quad \text{Ecuación 2.5}$$

donde  $\lambda$  son los autovalores,  $A$  la matriz de adyacencia y  $A^T$  su traspuesta.

Para calcular la authority se usa la suma ponderada de valores hub de los enlaces que apuntan hacia este nodo (ecuación 2.6).

$$a = \frac{1}{\lambda_a} * A^T A a, \quad \text{Ecuación 2.6}$$

donde  $\lambda$  son los autovalores,  $A$  la matriz de adyacencia y  $A^T$  su traspuesta. En el problema de este trabajo no se estudiará authority, ya que esta medida sólo tiene sentido en el caso de redes dirigidas

**Distribución de hubs de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen centralidad de grado distintas, que resulta una distribución.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, el valor hub de cada nodo se recogen en la Tabla 2.3. La distribución de hubs de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.18, recoge que hay 4 nodos (nodos 1, 2, 3 y 5).

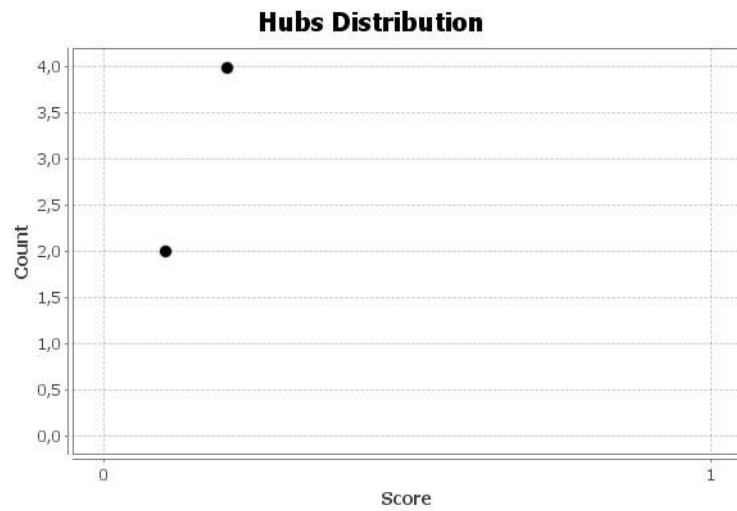


Figura 2.18 Ejemplo de distribución de hubs en la red de la Figura 2.9

Un tipo de red teórica importante a la hora de estudiar hubs es la Red de Barabási-Albert (Barabási y Albert, 1999). En estas redes aparecerán hubs o nodos de alta concentración de información, que en la Figura 2.19 se han representado con un tamaño mayor. Estas redes se caracterizan por tener una distribución de grado que sigue una ley de potencias, lo que significa que pocos nodos tendrán muchos enlaces y muchos nodos tendrán pocos enlaces (Figura 2.20).

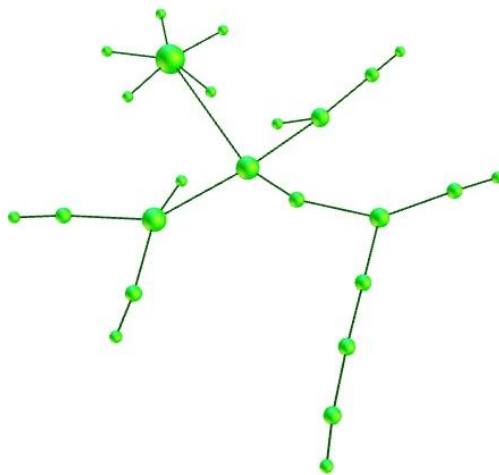


Figura 2.19 Red de Barabási-Albert. Fuente: elaboración propia.

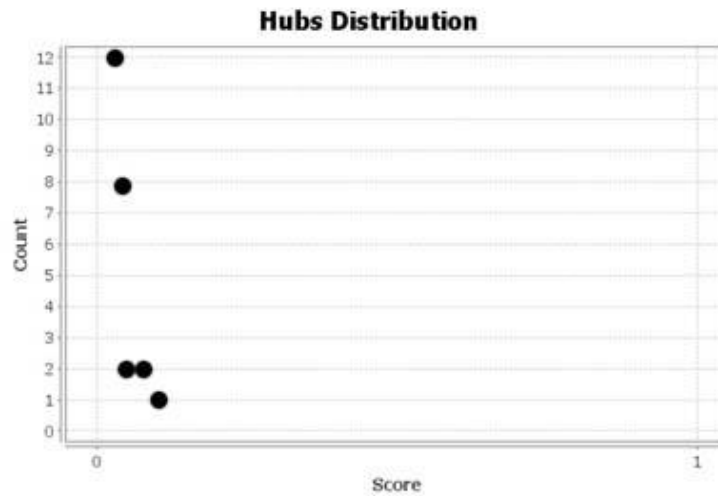


Figura 2.20 Distribución de hubs en la red de la Figura 2.19

#### 2.4.9 CENTRALIDAD Y PRESTIGIO

La centralidad se define como la medida que indica la importancia relativa de unos nodos dentro de la red, es decir, cuales son los nodos que están mejor conectados. El prestigio hace referencia al mismo concepto que la centralidad pero aplicado a redes dirigidas.

Las unidades más utilizadas para medir la centralidad son:

**Centralidad de grado de un nodo:** Se define como la normalización del grado del nodo (esto es, del número de vecinos). Mientras que el grado sólo es posible comparar la centralidad de los nodos en la propia red, su normalización permite comparar los resultados fuera de la red. La expresión matemática es (Ecuación 2.7):

$$\text{Centralidad grado } n = \text{grado } (n) / \text{nodos}, \quad \text{Ecuación 2.7}$$

**Distribución de centralidad de grado de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen centralidad de grado distintas, que resulta una distribución.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, las diferentes medidas de centralidad de cada nodo se recogen en la Tabla 2.4. Para el nodo 1 la centralidad de grado es 0.5, resultado de  $3/6$ . Los nodos con más centralidad de grado serán los nodos 1, 2, 3 y 5 por igual. La distribución de centralidad de grado de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.21, recoge que hay 4 nodos centrales con valor 0.5 (nodos 1, 2, 3 y 5).

Tabla 2.4 Centralidades de la red de la Figura 2.9. Fuente: Elaboración propia.

Nodo	De grado	Closeness	Closeness normalizada	Cetweeness	Betweenness normalizada	Eigenvector
1	0.5	1.4	0.714	2	0.2	1
2	0.5	1.6	0.625	4	0.4	0.855
3	0.5	1.4	0.714	2	0.2	1
4	0.167	2.4	0.416	0	0	0.316
5	0.5	1.6	0.625	4	0.4	0.855
6	0.167	2.4	0.416	0	0	0.316

La centralidad de grado es la medida de centralidad más simple al hacer referencia únicamente a la cantidad de enlaces.

**Centralidad de closeness:** Se define la centralidad de cercanía como la distancia media desde un nodo inicial a todos los demás nodos de la red. Por lo tanto, un nodo será central si está próximo al resto de los nodos, lo que facilitaría por ejemplo, la transmisión de información entre individuos. De la misma forma que en la centralidad de grado, para comparar resultados de forma objetiva con otras redes, es necesario normalizar. La definición formal será (Ecuación 2.8):

$$\text{Centralidad closeness } n = e^T n S^{-1} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

donde S es la matriz que contiene el camino más corto desde el nodo n hasta el nodo n', 1 es el vector unidad y e<sup>T</sup> es el vector fila con todos los elementos valor 0 excepto el que coincide con la asignación del nodo a tratar que será de valor 1.

**Distribución de centralidad de closeness de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen centralidad de grado distintas, que resulta una distribución.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, y de acuerdo con los datos de la Tabla 2.4, los nodos con la centralidad de closeness más alta son los nodos 1 y 3, que son los nodos más próximos al resto de nodos. Para el nodo 1 la centralidad de closeness es 0.714, resultado de 5/(1+1+2+1+2) ya que hay 1 enlace entre nodo 1 y los nodos 2, 3 y 5, y hay 2 enlaces entre el nodo 1 y los nodos 4 y 6. La distribución de centralidad de closeness normalizada de la red de la Figura 2.9 que se representa en la Figura 2.22, recoge que hay 2 nodos centrales con valor 0.714 (nodos 1 y 3).

**Centralidad de betweenness:** Se define como la frecuencia con la que un nodo aparece en el camino más corto entre los nodos de la red. Por lo tanto los nodos con los valores más elevados serán los más críticos a la hora de por ejemplo, transmitir información entre nodos. La definición formal de la centralidad betweenness será (Ecuación 2.9):

$$\text{Centralidad betweenness}_i = \sum_{j,k} \frac{B_{nn'n''}}{B_{nn''}}, \quad \text{Ecuación 2.9}$$

donde  $B_{nn''}$  es el número de caminos mínimos entre el nodo  $n$  y  $n''$ , y  $B_{nn'n''}$  es el número de caminos mínimos entre el nodo  $n$  y  $n''$  pasando por el nodo  $n'$ .

**Distribución de centralidad de betweenness de la red:** Se define como descripción de las frecuencias relativas de los nodos que tienen centralidad de grado distintas, que resulta una distribución.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, y de acuerdo con los datos de la Tabla 2.4, los nodos con la mayor centralidad de betweenness son los nodos 2 y 5. Para el nodo 1 la centralidad de betweenness es 0.2, resultado de  $4 \cdot (1/2) / (5 \cdot 4/2)$  ya que el nodo 1 está en el camino más corto entre los nodos 2 y 5, 2 y 6, 4 y 5, 4 y 6, y sólo cuentan medio porque también se puede ir por el nodo 3. La distribución de centralidad de betweenness normalizada de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.23, recoge que hay 2 nodos centrales con valor 0.4 (nodos 2 y 5).

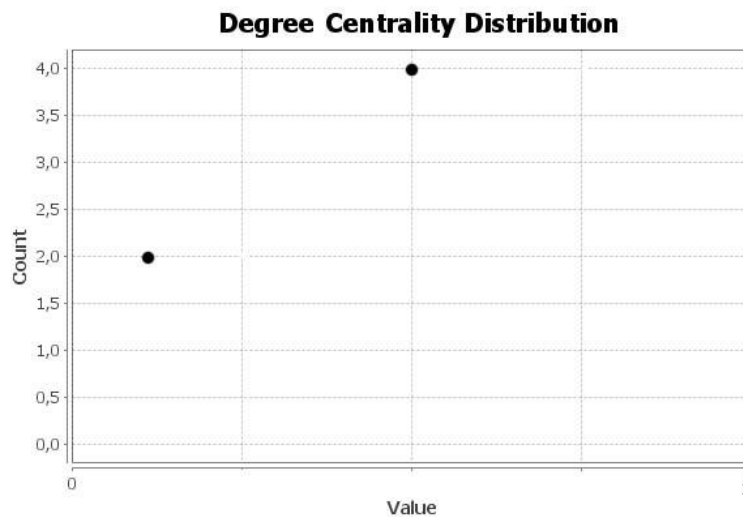


Figura 2.21 Distribución de centralidad de grado en la red de la Figura 2.9.

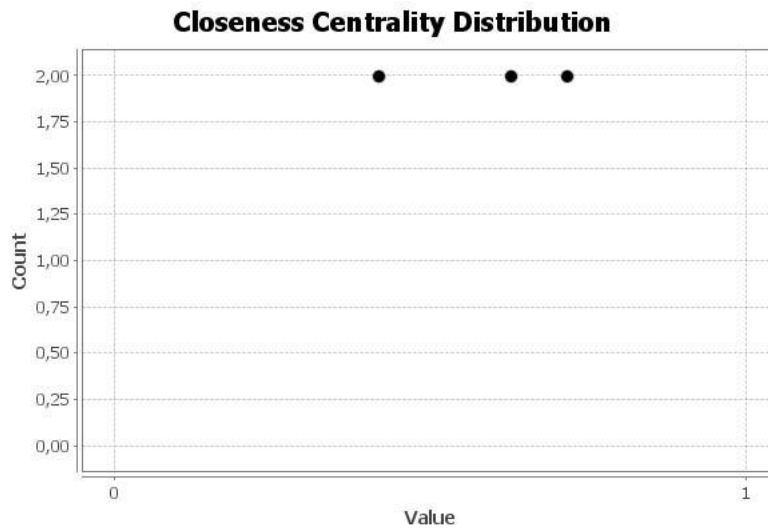


Figura 2.22 Distribución de centralidad closeness en la red de la Figura 2.9.

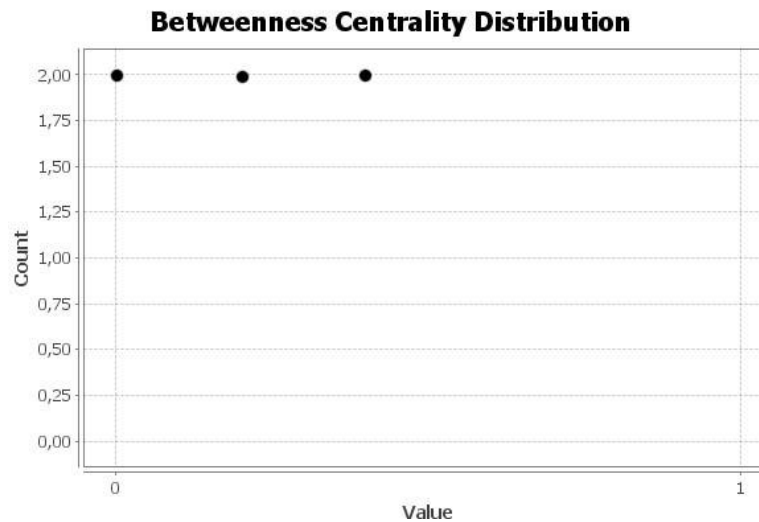


Figura 2.23 Distribución de centralidad betweenness en la red de la Figura 2.9.

Observando las Figuras 2.21, 2.22 y 2.23, se concluye que los nodos más importantes son unos u otros dependiendo de la medida de centralidad que se estudie. Por lo tanto es muy importante saber qué es lo que se quiere estudiar: el nodo que más conexiones tiene (centralidad de grado), el nodo más central (centralidad closeness) o el nodo con las conexiones más relevantes (centralidad de betweenness).

**Centralidad Eigenvector:** Es una medida de la importancia de un nodo basada en las conexiones del mismo, por lo que realmente representa la relevancia del nodo en la red. Los nodos con valores más altos serán aquellos que están bien conectados con otros nodos, y que a su vez estos últimos estén también bien conectados (Ecuación 2.10).

$$\text{Centralidad eigenvector} = e^T_n * \sum_{l=1}^{\infty} \left( \left( A \frac{1}{\lambda} \right)^l \right) 1, \quad \text{Ecuación 2.10}$$

donde  $e_n^T$  son todos los vectores  $T$  con valor 0 en todas sus posiciones excepto en  $n$ , que es 1.  $A$  será la matriz de adyacencia y  $\lambda$  los autovalores correspondientes.

Por ejemplo, en la red de la Figura 2.9, y de acuerdo con los datos de la Tabla 2.4, los nodos con la mayor centralidad eigenvector son los nodos 1 y 3. Para el nodo 1 la centralidad de eigenvector es 1. La distribución de centralidad de eigenvector de la red de la Figura 2.9, que se representa en la Figura 2.24, recoge que hay 2 nodos centrales con valor 1 (nodos 1 y 3).

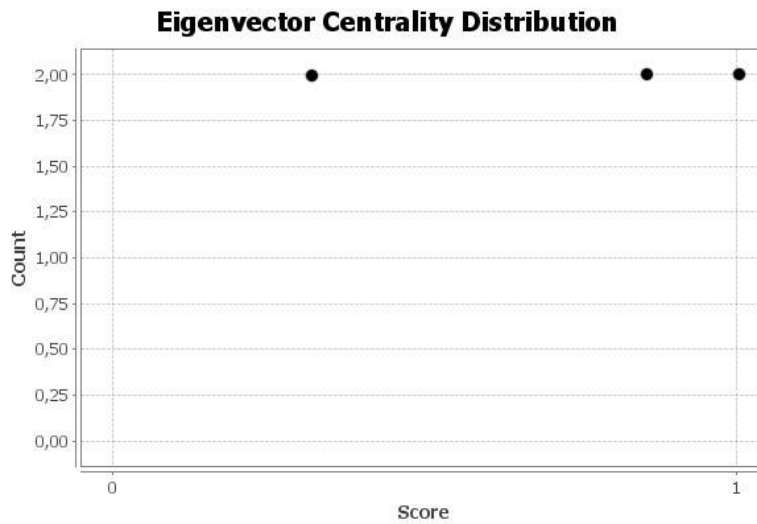


Figura 2.24 Distribución de centralidad eigenvector en la red de la Figura 2.9.



## **CAPÍTULO 3**

# **DESCRIPCIÓN GENERAL DE LAS REDES ANALIZADAS**



### 3.1 CARACTERÍSTICAS DE LAS REDES

Las redes de aeropuertos que se van a analizar son todas:

- **Redes simplex**, ya que todos los nodos son aeropuertos y todos los enlaces son conexiones aéreas, exceptuando el caso de la Red Continentes, donde se han concentrado los destinos intercontinentales en 4 nodos representativos de los otros 4 continentes.
- **Redes no dirigidas**, ya que se consideran únicamente los enlaces entre nodos como tal y no se incluye ninguna dirección en los mismos.
- **Redes conexas**, es decir, se podrá acceder siempre a cualquier nodo de la red desde cualquier otro, independientemente de cuantos enlaces deba recorrer. Por lo tanto no existirá ningún nodo individual o red de nodos inaccesible desde cualquier otro, solamente existirá una única componente conexas.
- **Redes sin pesos asignados**, también denominadas redes binarias al indicar únicamente la existencia de conexión entre nodos. A la hora de estudiar la división estructural de las redes en distintas comunidades mediante la modularidad, hay que tener en cuenta que se tendrá que desactivar la pestaña correspondiente a la utilización de los pesos en la simulación. Este peso, que se puede añadir a los enlaces, podría ayudar a la hora de mejorar el cálculo de las comunidades, ya que asignando valores a las conexiones se puede establecer cuales son más importantes de todas. En nuestro caso nos encontramos con la limitación de no disponer de pesos asignados

### 3.2 REDES ANALIZADAS

El análisis de las redes se realizado con la herramienta Gephi, que es un software libre especializado en el análisis y visualización de grafos.

El punto de partida para generar las redes ha sido la base de datos Global\_Flights\_Network, proporcionada por OpenFlights.org y RITA. Modificando estos datos aplicando el formato necesario, se puede generar una red en Gephi que incluye todas las conexiones aéreas de todos los aeropuertos del mundo.

Al conjunto de datos de partida, hay que añadir la clasificación de los aeropuertos europeos según el número de pasajeros que hacen uso del mismo (ACI\_EUROPE). Mediante estos datos se pueden clasificar los aeropuertos que forman parte de las redes e identificar los nodos de mayor importancia para hacer simplificaciones de la red. Estos datos permiten hacer simplificaciones en la red global de aeropuertos, que incluye todos los aeropuertos europeos y los aeropuertos internacionales con conexiones con cualquier aeropuerto europeo.

En esta sección se introducen las diferentes redes analizadas que son sucesivas simplificaciones de la red completa de aeropuertos.

Se debe aclarar antes de comenzar con el análisis de las redes, que a pesar de que ciudades como London o Paris poseen más de 1 aeropuerto (Heathrow y Gatwick en London y De Gaulle y Orly en Paris) se han agrupado como un único nodo cada uno de ellos. Esta simplificación se realiza en base a Malighetti et al (2009) que afirma que la distancia y la conectividad entre los aeropuertos permite tratarlo como un mismo grupo o “cluster”

### **3.2.1 RED AEROPUERTOS MUNDO**

La red mundo (EUW) que consta de 3009 nodos y 15601 enlaces, incluye los aeropuertos de todo el mundo. La red EUW se ha creado a partir de los datos globales “GlobalFlightsNetwork”, recogiendo todos los aeropuertos y conexiones de los 5 continentes.

Esta red no se analiza por dos razones. La primera es el gran tamaño de la red, tanto en cuanto al número nodos como en cuanto al número de conexiones. La segunda es que no corresponde con la dimensión europea del problema. No obstante, esta red servirá como punto de partida para obtener el resto de redes que se analizarán posteriormente, a falta de una base de datos similar en la que aparezcan los datos necesarios.

### **3.2.2 RED AEROPUERTOS CONTINENTE**

La red continente (EUC) que consta de 377 nodos y 3068 enlaces, incluye los aeropuertos europeos y 4 nodos de continentes. La red EUC se ha creado a partir de los datos globales de la red EUW, agrupando todos los aeropuertos de América, Asia, África y Oceanía cada uno en un único nodo para simplificar

el tráfico entre continentes, ya que lo que nos interesa es el territorio europeo. Además se han eliminado las conexiones entre estos continentes.

### **3.2.3 RED AEROPUERTOS EU128**

La Red Europa 128 (EU128) está formada por un total de 128 nodos y 1903 enlaces. La red EU128 está formada por un total de 128 nodos y 1903 enlaces. Se ha generado partiendo de los datos de la Red Continentes y que se han descartado un total de 245 nodos de correspondientes a los 245 últimos aeropuertos europeos clasificados según cantidad de pasajeros, además de los 4 nodos que correspondían a los continentes América, Asia, África y Oceanía. El motivo de eliminar exactamente 245 nodos reside en el hecho de que la cantidad de pasajeros que moviliza el aeropuerto clasificado en el puesto 244 por el final, es significativamente elevado frente al aeropuerto clasificado inmediatamente detrás; es decir, la diferencia entre los últimos nodos apenas existía, siendo todos ellos muy poco relevantes (una media de menos de 5 enlaces por aeropuerto).

Esta Red EU128 supone reducir la Red Continentes un 66% en cuanto a cantidad de nodos y un 38% la cantidad de enlaces entre nodos.

### **3.2.4 RED AEROPUERTOS EU78**

Esta la Red Europa 78 (EU78) consta de un total de 78 nodos y de 1230 enlaces. De la misma forma que se ha simplificado la Red Continentes hasta la Red EU128, se ha procedido a simplificar esta última a Red EU78. Se han descartado por lo tanto los 50 nodos peor clasificados según ACI\_EUROPE.

Esta Red EU78 supone una reducción del 30% en cuanto a nodos se refiere y del 35% en enlaces (673 conexiones eliminadas).

### **3.2.5 RED AEROPUERTOS EU20**

La Red Europa 20 (EU20) consta de los 20 aeropuertos más importantes en cuanto a nivel de pasajeros y de los 173 enlaces que los relacionan. La red EU20 es la más reducida posible que representa a los aeropuertos más importantes de Europa y se ha procedido a simplificar la Red EU78 siguiendo el mismo criterio inicial.

Esta Red EU20 supone una reducción del 74% en la cantidad de nodos y del 86% en la cantidad de enlaces.

### **3.2.6 RED AEROPUERTOS EU20-25R**

Por otra parte se ha utilizado la clasificación de las 25 rutas aéreas que concentran al mayor número de pasajeros (ACI\_EUROPE) en vez de clasificar según el volumen de pasajeros de los aeropuertos. De esta forma se ha generado la Red Europa 20-25 (EU20-25R), que consta de 20 nodos correspondientes al origen y destino de las 25 rutas aéreas más transitadas del continente que discurren por los países de Alemania, Reino Unido, Irlanda, Países Bajos, España, Francia e Italia.

En comparación con la Red EU20, tendremos que se mantienen los aeropuertos de Amsterdam, Rome, Milan, Barcelona, Madrid, Palma de Mallorca, Paris, London, Dublin, Berlin, Frankfurt, Duesseldorf y Munich; desaparecen los aeropuertos de Brussels, Stockholm, Manchester, Lisbon, Helsinki, Vienna y Copenhagen en favor de Hamburg, Edinburgh, Catania, Toulouse, Nice, Malaga y Gran Canaria. Por lo tanto se mantienen 12 de los aeropuertos con mayor número de pasajeros entre los 20 que intervienen en las 25 rutas más transitadas. De los 8 aeropuertos que cambian de una red a otra, se puede destacar que pasan de ser aeropuertos internacionales representativos de varios países como Helsinki o Vienna, a ser aeropuertos que refuerzan la estructura interna nacional de cada país. Parece que tiene sentido que haya rutas como Gran Canaria – Madrid, que tengan más importancia en cuanto a nivel de pasajeros que por ejemplo Brussels – Duesseldorf.

### **3.2.6 ESCENARIOS DE INVESTIGACIÓN**

Cuando un problema de optimización matemático se resuelve mediante experimentación computacional es habitual recurrir a librerías que incluyen instancias para poder evaluar el comportamiento de la metodología utilizada y compararla con otras alternativas. Sin embargo, para el problema de gestión de flujos de tráfico aéreo, no existe ninguna librería de instancias.

Lo habitual en la literatura es generar instancias aleatorias con una estructura hub-and-spoke, donde un aeropuerto es spoke es un aeropuerto que no está conectado con los otros aeropuertos spoke, salvo a través de un aeropuerto hub.

Pellegrini y Castelli (2012) clasifican las instancias en pequeñas medianas y grandes en función del número total de aeropuertos y el número de aeropuertos hubs<sup>7</sup>.

- Las instancias de tamaño pequeño, que están formadas por un total de 20 aeropuertos, de los cuales 3 son hubs.
- Las instancias de tamaño mediano (que representan una red a escala regional en los Estados Unidos), que están formadas por un total de 20 aeropuertos, de los cuales 5 son hubs.
- Las instancias de tamaño grande (que representan la red de en los Estados Unidos a escala nacional), que están formadas por más de un total de 30 aeropuertos, de los cuales al menos 13 son hubs.

Nos centrándonos en las instancias de tamaño mediano ya que hemos simplificado la red Europea de aeropuertos hasta 20 aeropuertos para las redes EU20 (los 20 aeropuertos con mayor columna de pasajeros y sus 173 conexiones) y EU20-25R (las 25 conexiones con mayor volumen de pasajeros y los 20 aeropuertos involucrados).

El número de redes que se puede generar es 2 elevado al número de enlaces posibles, que son 190 para el caso de 20 aeropuertos. No obstante, sólo nos interesan las redes conexas. En la Figura 1.3 se muestran algunos ejemplos de redes conexas con 5 aeropuertos hubs y 15 aeropuertos spoke (representados en rojo), cada una de las cuales tiene una matriz de adyacencia.

Estas matrices de adyacencia son matrices por bloques (ver Figura 3.2): F1, F2, F3 y F4. En cada uno de los bloques de la matriz de adyacencia, un 1 en la línea  $i$  y en la columna  $j$  indica que el aeropuerto  $i$  está conectado con el aeropuerto  $j$ , es una.

---

<sup>7</sup> Notar que en este trabajo el término “hub” cobra un significado distinto que en Pellegrini (2012). Mientras que en este último es un aeropuerto con más de 2 conexiones, en este trabajo se trata un hub como término puramente computacional, teniendo que realizar además de los cálculos correspondientes, el análisis de otras características de la red. Por lo tanto solamente después de realizar un análisis más exhaustivo de la red se puede afirmar la existencia o no de hubs.

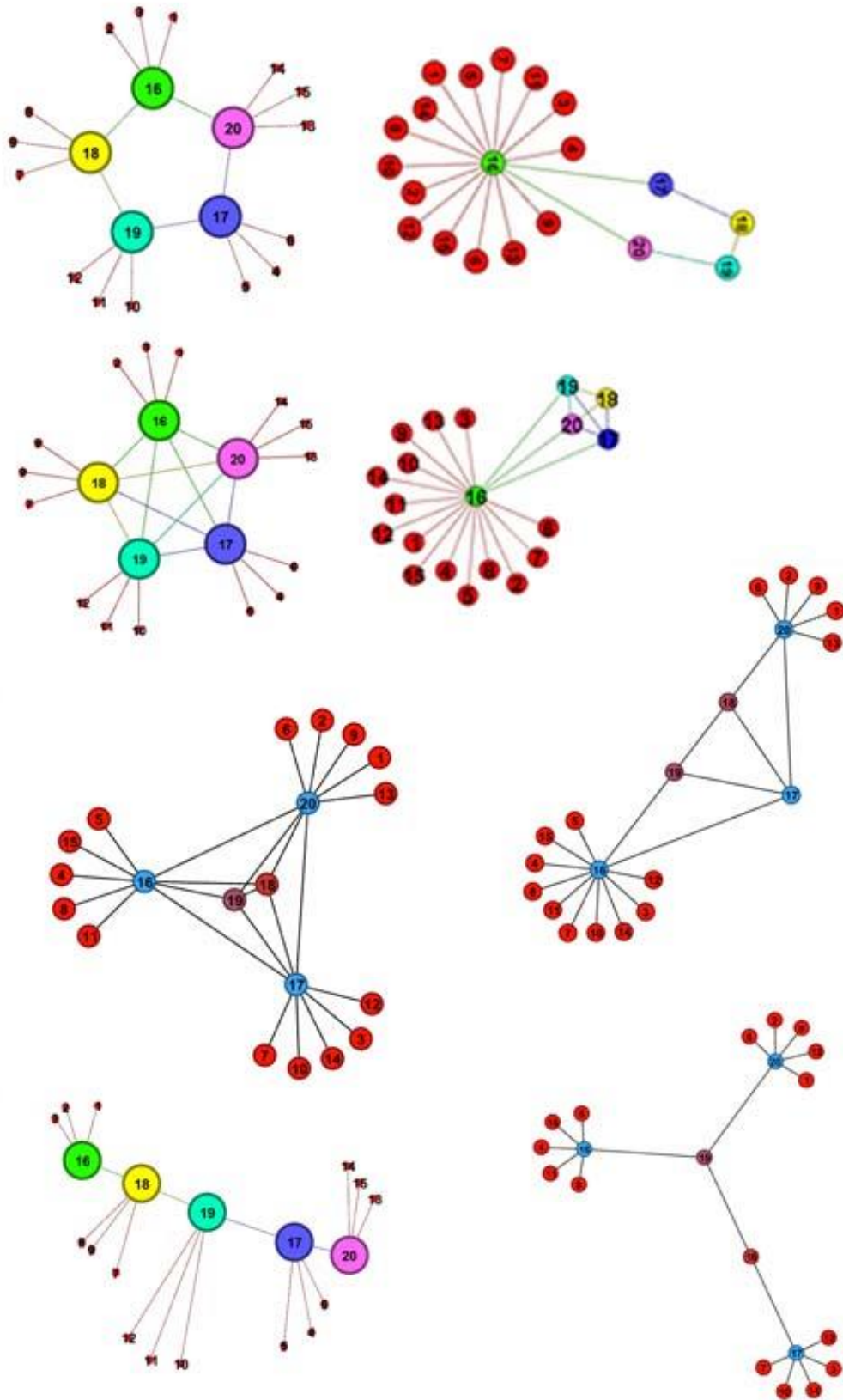


Figura 3.1 Redes de las instancias. Fuente: elaboración propia



$$f = \begin{pmatrix} F1 & F2 \\ F3 & F4 \end{pmatrix}$$

Figura 3.2 Matriz de adyacencia de las instancias. Fuente: elaboración propia

F1 es una matriz 15x15 que relaciona los aeropuertos spoke. Esta matriz es nula ya que no existen conexiones entre aeropuertos spoke.

F2 es una matriz 15x5 que relaciona los aeropuertos hub y spoke. Las filas de esta matriz se generan de forma aleatoria y tendrán al menos 1 uno. Hay dos casos extremos en relación con las conexiones entre aeropuertos hub y spoke.

- Cuando en cada fila haya sólo un 1, significa que cada aeropuerto spoke está solamente conectado con un aeropuerto hub (F2min)
- Cuando todos los elementos de todas las filas sean todos 1, significa que cada aeropuerto spoke está conectado con todos los aeropuerto hub (F2max).

F3 es una matriz 5x15 que es la traspuesta de la matriz F2.

F4 es una matriz 5 x5 que relaciona los aeropuertos hub. Es una matriz diagonal simétrica, cuyos elementos de la diagonal son 0 porque una aeronave no tiene como origen y destino el mismo aeropuerto. Las filas de la matriz triangular superior se generan de forma aleatoria. Hay dos casos extremos en relación con las conexiones de los aeropuertos hub:

- Cuando un hub está relacionado con dos aeropuertos, uno debe ser un hub y el otro puede ser otro hub o un spoke (F4min).

- Cuando todos los elementos de las filas sean todos 1. Esto significa que todos los aeropuertos hub están conectados entre ellos (F4max).

Las propiedades de las redes variarán en función de aleatoriedad de la esta matriz de la siguiente forma:

- **Grado.** Varía entre 1.5 (resultado de F2min y F4 min) y 5 (resultado de F2max y F4max).
- **Densidad:** Como máximo la densidad de estas redes es 0.447, que es el ratio entre el número de rutas máximo es 85 (resultado de F2max y F4max) en relación con las 190 posibles. Como mínimo es 0.131, que es el ratio entre el número de rutas máximo es 25 (resultado de F2min y F4min) en relación con las 190 posibles.
- **Diámetro y excentricidad.** La máxima excentricidad máxima (diámetro) de la red es 6, que corresponde a los dos aeropuertos spoke que están más alejados (resultado de F4min).
- **Clustering.** Varía entre 1.0 (resultado de F2min y F4 min) y 0,9 (resultado de F2max y F4max).

### 3.3 REPRESENTACIÓN GRÁFICA

En la red EUW no se ha incluido representación gráfica porque, debido al gran número de nodos, no aportaba información relevante. Para el resto de redes (EUC, EU128, EU78, EU20 y EU20-25R) se incluye la gráficamente generada por Gephi. En las redes EU78, EU20 y EU20-25R se han incluido además de la representación del grafo que genera Gephi, las representaciones de la red sobre los mapas geográficos correspondientes a cada una de ellas ya que, al tratarse de una red real de aeropuertos, éstos están sujetos a una determinada geografía característica que es fácil de obtener. Únicamente se han representado de esta forma las redes EU78, EU20 y EU20-25R porque son las redes que menor tamaño tienen en cuanto a nodos (aeropuertos) y aristas (conexiones), permitiendo esto que la representación geográfica sea clara y aporte valor al estudio.

Además, en la representación gráfica de las redes se ha incluido un código de colores para identificar al país al que pertenece cada aeropuerto de las redes.

### 3.3.1 GEPHI

Force Atlas es uno de los algoritmos que utiliza Gephi<sup>8</sup> para representar la red y es el que permite realizar un mejor análisis cualitativo de la red. Debido a su simplicidad es un algoritmo altamente utilizado, además de combinar rapidez con precisión. Aunque el algoritmo tarda bastante tiempo en estabilizar una red de tamaño muy elevado. Por ejemplo, para un grafo de unos 3000 nodos tarda 3 minutos en estabilizar.

Force Atlas es consecuencia del resultado de una búsqueda empírica en vez de poseer una matemática potente. Se basa en el algoritmo LinLog propuesto por Andreas Noack (Noack, 2007), pero incluyendo una fuerza de repulsión asimétrica entre los nodos dependiendo del grado de los mismos. Por lo tanto, coloca los nodos en el espacio de trabajo según esta fuerza entre nodos. Esta fuerza se calcula mediante la ecuación 3.1:

$$F(n_1, n_2) = k \frac{(\deg(n_1)+1)(\deg(n_2)+1)}{d(n_1, n_2)}, \quad \text{Ecuación 3.1}$$

donde  $n_1$  es el primer nodo de la pareja a estudiar,  $n_2$  es el segundo nodo de la pareja a estudiar,  $k$  es la fuerza de repulsión entre ambos nodos y  $d(n_1, n_2)$  es la distancia que separa los  $n_1$  de  $n_2$ .

Según Andreas Noack (Noack 2007) el uso de este algoritmo es preferible sobre redes que modelen un sistema real y no sobre modelos teóricos.

Según sean las características de la red, es necesario cambiar ciertos parámetros como la fuerza de repulsión o la gravedad si queremos obtener una buena representación del conjunto. De hecho, la única forma de conseguir esto es mediante el mecanismo de prueba y error, debido a las grandes diferencias existentes entre unas redes y otras.

---

<sup>8</sup> Gephi es un software libre, de código abierto y en fase beta, por lo tanto hay que tener en cuenta la existencia de bugs que dificultan el tratamiento de las redes. Por ejemplo, es frecuente que después de asignar colores a los nodos y guardar el proyecto, estos colores no aparezcan la vez siguiente que se intente abrir el archivo (motivo por el cual durante el estudio de la misma red en este trabajo, es posible que se observen los nodos con un color distinto de una imagen a otra).

### 3.3.2 MAPA DE PAÍSES

Para conseguir asignar una red a un mapa que se genere en Gephi, lo primero que es necesario hacer es añadir dos columnas “lat” y “lng” en el archivo .csv. En estas columnas se introducirán las coordenadas geográficas de cada nodo. El formato en el que se deben introducir los datos tiene que ser en función de las coordenadas Norte y Este. Por ejemplo, para introducir las coordenadas del aeropuerto de Madrid el formato correcto debe ser 40.25 para latitud y -3.41 para la longitud. Después de introducir las coordenadas es necesario importar los datos a Gephi, con la particularidad de que estas dos columnas “lat” y “lng” deben ir en formato Double. Después de cargar los nodos con las coordenadas hay que cargar los datos correspondientes, con cuidado de que los enlaces hagan referencia a los nodos que ya están creados.

Para tener disponible el mapa hay que usar el algoritmo Map of Countries (Figura 3.3), mediante el cual se pueden generar a la escala que se desee cualquier país, sub-región o continente que esté registrado en la base de datos. La forma en la que este algoritmo genera el mapa es mediante la unión de una gran cantidad de nodos y aristas que aproximan la forma de la región deseada. Para poder hacer esto cada nodo debe tener también unas coordenadas determinadas que ya vienen fijadas por el algoritmo. Por ejemplo, en el caso del mapa del continente europeo, se generan aproximadamente unos 4000 nodos e igual número de aristas. Se debe tomar nota de la escala en la que se genera el mapa ya que debe introducirse la misma posteriormente en el algoritmo Geo LayOut para que el espacio de trabajo sea el mismo para mapa y red.

Es posible que después de generar el mapa no esté bien centrado con la red de nodos, por lo que es necesario volver a aplicar el algoritmo Geo LayOut. De esta forma, se puede superponer una red generada en Gephi sobre un mapa también generado por un algoritmo en Gephi. Estas dos aplicaciones, Map of Countries y Geo LayOut no forman parte del software original, si no que se trata de aplicaciones desarrolladas por terceros que es necesario instalar de forma independiente.

### 3.3.3 MAPA DE GOOGLE EARTH

Para conseguir mostrar la red sobre un mapa del programa Google Earth (Figura 3.4), con la posibilidad de aplicar varios filtros propios del programa de Google, hay que generar archivos .kmz. Para generar el archivo .kmz, hay

que exportar la red de puntos con todos los datos referentes a las coordenadas incluidos. La forma de exportar el archivo es como archivo de grafo, seleccionando formato .kmz.



Figura 3.3: Representación gráfica: Map of Countries.



Figura 3.4 Representación gráfica: Mapa Google Earth.

### 3.4 ALGORITMOS USADOS POR GEPHI

Las propiedades que se analizan son: grado, densidad, paso medio, diámetro, excentricidad, clustering, modularidad, pageRank, hubs y centralidad. En esta sección se describen brevemente algunos de los algoritmos y parámetros que usa Gephi para calcular ciertas propiedades de las redes estudiadas.

#### 3.4.1 COMPONENTES CONEXOS

El algoritmo que utiliza Gephi para calcular los componentes conexos de los que dispone una red es el desarrollado por Robert Tarjan (Tarjan ,1972), que se basa en 3 pasos:

1. Realizar sobre la red una búsqueda en profundidad.
2. Calcular la transposición de la red.
3. Realizar otra búsqueda en profundidad, pero esta vez sobre el grafo transpuesto y comenzando sobre los nodos que mayor tiempo tardaron en la primera búsqueda del paso 1.

El resultado será la red dividida en las diferentes componentes conexas por las que esté formada.

#### 3.4.2 CLUSTERING

El algoritmo que usa Gephi para calcular los coeficientes de clustering de los nodos y de la red es el propuesto por Latapy (2008), que mejora las versiones anteriores en el cálculo de estos coeficientes sobre redes de gran tamaño. Esta revisión del algoritmo original de Duncan Watts y Steven Strogatz (Watts y Strogatz, 1998) está motivado por el incremento a lo largo de los años en el volumen de datos con los que se trabaja.

Esta nueva solución destaca además por trabajar sobre la memoria de soluciones para conseguir un algoritmo más rápido y que ocupe menos memoria, incluso aplicado sobre grafos con leyes de potencia.

### 3.4.3 MODULARIDAD

Los tres estudios de modularidad que se han realizado han sido para un factor de resolución de 1.5, 1 y 0.5. Cuanto mayor es el factor, menos comunidades deberían formarse y viceversa.

No se desactivará la opción de aleatoriedad en la simulación, ya que a pesar de aumentar el tiempo de cómputo se mejora la consistencia de los resultados. Mientras el tamaño de la red y el hardware utilizado lo permitan, se debe activar siempre esta pestaña.

### 3.4.4 PAGERANK.

Se utilizan los valores prefijada por defecto en Gephi para  $\epsilon=0.001$  y para la probabilidad  $\alpha=0.85$ .

### 3.4.5 HUBS

El algoritmo que utiliza Gephi para calcular la importancia de los hubs es el algoritmo HITS, que fue creado en el año 1999 por el matemático estadounidense Jon Kleinberg (Kleinberg, 1999). Su cometido original fue clasificar la importancia de una página web en función de las páginas webs que hiciesen referencia a ella misma. Para esto utiliza los conceptos de authorities (Ecuación 3.2) y hubs (Ecuación 3.3) que se han explicado anteriormente. Los valores que se calculan son los siguientes:

$$\text{Autorithie } n = a_n = \sum_{q \rightarrow p} h_q \quad \text{Ecuación 3.2}$$

$$\text{Hub } n = h_n = \sum_{p \rightarrow q} a_p \quad \text{Ecuación 3.3}$$

### 3.4.6 CENTRALIDAD Y LONGITUD MEDIA

El algoritmo que utilizada Gephi para calcular la centralidad betweenness, la centralidad closeness y la longitud media de los nodos es el desarrollado por Brandes (2001), que a su vez es una mejora del propuesto por Freeman (1977). Esta mejora viene motivada por el rápido crecimiento de los datos a tratar y la imposibilidad de obtener buenos resultados en instancias de gran

tamaño con el algoritmo anterior. Brandes (2001) desarrolla el algoritmo mejorado que aplica Gephi a las redes.

Se analiza la centralidad normalizada y sin normalizar. La razón es que ambos estudios aportan valor, si se normalizan los datos es posible comparar los resultados con otras redes y si no se normaliza se aprecia mejor la diferencia de centralidades entre nodos.

### 3.4.7 CENTRALIDAD EIGENVECTOR

El algoritmo recursivo en el que se basa Gephi para calcular la centralidad eigenvector es el propuesto por Bonacich (1972). En este estudio Bonacich trata de fijar una medida de la importancia de las conexiones de un nodo dependiendo de las conexiones de los propios vecinos. Esto lo consigue mediante la asignación de valores al principal vector propio de la matriz de adyacencia de la red, de acuerdo con las siguientes ecuaciones (Ecuación 3.4):

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n (A_{ij}x_j(t-1)) \text{ con } t \rightarrow \infty \quad \text{Ecuación 3.4}$$

$$x_i(0) = 1 \forall i$$

$$x_i(1) = \sum_{j=1}^n (A_{ij}x_j(0))$$

Convergiendo a la ecuación  $\rightarrow Ax = \lambda x$ .

La limitación de este método viene a la hora de tratar con sistemas que no tengan asociada una matriz de adyacencia simétrica, pero Bonacich salva este inconveniente afirmando que muchos de los campos de aplicación de teoría de redes se pueden tratar con enlaces no dirigidos entre nodos, como por ejemplo este trabajo sobre conexiones aéreas.



# CAPÍTULO 4

## RED CONTINENTE



## 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza la Red Continente (EUC), que está compuesta por un total de 377 nodos con 3068 enlaces entre ellos. Los nodos incluyen la totalidad de los aeropuertos del continente europeo junto con 4 nodos que representan los continentes de América, Asia, África y Oceanía para representar las conexiones intercontinentales de los aeropuertos europeos.

Ante la gran cantidad de nodos y aristas de las que está formada la red, se ha omitido en la representación gráfica de las misma los nombres de cada uno de los nodos ante la imposibilidad de generar un grafo con la suficiente claridad (Figura 4.1). En vez de esto, en cada uno de los puntos del análisis de la red, se irán destacando aquellos nodos relevantes y su situación en la red ayudándose de un código basado en el color de los nodos, en los que cada color representa un país.

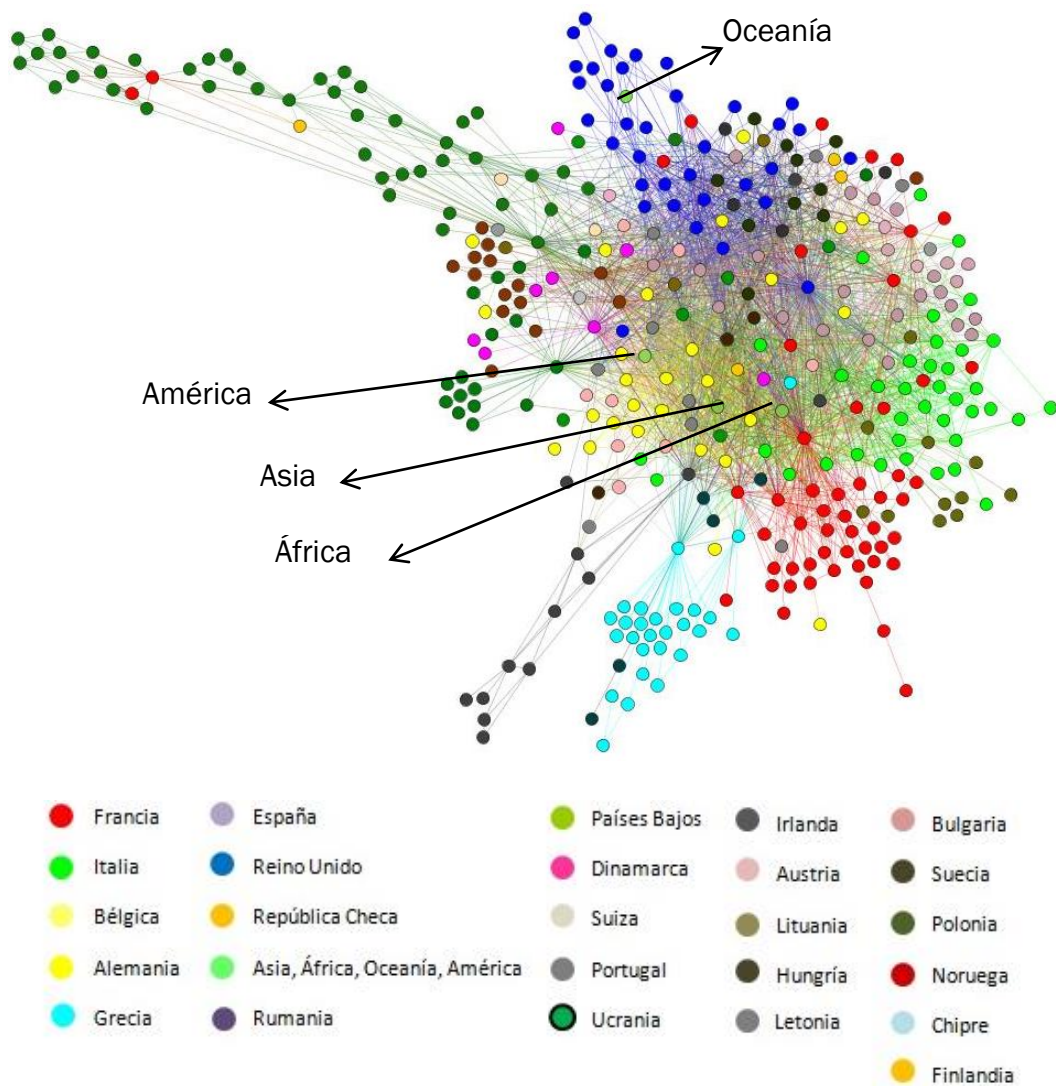


Figura 4.1 Red Contiente aplicando el algoritmo Force Atlas escalado.

## 4.2 GRADO

Antes de nada, analizamos el grado de los 4 nodos que aglutinan las conexiones con los continentes: África, Asia, América y Oceanía. A nivel internacional tendremos que a América existen 44 conexiones, 78 con África, 62 con Asia y únicamente 1 enlace con Oceanía.

El grado medio de la red de aeropuertos es 16.28. Eso significa que, de media, cada aeropuerto está conectado a otros 16. Sin embargo, en la distribución de grado en la Red EUC (Figura 4.2) observamos que los valores no se encuentran en torno al grado medio sino que son exponencialmente decrecientes. Esto significa que:

- Hay una gran cantidad de aeropuertos con grado cercano a inferior 2. El 30% de los aeropuertos están conectados a menos de 2 aeropuertos.
- Existen pocos aeropuertos con grado alto (esto es, muy conectados). El nodo con mayor grado resulta ser London con 169, seguido por Paris con 121 y Rome con 110.

Luego, exceptuando unos pocos aeropuertos que sirven como conexión internacional a los más pequeños, la gran mayoría de los aeropuertos de los países tienen un grado muy bajo, con excepción de Reino Unido y Alemania. Esto se refleja en la posición que ocupan en Red EUC escalada según el grado (Figura 4.3). En la periferia del grafo y en menor tamaño se sitúan aquellos aeropuertos con menor número de conexiones. Por ejemplo:

- En Grecia (que se representa en azul claro en la parte inferior de la red), Atenas es el aeropuerto hub y el resto son spoken.
- En Reino Unido (color azul, parte superior de la red), esta diferencia es mucho más progresiva y a pesar de existir aeropuertos de gran tamaño, también hay un gran número de aeropuertos con un nivel de conectividad intermedio. London es el aeropuerto que se corresponde con el círculo azul de mayor tamaño.
- En Alemania (color amarillo, en el centro de la red), en la cual se aprecia como el tamaño de muchos de los nodos en los aeropuertos es relativamente alto en comparación con el resto, indicando así la buena conectividad de estos aeropuertos alemanes.

