

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Dpto. Matemática Aplicada

Máster Universitario de Profesor en Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. Especialidad de Matemáticas.

ESTUDIO PARA HACER UNA PROGRAMACIÓN DINÁMICA EN ORDEN A IMPARTIR MATEMÁTICAS EN BACHILLERATO HACIENDO UN ESTUDIO DE DIVERSAS METODOLOGÍAS DEPENDIENDO DE LOS CONCEPTOS A IMPARTIR

Alumno: Gonzalo Reyero Postigo

Tutor: Dr. Cesáreo Jesús González Fernández

Valladolid, junio 2024

RESUMEN

El presente estudio se centra en la elaboración de la programación didáctica, tratando esta como herramienta esencial para la planificación y evaluación de la enseñanza, haciendo énfasis en las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II del segundo año de Bachillerato. Este documento, elaborado por los docentes garantiza coherencia y uniformidad en la enseñanza, siguiendo las directrices de la propuesta curricular y siendo flexible y adaptable a las necesidades cambiantes de los estudiantes. La programación incluye objetivos, contenidos, criterios de evaluación, metodología y recursos, adaptados a los conceptos matemáticos. Basado en la normativa de la Junta de Castilla y León este estudio destaca la importancia de la programación didáctica para guiar la actividad docente y asegurar la continuidad del aprendizaje. Además, se comparan diversas metodologías, para ofrecer un enfoque que responda a las necesidades de los estudiantes, mejorando la comprensión y efectividad de la enseñanza.

Palabras clave: Programación, metodologías, Puzzle, Aprendizaje Orientado a Proyectos, Microaprendizaje, Gamificación.

ABSTRACT

The present study focuses on the development of didactic planning, treating it as an essential tool for the planning and evaluation of teaching, with an emphasis on Mathematics applied to Social Sciences in the senior year. This document, prepared by the teachers, ensures coherence and uniformity in teaching, following the guidelines of the curricular proposal and being flexible and adaptable to the changing needs of students. The programming includes objectives, content, evaluation criteria, methodology, and resources, tailored to mathematical concepts. Based on the regulations of the Junta of Castilla y León, this study highlights the importance of didactic planning in guiding teaching activities and ensuring continuity of learning. Additionally, various methodologies are compared to offer an approach that meets students' needs, improving the understanding and effectiveness of teaching.

Keywords: Syllabus, methodologies, Jigsaw, Project-based learning, Microlearning, Gamification.

ÍNDICE

| 1. | JUS | TIFICACIÓN | . 10 |
|----|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 2. | INT | RODUCCIÓN | . 11 |
| 3. | CON | NTEXTO EDUCATIVO | . 12 |
| 4. | SEG | UNDO CURSO DE BACHILLERATO DE CIENCIAS SOCIALES | . 13 |
| | 4.1 | ESTRUCTURA DE SEGUNDO DE BACHILLERATO EN CCSS | . 13 |
| | 4.2 | PREPARACIÓN PARA LA EDUCACIÓN SUPERIOR | . 14 |
| 5. | PRO | CESO DE ELABORACIÓN DE LA PROGRAMACION DIDÁCTICA | . 15 |
| | 5.1 | INTRODUCCIÓN: CONCEPTUALIZACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE | |
| | MAIE | RIA | . 13 |
| | 5.2 DESCI | COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y VINCULACIONES CON I RIPTORES OPERATIVOS: MAPA DE RELACIONES COMPETENCIALES | |
| | | | |
| | 5.3 | CRITERIOS DE EVALUACIÓN E INDICADORES DE LOGRO, JUNTO A L ENIDOS CON LOS QUE SE ASOCIAN | |
| | CONT | ENIDOS CON LOS QUE SE ASOCIAN | . 10 |
| | 5.4 | CONTENIDOS DE CARÁCTER TRANSVERSAL QUE SE TRABAJAR | |
| | DESDI | E LA MATERIA | |
| | 5.5 | METODOLOGÍA DIDÁCTICA | . 22 |
| | 5.6 | MATERIALES Y RECURSOS DE DESARROLLO CURRICULAR | . 22 |
| | 5.7 | CONCRECIÓN DE PLANES, PROGRAMAS Y PROYECTOS DEL CENT | |
| | VINCU | JLADOS CON EL DESARROLLO DEL CURRÍCULO DE LA MATERIA | . 23 |
| | 5.8 | ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS Y EXTRAESCOLARES | . 23 |
| | 5.9 | EVALUACIÓN DEL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL ALUMNADO | . 24 |
| | 5.10 | ATENCIÓN A LAS DIFERENCIAS INDIVIDUALES DEL ALUMNADO | . 27 |
| | 5.11 | SECUENCIA DE UNIDADES TEMPORALES DE PROGRAMACIÓN | 31 |

| 5.12 ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DE |
|------------------------------------------------------------------------------------------|
| AULA Y DE LA PRÁCTICA DOCENTE |
| 5.13 PROCEDIMIENTO PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN |
| DIDÁCTICA33 |
| 6. METODOLOGÍA DIDÁCTICA35 |
| 6.1 INTRODUCCIÓN |
| 6.2 SENTIDO NUMÉRICO |
| 6.2.1 PREÁMBULO |
| 6.2.2 JUSTIFICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS ESCOGIDAS |
| 6.2.3 METODOLOGÍA PUZZLE |
| 6.2.3.1 MARCO TEÓRICO |
| 6.2.3.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA TÉCNICA DE PUZZLE39 |
| 6.2.3.3 BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE PUZZLE EN EL PROCESO EDUCATIVO |
| 6.2.3.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DEL PUZZLE EN MATEMÁTICAS |
| 6.2.3.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PUZZLE AL SENTIDO NUMÉRICO |
| 6.2.3.6 EVALUACIÓN |
| 6.2.3.7 CONCLUSIÓN47 |
| 6.2.4 METODOLOGÍA "APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS" |
| 6.2.4.1 MARCO TEÓRICO47 |
| 6.2.4.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS48 |
| 6.2.4.3 BENEFICIOS DE EN EL PROCESO EDUCATIVO |

| | 6.2.4.4 | DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN D |)EL |
|-----|--------------------|------------------------------------------------------------|------|
| | APREND | IZAJE ORIENTADO A PROYECTOS EN MATEMÁTICAS | . 51 |
| | 6.2.4.5 | APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA APRENDIZAJE ORIENTADO | ОА |
| | PROYEC' | TOS AL SENTIDO NUMÉRICO | . 51 |
| | 6.2.4.6 | EVALUACIÓN | . 54 |
| | 6.2.4.7 | CONCLUSIÓN | . 57 |
| (| 6.2.5 API | LICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PUZZLE EN COMBINACIÓN C | ON |
| 1 | APRENDIZ | AJE ORIENTADO A PROYECTOS | . 59 |
| 6.3 | SENTI | DO ALGEBRAICO | . 62 |
| (| 6.3.1 PRE | ÉÁMBULO | . 62 |
| (| 6.3.2 JUS | TIFICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS ESCOGIDAS | . 63 |
| (| 6.3.3 ME | TODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE | . 64 |
| | 6.3.3.1 | MARCO TEÓRICO | . 64 |
| | 6.3.3.2 MICROA | IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA TÉCNICA PRENDIZAJE | |
| | 6.3.3.3 PROCESO | BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE MICROAPRENDIZAJE EN DEDUCATIVO | |
| | 6.3.3.4 | DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN D | |
| | MICROA | PRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS | . 67 |
| | 6.3.3.5 | APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE | |
| | SENTIDO | ALGEBRAICO | . 69 |
| | 6.3.3.6 | EVALUACIÓN | . 71 |
| | 6.3.3.7 | CONCLUSIÓN | . 73 |
| (| 6.3.4 ME | TODOLOGÍA DE GAMIFICACIÓN | . 74 |
| | 6.3.4.1 | MARCO TEÓRICO | . 74 |

| 6.3.4.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA DE |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GAMIFICACIÓN76 |
| 6.3.4.3 BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE GAMIFICACIÓN EN EL PROCESO |
| EDUCATIVO77 |
| 6.3.4.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DE LA |
| GAMIFICACIÓN EN MATEMÁTICAS |
| 6.3.4.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE GAMIFICACIÓN AI SENTIDO NUMÉRICO |
| SENTIDO NUMERICO/5 |
| 6.3.4.6 EVALUACIÓN85 |
| 6.3.4.7 CONCLUSIÓN87 |
| 6.3.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE EN COMBINACIÓN CON GAMIFICACIÓN88 |
| CONCLUSIÓN91 |
| BIBLIOGRAFÍA93 |
| BIBLIOGRAFÍA SOBRE NORMATIVA96 |
| RECURSOS DE ELABORACIÓN PROPIA |
| ANEXOS98 |
| ANEXOS SOBRE NORMATIVA |
| 9.1.1 CONTENIDOS DEFINIDOS POR EL CURRÍCULO OFICIAL Y REFERIDOS A |
| MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II98 |
| 9.1.2 CRITERIOS DE EVALUACIÓN RELACIONADOS CON LAS COMPETENCIAS ESPECÍFICAS EN MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS |
| SOCIALES II |

ÍNDICE DE FIGURAS

| Figura 1. Tasa de alumnado repetidor de Bachillerato (% de alumnos) | 28 |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 2. Tasa de alumnado repetidor de Bachillerato por tipo de centro (% de alumnos) | 29 |
| Figura 3. Grupos iniciales de preparación individual. | 43 |
| Figura 4. Grupos por bloques para acometer la "Reunión de expertos" | 43 |
| Figura 5. Ejemplo de aplicación de matrices en el desarrollo de un videojuego | 53 |
| Figura 6. Ejemplo de Mapa del Tesoro | 81 |
| Figura 7. Criptex para su resolución mediante pistas | 82 |
| Figura 8. Ejemplo de tablero de juego | 89 |
| ÍNDICE DE TABLAS | |
| Tabla 1 – Mapa de relaciones Competenciales (2º BACH) | 17 |
| Tabla 2 – Ejemplo de Criterios de Evaluación con Indicadores de Logro | 18 |
| Tabla 3 – Desglose de contenidos sobre Sentido Numérico | 19 |
| Tabla 4 – Ejemplo de indicadores de Logro referidos a los criterios de evaluación | 20 |
| Tabla 5 – Instrumentos de evaluación ligados a Indicadores de Logro | 24 |
| Tabla 6 – Instrumentos de evaluación ligados a Situaciones de Aprendizaje | 25 |
| Tabla 7 – Instrumentos de evaluación ligados al agente evaluador | 25 |
| Tabla 8 – Peso en la evaluación en función de Criterios de evaluación | 26 |
| Tabla 9 – Peso en la evaluación en función de Instrumentos de evaluación | 26 |
| Tabla 10 – Peso en la evaluación en función de Situaciones de Aprendizaje | 26 |
| Tabla 11 – Ejemplo de distribución de unidades didácticas. | 31 |
| Tabla 12 – Ejemplo de evaluación de la programación didáctica | 34 |
| Tabla 13 – Rúbrica de evaluación de metodología Puzzle | 46 |

1. JUSTIFICACIÓN

El presente Trabajo Fin de Máster (TFM) tiene como objetivo principal diseñar una programación didáctica flexible y adaptativa que responda a las necesidades educativas actuales en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas en segundo de Bachillerato, tomando en consideración las modificaciones introducidas por la nueva Ley Orgánica de Modificación de la Ley Orgánica de Educación (LOMLOE) en Castilla y León.

La LOMLOE, aprobada en diciembre de 2020, introduce importantes cambios en el currículo educativo español, con el objetivo de modernizar y adaptar la educación a las demandas del siglo XXI. Estas modificaciones incluyen una mayor flexibilidad en la programación de contenidos, un enfoque competencial y un énfasis en la inclusión y atención a la diversidad del alumnado. Estos cambios obligan a los docentes a replantear sus estrategias de enseñanza y a desarrollar nuevas metodologías que se ajusten a estos principios.

La enseñanza de las matemáticas en segundo de Bachillerato presenta desafíos específicos debido a la complejidad y abstracción de los conceptos que se imparten, así como a la necesidad de preparar a los estudiantes para las pruebas de acceso a la universidad (EBAU). Ante estos retos, es fundamental contar con una programación didáctica que no solo cubra los contenidos curriculares, sino que también facilite el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias clave.

En este TFM se propone una programación dinámica basada en el estudio y la implementación de diversas metodologías pedagógicas, en concreto se analizarán la metodología Puzzle, el Aprendizaje Orientado a Proyectos, el Microaprendizaje y el Aprendizaje por Gamificación. Cada metodología será evaluada en función de su idoneidad para enseñar distintos conceptos matemáticos, con el fin de identificar las estrategias más efectivas y adaptarlas a las necesidades específicas de los estudiantes.

En conclusión, la justificación de este TFM radica en la necesidad de adaptar la enseñanza de las matemáticas a los nuevos marcos educativos establecidos por la LOMLOE. Mediante el diseño de una programación didáctica innovadora y flexible se responde a las demandas de la sociedad actual mejorando la calidad educativa en segundo de Bachillerato, ya que permite el enfoque en competencias clave, como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la colaboración y prepara mejor a los estudiantes para los desafíos académicos y profesionales futuros. Y, además, facilita la atención a la diversidad, asegurando que todos los estudiantes, independientemente de sus capacidades o antecedentes, puedan alcanzar los objetivos de aprendizaje.

2. INTRODUCCIÓN

La programación didáctica es el instrumento específico de planificación, desarrollo y evaluación de cada materia en los diferentes niveles de la etapa educativa. Este documento, fundamental para la actividad docente, concreta los elementos del currículo y establece un marco claro para el desarrollo de las actividades educativas a lo largo del curso escolar. Forma parte integral de la propuesta curricular de la etapa, siendo elaborado por los docentes responsables de impartir la materia. En casos donde múltiples profesores enseñan la misma materia en un mismo nivel, la programación didáctica es un esfuerzo colaborativo para garantizar coherencia y uniformidad en la enseñanza.

La elaboración de la programación didáctica se realiza al inicio de cada curso escolar, siguiendo las directrices generales y los criterios establecidos en la propuesta curricular. El Jefe de Departamento (o Jefe de Estudios en otros casos) juega un papel crucial en asegurar la coordinación entre todos los profesores involucrados, facilitando una planificación integrada y coherente. La aprobación de la programación se realiza junto con la propuesta curricular. Y su evaluación es responsabilidad del profesorado, siguiendo un procedimiento establecido en la misma y basándose en las directrices de la propuesta curricular. Los resultados de esta evaluación se incorporan a la memoria de la programación general anual, sirviendo de base para la elaboración de las programaciones del curso siguiente.

Para ser completa y efectiva, la programación didáctica debe contener diversos apartados que detallaremos en este estudio. Estos incluirán objetivos, contenidos, criterios de evaluación, metodología y recursos, adaptados a los distintos conceptos matemáticos a impartir. Al explorar y comparar diversas metodologías de enseñanza, este TFM pretende ofrecer un enfoque dinámico que no solo se ajuste a las normativas oficiales, sino que también responda a las necesidades específicas de los estudiantes, facilitando una enseñanza más comprensible y efectiva de las matemáticas en Bachillerato. Este estudio se enmarca en la normativa y las guías proporcionadas por la Junta de Castilla y León que ofrece una visión detallada sobre cómo estructurar, implementar y evaluar una programación didáctica adaptada a las necesidades educativas.

En el desarrollo del presente TFM, he decidido enfocar mi investigación en el análisis pormenorizado del segundo año de Bachillerato, en la especialidad de las Ciencias Sociales. Tal determinación se sustenta en la experiencia adquirida durante mi periodo de prácticas en el máster, donde desempeñé funciones docentes a este nivel educativo.

3. CONTEXTO EDUCATIVO

El centro educativo concertado de Bachillerato y formación profesional, situado en el corazón de Valladolid, se caracteriza por una notable diversidad socio-cultural. Este entorno está compuesto por familias provenientes de diferentes niveles socioeconómicos y contextos laborales, creando una convivencia de hogares con diversas realidades económicas y profesionales. Aproximadamente la mitad de las familias del alumnado tienen uno de los cónyuges empleado, siendo común encontrar trabajadores en los sectores secundario y terciario de la economía. Dentro de estos sectores, hay una presencia significativa de empleados públicos, es decir, funcionarios que trabajan para la Administración. Esta diversidad socioeconómica y laboral no solo enriquece el entorno escolar, sino que también proporciona un contexto único y valioso para el desarrollo de las actividades educativas y comunitarias.

La variedad en los antecedentes de las familias crea una dinámica rica y plural dentro del centro educativo. Los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar con compañeros de diferentes orígenes y experiencias, lo cual fomenta la comprensión, el respeto mutuo y una visión más amplia del mundo. Este contexto diverso prepara a los alumnos para enfrentarse a una sociedad plural y compleja, dotándolos de herramientas sociales y culturales esenciales para su futuro.

El horario escolar del centro está cuidadosamente diseñado para optimizar tanto el aprendizaje como el bienestar de los estudiantes. Cada jornada lectiva se estructura en sesiones de 50 minutos, con un breve descanso de 5 minutos entre cada clase. Estos descansos cortos permiten a los alumnos un respiro y facilitan el cambio de aula si es necesario, contribuyendo a mantener la atención y el enfoque durante las lecciones. Además, se incluye un recreo de 30 minutos a media mañana, proporcionando un descanso más prolongado para que los estudiantes puedan relajarse, socializar y recargar energías antes de continuar con las actividades académicas.

Este enfoque en la estructuración del tiempo escolar tiene múltiples beneficios. Por un lado, maximiza la eficiencia del aprendizaje al mantener sesiones de clase dinámicas y enfocadas. Por otro lado, asegura que los estudiantes mantengan un equilibrio saludable entre el estudio y el descanso. El recreo de media mañana es particularmente importante, ya que ofrece una pausa sustancial en el día, permitiendo a los alumnos despejarse y reducir el estrés. En conjunto, esta organización del horario escolar favorece un ambiente educativo positivo y propicio para el desarrollo integral de los alumnos, promoviendo no solo el rendimiento académico, sino también el bienestar emocional y social de los estudiantes.

4. SEGUNDO CURSO DE BACHILLERATO DE CIENCIAS SOCIALES

El segundo curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias Sociales en España es una etapa educativa crucial, especialmente diseñada para preparar a los estudiantes para la educación superior y para que adquieran una formación integral en el ámbito de las ciencias sociales.

4.1 ESTRUCTURA DE SEGUNDO DE BACHILLERATO EN CCSS

En el segundo curso de Bachillerato en la modalidad de Ciencias Sociales, las asignaturas están organizadas en tres bloques: comunes, de modalidad y optativas.

Materias Comunes

Estas asignaturas son obligatorias para todos los estudiantes, independientemente de la modalidad de Bachillerato que elijan:

- Lengua Castellana y Literatura II: se profundiza en el análisis y la comprensión de textos literarios, así como en la expresión escrita y oral.
- Lengua Extranjera II (Inglés, Francés u otro idioma): se busca consolidar las competencias lingüísticas en una lengua extranjera, enfocándose en la comprensión y producción tanto oral como escrita.
- Historia de España: aborda los principales acontecimientos y procesos históricos de España desde la prehistoria hasta la actualidad.
- Historia de la Filosofía: promueve el pensamiento crítico a través del estudio de las principales corrientes filosóficas y sus representantes.

Materias de Modalidad

Las asignaturas de modalidad están enfocadas en las Ciencias Sociales y son específicas para esta vía. En segundo de Bachillerato, los alumnos deben elegir una asignatura entre Latín II o Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.

Además deben escoger dos asignaturas entre: Empresa y Diseño de Modelos de Negocio, Geografía, Griego II, Historia del Arte, Latín II, Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II (siempre que no haya sido elegida anteriormente).

Materias Optativas

Los estudiantes pueden elegir una asignatura optativa, dependiendo de la oferta del centro educativo y sus intereses personales. Las optativas pueden variar, pero las opciones comunes incluyen: Fundamentos de Administración y Gestión, Historia de la Música y de la Danza, Psicología, Segunda Lengua Extranjera II, Tecnologías de la Información y la Comunicación II, Empresa y Diseño de Modelos de Negocio, Geografía, Historia del Arte y Griego II.

4.2 PREPARACIÓN PARA LA EDUCACIÓN SUPERIOR

El segundo curso de Bachillerato en Ciencias Sociales es una etapa formativa integral que combina, por una parte, una sólida base teórica con el desarrollo de competencias preparando a los estudiantes para afrontar con éxito los retos académicos y profesionales que encontrarán en su futuro. Por otro lado, fomenta una formación completa y equilibrada esencial para su desarrollo personal.

De esta misma manera, prepara a los estudiantes para las pruebas de acceso a la universidad, donde deberán demostrar sus conocimientos y competencias adquiridas. La preparación incluye:

- Simulacros de exámenes y sesiones de repaso específicas.
- Orientación académica y profesional para ayudar a los estudiantes a elegir sus estudios universitarios y futuras carreras profesionales.

5. PROCESO DE ELABORACIÓN DE LA PROGRAMACION DIDÁCTICA

En la programación didáctica, como se ha indicado anteriormente, se organiza y estructura el proceso de enseñanza-aprendizaje. A continuación, se desarrolla una propuesta que optimice la enseñanza de Matemáticas Aplicadas en las Ciencias Sociales en el nivel de segundo de Bachillerato. Para ello, nos ajustaremos a la guía para la elaboración de la programación didáctica en Bachillerato proporcionada por la Junta de Castilla y León^[43], la cual establece una serie de pautas y criterios que los docentes deben seguir para asegurar una enseñanza coherente y eficaz.

En los siguientes puntos se definen los componentes fundamentales para estructurar una planificación didáctica que facilite un aprendizaje significativo y alineado con los objetivos educativos establecidos.

5.1 INTRODUCCIÓN: CONCEPTUALIZACIÓN Y CARACTERÍSTICAS DE LA MATERIA

La planificación del proceso de enseñanza-aprendizaje comienza con una identificación breve de las características de la materia por parte del profesorado. Esta tarea puede abordarse de diversas maneras, ya sea de forma esquemática o con una descripción más literaria.

Es esencial considerar varios aspectos clave para contextualizar la materia dentro del currículo y en la formación integral del alumnado. Entre estos aspectos, se incluye la importancia de la materia en la sociedad contemporánea y futura, así como en la actividad humana en general. La relevancia de la materia dentro del currículo educativo, su finalidad y los motivos por los cuales está incluida en el plan de estudios también son factores que considerar.