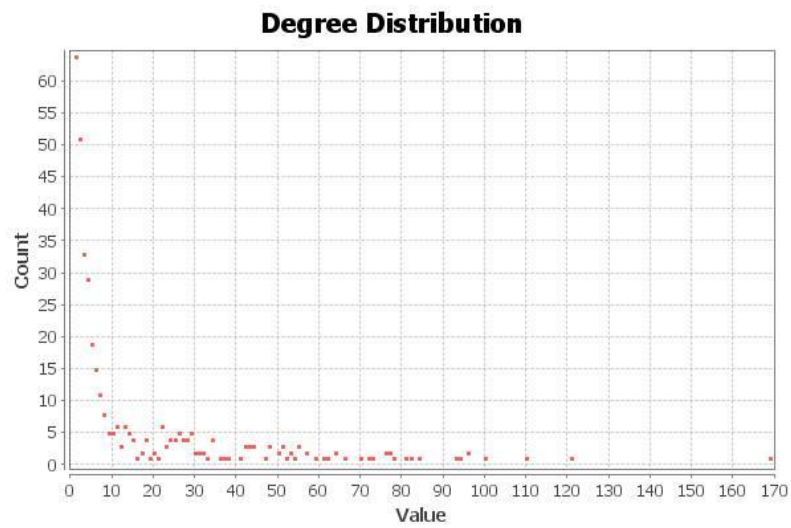


Figura 4.2 Distribución de grado en la Red EUC.

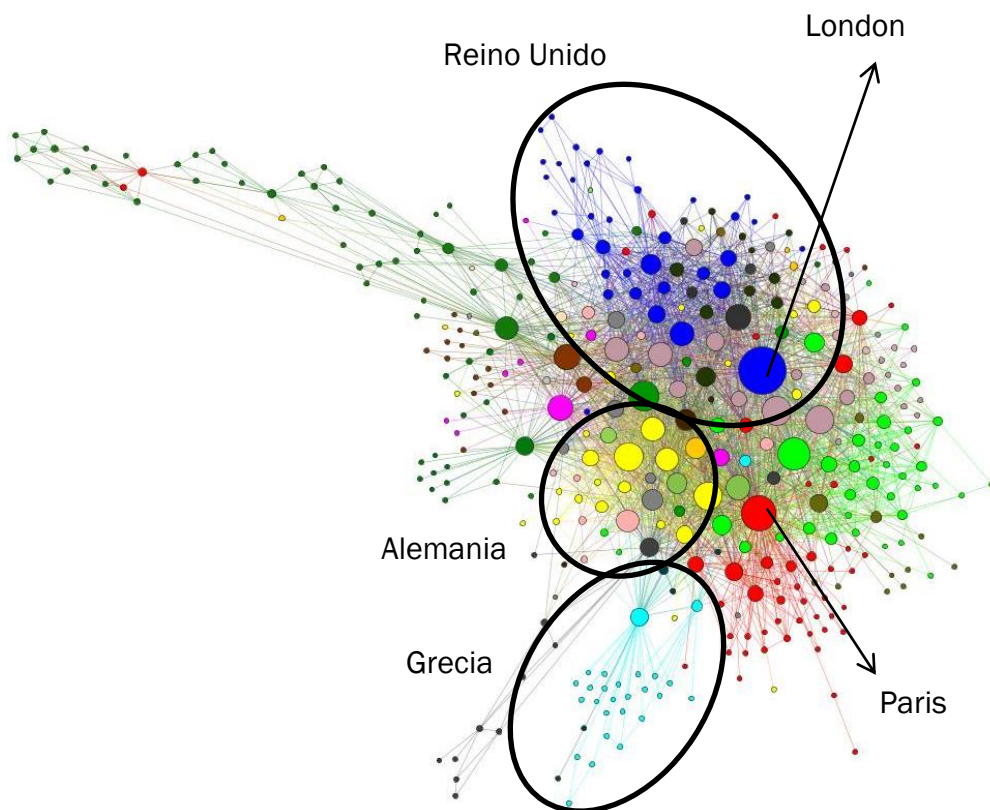


Figura 4.3 Red EUC escalada según el grado de los nodos.

## 4.2 DENSIDAD

La densidad de la red es 0.043. Estamos ante una red que a pesar de contar con una gran cantidad de nodos, tiene un número realmente bajo de conexiones (3068) frente a la capacidad que realmente tiene la red en sí misma (70876 conexiones posibles). Esto es debido a que haya un gran número de nodos con la conectividad muy baja

## 4.4 PASO MEDIO

La longitud del camino medio de la red es 3. Esto significa que aun teniendo 377 aeropuertos, la conectividad es alta. Se puede ir de un aeropuerto a otro haciendo una media de 2 escalas. Sin embargo, interesa conocer el número máximo y mínimo de escalas para cualquier destino.

## 4.5 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD

La excentricidad máxima (diámetro) de la red es 7, que corresponde a los siguientes 4 aeropuertos: Pula (Croacia), Kasos (Grecia), Batsfjord y Berlevag (Noruega). Esto significa que para viajar entre los aeropuertos más alejados<sup>9</sup> tendremos que realizar 6 escalas. Por ejemplo, para viajar desde el aeropuerto de Pula (Croacia) hasta el de Berlevag (Noruega) tendremos que hacer los siguientes trayectos: Pula – Zadar, Zadar – Zagreb, Zagreb – Zurich, Zurich – Oslo, Oslo – Alta, Alta – Mehamn y finalmente Mehamn – Berlevag..

En la distribución de excentricidad (Figura 4.4), observamos que más de un 66% de los aeropuertos tendrán una excentricidad de 5. Esto significa que tendrán un máximo de 4 escalas para ir al destino más alejado. Se trata de aeropuertos de tamaño intermedio que conectan los grandes aeropuertos con muchos más de menor tamaño. La mínima excentricidad la encontramos en unos 50 aeropuertos, que se encuentran una posición central en la red, como se puede comprobar en la Figura 4.5 que representa la Red EUC escalada según la excentricidad de los nodos. Este valor mínimo es 4 (3 escalas).

Los aeropuertos con excentricidad 6 son aeropuertos de tamaño pequeño que conectan los aeropuertos con los 4 aeropuertos más alejados mencionados anteriormente.

---

<sup>9</sup> Se descartan los trayectos entre continentes ya que no tienen sentido aunque no se puede evitar que Gephi los calcule.

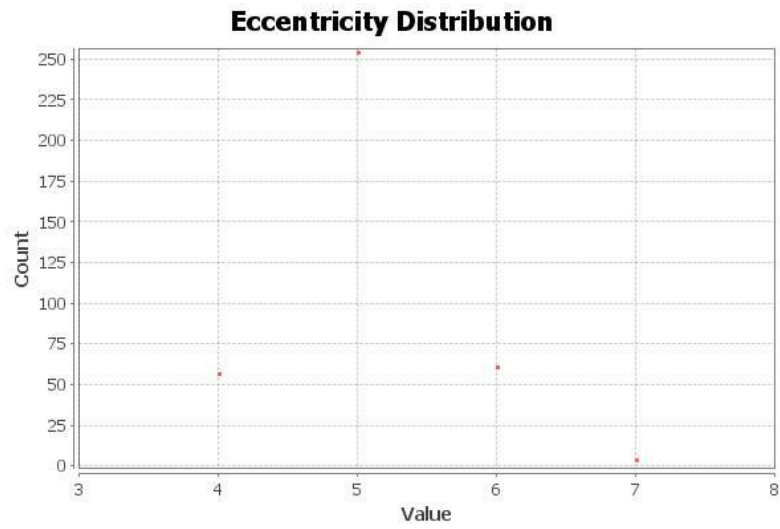


Figura 4.4 Distribución de la excentricidad en la Red EUC.

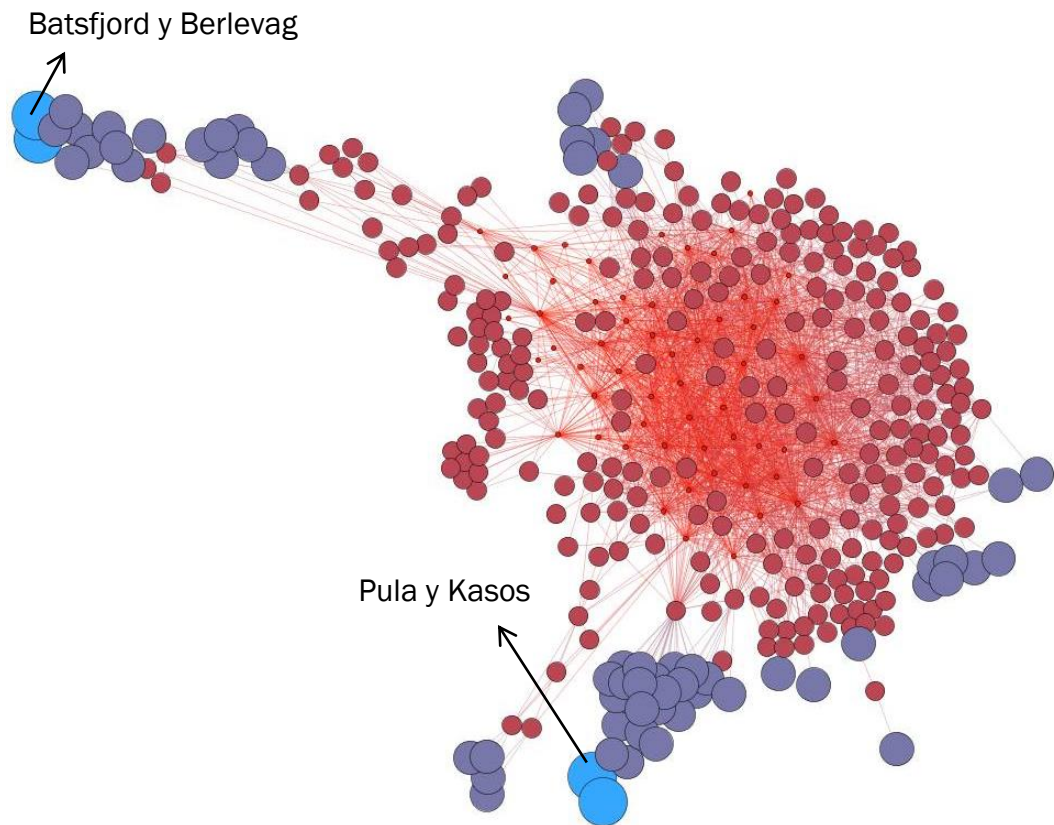


Figura 4.5 Red EUC escalada en función de la excentricidad.

## 4.6 CLUSTERING

El coeficiente medio de clustering de la red es 0,619. En la distribución del coeficiente de clustering en la Red EUC (Figura 4.6) se observa una gran dispersión de este valor a lo largo del intervalo  $[0,1]$ . Hay un gran número de aeropuertos (80) con coeficiente de clustering 0 debido a que solamente están conectados con 1 aeropuerto. También hay un alto número de nodos (66) con coeficiente 1, que son aquellos que sus vecinos están todos conectados entre sí.

En la Red EUC escalada según el coeficiente de clustering (Figura 4.7), se puede ver como los nodos con pocos enlaces o con un nivel intermedio de enlaces tienen un coeficiente de clustering mayor. Por ejemplo en el caso de Francia (color rojo en el extremo inferior derecho), los aeropuertos más pequeños tienen el mayor coeficiente de clustering; esto se debe a que los aeropuertos más grandes están conectados con aeropuertos que distan mucho entre sí y es poco probable que estén conectados entre sí, en cambio aquellos aeropuertos que centran sus operaciones en vuelos nacionales y de media distancia tienen muchas posibilidades de que todos sus vecinos estén conectados. En el caso de España, Madrid tiene un coeficiente de clustering de 0,304 mientras que los de Vigo, La Coruña o Hierro entre otros es 1.

## 4.7 MODULARIDAD

Los tres estudios de modularidad que se han realizado han sido para un factor de resolución de 1.5, 1 y 0.5. Cuanto mayor es el factor, menos comunidades se forman: 8, 9 y 16, respectivamente-

Para un factor de resolución 1.5, la modularidad es de 0.119 y se han formado 8 comunidades (Figura 4.8). En este caso tenemos 6 comunidades con menos de 25 nodos cada una, otra más de menos de 50 y la restante asciende hasta los 260. Con la ayuda de la Red EUC escalada según comunidades con factor de resolución 1.5 (Figura 4.9), resulta que tenemos 7 grupos, donde las relaciones dentro de la comunidad son mucho más fuertes que la que tiene la propia estructura con el resto de grupos.

Para un factor de 1, el factor de modularidad es de 0.254 y se han formado un total de 9 comunidades (Figura 4.10). Estas comunidades van desde los 2 individuos por comunidad hasta los 119. A pesar de esta gran diferencia en nivel de individuos, en la Red EUC escalada según la modularidad con factor de resolución 1 (Figura 4.11) se pueden ver algunas de las estructuras claramente diferenciadas. Estas estructuras además, corresponden a redes



de países enteros o conjuntos de los mismos. Por ejemplo, la comunidad de la mayoría de aeropuertos fineses, daneses y noruegos (en la parte superior izquierda en azul), la comunidad formada por los aeropuertos suecos (justo debajo de la anterior), la comunidad de aeropuertos portugueses (en la parte inferior izquierda en color rojo) y la comunidad de aeropuertos griegos (justo a su derecha de anterior y en un tamaño menor).

Para un factor de resolución de 0.5, la modularidad es de 0.245 y se han formado 19 comunidades (Figura 4.12). En este caso las comunidades máxima y mínima cuentan con 40 y con 2 nodos respectivamente. El factor de modularidad ha disminuido al aumentar el número de comunidades en el que se ha estructurado la red, esto quiere decir que a pesar de permitir que se aumenten las posibilidades de formar grupos con más sentido, la fuerza con la que estas se forman ha disminuido. Por lo tanto se puede considerar que para un factor de modularidad 1 los resultados son suficientemente buenos. Aun así con el factor 0.5 se consiguen buenos resultados ya que en la Figura 4.13 que representa la Red EUC escalada según modularidad con resolución 0.5, se puede observar en la parte superior un grupo morado de menor tamaño que reúne los aeropuertos británicos y lo mismo ocurre en la esquina inferior derecha con los aeropuertos franceses.

## 4.8 PAGERANK

El aeropuerto con mayor relevancia es London (0.025), seguido a mucha distancia por Paris (0.019), Barcelona (0.0125). La diferencia entre los nodos London y los siguientes con mayor factor PageRank es muy elevada: con Paris hay un 24%, con Barcelona por encima del 50%. Estas diferencias se pueden observar en la distribución asociada (Figura 4.14).

En la Red EUC escalada según PageRank (Figura 4.15) se puede apreciar cómo además de dar importancia a los nodos que tienen más conexiones como London o Paris, adquieren especial relevancia aquellos nodos con grado intermedio por los que es necesario pasar para acceder a cierto grupo de nodos; por ejemplo para acceder a muchos de los aeropuertos fineses, es necesario pasar primero por Helsinki (color verde en la parte media del lateral izquierdo), por lo que a pesar de no tener muchas conexiones resulta relevante a la hora de acceder a cierta parte de la red. Lo mismo ocurre con otros aeropuertos como Athens y parte de la red de aeropuertos griega.

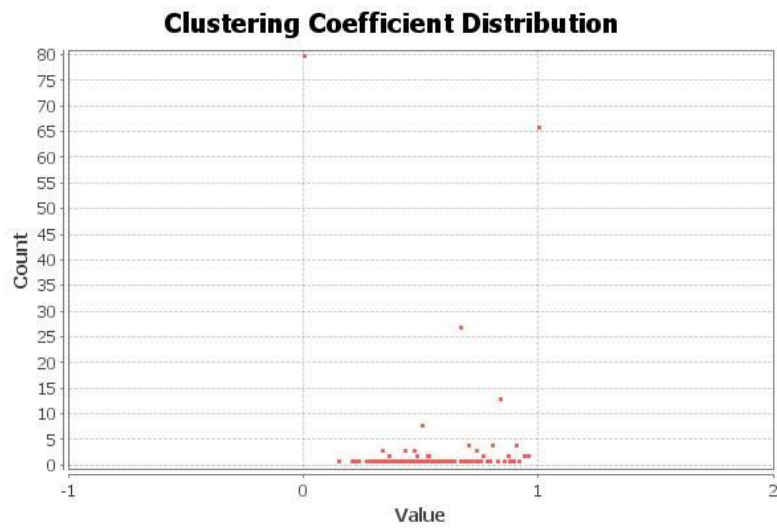


Figura 4.6 Distribución de coeficiente de clustering en la Red EUC.

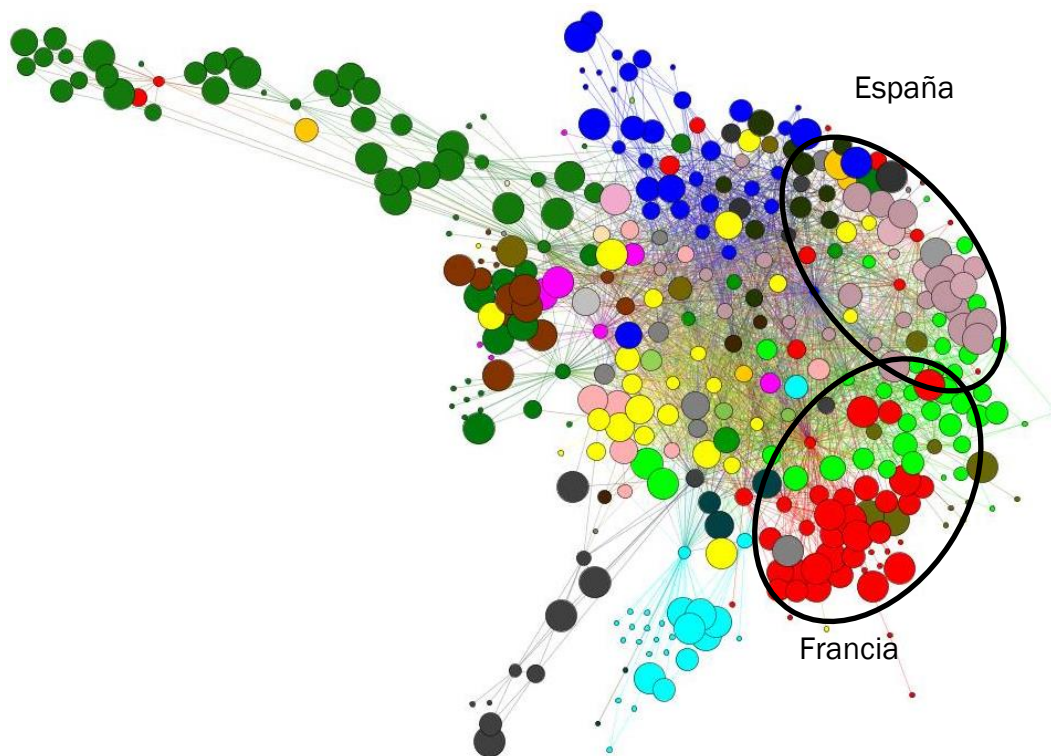


Figura 4.7 Red EUC escalada según el coeficiente de clustering.

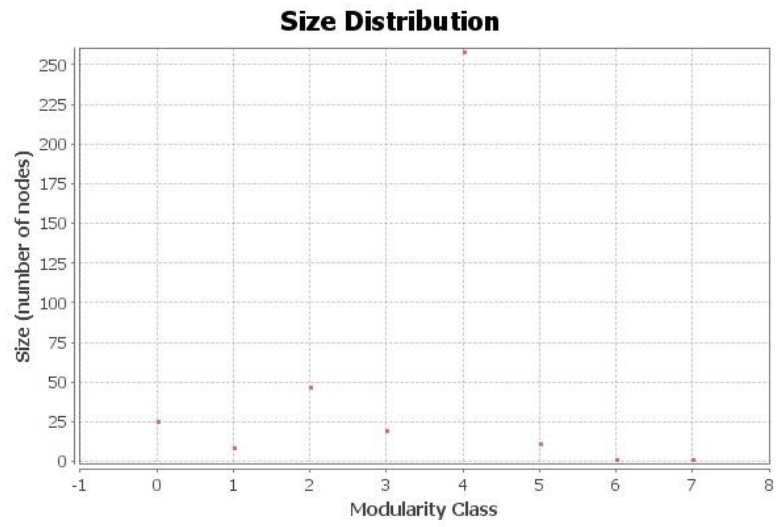


Figura 4.8 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 1,5.

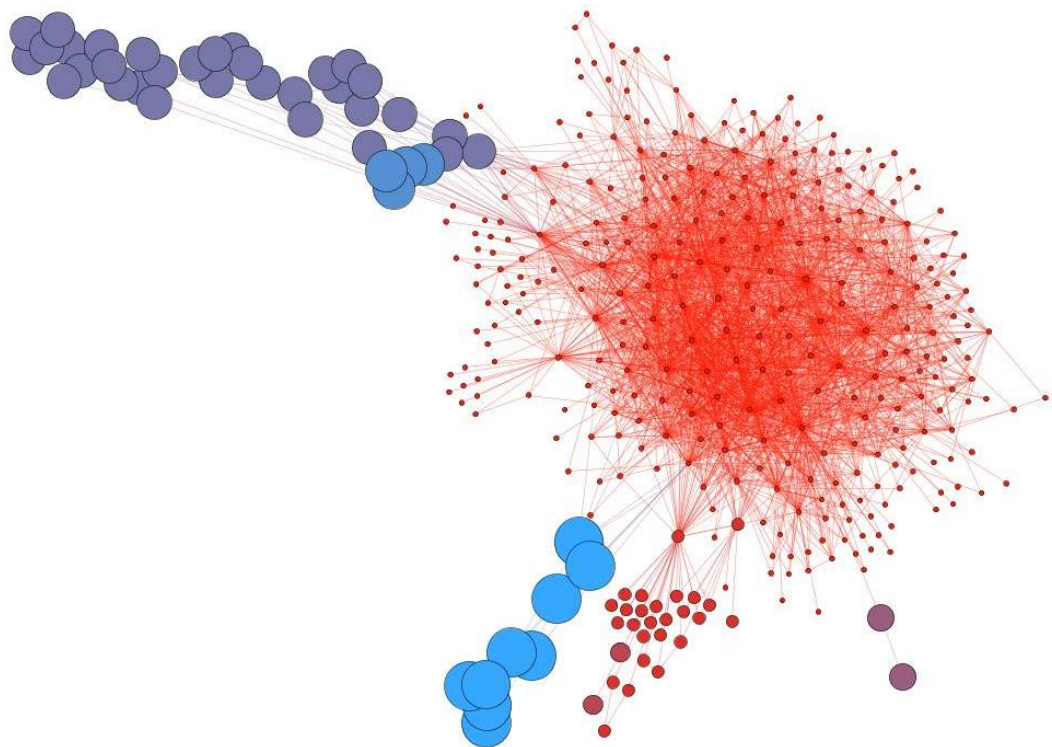


Figura 4.9 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 1.5. Cada comunidad aparece en un color.

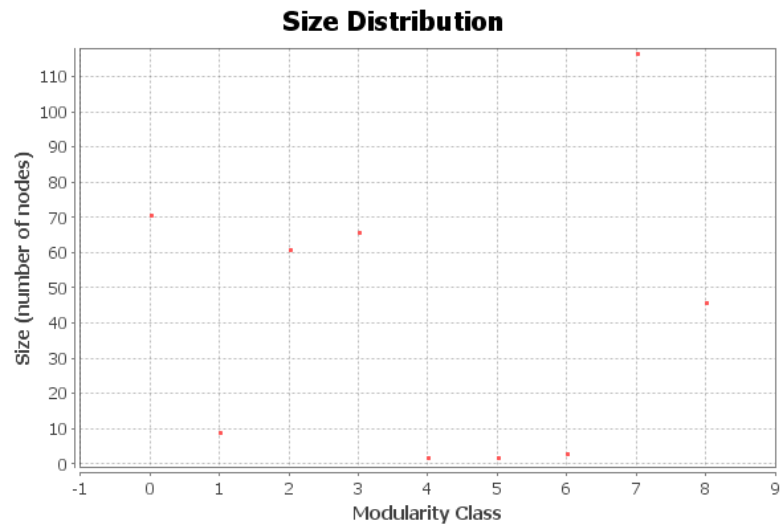


Figura 4.10 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 1.

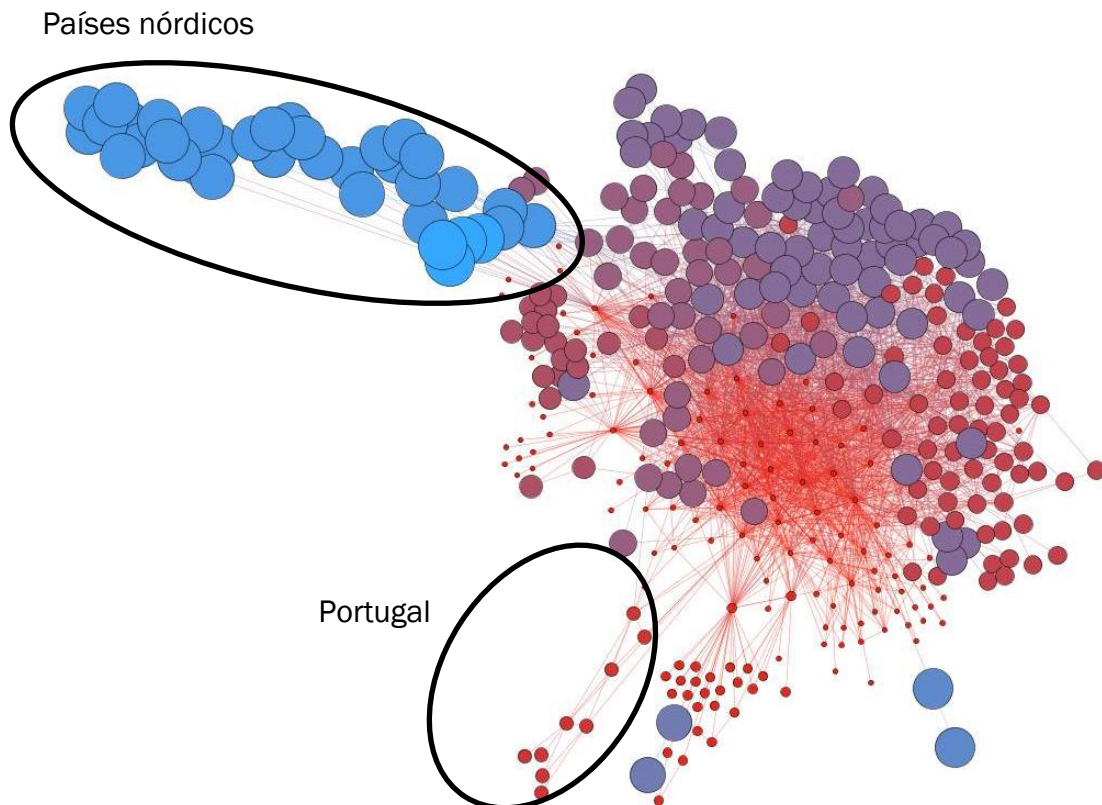


Figura 4.11 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color.

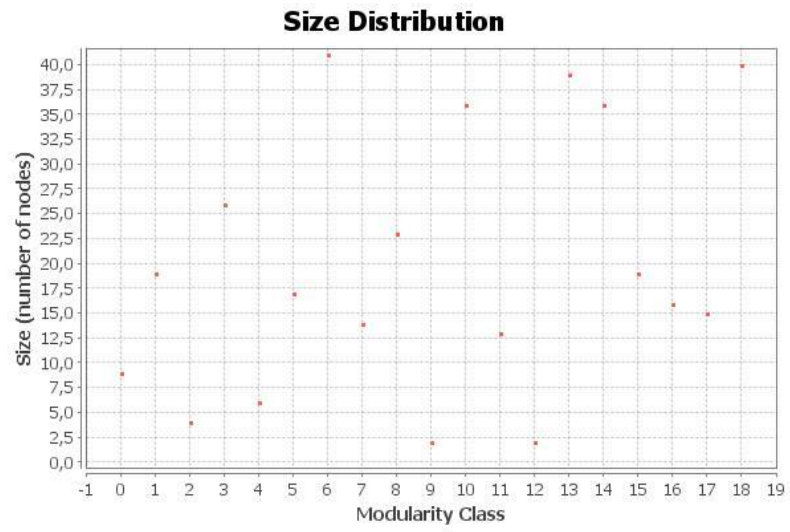


Figura 4.12 Distribución de comunidades en la Red EUC con un factor de resolución 0,5.

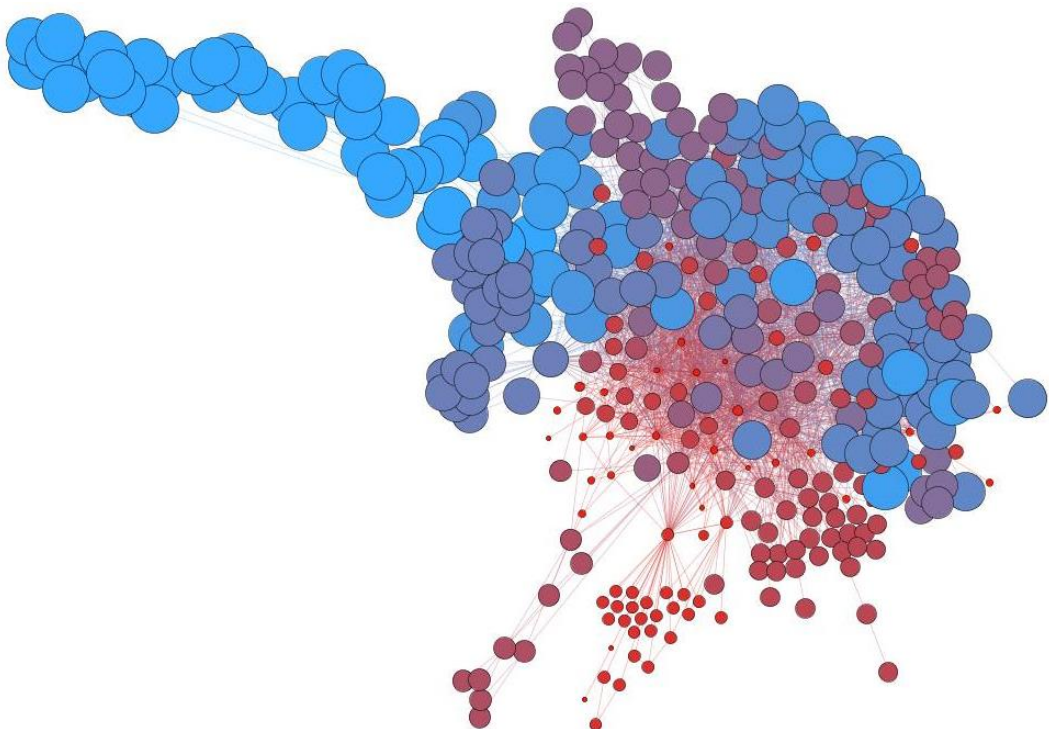


Figura 4.13 Red EUC escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color.

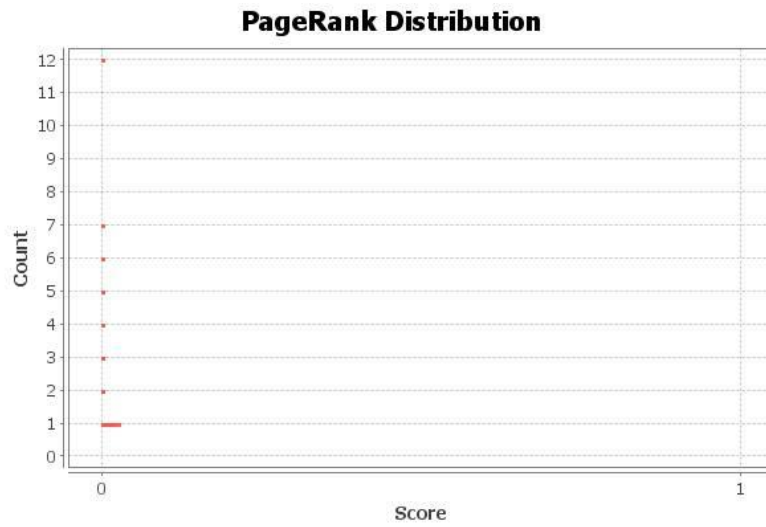


Figura 4.14 Distribución de PageRank en la Red EUC.

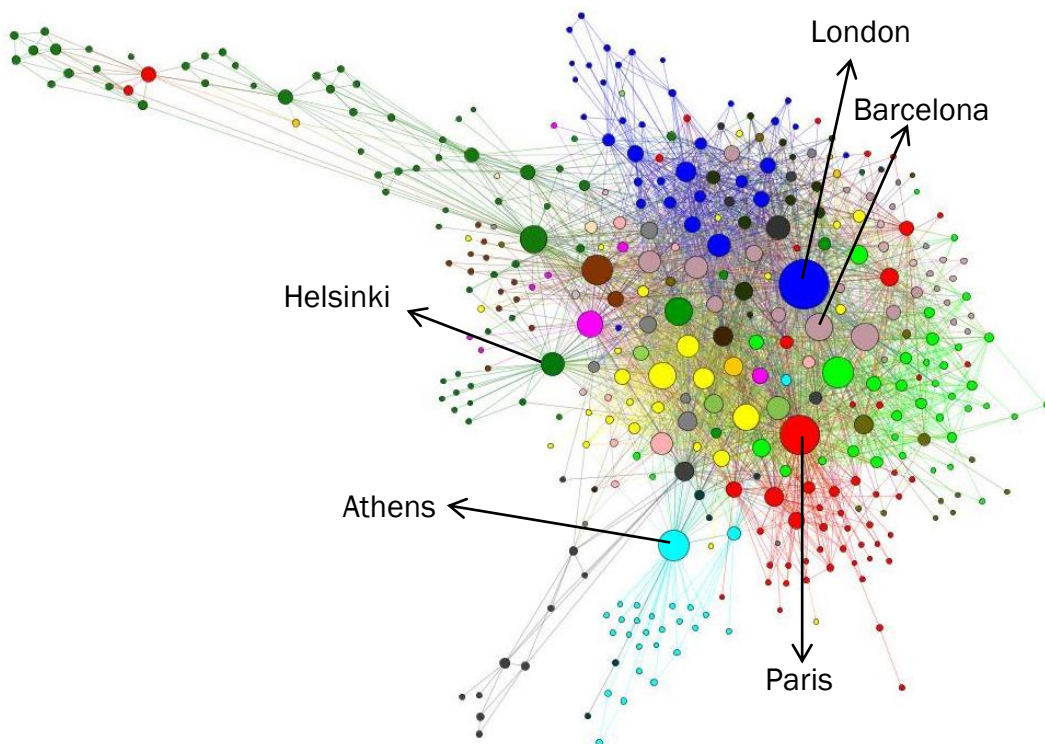


Figura 4.15 Red EUC escalada según PageRank.

## 4.9 HUBS

El aeropuerto más importante es Zurich, con 0.020 puntos. Seguido de Manchester con 0.018, Duesseldorf y Stockholm con 0.016 y Malaga con 0.015 puntos. Esta distribución de los nodos se observa en la Figura 4.16. Sorprende la posición de Zurich en primer lugar, ya que no ocupaba este puesto en ninguna de las características anteriores. Esto es en detrimento de London, que ocupa la posición número 34 con 0.09 puntos, justo por debajo de Barcelona. La causa principal de este cambio de posiciones es que han salido beneficiados aquellos nodos que combinan un gran número de vecinos directos, con lo difícil que sea acceder a estos nodos desde otros. También destaca la posición de los aeropuertos españoles que ocupan 4 posiciones entre los 11 primeros puestos.

En la Red EUC escalada según la distribución de hubs (Figura 4.17) se pueden observar algunos de estos casos en los que hay aeropuertos grandes o intermedios que adquieren mayor relevancia respecto a los más importantes a priori.

## 4.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS

Según la centralidad betweenness el nodo mejor posicionado es London con 12153 puntos, seguido por Oslo con 10115, Athens con 7784 y Paris con 7522. Estos son los nodos que podemos encontrar más a la derecha en la dispersión que aparece en la distribución de la centralidad betweenness (Figura 4.18) y son los únicos que están por encima del 50% del valor del primer clasificado. La concentración de valores en la parte izquierda de la distribución se explica debido a la gran cantidad de nodos secundarios. En la Red EUC escalada según la centralidad betweenness (Figura 4.19) podemos ver estos valores que se desmarcan del resto con un mayor tamaño.

Estos nodos obtienen un betweenness tan alto debido a la buena conectividad que tienen con sus nodos secundarios, haciéndolos, de esta forma, fundamentales a la hora de poder acceder a los mismos.

Tendremos la centralidad betweenness normalizada (Figura 4.20) y su representación gráfica con la Red EUC escalada según la centralidad betweenness normalizada (Figura 4.21). En estas se puede apreciar la gran diferencia que sigue existiendo entre los primeros valores clasificados y el resto a pesar de estar normalizado. Por otra parte las diferencias entre los demás nodos que no ocupan las primeras posiciones se han suavizado.

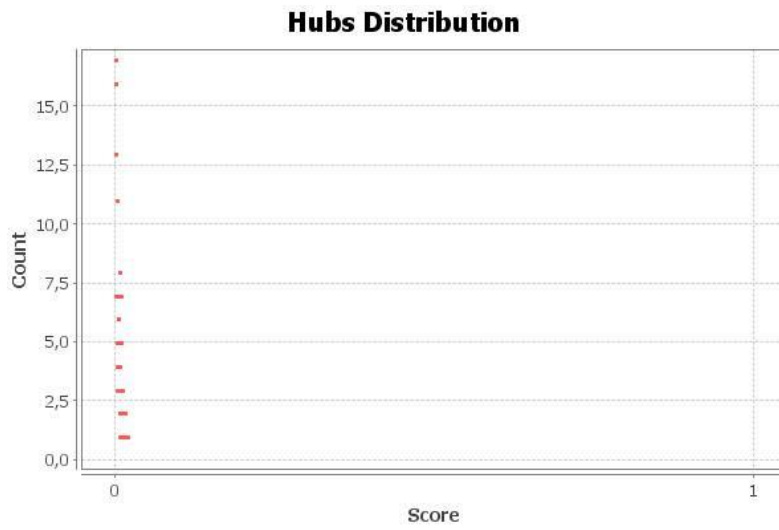


Figura 4.16 Distribución de Hubs en la Red EUC.

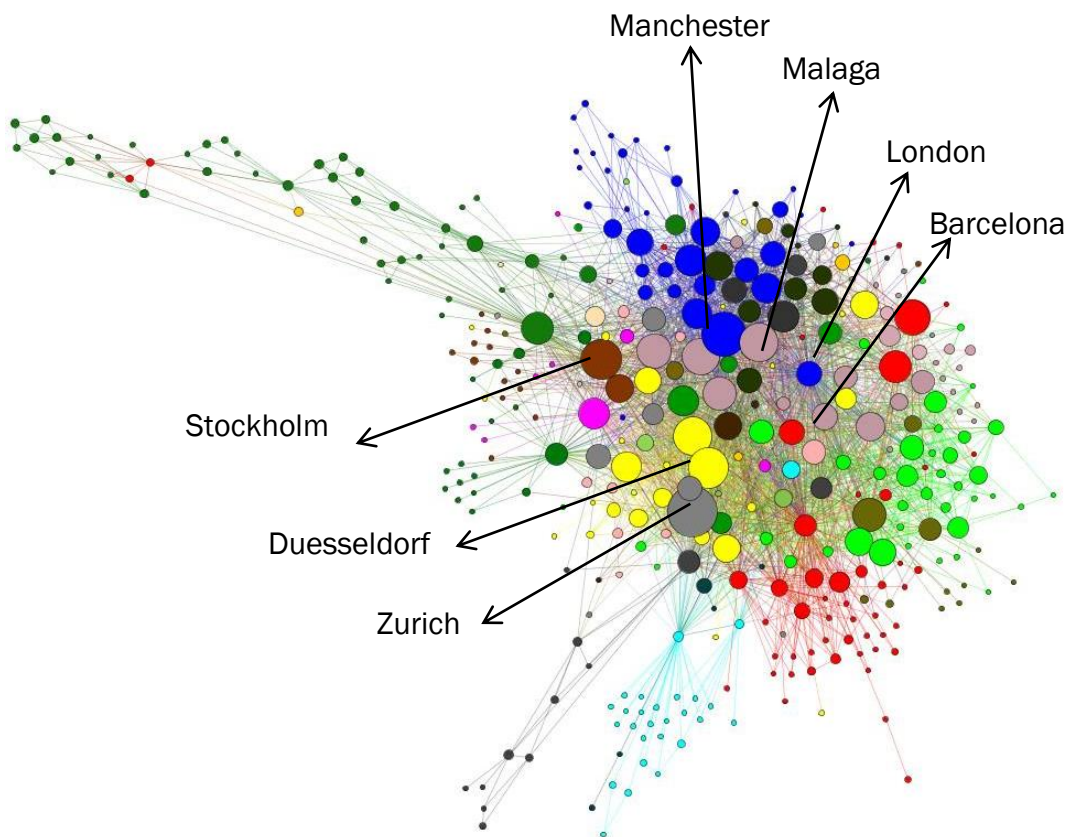


Figura 4.17 Red EUC escalada según la distribución de hubs.



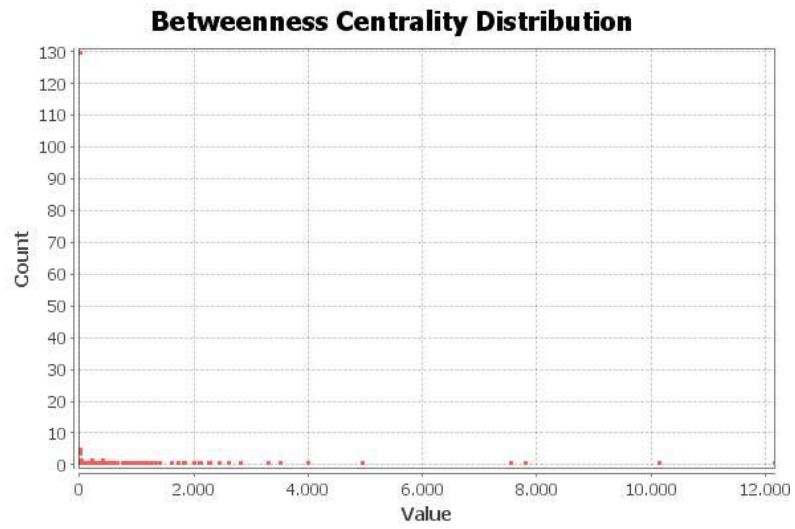


Figura 4.18 Distribución de la centralidad betweenness en la Red EUC sin normalizar.

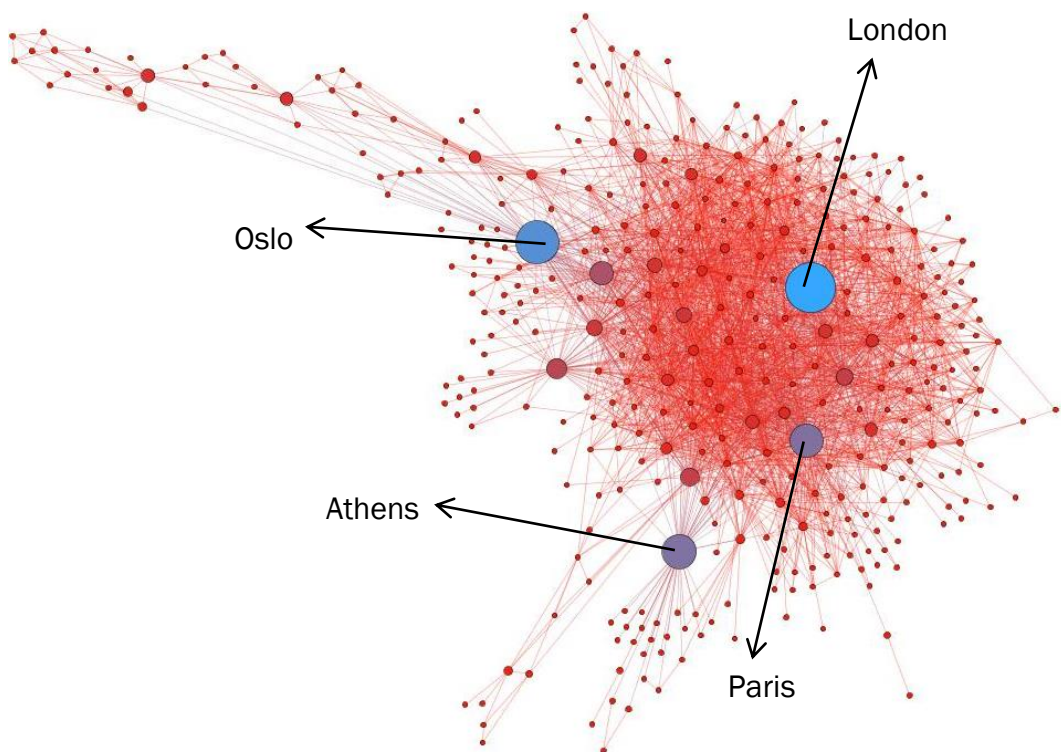


Figura 4.19 Red EUC escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada.

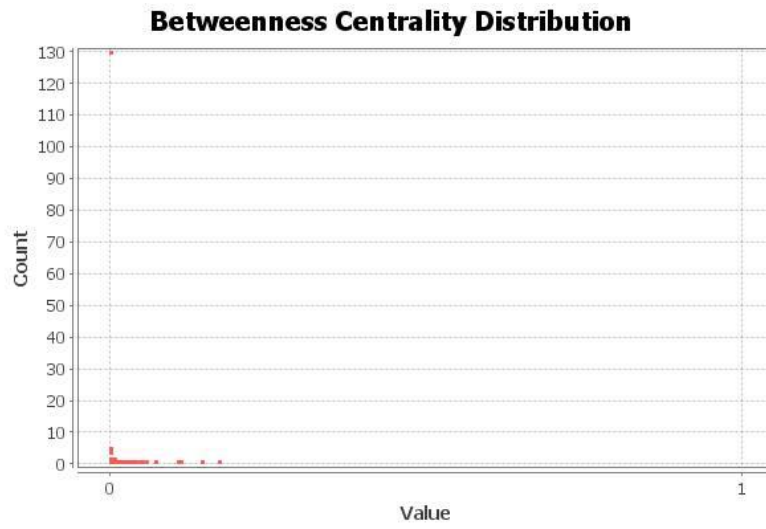


Figura 4.20 Distribución de la centralidad betweenness en la Red EUC normalizada.

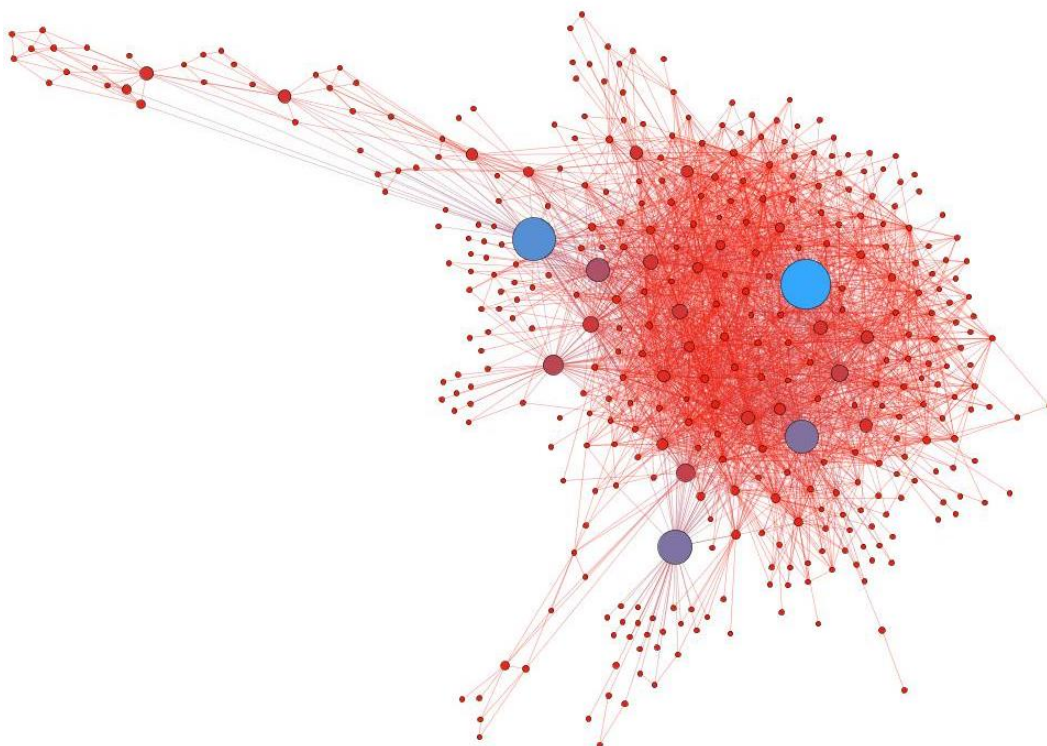


Figura 4.21 Red EUC escalada en función de la centralidad betweenness normalizada.

### 4.11 CENTRALIDAD CLOSENESS

El nodo más central es London con 1.61 puntos, seguido por Paris con 1.77 puntos y Amsterdam por 1.81 puntos. Por lo tanto no existirá un nodo central, si no que tenemos una aproximación al que sería el más céntrico de los disponibles. Por otra parte, los nodos más alejados del centro de la red son los aeropuertos noruegos de Batsfjord y Berlevag con 4.8 puntos. En la distribución de la centralidad closeness (Figura 4.22) tenemos identificados estos valores primeros y últimos clasificados, pero la gran mayoría de la dispersión se encuentra entre los valores 2 y 3, lo que indica que la centralidad de la red es bastante buena teniendo en cuenta la densidad de la misma.

En la Red EUC escalada según la centralidad closeness (Figura 4.23), se aprecia cómo según se van alejando los nodos del centro, van aumentando su tamaño. Existe una clara distinción entre aquellos aeropuertos que se suponen principales o intermedios y aquellos que son más secundarios, que tienen una centralidad closeness mucho mayor.

Tendremos además la distribución de centralidad closeness normalizada (Figura 4.24) y su representación en la Red EUC escalada según la centralidad closeness normalizada, donde se puede apreciar mejor el centro de la red (en color azul claro) (Figura 4.25).

### 4.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR

Según la centralidad eigenvector el nodo con mayor calidad en sus enlaces con sus vecinos es London, seguido por Paris y Roma, con un 15% menos de relevancia y un 16% respectivamente. En la distribución de la centralidad eigenvector (Figura 4.26) podemos observar como existen un gran número de aeropuertos mal conectados y según mejora esta conectividad, la densidad de la dispersión disminuye notablemente.

En la Figura 4.27 se representa la Red EUC escalada según la centralidad eigenvector. En esta red se observa que la cantidad de nodos periféricos peor conectados es superior a aquellos que están mejor conectados, que se sitúan en el centro de la red.

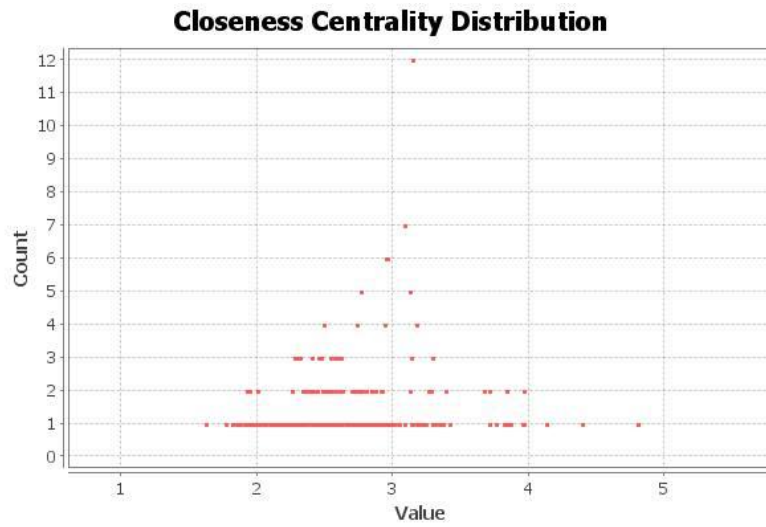


Figura 4.22 Distribución de la centralidad closeness en la Red EUC no normalizada.

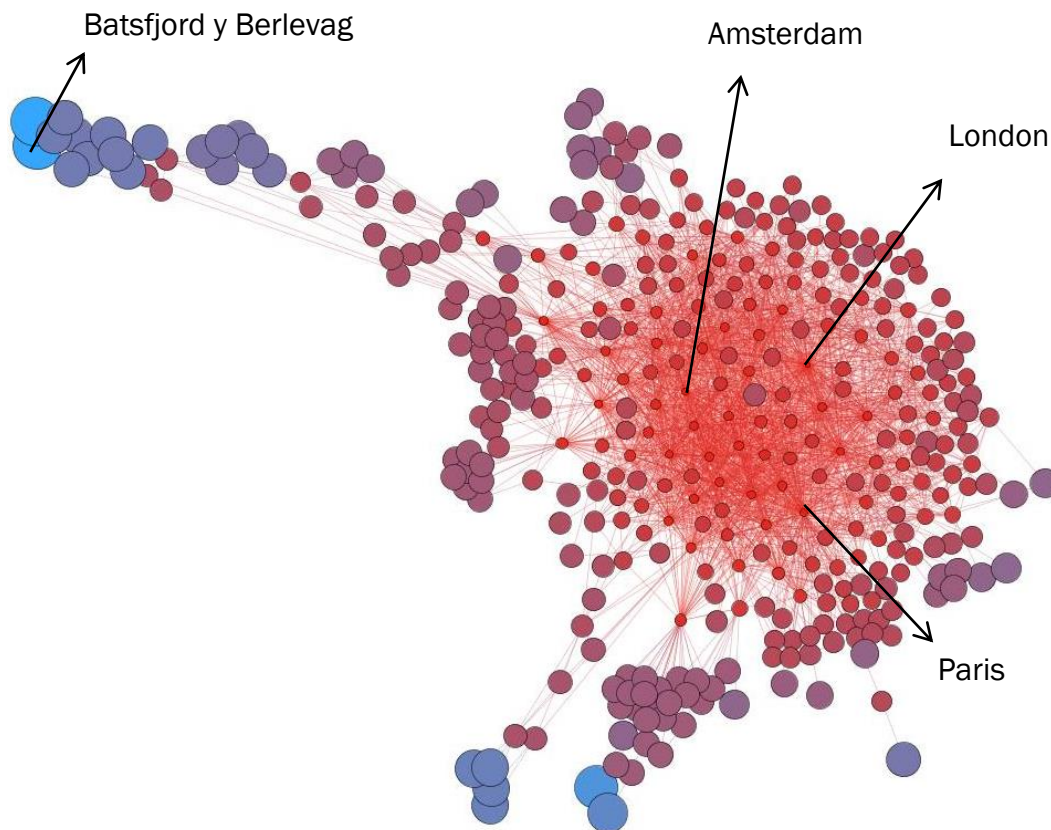


Figura 4.23 Red EUC escalada en función de la centralidad closeness no normalizada.

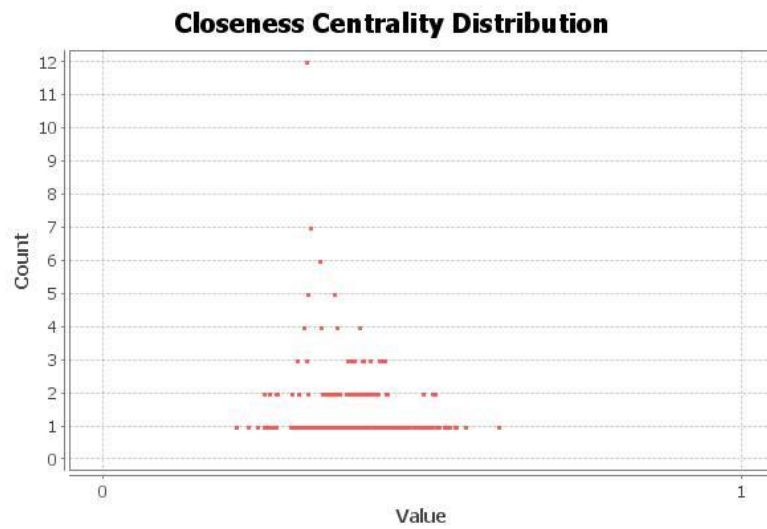


Figura 4.24 Distribución de la centralidad closeness en la Red EUC normalizada.

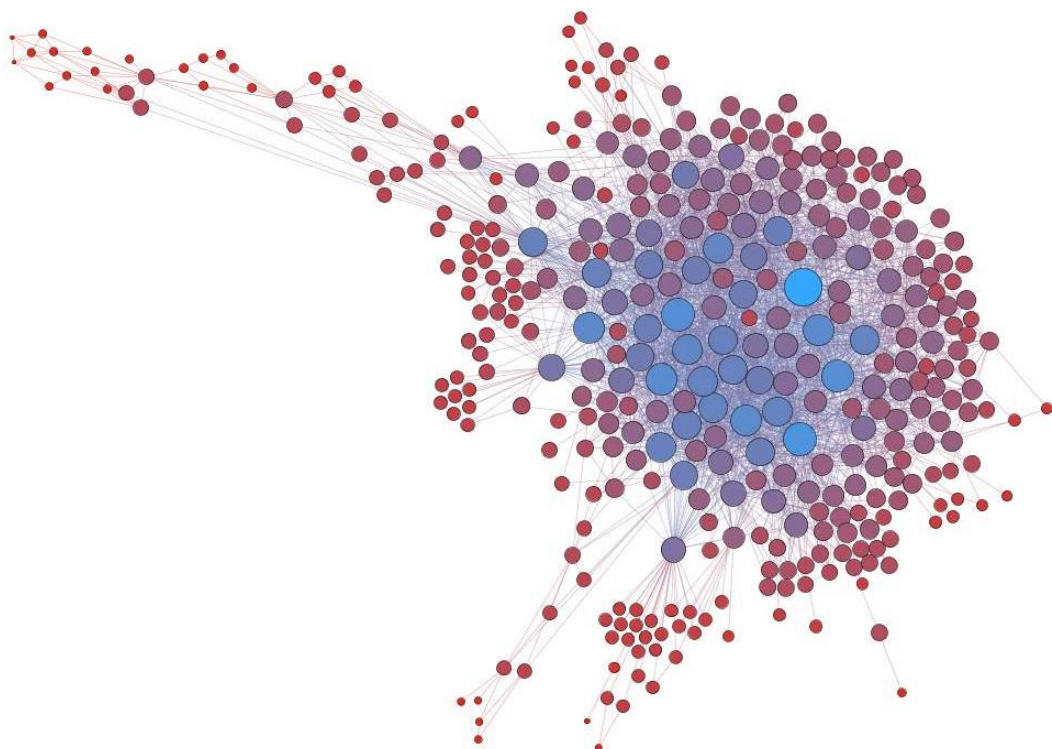


Figura 4.25 Red EUC escalada en función de la centralidad closeness normalizada.

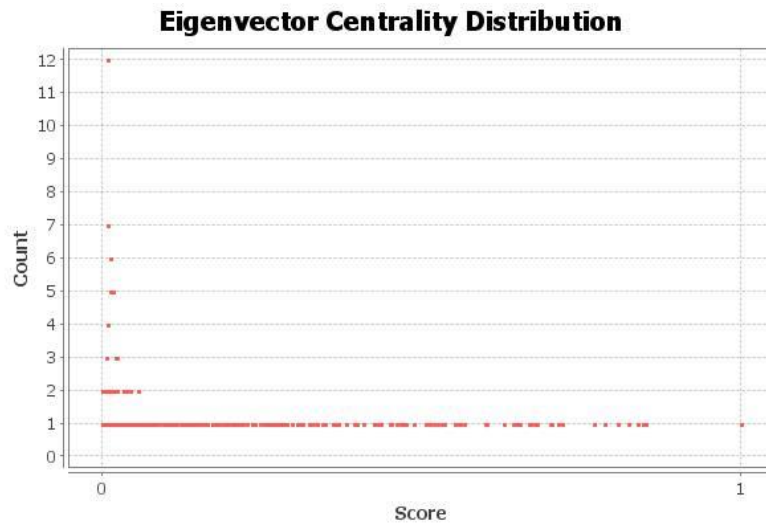


Figura 4.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la Red EUC.

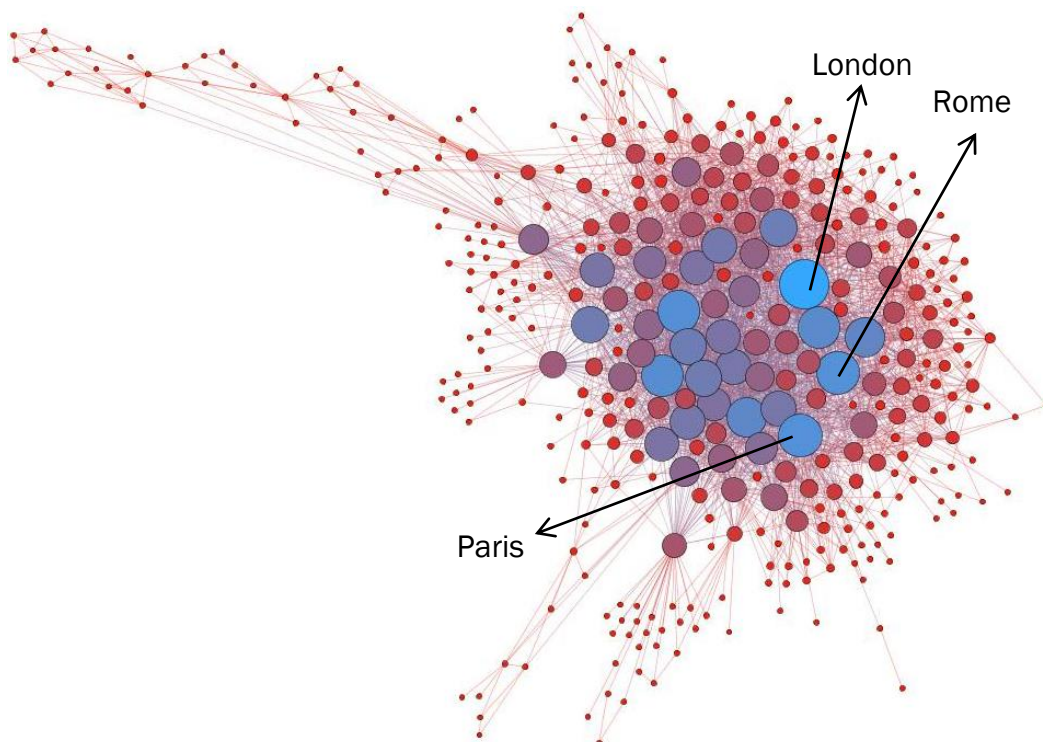


Figura 4. 27 Red EUC escalada en función de la centralidad eigenvector.

# CAPÍTULO 5

## RED EUROPA 128





## 5.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza la Red Europa 128 (EU128), que está formada por 128 nodos correspondientes a los 128 aeropuertos con mayor afluencia de pasajeros de Europa, enlazados a su vez por 1903 links (Figura 5.1).

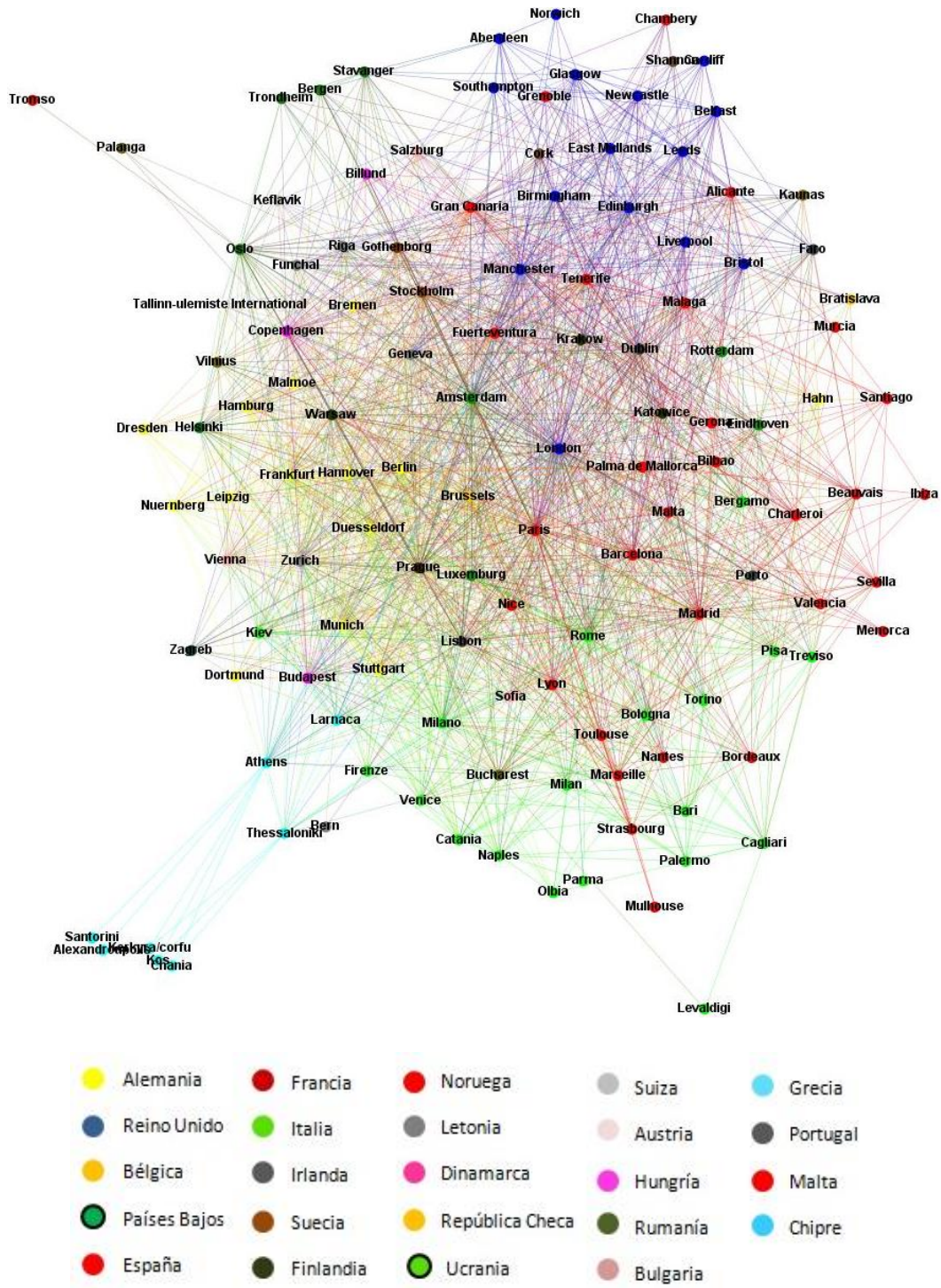


Figura 5.1 EU128 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado.

## 5.2 GRADO

El grado medio de la Red EU128 es 29.74. Este dato ha aumentado respecto a la Red EUC porque se han eliminado los aeropuertos menos importantes desde el punto de vista de pasajeros, que eran los que tenían menor grado en la Red EUC.

En la distribución de grado de la Red EU128 (Figura 5.2) podemos ver la dispersión que genera el conjunto de los nodos en cuanto al grado se refiere. Se observa que la gran mayoría de los nodos tienen un grado de alrededor de 20, siendo muy pocos los nodos que se sitúan en torno al valor 10. La cola superior de la dispersión tiene un peso muy importante ya que la cantidad de nodos con grados muy elevados es considerable. El nodo con mayor grado es London (grado=103), seguido a una diferencia elevada de Paris (grado=85) y Amsterdam (grado=85). Entre el aeropuerto más conectado y los dos que le siguen hay una diferencia de más del 15% del valor del primero. Los nodos con menor grado son Tromso (grado=1), Santorini (grado=1) y Alexandroupolis (grado=1).

En la Red EU128 escalada según el grado (Figura 5.3) podemos observar a simple vista que en España, Italia, Francia o Reino Unido, existen uno o dos aeropuertos con grados muy elevados y a continuación el resto de nodos de estos países reducen en gran medida su nivel de conexiones, que se pueden considerar prácticamente como aeropuertos de red nacional. Por ejemplo, en Francia, Paris (grado=85) está en segunda posición, para después tener que descender hasta la posición 40 para encontrar al siguiente aeropuerto de la red francesa, Lyon (grado=35). Esto mismo ocurre en España y Reino Unido, aunque en menor medida, ya que tienen pocos aeropuertos entre las primeras posiciones, quedando relegados el resto mucho más atrás en la clasificación. España dispone de Barcelona (grado=75) y Madrid (grado=71) en las posiciones sexta y octava, respectivamente. Los siguientes aeropuertos españoles son Tenerife (grado=60) y Gran Canaria (grado=59) en las posiciones decimoquinta y decimosexta, respectivamente. Esto refleja que la red española de aeropuertos dispone de una mejor conexión internacional, que países como Francia o Italia. Más destacable resulta aún la importancia en cuanto a conexiones de los aeropuertos alemanes, con 4 aeropuertos entre los primeros 15 clasificados: Frankfurt (grado=76), Munich (grado=71), Duesseldorf (grado=62) y Berlin (grado=60).

### 5.3 DENSIDAD

La densidad de la Red EU128 es 0.234. Aunque la densidad ha aumentado en relación a la Red EUC, seguimos estando ante una red que a pesar de contar con una gran cantidad de nodos, tiene un número realmente bajo de conexiones (1903) frente a la capacidad que realmente tiene la red en sí misma (8128 conexiones posibles).

Esto es debido a que haya un gran número de nodos con la conectividad muy baja. Esto se puede comprobar en la Red EU128 (Figura 5.1), en la que vemos que existe una cantidad considerable de nodos en la periferia de la red que disponen de muy pocas conexiones. Por el contrario en la zona más céntrica de la red se observa como la densidad de enlaces aumenta.

### 5.4 PASO MEDIO

La longitud de camino medio o paso medio de la Red EU128 es 2. Esto significa que si se quiere viajar entre dos destinos, hay una media de 1 escalas. Para tratarse de una red con muchos nodos muy periféricos según la Figura 5.1, este dato de paso medio es un buen resultado. A su vez, esta propiedad puede ser indicativa de una estructura basada en comunidades muy débil, lo que también pronostica una influencia débil de los aeropuertos con más conexiones.

### 5.5 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD:

La excentricidad máxima (diámetro) de la red es 4, que corresponde a los 5 aeropuertos secundarios griegos más Levaldigí y Tromso. No es un diámetro alto considerando el valor relativamente bajo de la densidad, lo que quiere decir que a pesar de no tener una gran cantidad de enlaces, la calidad de la distribución de los mismos es suficiente. Esto significa que para viajar entre los aeropuertos más alejados, hay que hacer 3 escalas. Por ejemplo, para ir desde Tromso (Noruega) a Santorini (Grecia) es necesario recorrer el camino: Tromso – Oslo, Oslo – Paris, Paris – Atenas y Atenas – Santorini.

Según la distribución de la excentricidad, la gran mayoría de nodos (104 nodos) tiene excentricidad 3. Sólo hay 17 nodos con excentricidad 2. (Figura 5.4). Esto indica que la mayoría de nodos se encuentran muy interrelacionados, mientras que son pocos los que se encuentran mejor conectados, y menos aún los peores conectados.

En la Red EU128 escalada según la excentricidad, se pueden ver estos nodos peor conectados en la periferia de la red (Figura 5.5). Mientras que en la parte central encontramos con el tamaño más pequeño, aquellos nodos con una excentricidad pequeña, los mejor conectados; estos resultan ser las grandes capitales europeas, además de varios aeropuertos alemanes. Alrededor de estos últimos y entre los peor conectados, encontramos el grupo de gran tamaño con excentricidad intermedia.

## 5.6 CLUSTERING

El coeficiente medio de clustering de la Red EU128 es 0,609. Este valor es muy similar al clustering de la Red EUC. En la Red EU128 escalada según el coeficiente de clustering (Figura 5.6) se observa que cuánto más cercanos se encuentran los nodos respecto al núcleo central de la red, menor tamaño tienen.

En la distribución del coeficiente de clustering en la Red EU128 (Figura 5.7) vemos que hay 4 valores con coeficiente 0, lo cual es debido a que estos nodos tienen únicamente un enlace, por lo que no puede tener vecinos conectados entre sí. También tendremos a los nodos con mayor grado entre los peores clasificados en cuanto al coeficiente de clustering: London, Paris y Amsterdam. Esto tiene sentido al pensar en la gran cantidad de enlaces que poseen estos nodos, la probabilidad de que dos nodos que correspondan a aeropuertos discretos que tengan conexión directa con estos grandes nodos centrales, estén conectados, es muy baja. Por ejemplo, Santiago está conectado con London al igual que lo está Catania, pero entre Santiago y Catania no existe conexión. Este efecto ocurre en muchos de los nodos centrales que tienen conexiones muy diversas.

También ocurre que nodos con pocas conexiones, consiguen tener un coeficiente de clustering muy alto. Tienen un clustering=1 los nodos: Bern (grado=2), Kerkira (grado=2), Chania (grado=2), Kos (grado=2), Parma (grado=3), Menorca (grado=5), Mulhouse (grado=3) y Palanga (grado=3). Tomemos por ejemplo el caso de Menorca, que tiene enlaces con London, Madrid, Barcelona, Palma de Mallorca y Valencia. Podemos apreciar que tres de los nodos con los que conecta, son de los más importantes de la red, y que además los otros dos aeropuertos españoles, Palma de Mallorca (grado=35) y Valencia (grado=32), están a su vez muy bien conectados con el resto. Se forma así un ciclo que convierte a Menorca en un nodo de coeficiente de clustering=1.

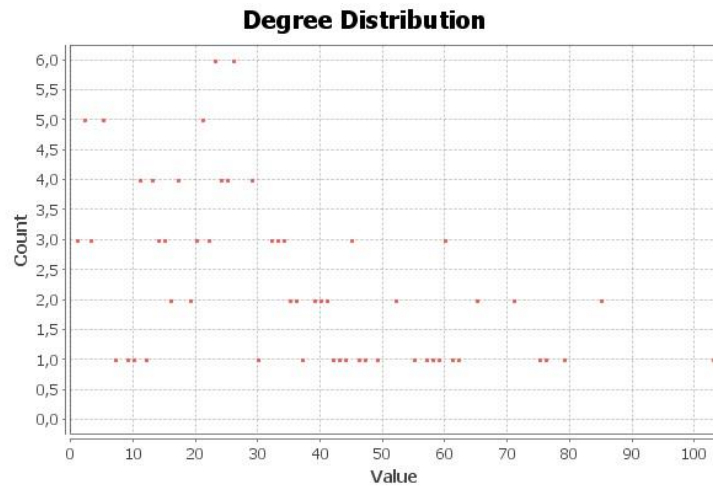


Figura 5.2 Distribución de grado en la EU128.

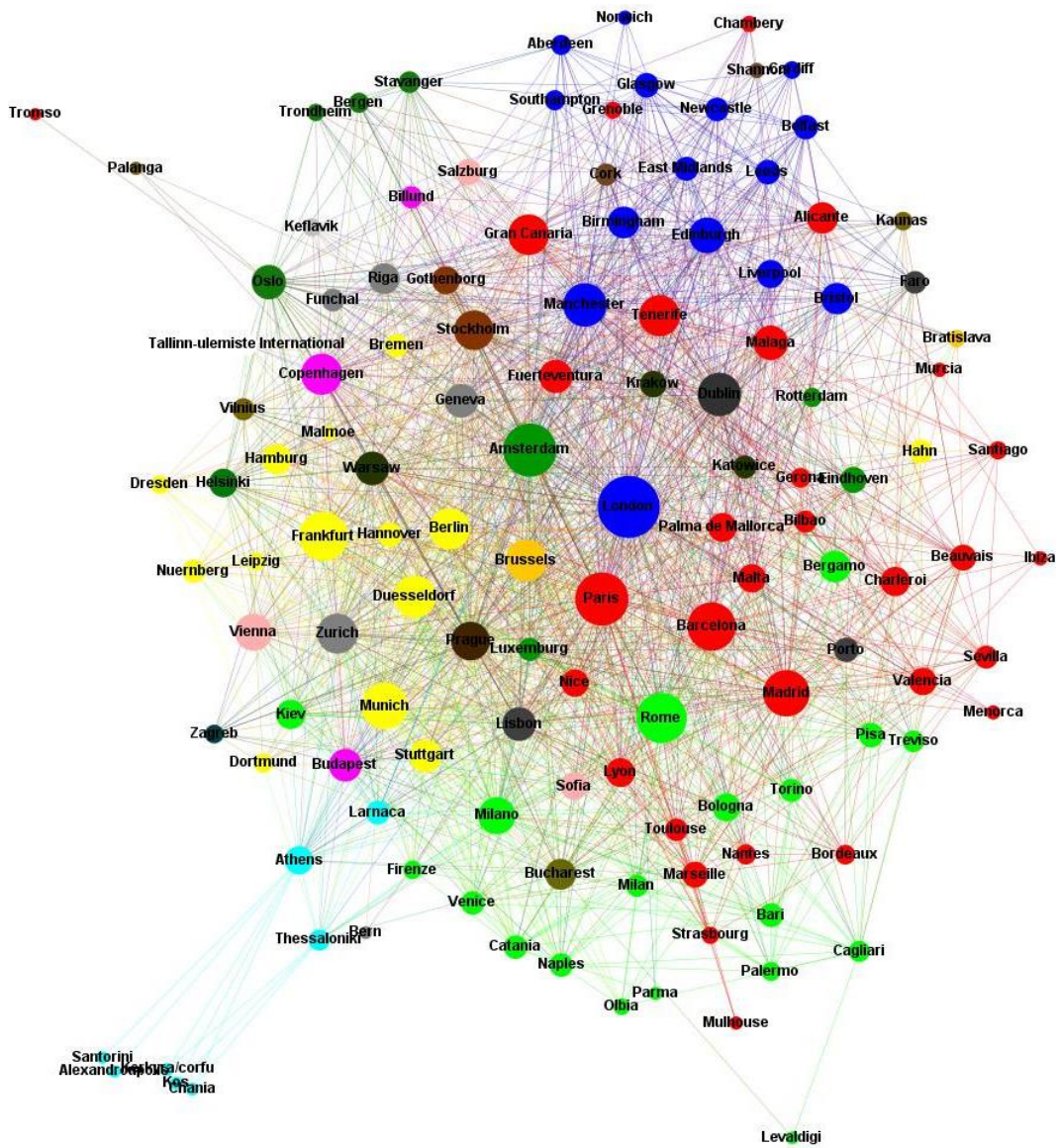


Figura 5.3 EU128 escalada según el grado de los nodos.

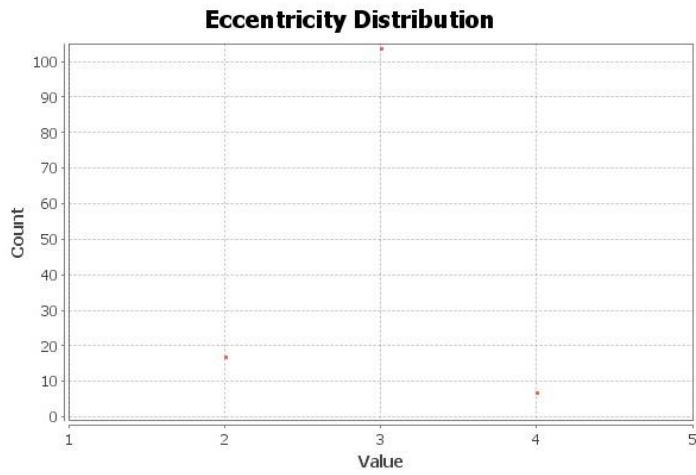


Figura 5.4 Distribución de la excentricidad en la EU128.

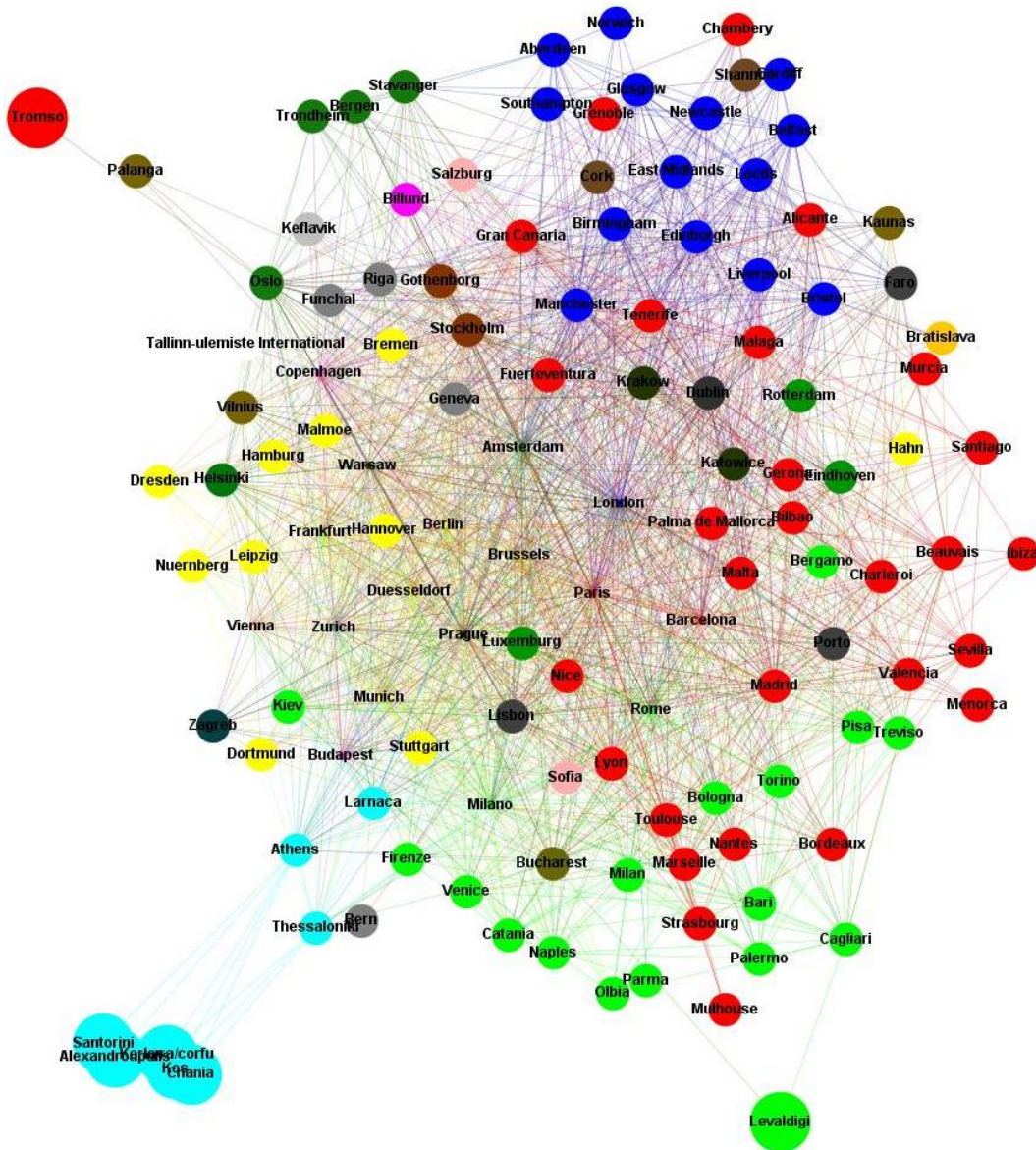


Figura 5.5 EU128 escalada en función de la excentricidad.

## 5.7 MODULARIDAD

Los tres estudios de modularidad que se han realizado han sido para un factor de resolución de 1, 1.5 y 0.5. siendo 1.5 el factor con el que menos comunidades obtendremos y 0.5 con el que más.

Para un factor de resolución 1.5, la modularidad es 0, por lo que no se crea ninguna distinción según comunidades en la red. Es necesario entonces, disminuir el coeficiente de resolución hasta que al menos se pueda dividir en dos comunidades. Dicho coeficiente resulta ser 1.4, con el que obtenemos estas dos comunidades con 48 y 80 nodos cada una (Figura 5.8). La modularidad de la red en este caso es de 0.141. En la Red EU128 escalada según esta distribución de modularidad (Figura 5.9) podemos observar como los aeropuertos más importantes están reunidos en la misma red (la más numerosa), mientras que otro grupo lo forman aeropuertos de menor importancia en líneas generales, entre ellos se encuentra la mayoría de aeropuertos británicos entre otros.

Para un factor de resolución 1, la modularidad es 0.171 con un total de 4 comunidades. Con este valor de modularidad se puede afirmar que la distribución de la Red EU128 en comunidades es débil, los enlaces dentro de las mismas no están lo suficientemente bien distribuidos como para conformar una estructura de comunidades fuerte. Como se puede apreciar en la distribución según las comunidades (Figura 5.10) tendremos comunidades con 12, 30, 39 y 47 nodos cada una. En la Figura 5.11 se pueden distinguir estos grupos según tamaño y color. A pesar de no estar fuertemente estructurada, sí que se pueden deducir algunos patrones dentro de cada uno de los conjuntos; por ejemplo en la comunidad que aparece en la parte inferior (rojo), se pueden encontrar la mayoría de los aeropuertos pertenecientes a la península ibérica junto con algunos aeropuertos franceses, o en el grupo que se encuentra en el extremo izquierdo de la red en color azul, que podemos encontrar a prácticamente la totalidad de aeropuertos ingleses. Además en el centro de la red se pueden distinguir los grandes nodos responsables de esta partición: Amsterdam, London, Paris y Munich.

Para un factor de resolución 0.5, la modularidad es 0.125 con un total de 15 comunidades. Como observamos en la distribución de la modularidad, los tamaños varían desde los 2 nodos por comunidad hasta los 16 (Figura 5.12). Uno de los grupos de tamaño intermedio con 7 nodos es el que forma Grecia, en este caso se aprecia perfectamente como Athens y Thessaloniki separan a esta comunidad del resto, se puede considerar como un ejemplo significativo de cómo dos nodos pertenecientes a un mismo país sirven de nexo de unión

al resto de aeropuertos de la red interna griega, con el resto de las red y de las comunidades (Figura 5.13).

## 5.8 PAGERANK

Los aeropuertos más relevantes de la red son London (PageRank=0.025), Paris (PageRank=0.021) y Amsterdam (PageRank=0.020). La distribución del PageRank (Figura 5.14) refleja que hay varios valores muy próximos a 0, que son: Tromso (PageRank=0.014), Santorini (PageRank=0.014) y Alexandroupolis (PageRank=0.15) y Bern (PageRank=0.16). Prácticamente no existe diferencia entre los resultados que ofrecen los estudios de grado y PageRank, los nodos con más enlaces resultan ser los más relevantes, y a su vez resultan ser los que mayor cantidad de pasajeros reciben (Figura 5.15).

## 5.9 HUBS

Los aeropuertos más importantes en la red son: London (0.026), Paris (0.022) y Amsterdam (0.022), siendo en este caso la diferencia entre el primero y los siguientes casi de un 20% (Figura 5.16). En la distribución de hubs (Figura 5.17) podemos ver varios nodos con valor 0, estos nodos más alejados de identificarse como hubs son: Bern, Kerkyra, Chania, Kos, Levaldigi, Alexandroupolis, Santorini y Tromso, todos ellos con valores del orden de  $10^{-5}$ .

Concluimos que hay 3 hubs que dominan la red. Esto supone que si estos nodos desapareciesen, la estructura de la red cambiaría totalmente. Aun así, a pesar de resultar importantes a nivel global de la red, el gran número de nodos con grado intermedio y que estos tres nodos estén tan conectados entre ellos perjudica su posición como hubs en la red.



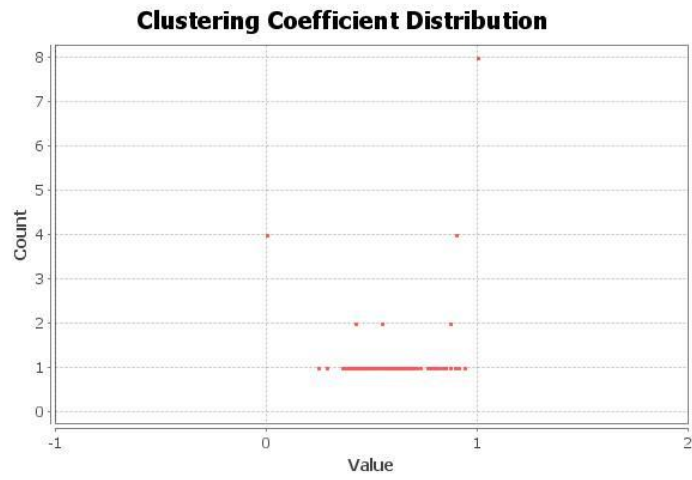


Figura 5.6 Distribución del coeficiente de clustering en la EU128.

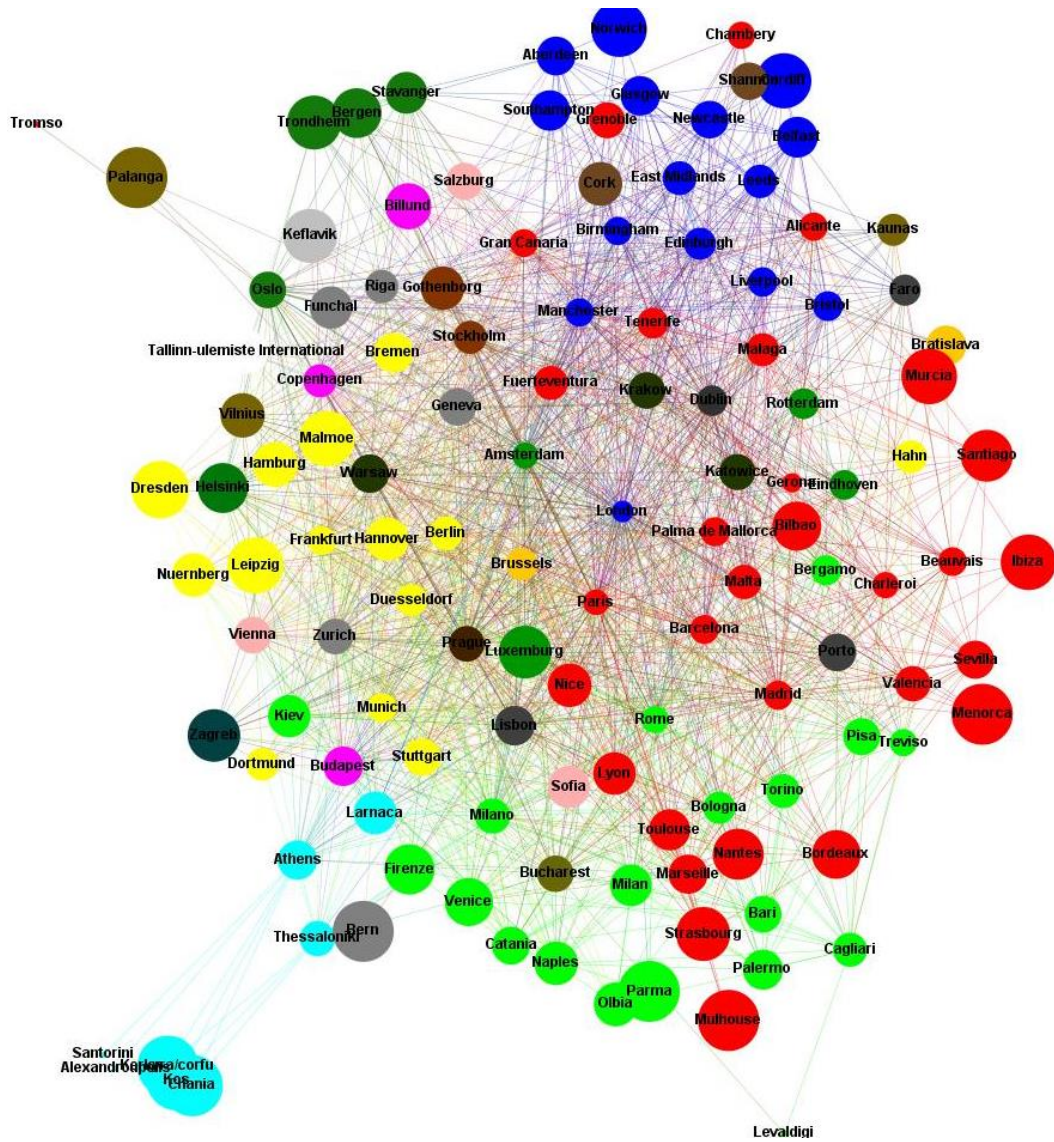


Figura 5.7 EU128 escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo.

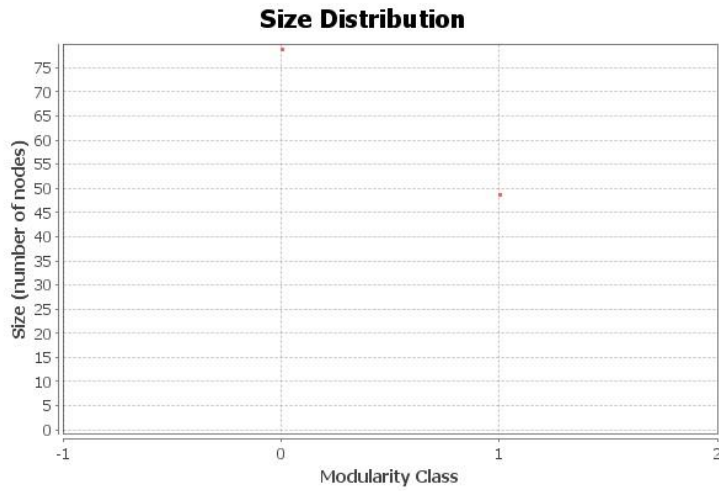


Figura 5.8 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 1.4.

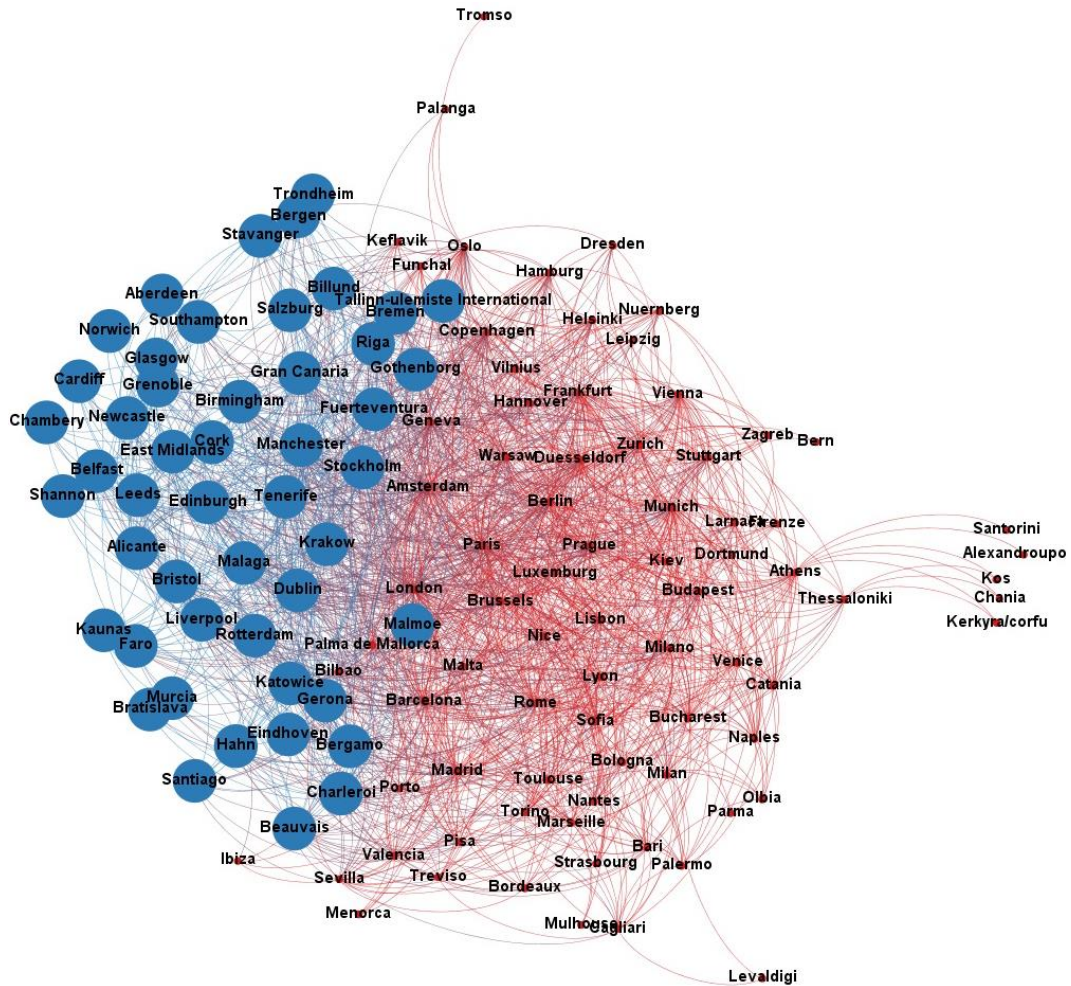


Figura 5.9 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1.4. Cada comunidad aparece en un color.

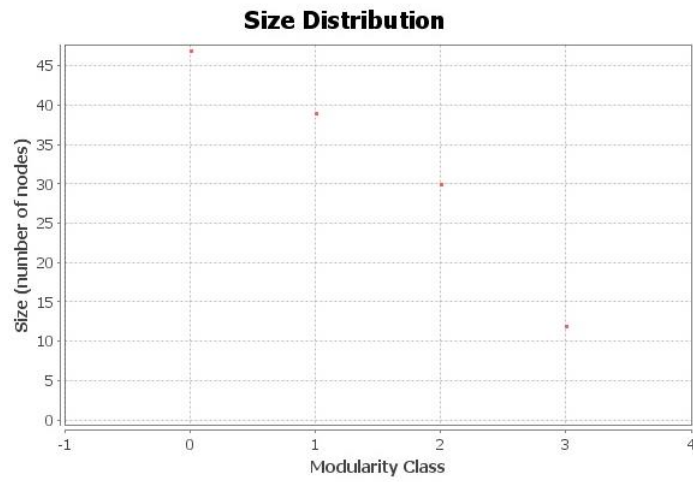


Figura 5.10 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 1.

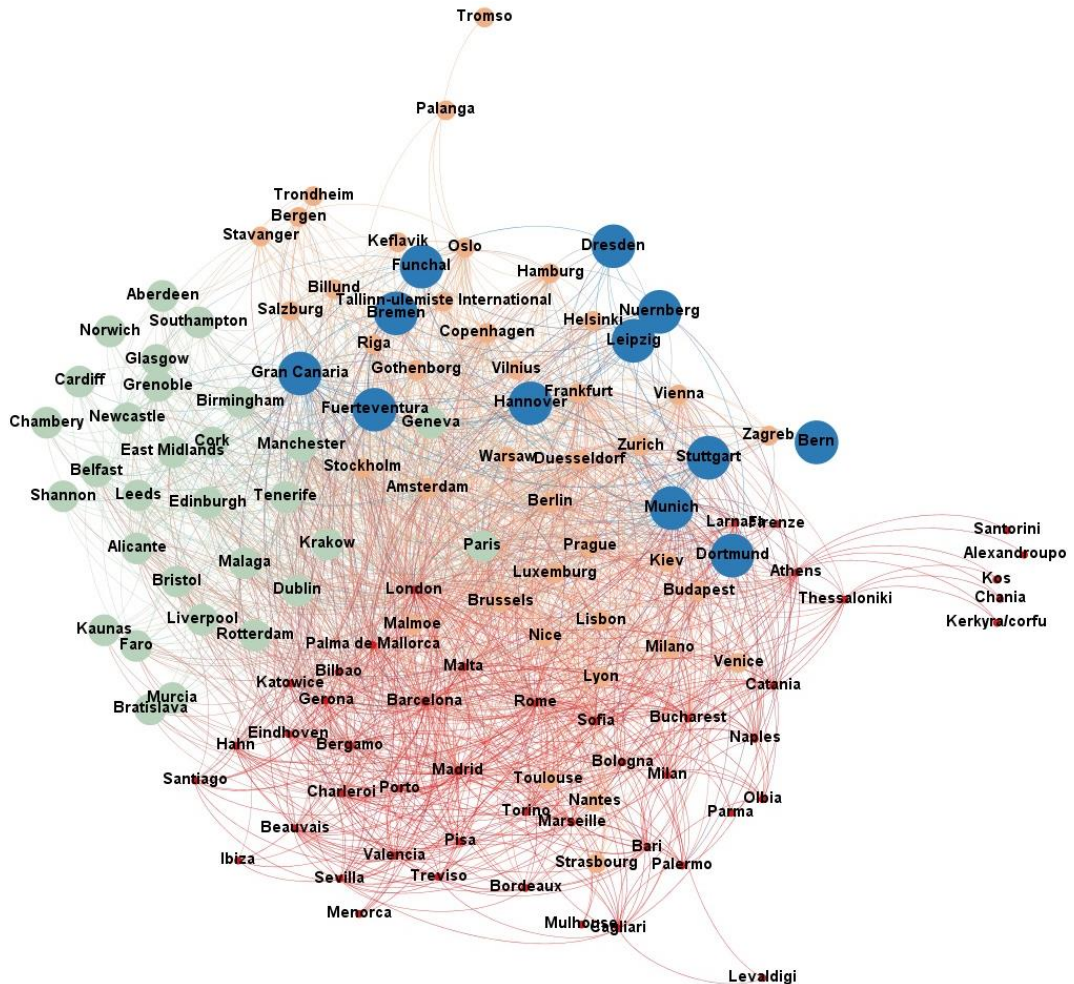


Figura 5.11 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color.