Definir claramente la finalidad de la materia es fundamental, describiendo los objetivos principales y lo que se espera que los estudiantes logren al finalizar el curso. Este proceso incluye detallar las características generales de la materia, proporcionando una visión comprensiva de sus contenidos y metodologías. Es igualmente importante destacar cómo la materia contribuye al desarrollo de competencias clave en los estudiantes, como el pensamiento crítico y la capacidad de resolución de problemas, así como al logro de los objetivos de la etapa educativa específica.

El Anexo III del Decreto 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se estable la ordenación y el currículo del Bachillerato en la Comunidad de Castilla y León^[42], alberga estos y otros aspectos específicos relacionados con la materia por lo que no nos detendremos más en este estudio acerca de esta parte.

5.2 COMPETENCIAS ESPECÍFICAS Y VINCULACIONES CON LOS DESCRIPTORES OPERATIVOS: MAPA DE RELACIONES COMPETENCIALES

Este apartado es fundamental, ya que establece una vinculación clara y detallada entre las competencias específicas con sus descriptores operativos correspondientes. Esto facilita la planificación de actividades didácticas y la evaluación del aprendizaje, asegurando que los estudiantes desarrollen las habilidades necesarias de manera coherente y sistemática. Puede desarrollarse de la siguiente forma:

Paso 1: Identificación de Competencias Específicas.

Primero, se deben identificar las competencias específicas que se espera que los estudiantes desarrollen en la asignatura. Están definidas por el currículo oficial y se dividen en cinco bloques: resolución de problemas (competencias específicas 1 y 2), razonamiento y prueba (competencias específicas 3 y 4), conexiones (competencias específicas 5 y 6), comunicación y representación (competencias específicas 7 y 8) y desarrollo socioafectivo (competencia específica 9) [42].

Paso 2: Descriptores Operativos.

Recoge lo que los estudiantes deben ser capaces de hacer para demostrar que han adquirido las competencias específicas. Por ejemplo:

- Resolver problemas de optimización utilizando técnicas de derivación.
- Interpretar gráficos y tablas estadísticas para tomar decisiones informadas.
- Aplicar modelos lineales y no lineales a situaciones reales en ciencias sociales.
- Utilizar software matemático para realizar cálculos complejos y representar datos gráficamente.

Paso 3: Mapa de Relaciones Competenciales.

Por último, se presenta en forma de tabla la vinculación entre las competencias específicas y los descriptores operativos, del que se incluye un ejemplo a continuación. Se encuentra definida dentro del Anexo IV del Decreto 40/2022 [42].

En este caso se ha corregido el descriptor operativo CD5 correspondiente a la competencia específica 1, el cual no aparece en el currículo como un descriptor operativo correspondiente a la competencia específica 1 en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, pero si aparece en la tabla del Anexo IV del propio Decreto.

| elaciones | Relaciones Competencia en Comunicación Lingüística | | tica | | mpetei uriling | | Co | mpete | cia Ma ncia er gía e In | Cienc | ia, | | Compe | tencia | Digita | | Ċ | Compet A | | Persor er a Ap | | | e | | Compe Ciuda | | | | npeter rendec | | Co | | | n Conc Cultura | | у | | | |
|-------------|----------------------------------------------------|-------|-------|-------|-------------------|-------|------|-------|-------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|------|-------------|------|-------------------|-----------|---------|-----------|-----------|----------------|---------|------|------|------------------|------|------|------|------|-------------------|--------|----------|----------|----------|----------|
| Mapa de R | nci | CCL 1 | CCL 2 | CCL 3 | CCL 4 | CCL 5 | CP 1 | CP 2 | CP 3 | STEM 1 | STEM 2 | STEM 3 | STEM 4 | STEM 5 | CD 1 | CD 2 | CD 3 | CD 4 | CD 5 | CPSAA 1.1 | CPSAA 1.2 | CPSAA 2 | CPSAA 3.1 | CPSAA 3.2 | CPSAA 4 | CPSAA 5 | CC 1 | CC 2 | CC 3 | CC 4 | CE 1 | CE 2 | CE 3 | CCEC 1 | CCEC 2 | CCEC 3.1 | CCEC 3.2 | CCEC 4.1 | CCEC 4.2 |
| | C.E 1 | | 1 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | | | Х | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | 1 | | | | | | |
| ccss | C.E 2 | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | 1 | | | | | | | | 1 | | | | 1 | | | | 1 | | | | | | |
| | C.E 3 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | | |
| Aplicadas | C.E 4 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | | 1 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | | |
| - | C.E 5 | | | | | | | | | 1 | | 1 | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | |
| ticas | C.E 6 | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | 1 | | | | | | | | | | 1 | | | | 1 | | 1 | 1 | 1 | | | | | |
| Matemáticas | C.E 7 | 1 | | | | | | | | | | 1 | | | 1 | 1 | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | 1 | 1 |
| Mate | C.E 8 | 1 | | 1 | | | 1 | | | | 1 | | 1 | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | |
| | C.E 9 | | | | | | | | 1 | | | | | 1 | | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | | | 1 | | | | | | | |

Tabla 1- Mapa de relaciones Competenciales (2º BACH).

5.3 CRITERIOS DE EVALUACIÓN E INDICADORES DE LOGRO, JUNTO A LOS CONTENIDOS CON LOS QUE SE ASOCIAN

Este apartado en la programación didáctica debe proporcionar una estructura clara y detallada que permita evaluar de manera objetiva el progreso de los estudiantes. Establecer criterios de evaluación y definir indicadores de logro específicos, junto con la vinculación de estos con los contenidos, asegura que la evaluación sea coherente y alineada con los objetivos educativos del curso. Se puede realizar de la siguiente forma:

Paso 1: Relación de Contenidos con los Criterios de Evaluación y Competencias Específicas.

Primero, se deben listar los contenidos específicos que se enseñarán a lo largo de la asignatura, según constan en el currículo oficial (Anexo 9.1.1 de este TFM). Los criterios de evaluación deben estar alineados con los contenidos y las competencias específicas. De esta forma no se produce una evaluación de la materia separada de las competencias clave (Anexo 9.1.2).

Paso 2: Concreción de los Indicadores de Logro.

Una vez que se han definido los contenidos y los criterios de evaluación a partir de la normativa vigente será el propio docente el que desglose los criterios de evaluación en indicadores de logro en la asignatura. Los indicadores de logro son descripciones más específicas y observables que indican si los estudiantes están alcanzando los criterios de evaluación. Por ejemplo:

Criterio de evaluación 1.1: Emplear algunas estrategias y herramientas, incluidas las digitales, en la resolución de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales, valorando su eficiencia en cada caso. (CCL2, STEM1, STEM3, CD2, CPSAA4, CE3)

Indicador de Logro 1.1.1: Utiliza aplicaciones y programas digitales (como hojas de cálculo, software estadístico, etc.) en la resolución de problemas.

Indicador de Logro 1.1.2: Adapta estrategias en función del tipo de problema y la herramienta disponible.

Indicador de Logro 1.1.3: Explica claramente el proceso seguido para resolver un problema, detallando las herramientas y estrategias empleadas.

Indicador de Logro 1.1.4: Presenta los resultados de manera comprensible, utilizando gráficos, tablas y otros recursos visuales digitales.

Paso 3: Organización de los Contenidos en Unidades.

El siguiente paso sería desglosar los contenidos de la materia (Anexo 9.1.1) en unidades concretas de trabajo. Por ejemplo, para el sentido numérico en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

II:

| A. SENTIDO | O NUMÉRICO | | | | | | |
|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|
| CONTENIDOS | | UNIDADES DE TRABAJO | | | | | |
| Sentido de las operaciones. | - Adición y producto de matrices: interpretación, comprensión y aplicación adecuada de las propiedades. | Concepto de matriz. Definición. Dimensión de una matriz. Operaciones con matrices (suma, producto de un número (escalar) por una matriz, producto de matrices). | | | | | |
| | - Estrategias para operar con números reales y matrices: cálculo mental o escrito en los casos sencillos (como mucho de orden 4) y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados. | Uso de estrategias de cálculo mental para operaciones con matrices pequeñas, especialmente cuando son de bajo orden (hasta 4x4). Aplicación de algoritmos de cálculo escrito para operaciones más complejas, como la multiplicación de matrices de orden superior. Empleo de herramientas tecnológicas, como software de álgebra lineal o calculadoras gráficas, para realizar cálculos con matrices de mayor tamaño. | | | | | |
| 2. Relaciones. | - Conjuntos de matrices: estructura, comprensión y propiedades. | Matriz inversa (definición, método de Gauss–Jordan). Matriz traspuesta. Rango de una matriz. | | | | | |

Tabla 3 - Desglose de contenidos sobre Sentido Numérico

Paso 4: Asociación de Indicadores de Logro con Criterios de Evaluación.

Como último paso los docentes deberían asociar los contenidos de las materias a los indicadores de logro correspondientes a los criterios de evaluación establecidos, con el fin de identificar como alcanzar cada criterio de evaluación. Por ejemplo:

Criterio de evaluación 1.1: Emplear algunas estrategias y herramientas, incluidas las digitales, en la resolución de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales, valorando su eficiencia en cada caso. (CCL2, STEM1, STEM3, CD2, CPSAA4, CE3)

Entiende la definición de matriz y sabe hallar su dimensión.

Realiza las operaciones con matrices (suma, producto de un número (escalar) por una matriz, producto de matrices) correctamente.

Uso correcto de estrategias de cálculo mental para operaciones con matrices de bajo orden (hasta 4x4).

Aplica algoritmos de cálculo escrito para operaciones más complejas, como la multiplicación de matrices de orden superior.

Emplea correctamente herramientas tecnológicas, como software de álgebra lineal o calculadoras gráficas, para realizar cálculos con matrices de mayor tamaño.

Comprende la definición de matriz inversa y el método de Gauss-Jordan.

Conoce el concepto de matriz traspuesta.

Define correctamente el Rango de una matriz.

Tabla 4- Ejemplo de indicadores de logro referidos a los criterios de evaluación.

5.4 CONTENIDOS DE CARÁCTER TRANSVERSAL QUE SE TRABAJARÁN DESDE LA MATERIA

En la programación didáctica de la asignatura se incorporarán contenidos de carácter transversal según lo establecido en el artículo 9 del decreto 40/2022^[42]. Estos contenidos transversales abarcan diversas áreas y se integrarán de manera coherente en las actividades y objetivos de la asignatura. Los docentes deberán integrar y planificar los contenidos transversales en las programaciones didácticas siguiendo las directrices que los centros establecen en su propuesta curricular.

Asimismo, los docentes deben incluir los contenidos transversales en los criterios de evaluación, desglosándolos en indicadores de logro de la misma manera que los contenidos específicos de la materia. Es importante diferenciar entre los contenidos transversales que deben trabajarse y las actividades que se desarrollarán. Los contenidos transversales se vincularán a las materias, mientras que las actividades se incorporarán en las situaciones de aprendizaje planificadas.

Además, es crucial otorgar un tratamiento especial a los contenidos relacionados con la mejora de la convivencia escolar. Esto puede implicar que este contenido transversal se trabaje en todas las situaciones de aprendizaje, abordando los diversos aspectos que integra.

La incorporación de contenidos transversales no solo enriquece el aprendizaje de los estudiantes, sino que también los prepara para enfrentar de manera crítica y responsable los desafíos contemporáneos. A través de estas actividades y enfoques, se busca formar individuos competentes, responsables y comprometidos con su comunidad y la sociedad en general.

A continuación, se proponen algunos ejemplos para trabajar estos contenidos desde la asignatura:

- 1. Integración y uso responsable de las TIC: se utilizarán herramientas digitales y software matemático (como GeoGebra, Excel, Wolfram Alpha) para la resolución de problemas, visualización de datos y modelización matemática. Se educará a los estudiantes sobre la importancia de la seguridad digital, la protección de datos personales y la ética en el uso de tecnologías. Se promoverá el uso responsable y crítico de internet y redes sociales.
- 2. Educación para la Convivencia Escolar Proactiva y Respeto a la Diversidad: se trabajará en el reconocimiento y respeto de la diversidad como una fuente de riqueza cultural y social. Se puede hacer a través de proyectos grupales, donde se aborden problemas de interés social y económico desde una perspectiva matemática, o a través de debates sobre el impacto social de las matemáticas en diferentes culturas y comunidades.
- 3. Gestión de las Emociones y Habilidades Sociales a través de Técnicas y Estrategias de Oratoria: se desarrollarán presentaciones orales y debates matemáticos que ayuden a los estudiantes a ganar confianza en sí mismos y a gestionar sus emociones al hablar en público.
- 4. Fomento del Interés y Hábito de Lectura, y Correcta Expresión Escrita: se promoverá la lectura de artículos, libros y publicaciones relacionadas con la aplicación de las matemáticas en ciencias sociales, economía y otros campos relevantes. Después de la lectura, se puede proponer la elaboración de informes, ensayos y proyectos escritos.
- 5. Prevención y Resolución Pacífica de Conflictos: se realizarán ejercicios de simulación donde los estudiantes resolverán problemas aplicando principios matemáticos y valores éticos. También entendiendo el uso de las matemáticas en la toma de decisiones políticas y sociales.
- 6. Valores y Oportunidades de la Comunidad de Castilla y León: trabajar con estudios de casos y proyectos, especialmente en campos relacionados con las Ciencias Sociales y las Matemáticas, que aborden problemas específicos de la Comunidad de Castilla y León, utilizando herramientas matemáticas. También es interesante invitar a profesionales y expertos locales para hablar sobre las oportunidades en la región.

5.5 METODOLOGÍA DIDÁCTICA

Este elemento será abordado de manera extensa en el punto 6 del presente TFM. En este, se detallarán las estrategias y métodos específicos que se emplearán en el proceso de enseñanza-aprendizaje, proporcionando una guía clara y completa sobre cómo se podría impartir la materia. Además, se incluirán diversas técnicas pedagógicas, enfoques de enseñanza, actividades y recursos didácticos que se utilizarán para facilitar el aprendizaje de los estudiantes, asegurando que se alcancen los objetivos educativos y se desarrollen las competencias clave.

5.6 MATERIALES Y RECURSOS DE DESARROLLO CURRICULAR

En la programación didáctica deberemos especificar también los Materiales y Recursos que utilizaremos a lo largo del curso. Entre otros, se pueden incluir:

- 1. Libros de Texto: especificar los libros de texto que se utilizarán, incluyendo títulos, autores y editoriales e ISBN.
- 2. Materiales Didácticos: fichas de trabajo, ejercicios, guías de estudio y otros materiales impresos o digitales que apoyen el aprendizaje.
- 3. Recursos Digitales: sitios web educativos, plataformas de aprendizaje en línea (como Moodle o Google Classroom), aplicaciones y software específicos (como GeoGebra, Excel, Wolfram Alpha). El uso del soporte informático es especialmente relevante, herramientas como GeoGebra y Excel permiten a los estudiantes visualizar datos y modelos matemáticos, facilitando la comprensión de conceptos abstractos.
- 4. Equipos y Herramientas Tecnológicas: ordenadores, proyectores, pizarras digitales o calculadoras científicas.
- 5. Bibliografía Complementaria: libros y artículos adicionales que profundicen en temas específicos o proporcionen diferentes perspectivas.

Es crucial reconocer que la programación didáctica es un documento vivo y dinámico. A lo largo del curso y de los años, pueden surgir nuevos recursos y materiales que enriquezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ello, es importante revisar periódicamente los materiales y recursos utilizados, evaluando su efectividad y relevancia, además de estar abiertos a incorporar nuevas herramientas y materiales que puedan surgir, ya sea a través de innovaciones tecnológicas, descubrimientos académicos o recomendaciones pedagógicas.

5.7 CONCRECIÓN DE PLANES, PROGRAMAS Y PROYECTOS DEL CENTRO VINCULADOS CON EL DESARROLLO DEL CURRÍCULO DE LA MATERIA

Los centros educativos integran en sus proyectos educativos diversos planes, programas y proyectos enfocados en cuestiones específicas. Algunos de estos son obligatorios para los centros, mientras que otros son propuestos por la Administración educativa para la participación voluntaria, y otros pueden surgir como iniciativas propias de los centros. Además, suelen afectar a la planificación y el desarrollo del currículo de varias materias.

Entre los planes obligatorios, se incluyen el Plan de Lectura, el Plan de Convivencia, el Plan de Acción Tutorial, el Plan de Atención a la Diversidad, el Plan de Igualdad Efectiva entre Hombres y Mujeres, el Plan de Orientación Académica y Profesional, el Plan de Contingencia, el Plan de Digitalización, el Plan de Prevención y Control del Absentismo Escolar, y el Plan de Acogida. Entre los que se ofrecen de manera voluntaria suelen encontrarse los Proyectos de Autonomía, el Proyecto de Biblioteca, el Plan Leo-Tic, los Programas Europeos, y los Proyectos Lingüísticos. Y en el caso de la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, el Plan de Digitalización puede fomentar el uso de herramientas tecnológicas y recursos digitales en la enseñanza de las matemáticas aplicadas, permitiendo a los estudiantes utilizar software como GeoGebra o Excel para modelar y analizar datos.

5.8 ACTIVIDADES EXTRAESCOLARES

COMPLEMENTARIAS

Υ

Permiten que los estudiantes apliquen diferentes contenidos en situaciones reales reforzando el desarrollo de sus competencias clave y ayudando a alcanzar los objetivos de la etapa educativa. Junto con una comunicación eficaz entre departamentos, los docentes pueden asegurar que estas actividades no solo complementen el currículo, sino que también preparen a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo real de manera crítica y responsable.

En la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II pueden realizar desde visitas a instituciones financieras y estadísticas (bancos, universidades, etc.), participación en concursos matemáticos (Olimpiada Matemática), hasta proyectos de investigación que involucren análisis de datos reales. También la participación en Proyectos Interdisciplinares colaborando con otros departamentos. Por ejemplo, coordinarse con el departamento de Economía puede ser beneficioso para planificar visitas a empresas o charlas con profesionales del sector, lo cual contextualiza y da sentido práctico a los contenidos de matemáticas aplicadas. Asimismo, la colaboración con el departamento de Tecnología puede facilitar el acceso a recursos y herramientas digitales que potencien el aprendizaje de los estudiantes.

5.9 EVALUACIÓN DEL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL ALUMNADO

Como define la guía para la elaboración de la programación didáctica de la Junta de Castilla y León^[43], "los elementos que forman parte del proceso de evaluación (en este caso evaluación del alumnado) son los criterios de evaluación (y los posibles indicadores de logro en los que se desglosen), las técnicas e instrumentos de evaluación, los momentos de la evaluación y los agentes evaluadores.", por lo que, a continuación, definiremos como realizar cada uno de estos.

Paso 1: Tipos de Instrumentos de Evaluación.

Primero, el docente definirá los instrumentos de evaluación según su naturaleza. Pueden ser instrumentos de observación (registro anecdótico, guía de observación), de desempeño (porfolio, proyecto, archivo) o de rendimiento (prueba escrita u oral).

Paso 2: Instrumentos de Evaluación, Criterios de Evaluación e Indicadores de logro.

Una vez definidos los instrumentos de evaluación, deben relacionarse con los criterios de evaluación e indicadores de logro, que están especificados en el punto 5.3 del presente TFM.

| Criterios de evaluación | Indicadores de logro | Instrumento de evaluación |
|-------------------------|----------------------|---------------------------|
| 1.1 | 1.1.1 | Archivo de resultados |
| | 1.1.2 | Guía de observación |
| | 1.1.3 | Prueba oral |
| | 1.1.4 | Archivo / Prueba escrita |

Tabla 5 - Instrumentos de evaluación ligados a Indicadores de Logro.

Paso 3: Temporalización y Situaciones de Aprendizaje.

También se establecerá el momento de evaluación. En general esta será una evaluación continua. Además, se definirá cuáles de estos indicadores de logro se tratan en cada situación de aprendizaje (SA) creada para el curso.

| Criterios de | Indicadores de | Instrumento de | Situaciones de Aprendizaje | | | | | | |
|--------------|----------------|--------------------------|----------------------------|-------|-------|--|--|--|--|
| evaluación | logro | evaluación | S.A 1 | S.A 2 | S.A 3 | | | | |
| 1.1 | 1.1.1 | Archivo de resultados | X | | X | | | | |
| | 1.1.2 | Guía de observación | | | | | | | |
| | 1.1.3 | Prueba oral | X | X | X | | | | |
| | 1.1.4 | Archivo / Prueba escrita | X | | | | | | |

Tabla 6- Instrumentos de evaluación ligados a Situaciones de Aprendizaje.

Paso 4: Agentes Evaluadores.

Finalmente, se relacionará con los agentes evaluadores. Se utilizará la heteroevaluación (evalúa una entidad externa), la autoevaluación (evaluación de sí mismo) y la coevaluación (evaluar el desempeño de sus pares). Así se establece el tipo de evaluación a aplicar, relacionándolo con cada instrumento de evaluación definido, en función de los criterios de evaluación e indicadores de logro que se evalúan. Por ejemplo:

| Criterios | Indicadores | Instrumento | Profesorado | Participación del alumnado | | | | | |
|------------------|-------------|-----------------------------|------------------|----------------------------|----------------|--|--|--|--|
| de evaluación | de logro | de evaluación | Heteroevaluación | Coevaluación | Autoevaluación | | | | |
| 1.1 | 1.1.1 | Archivo de resultados | X | | X | | | | |
| | 1.1.2 | Guía de observación | X | | X | | | | |
| | 1.1.3 | Prueba oral | X | X | X | | | | |
| | 1.1.4 | Archivo / Prueba escrita | X | | | | | | |

Tabla 7- Instrumentos de evaluación ligados al agente evaluador.

Paso 5: Definir Porcentajes para la calificación.

Quedaría definir el peso de los elementos del proceso de evaluación. Podría hacerse de 3 formas:

• En primer lugar, a partir de los criterios de evaluación, por ejemplo:

| Criterio de evaluación | Peso en la evaluación |
|------------------------|-----------------------|
| 1.1 | 10% |
| 1.2 | 5% |
| 2.1 | 5% |
| 2.2 | 10% |
| | |
| 9.3 | 3% |
| TOTAL | 100% |

Tabla 8 - Peso en la evaluación en función de Criterios de evaluación.

• Otra forma sería agrupando los diferentes instrumentos de evaluación utilizados por peso:

| Instrumento de evaluación | Peso en la evaluación |
|---------------------------|-----------------------|
| Guía de observación | 10% |
| Cuaderno del alumno | 5% |
| Prueba escrita | 45% |
| | |
| TOTAL | 100% |

Tabla 9 - Peso en la evaluación en función de Instrumentos de evaluación.

• Y finalmente dividido a partir de las situaciones de aprendizaje realizadas:

| Situación de aprendizaje | Peso en la evaluación |
|--------------------------|-----------------------|
| S.A 1 | 10% |
| S.A 2 | 10% |
| S.A 3 | 10% |
| | |
| TOTAL | 100% |

Tabla 10 - Peso en la evaluación en función de Situaciones de Aprendizaje.

De esta forma estaría realizada el punto de evaluación de la programación didáctica. Hay que tener en cuenta que, si bien la programación didáctica en general se debería adaptar al alumnado a lo largo del curso, la forma de evaluación debe de estar lo suficientemente bien definida como para que sea fija y el propio alumnado pueda conocer desde el principio del curso la forma en la que será evaluado.

Asímismo, es importante que las técnicas y procedimientos de evaluación sean variados y estén diseñados para facilitar una evaluación integral del alumnado, permitiendo una valoración objetiva de todos los estudiantes. Estas técnicas deben estar contextualizadas y ser realistas, ofreciendo situaciones de aprendizaje funcionales que permitan la activación de conocimientos y estrategias de resolución de problemas. Igualmente, es esencial que se adapten a la diversidad del alumnado, especialmente a aquellos con necesidades específicas de apoyo educativo, y que desde el inicio del proceso de aprendizaje sean conocidas por los estudiantes.

5.10 ATENCIÓN A LAS DIFERENCIAS INDIVIDUALES DEL ALUMNADO

En primer lugar, es fundamental contextualizar la atención a las diferencias individuales dentro del marco legal y pedagógico actual. La diversidad en el aula es un hecho indiscutible, abarcando diferencias en capacidad, ritmo de aprendizaje, estilos de aprendizaje, motivación, intereses, contexto social, situación cultural, circunstancias lingüísticas y estado de salud. Esta diversidad convierte a los centros educativos y, más concretamente, a sus aulas, en espacios sumamente heterogéneos. Por lo tanto, reconocer y valorar esta diversidad es el primer paso hacia la creación de un entorno educativo inclusivo.

Reconociendo que todos los alumnos tienen derecho a una educación inclusiva y de calidad, la programación didáctica debe asegurarse de que todas las actividades y estrategias pedagógicas estén diseñadas para satisfacer las necesidades y características individuales del alumnado. Esto implica implementar una educación que no solo sea equitativa y accesible, sino que también promueva la personalización del aprendizaje, adaptándose a las particularidades de cada estudiante.

Los principios pedagógicos de atención a las diferencias individuales deben guiar la acción educativa de los docentes. Estos principios incluyen la equidad, la inclusión, la personalización del aprendizaje y la atención a la diversidad. La programación didáctica debe reflejar estos principios, asegurando que las estrategias y actividades educativas sean inclusivas y que promuevan la participación y el éxito de todos los estudiantes, independientemente de sus diferencias individuales.

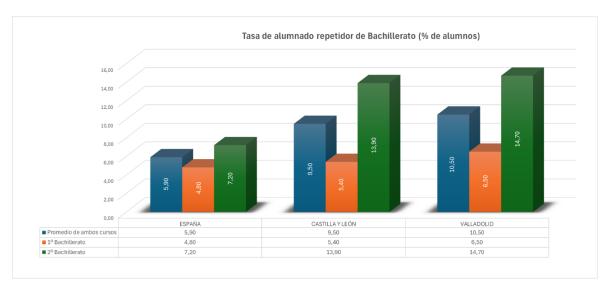


Figura 1. Tasa de alumnado repetidor de Bachillerato (% de alumnos). Datos: Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. Fuente: Elaboración Propia.

Es particularmente relevante abordar esta cuestión en el contexto de las tasas de repetición en Bachillerato. A nivel nacional, la tasa de alumnado repetidor en Bachillerato en España es del 5,9%. Sin embargo, en Castilla y León, esta cifra asciende al 9,50%, y en Valladolid alcanza el 10,50%. Estos datos son aún más alarmantes en segundo de Bachillerato, donde la tasa de repetición es del 7,2% en España, 13,9% en Castilla y León y 14,7% en Valladolid. Estas cifras indican una necesidad urgente de medidas que atiendan eficazmente las diferencias individuales para reducir el fracaso escolar y mejorar los resultados académicos.

Para abordar esta problemática, los centros educativos en Valladolid y en toda Castilla y León deben adoptar una serie de medidas concretas que respondan a las necesidades educativas específicas de su alumnado. Estas medidas deben buscan desarrollar el máximo potencial posible de cada estudiante, permitiendo el desarrollo de las competencias previstas y la consecución de los objetivos. En ningún caso, estas medidas deben suponer una discriminación que impida a los estudiantes obtener la titulación correspondiente.

De esta forma, actualmente la situación es aún más crítica en los centros públicos. La tasa de repetición de alumnos de segundo de Bachillerato en este tipo de centro está situada en España en un 8,9%, mientras que en Castilla y León se sitúa en un 17,37%, y en Valladolid con un 20,73% la situación es aún más preocupante.

Esta diferencia entre las tasas de repetición en centros públicos y privados puede deberse a diferentes factores contextuales, pero igualmente no debería estar tan alejada de la media nacional. La solución a esta problemática no debe ser bajar el nivel educativo ni rebajar las exigencias de la prueba de EBAU, sino implementar medidas efectivas de atención a las diferencias individuales del alumnado.

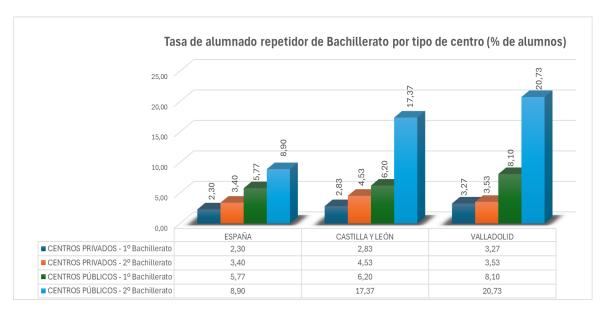


Figura 2. Tasa de alumnado repetidor de Bachillerato por tipo de centro (% de alumnos). Datos: Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deportes. Fuente: Elaboración Propia.

Abordar este problema es esencial, y es el que nos ocupa según el contexto educativo elegido. Este panorama subraya la necesidad de intervenciones específicas y efectivas para reducir la tasa de repetición y mejorar el rendimiento académico.

En este sentido, es crucial diseñar un plan de atención a la diversidad que forme parte del proyecto educativo del centro. Este plan debe ser elaborado teniendo en cuenta la estructura determinada por la Consejería competente en materia de educación. La programación didáctica debe incluir generalidades sobre la atención al alumnado con necesidad específica de apoyo educativo, así como planes específicos de refuerzo, recuperación y enriquecimiento curricular. Además, debe contemplar adaptaciones curriculares de acceso, tanto no significativas como significativas, que faciliten el acceso y la participación de todos los estudiantes en las actividades educativas.

La atención a las diferencias individuales en la programación didáctica de Bachillerato requiere una comprensión profunda de la diversidad del alumnado y una planificación educativa que se adapte a sus necesidades específicas. Esto implica implementar principios pedagógicos de equidad, inclusión y personalización del aprendizaje, y adoptar medidas concretas que aseguren el desarrollo pleno de las competencias y la consecución de los objetivos educativos de todos los estudiantes, especialmente en contextos con altas tasas de repetición como Valladolid y Castilla y León.

De esta manera es importante concederle la gran importancia que tiene a este apartado en las programaciones didácticas. Para abordar este apartado en la programación didáctica de segundo de Bachillerato de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, es crucial implementar una serie de medidas que respondan a las diversas necesidades y características del alumnado.

Algunas de estas medidas podrían ser:

- 1. Realizar una evaluación diagnóstica al inicio del curso para identificar el nivel de conocimiento previo de los estudiantes en contenidos clave para el desarrollo de la asignatura.
- Implementar adaptaciones curriculares de acceso para estudiantes con necesidades educativas especiales, como incluir el uso de gráficos y calculadoras adaptadas además de explicaciones adicionales en términos técnicos.
- 3. Aplicar estrategias de enseñanza diferenciada para atender los distintos ritmos y estilos de aprendizaje, como fomentar proyectos que integren las Matemáticas con otras disciplinas de Ciencias Sociales, como Economía, Psicología o Geografía. O proponer actividades y ejercicios de diferentes niveles de dificultad.
- 4. Tutorías personalizadas enfocadas en la resolución de problemas específicos, aclaración de conceptos y desarrollo de habilidades analíticas.
- 5. Planes específicos de refuerzo y recuperación para los estudiantes que presenten dificultades, incluyendo actividades de revisión de temas fundamentales, ejercicios adicionales y sesiones de recuperación enfocadas en las áreas de mayor dificultad.
- 6. Actividades de enriquecimiento curricular para estudiantes que demuestren un alto rendimiento o interés en las matemáticas aplicadas. Como la participación en competiciones matemáticas, la realización de proyectos de investigación y la asistencia a conferencias o talleres avanzados.
- 7. Utilizar evaluaciones continuas y formativas para monitorear el progreso de los estudiantes y ajustar las estrategias de enseñanza según sea necesario. Pueden ser pruebas cortas, trabajos prácticos y autoevaluaciones que proporcionen retroalimentación inmediata y constructiva.
- 8. Fomento de la autonomía del estudiante y la autoevaluación.
- 9. Colaboración con el equipo de orientación del centro para diseñar y aplicar estrategias de atención a la diversidad.
- 10. Fomentar la implicación de las familias en el proceso educativo mediante reuniones periódicas, la información sobre el progreso de sus hijos y la promoción de un entorno de apoyo en el hogar, especialmente en relación con el desarrollo de habilidades matemáticas aplicadas a contextos de ciencias sociales.

5.11 SECUENCIA DE UNIDADES TEMPORALES DE PROGRAMACIÓN

Es importante aclarar la relación entre los términos "situaciones de aprendizaje" y "unidades didácticas". De acuerdo con el artículo 13 del Decreto 40/2022^[42], una situación de aprendizaje es una definición amplia que puede abarcar varias unidades didácticas, o viceversa. Es decir, una unidad didáctica podría incluir múltiples situaciones de aprendizaje, o una situación de aprendizaje podría desarrollarse a través de varias unidades didácticas. También es posible que una unidad didáctica esté compuesta por una única situación de aprendizaje.

La unidad didáctica es el medio para materializar la programación en la realidad del aula, y la situación de aprendizaje es la metodología que el docente utiliza para transformar el currículo prescrito en currículo aplicado.

Las unidades temporales de programación permiten a los docentes ajustar su propuesta didáctica al calendario escolar, facilitando una planificación educativa óptima. En la programación didáctica es fundamental especificar las unidades temporales, su secuencia de desarrollo y el número de sesiones asignadas a cada una, así como su distribución a lo largo del curso.

Para ello, se pueden referenciar unidades didácticas, unidades temáticas, proyectos o situaciones de aprendizaje. Cada una de estas estructuras debe incluir información relevante, como el número de sesiones necesarias y las fechas en las que se desarrollarán.

Por ejemplo, un listado con los títulos de las unidades didácticas o temáticas podría incluir:

| Unidad 1: Cálculo de probabilidades. | Unidad 2: La distribución normal. | Unidad 3: La distribución binomial. |
|--------------------------------------|--------------------------------------|----------------------------------------|
| Duración: 2 semanas | Duración: 2 semanas | Duración: 2 semanas |
| Sesiones: 8 | Sesiones: 7 | Sesiones: 5 |
| Fechas: Septiembre | Fechas: Octubre | Fechas: Octubre |

Tabla 11 - Ejemplo de distribución de unidades didácticas.

Además, es posible temporalizar el currículo de la materia planificando en qué unidad didáctica, temática, proyecto o situación de aprendizaje se trabajarán las competencias específicas, los criterios de evaluación y los contenidos de la materia. Esto asegura que cada aspecto del currículo sea abordado de manera adecuada y en el momento oportuno. Garantiza una distribución equitativa del contenido a lo largo del curso, maximizando el tiempo de aprendizaje efectivo. Además proporciona coherencia y secuencia lógica en la presentación de los temas, facilitando la comprensión y retención de conceptos clave y permite una planificación eficiente de recursos y actividades, adaptándose a las necesidades individuales de los estudiantes.

5.12 ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DE AULA Y DE LA PRÁCTICA DOCENTE

La evaluación constante de la práctica docente y de la programación de aula es esencial para garantizar una enseñanza de calidad y equitativa, así como para promover el desarrollo profesional del profesorado. En esta línea, cada docente se autoevaluará como punto de partida para su mejora, mientras que los centros educativos establecerán directrices en su propuesta curricular para evaluar el proceso de enseñanza y la práctica docente.

La evaluación del proceso de enseñanza y de la práctica docente se orientará hacia tres objetivos fundamentales:

- 1. Se busca garantizar la excelencia en los procesos educativos, promoviendo la efectividad y pertinencia de las estrategias pedagógicas empleadas.
- 2. Es crucial asegurar que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para aprender, independientemente de sus circunstancias individuales.
- 3. La evaluación se concibe como una herramienta de apoyo y promoción del desarrollo profesional del profesorado, fomentando la mejora continua.

Cada docente evaluará su propia programación de aula, considerando su contenido y grado de cumplimiento, lo que permitirá una revisión crítica y una mejora continua.

La planificación de la práctica docente tomará en cuenta los componentes de la programación de aula, garantizando una coordinación efectiva entre los diferentes profesionales educativos. Se evaluará la motivación del alumnado, así como el proceso de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta aspectos como las actividades, la organización del aula, el clima educativo y la utilización de recursos didácticos.

Se emplearán diversas técnicas e instrumentos para evaluar el proceso de enseñanza y la práctica docente, como los documentos de planificación del centro, la observación directa, las reuniones de ciclo para compartir perspectivas y experiencias, el diario del profesor para la reflexión individual sobre la acción educativa y las entrevistas anuales con la Dirección del centro.

La evaluación será continua y trimestral, con una revisión permanente y una retroalimentación constante. Los agentes evaluadores incluirán a los tutores, profesionales del centro y coordinadores de ciclo, quienes contribuirán a una evaluación integral y enriquecedora del proceso educativo.

5.13 PROCEDIMIENTO PARA LA EVALUACIÓN DE LA PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA

La evaluación de la planificación didáctica debe regirse por un procedimiento específico. Los resultados esenciales de esta evaluación se integrarán al final del año lectivo, conjuntamente con la valoración de la propuesta curricular y la memoria anual de la planificación general, sirviendo como base para la preparación de las futuras planificaciones didácticas.

La evaluación y seguimiento de la planificación deben ser constantes y fluidos, permitiendo ajustes o modificaciones para alcanzar los objetivos establecidos. Diversas circunstancias, como la evolución del grupo, la incorporación de nuevos alumnos o eventos especiales que impacten en el centro, pueden motivar estos ajustes. Por lo tanto, dada la complejidad y variabilidad del entorno social, la planificación debe ser adaptable, permitiendo una reconfiguración del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En este sentido, los docentes deben establecer un procedimiento claro para evaluar la planificación didáctica, basándose en las directrices proporcionadas por la propuesta curricular del centro. Es esencial que aborden los siguientes aspectos:

¿Qué evaluar?

Indicadores de logro que reflejen el alcance de los objetivos propuestos.

¿Cómo evaluar?

Utilización de instrumentos de evaluación adecuados para medir el progreso y el logro de los objetivos.

¿Cuándo evaluar?

Definición de momentos específicos durante el año académico para llevar a cabo la evaluación, asegurando una retroalimentación oportuna.

¿Quién evalúa?

Designación de las personas responsables de llevar a cabo la evaluación, garantizando una perspectiva diversa y equilibrada.

Un ejemplo de este podría ser:

| Indicadores de logro | Instrumentos de evaluación | Momentos en los que se realizará la evaluación | Personas que llevarán a cabo la evaluación |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Resultados de la evaluación del curso. | Listas de control. | Continua. | Profesorado y alumnado. |
| Adecuación de los materiales y recursos didácticos, y la distribución de espacios y tiempos a los métodos didácticos utilizados. | Escalas de estimación aplicadas al documento de programación didáctica. | Formativa: trimestral. | Profesorado. |
| Contribución de los métodos didácticos y pedagógicos a la mejora del clima del aula de Centro. | Escalas de estimación aplicadas a todos los procesos de enseñanza- aprendizaje. | Final: fin de curso. | Profesorado. |

Tabla 12 – Ejemplo de evaluación de la programación didáctica.

La evaluación de la planificación didáctica, guiada por estos elementos, promueve una enseñanza más efectiva y adaptable a las necesidades cambiantes del entorno educativo, fomentando así el éxito de los estudiantes y el crecimiento profesional del cuerpo docente.

6. METODOLOGÍA DIDÁCTICA

6.1 INTRODUCCIÓN

La enseñanza de las matemáticas ha sido objeto de constante revisión y adaptación en el ámbito educativo, especialmente en el contexto de un mundo en constante cambio y avance tecnológico. Esta disciplina, fundamental en la formación académica, ha evolucionado significativamente en los últimos tiempos, no solo en cuanto a los contenidos que se enseñan, sino también en los métodos y enfoques utilizados para transmitirlos de manera efectiva a los estudiantes.

En este contexto de cambio y desarrollo, la importancia del sentido numérico y algebraico se hace evidente. Estos dos sentidos matemáticos no solo son pilares fundamentales en la formación de los estudiantes, sino que también son habilidades esenciales para la vida cotidiana y para el desarrollo profesional en numerosos campos.

El sentido numérico, por ejemplo, se refiere a la capacidad de comprender y manipular los números de manera significativa. Implica entender la relación entre ellos, identificar patrones, realizar operaciones básicas y aplicar estrategias de estimación y cálculo mental. Por otro lado, el sentido algebraico implica la capacidad de comprender y manipular símbolos y expresiones algebraicas para representar y resolver problemas matemáticos. Se centra en la generalización de patrones numéricos y en el análisis de relaciones entre variables.

La enseñanza efectiva de estos dos sentidos matemáticos es crucial para el éxito académico de los estudiantes. Por ello, es importante explorar y comprender las metodologías más adecuadas para su enseñanza. En este sentido, diferentes enfoques pedagógicos han surgido con el objetivo de hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea más dinámico, significativo y relevante para los estudiantes.

Entre las metodologías más populares para enseñar el sentido numérico se encuentran el Puzzle y el Aprendizaje Orientado a Proyectos. La metodología Puzzle es una técnica educativa que promueve el aprendizaje colaborativo y la responsabilidad individual dentro del grupo. Por otro lado, el Aprendizaje Orientado a Proyectos involucra a los estudiantes en proyectos relacionados con situaciones de la vida real que implican el uso de números. Estos enfoques fomentan la aplicación práctica de los conceptos numéricos y promueven el trabajo colaborativo y la autonomía del estudiante.

En cuanto al sentido algebraico, dos metodologías que han ganado popularidad son el Microaprendizaje y la Gamificación. El Microaprendizaje se basa en la descomposición de conceptos complejos en unidades más pequeñas y manejables, permitiendo a los estudiantes

aprender paso a paso. Por su parte, la Gamificación implica el uso de elementos propios de los juegos, como la competencia, los retos y las recompensas, para motivar el aprendizaje.

Al combinar estas metodologías, los educadores pueden crear experiencias de aprendizaje más completas y enriquecedoras para los estudiantes. Por ejemplo, se pueden utilizar actividades de Puzzle para introducir conceptos numéricos, seguidas de proyectos de Aprendizaje Orientado a Proyectos para aplicar esos conceptos en situaciones concretas. Del mismo modo, se pueden combinar actividades de Microaprendizaje con elementos de Gamificación para reforzar la comprensión y práctica de conceptos algebraicos.

Al comprender las metodologías más adecuadas para su enseñanza y al combinarlas de manera efectiva, los educadores pueden crear experiencias de aprendizaje más dinámicas y significativas, preparando a los estudiantes para enfrentar con confianza los desafíos matemáticos que encontrarán en su vida académica y profesional.

6.2 SENTIDO NUMÉRICO

6.2.1 PREÁMBULO

Como indica el Decreto 40/2022^[42], el sentido numérico implica la habilidad para entender los números, las operaciones que se pueden realizar con ellos, sus diversas representaciones y su uso distintos contextos.

Los contenidos que se deberán abordar en este sentido en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para segundo de Bachillerato son los siguientes [42]:

- 1. Sentido de las operaciones:
- Adición y producto de matrices: interpretación, comprensión y aplicación adecuada de las propiedades.
- Estrategias para operar con números reales y matrices: cálculo mental o escrito en los casos sencillos (como mucho de orden 4) y con herramientas tecnológicas en los casos más complicados.

2. Relaciones:

- Conjuntos de matrices: estructura, comprensión y propiedades.

6.2.2 JUSTIFICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS ESCOGIDAS

Para enseñar sentido numérico, en concreto la parte correspondiente a matrices en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en segundo de Bachillerato, hemos elegido estudiar las metodologías del Puzzle y el Aprendizaje Orientado a Proyectos. Esta elección se basa en sus capacidades de profundizar la comprensión, fomentar la colaboración y contextualizar el aprendizaje en situaciones del mundo real.

La metodología del Puzzle, divide el contenido del aprendizaje en segmentos que son asignados a diferentes grupos de estudiantes. Cada grupo se convierte en experto en su segmento específico y luego se reconfiguran para que cada nuevo grupo incluya expertos de todos los segmentos. En estas nuevas formaciones, los estudiantes comparten su conocimiento especializado con sus compañeros, facilitando el aprendizaje mutuo. Este enfoque asegura una comprensión profunda y detallada, ya que cada estudiante debe dominar su segmento para enseñarlo a los demás. Además, fomenta la interdependencia positiva, donde los estudiantes dependen del conocimiento de sus compañeros para comprender el tema en su totalidad, promoviendo habilidades de colaboración y comunicación. La responsabilidad individual se refuerza porque cada estudiante debe aprender y luego enseñar su segmento, lo que implica una mayor implicación y compromiso con el aprendizaje.

Por otro lado, el Aprendizaje Orientado a Proyectos involucra a los estudiantes en la investigación y resolución de problemas reales y relevantes. Los estudiantes trabajan en proyectos a lo largo de un período prolongado, aplicando conocimientos y habilidades para crear productos o soluciones concretas. Esta metodología contextualiza el aprendizaje, permitiendo a los estudiantes aplicar los conceptos de matrices y sentido numérico a problemas del mundo real, como el análisis de datos en ciencias sociales, lo que hace que el aprendizaje sea más relevante y significativo. Además, los proyectos fomentan habilidades esenciales como la investigación, la resolución de problemas, la colaboración y la comunicación. Trabajar en proyectos reales puede aumentar la motivación de los estudiantes y su interés por el tema, ya que ven la aplicabilidad directa de lo que están aprendiendo.