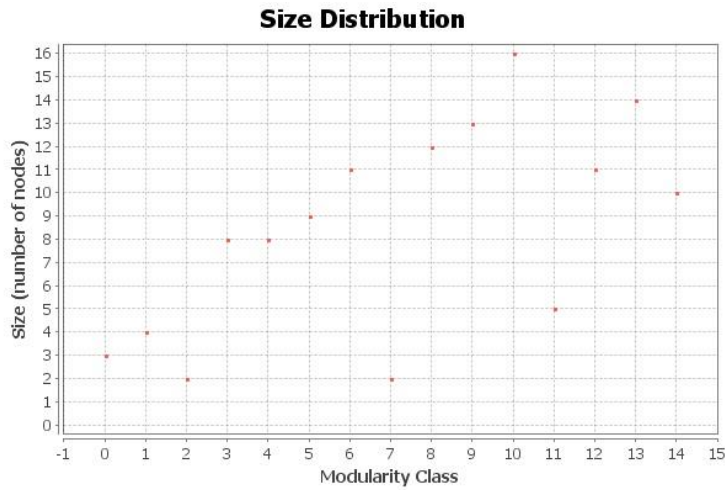


Figura 5.12 Distribución de comunidades en la EU128 con un factor de resolución 0.5.

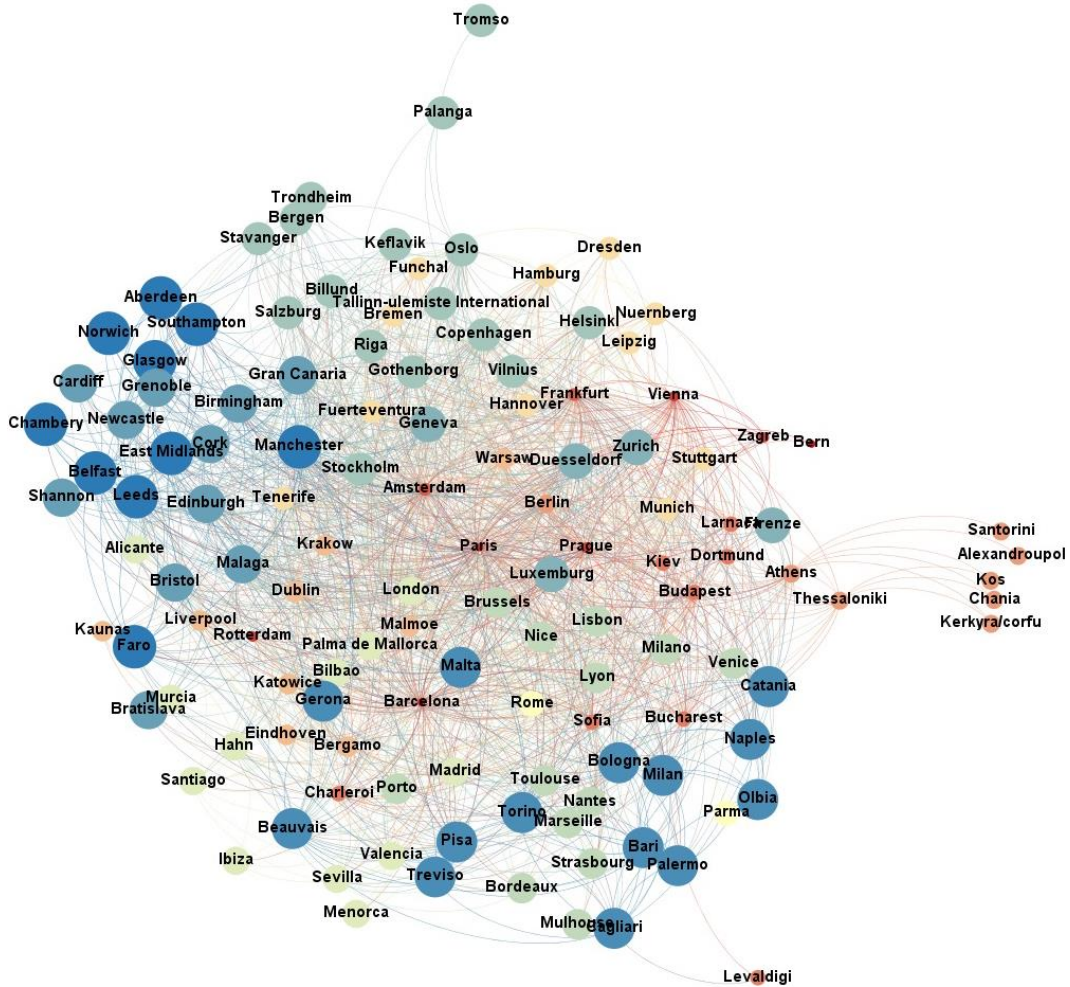


Figura 5.13 EU128 escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color.

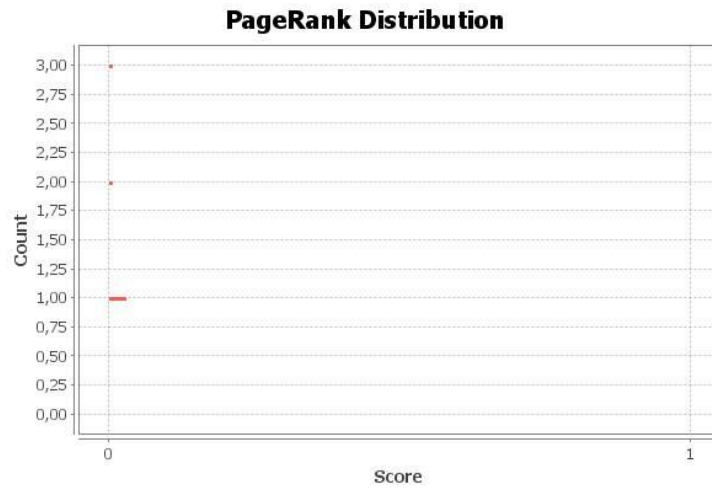


Figura 5.14 Distribución de PageRank en la EU128.

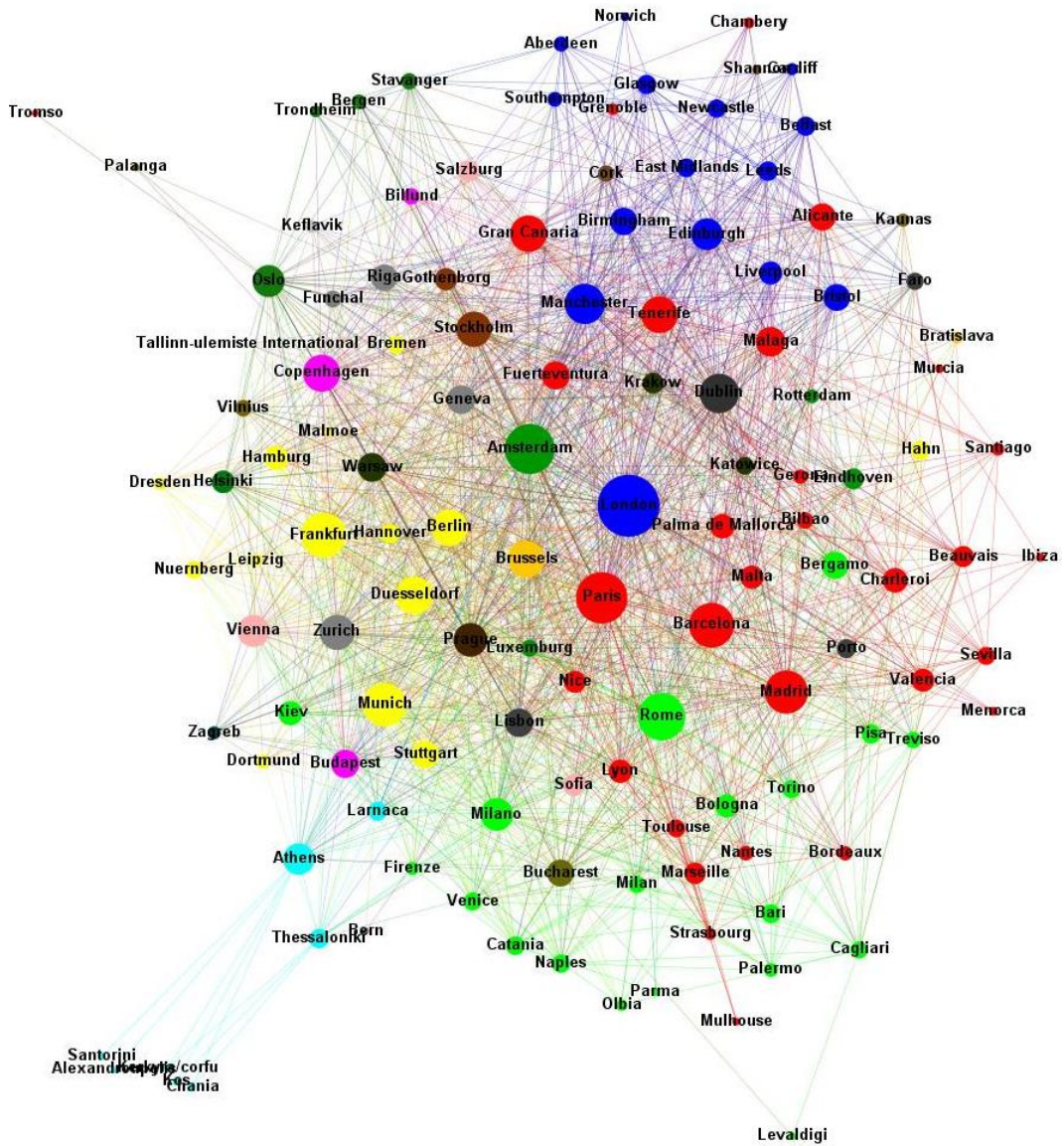


Figura 5.15 EU128 escalada según PageRank

## 5.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS:

En la distribución de la centralidad betweenness (Figura 5.18) se observa que el grueso de los nodos se encuentra por debajo de los 100 puntos. En la Red EU128 escalada según la centralidad betweenness (Figura 5.19) se puede apreciar como el nodo que más veces se recorrerá es London, con un resultado de 896. Pero lo más destacable es el segundo puesto que ocupa Athens, con 507 puntos, superando a Paris y a Amsterdam con 351 y 294, respectivamente. Por lo tanto, a pesar de que Paris y Amsterdam están entre los primeros nodos en cuanto al resto de parámetros se refiere, tratando con la centralidad betweenness resulta Athens la segunda más importante después de London, es decir, si de transmisión de información se tratase, Athens sería un nodo mucho más importante.

En caso de la distribución de la centralidad betweenness normalizada (Figura 5.20), se aprecia el nodo London alejado a una distancia considerable del resto y los nodos con centralidad betweenness mínima, ya que sólo se recorrerían en caso de ser ellos mismos el nodo origen o destino. En la Figura 5.21 aparece representada la Red EU128 escalada según la centralidad betweenness normalizada, donde se puede seguir apreciando la posición de Athens en el conjunto de la red. Los valores normalizados serán de 0.11 para London y 0.06 para Athens.

## 5.11 CENTRALIDAD CLOSENESS:

En la distribución de la centralidad closeness (Figura 5.22) observamos como la dispersión de los nodos se produce alrededor del valor 2. El nodo central según la simulación será London, seguido de Paris y Amsterdam (1.33 puntos). Por otra parte, los nodos más periféricos serán Alexandroupolis y Santorini, los dos aeropuertos griegos. Se podrá considerar que los aeropuertos secundarios griegos son la red interna de aeropuertos más alejada del centro de la red, ya que además de los dos mencionados, aparecen Kerkyra, Chania y Kos entre los 6 últimos clasificados.

En la Red EU128 escalada según la centralidad closeness (Figura 5.23) aparecen estos nodos griegos como aquellos que tienen un tamaño superior, identificándose así como los más alejados del nodo central London. Además en la red se pueden distinguir como 4 de los aeropuertos alemanes tienen una centralidad closeness muy baja, lo que indica que la red alemana de aeropuertos está muy bien comunicada y se puede considerar un grupo muy céntrico de nodos.

La distribución de centralidad closeness normalizada (Figura 5.24) sigue el mismo patrón que sin normalizar, pero en este caso entre los valores 0 y 1, y suponiendo los valores cercanos a 1 como los más céntricos y 0 los más alejados. Este cambio en la forma que tiene Gephi de presentar la red normalizada queda reflejado en la Figura 5.25.

### **5.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR:**

El nodo cuyos vecinos son los mejor conectados es London, seguido por Amsterdam y Paris (0.92 puntos frente a 1 de London). En la distribución de la centralidad eigenvector vemos como la gran mayoría de los nodos se encuentran en la mitad inferior de la dispersión (Figura 5.26). También tendremos de nuevo como peor clasificados a los nodos secundarios griegos (Figura 5.27). Debido a esta diferencia tan pronunciada en la distribución, se puede deducir que la calidad de las conexiones es buena en muy pocos nodos de la red, resultando la calidad general de estos enlaces como intermedia.

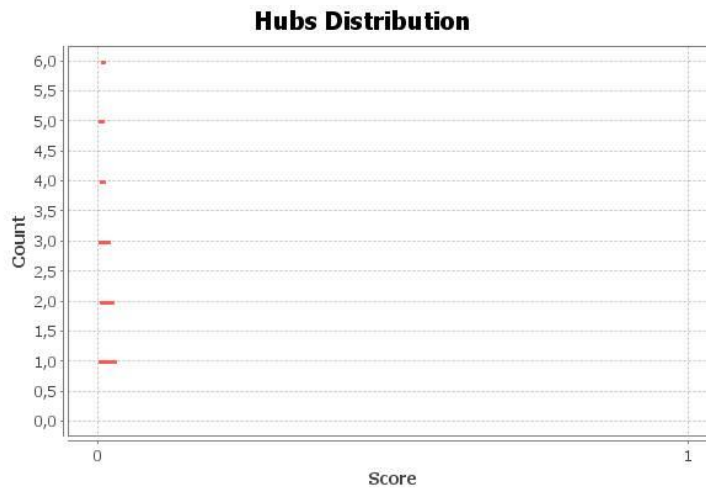


Figura 5.16 Distribución de Hubs en la EU128.

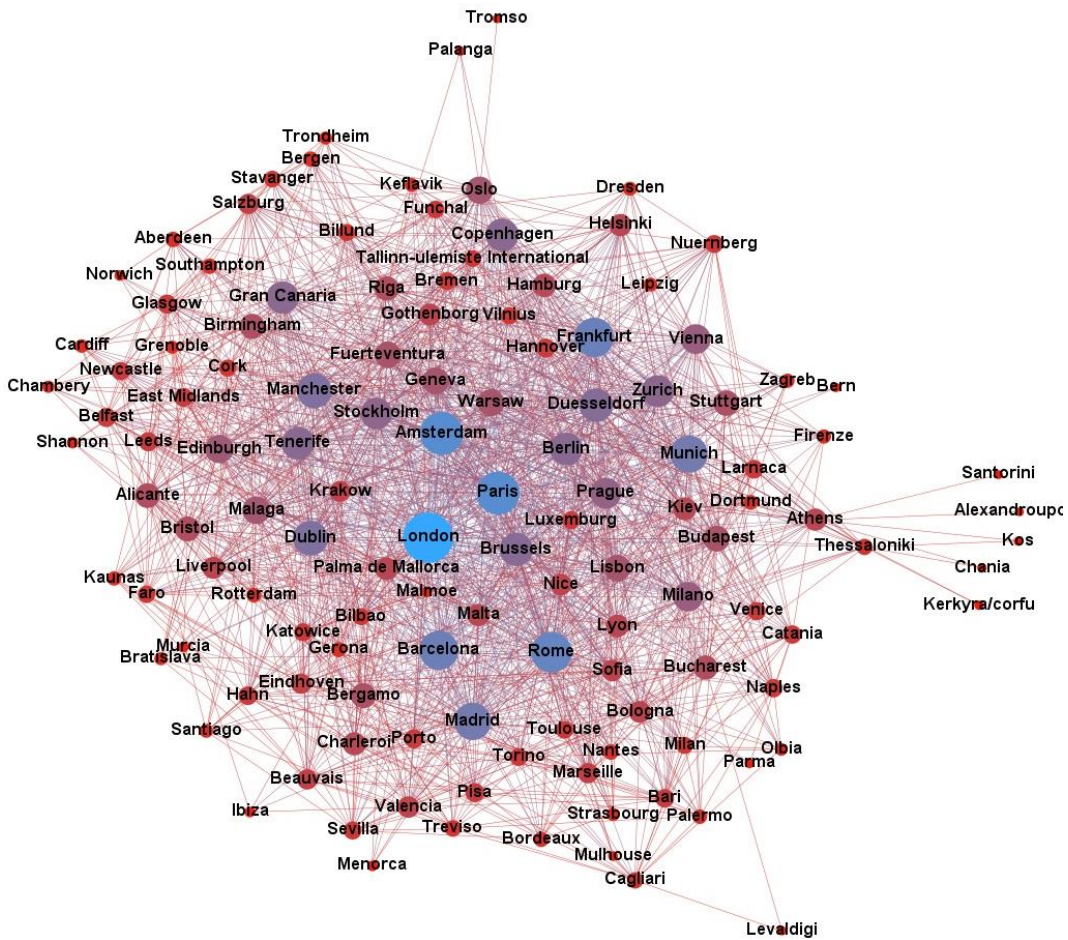


Figura 5.17 EU128 escalada según Hubs.



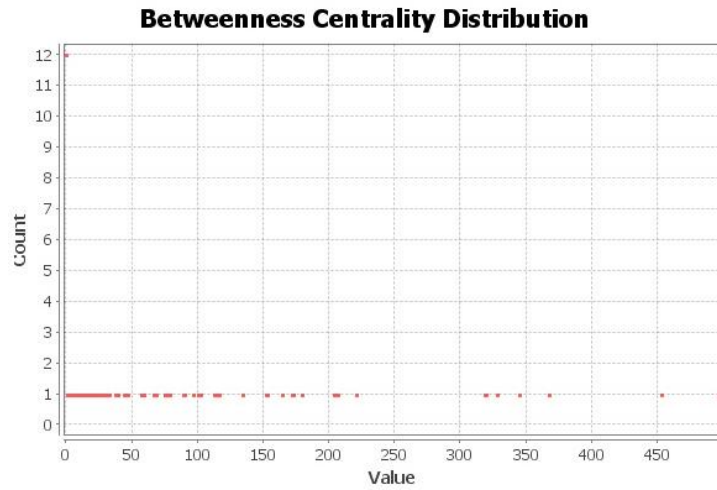


Figura 5.18 Distribución de la centralidad betweenness sin normalizar en la EU128.

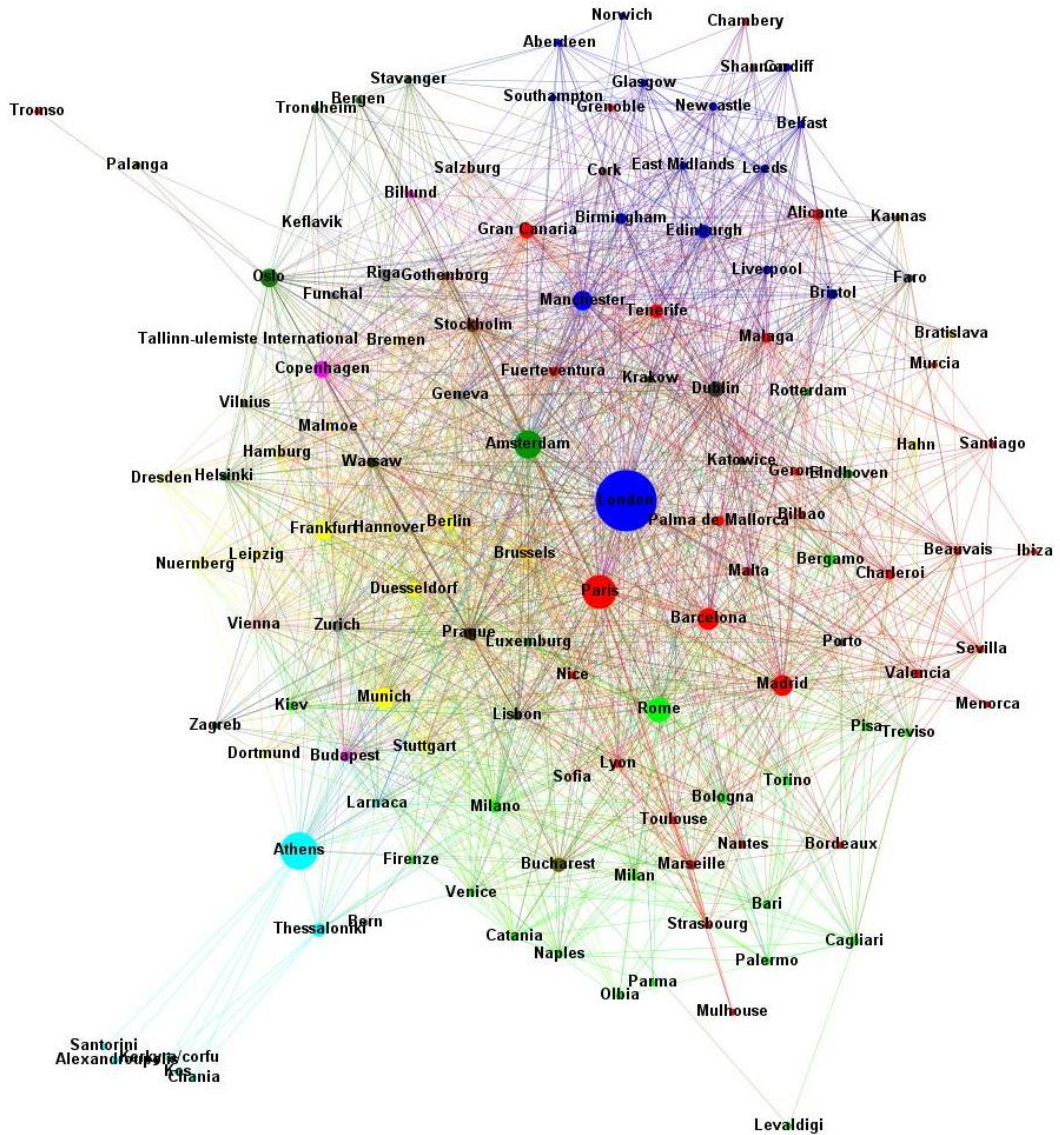


Figura 5.19 EU128 escalada según centralidad betweenness sin normalizar.

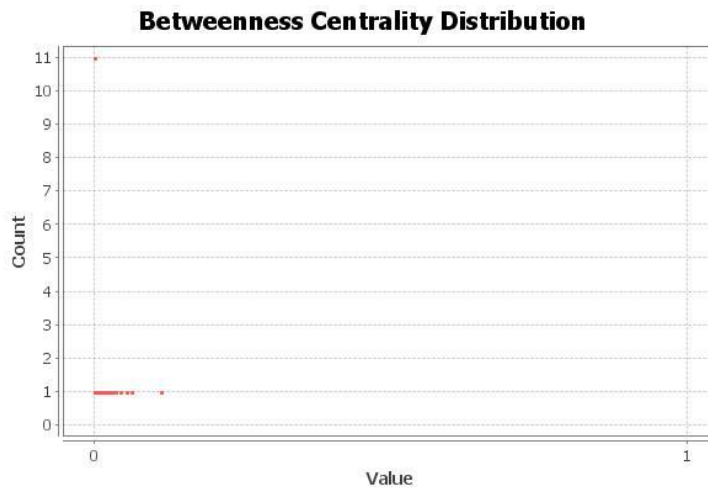


Figura 5.20 Distribución de la centralidad betweenness normalizada en la EU128.

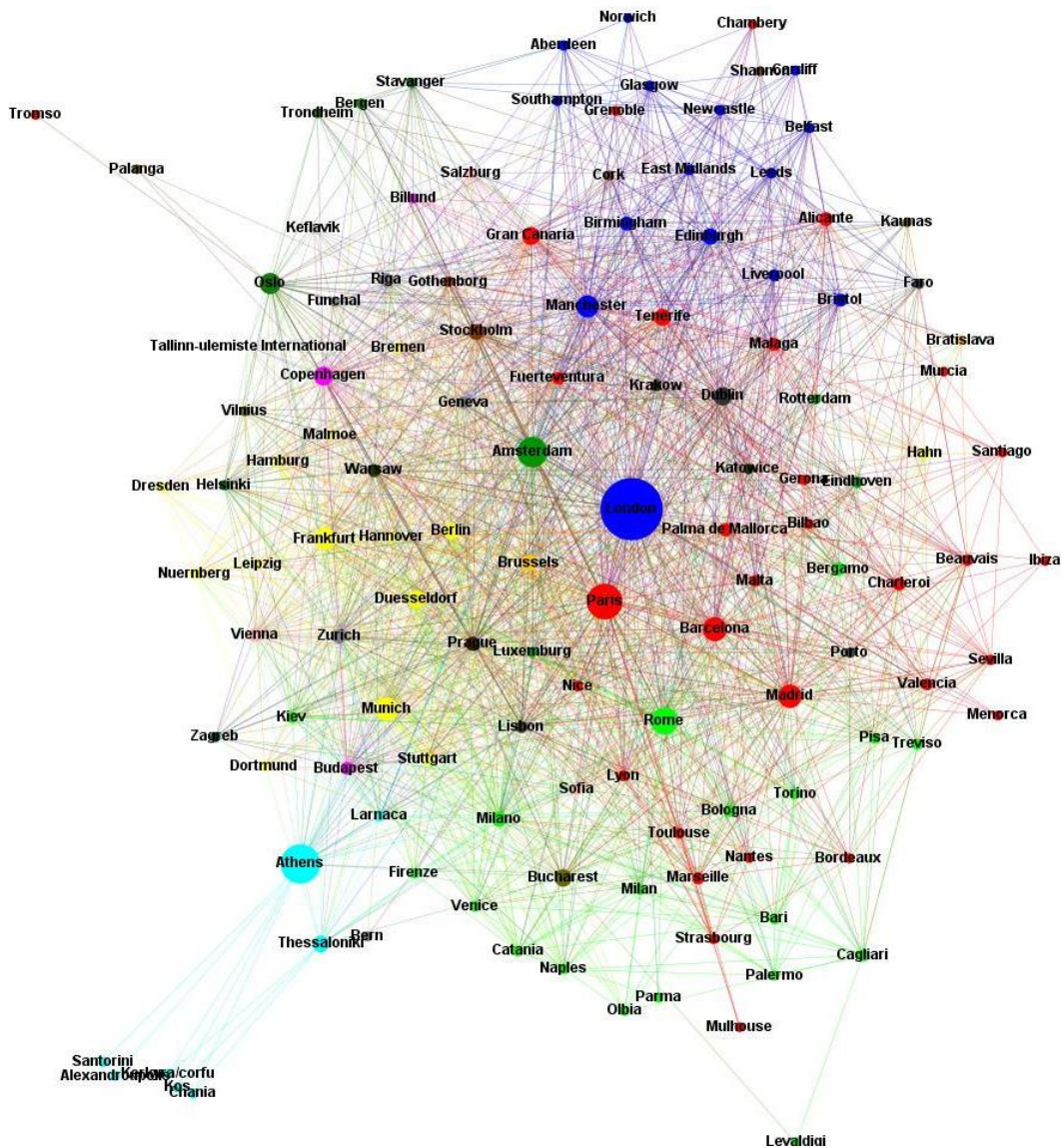


Figura 5.21 EU128 escalada según centralidad betweenness normalizado.

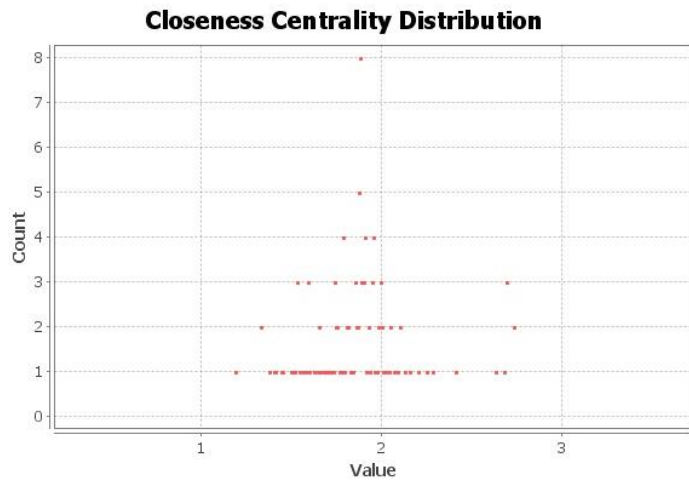


Figura 5.22 Distribución de la centralidad closeness sin normalizar en la EU128.

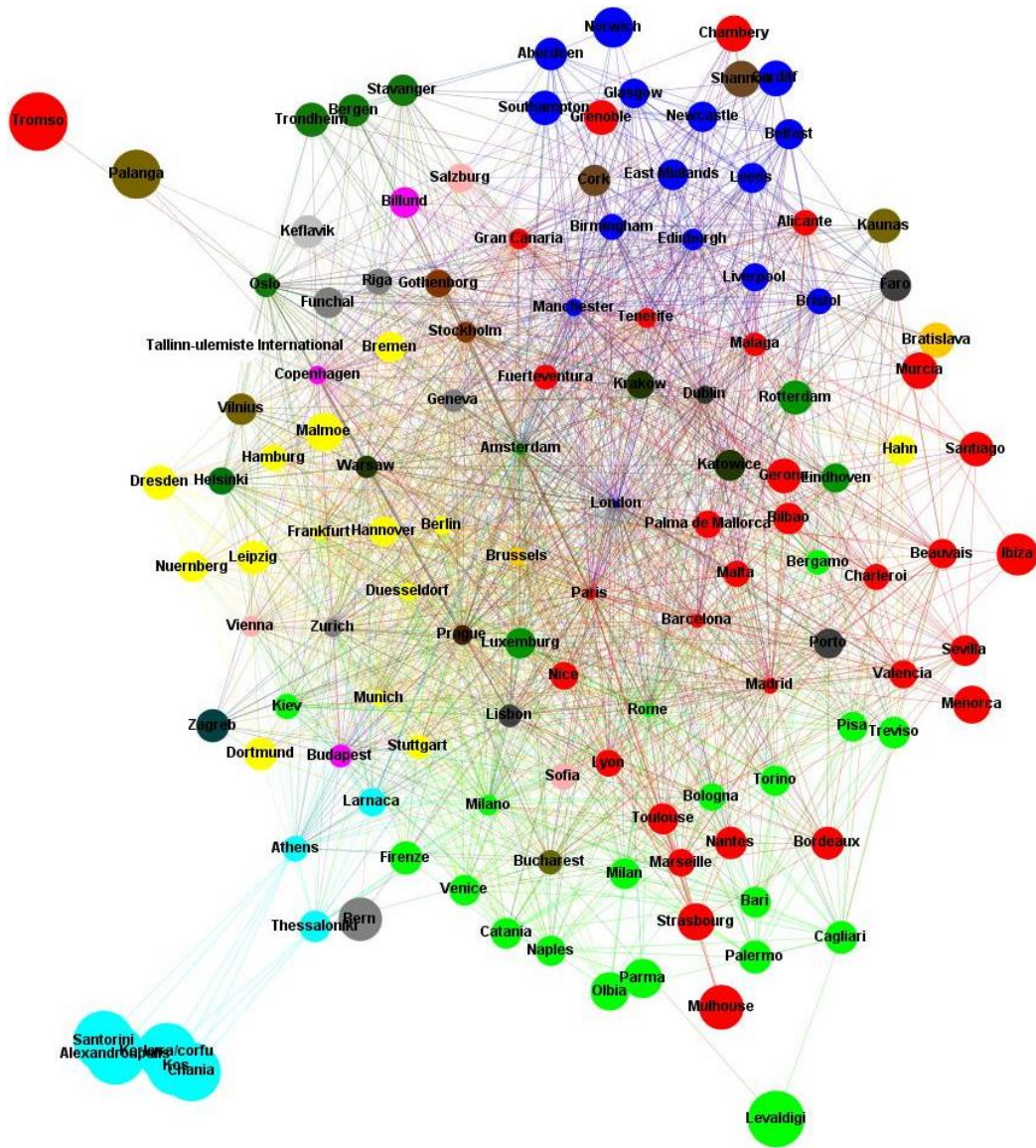


Figura 5.23 EU128 escalada según centralidad closeness sin normalizar.

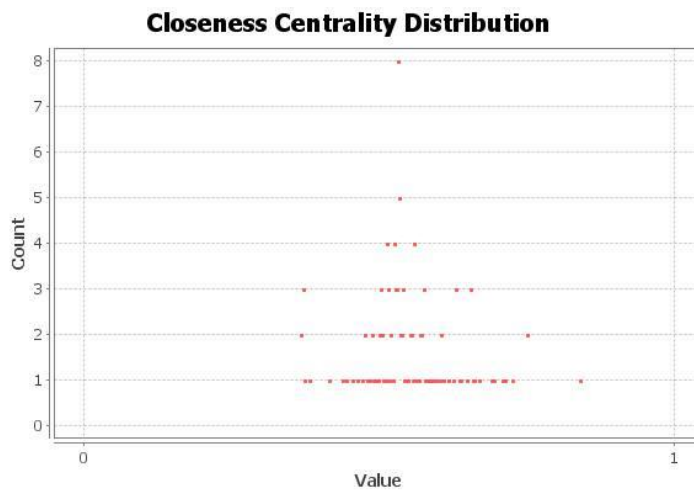


Figura 5.24 Distribución de la centralidad closeness normalizada en la EU128.

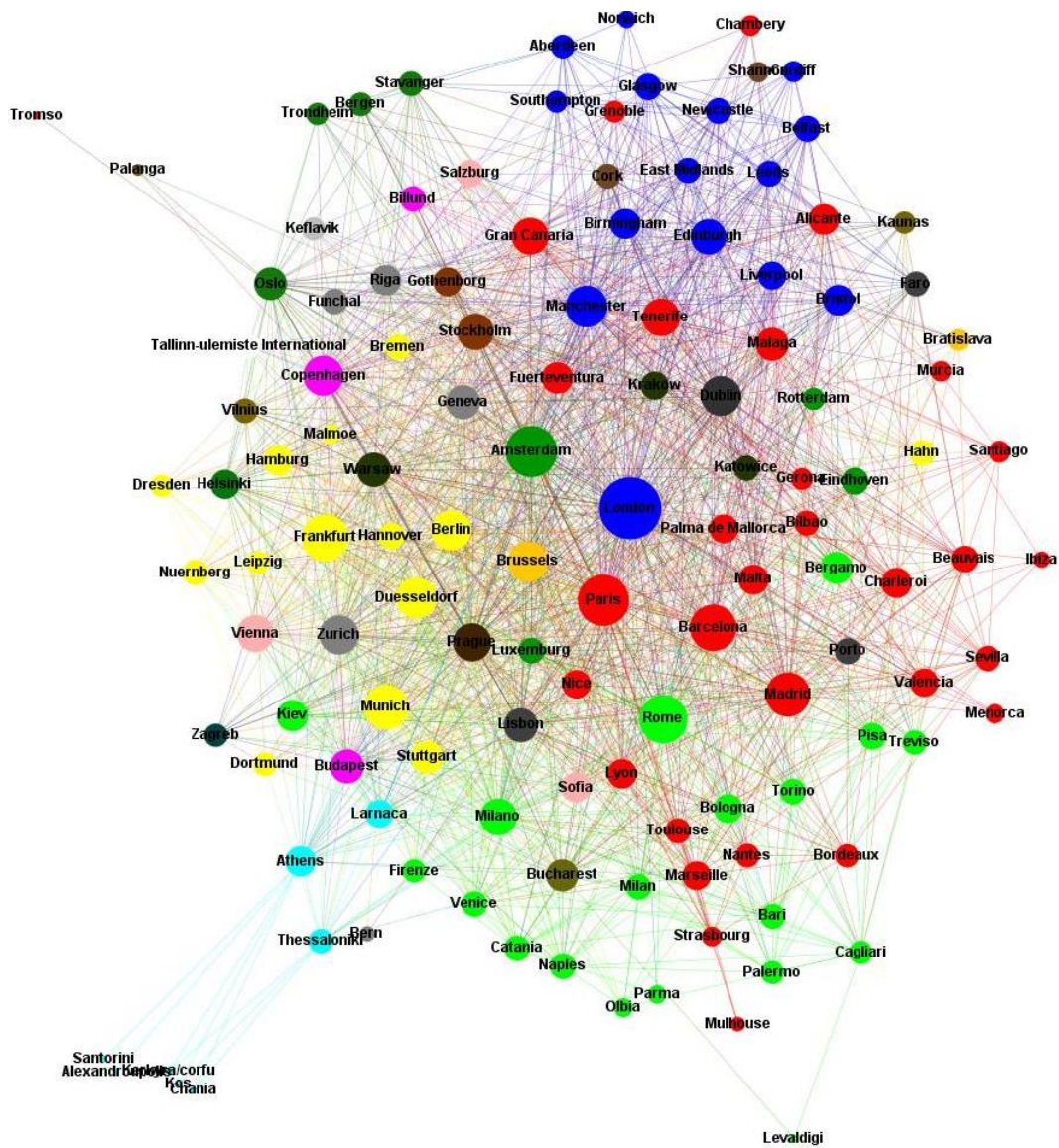


Figura 5.25 EU128 escalada según centralidad closeness normalizado.

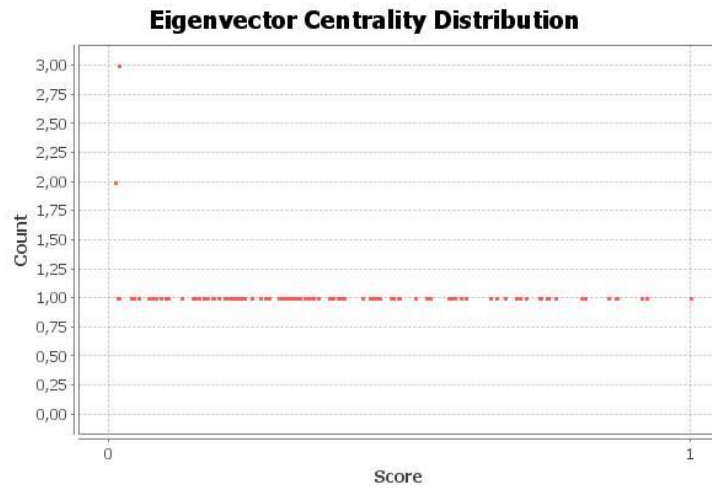


Figura 5.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU128.

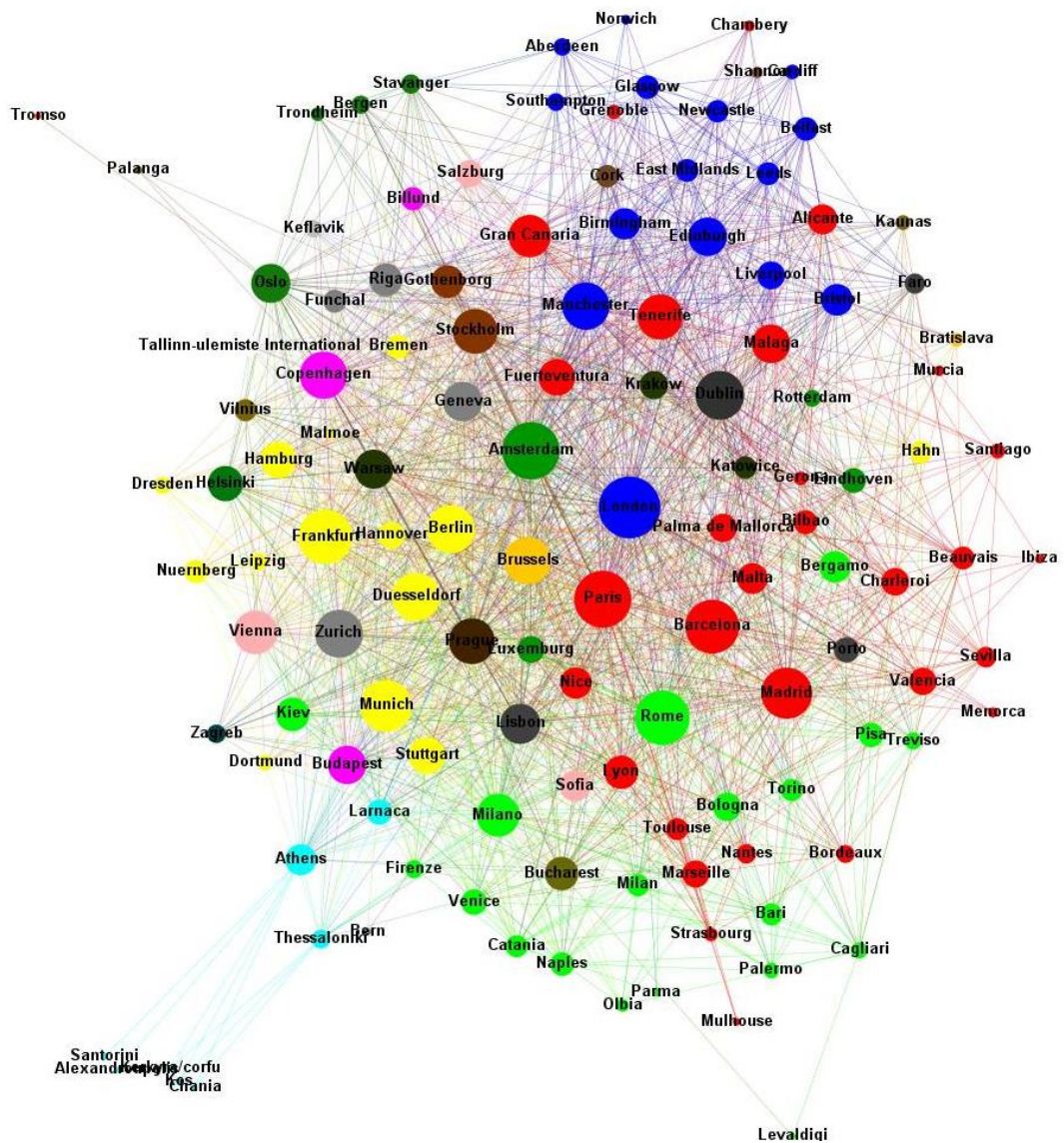


Figura 5.27 EU128 escalada en función de la centralidad eigenvector



# CAPÍTULO 6

## RED EUROPA 78





## 6.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza EU78, resultado de la simplificación de la Red EU128. Constará de 78 nodos correspondientes a los 78 aeropuertos con mayor volumen de pasajeros del continente y los 1230 enlaces que los unen (Figura 6.1). Además en la Figura 6.2 aparece la misma red con los algoritmos Geo LayOut y Map of Countries aplicados. Se incluye también la imagen del resultado de exportar a Google Earth la Re EU78 (Figura 6.3).

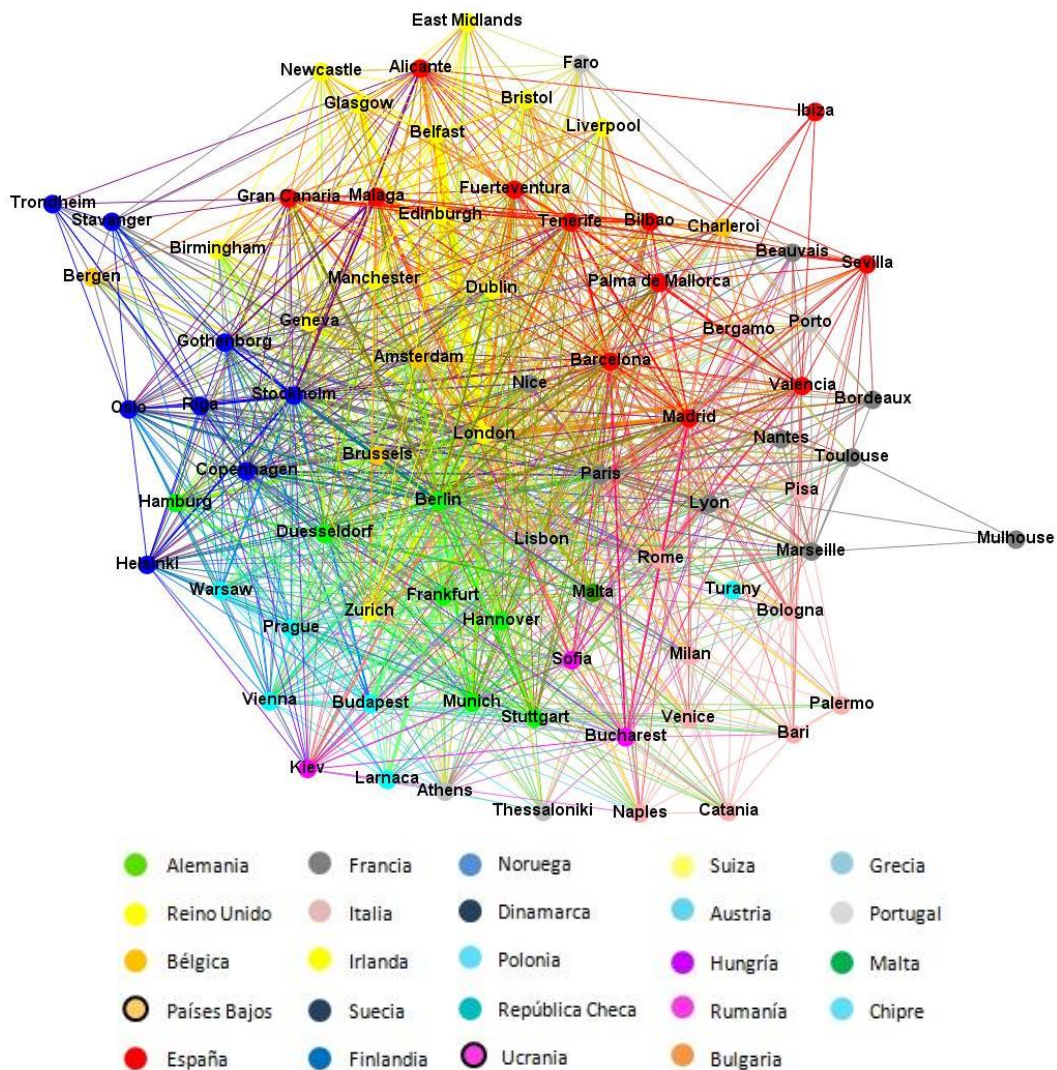


Figura 6.1 EU78 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado.

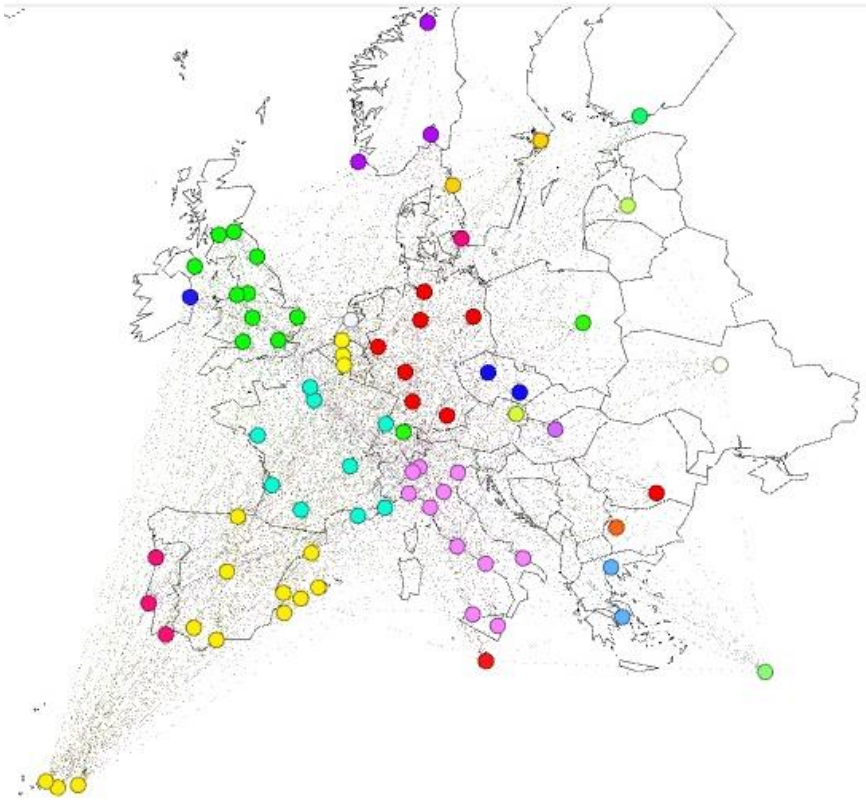


Figura 6.2 Mapa EU78 aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries.