La combinación de estas dos metodologías ofrece un enfoque integral y dinámico para la enseñanza de matrices y sentido numérico. Mientras que la metodología del Puzzle asegura que los estudiantes profundicen en segmentos específicos del contenido, el Aprendizaje Orientado a Proyectos permite aplicar este conocimiento en contextos prácticos y significativos. La técnica del Puzzle promueve la interdependencia positiva y la colaboración entre los estudiantes, habilidades que se transfieren y refuerzan en el trabajo en proyectos. Ambas metodologías promueven la responsabilidad individual y colectiva, así como la reflexión continua sobre el

proceso de aprendizaje y la eficacia de las estrategias utilizadas. En conjunto, estas metodologías crean un entorno educativo dinámico y efectivo, adecuado para abordar los retos y complejidades de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en segundo de Bachillerato.

6.2.3 METODOLOGÍA PUZZLE

6.2.3.1 MARCO TEÓRICO

La técnica de Puzzle, también conocida como la técnica Jigsaw, fue concebida por Aronson y sus colaboradores en 1975^[4]. Su análisis y desarrollo se completaron en investigaciones posteriores llevadas a cabo por el mismo autor (Aronson y Osherow, 1980^{5]}; Aronson y González, 1988^[6]; Aronson y Patnoe, 1997^[7]). Este enfoque se fundamenta principalmente en una perspectiva constructivista e interaccionista del proceso de enseñanza-aprendizaje.

El aprendizaje cooperativo, dentro del cual se encuadra la técnica de Puzzle, es un término amplio que abarca diversas metodologías para organizar la instrucción en el aula. Se caracteriza por la formación de grupos pequeños de estudiantes heterogéneos (bajo, medio y alto rendimiento; varones y mujeres; diversas etnias) con el objetivo de alcanzar metas comunes de aprendizaje. Además, fomenta la actividad constructiva y autónoma del estudiante, considerando que puede favorecer distintos estilos de aprendizaje.

El aprendizaje autónomo implica que los alumnos toman decisiones sobre qué aprender, comprometiéndose de manera activa. En este contexto, la presencia del docente puede variar según las circunstancias. El aprendizaje autónomo se ve enriquecido mediante el trabajo colaborativo, donde los estudiantes contribuyen con experiencias, comentarios, lecturas y reflexiones a sus compañeros de grupo o equipo, transformando así el trabajo individual en un aprendizaje significativo y relevante.

La técnica del Puzzle permite a los estudiantes realizar actividades de profundización previas, lo que los lleva a realizar búsquedas y evaluaciones de la información aportada. Además, deben seguir un método de trabajo definido, que incluye la lectura activa del material, la aclaración de dudas con el grupo de expertos, la creación de mapas conceptuales, entre otras actividades. Posteriormente, deben exponer sus hallazgos en el grupo base y rendir cuentas de su propio aprendizaje. La motivación intrínseca (aprobar la asignatura y el interés en el tema) y extrínseca (rendir cuentas ante los compañeros) juegan un papel crucial en este proceso.

Esta metodología satisface cinco elementos fundamentales del aprendizaje cooperativo^[16]:

1. Interdependencia positiva: la participación de todos los miembros del grupo es esencial para el éxito de la tarea. Ningún miembro tiene la información o el tiempo necesario para realizar la tarea por sí solo, lo que implica una participación activa de todos.

- 2. Exigibilidad individual: cada alumno debe demostrar su nivel de aprendizaje, explicar lo aprendido al grupo y resolver las tareas planteadas de acuerdo con los objetivos establecidos.
- 3. Interacción cara a cara: dado que las actividades se llevan a cabo principalmente en el aula, los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar directamente con los profesores.
- 4. Desarrollo de habilidades interpersonales: los estudiantes ponen en práctica habilidades interpersonales y de trabajo en grupo al explicar sus aprendizajes, asimilar los de otros y enfrentarse a las tareas y actividades planteadas.
- 5. Reflexión sobre el trabajo realizado: la autoevaluación brinda a los alumnos la oportunidad de reflexionar sobre lo aprendido, identificar puntos fuertes y débiles en la metodología de trabajo y establecer estrategias de mejora.

En resumen, la técnica de Puzzle en el contexto del aprendizaje cooperativo no solo promueve la interdependencia positiva y la exigibilidad individual, sino que también facilita la interacción cara a cara, el desarrollo de habilidades interpersonales y la reflexión crítica sobre el propio aprendizaje.

6.2.3.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA TÉCNICA DE PUZZLE

La técnica de Puzzle se puede implementar de manera efectiva siguiendo ciertos pasos y considerando factores clave. En primer lugar, es fundamental dividir el contenido del aprendizaje en segmentos que se asignarán a grupos específicos. Estos grupos, conocidos como "grupos de expertos", serán responsables de comprender y dominar su segmento asignado.

Una vez que los grupos de expertos han adquirido un conocimiento sólido en sus áreas respectivas, se reorganizan para formar nuevos grupos, donde cada miembro proviene de un grupo de expertos diferente. En estos nuevos grupos, cada estudiante comparte su experiencia y conocimiento, contribuyendo al aprendizaje mutuo. Esta fase se conoce como la "reunión de expertos".

Durante la reunión de expertos, los estudiantes se desempeñan como facilitadores de la información, explicando los conceptos clave y respondiendo a las preguntas de sus compañeros. Este intercambio de conocimientos fomenta la interdependencia positiva, ya que cada miembro del grupo contribuye con una pieza esencial para completar el "Puzzle" general.

Además, la técnica de Puzzle favorece la exigibilidad individual, ya que cada estudiante debe comprender a fondo su segmento asignado para poder explicarlo a los demás. La responsabilidad personal se refuerza aún más cuando cada estudiante se convierte en un "experto" en su área y debe garantizar que su conocimiento se comunique claramente al grupo.

El proceso de aprendizaje no se limita a la reunión de expertos; se extiende a la presentación final ante el grupo base. Cada estudiante, habiendo adquirido conocimientos de diferentes áreas a través de la colaboración con los expertos, comparte su experiencia y aprendizaje con el grupo original. Esta fase promueve la reflexión sobre el trabajo realizado, ya que los estudiantes evalúan la eficacia de la técnica de Puzzle y su contribución al aprendizaje colectivo.

6.2.3.3 BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE PUZZLE EN EL PROCESO EDUCATIVO

La técnica de Puzzle ofrece una variedad de beneficios que impactan positivamente en el proceso educativo. Entre estos beneficios se encuentran:

- 1. Desarrollo de habilidades sociales: al trabajar en grupos heterogéneos, los estudiantes mejoran sus habilidades interpersonales al interactuar con compañeros de diferentes niveles de rendimiento, géneros y antecedentes étnicos. Esta exposición diversa contribuye al desarrollo de habilidades esenciales para la vida.
- 2. Fomento de la responsabilidad individual: la asignación de roles específicos, como expertos en un área particular, promueve la responsabilidad individual. Cada estudiante es responsable de comprender y comunicar eficazmente su segmento asignado, lo que refuerza la rendición de cuentas individual.
- 3. Aprendizaje significativo: la colaboración entre los grupos de expertos y la posterior presentación ante el grupo base fomentan un aprendizaje significativo. Los estudiantes no solo adquieren conocimientos a través de la lectura y la investigación, sino que también internalizan y aplican la información al enseñarla a otros.
- 4. Motivación intrínseca: la oportunidad de convertirse en experto en un área específica y contribuir al aprendizaje del grupo impulsa la motivación intrínseca. Los estudiantes se comprometen activamente con el material y la tarea, ya que reconocen la importancia de su contribución al conjunto.
- 5. Desarrollo de habilidades de presentación: la presentación final ante el grupo base proporciona a los estudiantes la oportunidad de desarrollar habilidades de presentación y expresión oral. Este aspecto es crucial para la comunicación efectiva en entornos académicos y profesionales.
- 6. Promoción de la reflexión crítica: la autoevaluación y la reflexión sobre el trabajo realizado permiten a los estudiantes identificar fortalezas y debilidades en su enfoque de aprendizaje. Este proceso facilita la mejora continua y el desarrollo de estrategias efectivas de estudio.

6.2.3.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DEL PUZZLE EN MATEMÁTICAS

Implementar la metodología del Puzzle en la enseñanza de matemáticas, especialmente en temas complejos como matrices y sentido numérico, presenta varios desafíos que deben ser considerados para asegurar su efectividad. Uno de los principales desafíos es la preparación del contenido. Dividir el contenido matemático en segmentos manejables y coherentes puede ser complicado, ya que cada segmento debe ser significativo y autónomo para que los estudiantes puedan profundizar en él. Al mismo tiempo, estos segmentos deben estar interconectados para formar una comprensión integral del tema. Para abordar esto, los docentes deben invertir tiempo en planificar y estructurar el contenido adecuadamente, asegurando que cada segmento sea equilibrado en términos de dificultad y contenido, y proporcionando materiales de apoyo y recursos adicionales para facilitar la comprensión.

Otro desafío importante es la diversidad de niveles de comprensión entre los estudiantes. Algunos pueden dominar rápidamente su segmento asignado, mientras que otros pueden necesitar más tiempo y apoyo. Para manejar esta diversidad, es crucial implementar estrategias de diferenciación, proporcionando tareas adicionales o desafíos para los estudiantes más avanzados y ofreciendo recursos de apoyo, tutorías o tiempo adicional para aquellos que lo necesiten. La agrupación inicial debe considerar el nivel de habilidad de los estudiantes para equilibrar los grupos de expertos.

La coordinación y comunicación efectiva entre los estudiantes es esencial en la metodología del Puzzle. Dado que los estudiantes deben compartir conocimientos y construir una comprensión conjunta del tema, es fundamental fomentar habilidades de comunicación y colaboración. Los docentes deben establecer claras expectativas sobre la participación y el intercambio de información, y proporcionar orientación sobre técnicas de comunicación efectiva. Actividades de formación en trabajo en equipo pueden ser útiles para preparar a los estudiantes.

Evaluar el aprendizaje en este contexto puede ser desafiante. La evaluación debe considerar tanto el conocimiento individual de los estudiantes sobre su segmento específico como su capacidad para integrarse y aplicar ese conocimiento en un contexto más amplio. Los docentes deben desarrollar métodos de evaluación que capturen tanto el aprendizaje individual como el colectivo, utilizando una combinación de evaluaciones formativas y sumativas, observaciones y autoevaluaciones para obtener una imagen completa del progreso del estudiante.

Por último, el manejo del tiempo es un desafío constante. La metodología del Puzzle puede ser más lenta que las técnicas de enseñanza tradicionales, ya que requiere tiempo para que los estudiantes se conviertan en expertos en su segmento y luego compartan ese conocimiento con sus compañeros. Para mitigar esto, los docentes deben planificar cuidadosamente el cronograma, permitiendo suficiente tiempo para la investigación individual, las reuniones de expertos y la integración del conocimiento en el grupo completo. Flexibilidad en la planificación y la disposición para ajustar el ritmo según sea necesario son aspectos clave para asegurar el éxito de la metodología del Puzzle en la enseñanza de matemáticas.

6.2.3.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PUZZLE AL SENTIDO NUMÉRICO

Dentro del sentido numérico utilizaremos este método para el aprendizaje de matrices y determinantes. Una unidad que se puede tratar en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en 2º de Bachillerato acerca de esta parte son las matrices. De esta forma dividimos el tema inicial en las siguientes partes:

Unidad 1. Matrices:

- 1.1 Definición y propiedades
- 1.2 Operaciones con matrices
- 1.3 Matriz inversa
- 1.4 Matriz traspuesta
- 1.5 Rango de una matriz

La estrategia pedagógica empleada en este contexto específico de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en 2º de Bachillerato implica la implementación del método Puzzle para el aprendizaje de matrices. Este enfoque se estructura en tres fases y busca promover la participación activa de los estudiantes, así como su comprensión profunda de los conceptos clave.

La estrategia pedagógica del método Puzzle se llevará a cabo en un total de seis sesiones, distribuidas en una sesión inicial de introducción, cuatro de división de la Unidad mediante la metodología Puzzle y una sesión final de cierre. Este enfoque se aplicará de manera secuencial para abordar la introducción a las matrices de manera estructurada y comprensible para los estudiantes.

La primera sesión se dedicará a la explicación detallada de la primera parte de la Unidad, centrándose específicamente en las definiciones y propiedades asociadas con las matrices. Durante esta sesión inicial, el profesor proporciona una base sólida y conceptual para que los estudiantes comprendan los fundamentos esenciales del tema.

En la siguiente sesión, cada grupo de estudiantes se dedica de forma individual a la preparación de su respectiva sección del temario, contando con el apoyo activo del profesor. En este caso supondremos una clase de 16 alumnos, aunque podría hacerse de igual forma con un número diferente de alumnos ajustando en su caso el número de temas y personas por grupo.

Al ser 16 alumnos, se dividirá la clase en 4 grupos, uno para explicar cada parte de las restantes anteriormente citadas (operaciones con matrices, matriz inversa, matriz traspuesta y rango de una matriz). Este período permitirá que los estudiantes profundicen en los conceptos, realicen análisis de la información aportada y empieces a desarrollar ideas estructuradas y claras.

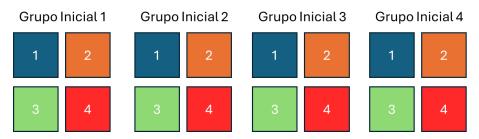


Figura 3. Grupos iniciales de preparación individual

La siguiente sesión se dedicará a la reunión de los alumnos por bloques, en la que los estudiantes desempeñan el papel de expertos en la reunión, guiando la información analizada individualmente y respondiendo a las preguntas de sus compañeros. Este intercambio de conocimientos promueve una interdependencia positiva, ya que cada miembro del grupo contribuye con una pieza esencial para armar su pieza final del "Puzzle".



Figura 4. Grupos por bloques para acometer la "Reunión de expertos"

Las sesiones cuarta y quinta se destinarán a la exposición de los temas ante el grupo original (ver Figura 3). Cada alumno presentará su sección correspondiente, compartiendo sus conocimientos y hallazgos con sus compañeros bajo la orientación del profesor. Estas sesiones de exposición brindarán la oportunidad para el intercambio de ideas, preguntas y discusiones, consolidando así el aprendizaje colaborativo y la comprensión global de iniciación a las matrices.

En la sesión final el profesor se enfoca en consolidar y reforzar el conocimiento adquirido y compartido por los estudiantes en la fase anterior. Comienza con una revisión de los puntos clave discutidos durante las sesiones anteriores, sintetizando las diferentes piezas de información presentadas por los estudiantes para formar un todo coherente. A continuación, se dedica tiempo a responder preguntas y aclarar cualquier malentendido, asegurando que todos los estudiantes tengan una comprensión clara y precisa del material.

El profesor también puede introducir materiales adicionales, ejemplos prácticos o casos de estudio para profundizar en el tema, ayudando a los estudiantes a ver la aplicación del conocimiento en contextos más amplios y variados. Además, se utilizan diversas estrategias de evaluación formativa, discusiones dirigidas o actividades prácticas, para medir la comprensión de los estudiantes y ajustar la enseñanza según sea necesario.

Aunque el enfoque principal es el contenido académico, el profesor también refuerza las habilidades colaborativas y comunicativas desarrolladas durante el Puzzle, discutiendo las dinámicas de grupo, la efectividad de la comunicación y la importancia de la cooperación. Se ofrece un espacio para que los estudiantes reflexionen sobre su experiencia con el método Puzzle, compartan lo que han aprendido y den retroalimentación sobre el proceso. Esta reflexión final no solo consolida el conocimiento adquirido, sino que también fortalece las habilidades sociales y colaborativas esenciales para el desarrollo integral de los estudiantes.

Este enfoque secuencial y escalonado de seis sesiones permite una inmersión progresiva en los temas, asegurando que los estudiantes no solo adquieran conocimientos, sino que también participen activamente en el proceso de aprendizaje, fortaleciendo sus habilidades de investigación, trabajo en equipo y presentación oral.

Esta metodología Puzzle no solo propicia el entendimiento profundo de los conceptos matemáticos, sino que también desarrolla habilidades de investigación, trabajo en equipo y presentación de resultados. Además, al permitir que los estudiantes se conviertan en expositores de sus hallazgos, se fomenta un ambiente de aprendizaje interactivo y participativo, contribuyendo así al desarrollo integral de los estudiantes en el ámbito de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II.

6.2.3.6 EVALUACIÓN

Esta rúbrica proporciona un marco para evaluar diversos aspectos de la aplicación de la metodología del Puzzle, permitiendo una evaluación detallada y específica del desempeño de cada estudiante.

A continuación, se presenta una rúbrica para evaluar la aplicación de la metodología del Puzzle en la explicación de matrices:

Tabla 13- Rúbrica de evaluación de metodología Puzzle

| Criterios | Nivel 4 (Excelente) | Nivel 3 (Bueno) | Nivel 2 (Suficiente) | Nivel 1 (Insuficiente) |
|--------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| Participación en Grupos de | El estudiante participa activa y | El estudiante participa de | La participación del estudiante | La participación del estudiante |
| Expertos | consistentemente, | manera efectiva, demostrando | es adecuada, aunque puede | es limitada o poco significativa. |
| | contribuyendo | comprensión del segmento | mejorar en términos de | |
| | significativamente al dominio | asignado. | profundidad y consistencia. | |
| | del segmento asignado. | | | |
| Reunión de Expertos | El estudiante explica conceptos | El estudiante explica conceptos | La explicación del estudiante es | La explicación del estudiante es |
| | clave de manera clara, facilita la | de manera efectiva, facilita la | clara en su mayoría, pero puede | confusa, dificultando la |
| | comprensión mutua y responde | comprensión y responde | haber áreas de confusión. La | comprensión del grupo. La |
| | de manera excepcional a las | adecuadamente a las preguntas | capacidad de respuesta a | capacidad de respuesta a |
| | preguntas del grupo. | del grupo. | preguntas es aceptable. | preguntas es insatisfactoria. |
| Contribución al Puzzle General | El estudiante integra de manera | El estudiante integra | La contribución del estudiante | La contribución del estudiante |
| | excepcional la información de | efectivamente la información, | es aceptable, pero puede haber | es mínima o no aporta |
| | diferentes segmentos, | contribuyendo positivamente a | áreas donde la integración de | significativamente a la |
| | contribuyendo de manera | la comprensión general del | información sea limitada. | comprensión del grupo. |
| | significativa a la comprensión | grupo. | | |
| | global del grupo. | | | |
| Exigibilidad Individual | El estudiante demuestra una | El estudiante demuestra una | La comprensión del estudiante | La comprensión del estudiante |
| | comprensión profunda del | buena comprensión del | es suficiente, pero puede haber | es insatisfactoria, afectando |
| | segmento asignado, | segmento asignado y comunica | algunas lagunas en la | negativamente la comunicación |
| | comunicando con claridad y | de manera efectiva durante la | comunicación de conceptos | de los conceptos. |
| | coherencia durante la reunión | reunión de expertos. | clave. | |
| D 1331 1D 1 | de expertos. | T21 . 12 | T 1'1' 1 1 1 1 | T 1'1' 1 1 1 1 |
| Responsabilidad Personal | El estudiante asume la | El estudiante asume la | La responsabilidad del | La responsabilidad del estudiante es limitada, |
| | responsabilidad total para | responsabilidad de manera | estudiante es aceptable, pero puede haber áreas donde se | estudiante es limitada, afectando la claridad de la |
| | garantizar la comprensión del grupo, mostrando un | efectiva, asegurándose de que su conocimiento se comunique | puede naber areas donde se podría mejorar. | comunicación al grupo. |
| | grupo, mostrando un compromiso excepcional con su | claramente al grupo. | podria mejorar. | confunicación ai grupo. |
| | papel como experto. | ciaramente ai grupo. | | |
| Reflexión Individual y Grupal | El estudiante reflexiona de | El estudiante reflexiona de | La reflexión del estudiante es | La reflexión del estudiante es |
| Reflexion marviduar y Grupar | manera profunda sobre la | manera efectiva sobre la | suficiente, pero puede carecer | superficial y no proporciona |
| | experiencia, destacando cómo | experiencia, señalando los | de profundidad en la conexión | una comprensión clara de los |
| | la metodología impactó | beneficios de la metodología en | entre la metodología y el | impactos de la metodología. |
| | positivamente en su | su aprendizaje. | aprendizaje. | |
| | comprensión y habilidades | | | |
| 1 | colaborativas. | | | |

6.2.3.7 CONCLUSIÓN

La técnica de Puzzle en el aprendizaje cooperativo se revela como un enfoque educativo robusto y eficaz, abordando múltiples facetas cruciales del proceso de enseñanza. Al fomentar la interdependencia positiva, la responsabilidad individual, la interacción directa, el desarrollo de habilidades interpersonales y la reflexión crítica, esta metodología representa un valioso recurso para enriquecer la experiencia de aprendizaje de los estudiantes.

La aplicación práctica de la técnica de Puzzle, con su estructura de divisiones en grupos de expertos, reuniones de expertos y presentaciones finales, proporciona a los estudiantes una experiencia educativa completa. Más allá de la mera adquisición de conocimientos, este enfoque se enfoca en el desarrollo integral de habilidades sociales, la promoción de la responsabilidad individual, el estímulo de la motivación intrínseca y la promoción de la mejora continua. Estos elementos preparan a los estudiantes no solo para abordar desafíos académicos, sino también para desenvolverse de manera exitosa en el ámbito profesional.

No obstante, cabe destacar que la implementación efectiva de la técnica de Puzzle ha requerido la explicación previa de conceptos básicos asociados con matrices. Esta fase introductoria se revela como esencial para asegurar que los estudiantes puedan abordar con seguridad y comprensión la aplicación de la técnica Puzzle. A pesar de esta consideración, que podría percibirse como una desventaja en términos de tiempo y preparación, se evidencia como un componente crucial para el éxito global de la metodología y la eficacia del aprendizaje cooperativo.

Otra debilidad reside en que un miembro del grupo podría no lograr dominar completamente su área asignada, lo cual podría incidir negativamente en todo el equipo.

En resumen, aunque existan debilidades como la necesidad de explicar previamente nociones básicas o posibles deficiencias en la explicación de partes del tema, los beneficios generales de la técnica de Puzzle, incluido su impacto positivo en la calidad del aprendizaje y la preparación integral de los estudiantes, destacan su relevancia como un enfoque pedagógico innovador que ofrece oportunidades significativas para el desarrollo personal y académico de los estudiantes.

6.2.4 METODOLOGÍA "APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS" 6.2.4.1 MARCO TEÓRICO

La promoción de metodologías que fomenten la participación activa en la enseñanza universitaria es una tendencia en constante crecimiento en España. Este enfoque pedagógico ha recibido respaldo tanto a nivel nacional, a través del Ministerio de Educación y Ciencia en 2006, como a nivel internacional, con el respaldo de organismos como la UNESCO en 1998. En el ámbito

específico de las Matemáticas, esta corriente no solo ha captado la atención de la comunidad académica, sino que también ha recibido el apoyo de entidades vinculadas a la disciplina.

Diversos estudios han subrayado la utilidad de la innovación docente para potenciar el desarrollo de competencias y mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en el campo de las Matemáticas. Entre las metodologías activas más ampliamente exploradas se encuentran el Aprendizaje Basado en Problemas^[1], el Aprendizaje Cooperativo^[16], el Método del Caso^[9]y el Aprendizaje entre Pares ^[1]. Incluso se ha propuesto la utilización simultánea de varias de estas metodologías ^[20].

No obstante, este estudio se centra en el Aprendizaje Orientado a Proyectos , una metodología que ha demostrado efectos positivos en áreas del conocimiento, como la educación^[28], la ingeniería^[11] y las matemáticas^[8]. Los expertos sostienen que el Aprendizaje Orientado a Proyectos es particularmente eficaz para desarrollar habilidades en la resolución de problemas de la vida real, al tiempo que promueve la adquisición de conocimientos y fomenta actitudes y valores cruciales para la inserción laboral y la capacidad de aprendizaje continuo de los estudiantes. Esta metodología refuerza competencias esenciales, como la adquisición de conocimientos, la comunicación oral y escrita, el pensamiento crítico, el trabajo en equipo, la planificación y gestión del tiempo, así como la responsabilidad individual y grupal^[12].

El Aprendizaje Orientado a Proyectos se caracteriza por basarse en el aprendizaje experiencial orientado a la acción. En este sentido, se propone que los estudiantes trabajen de manera autónoma en la realización de un proyecto matemático concreto durante un período definido. El objetivo final puede variar, desde la resolución de un problema hasta la prestación de un servicio o la creación de un producto matemático. En todos los casos, se requiere planificación, diseño y ejecución de actividades que impliquen la aplicación efectiva de los aprendizajes adquiridos y la utilización eficaz de los recursos disponibles^[12]. En otras palabras, a lo largo del proceso, los estudiantes deben abordar problemas relevantes y diversos mediante la reflexión, el debate y la recopilación y análisis de datos, generando sus propias ideas y llevándolas a la práctica.

6.2.4.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS

La implementación efectiva del Aprendizaje Orientado a Proyectos en el aula de Matemáticas requiere una cuidadosa planificación y diseño de proyectos que sean significativos y desafiantes para los estudiantes. A continuación, se presenta un enfoque paso a paso para la aplicación práctica de esta metodología:

Identificación de Temáticas Significativas:

La elección de proyectos debe basarse en temáticas matemáticas que sean relevantes y significativas para los estudiantes. Esto puede incluir problemas del mundo real, situaciones cotidianas que requieran análisis matemático o la creación de modelos matemáticos para abordar desafíos específicos. La identificación de temáticas significativas aumenta la motivación de los estudiantes y establece un contexto auténtico para el aprendizaje matemático.

Diseño de Proyectos Auténticos:

Los proyectos deben ser diseñados de manera que reflejen autenticidad y desafío. Esto implica la creación de situaciones que requieran la aplicación de conceptos matemáticos en lugar de simplemente repetir información teórica. Los proyectos auténticos pueden incluir la resolución de problemas complejos, la optimización de procesos, la simulación de situaciones reales, entre otros. El diseño de proyectos desafiantes estimula el pensamiento crítico y fomenta el desarrollo de habilidades matemáticas avanzadas.

Establecimiento de Objetivos Claros y Medibles:

Cada proyecto debe tener objetivos claros y medibles que guíen el proceso de aprendizaje. Estos objetivos pueden incluir metas específicas de resolución de problemas, habilidades matemáticas a desarrollar, o competencias a reforzar. La claridad en los objetivos facilita la evaluación del progreso de los estudiantes y permite ajustes según sea necesario durante el desarrollo del proyecto.

Facilitación del Aprendizaje Autónomo:

El Aprendizaje Orientado a Proyectos fomenta el aprendizaje autónomo, por lo que es esencial proporcionar a los estudiantes el espacio y el apoyo necesario para trabajar de forma independiente en la realización de sus proyectos. Los profesores actúan como facilitadores, brindando orientación, retroalimentación y recursos adicionales según sea necesario. El aprendizaje autónomo fortalece la autonomía y la responsabilidad de los estudiantes en su proceso educativo.

Reflexión y Retroalimentación:

La reflexión es una parte integral del Aprendizaje Orientado a Proyectos. Los estudiantes deben tener la oportunidad de reflexionar sobre su proceso de aprendizaje, los desafíos encontrados y las soluciones propuestas. Además, la retroalimentación continua por parte de los profesores y, en algunos casos, de sus pares, contribuye al crecimiento y mejora constante de los estudiantes. La reflexión y la retroalimentación fortalecen la metacognición y la capacidad de los estudiantes para aprender de sus experiencias.

6.2.4.3 BENEFICIOS DE EN EL PROCESO EDUCATIVO

Desarrollo de Habilidades de Resolución de Problemas:

El Aprendizaje Orientado a Proyectos se revela como una herramienta valiosa para el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas matemáticos de la vida real. A través de la inmersión en proyectos concretos, los estudiantes se enfrentan a situaciones auténticas que requieren la aplicación de conceptos y técnicas matemáticas para encontrar soluciones prácticas. Esta aproximación activa y contextualizada facilita una comprensión más profunda y significativa de los contenidos matemáticos, contribuyendo al fortalecimiento de las habilidades analíticas y de resolución de problemas.

Integración de Conocimientos Teóricos y Prácticos:

El Aprendizaje Orientado a Proyectos en Matemáticas no solo se centra en la adquisición de conocimientos teóricos, sino que busca la integración efectiva de estos con la aplicación práctica en proyectos reales. Los estudiantes no solo aprenden fórmulas y teoremas, sino que también experimentan su aplicación en contextos prácticos, fortaleciendo así la conexión entre la teoría y la realidad. Esta integración promueve un aprendizaje más holístico y aplicado, preparando a los estudiantes para abordar desafíos matemáticos en diversos contextos profesionales y cotidianos.

Fomento de Actitudes y Valores en la Inserción Laboral:

El Aprendizaje Orientado a Proyectos no se limita a la transmisión de conocimientos matemáticos, sino que también se enfoca en el desarrollo de actitudes y valores esenciales para la inserción laboral exitosa. La autonomía, la responsabilidad individual y grupal, la planificación efectiva y la gestión del tiempo se convierten en habilidades inherentes al proceso de llevar a cabo un proyecto matemático. Estas competencias no solo son relevantes en el ámbito académico, sino que también son altamente valoradas en el mercado laboral, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos profesionales con confianza y eficacia.

Reforzamiento de Competencias:

El Aprendizaje Orientado a Proyectos se alinea con las competencias fundamentales establecidas, abordando aspectos clave como la adquisición de conocimientos, la comunicación oral y escrita, el pensamiento crítico, el trabajo en equipo, la planificación y gestión del tiempo, entre otros^[12]. Al poner énfasis en estas competencias, el Aprendizaje Orientado a Proyectos no solo contribuye al desarrollo matemático de los estudiantes, sino que también los prepara para enfrentar los desafíos multidisciplinarios y las demandas del entorno laboral contemporáneo.

6.2.4.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DEL APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS EN MATEMÁTICAS

A pesar de los beneficios evidentes del Aprendizaje Orientado a Proyectos en la enseñanza de las Matemáticas, su implementación presenta desafíos y consideraciones importantes que deben abordarse para garantizar su éxito:

1. Resistencia al Cambio:

La introducción de enfoques pedagógicos innovadores, como el Aprendizaje Orientado a Proyectos, puede encontrarse con resistencia por parte de algunos profesores y estudiantes que están acostumbrados a métodos más tradicionales. La sensibilización y la capacitación adecuada son fundamentales para superar esta resistencia y fomentar una transición exitosa.

2. Diseño de Proyectos Relevantes:

La identificación y diseño de proyectos matemáticos relevantes y desafiantes pueden ser un desafío. Es crucial encontrar temáticas que no solo sean significativas para los estudiantes, sino que también permitan la aplicación efectiva de conceptos matemáticos. La colaboración con profesionales de la industria o expertos en matemáticas puede enriquecer la selección y diseño de proyectos.

3. Gestión del Tiempo:

La implementación puede requerir un enfoque flexible en la gestión del tiempo. Los proyectos pueden variar en complejidad y duración, lo que puede afectar el tiempo dedicado a otros temas del plan de estudios. Una planificación cuidadosa y la integración estratégica en el plan de estudios pueden mitigar este desafío.

6.2.4.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS AL SENTIDO NUMÉRICO

Las matrices desempeñan un papel fundamental en el desarrollo de videojuegos, ya que son una herramienta poderosa para representar y manipular datos en entornos gráficos y de simulación. Algunas aplicaciones específicas de matrices en el contexto de los videojuegos podrían ser:

1. Transformaciones Gráficas:

- Traslación, Rotación y Escalado: matrices de transformación se utilizan para mover, rotar y escalar objetos en el espacio del juego.
 - Determinan la posición y orientación de la cámara en el juego, afectando la perspectiva visual.

2. Coordenadas y Vectores:

- Posición y Dirección: las matrices se utilizan para representar la posición y dirección de objetos en el espacio tridimensional del juego.
- Transformaciones de Coordenadas: conversión entre sistemas de coordenadas locales y globales.
- 3. Animación de Personajes: para animar personajes, se utilizan matrices para transformar y deformar las mallas de personajes basadas en la posición y rotación de huesos.
- 4. Colisiones y Detección de Objetos: se utilizan Matrices de Colisión para determinar si dos objetos en el juego colisionan, facilitando la detección de colisiones y las respuestas correspondientes.

5. Cálculos de Física:

- Matrices de Transformación de Fuerzas: para simular efectos físicos como la gravedad, las fuerzas de fricción, etc.
 - Matrices de Inercia: para modelar el comportamiento de objetos en movimiento.
- 6. Sistemas de Partículas: se utilizan matrices para posicionar y animar partículas en el espacio del juego.
- 7. Gestión de la Cámara: se emplean para definir la perspectiva y posición de la cámara, determinando lo que el jugador ve en la pantalla.
- 8. Sistemas de Iluminación: también se emplean para calcular la iluminación y sombras en el juego, permitiendo efectos realistas.
- 9. Interpolación y Animación: ayudan en la suavización de transiciones entre animaciones y movimientos de objetos.

Su versatilidad y capacidad para representar y manipular datos de manera eficiente hacen que las matrices sean una herramienta esencial en la programación de juegos en entornos bidimensionales y tridimensionales.

En un escenario donde se emplea un enfoque de Aprendizaje Orientado a Proyectos, Geogebra se convierte en la herramienta clave para que los estudiantes, divididos en grupos de cinco personas, desarrollen un videojuego que implique la aplicación de conocimientos sobre operaciones con matrices.

La aplicación estará basada en 3 sesiones: una de introducción, otra de ejecución y una final de presentación de los resultados.

En la fase inicial, se introduce a cada grupo a la interfaz y funcionalidades de Geogebra, destacando su versatilidad para manipular objetos geométricos y realizar operaciones matriciales de manera eficiente.

A continuación, se profundiza en la conceptualización de operaciones con matrices. Los estudiantes, en sus grupos, centran su atención en entender cómo la suma de matrices puede utilizarse para mover objetos en el juego, mientras que el producto de matrices permite realizar rotaciones u otras transformaciones necesarias para la dinámica del videojuego.

El diseño del juego es una tarea colaborativa, donde cada grupo de cinco personas contribuye con ideas para definir el tipo de juego, los personajes, el escenario y la integración de operaciones con matrices en la mecánica del juego. La meta es crear niveles con la aplicación de operaciones matriciales.

Con el diseño consolidado, cada grupo trabaja en la implementación del videojuego utilizando las capacidades de programación de Geogebra. Esto implica la creación de scripts que gestionen las operaciones con matrices según el diseño acordado. La interfaz de Geogebra sirve como plataforma para visualizar y probar las creaciones de cada grupo.



Figura 5. Ejemplo de aplicación de matrices en el desarrollo de un videojuego. Fuente: Elaboración Propia

Finalmente, en una sesión de presentación, cada grupo comparte su videojuego con el resto de la clase (se define un ejemplo de elaboración propia en [44]). Esta actividad no solo permite la divulgación del trabajo, sino que también facilita el aprendizaje a través de la observación de enfoques y soluciones implementadas por los otros grupos.

6.2.4.6 EVALUACIÓN

Se evaluará mediante una Rúbrica de Evaluación, con las siguientes partes, correspondientes a criterios individuales y grupales:

Tabla 14 - Rúbrica de evaluación de metodología Aprendizaje Orientado a Proyectos.

| EVALUACIÓN | Criterio | Nivel 5 (Excelente) | Nivel 4 (Bueno) | Nivel 3 (Aceptable) | Nivel 2 (Bajo) | Nivel 1 (Insuficiente) |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Comprensión de Conceptos (Individual) | Conocimiento de Operaciones Matriciales | Demuestra un conocimiento excelente y profundo de todas las operaciones matriciales. | Muestra un buen conocimiento de las operaciones matriciales, tanto básicas como avanzadas. | Demuestra un conocimiento aceptable de las operaciones matriciales básicas y algunas avanzadas. | Comprende algunos conceptos básicos pero tiene dificultades con las operaciones avanzadas. | Muestra un conocimiento muy limitado de las operaciones matriciales básicas y avanzadas. |
| | Aplicación en el Videojuego | Proporciona una explicación detallada y precisa de cómo las operaciones matriciales influyen en el diseño y la dinámica del videojuego. | Explica claramente cómo varias operaciones matriciales afectan el diseño y la dinámica del videojuego. | Proporciona una explicación general de la aplicación de las operaciones matriciales en el videojuego. | Explica de manera vaga cómo se aplican algunas operaciones matriciales en el videojuego. | No puede explicar cómo las operaciones matriciales se aplican en el videojuego. |
| Colaboración y Trabajo en Equipo (Grupal) | Asignación de Tareas | La distribución de tareas y roles es excelente y maximiza la eficiencia del equipo. | Las tareas y roles están distribuidos de manera clara y efectiva. | Las tareas están distribuidas de manera aceptable pero podrían mejorarse. | La distribución de tareas es desigual y poco clara. | No hay una distribución clara de roles y tareas. |
| | Comunicación Interpersonal | Comunicación clara, eficiente y constante. | Buena comunicación con pocos problemas. | Comunicación adecuada pero con algunos malentendidos. | Comunicación inconsistente y a menudo ineficaz. | Comunicación muy deficiente entre los miembros del equipo. |
| | Resolución de Conflictos | Los conflictos se manejan y resuelven de manera constructiva y efectiva. | Los conflictos se resuelven de manera constructiva en la mayoría de los casos. | Se manejan los conflictos de manera aceptable pero con espacio para mejoras. | Los conflictos se abordan pero no se resuelven de manera constructiva. | Conflictos no se abordan o se manejan muy mal. |

| Diseño del Videojuego (Grupal) | Creatividad y Originalidad Integración de | Diseño altamente innovador y original. Integración excelente y efectiva | Diseño creativo y original en gran medida. Buena integración de las | Diseño aceptable pero poco innovador. Integración aceptable pero con | Diseño con poca creatividad y originalidad. Integración muy básica y poco | Diseño muy poco original y sin creatividad. Las operaciones matriciales |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | Operaciones Matriciales | de las operaciones matriciales en todos los aspectos del juego. | operaciones matriciales en el juego. | margen para mejorar en efectividad. | efectiva de las operaciones matriciales. | están mal integradas o ausentes en el juego. |
| Implementación Técnica (Grupal) | Calidad de Scripts y Funciones | Scripts y funciones de alta calidad sin errores significativos. | Scripts y funciones de buena calidad con pocos errores. | Scripts y funciones de calidad aceptable con algunos errores. | Scripts y funciones con varios errores y de calidad baja. | Scripts y funciones con muchos errores y mal implementados. |
| Funcionalidad y Jugabilidad (Grupal) | Coherencia y Lógica | Excelente coherencia y lógica, completamente alineadas con las operaciones matriciales y la jugabilidad. | Buena coherencia y lógica en la relación entre las operaciones matriciales y la jugabilidad. | Coherencia y lógica aceptables pero con margen para mejorar. | Juego con poca coherencia y lógica en las operaciones matriciales. | Juego incoherente y con poca lógica en la relación entre las operaciones matriciales y la jugabilidad. |
| Presentación Oral (Grupal) | Claridad y Coherencia | Presentación muy clara y coherente en todos los aspectos. | Presentación clara y coherente en gran medida. | Presentación aceptable pero con margen para mejorar en claridad y coherencia. | Presentación con varios problemas de claridad y coherencia. | Presentación muy poco clara y coherente. |
| | Aspectos Clave y Preguntas | Resalta perfectamente los aspectos clave y responde de manera excelente a todas las preguntas. | Resalta los aspectos clave de manera clara y responde bien a las preguntas. | Resalta los aspectos clave de manera aceptable y responde adecuadamente a la mayoría de las preguntas. | Resalta algunos aspectos clave pero de manera insuficiente y responde a las preguntas de manera limitada. | No destaca aspectos clave del proyecto ni responde adecuadamente a las preguntas. |

6.2.4.7 CONCLUSIÓN

La aplicación del Aprendizaje Orientado a Proyectos en la enseñanza de matrices y determinantes en 2º de Bachillerato ofrece una alternativa innovadora y práctica para abordar conceptos a menudo considerados abstractos. Al integrar la creación de un videojuego utilizando Geogebra, se busca proporcionar a los estudiantes una experiencia educativa más inmersiva y aplicada. A continuación, se explorarán las ventajas y desventajas de esta metodología, destacando cómo influye en el proceso de aprendizaje y en el desarrollo de habilidades matemáticas y prácticas.

En este caso podríamos señalar las siguientes ventajas:

1. Contextualización de Conceptos:

La metodología de Aprendizaje Orientado a Proyectos permite la contextualización de conceptos abstractos como matrices y determinantes, al aplicarlos en la creación de un videojuego con Geogebra. Esto ayuda a los estudiantes a visualizar y comprender la utilidad práctica de estos conceptos matemáticos.

2. Aplicación Práctica de Habilidades:

Los estudiantes no solo adquieren conocimientos teóricos, sino que también desarrollan habilidades prácticas al implementar operaciones con matrices en la programación de un videojuego. Esto fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

3. Colaboración y Trabajo en Equipo:

La división en grupos promueve la colaboración y el trabajo en equipo, habilidades esenciales para la vida y el entorno laboral. Los estudiantes aprenden a comunicarse, asignar roles y resolver desafíos de manera conjunta.

4. Creatividad y Motivación:

La posibilidad de diseñar y desarrollar un videojuego estimula la creatividad de los estudiantes, haciendo que la enseñanza de matrices y determinantes sea más motivadora y atractiva.

5. Evaluación Integral:

La rúbrica de evaluación proporciona un marco integral para evaluar tanto el desempeño individual como el grupal. Permite una evaluación más completa de las habilidades y conocimientos adquiridos.

Por otro lado como desventajas podríamos señalar:

1. Tiempo y Cobertura de Contenidos:

El desarrollo de un proyecto puede requerir más tiempo en comparación con métodos de enseñanza más tradicionales. Esto podría limitar la cobertura de otros contenidos del programa académico.

2. Nivel de Experiencia Tecnológica:

Algunos estudiantes pueden tener niveles variables de experiencia con herramientas como Geogebra o programación, lo que puede generar disparidades en la contribución individual a la actividad.

3. Gestión de Grupos:

La gestión efectiva de grupos puede resultar un desafío, ya que es necesario equilibrar las contribuciones individuales y asegurar la participación activa de todos los miembros.

A pesar de las desventajas, la metodología de Aprendizaje Orientado a Proyectos enriquece la experiencia educativa al proporcionar a los estudiantes la oportunidad de aplicar sus conocimientos en un contexto práctico y motivador.

La aplicación del Aprendizaje Orientado a Proyectos en la enseñanza de matrices y determinantes en 2º de Bachillerato emerge como una estrategia educativa innovadora y enriquecedora. La integración de la creación de un videojuego con Geogebra no solo contextualiza los conceptos matemáticos abstractos, sino que también fomenta la aplicación práctica de habilidades, estimula la creatividad y promueve la colaboración entre los estudiantes.

Las ventajas de esta metodología, como la contextualización de conceptos y la evaluación integral, son evidentes en el desarrollo de habilidades matemáticas y prácticas esenciales. Sin embargo, es crucial abordar las desventajas relacionadas con el tiempo, la variabilidad en la experiencia tecnológica y la gestión de grupos.

En última instancia, el Aprendizaje Orientado a Proyectos ofrece una experiencia educativa que va más allá de la mera adquisición de conocimientos. Proporciona a los estudiantes la oportunidad de enfrentarse a desafíos del mundo real, fortaleciendo habilidades que trascienden el ámbito académico. Aunque presenta desafíos logísticos, la aplicación equitativa de la metodología puede maximizar su impacto positivo en el aprendizaje y el desarrollo integral de los estudiantes.

6.2.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PUZZLE EN COMBINACIÓN CON APRENDIZAJE ORIENTADO A PROYECTOS

En el proceso educativo, la enseñanza de conceptos matemáticos complejos como matrices y determinantes en el nivel de Bachillerato requiere enfoques pedagógicos estratégicos. En esta propuesta, se plantea dividir la explicación en dos partes: primero, la implementación de la metodología Puzzle para introducir los conceptos teóricos, y luego la transición hacia el Aprendizaje Orientado a Proyectos, específicamente a través de la creación de un videojuego en Geogebra que aplicará los conocimientos adquiridos. Este enfoque busca aprovechar las ventajas de ambas metodologías, al tiempo que reconoce sus posibles desventajas.

La división en dos partes de la explicación, ofrece una combinación equilibrada de enfoques pedagógicos. La metodología Puzzle sienta las bases teóricas y fomenta la participación activa, mientras que el Aprendizaje Orientado a Proyectos consolida y aplica los conocimientos en un contexto práctico y motivador.