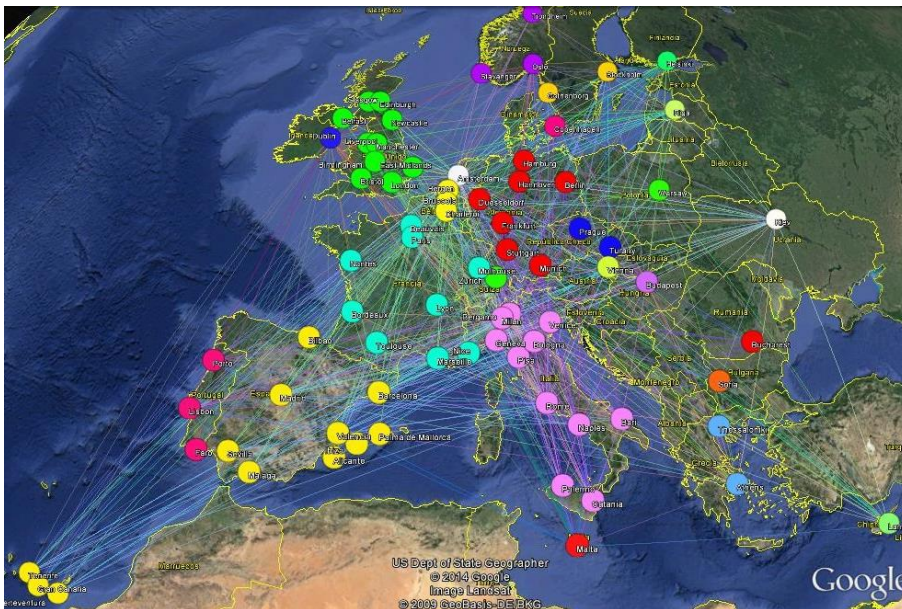


Figura 6.3 Mapa de EU78 exportada a Google Earth.

## 6.2 GRADO

El grado medio de la red es 31.54, lo cual es un grado muy elevado para una red de estas dimensiones. Este dato ha aumentado respecto a la Red EUC y EU128 porque se han eliminado los aeropuertos menos importantes en relación al volumen de pasajeros, que eran a su vez los aeropuertos con menor grado en la red EU128 resultando esta diferencia significativa.

En la distribución de grado (Figura 6.4) observamos que existe una gran dispersión. A pesar de esta dispersión, se aprecia el repunte de nodos con valores en torno a la media de 31.54, especialmente alrededor del grado 25. Esta media está desvirtuada por el efecto de los aeropuertos que disponen de más conexiones, como por ejemplo pueden ser London con 69, Paris con 66, Amsterdam con 65 o Roma y Barcelona con 62. Asimismo, los nodos con menos enlaces son Ibiza con 5, Mulhouse con 3 y Turany con 2.

En esta red por lo tanto, habrá relativamente muchos nodos que estén conectados con la gran mayoría de nodos, exactamente hay 5 nodos (un 6% del total de la red) que está conectado con el 90% de los nodos de la red. Pero estos nodos a pesar de su tamaño, no parece que sean determinantes a la hora de realizar los enlaces con el resto de nodos debido a la alta conectividad de la red. Esto significa, que hay un gran número de nodos con un grado intermedio que reduce el posible papel principal de hubs que podrían tener los nodos más importantes. Si por ejemplo, eliminásemos el nodo más importante en cuanto a relaciones se refiere, que resulta ser London, tendríamos que el grado medio de la red disminuye algo más de un punto hasta los 30.156, el diámetro se mantendría constante y la densidad apenas disminuiría de un 0.410 a 0.397. En definitiva, si se eliminan alguno de estos nodos de gran tamaño, la estructura de la red no varía demasiado.

Como se puede apreciar en la Red EU78 escalada según el grado (Figura 6.5), estamos ante una red que se puede considerar a nivel general asortativa, ya que los nodos con mayor grado están rodeados por otros nodos también con un grado considerablemente alto.

Debido a la alta conectividad de la red y por lo tanto al gran número de ciclos que aparecen, la Red EU78 escalada según el número de ciclos no difiere en gran medida de la misma red escalada según el grado de los nodos. Los datos más relevantes son London con 1001, Amsterdam con 977, Paris con 971 y Barcelona con 936.

### 6.3 DENSIDAD

La densidad de la Red EU128 es 0.4095. La densidad ha aumentado mucho en relación a la Red EU128: Tiene casi la mitad de conexiones (1230) frente a la capacidad que realmente tiene la red en sí misma (3003 conexiones posibles).

### 6.4 PASO MEDIO

La longitud del camino medio o paso medio de la red es 2. Aunque la conectividad de la red es casi el doble que la de la Red EU128, el número de escalas entre dos destinos se mantiene. Parece, por lo tanto, que nos encontramos en una red en que la presencia de hubs es muy limitada, implicando así que haya muchos aeropuertos con una conectividad media. Debido a estos factores es presumible que sea complicado establecer un modelo de comunidades claro.

### 6.5 DIAMETRO Y EXCENTRICIDAD

La excentricidad máxima (diámetro) de la red es 3, que se corresponden con 15 aeropuertos. Por ejemplo, tenemos que recorrer el camino Mulhouse – Bergen, una posible opción que nos muestra el software Gephi es realizar el siguiente recorrido: Mulhouse – Paris, Paris – Riga y Riga – Bergen.

Según la distribución de la excentricidad de la Red EU78 (Figura 6.6), hay 15 nodos con excentricidad 3 y el resto de nodos (63 nodos) tendrán una excentricidad con valor 2. Llama la atención que 3 de los 15 nodos con mayor excentricidad sean pertenecientes a Italia, 2 a Francia, 2 a Reino Unido y 2 a España, que se suponen zonas con alta conectividad (Figura 6.7).

### 6.6 CLUSTERING

El coeficiente medio de clustering es de 0.67. Destacar que los nodos con un coeficiente de clustering mayores son Trondheim, Turany, Mulhouse e Ibiza ya que no disponen de un gran número de enlaces y los que disponen, forman ciclos cerrados entre ellos mismos (Figura 6.8).

La distribución del coeficiente de clustering (Figura 6.9) está bastante concentrada y el valor más bajo es el de London con 0.42. Esto significa que la probabilidad de que los vecinos con los que está conectado este nodo,

estén conectados entre sí, es realmente baja al tener tanta dispersión de conexiones. En definitiva, la alta conectividad de la red también afecta a esta distribución del coeficiente de clustering, reduciendo la posibilidad de que los nodos vecinos estén débilmente conectados entre sí.

## 6.7 MODULARIDAD

Se han realizado tres estudios, cada uno con un factor de resolución distinto: 1.5, 1 y 0.5, para comprobar como de fuertes y débiles pueden llegar a ser las conexiones dentro de la red según comunidades.

Para un factor de resolución 1.5, la modularidad resultante es 0. Esto quiere decir que a este nivel de resolución no existe diferenciación entre comunidades, resultando así la formación de una única comunidad de la que formará parte toda la red. Por ello se ha estudiado cual es el factor de resolución máximo en esta red para el que se forme al menos, más de una única comunidad. Este factor es 1.29, con el que obtenemos 2 comunidades distintas, de 32 y 47 nodos cada una (Figura 6.10) y una modularidad de 0.107. Según se observa en la Red EU78 escalada según comunidades (Figura 6.11), los nodos que resultan claves en la formación de estas comunidades son por una parte London y por otra Belfast y Manchester prácticamente por igual. Estos tres nodos que dividen la estructura de la red en dos comunidades pertenecen al mismo área geográfica, lo cual indica que los dos grandes grupos se pueden clasificar entre los que comparten conexiones más directas entre aeropuertos principales (la red más grande) y los que basan sus conexiones entre aeropuertos de menor importancia en cuanto a tráfico de pasajeros (la red más pequeña).

Para un factor de resolución 1, la modularidad es 0.143 generándose 4 comunidades (Figura 6.12). La modularidad para este factor de resolución por defecto es muy baja, esto quiere decir que la estructura dividida en comunidades es débil. Por lo tanto, según los datos extraídos de la distribución de la modularidad (Figura 6.13), tendremos 4 grandes comunidades de 12, 19, 20 y 27 nodos cada una. El causante de esta estructura en comunidades tan débil es la alta conectividad de muchos de los nodos de la red. En la Red EU78 escalada según las comunidades existentes, se puede apreciar como no existe un patrón claro que nos permita relacionar los miembros de una comunidad consigo mismos. Aún así se puede intuir como en algunas de ellas se encuentran grandes grupos de nodos pertenecientes al mismo país o área geográfica, pero no todos; por ejemplo, se aprecia que en la comunidad de segundo mayor tamaño (color rojo oscuro) se encuentran muchos de los aeropuertos españoles, pero no todos, ya que el

aeropuerto de Malaga y el de Gran Canaria pertenecen a otra comunidad distinta.

Para un factor de resolución de 0.5, la modularidad resultante es 0.086, que resulta ser muy cercana a 0 como ocurría en el caso anterior. El resultado será una red dividida en 15 comunidades (Figura 6.14), en la que las de menor tamaño corresponden a dos de tamaño mínimo 1 (Praga y Berlin) y la tamaño máximo de 11 (que corresponde con una comunidad que conecta los aeropuertos británicos con Faro, Málaga y Fuerteventura). En la Red EU78 escalada según comunidades (Figura 6.15), se pueden observar más claramente algunas comunidades correspondientes a determinadas zonas geográficas, como por ejemplo los aeropuertos correspondientes a la zona bálticas en el extremo izquierdo, o Italia en el extremo inferior derecho y Francia en la parte inferior.

## 6.8 PAGERANK

El nodo más relevante según este algoritmo PageRank es London (con 0.0271), seguido de cerca por Paris (con 0.0255), Amsterdam (0.0247) y Roma (0.0243). Es de destacar como a pesar de que Roma no se encuentra entre los 5 aeropuertos con más volumen de pasajeros, este algoritmo de PageRank le clasifica como el cuarto más relevante de toda la red (Figura 6.16). Esto indica la importancia de no sólo la cantidad de pasajeros que puede abarcar un aeropuerto, si no también la relevancia de las posibles conexiones teniendo en cuenta toda la red.

La distribución de PageRank (Figura 6.17) está muy concentrada en los valores inferiores de la serie, entre 0.002 (Turany) y 0.0271. Esto hace que trabajar sobre el informe gráfico generado por Gephi sea difícil y complicado de interpretar, por lo que es necesario la ayuda de la representación gráfica de la red.

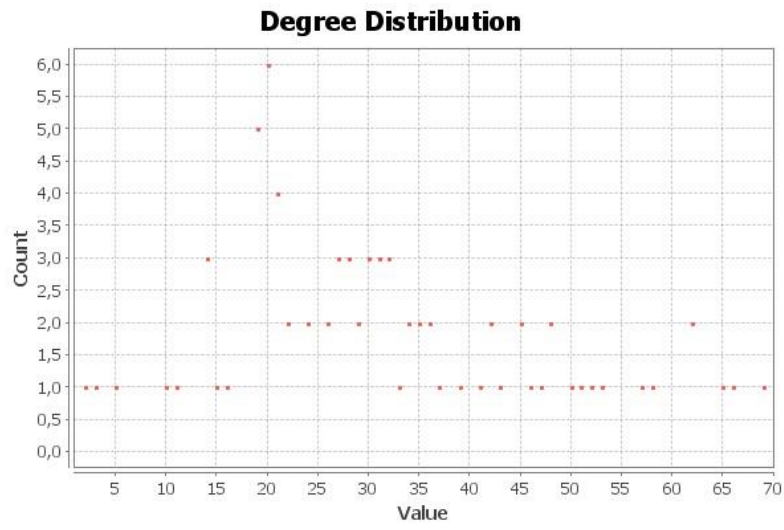


Figura 6.4 Distribución de grado en la EU78.

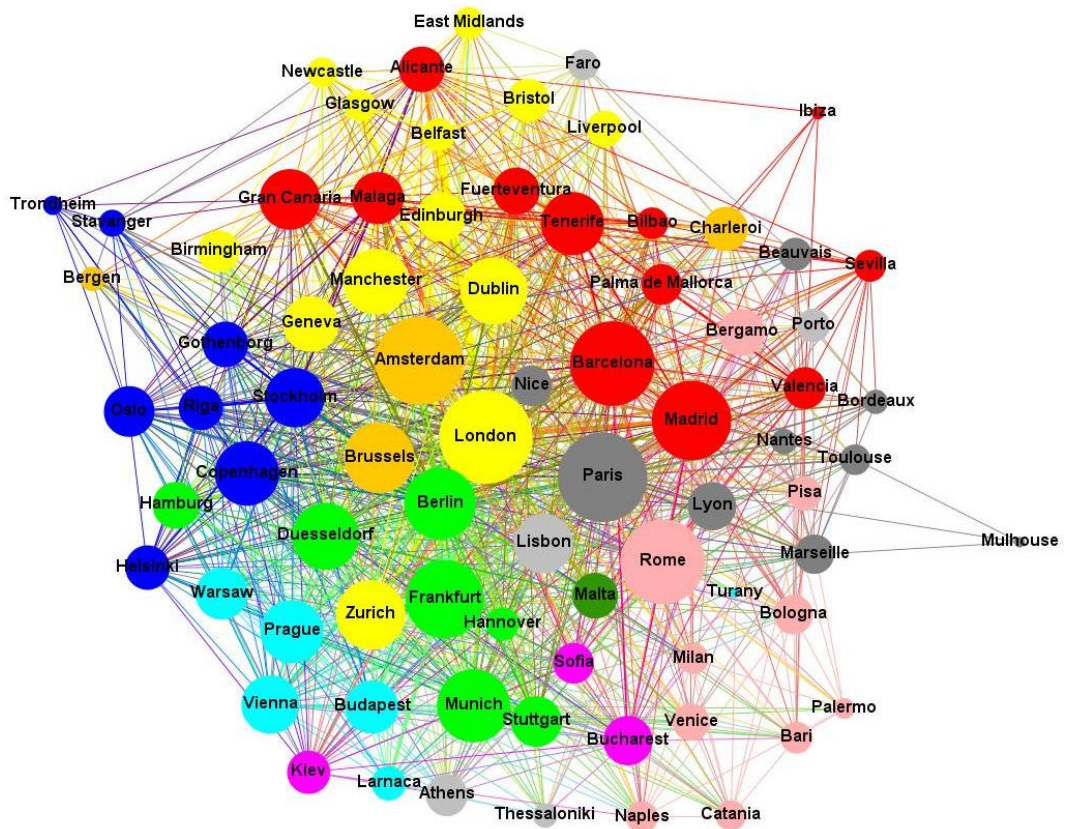


Figura 6.5 EU78 escalada según el grado de los nodos.

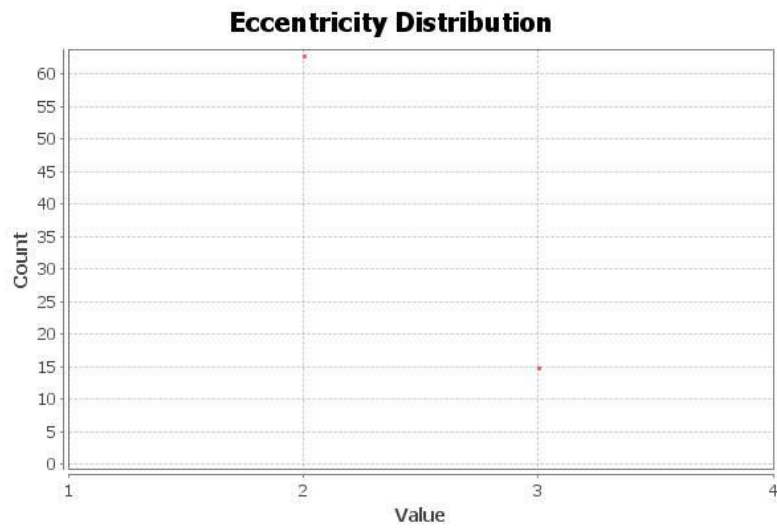


Figura 6.6 Distribución de la excentricidad en la EU78.

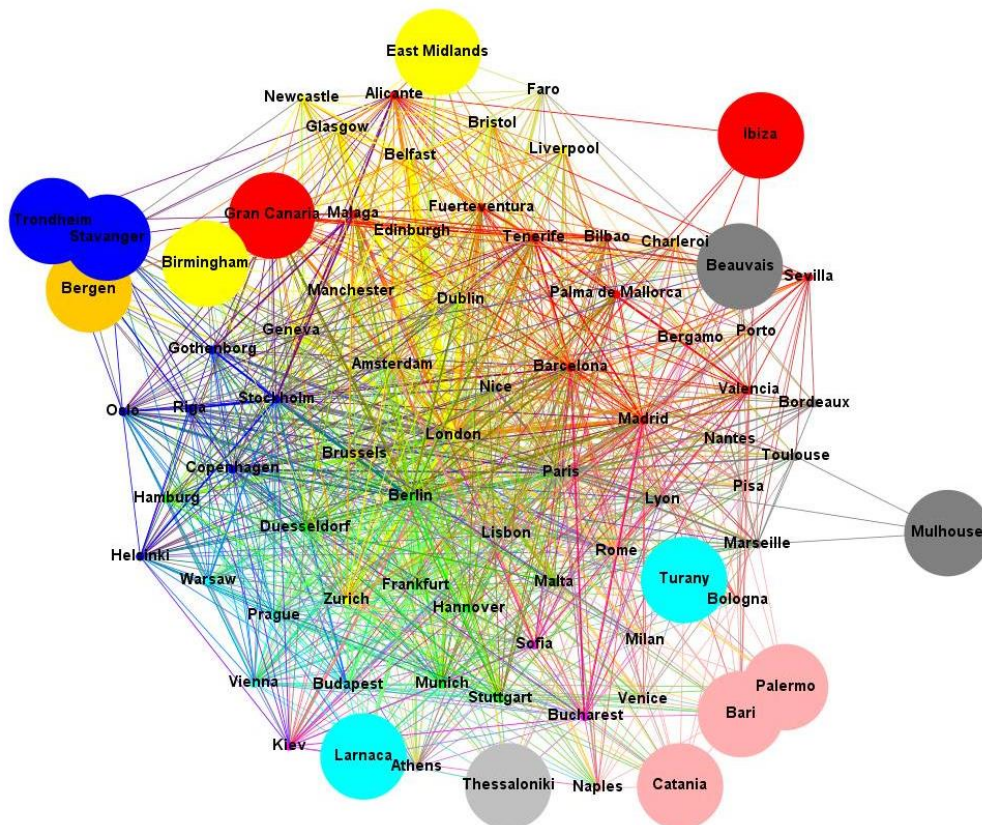


Figura 6.7 EU78 escalada en función de la excentricidad.



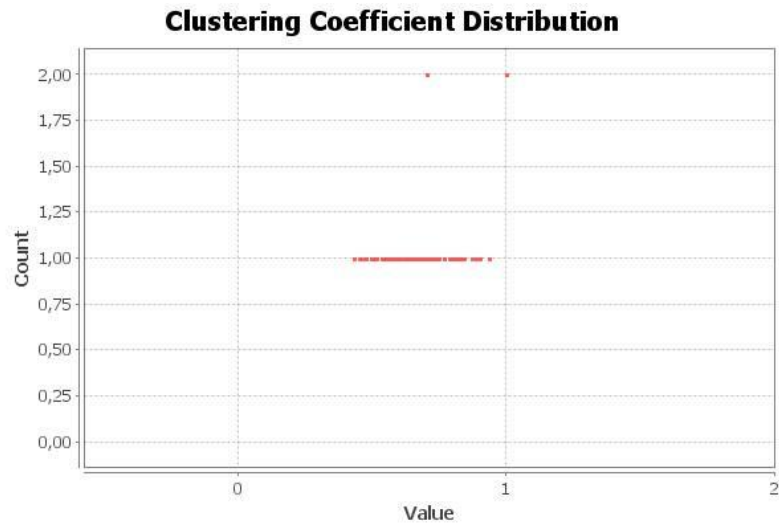


Figura 6.8 Distribución de coeficiente de clustering en la EU78.

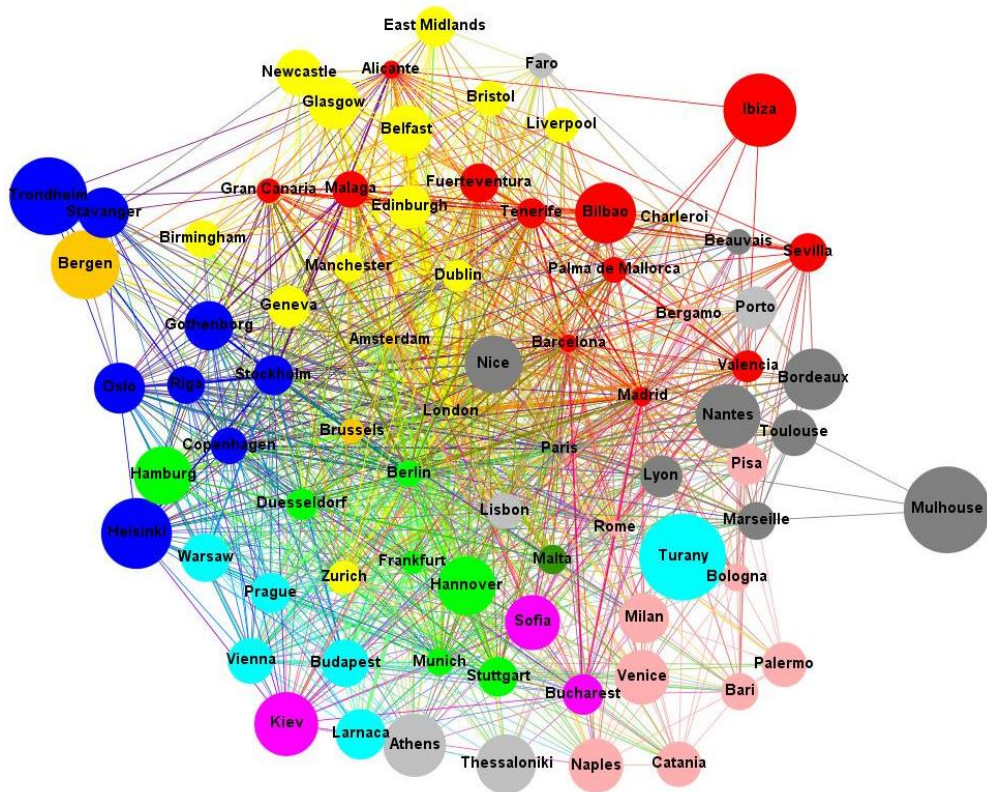


Figura 6.9 EU78 escalada según el coeficiente de clustering.



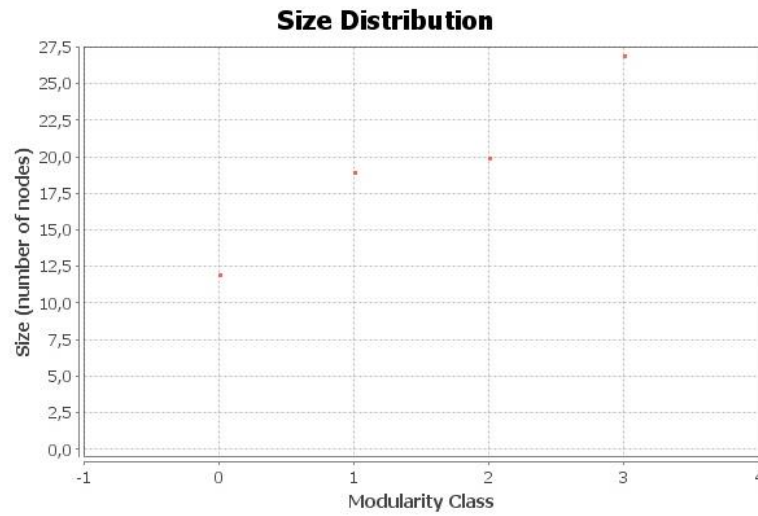


Figura 6.12 Distribución de comunidades en la EU78 con un factor de resolución 1.

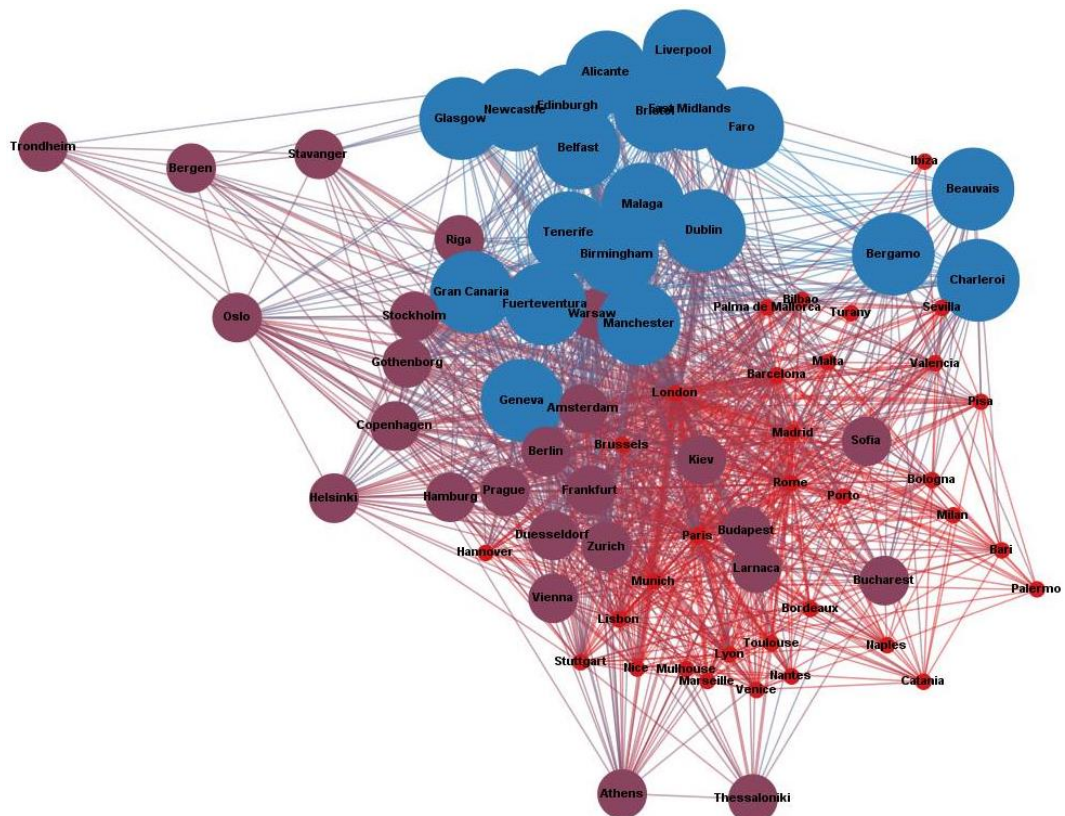


Figura 6.13 EU78 escalada según en comunidades, con factor de resolución 1. Cada comunidad aparece en un color

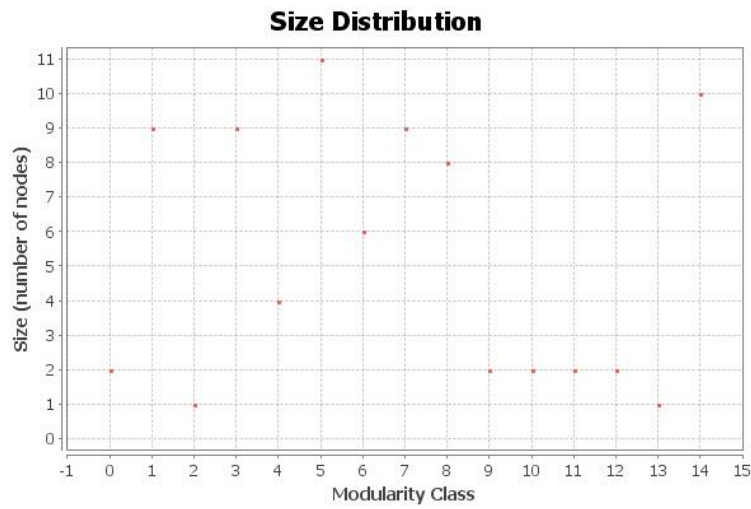


Figura 6.14 Distribución de comunidades en la EU78 con un factor de resolución 0.5.

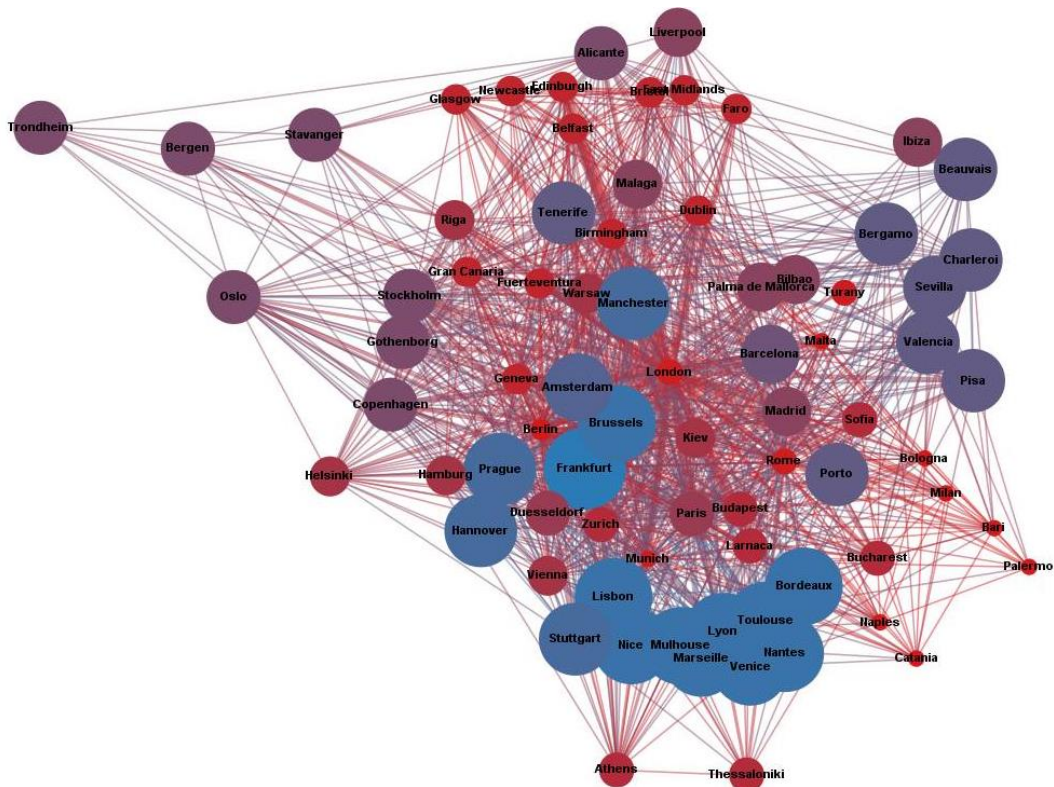


Figura 6.15 EU78 escalada según en comunidades, con factor de resolución 0.5. Cada comunidad aparece en un color.

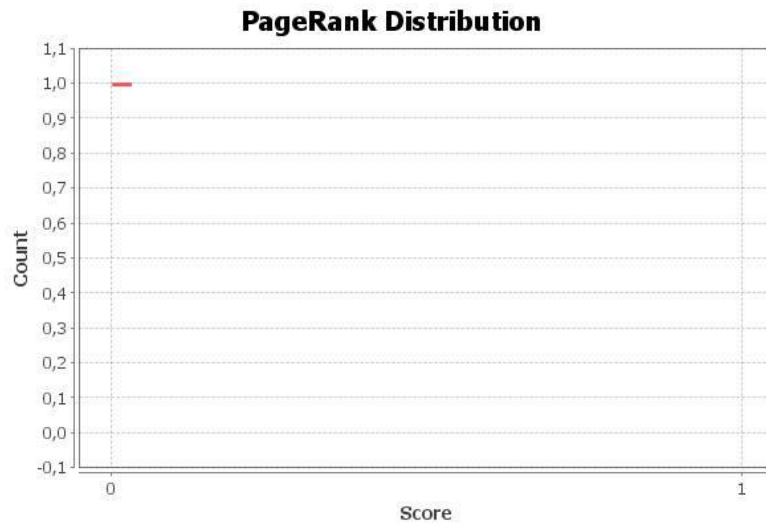


Figura 6.16 Distribución de PageRank en la EU78.

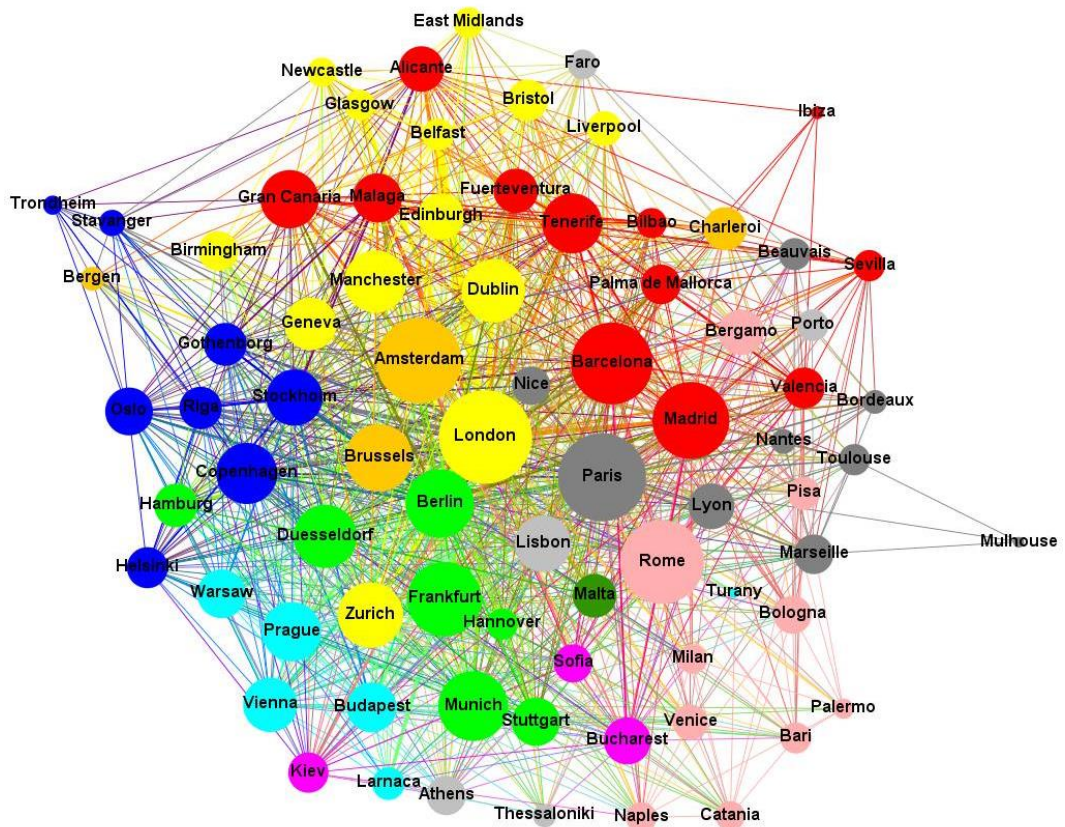


Figura 6.17 EU78 escalada según PageRank.

## 6.9 HUBS

El algoritmo HITS parece que en este caso, debido a la alta conectividad de la red y como se puede comprobar en la distribución de hubs de la Red EU78 78 (Figura 6.18), no proporciona valores que tengan un valor significativamente elevado como para afirmar que se trata de verdaderos hubs.

El nodo más importante según este algoritmo es London (0.0276), y los que entran dentro de una variación del 10% de este valor son: Paris (0.264), Amsterdam (0.260) y Roma y Barcelona (0.249). Por lo tanto, si se quisiera definir los hubs sin tener en cuenta que exista una diferencia significativa con el resto de nodos, estos serían los aeropuertos más importantes en la red (Figura 6.19).

## 6.10 CENTRALIDAD BETWEENNES:

En la Red EU78 escalada según la centralidad betweenness (Figura 6.20) se puede apreciar como el nodo que más veces se recorrerá es London con un resultado de 191, seguido por Paris con 161 y a más distancia Rome con 120. Por lo tanto, será con mucha diferencia el nodo London el foco donde hay que prestar atención en el caso de, por ejemplo, un caso de propagación de información. Además de las tres mencionadas anteriormente, tendremos que Amsterdam, Barcelona y Madrid también destacan frente a la gran mayoría de nodos, que tienen valores relativamente pequeños. A simple vista se observa la gran diferencia entre los nodos en cuanto a esta centralidad (Figura 6.21).

La distribución normalizada de la Red EU78 (Figura 6.22) se hace difícil de interpretar al disponer de una cantidad bastante elevada de nodos. Los resultados obtenidos se pueden comparar en la Figura 6.23, donde aparecen estos valores normalizados. Volviendo a los nodos mencionados anteriormente, cabe destacar que la diferencia entre el más importante (London) y el último que hemos considerado como significativamente importante (Madrid) hay una diferencia de 0.065 a 0.29 puntos. Por lo tanto, incluso dentro del conjunto de nodos que tomamos como más importante en este aspecto, existe una gran diferencia.

### 6.11 CENTRALIDAD CLOSENESS:

En la distribución de la centralidad closeness (Figura 6.24) observamos que el grueso de los nodos se encuentra entorno a 1.5 puntos de distancia. Según la simulación el centro de la red será el nodo London, seguido de cerca por los nodos Paris (1.14), Amsterdam (1.16) y Barcelona y Roma (1.19). Por tanto, podemos considerar estos nodos como el centro de la red, considerando London como el nodo más central dentro de estos. Además, los nodos que se encuentran más alejados del centro de la red son Ibiza (2.01), Turany (2.02) y Mulhouse (2.07), serán entonces los nodos más periféricos de la red.

Podemos comprobar estos resultados de forma gráfica en la Red EU78 escalada según la centralidad closeness (Figura 6.25). En esta red se pueden ver como en los países con más actividad de líneas aéreas como Reino Unido, Francia, Italia o España, únicamente hay uno o dos aeropuertos en cada uno de ellos que se puede considerar cercano a la red, mientras que el resto de aeropuertos de los mismos países se encuentran considerablemente alejados de la red; por ejemplo: en Italia, Rome ocupa el cuarto puesto general con 1.19 puntos, pero Genova se encuentra en el puesto 22 con 1.49 puntos, un 25% más lejos y el siguiente, Bergamo, en el puesto 36 con 1.59 puntos. Lo contrario ocurre en Alemania, que a pesar de tener su primer aeropuerto (Frankfurt) en la séptima posición, tiene además Munich, Berlin y Duesseldorf dentro de la primera quincena de nodos: posiciones 8, 9 y 13 respectivamente. Esto nos lleva a pensar que, a pesar de que London es el aeropuerto que se considera como nodo central, el país que más aeropuertos tiene en las primeras posiciones en cuanto a la centralidad, es con mucha diferencia Alemania.

Se dispone además de la distribución de centralidad closeness normalizada (Figura 6.26). Se puede apreciar, aunque de forma más escalonada, la diferencia que hay entre los primeros nodos y el resto. La tendencia que se observa en líneas generales es que hay muchos nodos con una centralidad closeness muy reducida, mientras que pocos con una centralidad media-alta y muy pocos con alta. Se puede ver este efecto de forma gráfica en la Red EU78 escalada según la centralidad closeness normalizada (Figura 6.27).

### 6.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR

El nodo el cual tiene los vecinos con mejores conexiones es London, seguido muy de cerca por Amsterdam y Paris, 0.983 y 0.982 puntos respectivamente. Destaca el ascenso a las primeras posiciones de Amsterdam en cuanto a la centralidad eigenvector se refiere, ya que en muchas de las propiedades

anteriores, ocupaba posiciones más discretas. También destaca la caída de Madrid hasta la séptima posición, con 0.902 puntos, que resulta un resultado discreto si se compara con Barcelona, que con 0.96 puntos ocupa la cuarta posición. Como podemos apreciar en la Figura 6.28, los peores nodos en este apartado siguen siendo Ibiza, Turany y Moulhouse, con valores cercanos a 0.

En la distribución de la centralidad eigenvector en la Red EU78 (Figura 6.29), podemos observar como se distribuye la diferencia entre los nodos. La mayor concentración de nodos aparece en torno a la mitad de la distribución, que indica la buena conectividad que tiene la red. Pocos nodos ocupan las posiciones más extremas, ya sean positivas o negativas.

Por lo tanto, independientemente de la distancia que se utilice para analizar la red, London sigue siendo la predominante, seguida de cerca por las grandes capitales europeas y zonas con alto tráfico de pasajeros como Alemania.





Figura 6.18 Distribución de Hubs en la Red EU78.

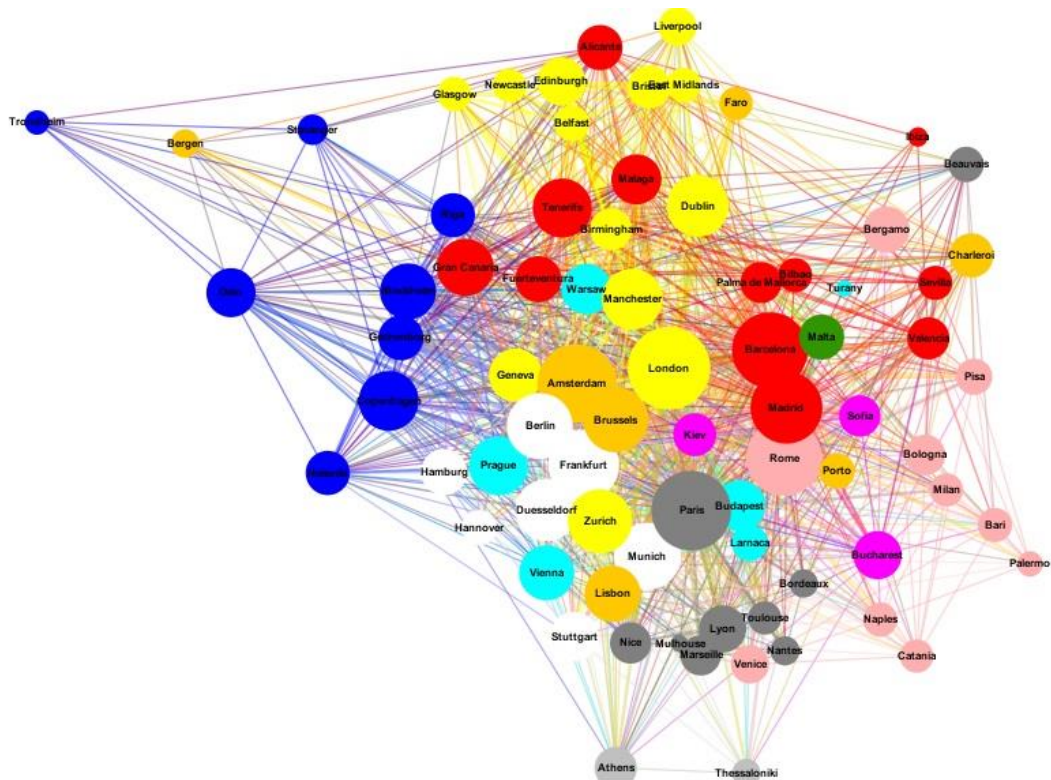


Figura 6.19 Red EU78 escalada según Hubs.

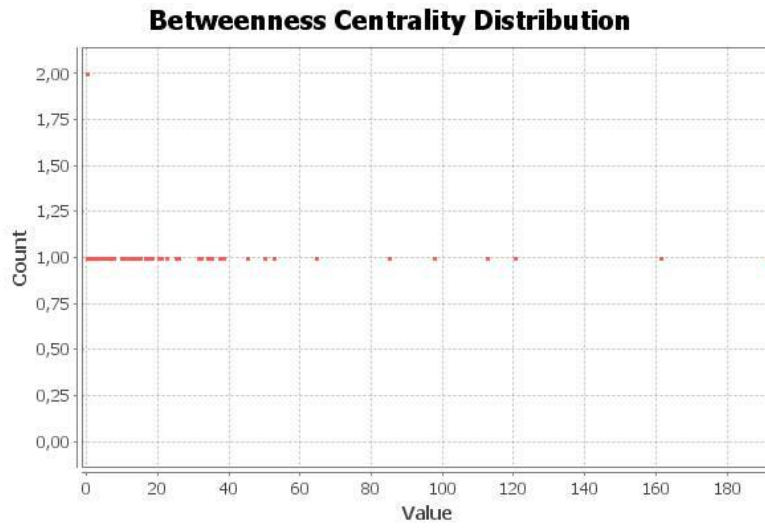


Figura 6.20 Distribución de la centralidad betweenness sin normalizar en la EU78.

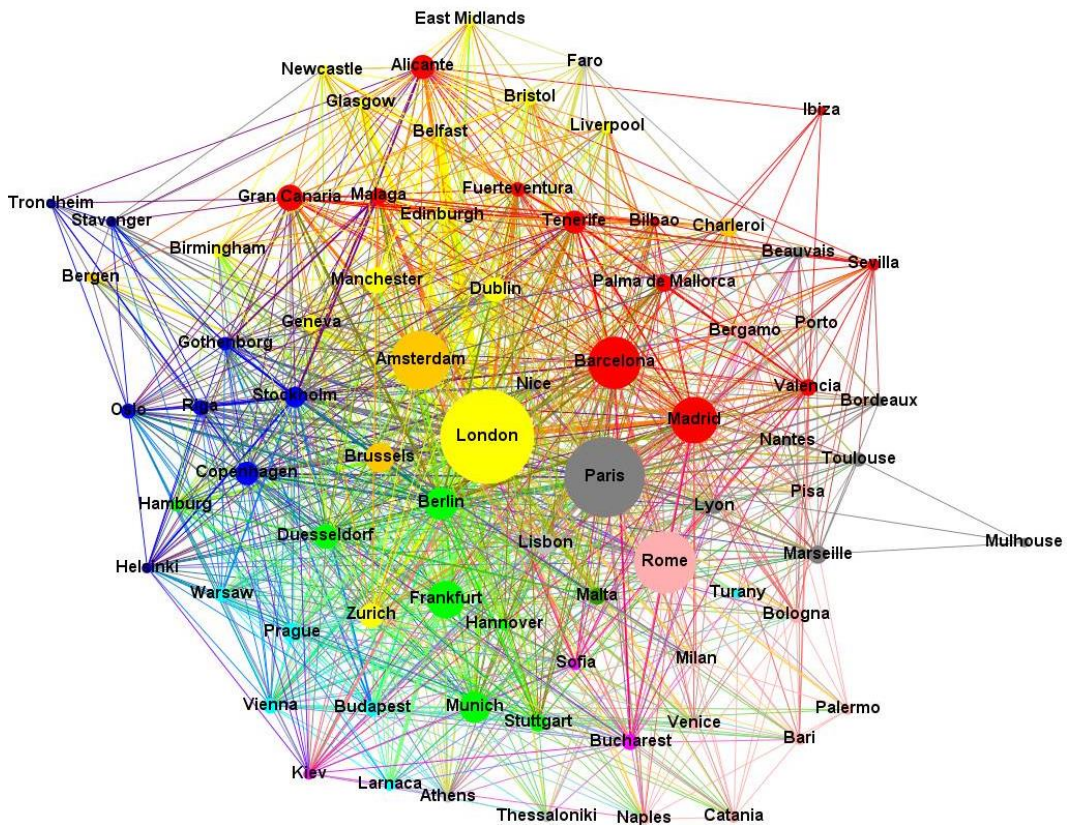


Figura 6.21 EU78 escalada según centralidad betweenness sin normalizar.

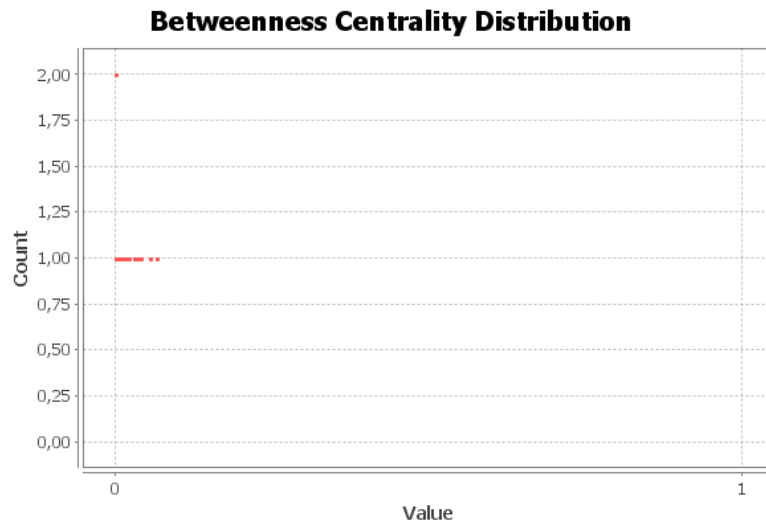


Figura 6.22 Distribución de la centralidad betweenness normalizada en la EU78.

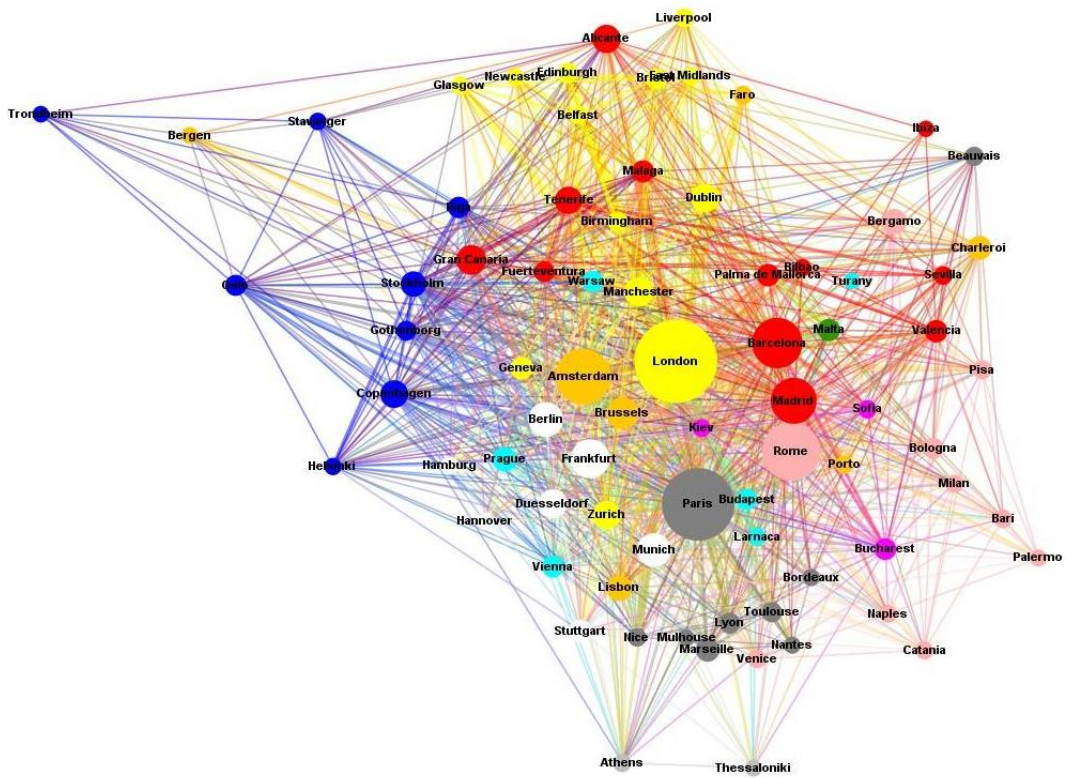


Figura 6.23 EU78 escalada según centralidad betweenness normalizado.