La integración de ambas metodologías permite abordar las debilidades de una con las fortalezas de la otra. La metodología Puzzle aborda la comprensión teórica y la participación activa, mientras que el Aprendizaje Orientado a Proyectos se centra en la aplicación práctica y el desarrollo de habilidades técnicas y creativas.

La combinación de enfoques proporciona a los estudiantes una experiencia educativa completa. Comienzan por entender los conceptos de manera teórica y colaborativa, luego avanzan hacia la aplicación práctica, lo que refuerza la comprensión y estimula la creatividad. Este enfoque holístico aborda diversas formas de aprendizaje y diferentes estilos de participación.

Sin embargo, la integración de ambas metodologías también puede presentar desafíos. La gestión del tiempo y la planificación se vuelven cruciales para asegurar que ambas partes del proceso se realicen de manera efectiva y equitativa. La necesidad de una transición fluida entre la teoría y la práctica requiere una coordinación cuidadosa.

Además, la variabilidad en la experiencia tecnológica y las habilidades individuales puede presentar desafíos durante la fase de Aprendizaje Orientado a Proyectos. La atención especial debe prestarse a brindar apoyo adicional a aquellos estudiantes que puedan enfrentar dificultades técnicas.

Una posible aplicación para la explicación de la unidad de matrices a través de la combinación de ambas metodologías sería la distribución en tres sesiones de la siguiente forma:

Sesión 1: Definición y Propiedades de las Matrices

o Puzzle:

- 1. Formación de grupos base: Dividir a la clase en grupos base de 4-5 estudiantes.
- 2. Asignación de temas a los grupos base:
 - Grupo 1: Definición de matrices y ejemplos.
 - Grupo 2: Tipos de matrices (matriz nula, identidad, diagonal, cuadrada, etc.).
 - Grupo 3: Propiedades básicas de las matrices.
 - Grupo 4: Aplicaciones de las matrices en la vida real y en otras disciplinas.
- 3. Grupos de expertos: cada estudiante de un grupo base se unirá a un grupo de expertos en su tema asignado.
- 4. Investigación y discusión en grupos de expertos: los estudiantes investigan y discuten su tema, preparándose para enseñarlo a sus compañeros de grupo base.
- 5. Regreso a los grupos base: cada "experto" enseña su tema a los miembros de su grupo base.

o Aprendizaje Orientado a Proyectos:

- 1. Introducción del proyecto: se presentar un proyecto donde los estudiantes deban utilizar matrices para resolver un problema real, como el señalado anteriormente acerca de la creación del videojuego.
- 2. Asignación de tareas: los estudiantes comenzarán a definir el alcance del proyecto y los roles dentro de su equipo.

Sesión 2: Operaciones con Matrices

o Puzzle:

- 1. Formación de nuevos grupos de expertos: dividir a la clase en nuevos grupos base y asignarles subtemas.
- Grupo 1: Suma y resta de matrices.

- Grupo 2: Multiplicación de matrices por un escalar.
- Grupo 3: Multiplicación de matrices entre sí.
- Grupo 4: Propiedades de estas operaciones (asociatividad, conmutatividad, etc.).
- 2. Proceso Puzzle repetido: los estudiantes se reúnen en grupos de expertos, investigan y luego regresan a sus grupos base para enseñar.
- Aprendizaje Orientado a Proyectos:

Los estudiantes aplicarán las operaciones de matrices para resolver una parte del problema planteado en el proyecto. Por ejemplo, podrían usar multiplicación de matrices para determinar nuevas posiciones y giros dentro de los personajes del videojuego creado.

Sesión 3: Matriz Inversa y Traspuesta

- o Puzzle:
- 1. Formación de grupos base y asignación de subtemas:
 - Grupo 1: Definición y cálculo de la matriz traspuesta.
 - Grupo 2: Propiedades de la matriz traspuesta.
 - Grupo 3: Definición y cálculo de la matriz inversa.
 - Grupo 4: Propiedades de la matriz inversa.
- 2. Proceso Puzzle repetido: investigación en grupos de expertos y enseñanza en grupos base.
- o Aprendizaje Orientado a Proyectos:

Los estudiantes utilizarán matrices inversas y traspuestas en su proyecto. Por ejemplo, pueden utilizar la matriz inversa para resolver sistemas de ecuaciones relacionados con su problema. Por ejemplo si tuvieran la posición inicial y final de un personaje, obtener la matriz necesaria para que se produzca esa transición entre las dos posiciones.

6.3 SENTIDO ALGEBRAICO

6.3.1 PREÁMBULO

Como indica el Decreto 40/2022^[42], el sentido algebraico requiere la identificación de relaciones y funciones, la creación de modelos, el empleo del lenguaje matemático, la derivación de generalizaciones a partir de ejemplos concretos y su representación en el lenguaje simbólico correspondiente. Este sentido también abarca el pensamiento computacional.

Los contenidos que se deberán abordar en este sentido en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II para segundo de Bachillerato son los siguientes [42]:

1. Patrones:

Generalización de patrones en situaciones diversas.

2. Modelo matemático:

- Relaciones cuantitativas en situaciones complejas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas.
- Sistemas de ecuaciones: modelización de situaciones en diversos contextos.
- Técnicas y uso de matrices para, al menos, modelizar situaciones en las que aparezcan sistemas de ecuaciones lineales o grafos.
- Programación lineal bidimensional: modelización de problemas reales y resolución mediante herramientas digitales y manuales.

3. Igualdad y desigualdad:

- Formas equivalentes de expresiones algebraicas en la resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones, mediante cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, y con herramientas digitales.
- Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas mediante el método de Gauss e inecuaciones lineales con dos incógnitas de forma gráfica, en diferentes contextos.

4. Relaciones y funciones:

- Representación, análisis e interpretación de funciones con el apoyo de herramientas digitales.

- Propiedades de las distintas clases de funciones: identificación a partir de la gráfica, interpretación y comprensión.
- Utilización de las herramientas del cálculo algebraico y diferencial en la determinación precisa de las propiedades funcionales.
- Comparación de las propiedades de las distintas clases de funciones.
- 5. Pensamiento computacional:
- Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales empleando las herramientas o los programas más adecuados.
- Análisis algorítmico de las propiedades de las operaciones con matrices y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

6.3.2 JUSTIFICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS ESCOGIDAS

La elección de las metodologías de Microaprendizaje y Gamificación para la enseñanza del sentido algebraico en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II en segundo de Bachillerato responde a la necesidad de abordar conceptos matemáticos complejos de manera dinámica y participativa. El sentido algebraico es fundamental para comprender y resolver problemas matemáticos avanzados, y estas metodologías pueden facilitar su enseñanza de manera efectiva.

Integrar el Microaprendizaje con la Gamificación puede crear una experiencia de aprendizaje más inmersiva y atractiva para los estudiantes de segundo de Bachillerato, haciendo que el sentido algebraico sea más accesible y significativo. Esta combinación puede fomentar habilidades esenciales como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la colaboración, que son cruciales tanto para el estudio de las matemáticas como para la vida en general.

El Microaprendizaje ha ganado popularidad debido a su capacidad para mejorar el desempeño académico y abordar diversos desafíos en la educación superior. Durante la pandemia, la enseñanza digital ha tenido que adaptarse rápidamente, lo que ha llevado a la implementación de soluciones como la reproducción de clases tradicionales mediante videoconferencia y el uso de plataformas asincrónicas para Macroaprendizaje y Microaprendizaje. En este contexto, el Microaprendizaje se ha destacado como una herramienta efectiva, permitiendo a los estudiantes revisar el contenido tantas veces como sea necesario.

La Gamificación introduce elementos de juego en el proceso educativo, lo que puede aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes. Al combinar la Gamificación con el Microaprendizaje, se puede crear un entorno de aprendizaje que no solo sea educativo, sino

también divertido y estimulante. Este enfoque puede ayudar a los estudiantes a mantenerse interesados y motivados, lo que es particularmente importante en materias desafiantes como las matemáticas.

Investigaciones han demostrado que los estudiantes más activos, aquellos que participan socialmente, buscan información y configuran su entorno de aprendizaje, tienen un mejor desempeño académico en comparación con los estudiantes pasivos que se limitan a navegar^[39]. Esto sugiere que metodologías como el Microaprendizaje y la Gamificación, que fomentan la participación activa y la interacción, pueden ser especialmente beneficiosas.

El interés creciente en el Microaprendizaje también se refleja en la investigación académica, con un aumento significativo en la cantidad de estudios y publicaciones. Sin embargo, a pesar de su popularidad y el entusiasmo de los estudiantes, aún se necesita más evidencia para demostrar la efectividad del Microaprendizaje en la mejora del rendimiento académico y la satisfacción estudiantil^[37]. Esta brecha en el conocimiento subraya la necesidad de una exploración más profunda y rigurosa para asegurar que estas metodologías cumplan con sus promesas educativas.

De esta manera, la combinación de Microaprendizaje y Gamificación ofrece una estrategia prometedora para la enseñanza del sentido algebraico en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II. Esta metodología puede no solo hacer que el aprendizaje sea más atractivo y accesible, sino también fomentar habilidades críticas para el éxito académico y personal, mientras se adapta a las necesidades y preferencias de los estudiantes en un entorno educativo en constante evolución.

6.3.3 METODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE

6.3.3.1 MARCO TEÓRICO

A pesar de los múltiples intentos por definir el Microaprendizaje, aún no existe un consenso claro sobre su definición. Taylor y Hung^[37] lo describen como "un modo de instrucción que se enfoca en un tema o habilidad discreta y altamente enfocada, y proporciona pequeñas cantidades de instrucción que pueden ser consumidas en un corto período de tiempo y utilizadas de inmediato". Otras definiciones incluyen el aprendizaje en pequeños pasos respaldado por pequeños bloques de contenido o actividades^[36], una forma de eLearning centrada en la entrega de conocimientos basados en habilidades y en pequeños bloques^[29], y "actividades de aprendizaje a corto plazo sobre pequeños fragmentos de conocimiento basadas en recursos web"^[27]. El Microaprendizaje puede complementar el aprendizaje presencial o en línea, y también puede implementarse con éxito como actividad principal ^[37].

Esta metodología adopta diversas formas, como lecciones cortas (5–10 minutos), lecciones justin-time (tomadas cuando el usuario necesita aprender una tarea de inmediato) y lecciones rápidas (utilizando formatos de mensajería de texto móvil en forma de preguntas y respuestas) [37]. Hay una amplia variedad de estrategias instruccionales, medios para la entrega de contenido (como videos), plataformas y tecnologías para la gestión de lecciones (como dispositivos móviles), y creación de contenido (por profesionales del aprendizaje o contenido generado por el usuario)^[37]. La capacidad del Microaprendizaje para emparejar la información que el alumno necesita con la entrega de "breves ráfagas" de contenido informativo o instructivo utilizadas como repasos u oportunidades para practicar es una de sus ventajas destacadas. Aunque esta metodología requiere un período más largo para aprender el mismo contenido, aprovechando los efectos de espaciado de recuperación, puede mejorar la retención en comparación con sesiones de enseñanza más largas tradicionales promoviendo el aprendizaje a lo largo de la vida.

El uso masivo de dispositivos móviles está contribuyendo significativamente a su desarrollo, aumentando la conveniencia y flexibilidad para los estudiantes, quienes pueden aprender cuando y donde quieran.

Aunque las primeras publicaciones sobre Microaprendizaje aparecieron en 2005 [23] ha habido un notable incremento en las publicaciones revisadas por pares del 32% anual en los últimos cinco años [34]. Los principales temas de investigación explorados incluyen el diseño, la implementación, la evaluación y el uso móvil para esta metodología [34].

La mayoría de las investigaciones muestran un alto nivel de aceptación de los estudiantes hacia el Microaprendizaje, recibiendo calificaciones de satisfacción por encima del promedio, especialmente cuando se complementa con otros métodos de aprendizaje [37]. Esta alta aceptación se debe a que el Microaprendizaje encaja con la creciente cultura de aprendizaje informal basada en la búsqueda de información y el consumo de videos al estilo de YouTube. Los estudiantes extraen el conocimiento y la información que necesitan cuando lo necesitan, lo que les da más control sobre su aprendizaje y afecta su motivación y compromiso [37]. En esta línea, las investigaciones existentes muestran que esta metodología mejora la motivación de los estudiantes debido a los beneficios del aprendizaje autodirigido, en cualquier momento y lugar [18], considerándose flexible y sin estrés [26].

Las teorías de diseño instruccional distinguen tres niveles de instrucción: el nivel micro, que representa una lección individual; el nivel meso, relacionado con la estructura del curso; y el nivel macro, que describe el plan de estudios general. La capacidad de descomponer temas complejos en módulos de aprendizaje más pequeños y espaciar estos módulos a lo largo del tiempo permite utilizar el Microaprendizaje en los niveles meso y macro de la instrucción. Aunque las lecciones

cortas son un componente fundamental del Microaprendizaje, este enfoque va más allá de simplemente ofrecer lecciones breves. Permite construir un flujo completo de eventos instructivos organizados en torno a un tema clave, creando una experiencia de aprendizaje equivalente a la de un curso completo cuando los elementos se diseñan como conceptos intencionales y conectados. Una acumulación de unidades de Microaprendizaje puede transformarse en un programa de macroaprendizaje, proporcionando una ruta de aprendizaje coherente. Además, si los participantes pueden planificar su ritmo de estudio, pueden evitar sentirse abrumados por la cantidad de unidades de Microaprendizaje.

6.3.3.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA TÉCNICA DE MICROAPRENDIZAJE

En este caso trataremos la implementación práctica de la técnica de Microaprendizaje para el análisis de funciones en 2º de Bachillerato en la asignatura de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II, la cual podría llevarse a cabo de la siguiente manera:

En primer lugar, habría que definir objetivos específicos, como comprender los conceptos básicos del análisis de funciones, identificar tipos de funciones y sus características principales, y aplicar métodos de resolución de problemas relacionados.

Después se dividiría el contenido del análisis de funciones en microlecciones cortas y enfocadas en temas específicos, como introducción a las funciones, tipos de funciones (lineales, cuadráticas, exponenciales, etc.), aplicación del cálculo de derivadas y la aplicación de las funciones en contextos sociales.

Se podrían utilizar una variedad de formatos para entregar las microlecciones, como videos cortos explicativos, infografías interactivas, ejercicios prácticos en línea y minipíldoras de conocimiento en forma de preguntas y respuestas.

Además, se podría implementar una plataforma digital donde los estudiantes puedan acceder a las microlecciones y realizar actividades de práctica, con la posibilidad de monitorear su progreso y recibir retroalimentación instantánea.

De la misma manera es importante programar sesiones de repaso periódicas y breves para reforzar los conceptos aprendidos en las microlecciones anteriores y preparar a los estudiantes para aplicarlos en nuevos contextos. Así, como integrar evaluaciones formativas en cada microlección para verificar la comprensión de los estudiantes y adaptar el ritmo de aprendizaje según sus necesidades individuales.

Esto permite a los estudiantes a tomar el control de su propio aprendizaje, pudiendo elegir el momento y el lugar para acceder a las microlecciones y participar en actividades interactivas.

Es importante proporcionar retroalimentación constructiva y personalizada a los estudiantes sobre su desempeño en las actividades de Microaprendizaje para promover la mejora continua.

Al implementar el Microaprendizaje de esta manera, los estudiantes pueden beneficiarse de una experiencia de aprendizaje más personalizada, flexible y centrada en objetivos, lo que puede mejorar su comprensión y retención de los conceptos.

6.3.3.3 BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE MICROAPRENDIZAJE EN EL PROCESO EDUCATIVO

El Microaprendizaje presenta una adaptación significativa a las nuevas generaciones, que están cada vez más habituadas a estímulos breves debido al uso intensivo de la tecnología y plataformas como TikTok y X (anteriormente Twitter). Estas plataformas han condicionado a los jóvenes a consumir información en fragmentos cortos y rápidos, lo que ha modificado su manera de procesar y retener datos. En este contexto, el Microaprendizaje se posiciona como una estrategia educativa que responde a esta realidad, ofreciendo contenidos concisos y directos que se alinean con las preferencias y hábitos de consumo de información de las nuevas generaciones.

Incorporar el Microaprendizaje en el proceso educativo no solo atiende a estas tendencias tecnológicas, sino que también facilita la integración de herramientas digitales y plataformas con las que los estudiantes ya están familiarizados. Al emplear videos cortos, infografías, y otros formatos de microcontenido, los educadores pueden captar y mantener la atención de los estudiantes de manera más eficaz, haciendo que el aprendizaje sea más atractivo y accesible.

Esta metodología también permite una mayor flexibilidad, permitiendo a los estudiantes aprender en cualquier momento y lugar, utilizando sus dispositivos móviles. De esta forma, el Microaprendizaje se convierte en una herramienta poderosa para enfrentar los desafíos educativos contemporáneos, adaptándose a las necesidades y comportamientos de las nuevas generaciones, y potenciando su compromiso y motivación hacia el aprendizaje.

De esta manera, no solo es una respuesta adecuada a los cambios en los hábitos de consumo de información inducidos por la tecnología, sino que también representa una oportunidad para modernizar y mejorar el proceso educativo, alineándolo con las expectativas y demandas de los estudiantes actuales.

6.3.3.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DEL MICROAPRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS

Implementar la técnica de Microaprendizaje en la enseñanza de las matemáticas conlleva varios desafíos y consideraciones que los educadores deben tener en cuenta para garantizar su eficacia. Uno de los principales desafíos es la fragmentación del contenido. Las matemáticas, a menudo, requieren una comprensión profunda y continua de conceptos que están interrelacionados. Dividir

estos conceptos en microlecciones puede resultar en una pérdida de la visión global y la coherencia del tema.

Otro desafío significativo es mantener la calidad y profundidad del aprendizaje. El Microaprendizaje, por su naturaleza, se centra en lecciones cortas y directas. Sin embargo, algunos conceptos matemáticos complejos pueden necesitar más tiempo y explicación para ser comprendidos completamente. Los educadores deben encontrar un equilibrio entre brevedad y profundidad para asegurarse de que los estudiantes no solo memoricen fórmulas o procedimientos, sino que también entiendan el "por qué" detrás de ellos.

La evaluación continua y el seguimiento del progreso del estudiante también pueden ser más complicados en un entorno de Microaprendizaje. Es esencial implementar mecanismos efectivos para evaluar la comprensión y retención de los estudiantes de manera regular y proporcionar retroalimentación inmediata. Esto requiere un diseño cuidadoso de las actividades de evaluación y el uso de tecnologías adecuadas para facilitar este proceso.

La personalización y adaptabilidad del contenido es otra consideración crucial. Los estudiantes tienen diferentes ritmos de aprendizaje y estilos de comprensión. Las plataformas de Microaprendizaje deben ser capaces de adaptarse a estas diferencias, ofreciendo rutas de aprendizaje personalizadas y permitiendo a los estudiantes avanzar a su propio ritmo. Esto puede implicar un esfuerzo adicional en el diseño de contenido y la utilización de algoritmos inteligentes para adaptar las lecciones a las necesidades individuales de cada estudiante.

La motivación y el compromiso de los estudiantes son otras áreas a considerar. Aunque el Microaprendizaje puede ser más atractivo para las nuevas generaciones acostumbradas a estímulos breves, también existe el riesgo de que los estudiantes pierdan interés rápidamente si el contenido no es lo suficientemente interactivo o relevante. Es crucial diseñar lecciones que sean no solo informativas, sino también atractivas y desafiantes, utilizando elementos de Gamificación y otros recursos interactivos.

Finalmente, la capacitación de los profesores es esencial para la implementación exitosa del Microaprendizaje. Los educadores deben estar familiarizados con las herramientas y plataformas tecnológicas utilizadas, así como con las mejores prácticas pedagógicas para diseñar y entregar contenido de Microaprendizaje efectivo. Esto puede requerir programas de formación y desarrollo profesional específicos para asegurar que los profesores estén bien preparados para esta nueva metodología de enseñanza.

Aunque el Microaprendizaje ofrece muchas ventajas y puede ser una herramienta poderosa en la enseñanza de las matemáticas, su implementación efectiva requiere abordar varios desafíos y

consideraciones. Al hacerlo, los educadores pueden maximizar los beneficios de esta técnica y mejorar significativamente la experiencia y los resultados de aprendizaje de sus estudiantes.

6.3.3.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE AL SENTIDO ALGEBRAICO

Un ejemplo concreto de aplicación, en el sentido algebraico que nos ocupa, podría ser crear una unidad de mesoaprendizaje correspondiente al análisis de funciones y dentro de este, cuatro unidades de Microaprendizaje referidas al análisis del dominio, asíntotas, crecimiento y curvatura. De esta manera, según el diseño explicado anteriormente se compondría de las siguientes unidades:

Microaprendizaje 1: Identificación y Análisis del Dominio de una Función

Objetivos: comprender qué es el dominio de una función y su importancia en el análisis matemático, identificar el dominio de diversas funciones (polinómicas, racionales, trigonométricas, etc.), y aplicar técnicas para determinar el dominio en problemas prácticos.

Diseño de Microlección: primero se realiza una breve explicación sobre qué es el dominio de una función y su importancia en el análisis matemático y después se realiza una introducción a diferentes tipos de funciones (polinómicas, racionales, trigonométricas, etc.) y sus respectivos dominios.

Ejercicio Práctico: determinar el dominio de una serie de funciones dadas, con explicaciones paso a paso de cada solución. Como posibles ejemplos:

$$f(x) = \frac{1}{x - 7}$$

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$$

Microaprendizaje 2: Estudio de las Asíntotas de una Función

Objetivos: definir y comprender el concepto de asíntotas, identificar asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de diferentes funciones y aplicar técnicas para determinar las asíntotas en problemas prácticos.

Diseño de Microlección: se realiza un comienzo explicativo en el que se definen las asíntotas y su importancia en el análisis de funciones. Además de explicar la diferenciación entre asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

Ejercicio Práctico: identificación de asíntotas en una serie de funciones dadas, con explicaciones paso a paso. Un ejemplo podría ser:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$$

Microaprendizaje 3: Análisis del Crecimiento de una Función

Objetivos: comprender el concepto de crecimiento y decrecimiento de funciones. Así como utilizar la derivada para analizar el crecimiento de una función y aplicar técnicas para determinar intervalos de crecimiento.

Diseño de Microlección: se realiza una introducción al concepto de crecimiento y decrecimiento de funciones y se explica el uso de la derivada para determinar intervalos de crecimiento.

Ejercicio Práctico: determinar intervalos de crecimiento y decrecimiento en una serie de funciones dadas, con explicaciones paso a paso. Un ejemplo podría ser:

$$f(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 2}$$

Microaprendizaje 4: Análisis de la Curvatura de una Función

Objetivos: comprender el concepto de curvatura de una función, así como saber utilizar la segunda derivada para analizar la curvatura de una función y aplicar técnicas para determinar intervalos de concavidad y puntos de inflexión.

Diseño de Microlección: introducción al concepto de curvatura y explicación del uso de la segunda derivada para determinar intervalos de concavidad, convexidad y puntos de inflexión.

Ejercicio Práctico: determinar intervalos de concavidad y convexidad y puntos de inflexión en una serie de funciones dadas, con explicaciones paso a paso. Un ejemplo podría ser:

$$f(x) = x^4 - 6x^2$$

Para estas microlecciones de aprendizaje se utilizarán las siguientes herramientas y recursos:

- Plataforma en línea: acceso a todas las microlecciones y recursos desde cualquier dispositivo.

- Foros de discusión: espacios para que los estudiantes interactúen entre sí y con los profesores.
- Grupos de estudio: facilitación de la colaboración entre los estudiantes.
- Sesiones de repaso: en vivo o grabadas para reforzar los conceptos aprendidos.
- Recursos adicionales: tutoriales en video, ejercicios extra resueltos paso a paso y materiales de estudio.

Con este diseño de microaprendizaje, se busca proporcionar un enfoque estructurado y efectivo para el análisis de funciones, facilitando la comprensión y aplicación de conceptos clave en matemáticas a través de técnicas de enseñanza modernas y accesibles.

6.3.3.6 EVALUACIÓN

Para llevar a cabo la evaluación en la implementación del Microaprendizaje en Matemáticas, es esencial diseñar un sistema que sea continuo, adaptativo y alineado con los objetivos específicos de aprendizaje. Aquí se describen algunos pasos y estrategias clave para lograrlo:

Evaluaciones Formativas y Sumativas:

Evaluaciones Formativas:

- Implementar test breves y frecuentes después de cada microlección para evaluar la comprensión inmediata de los conceptos. Estos pueden ser de opción múltiple, verdadero/falso, o de respuesta corta.
- Proporcionar retroalimentación instantánea para que los estudiantes comprendan sus errores y aciertos al momento. Esto les permite corregir sus errores y afianzar su aprendizaje.
- Fomentar la autoevaluación donde los estudiantes reflexionen sobre su propio aprendizaje e identifiquen áreas que necesitan mejorar.

Evaluaciones Sumativas:

- Realizar exámenes más formales al final de una serie de microlecciones o unidades temáticas para evaluar la retención y comprensión a largo plazo.
- Asignar proyectos o tareas que integren múltiples conceptos vistos en diferentes microlecciones, permitiendo a los estudiantes demostrar su capacidad de aplicar lo aprendido en contextos más complejos.

Herramientas y Plataformas Tecnológicas:

Plataformas de Aprendizaje:

- Utilizar plataformas como Moodle, Canvas, o Google Classroom que faciliten la creación, administración y evaluación de microlecciones. Estas plataformas también permiten el seguimiento del progreso de los estudiantes.
- Herramientas como Kahoot, Quizlet, y Socrative pueden hacer que las evaluaciones sean más interactivas y atractivas.

Seguimiento:

- Utilizar los datos generados por las plataformas para monitorear el progreso de los estudiantes, identificar patrones de aprendizaje y detectar a tiempo cualquier dificultad que enfrenten.
- Generar informes personalizados que muestren el progreso individual de cada estudiante, sus fortalezas y áreas que necesitan mejorar.

Estrategias de Refuerzo y Repaso:

Espaciado y Revisión:

- Práctica Espaciada: programar revisiones periódicas de los contenidos aprendidos para reforzar la memoria a largo plazo y evitar el olvido.
- Repetición Diferida: incluir evaluaciones de temas pasados en intervalos regulares para asegurar que los estudiantes retengan la información a lo largo del tiempo.

Gamificación:

- Medallas y Recompensas: implementar un sistema de medallas o recompensas para motivar a los estudiantes a completar las evaluaciones y mejorar su rendimiento.
- Niveles y Desafíos: crear niveles o desafíos que los estudiantes deben superar para avanzar, añadiendo un elemento de competencia y motivación.

Evaluación de Competencias y Habilidades:

Evaluaciones Prácticas:

- Problemas del Mundo Real: diseñar problemas y situaciones del mundo real que los estudiantes deban resolver utilizando las habilidades matemáticas que han aprendido.

- Simulaciones y Modelos: utilizar simulaciones y modelos matemáticos que requieran la aplicación de múltiples conceptos en un solo problema.

Evaluaciones Adaptativas:

- Test Adaptativos: implementar pruebas adaptativas que ajusten la dificultad de las preguntas en función del rendimiento del estudiante, proporcionando un nivel de desafío adecuado para cada uno.

Fomento de la Autonomía:

Metacognición:

- Reflexión: incluir actividades de reflexión donde los estudiantes piensen sobre su proceso de aprendizaje, identifiquen estrategias que funcionan para ellos y planifiquen su estudio futuro.
- Portafolios de Aprendizaje: fomentar la creación de portafolios donde los estudiantes recojan sus trabajos, reflexiones y progresos, permitiendo una autoevaluación continua y un registro tangible de su aprendizaje.

Implementar una evaluación efectiva en un entorno de Microaprendizaje en matemáticas requiere una combinación de técnicas formativas y sumativas, el uso de herramientas tecnológicas avanzadas y estrategias pedagógicas que promuevan la reflexión y la autonomía. Al abordar estos aspectos, se puede asegurar que los estudiantes no solo retengan información a corto plazo, sino que también desarrollen una comprensión profunda y duradera de los conceptos matemáticos.

6.3.3.7 CONCLUSIÓN

El uso del Microaprendizaje para la enseñanza de matemáticas, y en nuestro caso particular para el análisis de funciones, presenta numerosas ventajas. Esta metodología permite descomponer conceptos complejos en unidades más pequeñas y manejables, lo que facilita una comprensión gradual y profunda de temas abstractos. Además, la brevedad y enfoque específico de las lecciones de Microaprendizaje ayudan a mantener el interés y la motivación de los estudiantes, reduciendo la carga cognitiva y mejorando la retención de información.

El Microaprendizaje también se adapta a diferentes estilos y ritmos de aprendizaje, ofreciendo una mayor flexibilidad en la planificación del estudio. Esto es particularmente beneficioso para los estudiantes de Bachillerato, que a menudo deben gestionar múltiples asignaturas y responsabilidades. La accesibilidad del Microaprendizaje, potenciada por el uso de tecnologías móviles y plataformas digitales, permite a los estudiantes acceder al material educativo en cualquier momento y lugar, facilitando el aprendizaje autodirigido y continuo.

Además, integrar el Microaprendizaje con estrategias como la Gamificación puede hacer que el estudio del sentido algebraico y el análisis de funciones sea más interactivo y atractivo. Esta combinación fomenta el desarrollo de habilidades esenciales como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la colaboración.

El Microaprendizaje puede definirse como una metodología efectiva para la enseñanza de matemáticas en niveles avanzados, proporcionando una forma estructurada, flexible y atractiva de abordar conceptos complejos. Su capacidad para mejorar la comprensión y retención de información, junto con su adaptabilidad a las necesidades individuales de los estudiantes, lo convierte en una herramienta valiosa en el ámbito educativo moderno.

6.3.4 METODOLOGÍA DE GAMIFICACIÓN

6.3.4.1 MARCO TEÓRICO

La Gamificación es una estrategia pedagógica que integra elementos y principios de los juegos en contextos no lúdicos, como la educación, con el fin de aumentar la motivación, el compromiso y el rendimiento de los estudiantes. Esta metodología se basa en la teoría de la motivación y el aprendizaje, y se ha popularizado gracias a su capacidad para hacer que el proceso de aprendizaje sea más atractivo y efectivo.

Fundamentos Teóricos de la Gamificación:

- 1. Teoría de la Motivación: la Gamificación se apoya en la teoría de la autodeterminación de Deci y Ryan^[14] e identifica tres necesidades psicológicas básicas: autonomía, competencia y relación. La Gamificación satisface estas necesidades mediante la creación de experiencias de aprendizaje que permiten a los estudiantes sentir control sobre su aprendizaje (autonomía), experimentar un sentido de logro (competencia) y conectarse con otros (relación).
- 2. Teoría del Aprendizaje Constructivista: según Piaget^[30] y Vygotsky^[38], el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes construyen nuevos conocimientos sobre la base de experiencias previas. La Gamificación facilita este proceso al proporcionar experiencias de aprendizaje interactivas y significativas que fomentan la exploración y la resolución de problemas.
- 3. Teoría del Flujo: propuesta por Csikszentmihalyi^[10], la teoría del flujo describe un estado mental en el que las personas están completamente inmersas en una actividad, experimentando un alto nivel de disfrute y concentración. La Gamificación busca inducir este estado de flujo mediante el diseño de desafíos que son lo suficientemente desafíantes como para mantener el interés, pero no tan difíciles como para causar frustración.

Elementos de la Gamificación:

- Puntos y Recompensas: los puntos, insignias y recompensas se utilizan para reconocer los logros de los estudiantes y proporcionar retroalimentación positiva, lo que aumenta su motivación intrínseca.
- Niveles y Progresión: dividir el contenido educativo en niveles y permitir a los estudiantes progresar a través de ellos crea un sentido de avance y competencia.
- Retos y Misiones: los desafíos y misiones contextuales promueven el aprendizaje activo y el pensamiento crítico, fomentando la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos.
- Tablas de Clasificación: las tablas de clasificación pueden fomentar una competencia sana y motivar a los estudiantes a mejorar su rendimiento.
- Narrativa y Contexto: incorporar una narrativa o contexto de juego puede hacer que el contenido educativo sea más relevante y atractivo para los estudiantes.

Aplicaciones y Beneficios de la Gamificación en la Educación:

La Gamificación ha demostrado ser efectiva en diversos contextos educativos, desde la educación primaria hasta la formación profesional. Entre los beneficios más destacados se encuentran:

- Aumento de la Motivación: al hacer que el aprendizaje sea más divertido y atractivo, la Gamificación puede aumentar la motivación de los estudiantes para participar en actividades educativas.
- Mejora del Compromiso: los elementos de juego pueden aumentar el compromiso de los estudiantes al hacer que el aprendizaje sea más interactivo y participativo.
- Refuerzo Positivo: la Gamificación proporciona un sistema de retroalimentación constante y refuerzo positivo, lo que puede mejorar la autoestima y la percepción de competencia de los estudiantes.
- Desarrollo de Habilidades: además de los contenidos específicos, la Gamificación puede ayudar a desarrollar habilidades blandas como la resolución de problemas, la colaboración y la gestión del tiempo.

Desafíos y Consideraciones

A pesar de sus numerosos beneficios, la implementación de la Gamificación también presenta desafíos. Es crucial diseñar experiencias de Gamificación que sean inclusivas y accesibles para

todos los estudiantes, evitando la creación de desventajas para aquellos que puedan no sentirse cómodos con los juegos. Además, es importante asegurarse de que los elementos de juego no eclipsen los objetivos educativos, sino que los complementen.

La Gamificación representa una metodología poderosa para enriquecer el proceso de enseñanzaaprendizaje, pero su implementación debe ser cuidadosa y reflexiva para maximizar sus beneficios y minimizar sus posibles inconvenientes.

6.3.4.2 IMPLEMENTACIÓN PRÁCTICA DE LA METODOLOGÍA DE GAMIFICACIÓN

La implementación práctica de la metodología de Gamificación en el contexto educativo implica una serie de pasos y consideraciones para asegurar la integración efectiva de elementos lúdicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Primero, es esencial definir claramente los objetivos educativos que se desean alcanzar, asegurando que sean específicos, medibles, alcanzables, relevantes y temporales (SMART). La Gamificación debe alinearse con estos objetivos para reforzar el aprendizaje deseado.

Luego, se deben seleccionar los contenidos y competencias que se beneficiarán más de un enfoque gamificado, identificando qué temas y habilidades requieren repetición, memorización y práctica continua. Es fundamental crear una narrativa atractiva y un contexto de juego que envuelvan a los estudiantes en la experiencia de aprendizaje, con personajes, misiones y desafíos relacionados con los objetivos educativos.

La selección de los elementos de juego más adecuados es crucial. Algunos de los más comunes incluyen puntos y recompensas para reconocer logros, insignias y certificados para simbolizar la obtención de competencias específicas, niveles y progresión para estructurar el contenido en etapas alcanzables, tablas de clasificación para fomentar una competencia sana y motivadora, y retos y misiones para involucrar a los estudiantes en tareas significativas y prácticas.

Las actividades interactivas y desafiantes son fundamentales para mantener a los estudiantes comprometidos y motivados. Estas actividades deben ser variadas e incluir test, puzzles, simulaciones y proyectos colaborativos, asegurando que sean lo suficientemente desafiantes para mantener el interés sin causar frustración.

Finalmente, la tecnología y las herramientas de Gamificación juegan un papel crucial en la implementación. Utilizar plataformas y aplicaciones que faciliten la Gamificación ayuda a crear un ambiente de aprendizaje más dinámico y atractivo, permitiendo un seguimiento efectivo del progreso y la personalización de la experiencia de aprendizaje. Es importante evaluar continuamente el impacto de la Gamificación en el aprendizaje y la satisfacción de los estudiantes, haciendo ajustes según sea necesario para optimizar los resultados educativos.

6.3.4.3 BENEFICIOS DE LA TÉCNICA DE GAMIFICACIÓN EN EL PROCESO EDUCATIVO

La técnica de Gamificación en el proceso educativo aporta una serie de beneficios significativos que pueden transformar la experiencia de aprendizaje para los estudiantes. Al incorporar elementos lúdicos en el aula, se incrementa la motivación intrínseca de los alumnos, ya que las actividades se vuelven más atractivas y desafiantes. Este aumento en la motivación puede llevar a una mayor participación y compromiso, lo que a su vez mejora la retención y comprensión de los conceptos enseñados.

La Gamificación también fomenta un aprendizaje activo y participativo, permitiendo a los estudiantes tomar un papel más proactivo en su educación. Al enfrentarse a retos y misiones, los alumnos desarrollan habilidades de resolución de problemas y pensamiento crítico, aplicando los conocimientos adquiridos en situaciones prácticas. Además, la retroalimentación inmediata, común en los entornos gamificados, ayuda a los estudiantes a identificar rápidamente sus errores y a aprender de ellos, lo que facilita un aprendizaje más efectivo y eficiente.

Otro beneficio clave es el desarrollo de competencias sociales y colaborativas. Las dinámicas de juego a menudo incluyen actividades en equipo y cooperación, lo que fortalece las habilidades de comunicación, trabajo en grupo y liderazgo entre los estudiantes. Este aspecto social del aprendizaje gamificado puede mejorar el ambiente en el aula, creando una comunidad de aprendizaje más cohesionada y colaborativa.

La Gamificación también permite una mayor personalización del aprendizaje. Al adaptar los niveles de dificultad y los tipos de retos a las necesidades individuales de los estudiantes, se puede proporcionar una experiencia de aprendizaje más adecuada para cada alumno, respetando su ritmo y estilo de aprendizaje. Esto puede resultar especialmente beneficioso para aquellos estudiantes que requieren más apoyo o aquellos que buscan desafios adicionales.

En el contexto de las nuevas generaciones, acostumbradas a estímulos breves y dinámicos gracias al uso de plataformas como TikTok y X, la Gamificación ofrece una manera de adaptar la educación a sus preferencias y hábitos de consumo de información. Este enfoque reconoce y responde a la realidad de la era digital, donde los estudiantes están cada vez más habituados a recibir y procesar información de manera rápida y fragmentada. Al aprovechar estos hábitos, la Gamificación puede hacer que el aprendizaje sea más relevante y atractivo para ellos.

La Gamificación en el proceso educativo no solo aumenta la motivación y el compromiso de los estudiantes, sino que también promueve el aprendizaje activo, el desarrollo de habilidades sociales, la personalización del aprendizaje y una adaptación efectiva a las preferencias tecnológicas de las nuevas generaciones.

6.3.4.4 DESAFÍOS Y CONSIDERACIONES EN LA IMPLEMENTACIÓN DE LA GAMIFICACIÓN EN MATEMÁTICAS

La implementación de la Gamificación en la enseñanza de matemáticas presenta varios desafíos y consideraciones que deben abordarse para asegurar su efectividad y éxito. Uno de los principales desafíos es el diseño de actividades y juegos que sean tanto educativos como entretenidos. Crear contenido gamificado que mantenga el equilibrio entre diversión y rigor académico requiere una planificación cuidadosa y una comprensión profunda del currículo de matemáticas.

Otro desafío significativo es la diversidad de niveles y estilos de aprendizaje entre los estudiantes. Al implementar Gamificación, es esencial asegurarse de que las actividades sean inclusivas y accesibles para todos los estudiantes, independientemente de sus habilidades matemáticas o preferencias de aprendizaje. Esto puede implicar la creación de múltiples niveles de dificultad y la provisión de diferentes tipos de desafíos para satisfacer una amplia gama de necesidades educativas.

La integración tecnológica también plantea desafíos. La Gamificación a menudo depende del uso de tecnologías digitales, lo que puede ser un obstáculo si hay una falta de recursos tecnológicos en el aula o si los estudiantes no tienen acceso a dispositivos adecuados. Además, los maestros deben estar capacitados en el uso de estas tecnologías y en la implementación efectiva de estrategias gamificadas. Esto puede requerir tiempo y recursos adicionales para la formación profesional.

La evaluación del progreso y el aprendizaje de los estudiantes en un entorno gamificado puede ser compleja. Es crucial desarrollar sistemas de evaluación que no solo midan la participación y el logro de los objetivos del juego, sino que también evalúen el entendimiento y la aplicación de conceptos matemáticos. Las evaluaciones tradicionales pueden no ser suficientes, por lo que se necesita un enfoque más dinámico y continuo para medir el aprendizaje.

Otro aspecto que considerar es la motivación extrínseca versus la intrínseca. Si bien los elementos gamificados como puntos, insignias y tablas de clasificación pueden aumentar la motivación a corto plazo, es importante fomentar una motivación intrínseca hacia el aprendizaje de matemáticas. Esto implica diseñar actividades que no solo recompensen la participación, sino que también destaquen la relevancia y la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en la vida real.

La implementación de la Gamificación también debe considerar la posible resistencia al cambio por parte de los educadores y estudiantes. Algunos profesores pueden sentirse incómodos o inseguros al cambiar de métodos tradicionales a enfoques gamificados, y algunos estudiantes pueden no responder positivamente a estos nuevos métodos. Es crucial proporcionar apoyo y

formación adecuados para los educadores y crear un ambiente que motive a los estudiantes a aceptar y participar en actividades gamificadas.

A pesar de que la Gamificación en la enseñanza de matemáticas ofrece numerosos beneficios, su implementación exitosa requiere abordar una variedad de desafíos y consideraciones, incluyendo el diseño equilibrado de actividades, la inclusión de todos los estudiantes, la integración tecnológica, la evaluación efectiva del aprendizaje, el fomento de la motivación intrínseca y la gestión de la resistencia al cambio.

6.3.4.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE GAMIFICACIÓN AL SENTIDO NUMÉRICO

Para la aplicación de la metodología de Gamificación al sentido numérico, en concreto a la parte correspondiente al análisis de funciones, podrían implementarse diferentes actividades como podrían ser:

- 1. Simulaciones Interactivas: desarrollar simulaciones interactivas que permitan a los estudiantes experimentar directamente con diferentes tipos de funciones y sus características. Por ejemplo, podrían utilizar una aplicación donde puedan ajustar los parámetros de una función para observar cómo afectan a su gráfica y a sus propiedades.
- 2. Juegos de Rol Temáticos: crear escenarios de juego que sumerjan a los estudiantes en situaciones de la vida real donde el análisis de funciones es fundamental. Por ejemplo, podrían simular ser ingenieros que necesitan optimizar una función para diseñar una estructura eficiente, o actuar como economistas que deben modelar el comportamiento de una variable económica utilizando funciones.
- 3. Competencias de Resolución de Problemas: organizar competencias donde los estudiantes compitan individualmente o en equipos para resolver problemas de análisis de funciones. Estos problemas podrían abordar una variedad de conceptos, desde la identificación de características de funciones hasta la resolución de aplicaciones prácticas utilizando funciones.
- 4. Sistemas de Puntos y Niveles: implementar un sistema de puntos y niveles donde los estudiantes ganen puntos al completar tareas relacionadas con el análisis de funciones, como resolver problemas, participar en discusiones en clase o completar actividades adicionales. A medida que acumulan puntos, pueden avanzar a diferentes niveles y desbloquear privilegios o recompensas especiales.
- 5. Historias Interactivas: crear historias interactivas o aventuras donde los estudiantes deben utilizar el análisis de funciones para avanzar en la trama. Por ejemplo, podrían participar en una

misión espacial donde deben calcular trayectorias utilizando funciones trigonométricas, o en una expedición arqueológica donde deben interpretar funciones para descifrar antiguos jeroglíficos.

- 6. Desafíos y Logros: plantear desafíos específicos que requieran que los estudiantes demuestren su comprensión de los conceptos de análisis de funciones. Por ejemplo, podrían establecerse logros especiales para aquellos estudiantes que resuelvan problemas difíciles, encuentren patrones interesantes en datos reales o diseñen funciones para modelar situaciones complejas.
- 7. Retroalimentación: proporcionar retroalimentación inmediata y personalizada a los estudiantes a medida que progresan en sus actividades de análisis de funciones. Esto puede incluir comentarios sobre la precisión de sus respuestas, sugerencias para mejorar su enfoque de resolución de problemas y orientación sobre cómo aplicar los conceptos aprendidos en situaciones nuevas o desconocidas.

Un ejemplo concreto de aplicación podría ser la siguiente, con una división en cinco sesiones de clase:

Sesión 1: ¡Bienvenidos a la Aventura del Análisis de Funciones!