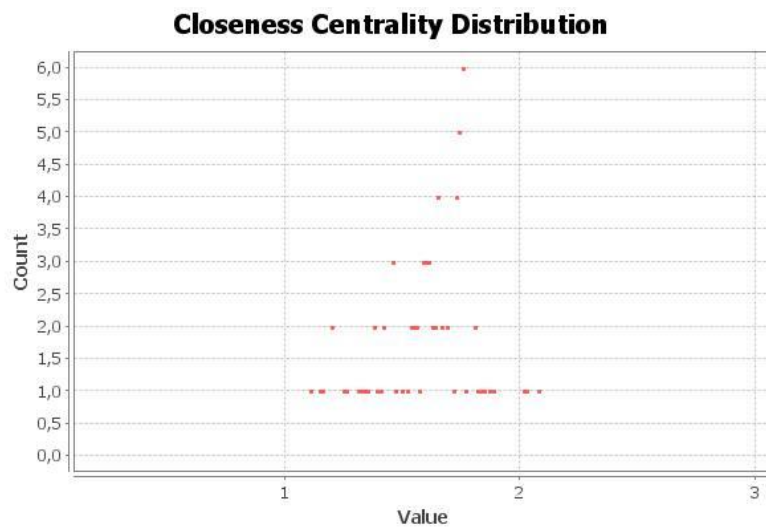


Figura 6.24 Distribución de la centralidad closeness sin normalizar en la EU78.

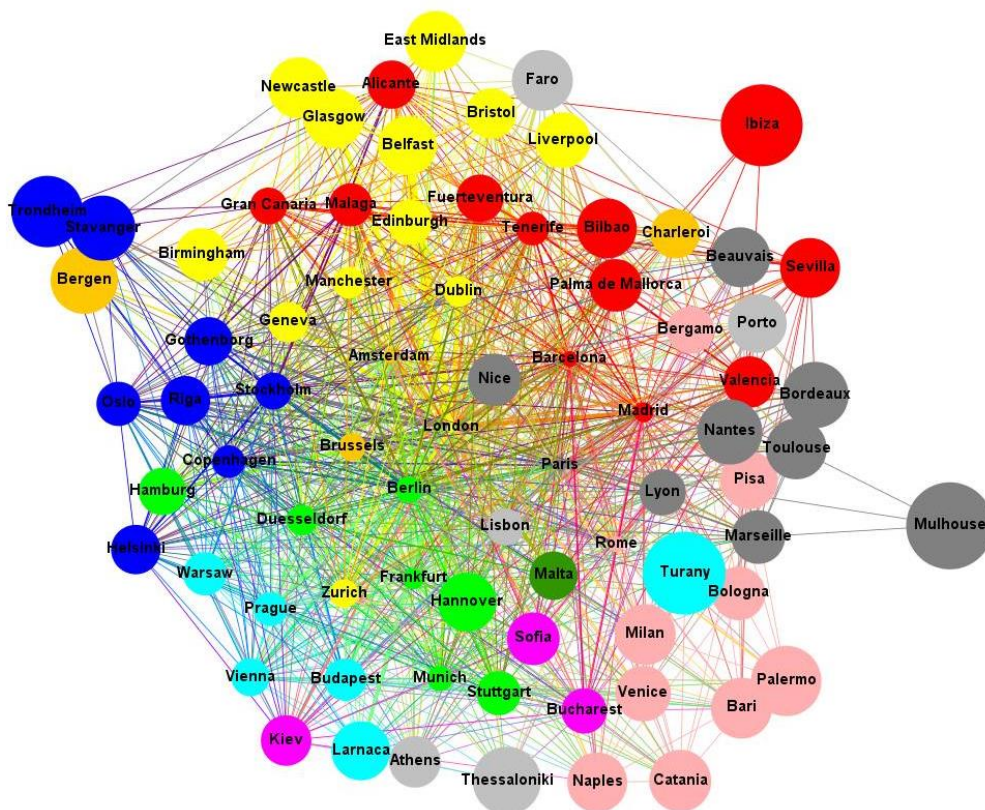


Figura 6.25 EU78 escalada según centralidad closeness sin normalizar.

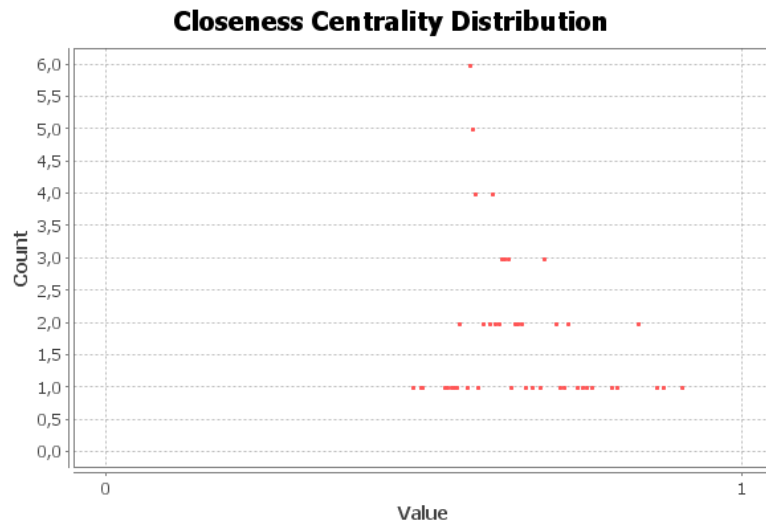


Figura 6.26 Distribución de la centralidad closeness normalizada en la EU78.

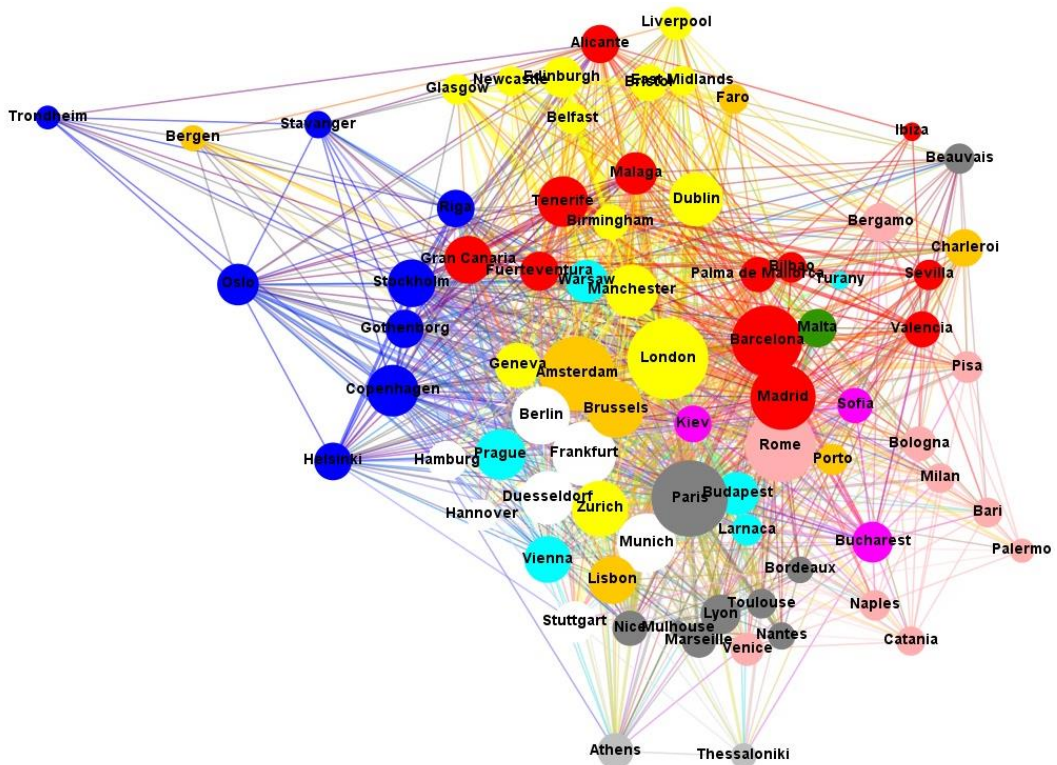


Figura 6.27 EU78 escalada según centralidad closeness normalizada.

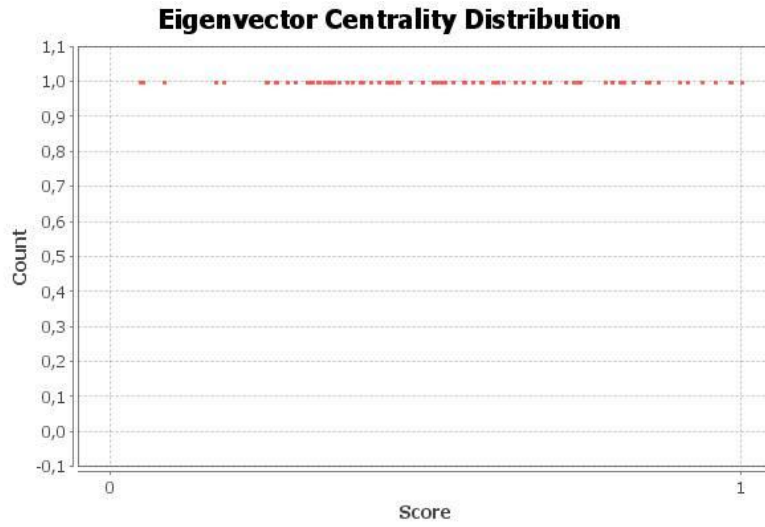


Figura 6.28 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU78.

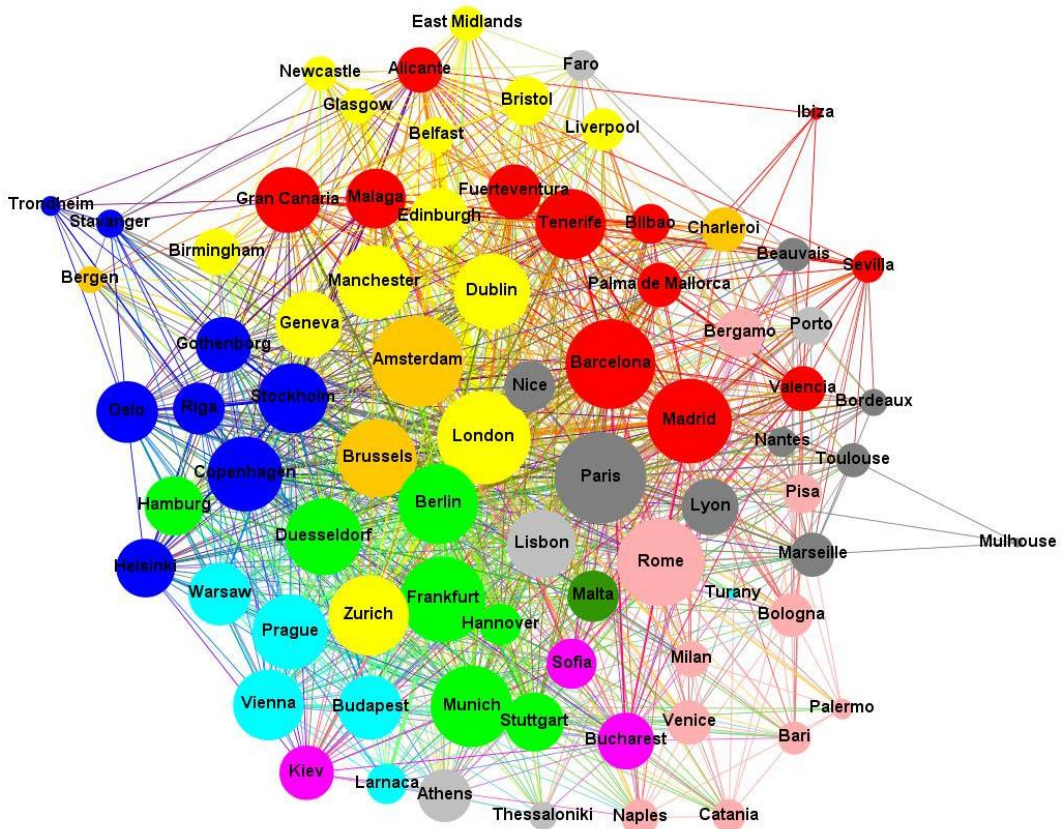


Figura 6.29 EU78 escalada en función de la centralidad eigenvector.

# CAPÍTULO 7

## RED EUROPA 20





## 7.1 INTRODUCCIÓN

Se procederá a analizar la Red Europa 20 (EU20), que está formada por un total de 20 nodos, que corresponden a los 20 aeropuertos con mayor volumen de pasajeros en Europa. Las conexiones entre los nodos se reducen hasta los 173 enlaces (Figura 7.1). Lo más apreciable es la alta conectividad que se aprecia en la gran mayoría de los nodos, lo que acerca la red a un modelo de red completa.

También se incluye la Figura 7.2 y la Figura 7.3 que representan la red sobre el mapa generado por el algoritmo Map of Countries y Geo LayOut, y la red exportada a Google Earth respectivamente.

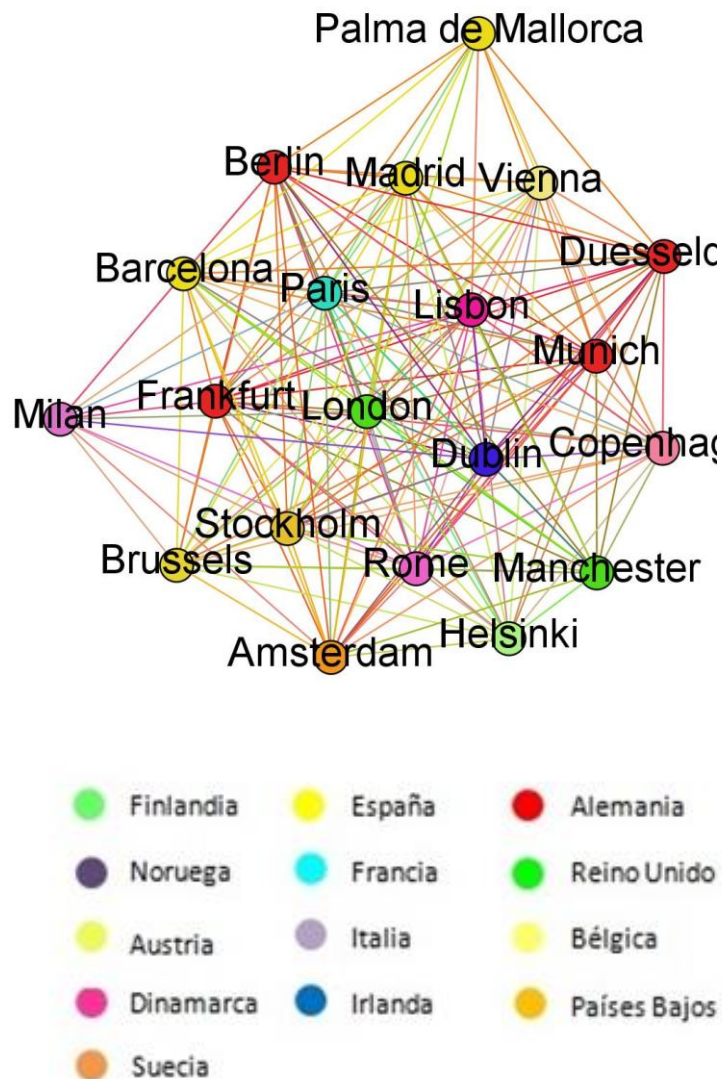


Figura 7.1 EU20 aplicando el algoritmo Force Atlas escalado

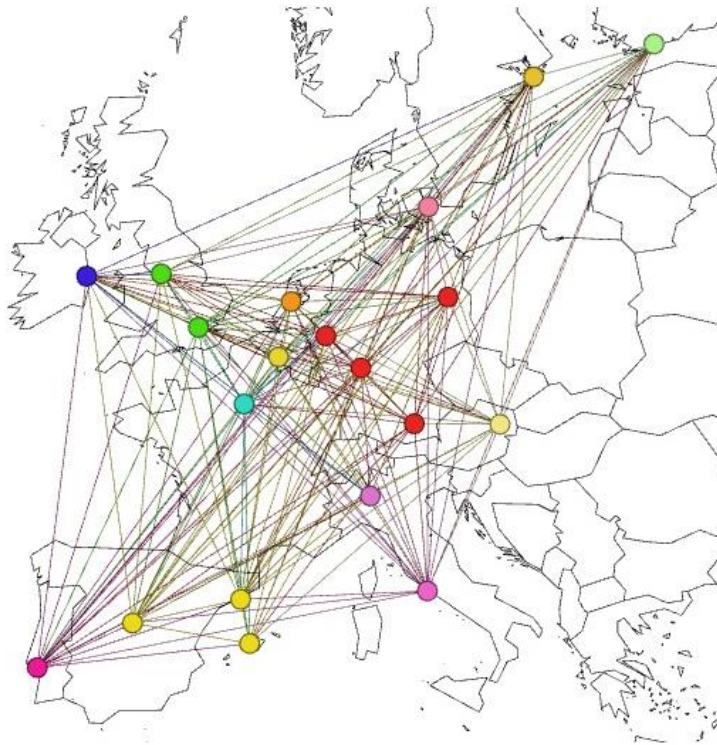


Figura 7.2 Mapa EU20 aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries

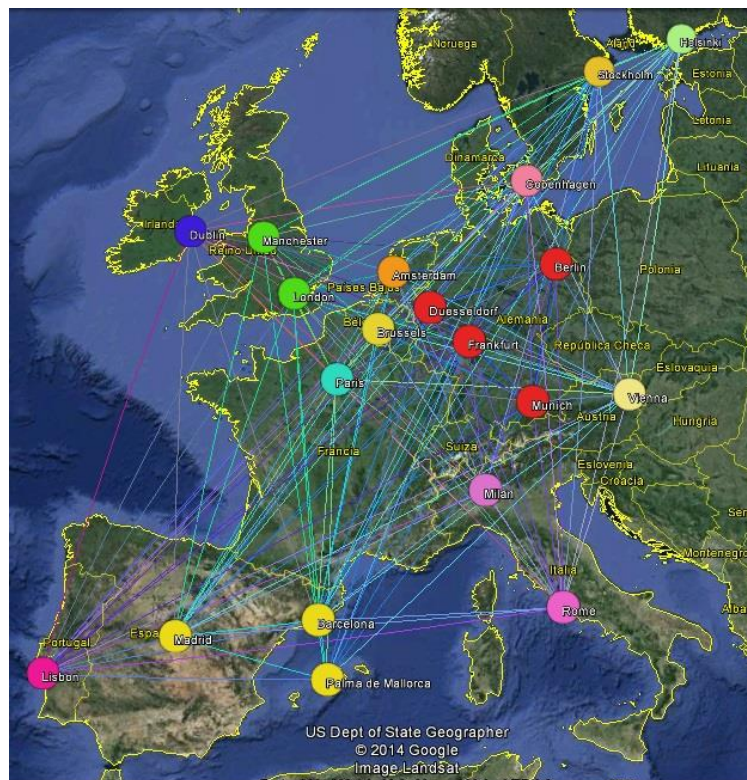


Figura 7.3 Mapa de EU20 exportada a Google Earth.

## 7.2 GRADO

El grado medio de la red es 17.3, que es muy elevado, teniendo en cuenta el total de 20 nodos disponibles y que el grado máximo de un nodo es 19 al no permitirse que esté conectado consigo mismo.

Como se aprecia en la distribución del grado en la red (Figura 7.4), la gran mayoría de los nodos tienen grado alto, en concreto 7 nodos (más de un tercio del total de nodos) tendrán grado 19 o grado máximo, 5 nodos tendrán grado 18, 4 nodos grado 17 y 2 nodos con 16, estos son 18 de los 20 nodos que tendrán un nivel de enlaces muy alto cercano al máximo. Por otra parte existen 2 nodos con grados 12 y 11, que son Milán y Palma de Mallorca, respectivamente. Son estos nodos los que limitan el diámetro y excentricidad de la red al disponer de un 37% menos de enlaces Milan y un 42% Palma de Mallorca, que el máximo de los nodos de la red. Estos nodos con el grado más reducido se pueden observar en la Red EU20 escalada según el grado de los nodos (Figura 7.5), y la gran diferencia existente con los que disponen un grado más elevado.

Esta red se puede considerar entonces como una red asortativa, en la que todos los nodos que tienen un grado elevado están rodeados a su vez por nodos que también poseen un grado elevado.

## 7.3 DENSIDAD

La densidad de la red es 0.911. La red se acerca a ser una red completa, únicamente faltarían sumar 17 enlaces a los 173 actuales para que todos los nodos estuviesen conectados con todos.

## 7.4 PASO MEDIO

La longitud del camino medio de la red es 1. Esto significa que, de media, no es necesario hacer escalas entre dos destinos cualesquiera. Teniendo en cuenta la proximidad de la red a un modelo de red totalmente conexo, el valor del paso medio de la red es acorde con lo esperado.

## 7.5. DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD

La excentricidad máxima (diámetro) de la red es 2. Esto significa que el número máximo de escalas entre los dos destinos más alejados es solamente 1. Por ejemplo, en el caso de ir del nodo origen Palma de Mallorca, al nodo destino Milan, sería necesario pasar por otro nodo conectado con ambos; un recorrido posible sería: Palma de Mallorca – Madrid y Madrid – Milán. Según la densidad observada en la simulación de la red, este diámetro parece ajustado a lo esperado.

En la distribución de la excentricidad (Figura 7.6) se observan 7 nodos con excentricidad 1 y el resto, 13 nodos, con excentricidad 2. En la Figura 6.7 aparecen diferenciados estos dos grupos, donde por una parte tenemos el grupo de mínima excentricidad con todos los nodos que están totalmente conectados con toda la red, y por otra parte el grupo que tiene menos de 19 conexiones pero todos ellos con distancia geodésica 2, debido a que todos ellos están conectados con algún nodo conectado a toda la red.

## 7.6 CLUSTERING

El coeficiente medio de clustering en la red es 0.937, que resulta muy cercano a 1. Los nodos con mayor coeficiente de clustering resultan ser Palma de Mallorca y Milan con 1, lo que significa que todos sus vecinos están conectados entre sí. En cambio, los nodos con mayor grado son los más perjudicados al estar conectados con estos nodos que tienen un grado menor; los nodos con grado máximo tendrán un coeficiente de clustering de 0.9. A pesar de estas diferencias en las conexiones, en la distribución del coeficiente de clustering (Figura 7.8) se puede observar como todos los nodos aproximan sus valores del coeficiente de clustering a la unidad, demostrando así el nivel de conectividad tan elevado existente en la red. La representación de la Red EU20 escalada según el coeficiente de clustering se muestra en la Figura 6.9.

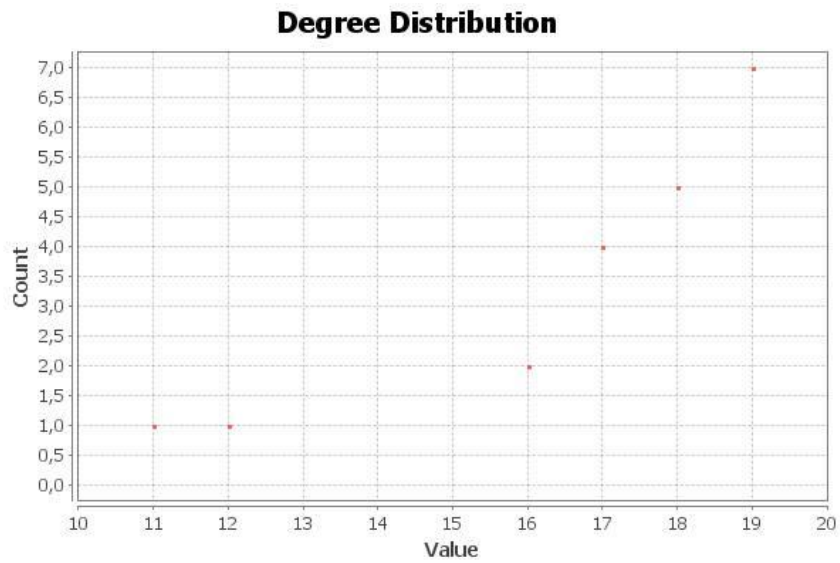


Figura 7.4 Distribución del grado en la EU20

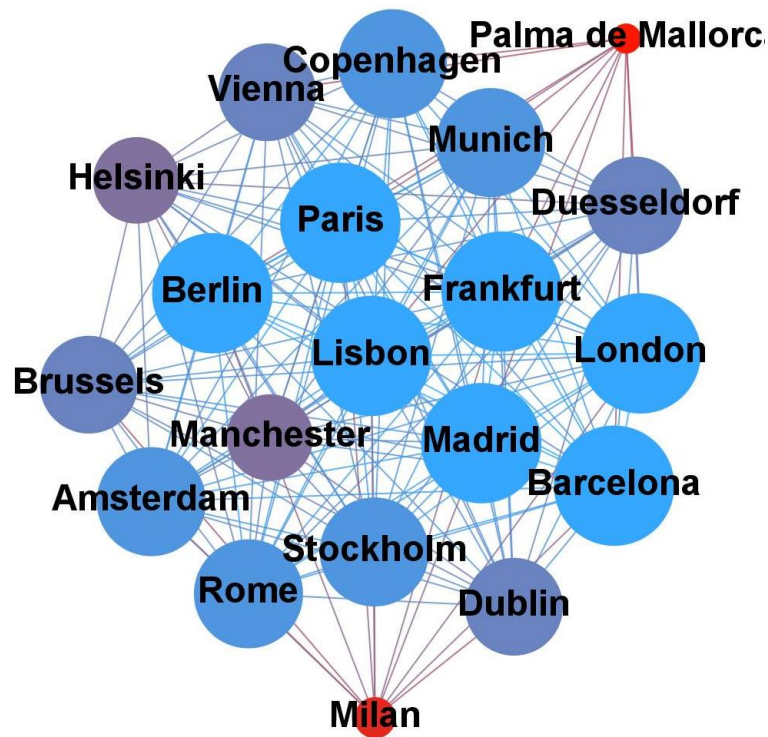


Figura 7.5 EU20 con Force Atlas escalado según el grado de los nodos.

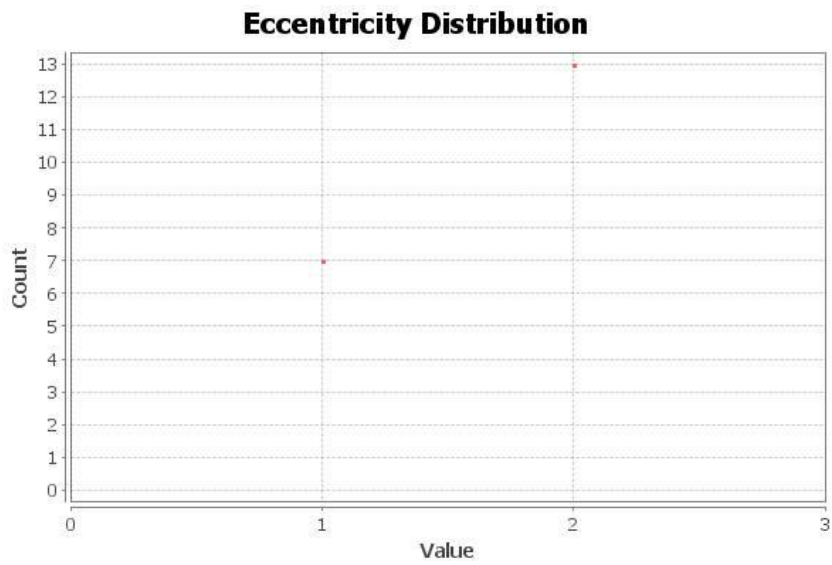


Figura 7.6 Distribución de la excentricidad en la EU20.

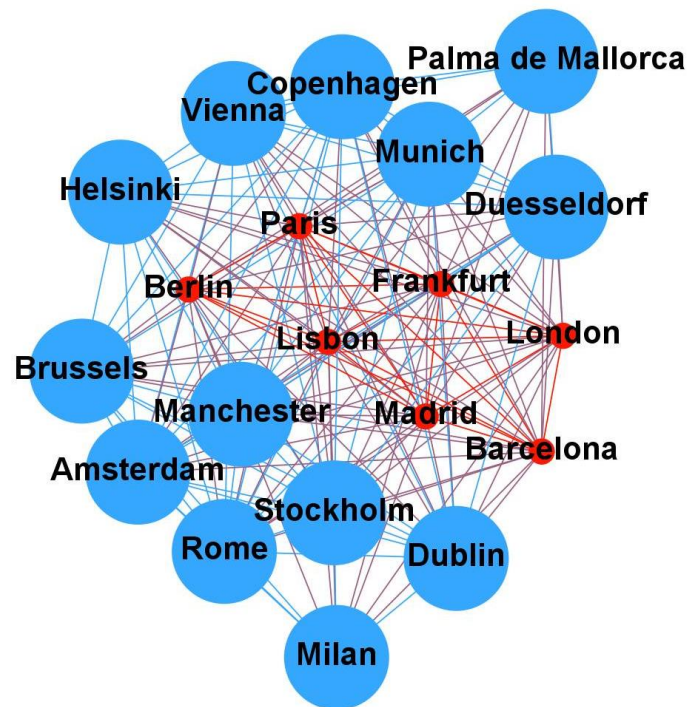


Figura 7.7 EU20 escalada en función de la excentricidad.

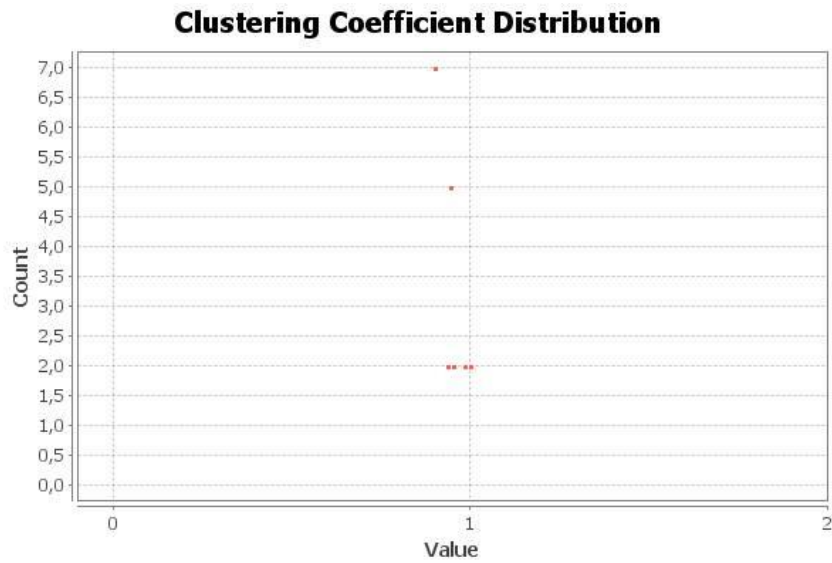


Figura 7.8 Distribución del coeficiente de clustering en la EU20.

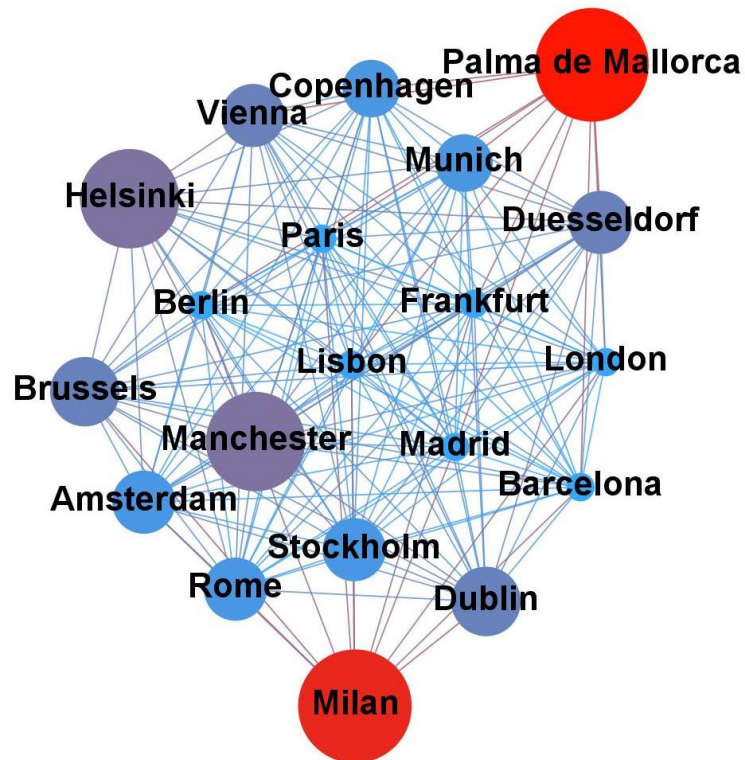


Figura 7.9 EU20 escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo.

## 7.7 MODULARIDAD

Se han realizado dos estudios, cada uno con un factor de resolución distinto: 1 y 0.5. Para el factor 1 se han obtenido una modularidad cercana a 0. Por tanto, no tiene sentido aumentar el factor de resolución más de 1, ya que lo único que se conseguiría sería una modularidad 0 con la formación de una sola comunidad.

Para la simulación con factor de resolución 1, la modularidad es de 0.006, formándose 2 comunidades de 14 y 6 nodos cada una (Figura 7.10). Esta modularidad cercana a 0 indica que la estructura de comunidades es muy débil y que prácticamente no existe una conexión fuerte entre ellas; esto se debe a la densidad tan alta característica de esta red, que impide una formación fuerte de comunidades. La comunidad de menor tamaño está formada por Copenhagen, Vienna, Munich, Duesseldorf, Berlin y Palma de Mallorca, representativa de las conexiones centroeuropeas con Palma de Mallorca (Figura 7.11).

Para la simulación con un factor de resolución 0.5, la modularidad es negativa: -0.037, indicando así que el estudio de comunidades por debajo de un factor de resolución 1 no tiene sentido. Gephi genera una distribución aleatoria de comunidades que no se puede utilizar para realizar ningún tipo de análisis sobre la misma. En este caso se generan 9 comunidades de entre 2 y 3 nodos cada una (Figura 7.12) que se representa en la Red EU20 escalada según la distribución de comunidades (Figura 7.13).

Se ha comprobado que no existe ningún otro valor para el factor de resolución con el que la formación de comunidades tenga sentido.

## 7.8 PAGERANK

Los aeropuertos con mayor relevancia en la red son: Madrid, Barcelona y Berlin, seguidos muy de cerca por London, Paris, Lisbon y finalmente Frankfurt. La diferencia entre los tres primeros y los cuatro siguientes es del orden  $10^{-16}$  por lo que se pueden considerar los 7 nodos como los más importantes en la red según este algoritmo. Estos son los mismos nodos que tienen un grado más elevado, por lo que este algoritmo confirma que los nodos mejores conectados son los que están conectados completamente en toda la red.

En la distribución PageRank (Figura 7.14) se pueden ver esos tres nodos que tienen un valor ligeramente superior al resto y en la Red EU20 escalada según



el factor PageRank (Figura 7.15) se distingue este grupo de 7 nodos con los valores más altos de la distribución. También se aprecia la diferencia con los dos nodos que tienen una menor relevancia dentro de la red: Milán y Palma de Mallorca.

## 7.9 HUBS

Los aeropuertos más importantes son: London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin con un coeficiente hub de 0.054. El nodo menos importante de la red será Palma de Mallorca con un coeficiente 0.033. A pesar de esta diferencia entre los primeros clasificados y los últimos, no se podrá considerar a estos primeros 7 clasificados como hubs de la red. Esto es por la ausencia de dispersión que se observa en la distribución de hubs (Figura 7.16), donde se tiene que la diferencia entre el mejor clasificado y el nodo que se encuentra en la posición número 16 es inferior al 10% del valor del primero. Como se puede observar de forma gráfica en la Red EU20 escalada según este factor, la diferencia de tamaño entre los nodos con mayores valores es mínima (Figura 7.17).

## 7.10 CENTRALIDAD BETWEENNESS:

Según la centralidad betweenness hay 7 nodos por los que se pasarían más veces en caso de recorrer un camino entre un nodo origen y otro destino, estos nodos son los mismos nodos que están conectados con toda la red y tienen un valor asignado de 1.5.

Como podemos ver en la distribución de la centralidad betweenness (Figura 7.18), existe una gran diferencia entre estos nodos y el resto, que se sitúan en el intervalo  $[0, 0.084]$  resultando por lo tanto mucho menos relevantes en la red. Además en la Red EU20 escalada según la centralidad betweenness (Figura 7.19) se observa como Helsinki y Manchester (0.125) tienen un papel mucho menos principal que en otras características de la red. Los nodos con centralidad 0 serán Milan y Palma de Mallorca.

Tenemos además la distribución de centralidad betweenness normalizada (Figura 7.20) y su representación gráfica en la Red EU20 escalada según la centralidad betweenness normalizada (Figura 7.21).

## 7.11 CENTRALIDAD CLOSENESS

Los nodos más céntricos son London, Madrid, Barcelona, Lisbon, Paris, Berlin y Frankfurt, todos ellos por igual. Este resultado podemos verlo en la distribución de la centralidad closeness (Figura 7.22), donde también observamos que hay dos nodos muy alejados del centro que son: Milan y Palma de Mallorca. En la Figura 7.23 tendremos que cuanto más céntrico es un nodo, menor es su tamaño. Se aprecia como ya el algoritmo Force Atlas, ha colocado a estos siete nodos en la zona más céntrica de la red.

En la Red EU20 escalada según la centralidad closeness normalizada (Figura 7.24) se puede observar la diferencia real entre los valores de centralidad de los nodos. Con la ayuda de la distribución según la centralidad closeness normalizada se observa como la diferencia entre los cuatro primeros grupos de nodos no es tan elevada (Figura 7.25) y sólo están realmente alejados del centro de la red dos de ellos. Mientras que el valor máximo de los nodos centrales es 1, el de los nodos más alejados disminuye hasta el valor de 0.7. Esto es una diferencia significativa para la red que se está estudiando, la conectividad tan alta que existe hace que esta diferencia del 30% entre el máximo y el mínimo suponga una diferencia muy alta en la diferencia de centralidades.

## 7.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR

Los nodos mejor conectados son aquellos 7 nodos conectados a toda la red. En la distribución de la centralidad eigenvector (Figura 7.26) tenemos que apenas existen diferencias entre los 18 primeros nodos, siendo de este grupo Manchester y Helsinki los peores en este aspecto con una puntuación de 0.88 sobre 1 de los 7 primeros nodos. Esto es un reflejo de la buena conectividad de la red. Para encontrarse los dos últimos nodos hay que bajar hasta el 0.67 de Milan y 0.61 de Mallorca. Esta diferencia tan abultada entre los dos grandes grupos, se puede observar en la Red EU20 escalada según la centralidad eigenvector (Figura 7.27), donde vemos que los tamaños de los 18 nodos con valores más elevados es muy baja en comparación con la existente frente los dos últimos nodos.

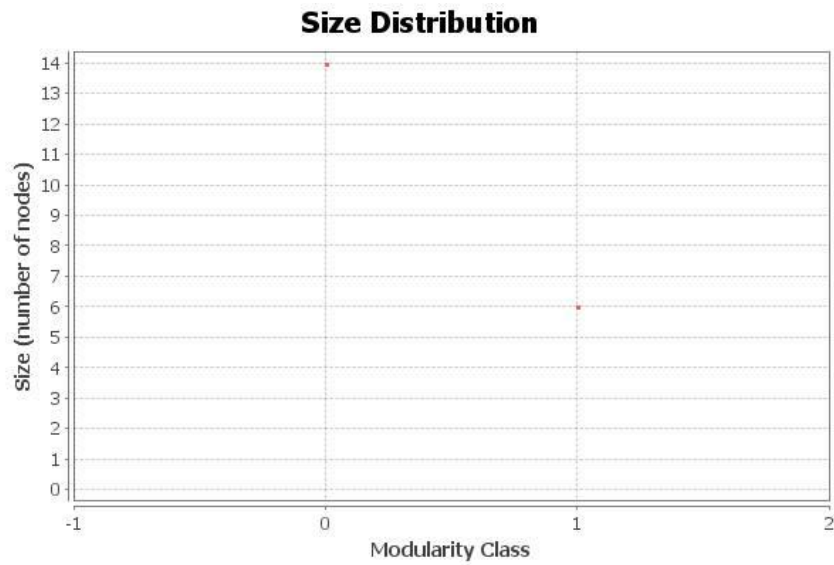


Figura 7.10 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20 con factor de resolución 1.

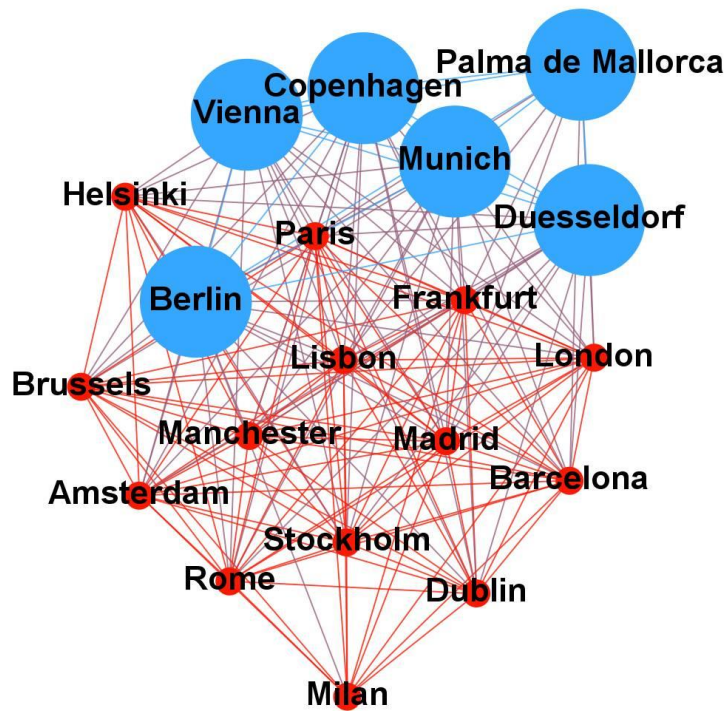


Figura 7.11 EU20 escalada según comunidades, con factor de resolución 1.

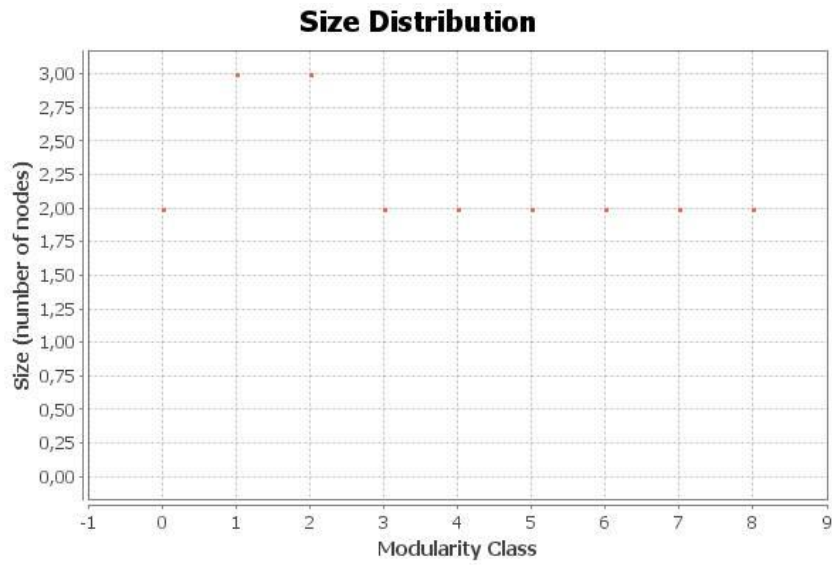


Figura 7.12 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20 con factor de resolución 0.5.

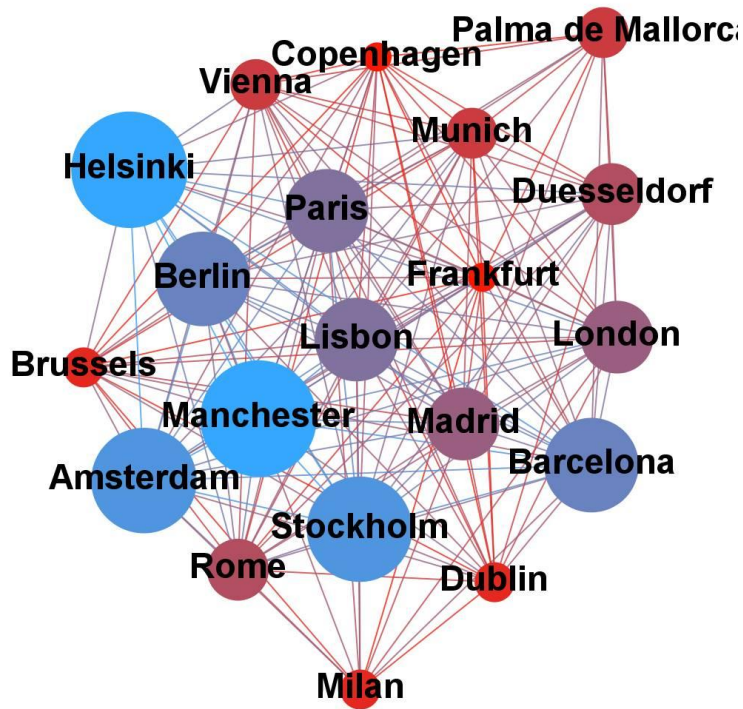


Figura 7.13 EU20 escalada según comunidades, con factor de resolución 0.5.

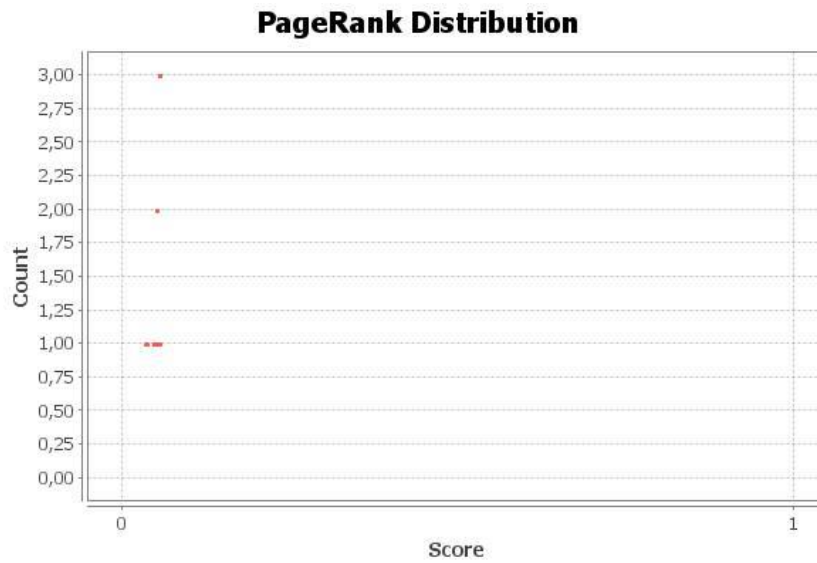


Figura 7.14 Distribución de PageRank en la EU20.

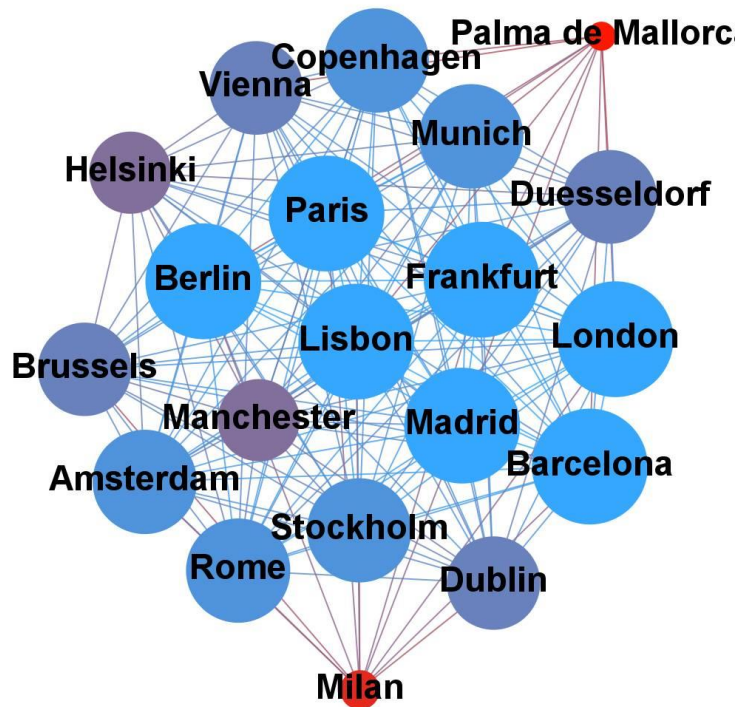


Figura 7.15 EU20 escalada según el algoritmo PageRank.

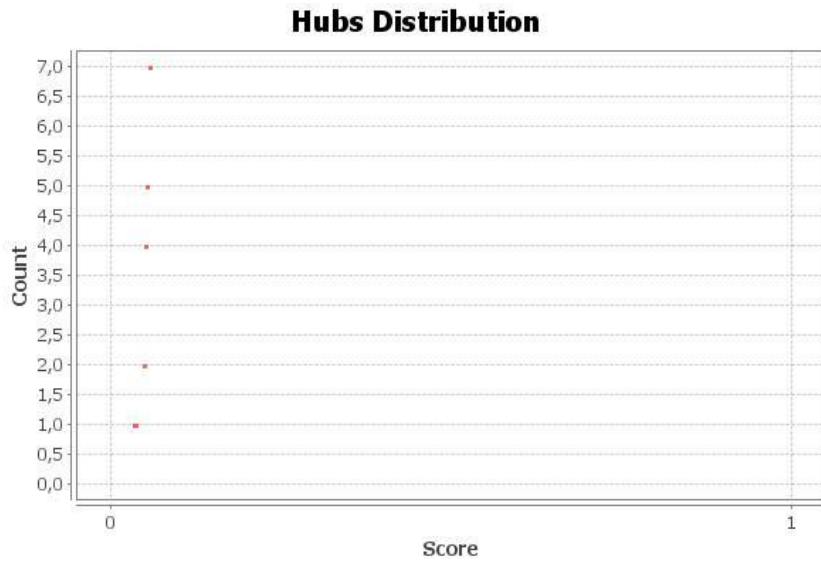


Figura 7.16 Distribución de Hubs en la EU20.

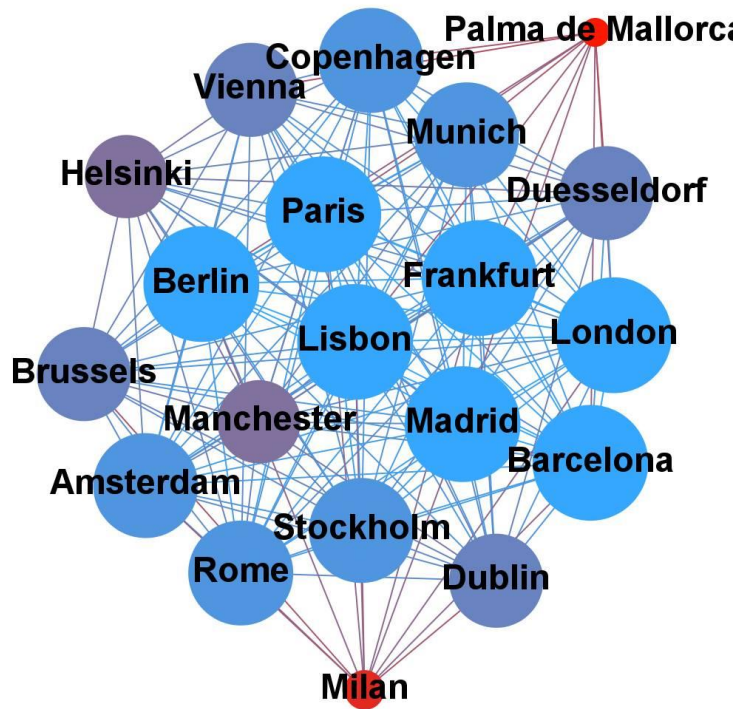


Figura 7.17 EU20 escalada según la distribución de hubs.

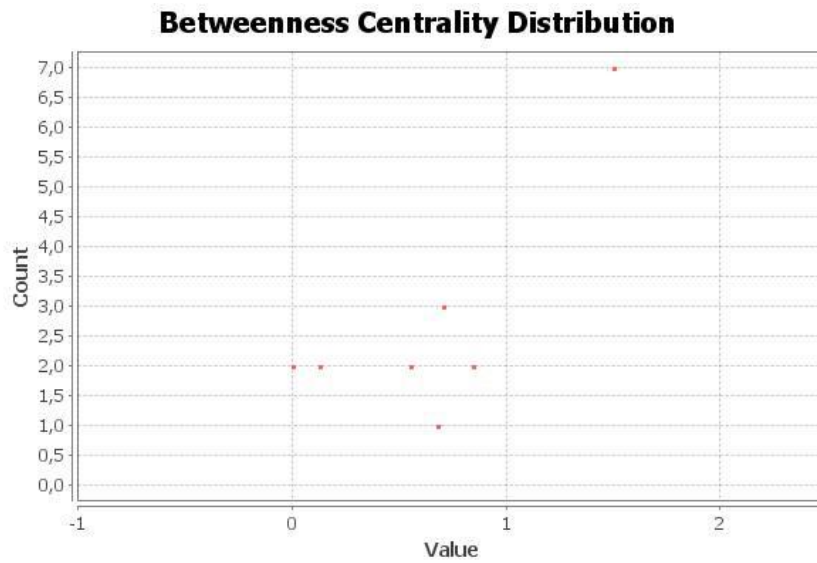


Figura 7.18 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20 sin normalizar.

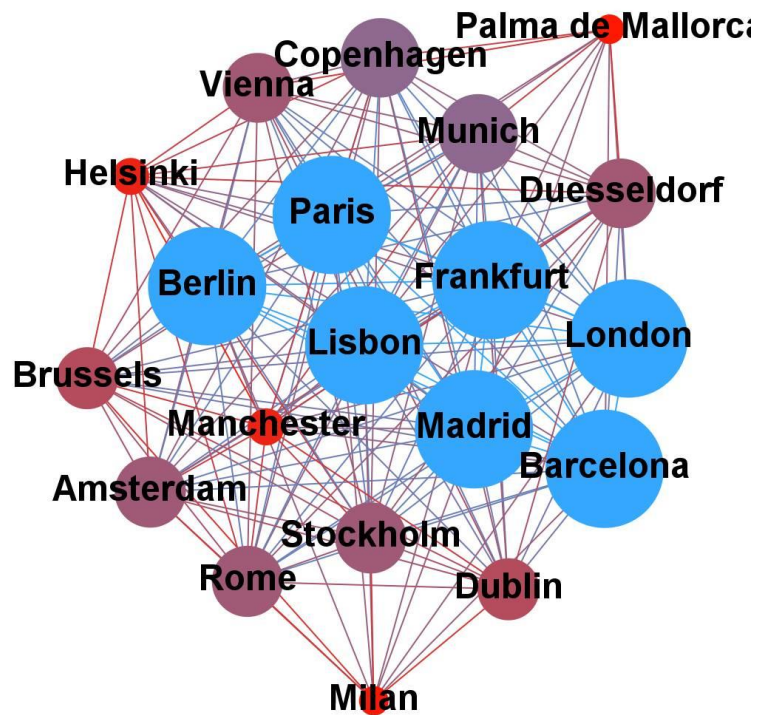


Figura 7.19 EU20 escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada.

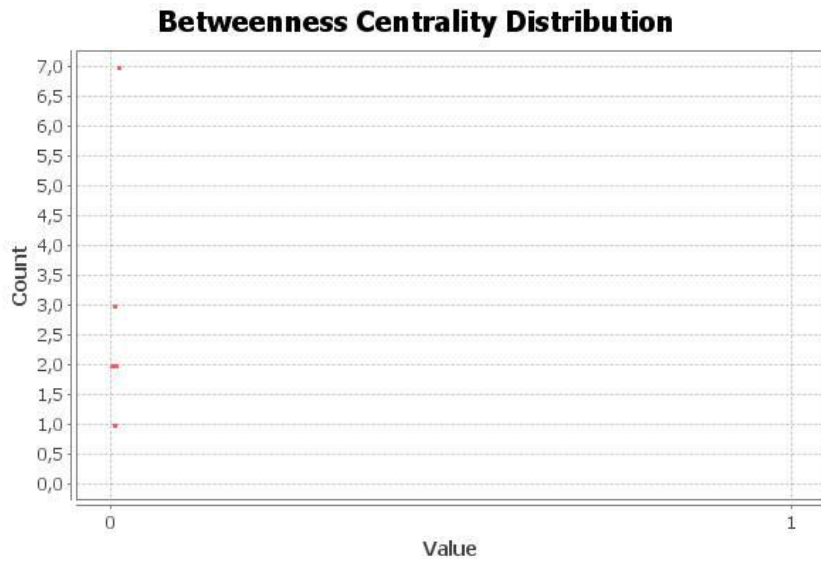


Figura 7.20 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20 normalizada.

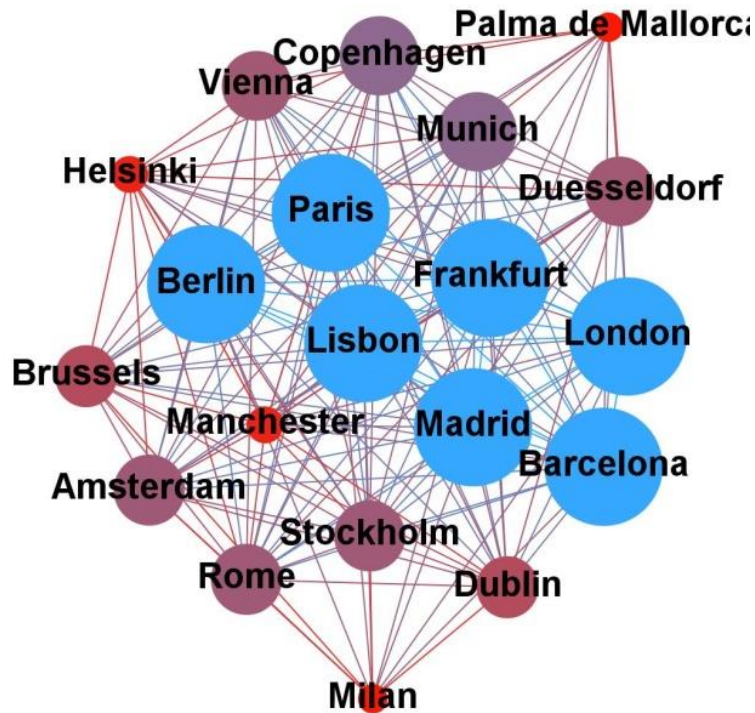


Figura 7.21 EU20 escalada en función de la centralidad betweenness normalizada.



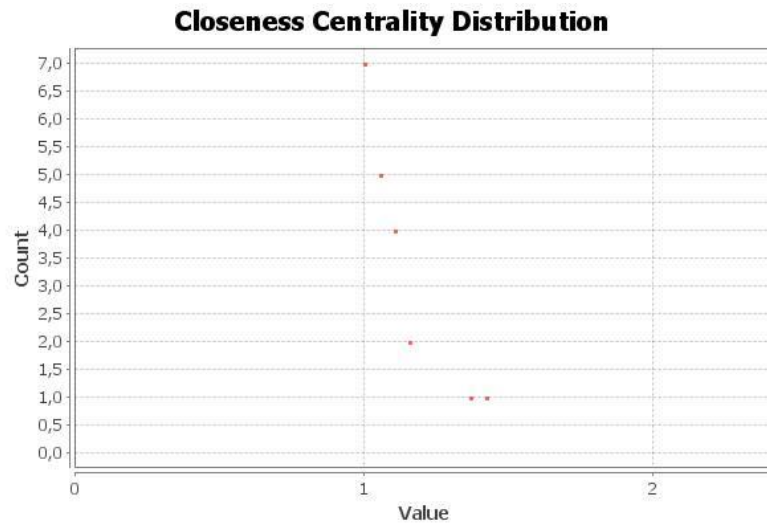


Figura 7.22 Distribución de la centralidad closeness en la EU20 no normalizada.

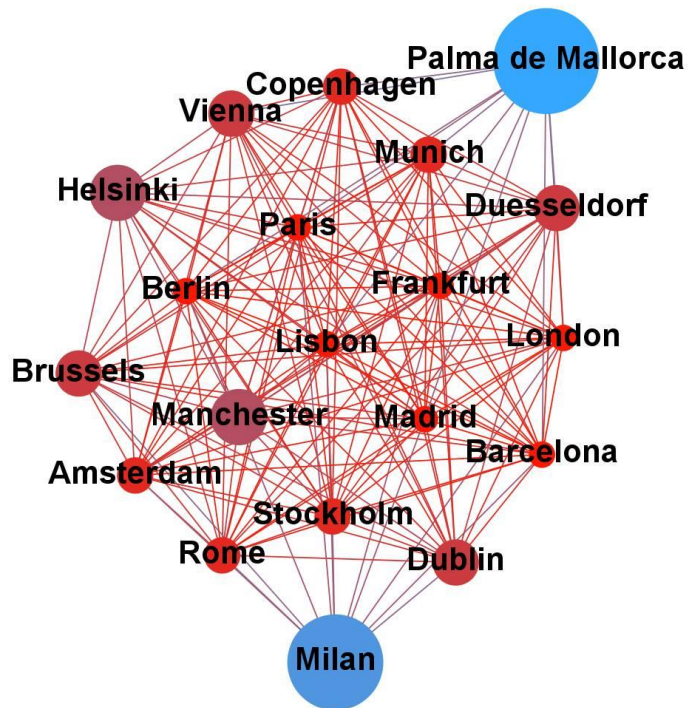


Figura 7.23 EU20 escalada en función de la centralidad closeness no normalizada.

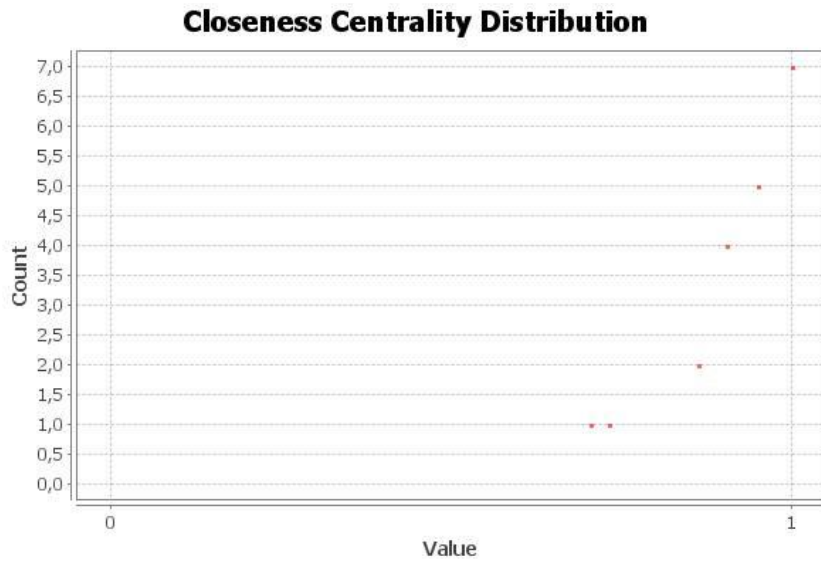


Figura 7.24 Distribución de la centralidad closeness en la EU20 normalizada.

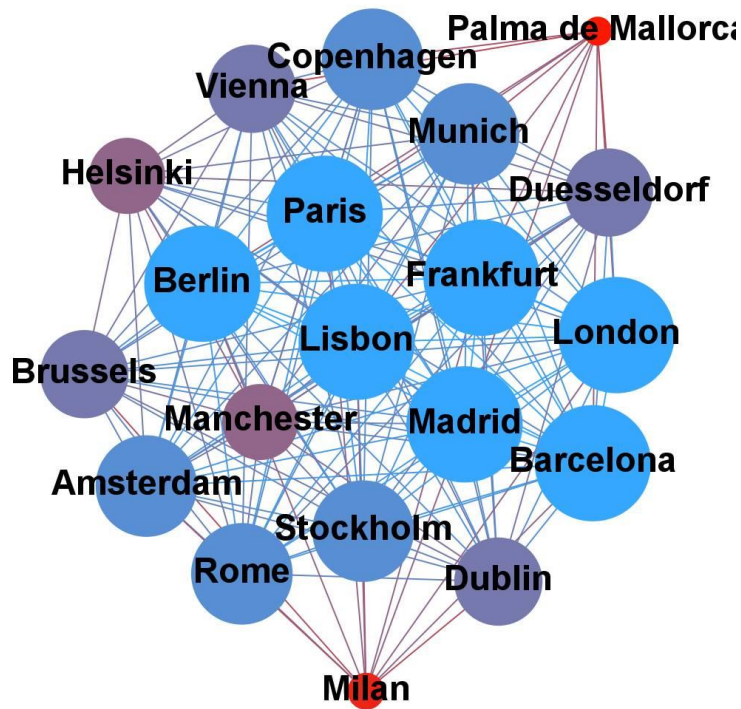


Figura 7.25 EU20 escalada en función de la centralidad closeness normalizada.

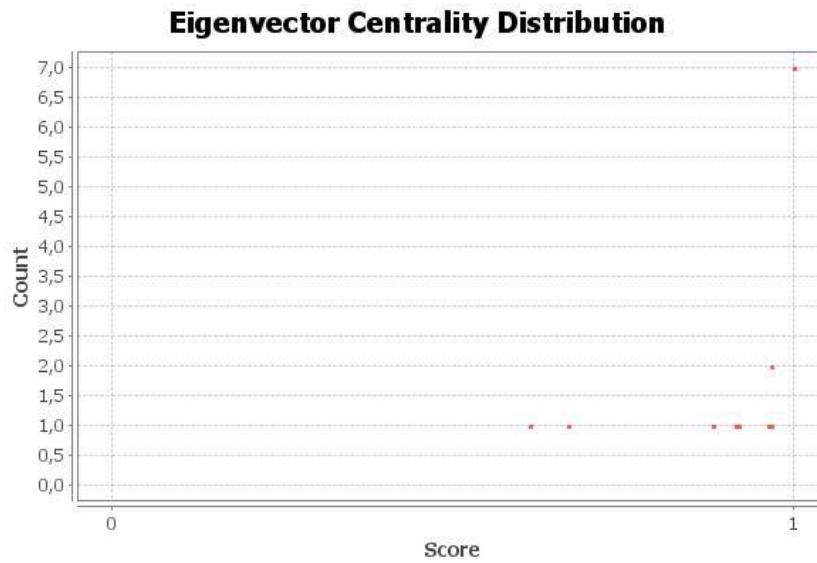


Figura 7.26 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU20.

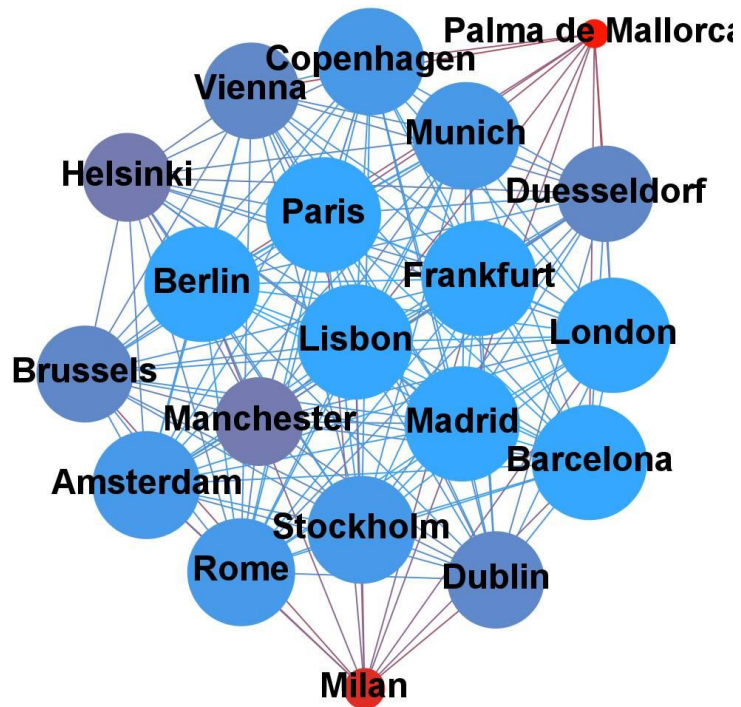


Figura 7.27 EU20 escalada en función de la centralidad eigenvector.



# **CAPÍTULO 8**

## **RED EUROPA 20 – 25 RUTAS**



## 8.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analiza la Red Europa 20-25 rutas (EU20-25R), que está formada por las 25 rutas aéreas más transitadas dentro del continente europeo (Figura 8.1).

También se incluye la representación directa sobre el mapa europeo de los nodos y aristas que conforman la red a estudiar (Figura 8.2). Esto ha sido posible después de aplicar conjuntamente los algoritmos Geo Layout y Map of Countries, y también exportando la red a formato tipo .kmz para poder representarlo sobre Google Earth (Figura 8.3).

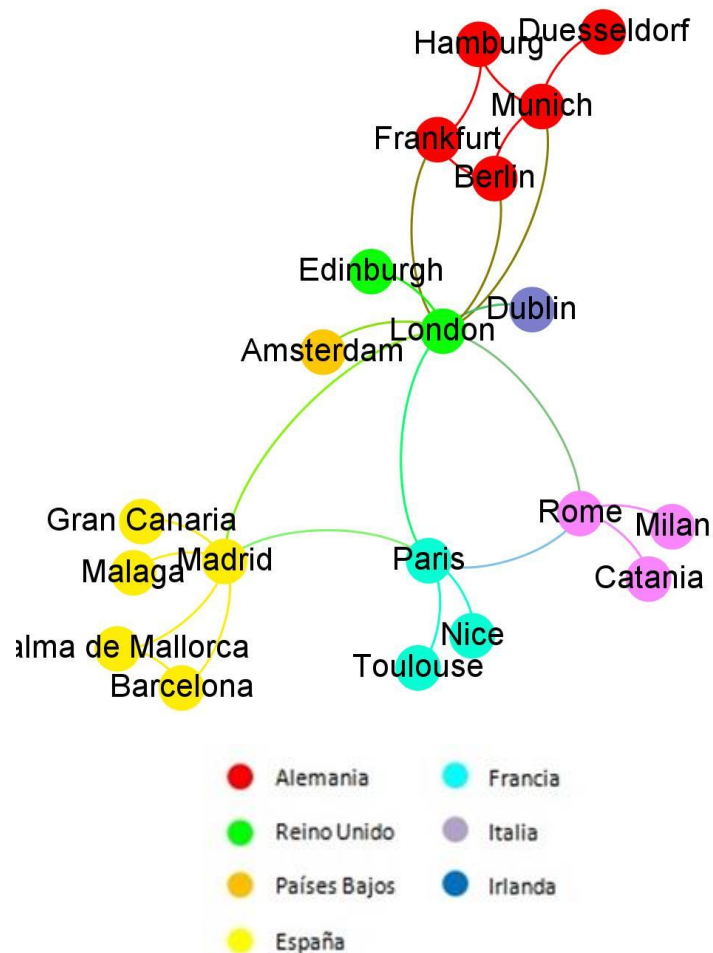


Figura 8.1 EU20-25R aplicando el algoritmo Force Atlas escalado



Figura 8.2 Mapa EU20-25R aplicando algoritmo Geo LayOut y Map of Countries

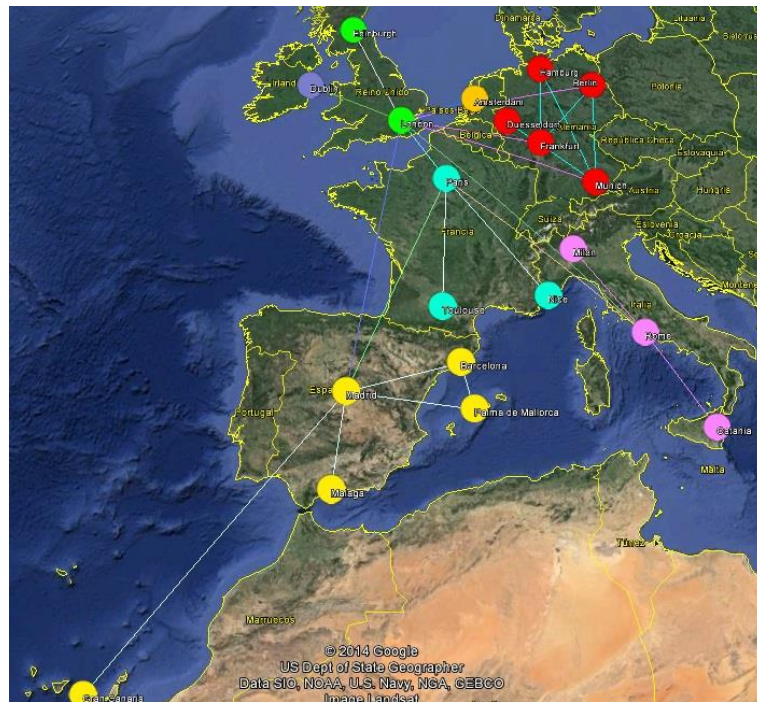


Figura 8.3 Mapa de EU20-25R exportada a Google Earth.



## 8.2 GRADO

El grado medio de la red es 2,5. Este resultado es muy inferior al grado de la Red EU20 al disminuir el número de conexiones de 173 a 25.

Ayudándonos de la distribución (Figura 8.4) y del grafo generado (Figura 8.5), se deduce que este valor está altamente condicionado por el nodo London con un grado 9. Además, la diferencia del 30% en cuanto al grado se refiere con el siguiente elemento, hace considerar que London es un hub de la red. Por lo tanto si eliminásemos este hub de la red, esta misma se vería modificada de forma que cambiaría completamente de estructura. La distribución de grado se corresponde con el modelo teórico de distribución de grado en una red de Barabási-Albert, en las que se sigue una ley de potencias resultando que muchos nodos tienen pocos enlaces y pocos nodos tienen un gran número de enlaces. Estaremos por tanto frente a una red asortativa al considerar que el nodo London, que es el nodo que mayor grado tiene con gran diferencia, está rodeado de otros nodos con también un grado relativamente alto.

Por otra parte, podemos ver gráficamente como las grandes capitales de los países más importantes del continente son las que disponen de un grado superior, relegando a las ciudades más pequeñas a un plano secundario. Esto se corresponde con la idea del modelo teórico de Barabási-Albert en la que tenemos varios nodos con alta concentración de enlaces (hubs) que hacen las conexiones con los nodos menos importantes.

Analizando los ciclos que aparecen en la red, vemos que la mayoría de ellos surgen de conectar las grandes capitales europeas, fortaleciendo así la estructura basada en hubs. El nodo que participa en un mayor número de ciclos es London. A esto hay que añadir la excepción del caso alemán, en el cual se forma un ciclo entre las cuatro ciudades más representativas. Esto sugiere que en cuanto a tráfico aéreo estatal, Alemania es el país que atrae un mayor número de pasajeros. También aparece un ciclo en el que intervienen Barcelona, Palma de Mallorca y Madrid, que se puede explicar por la situación geográfica de Palma de Mallorca al tratarse de una isla. La conexión con Madrid hará referencia principalmente a la conexión con otros destinos internacionales, mientras que la conexión con Barcelona hará referencia al enlace continental con el aeropuerto más cercano.

### 8.3 DENSIDAD

La densidad de la red es 0.132 resultando así que la relación entre posibles conexiones y las aristas existentes es relativamente baja, esta red queda definitivamente lejos de tratarse de una red completa.

### 8.4 PASO MEDIO

El paso medio de la red es 3. Esto significa que entre dos destinos cualesquiera, hay que hacer una media de 2 escalas.

### 8.5 DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD

La excentricidad máxima (diámetro) de la red es 4. Esto significa que el número máximo de escalas entre los dos destinos más alejados es 3. Por ejemplo en este caso tenemos que , para hacer el viaje Duesseldorf – Barcelona utilizando estas conexiones, habría que recorrer: Duesseldorf – Munich, Munich – London , London – Madrid y finalmente Madrid – Barcelona. Para una red de tamaño tan reducido se considera un diámetro bastante alto.

Tendremos que la distancia máxima entre nodos está entre 2 y 4, siendo 2 el número máximo de aristas que se pueden recorrer desde London para llegar a cualquier otro nodo y 4 el número máximo de aristas que se pueden recorrer desde cualquiera de los nodos menos centrales a otro de los mismos pero pasando por al menos dos hubs; por ejemplo de Malaga a Catania (pasando por Madrid, Paris y Roma) o de Niza a Duesseldorf (pasando por Paris, London y Munich).

En la distribución de la excentricidad (Figura 8.6) se observan los tres niveles de excentricidad existentes en la red: 10 nodos con valor 4, 9 con valor 3 y un único nodo con valor 2. En la Figura 8.7 podemos ver como los nodos con mayor tamaño, que son los que mayor excentricidad tienen corresponden con los nodos menos centrales.

Teniendo en cuenta que el paso medio es 2 y que el diámetro de la red es 4, es más probable es que entre dos destinos haya que realizar varias paradas en vez de viajar directamente. Esto hace pensar que en la red la influencia de los hubs es realmente alta, siendo casi imprescindible conectar 2 hubs independientemente de la ruta que se trace. También se intuye que la división estructural en comunidades va a estar muy estructurada, siendo cada uno de

estos hubs el responsable de conectar los aeropuertos menos importantes con el resto de comunidades.

## 8.6 CLUSTERING

El coeficiente medio de clustering de la red es 0.378, que no es demasiado alto para esta red en concreto debido al gran número de ciclos que se pueden formar. Destacar que los nodos en los que mayor es el clustering son Palma de Mallorca y Barcelona, debido a que las dos conexiones de las que disponen cada uno forman un único ciclo, indicando así un alto nivel de interconexión. También es significativamente alto el coeficiente de clustering de Berlin, esto es por tratarse del centro del ciclo que se forma en Alemania (Figura 8.8).

Cabe destacar el por qué del coeficiente de clustering tan bajo que posee London. Se debe a la gran penalización que le aportan los nodos de Edimburgh, Dublin y Amsterdam, cada uno con un coeficiente de clustering individual 0. Esto ocurre también en los hubs de menor tamaño, se encuentran penalizados por los nodos que sólo disponen de una gran conexión con su hub correspondiente.

De los 20 nodos hay 11 que tienen un coeficiente de clustering 0 (Figura 8.9) indicando así la ausencia de interconexión entre nodos vecinos en más del 50% del total de nodos .

## 8.7 MODULARIDAD

Se han realizado tres estudios con distinta resolución (1, 1.5 y 0.5) para ver la evolución de formación de comunidades según este factor.

Para un factor de resolución de 1.5, la modularidad es 0.885 y se generan 4 comunidades (Figura 8.10). Se ha conseguido por lo tanto aumentar la clasificación por comunidades aumentando el factor de resolución. Estos grupos son (Figura 8.11):

- Comunidad 1 (Formada por las islas británicas y Amsterdam): Edimburgh, London, Amsterdam y Dublin.
- Comunidad 2 (Formada por Francia e Italia): Paris, Nice, Toulouse, Rome, Milan y Catania.

- Comunidad 3 (Formada únicamente por España): Madrid, Barcelona, Palma de Mallorca, Gran Canaria y Málaga.
- Comunidad 4 (Alemania): Formada por Hamburg, Frankfurt, Berlin, Munich y Duesseldorf.

Para un factor de resolución de 1, la modularidad es 0.468 y se generan 3 comunidades (Figura 8.12). Esto indica que entre los 4 módulos apenas existen conexiones, pero sí que están reforzadas dentro de las propias comunidades. Las tres comunidades que se han formado son (Figura 8.13):

- Comunidad 1 (Formada por las islas británicas y los países centroeuropeos): Edimburgh, London, Amsterdam, Dublin, Hamburg, Frankfurt, Berlin, Munich y Duesseldorf.
- Comunidad 2 (Formada por Francia e Italia): Paris, Nice, Toulouse, Rome, Milan y Catania.
- Comunidad 3 (Formada únicamente por España): Madrid, Barcelona, Palma de Mallorca, Gran Canaria y Málaga.

Para un factor de resolución de 0.5 la modularidad es 0.117 y se generan 3 comunidades (Figura 8.14) y (Figura 8.15), las mismas que se han obtenido con el factor de resolución 1. Esto indica que aun disminuyendo la resolución inicial no se puede dividir la red en más grupos, por lo que esta clasificación en comunidades se puede considerar lo suficientemente relevante.

## 8.8 PAGERANK

El aeropuerto más importante es London. Es significativo que solo otros 4 de los 20 nodos se encuentren en valores superiores al 50% del máximo resultante, aproximadamente 0.162 (Figura 8.16). Son estos 4 casos además, los que representan a las grandes capitales del continente europeo con un número importante de conexiones (Figura 8.17), quedando relevados a una menor importancia el resto de los nodos de la red.

## 8.9 HUBS

El aeropuerto más importante es también London, con un valor de 0.14 seguido por Madrid y Paris con 0.10 y 0.09 respectivamente. La distribución seguida refleja que estos son los nodos más importantes de la red (Figura 8.18). En el caso de Alemania, aparece como más importante Munich que Berlin, lo cual es debido a que Munich tiene además de la misma conexión que Berlin con el nodo de la red más relevante (London), una conexión más a mayores (Duesseldorf) (Figura 8.19).

Por lo tanto, ante estos resultados podemos concluir que el número de hubs que existen en esta red son 3: London, Madrid y Paris.

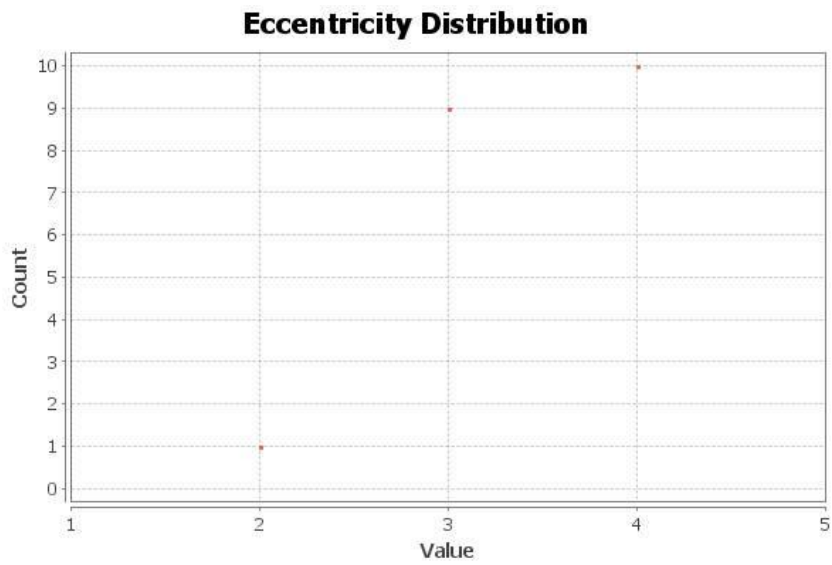


Figura 8.4 Distribución de la excentricidad en la EU20-25R.

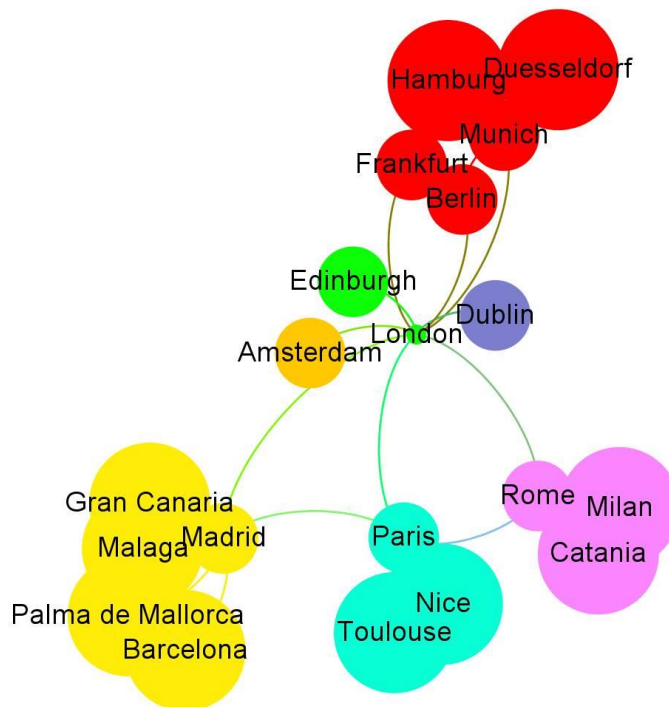


Figura 8.5 EU20-25R escalada en función de la excentricidad.

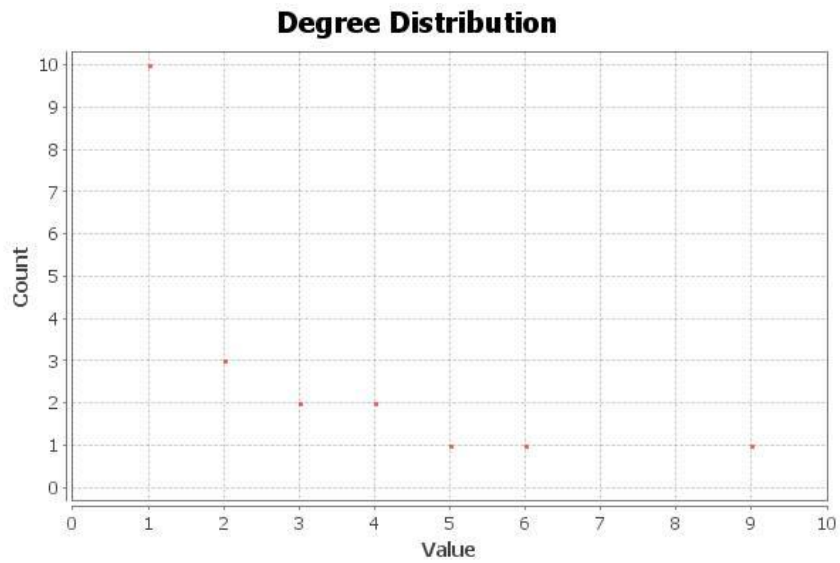


Figura 8.6 Distribución del grado en la EU20-25R

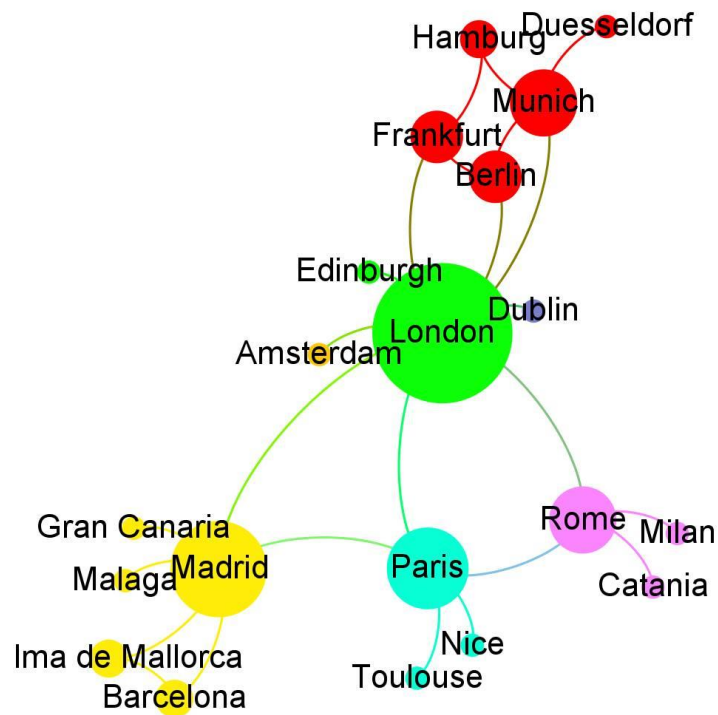


Figura 8.7 EU20-25R con force atlas escalado según el grado de los nodos.

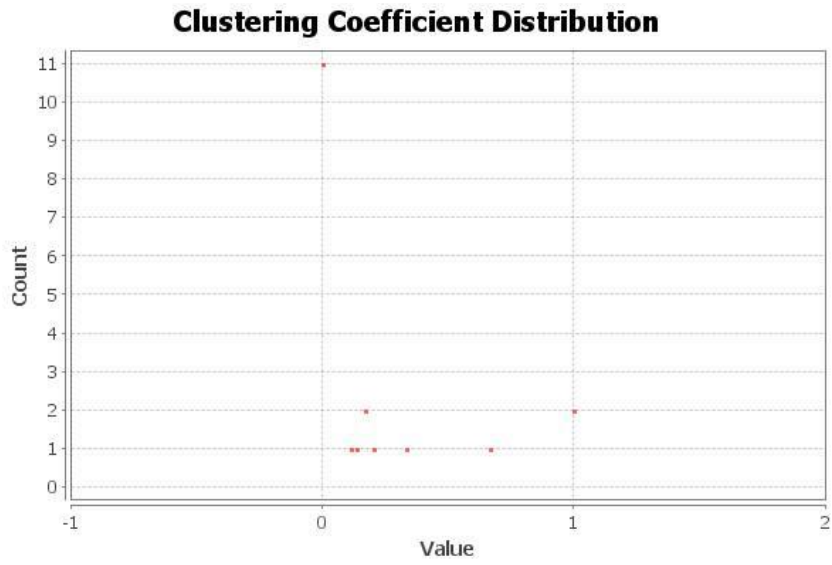


Figura 8.8 Distribución del coeficiente de clustering en la EU20-25R.

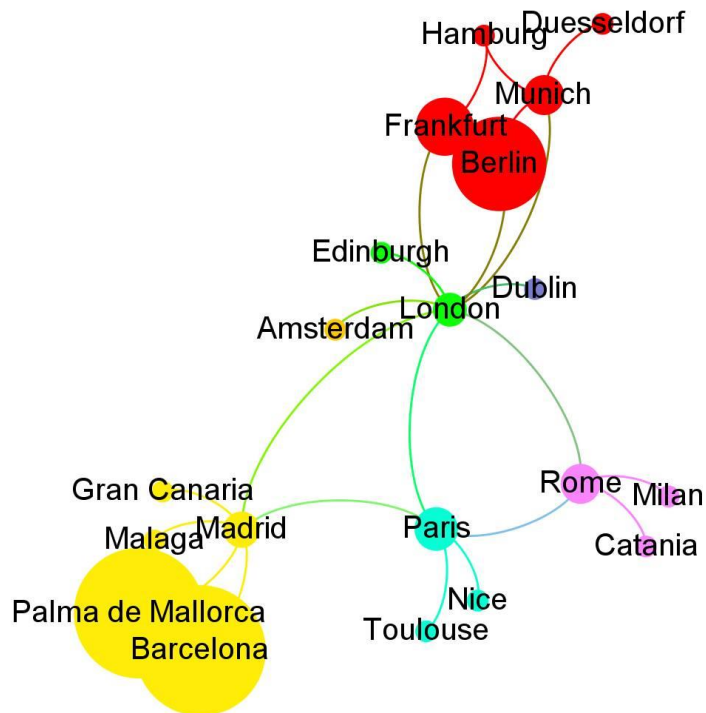


Figura 8.9 EU20-25R escalada según el coeficiente de clustering de cada nodo.



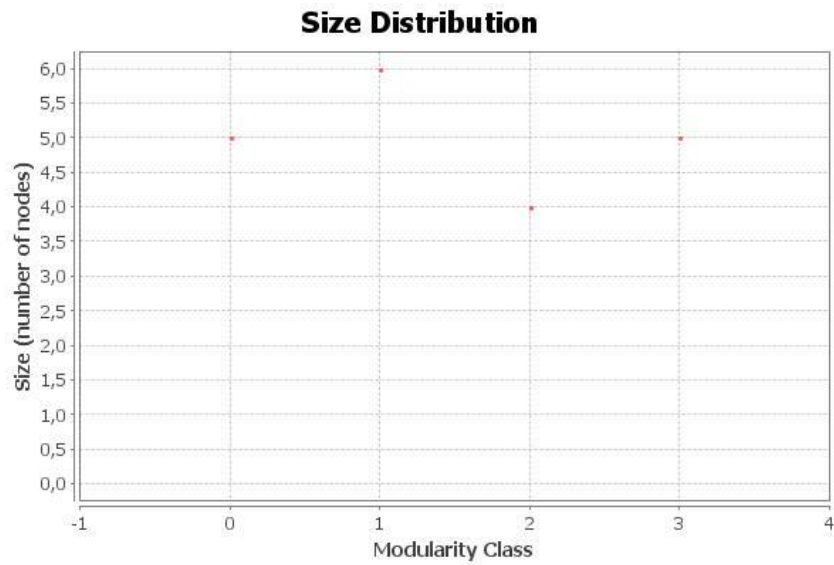


Figura 8.10 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 1.5.

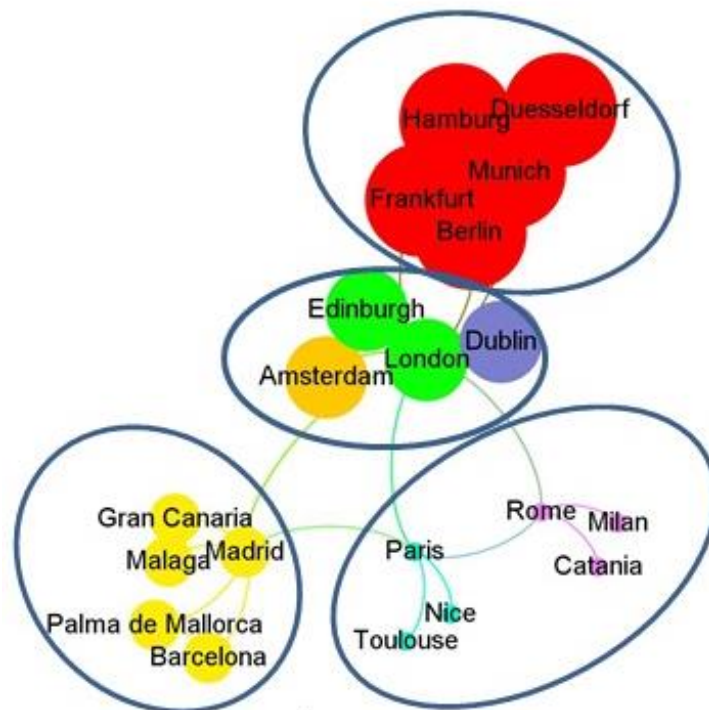


Figura 8.11 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 1.5

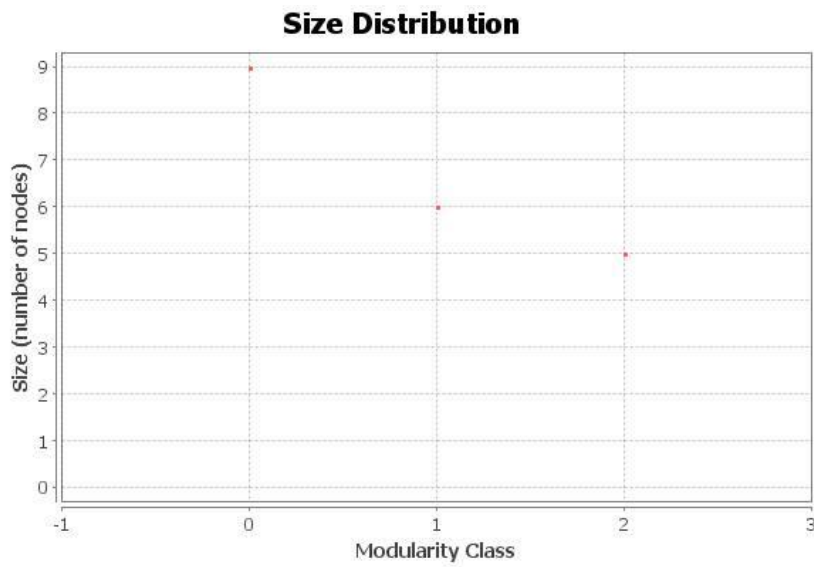


Figura 8.12 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 1

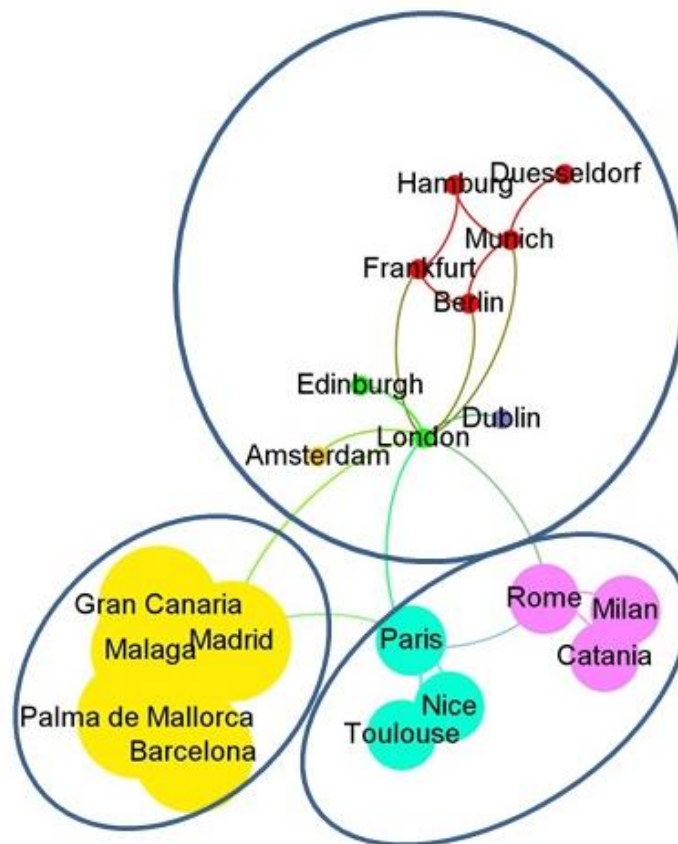


Figura 8.13 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 1

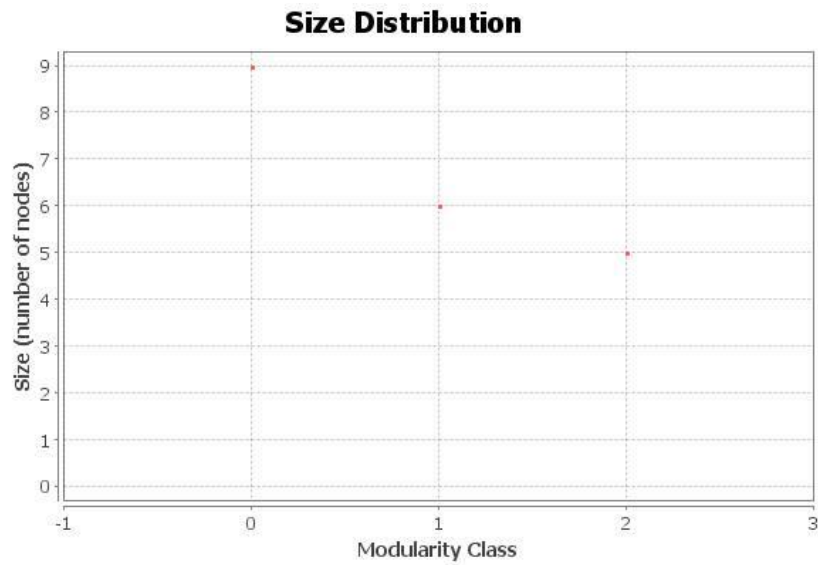


Figura 8.14 Distribución de comunidades según su tamaño en la EU20-25R con factor de resolución 0.5.

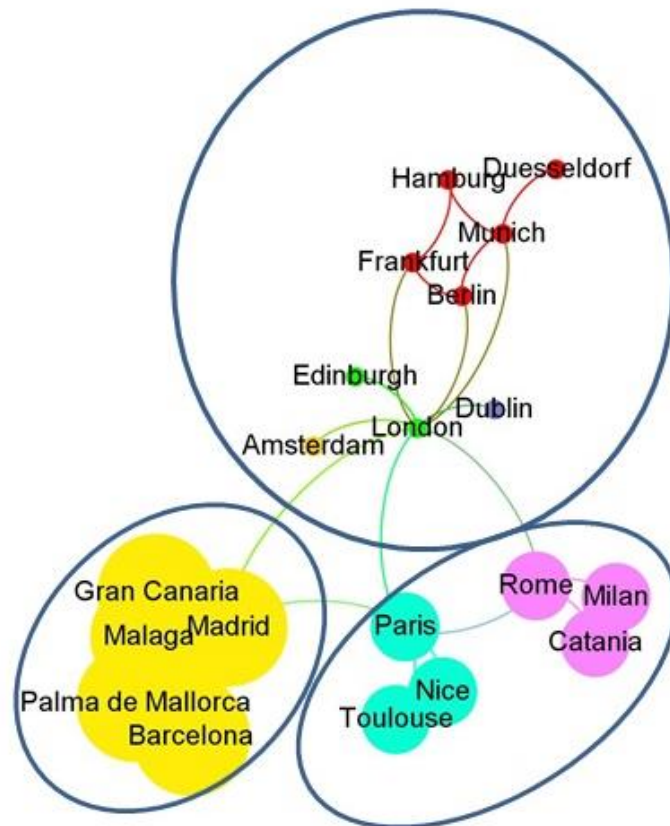


Figura 8.15 EU20-25R escalada según comunidades, con factor de resolución 0.5.



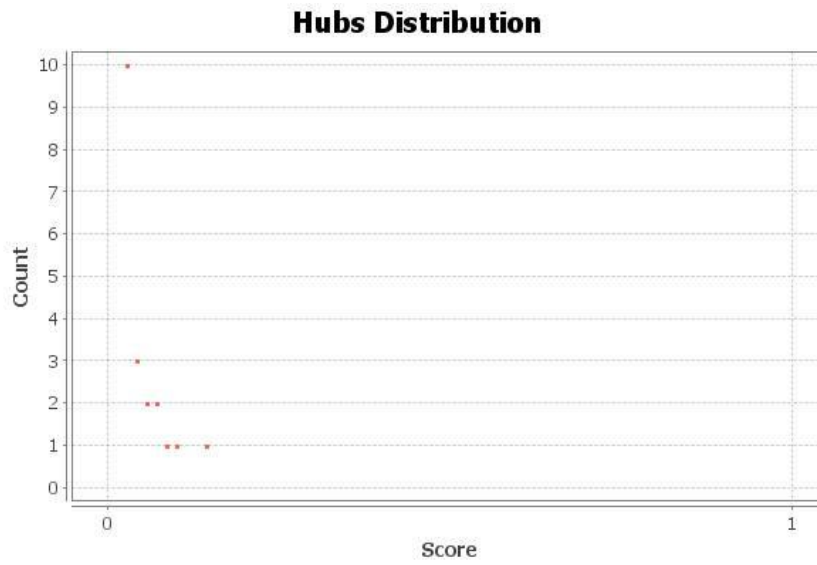


Figura 8.18 Distribución de Hubs en la EU20-25R.

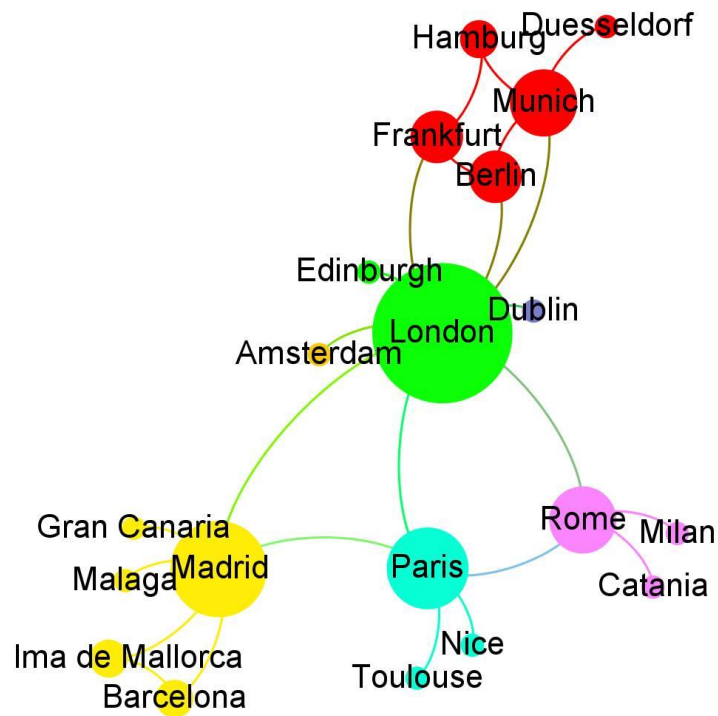


Figura 8.19 EU20-25R escalada según la distribución de hubs.

## 8.10 CENTRALIDAD BETWEENNES

London es el nodo por el que más veces pasaremos si intentamos movernos entre un nodo origen y otro destino, con 114. Esto significa que por ejemplo, si una información se quiere propagar rápidamente y sólo se dispone de una oportunidad, lo más efectivo resulta comunicarlo sobre este nodo, ya que lo más probable es que muchos de los recorridos pasen por el mismo.

En la Red EU20 escalada según la centralidad betweenness (Figura 8.20) los nodos con las conexiones más relevantes son Madrid, Paris y Roma, pero con una diferencia demasiado grande con el nodo London. En la distribución sin normalizar de la centralidad betweenness (Figura 8.21) se observa la gran diferencia en el nivel de centralidad entre nodos, resultando la centralidad de London más del doble que el resto de nodos de la red exceptuando Madrid.

En la distribución normalizada de la centralidad betweenness (Figura 8.22), donde no se aprecia tanto la diferencia existente entre los nodos de menor centralidad, pero sigue siendo clara la diferencia del nodo London respecto al resto. Es decir, mediante la Figura 8.23 podemos ver progresivamente como los valores de centralidad son mayores en unos casos que en otros, pero perdemos la perspectiva de la gran diferencia real entre nodos como se aprecia en la Figura 8.21.

## 8.11 CENTRALIDAD CLOSENESS

El nodo más central de la red es London con un factor de 0.66, seguido de nuevo por Paris y Madrid que se encuentran prácticamente igual de cercanos. El nodo más lejano de toda la red es Duesseldorf, que además es el nodo que limita la distancia geodésica.

En la Red EU20 escalada según la centralidad closeness (Figura 8.24) observamos de forma clara como según se van alejando del nodo central de la red (London) el tamaño equivalente a la lejanía va aumentando. De la misma forma que en la centralidad betweenness, si no se normaliza vemos el efecto sobre los nodos según sea su valor correspondiente.

En la distribución de centralidad closeness sin normalizar (Figura 8.25) vemos como hay 22 caminos con distancia superior a 2, lo que indica la tendencia de la red a tener muchos nodos muy alejados del centro y pocos que realmente se puedan considerar como nodos centrales.

En la distribución de la centralidad closeness normalizada (Figura 8.26) aparecen representados los nodos de forma que se puedan comparar con otros ejemplos, y su representación de forma gráfica en la Figura 8.27.

## 8.12 CENTRALIDAD EIGENVECTOR

London es el nodo mejor conectado y, a su vez, sus conexiones están mejor conectadas, seguido de Paris y Madrid. Paris se encuentra por delante de Madrid debido a su conexión con Roma, que a pesar de ocupar el quinto puesto, está a su vez bien conectada (Figura 8.28).

Por lo tanto, si hablamos de cantidad de conexiones importantes y exceptuando London, Madrid es el mejor clasificado. Pero si tenemos en cuenta el aspecto de la calidad de estas conexiones, el nodo correspondiente a Paris está mejor valorado, aun así la diferencia es mínima como se puede apreciar en la distribución de la centralidad del eigenvector (Figura 8.29).

Resumiendo el estudio de centralidad realizado, independientemente de que se busque el nodo central de la red, la calidad de las conexiones o la cantidad de conexiones, el nodo más relevante resulta siendo siempre London, seguido por Madrid y Paris que en la mayoría de los casos sus resultados numéricos del ejercicio son similares.

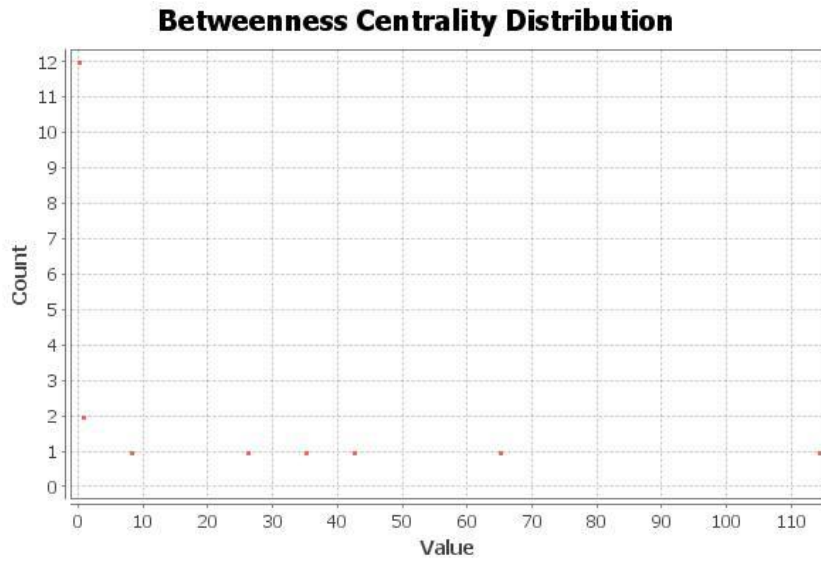


Figura 8.20 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20-25R sin normalizar.

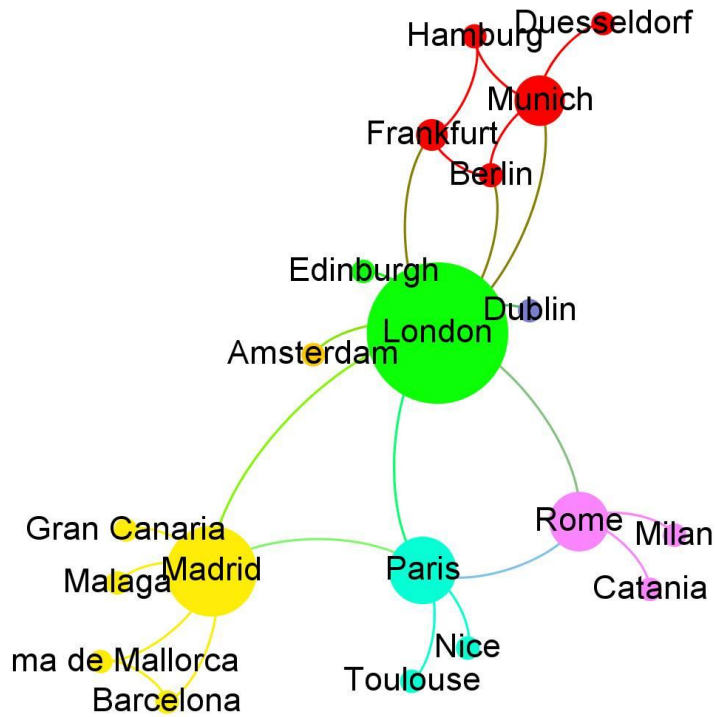


Figura 8.21 EU20-25R escalada en función de la centralidad betweenness no normalizada.



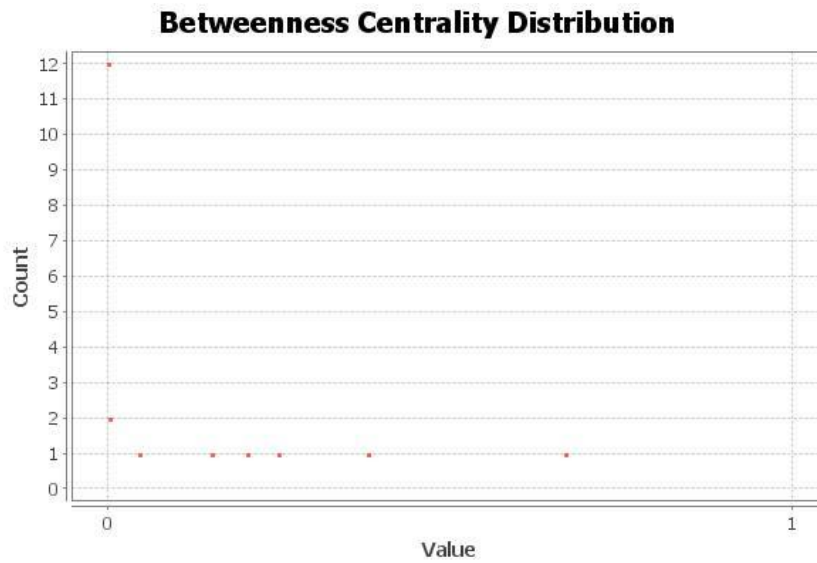


Figura 8.22 Distribución de la centralidad betweenness en la EU20-25R normalizada.

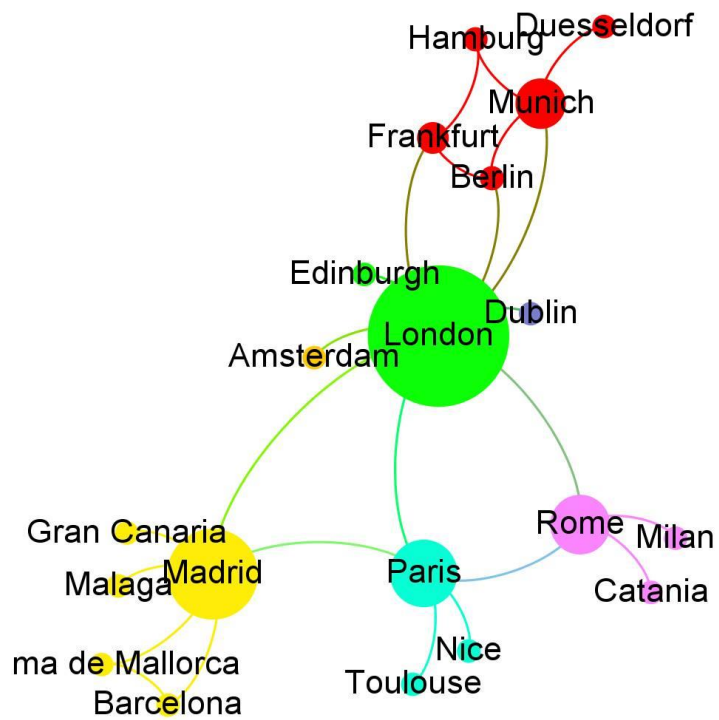


Figura 8.23 EU20-25R escalada en función de la centralidad betweenness normalizada.

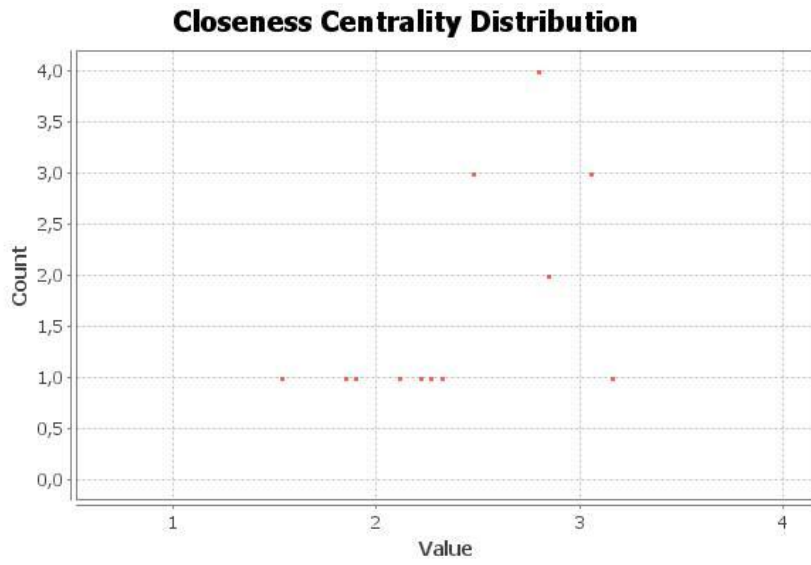


Figura 8.24 Distribución de la centralidad closeness en la EU20-25R no normalizada.

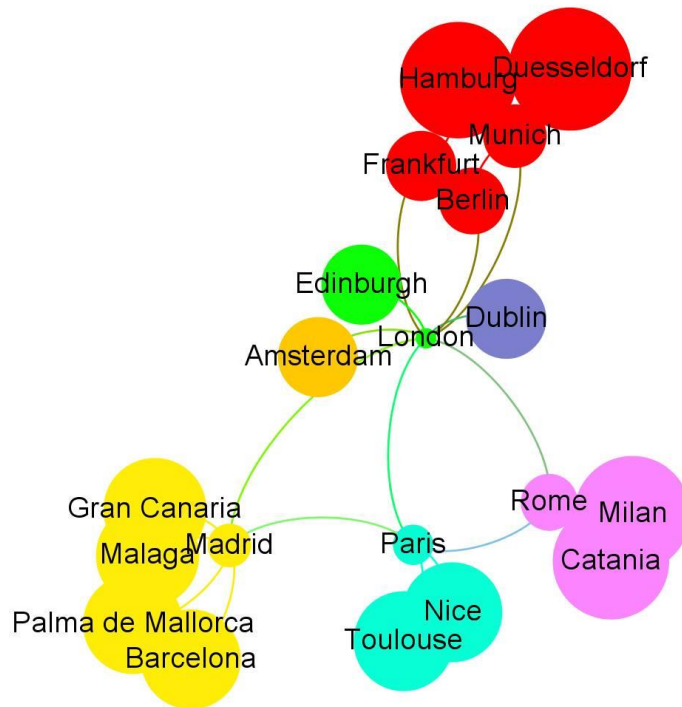


Figura 8.25 EU20-25R escalada en función de la centralidad closeness no normalizada.

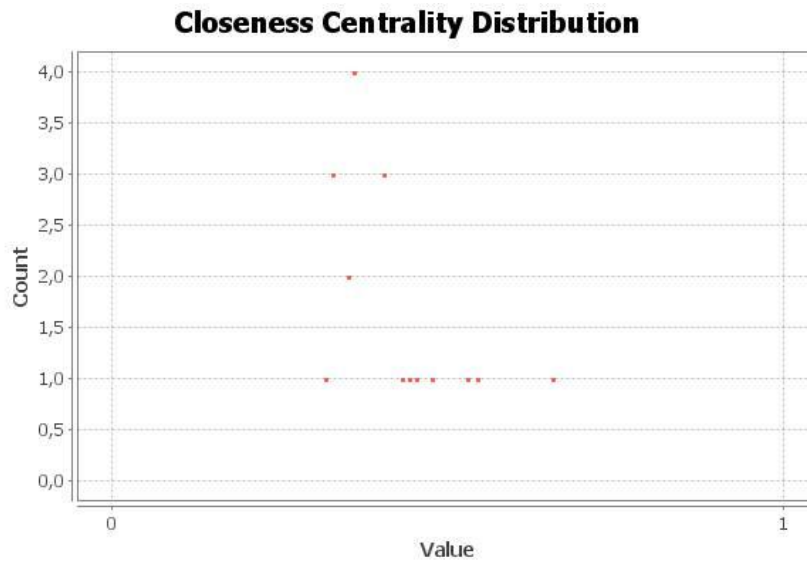


Figura 8.26 Distribución de la centralidad closeness en la EU20-25R normalizada.

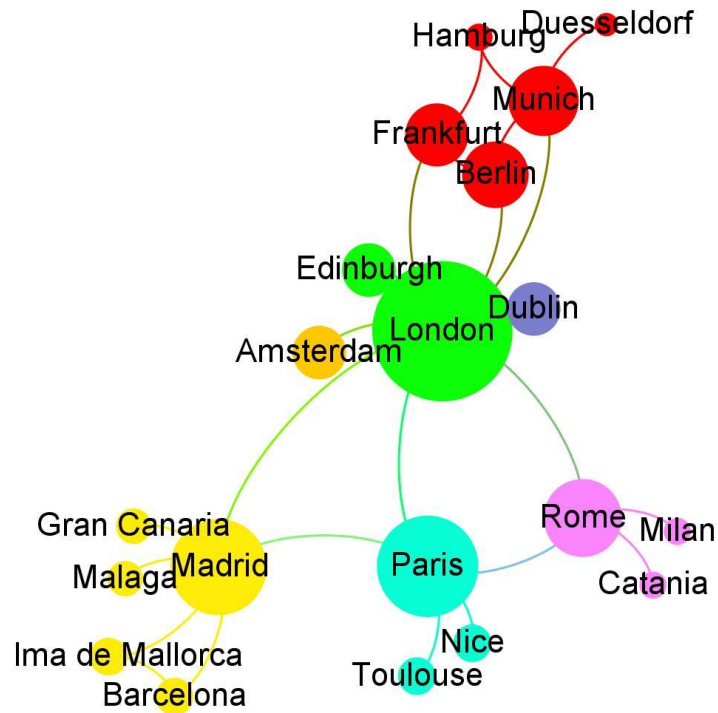


Figura 8.27 EU20-25R escalada en función de la centralidad closeness normalizada.

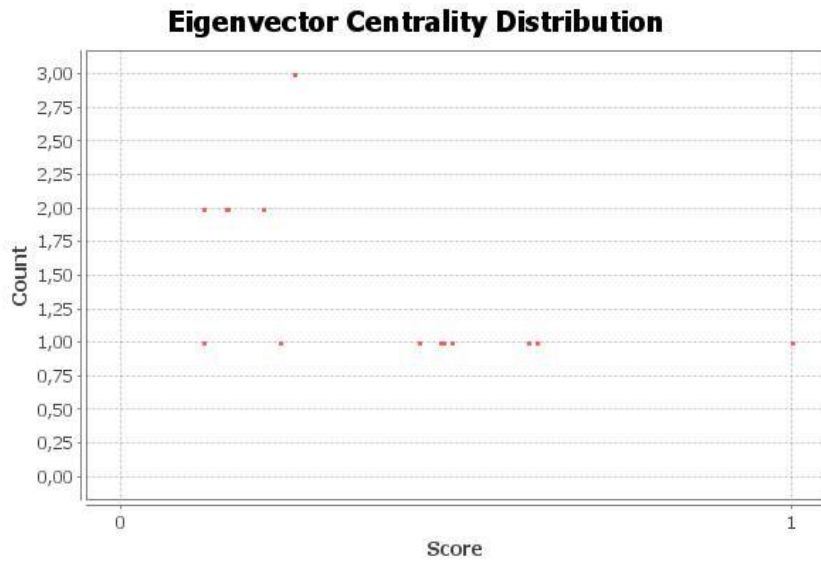


Figura 8.28 Distribución de la centralidad eigenvector en la EU20-25R.

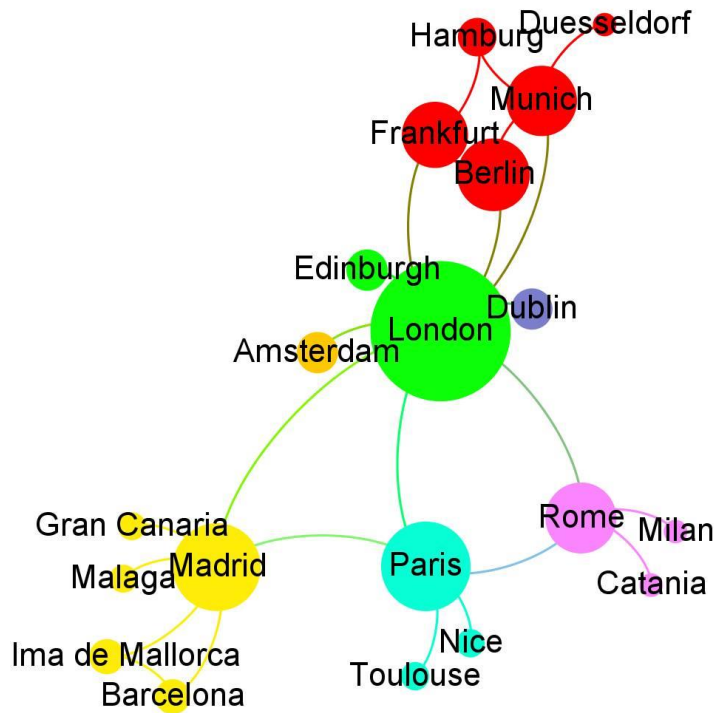


Figura 8.29 EU20-25R escalada en función de la centralidad eigenvector.

# CAPÍTULO 9

# CONCLUSIONES



En este trabajo se ha analizado, mediante la teoría de redes, la red real de aeropuertos europeos. Partiendo de la red aeropuertos (red EUW) que se ha creado a partir de los datos globales “GlobalFlightsNetwork” y que incluye 3009 nodos y 15601 conexiones, se han realizado sucesivas simplificaciones de dicha red con el objetivo de reducir la complejidad y el tamaño de la misma.

El tratamiento de los datos para la realización de simplificaciones ha resultado especialmente complejo, debido al gran número de nodos y conexiones que se tratan en las redes generadas.

Se ha utilizado para este análisis la herramienta de software para el tratamiento de redes Gephi, que permite presentar resultados visuales y que favorece un mejor análisis tanto cuantitativo como cualitativo.

Se han analizado la densidad, el grado medio y la distribución de grado, el paso medio (escalas entre dos destinos), el diámetro (escalas entre los aeropuertos más alejados), el *clustering*, la modularidad y la centralidad de las siguientes redes, cuyos principales resultados se resumen a continuación (ver tabla 9.1): EUW (3009 aeropuertos y 15601 rutas), EUC (373 aeropuertos europeos, 4 nodos para rutas intercontinentales y 3068 rutas), EU128 (128 mayores aeropuertos europeos clasificados según cantidad de pasajeros y 1093 rutas europeas), EU78 (78 aeropuertos y 1230 rutas), EU20 (20 aeropuertos y 173 rutas), EU20-25R (20 aeropuertos de las 25 rutas más transitadas).

Además, estas redes se comparan con las instancias “*hub-and-spoke*” generadas aleatoriamente en la investigación del problema de gestión de flujo del tráfico aéreo europeo con el objetivo de evaluar el realismo de las simulaciones. Hemos obtenido que estas instancias sólo son comparables con la red más simple EU20-25R, siempre y cuando se especifique la estructura “*hub-and-spoke*” de aeropuertos en lugar de ser aleatoria

#### GRADO:

En la Red EUC obtenemos el grado medio mínimo (grado medio=16.27). Reduciendo las conexiones y los nodos en la Red EUC, se consigue aumentar el grado medio de la red en algo más de 13 puntos en la Red EU128, llegando hasta un grado medio de 29.734. En la reducción siguiente, equivalente a reducir la Red EU128 en 50 nodos con sus correspondientes conexiones, se consigue de nuevo en la Red EU78 aumentar el grado medio hasta 31.538. En la Red EU20 el grado disminuye hasta prácticamente los niveles iniciales de la Red EUC aunque ligeramente superior, con un valor de 17.3. Finalmente en la Red EU20-25R, el grado se reduce hasta 2.5 suponiendo así el valor mínimo de todo el estudio con una gran diferencia con respecto al resto de redes.

El grado de las redes generadas aleatoriamente en la investigación varía entre 1.5 y 5. Por tanto, estas instancias sólo son comparables en términos de grado con la Red EU20-25R ya que las otras redes tienen un grado muy superior.

#### DENSIDAD:

La densidad de las redes va aumentando según se van eliminando los aeropuertos con menor volumen de pasajeros. Pasamos de una densidad=0.043 en la Red EUC hasta una densidad=0,911 en la Red EU20, en la que casi todos los aeropuertos con mayor volumen de pasajeros están conectados todos entre sí.

Reduciendo de 377 nodos de la Red EUC a 128 para la Red EU128, la densidad aumenta hasta el 0.234 y reduciendo de 128 nodos a 78 para la Red EU78 se consigue aumentar la densidad hasta 0.410. Finalmente, cuando reducimos las 173 conexiones de la Red EU20 a las 25 rutas más transitadas en la Red EU20-25R, la densidad de la red se reduce hasta 0.132, que resulta ser la segunda densidad con menor valor de todas las estudiadas.

La densidad de las redes generadas aleatoriamente en la investigación varía entre 0,447 y 0,131. Por tanto, sólo son comparables en términos de densidad, las instancias aleatorias más sencillas con la Red EU20-25R y las más complejas con la Red EU78. Aunque esto último no tiene sentido ya que esta red tiene un grado muchísimo más alto. Por tanto, a la hora de generar instancias, sería más adecuado establecer una estructura de “hub-and-spoke” realista en lugar de ser aleatoria.

#### PASO MEDIO:

El paso medio de las redes sigue la misma tendencia que la densidad, esto es por la relación directa que tienen estas propiedades con la conectividad de la red. Pasamos de un paso medio de 3 movimientos en la Red EUC hasta un paso medio de 1 único movimiento en la Red EU20, en la que desde casi cualquier aeropuerto se puede llegar sin realizar escalas a cualquier otro aeropuerto.

Reduciendo de la Red EUC a la Red EU128, el paso medio disminuye en 1 movimiento, cuyo valor se mantiene constante en la siguiente reducción a la Red EU78. Finalmente, cuando reducimos de la Red EU20 a las 25 rutas más transitadas, vuelve a aumentar el paso medio hasta 3 alcanzando así el mismo valor que en la Red EUC debido a la estructura “hub-and-spoke” de la red.

#### DIÁMETRO Y EXCENTRICIDAD:

El diámetro de las redes va disminuyendo según se van descartando los aeropuertos con menor volumen de pasajeros. Pasamos de un diámetro=4 en la



Red EUC hasta un diámetro=2 en la Red EU20, en la que las diferencias entre los aeropuertos más alejados entre sí disminuyen considerablemente.

Reduciendo de la Red EUC a la Red EU128 el diámetro disminuye hasta 4, y reduciendo a la Red EU78 se disminuye hasta 3. Finalmente, cuando reducimos de la Red EU20 a las 25 rutas más transitadas, el diámetro vuelve a disminuir una unidad hasta llegar a un valor de 2.

El diámetro de las redes generadas aleatoriamente en la investigación varía entre 2,5 y 6. Por tanto, algunas redes generadas aleatoriamente no son comparables en términos de diámetro con las redes reales. Esto confirma la idea de que, a la hora de generar instancias, sería más adecuado establecer una estructura de “hub-and-spoke” realista en lugar de ser aleatoria.

#### CLUSTERING:

En cuanto al coeficiente de clustering de las redes, pasamos de un coeficiente de clustering=0.619 en la Red EUC hasta un coeficiente de clustering=0,937 en la Red EU20, en la cual los aeropuertos vecinos están en su gran mayoría conectados entre sí.

Reduciendo de la Red EUC a 128 para la Red EU128, el coeficiente de clustering se mantiene prácticamente constante en 0.609 y reduciendo hasta los 78 nodos para la Red EU78 se consigue aumentar ligeramente el coeficiente de clustering hasta 0.670. Finalmente, cuando nos quedamos con las 25 rutas más transitadas en la Red EU20-25R, el coeficiente de clustering de la red se reduce hasta 0.378, que supone el valor mínimo de esta propiedad de entre todas las redes estudiadas.

El clustering de las redes generadas aleatoriamente en la investigación varía entre 0 y 0,9. Por tanto, algunas redes generadas aleatoriamente (aquellas con clustering 0) no son comparables en términos de clustering con las redes reales. Esto confirma la idea de que, a la hora de generar instancias, sería más adecuado establecer una estructura de “hub-and-spoke” realista en lugar de ser aleatoria.

#### MODULARIDAD:

El estudio de la modularidad en las redes depende del factor de resolución que se utilice, en este estudio los valores asignados a este factor son 1.5, 1 y 0.5.

Para un factor de resolución 1.5, la modularidad de las redes disminuye según se van eliminando los aeropuertos con menor volumen de pasajeros. Pasamos de una modularidad=0.119 con 9 comunidades en la Red EUC a una modularidad=0 en la Red EU128, EU78 y EU20, indicando así la existencia de una única comunidad en cada una de estas redes. Como consecuencia, se ha estudiado la modularidad máxima en la que aparece la distinción entre dos comunidades, que resultan ser

1.4 para la Red EU128 con modularidad=0.141, 1.29 para la Red EU78 con modularidad=0.107 y 1 para la Red EU20 con modularidad negativa. Cuando tratamos con la Red EU20-25R, la modularidad de la red aumenta hasta 0.885 en 4 comunidades, que resulta ser la modularidad máxima del estudio completo.

Para un factor de resolución 1, la modularidad de las redes disminuye según se simplifican las redes en cuanto a número de nodos. Pasamos de una modularidad=0.254 con 8 comunidades en la Red EUC a una modularidad=0.006 con 2 comunidades en la Red EU20. En la Red EU128 tendremos una modularidad=0.171 con 4 comunidades y al reducir otros 50 nodos en la Red EU70 tendremos una modularidad=0.143 con igual número de comunidades que la red anterior. Cuando se trata de la Red EU20-25R, la modularidad aumenta hasta 0.468 con 3 comunidades, el valor máximo de todas las modularidades estudiadas con factor de resolución 1.

Finalmente para un factor de resolución 0.5, la modularidad de las redes disminuye según se avanza en la simplificación de las mismas. Pasamos de una modularidad=0.245 con 19 comunidades en la Red EUC a una modularidad negativa con 9 comunidades en la Red EU20. En la Red EU128 tendremos una modularidad=0.125 con 15 comunidades y al reducir otros 50 nodos en la Red EU70 tendremos una modularidad=0.086 con igual número de comunidades que

la red anterior. Cuando se trata de la Red EU20-25R, la modularidad aumenta hasta 0.117 con 3 comunidades.

#### PAGERANK:

Según el algoritmo pageRank, el aeropuerto más relevante en las redes EUC, EU128, EU78 y EU20-25R es London, mientras que en la Red EU20 varía el resultado siendo Madrid el aeropuerto más importante.

#### HUBS:

Desde el punto de vista cuantitativo, el resultado que ofrece el algoritmo HITS acerca de que aeropuertos son los candidatos para poder considerarse como hubs son Zurich para las Red EUC (hub=0.020), London para las redes EU128 (hub=0.026), EU78 (hub=0.027) y EU20-25R (hub=0.14) y London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin para la Red EU20 con hub=0.054.

Desde el punto de vista cualitativo y siguiendo el criterio de clasificación de aeropuertos que utiliza Pellegrini y Castelli (2012), tendremos que en la Red EUC existen 313 hubs y 64 spokes, mientras que en la Red EU128 existen 125 hubs y 3 spokes. Por otra parte, en las redes EU78 y EU20 todos los aeropuertos serán considerados como hubs. Finalmente, en la Red EU20-25R se reparten por igual el

número de aeropuertos considerados como hubs y spokes, 10 nodos de cada clasificación.

**CENTRALIDAD BETWEENNES:**

Para las redes EUC, EU128, EU78 y EU20-25R el aeropuerto con mayor centralidad betweennes es London con 12153, 898, 191 y 114 respectivamente para cada una de ellas. Para la Red EU20, además de London tenemos con igual centralidad los aeropuertos de Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin.

**CENTRALIDAD CLOSENESS:**

Para las redes EUC, EU78 y EU20-25R el aeropuerto con mayor centralidad closeness es London con 1.61, 1.15 y 0.66 respectivamente. Para la Red EU128, además de London tenemos con igual centralidad los aeropuertos de Paris y Amsterdam con 1.33, y finalmente para la Red EU20 tenemos con mayor centralidad los aeropuertos de London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin con centralidad 1.

**CENTRALIDAD EIGENVECTOR:**

Para las redes EUC, EU128, EU78 y EU20-25R el aeropuerto con mayor centralidad eigenvector es London con valor 1. Para la Red EU20, además de London tenemos con igual centralidad los aeropuertos de Lisboa y Barcelona también con centralidad 1.

Tabla 9.1 Comparación de resultado en las distintas redes

	Continente	EU128	EU78	EU20	EU20-25R
Aeropuertos	377	128	78	20	20
Rutas	3068	1903	1230	173	25
Grado medio	16.27	29.734	31.538	17.3	2.5
Densidad	0.043	0.234	0.41	0.911	0.132
Paso medio	3	2	2	1	3
Diámetro (radio)	7 (4)	4 (2)	3 (2)	2 (1)	4 (2)
Clustering de la red	0.619	0.609	0.67	0.937	0.378
Modularidad 1	0.254	0.171	0.143	0.006	0.468
Comunidades	9	4	4	2	3
Modularidad 1.5	0.119	0	0	0	0.885
Comunidades	8	1	1	1	4
Modularidad 0.5	0.245	0.125	0.086	-0.037	0.117
Comunidades	19	15	15	9	3
Modularidad 1.4	-	0.141	-	-	-
Comunidades	-	2	-	-	-
Modularidad 1.29	-	-	0.107	-	-
Comunidades	-	-	2	-	-
Hubs (nodos grado >1)	313	125	78	20	10
Spokes (nodos grado =1)	64	3	0	0	10
Hubs	Zurich 0.020	London 0.026	London 0.027	London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin 0.054	London 0.14
PageRank	London	London	London	Madrid	London
Centralidad Betweennes	London 12153	London 896	London 191	London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin 1.5	London 114
Centralidad Closeness	London 1.61	London, Paris y Amsterd am 1.33	London 1.15	London, Paris, Madrid, Barcelona, Lisbon, Frankfurt y Berlin 1	London 0.66
Centralidad Eigenvector	London 1	London 1	London 1	Lisbon, Madrid y Barcelona 1	London 1

# BIBLIOGRAFÍA



Andreatta G, Romanin-Jacur G, 1987. Aircraft flow management under congestion. *Transportation Science*, Vol. 21, pp. 249–253.

Ball M, Vossen T, Hoffman R, 2001. Analysis of demand uncertainty effects in ground delay programs. *Proceedings of 4th USA/Europe air traffic management R&D seminar*.

Ball M, Hoffman R, Lovell D, Mukherjee A, 2005. Response mechanisms for dynamic air traffic flow management. *Proceedings of the 2005 air traffic management research and development seminar, Baltimore, MD*.

Barabási A-L, Albert R, 1999. Emergence of scaling in random networks. *Science*, Vol. 286, pp. 509-512.

Barnhart C, Belobaba P, Odoni A, 2003. Operations research in the air transport industry. *Transportation Science*, Vol. 37, pp. 368–391.

Bertsimas D, Odoni A, 1997. A critical survey of optimization models for tactical and strategic aspects of air traffic flow management. *Technical report, NASA, Ames Research Center, Moffett Field, CA*.

Bertsimas D, Stock-Patterson S, 1998. The air traffic flow management problem with enroute capacities. *Operational Research*, Vol. 46, pp. 406–422.

Bertsimas D, Stock-Patterson S, 2000. The traffic flow management rerouting problem in air traffic control: a dynamic network approach. *Transportation Science*, Vol. 34, pp. 239–255.

Bertsimas D, Lulli G, Odoni A, 2008. An integer optimization approach to large-scale air traffic flow management. *IPCO*, pp 34–46.

Blumstein A, 1959. The landing capacity of a runway. *Operation Research*, Vol. 7, pp. 752–763.

Boletín oficial del estado, Real Decreto-ley 1/2014, de 24 de enero. Modificación de la Ley 21/2003, de 7 de julio, de Seguridad Aérea. *Online*. Fuente: [http://www.boe.es/diario\\_boe/txt.php?id=BOE-A-2014-747](http://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2014-747)

Bonacich P, 1972. Factoring and weighting approaches to Status scores and clique identification. *Journal of Mathematical Sociology* , Vol. 2, pp. 113-120.

Brandes U, 2001. A Faster Algorithm for Betweenness Centrality. *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 25, pp. 163-177.

Carlin A, Park RE, 1970. Marginal cost pricing of airport runway capacity. *American Economic Review*, Vol. 60, pp. 310–319.

Castelli L, Pellegrini P, Pesenti R, 2012. Airport slot allocation in Europe: economic efficiency and fairness. *Int. J. Revenue Management*, Vol. 6, pp. 28-44.

Cloodt H, 2012. *Transport*, Air transport recovers in 2010. *Eurostat Statistics in focus 21/2012*.

Currarini S, Jackson M y Pin P, 2009. An Economic Model of Friendship: Homophily, Minorities, and Segregation. *Econometrica*, Vol. 77, pp. 1003-10045.

EUROCONTROL, 2008. Mitigating the Challenges for Air Transport 2030. *Online, Publication reference number: 09/07/15-20. Fuente: <http://publish.eurocontrol.int/sites/default/files/content/documents/official-documents/facts-and-figures/statfor/challenges-of-air-transport-2030-experts-view.pdf>*

Federal Aviation Administration, 1993. *SIMMOD reference manual, 2nd edn. Federal Aviation Administration, Washington, DC.*

Goodhart J, 2000. *Increasing airline operational control in a constrained air traffic system. PhD thesis, University of California at Berkeley.*

Grether D, Isaac M, Plott C, 1979. Alternative methods of allocating airport slots: performance and evaluation. *Technical report, Polynomics Research Laboratories, Inc, January 1979.*

Helme M-P, 1992. Reducing air traffic delay in a space-time network. *IEEE Int Conf System and Man Cybernetics*, Vol. 1, pp. 236–242.

Herrera A, 2006. Alternativas de solución para problemas de capacidad aeroportuaria. *Publicación Técnica No 284, Sanfadilla. Online. Fuente: <http://imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt284.pdf>*

Izquierdo L, Hanneman R, 2006. Introduction to the formal analysis of social networks using mathematica. *Online. Fuente: [http://luis.izqui.org/papers/Izquierdo\\_Hanneman\\_2006-version2.pdf](http://luis.izqui.org/papers/Izquierdo_Hanneman_2006-version2.pdf)*

Jackson M, 2008. *Social and Economic Networks. Princeton University Press.*

Kleinberg J. 1999. Authoritative Sources in a Hyperlinked Environment. *Journal of the ACM*, Vol. 46, pp. 604–632.



Latapy M, 2008. Main-memory Triangle Computations for Very Large (Sparse (Power-Law)) Graphs. *Theoretical Computer Science*, Vol. 407, pp. 458-478.

Levine M, 1969. Landing Fees and the Airport Congestion Problem. *Journal of Law and Economics*, April 1969, ed. *Readings in Contemporary Economics*.

Lewis T, 2009. *Network Science: Theory and Practice*. John Wiley & Sons 2009.

Malighetti P, Paleari S, Redondi R, 2009. Airport classification and functionality within the European network. *Problems and Perspectives in Management*, Vol. 7, pp. 183-197.

Newman M, 2003. *The structure and function of complex networks*. Department of Physics, University of Michigan, Ann Arbor, MI 48109, U.S.A.

Newman M, Barabási A, Watts J. 2006. *The Structure and Dynamics of Networks*. Princeton University Press 2006. Capítulo 1.

Newman M, 2010. *Networks: An Introduction*. Oxford University Press.

Noack A, 2007. Unified Quality Measure for Clusterings, Layouts, and Orderings of Graphs, and Their Application as Software Design Criteria. *PHD Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus*. Online. Fuente: <http://opus.kobv.de/btu/volltexte/2007>

Odoni A, 1987. The flow management problem in air traffic control. A. R. Odoni, L. Bianco, G. Szego, eds. *Flow Control of Congested Networks*. Springer-Verlag, Berlin.

Odoni A, 1993. Strategic Flow Management for Air Traffic Control. *Operation Research*, Vol. 41, pp. 138-152.

Pellegrini P, Castelli L, 2012. Secondary trading of airport slots as a combinatorial Exchange. *Transportation Research*, Vol. 48, pp. 1009–1022.

Porter M, Onnela J-P y Mucha P, 2009. Communities in Networks. Online. Fuente: <http://arxiv.org/pdf/0902.3788v2.pdf>

Reglamento (CEE) N° 95/93 del Consejo, de 18 de enero de 1993 relativo a normas comunes para la asignación de franjas horarias en los aeropuertos comunitarios D.O.C.E.:22-01-1993. Online. Fuente: [http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG\\_CASTELLANO/DIRECCIONES\\_GENERALES/AVIACION\\_CIVIL/INFORMACION/NORMATIVA/NORMATIVA\\_BASICA/AVIACION\\_COMERCIAL/SLOTS/R95\\_1993.htm](http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/AVIACION_CIVIL/INFORMACION/NORMATIVA/NORMATIVA_BASICA/AVIACION_COMERCIAL/SLOTS/R95_1993.htm)

Reglamento (CEE) N° 793/2004 del Parlamento Europeo y del Consejo de 21 de abril de 2004 por el que se modifica el Reglamento (CEE) no 95/93 del Consejo relativo a normas comunes para la asignación de franjas horarias en los aeropuertos comunitarios. *Online.* Fuente: [http://www.fomento.gob.es/mfom/lang\\_castellano/direcciones\\_generales/aviacion\\_civil/informacion/normativa/normativa\\_basica/aviacion\\_comercial/slots/r793\\_2004.htm](http://www.fomento.gob.es/mfom/lang_castellano/direcciones_generales/aviacion_civil/informacion/normativa/normativa_basica/aviacion_comercial/slots/r793_2004.htm)

Richetta O, 1993. Solving Optimally the Static Ground-Holding Policy Problem un Air Traffic Control. *Transportation Science, Vol. 27, pp. 228-238.*

Tarjan R, 1972. Depth-First Search and Linear Graph Algorithms. *SIAM Journal on Computing, Vol. 1, pp. 146-160.*

Terrab M, 1990. Ground holding strategies for air traffic control. *Ph.D.thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.*

Vasquez-Marquez A, 1991. American Airlines Arrival Slot Allocation System (ASAS). *American Airlines Decision Technologies, Vol. 21, pp 42-61.*

Vranas P, Bertsimas DJ, Odoni AR, 1994. The multi-airport ground-holding problem in air traffic control. *Operations Research, Vol. 42, pp. 249-261.*

Watts D, Strogatz S, 1998. Collective Dynamics of “small world” networks. *Nature, Vol. 393, pp. 440-442.*

WEBS CONSULTADAS

Aeropuertos Españoles y Navegación Aérea: <http://www.aena-aeropuertos.es/> (visitada el 03/02/2014)

<http://www.aena-aeropuertos.es/csee/Satellite?pagename=Estadisticas/Home> (visitada el 03/02/2014)

EUROCONTROL <http://www.eurocontrol.int/> (visitada el 24/06/2014).

Eurostat: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/> (visitada entre 01/02/2014 y el 14/03/2014)

[http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search\\_database?piref458\\_1209540\\_458\\_211810\\_211810.node\\_code=ttr00012](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search_database?piref458_1209540_458_211810_211810.node_code=ttr00012) (visitada el 01/02/2014)

[http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search\\_database?piref458\\_1209540\\_458\\_211810\\_211810.node\\_code=avia\\_par\\_lt](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/search_database?piref458_1209540_458_211810_211810.node_code=avia_par_lt) (visitada el 01/02/2014)

<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/tgm/mapToolClosed.do?tab=map&init=1&plugin=0&language=en&pcode=ttr00012&toolbox=types> (visitada el 01/02/2014)

<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/tgm/graph.do?tab=graph&plugin=0&pcode=ttr00012&language=en&toolbox=data> (visitada el 01/02/2014)

[http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY\\_OFFPUB/KS-SF-12-021/EN/KS-SF-12-021-EN.PDF](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/cache/ITY_OFFPUB/KS-SF-12-021/EN/KS-SF-12-021-EN.PDF) (visitada el 01/02/2014)

[http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/product\\_details/dataset?p\\_product\\_code=TTR00012](http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/product_details/dataset?p_product_code=TTR00012) (visitada el 14/02/2014)

<http://epp.eurostat.ec.europa.eu/tgm/table.do?tab=table&plugin=0&language=en&pcode=ttr00012> (visitada el 14/03/2014)

Instituto Mexicano del Transporte: <http://www.imt.mx> (visitada el 01/06/2014)  
<http://imt.mx/archivos/Publicaciones/PublicacionTecnica/pt284.pdf> (visitada el 01/06/2014)

International Air Transport Association <http://www.iata.org> (visitada el 01/02/2014).

Ministerio de Fomento, Gobierno de España. <http://www.fomento.gob.es/> (visitada el 07/02/2014)

[http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG\\_CASTELLANO/DIRECCIONES\\_GENERALES/AVIACION\\_CIVIL/ESTUDIOS\\_Y\\_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS\\_DEL\\_SECTOR/TRANSPORTE\\_AEREO\\_EN\\_CIFRAS/trafico\\_cifras\\_evolucion\\_trafico.htm](http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/AVIACION_CIVIL/ESTUDIOS_Y_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS_DEL_SECTOR/TRANSPORTE_AEREO_EN_CIFRAS/trafico_cifras_evolucion_trafico.htm) (visitada el 07/02/2014)

[http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG\\_CASTELLANO/DIRECCIONES\\_GENERALES/AVIACION\\_CIVIL/ESTUDIOS\\_Y\\_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS\\_DEL\\_SECTOR/TRANSPORTE\\_AEREO\\_EN\\_CIFRAS/trafico\\_cifras\\_rutas.htm](http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/AVIACION_CIVIL/ESTUDIOS_Y_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS_DEL_SECTOR/TRANSPORTE_AEREO_EN_CIFRAS/trafico_cifras_rutas.htm) (visitada el 07/02/2014)

[http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG\\_CASTELLANO/DIRECCIONES\\_GENERALES/AVIACION\\_CIVIL/ESTUDIOS\\_Y\\_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS\\_DEL\\_SECTOR/TRANSPORTE\\_AEREO\\_EN\\_CIFRAS/TRAF\\_MENS\\_AEROPUESP.htm](http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG_CASTELLANO/DIRECCIONES_GENERALES/AVIACION_CIVIL/ESTUDIOS_Y_PUBLICACIONES/ESTADISTICAS_DEL_SECTOR/TRANSPORTE_AEREO_EN_CIFRAS/TRAF_MENS_AEROPUESP.htm) (visitada el 07/02/2014)

US department of transportation <http://www.transtats.bts.gov> (visitada el 24/06/2014).

2020 horizon <http://www.2020horizon.es> (visitada el 24/06/2014).