- 1. Introducción al Mundo del Análisis de Funciones (10 min): Se presenta el concepto de gamificación como una aventura matemática, se introducen los personajes y el contexto de la "aventura", como exploradores matemáticos en busca de tesoros de conocimiento.
- 2. El Desafío del Conocimiento (40 min): Los estudiantes formarán equipos y se enfrentarán a una serie de desafíos matemáticos de dificultad progresiva.
- Ejemplo de desafío: Encontrar el dominio y el rango de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x - 3}$$

Sesión 2: Explorando el Laberinto del Crecimiento y Decrecimiento

- 1. Entrada al Laberinto (10 min): Los equipos se adentran en el "Laberinto del Crecimiento y Decrecimiento", un conjunto de desafíos y acertijos matemáticos.
- 2. Desafíos Matemáticos (40 min):
- Los estudiantes enfrentarán una serie de desafíos relacionados con el crecimiento y decrecimiento de funciones.
- Ejemplo de desafio: Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$$

Sesión 3: La Batalla de la Curvatura

- 1. Preparativos para la Batalla (10 min):
- Los equipos se preparan para una batalla de conocimientos matemáticos sobre la curvatura de funciones.
- 2. Competencia Matemática (40 min):
- Se lleva a cabo una competencia estilo Kahoot donde los equipos compiten en una serie de preguntas sobre el estudio de las funciones.
- Ejemplo de pregunta: Determinar los puntos de inflexión y la concavidad de la función:

$$h(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

Sesión 4: El Tesoro del Análisis de Funciones

- 1. Introducción a la Búsqueda del Tesoro (10 min):
- Los equipos parten en una búsqueda del tesoro matemático por la escuela, siguiendo pistas relacionadas con funciones matemáticas.

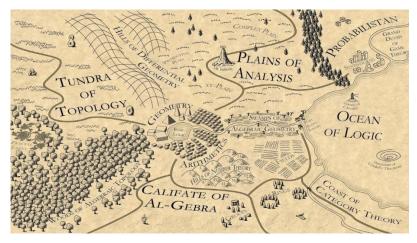


Figura 6 – Ejemplo de Mapa del Tesoro. Fuente: Zogg from Betelgeuse^[40]

- 2. Resolución de Acertijos (40 min):
- Los estudiantes resolverán una serie de acertijos matemáticos relacionados con funciones para encontrar pistas sobre la ubicación del tesoro.

- Ejemplo de acertijo: Encuentra las coordenadas del vértice de la función:

$$r(x) = -2x^2 + 8x - 5$$

Sesión 5: Desbloqueando el Criptex del Conocimiento

El objetivo de la sesión 5 es que los estudiantes demuestren su comprensión sobre el análisis de funciones resolviendo preguntas clave y compartiendo sus soluciones con el resto de la clase, además de utilizar este conocimiento para desbloquear un criptex encontrado previamente en la Sesión 4. Esto promueve la aplicación práctica de los conceptos aprendidos y fomenta la colaboración y el intercambio de ideas entre los estudiantes.

- 1. Introducción y Presentación del Criptex (10 min):
- Se presenta el objetivo de la sesión, el cual es resolver cinco preguntas, cada pregunta que respondan correctamente les otorgará una letra para abrir el criptex, de esta forma podrían necesitar acumular un máximo de cinco letras para abrirlo. Esencialmente, esta actividad combina la resolución de problemas matemáticos con un elemento de juego, donde los estudiantes trabajan en equipo para alcanzar un objetivo específico mientras demuestran su comprensión del tema.



Figura 7. Criptex para su resolución mediante pistas

2. Resolución de Preguntas y Obtención de Letras (35 min):

En esta parte de la sesión, todos los equipos reciben un problema relacionado con el tema tratado sobre análisis de funciones. Cada equipo trabaja en conjunto para resolver el problema, asegurándose de que todos los miembros del grupo comprendan la solución. Una vez que el equipo ha encontrado la respuesta, un miembro del equipo es seleccionado al azar para explicar la solución a toda la clase. Si la explicación es correcta y clara, el equipo recibe una letra para desbloquear el criptex. Después de obtener cada letra, los equipos pueden probar una palabra en el criptex, avanzando en su intento de abrirlo y revelar su contenido. Este proceso fomenta la

colaboración entre los miembros del equipo, ya que todos deben comprender y ser capaces de explicar la solución, y también proporciona una oportunidad para que los estudiantes demuestren su comprensión frente a sus compañeros. Además, la posibilidad de probar una palabra después de obtener cada letra añade un elemento de progresión y emoción a la actividad.

Se pueden considerar como ejemplo las siguientes preguntas:

Pregunta 1: Determinar el dominio y rango de la función:

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$$

Pregunta 2: Encontrar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

Pregunta 3: Determinar la concavidad y los puntos de inflexión de la función:

$$h(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2$$

Pregunta 4: Encontrar el vértice de la función:

$$r(x) = -2x^2 + 4x - 1$$

Pregunta 5: Determinar las asíntotas y el comportamiento en los extremos de la función:

$$s(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}$$

- 3. Apertura del Criptex (5 min):
 - Los equipos, con las letras obtenidas de las respuestas correctas, intentan abrir el criptex.
- Cada equipo puede intentar abrir el criptex después de obtener una letra y probar diferentes combinaciones de palabras hasta encontrar la correcta.
- El criptex se abre cuando se introduce la palabra correcta, revelando una recompensa final, que podría ser un premio simbólico.

Actividades Continuas:

- Sistema de Puntos y Niveles:

- ✓ Los equipos acumulan puntos a lo largo de las sesiones y pueden avanzar de nivel al alcanzar ciertas metas.
- ✓ Se otorgan recompensas especiales a los equipos que alcancen niveles más altos.

- Tablero de Líderes:

✓ Mantener un tablero de líderes visible en el aula para que los equipos puedan ver su progreso y competir por el primer lugar.

- Desafíos Adicionales:

✓ Ofrecer desafíos adicionales fuera del horario escolar, como problemas matemáticos en línea o investigaciones independientes, con puntos extra como recompensa.

Los objetivos de aprendizaje de esta aplicación de gamificación en el análisis de funciones incluyen identificar el dominio y rango de diferentes tipos de funciones; analizar el comportamiento de las funciones en términos de crecimiento y decrecimiento; determinar la concavidad de las funciones y localizar sus puntos de inflexión; y realizar gráficas precisas de funciones, encontrando vértices y otros puntos clave.

Los beneficios de esta aplicación de gamificación incluyen el aumento de la motivación, ya que la estructura de juego hace que el aprendizaje sea más divertido y atractivo; la mejora del compromiso, dado que las actividades interactivas y participativas aumentan la implicación de los estudiantes; y el desarrollo de habilidades, puesto que los desafíos fomentan la resolución de problemas y el pensamiento crítico.

La actividad propuesta de resolver problemas sobre análisis de funciones y desbloquear un criptex ofrece una serie de beneficios significativos para los estudiantes. En primer lugar, promueve un aumento notable en la motivación, ya que la dinámica de resolver preguntas desafiantes y la emoción de desbloquear un misterioso criptex hacen que el aprendizaje sea más interesante y atractivo para los estudiantes, incentivándolos a participar activamente en la actividad. Esta mayor motivación contribuye a un compromiso más profundo por parte de los estudiantes, quienes se sienten más comprometidos con la tarea al tener la oportunidad de explicar las soluciones a sus compañeros y colaborar en equipo para resolver los problemas planteados. Esta interacción entre los miembros del equipo no solo refuerza el aprendizaje del tema tratado, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades sociales y de trabajo en equipo.

Además, la actividad estimula el desarrollo de habilidades académicas clave, como la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la capacidad de explicar conceptos matemáticos complejos de una manera clara y concisa. Al enfrentarse a desafíos matemáticos y tener que explicar las soluciones ante sus compañeros, los estudiantes fortalecen su comprensión de los conceptos y procesos involucrados en el análisis de funciones, lo que les permite consolidar y aplicar su aprendizaje de manera efectiva. En última instancia, este enfoque gamificado no solo refuerza el contenido aprendido, sino que también promueve la colaboración y la comunicación efectiva entre los estudiantes, culminando la serie de sesiones de una manera emocionante y gratificante que deja una impresión duradera en su proceso de aprendizaje.

6.3.4.6 EVALUACIÓN

La evaluación de la aplicación de la Gamificación al análisis de funciones en 2º de Bachillerato debe ser integral, utilizando una combinación de métodos formativos y sumativos, autoevaluación y coevaluación, y considerando tanto indicadores de éxito como desafíos potenciales. Esta evaluación debe centrarse en medir el impacto en la comprensión de los estudiantes, su participación y compromiso, y su satisfacción general con el proceso de aprendizaje.

La implementación de la Gamificación en el análisis de funciones en 2º de Bachillerato requiere una evaluación cuidadosa para asegurar que los objetivos de aprendizaje se cumplan de manera efectiva. A continuación, se describen diversas estrategias y métodos de evaluación que pueden utilizarse para medir el éxito de esta metodología.

Evaluación Formativa:

- 1. Retroalimentación inmediata: durante las actividades gamificadas, proporcionar retroalimentación en tiempo real. Esto puede lograrse mediante el uso de aplicaciones interactivas que permiten a los estudiantes ver inmediatamente si sus respuestas son correctas o incorrectas, y recibir explicaciones detalladas.
- 2. Cuestionarios y Quizzes: utilizar plataformas como Kahoot!, Quizizz o Google Forms para realizar cuestionarios rápidos después de cada actividad o sesión. Esto permite evaluar la comprensión de los conceptos en tiempo real y ajustar la enseñanza según sea necesario.
- 3. Observaciones y Registro de Participación: observar y registrar la participación y el compromiso de los estudiantes durante las actividades gamificadas. Esto puede incluir la toma de notas sobre cómo los estudiantes interactúan con las actividades y con sus compañeros, así como su capacidad para resolver problemas y colaborar.

Evaluación Sumativa:

- 1. Pruebas y Exámenes: incluir preguntas relacionadas con las actividades gamificadas en las pruebas y exámenes. Estas preguntas deben evaluar tanto el conocimiento conceptual como la aplicación práctica de los conceptos de análisis de funciones.
- 2. Proyectos de Grupo: asignar proyectos de grupo en los que los estudiantes deban aplicar los conceptos aprendidos en las actividades gamificadas para resolver problemas complejos. Los proyectos pueden incluir presentaciones, informes escritos y modelos matemáticos detallados.
- 3. Evaluación de Portafolios: pedir a los estudiantes que mantengan un portafolio digital de su trabajo, que incluya capturas de pantalla de actividades completadas, reflexiones personales sobre su aprendizaje y ejemplos de problemas resueltos. Evaluar estos portafolios al final del curso para tener una visión completa del progreso y la comprensión de cada estudiante.

Autoevaluación y Coevaluación:

- 1. Autoevaluación: incluir ejercicios de autoevaluación donde los estudiantes reflexionen sobre su propio aprendizaje, identifiquen áreas de mejora y establezcan metas para futuras actividades.
- 2. Coevaluación: implementar ejercicios de coevaluación donde los estudiantes evalúen el trabajo de sus compañeros. Esto puede ayudar a fomentar una comprensión más profunda de los conceptos, ya que los estudiantes deben explicar y justificar sus evaluaciones.

Indicadores de Éxito:

- 1. Participación y Compromiso: medir el nivel de participación y compromiso de los estudiantes en las actividades gamificadas. Un alto nivel de participación generalmente indica que los estudiantes encuentran las actividades interesantes y motivadoras.
- 2. Mejora en el Rendimiento Académico: comparar las calificaciones de los estudiantes en pruebas y exámenes antes y después de la implementación de la Gamificación para evaluar su impacto en el rendimiento académico.
- 3. Satisfacción del Estudiante: recopilar comentarios y opiniones de los estudiantes sobre su experiencia con la Gamificación a través de encuestas de satisfacción. Esto puede proporcionar información valiosa sobre qué aspectos de la metodología son más efectivos y cuáles podrían mejorarse.

Desafíos y Consideraciones:

1. Adaptabilidad de las Actividades: asegurarse de que las actividades gamificadas sean lo suficientemente flexibles para adaptarse a diferentes niveles de habilidad y estilos de aprendizaje.

Esto puede implicar la creación de niveles de dificultad variables o la provisión de ayudas y recursos adicionales.

- 2. Equilibrio entre Juego y Aprendizaje: mantener un equilibrio adecuado entre los elementos de juego y los objetivos educativos. Es crucial que las actividades gamificadas no se conviertan en meros juegos, sino que mantengan un fuerte enfoque en el aprendizaje y la comprensión de los conceptos matemáticos.
- 3. Recursos y Tiempo: considerar los recursos y el tiempo necesarios para diseñar, implementar y evaluar las actividades gamificadas. Esto incluye el tiempo de preparación del profesor, el acceso a tecnología adecuada y el tiempo asignado en el aula para completar las actividades.

6.3.4.7 CONCLUSIÓN

La implementación de la Gamificación en el análisis de funciones en 2º de Bachillerato presenta una oportunidad innovadora para mejorar el proceso educativo. Esta metodología, al incorporar elementos lúdicos en la enseñanza, no solo facilita la comprensión de conceptos matemáticos complejos, sino que también aumenta el compromiso y la motivación de los estudiantes. Al transformar el aprendizaje en una experiencia interactiva y atractiva, la Gamificación responde a las necesidades de las nuevas generaciones, acostumbradas a estímulos breves y dinámicos proporcionados por plataformas como TikTok y X.

La evaluación de esta metodología revela varios beneficios significativos. Los estudiantes muestran un mayor nivel de satisfacción y una mejor retención de conocimientos cuando participan en actividades gamificadas. La metodología fomenta la autonomía y el aprendizaje autodirigido, aspectos cruciales para el desarrollo de habilidades críticas en el siglo XXI. Además, la Gamificación puede adaptarse a diversos estilos de aprendizaje y niveles de habilidad, ofreciendo un enfoque inclusivo y flexible.

No obstante, la implementación de la Gamificación no está exenta de desafios. Requiere una cuidadosa planificación para asegurar que las actividades mantengan un equilibrio adecuado entre el juego y los objetivos educativos. Los profesores deben estar preparados para invertir tiempo y recursos en el diseño y la evaluación de estas actividades. Además, es vital considerar la adaptabilidad de las actividades para atender a la diversidad de la clase y asegurar que todos los estudiantes puedan beneficiarse de esta metodología.

La Gamificación en el análisis de funciones representa un avance significativo en la pedagogía matemática. Al integrar de manera efectiva el juego con el aprendizaje, se crea un entorno educativo dinámico y motivador que puede transformar la experiencia de los estudiantes y mejorar sus resultados académicos. Para maximizar los beneficios, es esencial continuar investigando y

refinando las estrategias gamificadas, adaptándolas a las necesidades cambiantes de los estudiantes y del contexto educativo. Así, la Gamificación se consolida como una herramienta poderosa para la educación del futuro, potenciando el aprendizaje activo y el desarrollo integral de los estudiantes.

6.3.5 APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE MICROAPRENDIZAJE EN COMBINACIÓN CON GAMIFICACIÓN

La combinación de Microaprendizaje y Gamificación ofrece una metodología poderosa para mejorar el proceso educativo, especialmente en temas complejos como el análisis de funciones en 2º de Bachillerato. Ambas metodologías, cuando se integran de manera efectiva, pueden potenciarse mutuamente, proporcionando un entorno de aprendizaje más dinámico, atractivo y efectivo.

El Microaprendizaje se centra en desglosar los contenidos en unidades pequeñas y manejables, lo que facilita la asimilación y retención de información. Este enfoque es particularmente útil para el análisis de funciones, ya que permite a los estudiantes concentrarse en conceptos específicos, como el dominio, las asíntotas, el crecimiento y la curvatura, de manera gradual y detallada. La Gamificación, por otro lado, introduce elementos de juego en el proceso de aprendizaje, aumentando la motivación y el compromiso de los estudiantes.

A continuación, se presenta un diseño de cuatro sesiones integradas de Microaprendizaje y Gamificación para trabajar el análisis de funciones:

Sesión 1: Dominio de Funciones:

- Objetivos: comprender y determinar el dominio de funciones.
- Microaprendizaje: introducción teórica breve sobre el dominio de funciones, seguida de ejemplos prácticos.
- Gamificación: los estudiantes formar equipos y se enfrentar a desafíos matemáticos de dificultad progresiva.
- Ejemplo de desafío: encontrar el dominio y el rango de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x - 7}$$

Sesión 2: Asíntotas:

- Objetivos: identificar y analizar las asíntotas verticales, horizontales y oblicuas de funciones.

- Microaprendizaje: explicación concisa de los tipos de asíntotas y métodos para encontrarlas.
- Gamificación: juego de mesa, donde los estudiantes avanzan completando desafíos sobre hallar las posibles diferentes asíntotas y utilizan sus conocimientos para avanzar en un tablero de juego.



Figura 8 - Ejemplo de tablero de juego. Fuente: Columbia Pictures

- Ejemplo de desafío: encontrar las asíntotas de la siguiente función:

$$g(x) = \frac{2x^2 - 5x + 1}{x - 1}$$

Sesión 3: Crecimiento y Decrecimiento:

- Objetivos: analizar intervalos de crecimiento y decrecimiento de funciones mediante el uso de la derivada.
- Microaprendizaje: sesión breve sobre el uso de la primera derivada para determinar el comportamiento de la función.
- Gamificación: competencia en equipos utilizando una aplicación de trivia matemática, donde los estudiantes responden preguntas sobre crecimiento y decrecimiento para ganar puntos.
- Ejemplo de desafío: determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función:

$$g(x) = x^3 - 4x^2 + 12$$

Sesión 4: Curvatura y Concavidad:

- Objetivos: determinar la concavidad de una función y los puntos de inflexión utilizando la segunda derivada.
- Microaprendizaje: tutorial corto sobre el análisis de la concavidad y los puntos de inflexión.

- Gamificación: "Caza del Tesoro" digital, donde los estudiantes resuelven problemas sobre curvatura y concavidad para encontrar pistas y descubrir un tesoro virtual.
- Ejemplo de pregunta: determinar los puntos de inflexión y la concavidad de la función:

$$h(x) = x^4 - 5x^3 + x^2 - 2x + 1$$

La evaluación se realiza de manera continua a través de las actividades gamificadas, donde se registran los progresos y logros de los estudiantes. Además, se pueden utilizar cuestionarios en línea y autoevaluaciones para medir la comprensión y la aplicación de los conceptos aprendidos.

El enfoque combinado de Microaprendizaje y Gamificación fomenta la autonomía al permitir que los estudiantes avancen a su propio ritmo y elijan el orden en que desean abordar las unidades de Microaprendizaje. Los elementos de juego también proporcionan retroalimentación inmediata, lo que ayuda a los estudiantes a identificar áreas de mejora y ajustar sus estrategias de aprendizaje.

Además es beneficioso para el alumnado actual porque se adapta a las demandas y características de la era digital. Los estudiantes de hoy en día están acostumbrados a recibir información de forma rápida e inmediata, y a menudo tienen horarios ocupados. Estas nuevas formas de recibir información hacen que también deban surgir nuevas formas de transmitir en clase. En este contexto, el Microaprendizaje ofrece contenido educativo en segmentos breves y específicos, que se ajustan perfectamente a sus horarios y preferencias de aprendizaje.

La Gamificación, por otro lado, agrega elementos de juego, como puntos, niveles y recompensas, al proceso de aprendizaje. Esto aumenta la motivación de los estudiantes al hacer que el aprendizaje sea más divertido y emocionante. La competencia amistosa y la búsqueda de logros dentro del entorno de juego mantienen su interés y compromiso a lo largo del proceso de aprendizaje.

La combinación de Microaprendizaje y Gamificación ofrece una experiencia de aprendizaje dinámica y efectiva que se adapta a las necesidades y preferencias del alumnado actual. Aumenta la motivación, la participación y el éxito académico al hacer que el aprendizaje sea más relevante, emocionante y personalizado.

Este enfoque es particularmente eficaz en el análisis de funciones en 2º de Bachillerato, proporcionando un entorno de aprendizaje interactivo y adaptable que se ajusta a las necesidades y preferencias de los estudiantes actuales. La combinación de estas metodologías representa un avance significativo en la pedagogía, potenciando el aprendizaje activo y el desarrollo integral de los estudiantes.

7. CONCLUSIÓN

El presente TFM puede dividirse en dos temas principales. Uno de ellos aborda un estudio sobre la elaboración de una programación didáctica actual, mientras que el otro se centra en analizar diversas metodologías didácticas aplicables en el contexto de las matemáticas.

La realización de una programación didáctica en el contexto actual de la enseñanza presenta tanto oportunidades como desafíos significativos, especialmente con la reciente implementación de nuevas normativas y metodologías. Este estudio ha examinado estas dinámicas, identificando ventajas y desventajas que influyen en el proceso educativo.

La falta de familiaridad y comprensión de las nuevas normativas representa un desafío central. La novedad de estas regulaciones conlleva un conocimiento limitado sobre su aplicación práctica y efectividad, lo que puede generar incertidumbre y resistencia al cambio. Sin embargo, estas normativas también ofrecen oportunidades para innovar en la enseñanza, promoviendo enfoques más dinámicos y participativos que pueden mejorar la experiencia de aprendizaje de los estudiantes.

Entre las ventajas de las nuevas normativas se encuentra la posibilidad de incorporar metodologías más actuales y efectivas, como el Microaprendizaje y la Gamificación. Estas metodologías pueden hacer que el aprendizaje sea más atractivo y relevante para los estudiantes, fomentando habilidades cruciales como el pensamiento crítico y la resolución de problemas. Además, la flexibilidad en la planificación y ejecución de las programaciones didácticas permite a los docentes adaptar sus estrategias a las necesidades específicas de sus estudiantes, creando un entorno de aprendizaje más inclusivo y personalizado.

Por otro lado, la implementación de estas nuevas normativas y metodologías puede enfrentar obstáculos significativos, como la necesidad de formación adicional para los docentes, la posible falta de recursos adecuados y el tiempo necesario para desarrollar y ajustar las nuevas programaciones didácticas. Además, la evaluación de la efectividad de estas nuevas prácticas requiere tiempo y esfuerzo, lo que puede ser una carga adicional para los educadores.

En el contexto específico de la enseñanza de las matemáticas en Bachillerato, la programación didáctica desempeña un papel crucial para facilitar la comprensión de conceptos complejos y motivar a los estudiantes. Sin embargo, su éxito depende en gran medida de la capacidad para integrar nuevas metodologías y adaptarse a las normativas cambiantes.

Es fundamental reconocer que la implementación de la nueva normativa y la realización de programaciones didácticas no están exentas de críticas y desafíos. La falta de claridad y

orientación adecuada sobre cómo aplicar estas normativas en la práctica puede generar confusión entre los docentes. A pesar de estos desafíos, la realización de una programación didáctica actual ofrece oportunidades para innovar y mejorar la calidad de la educación.

Es crucial observar de cerca si la nueva normativa conlleva mejoras tangibles en los resultados de aprendizaje y en la experiencia educativa en general. Además, es importante recordar que una programación didáctica es un documento cambiante que evoluciona y se adapta a medida que los educadores ganan experiencia y se actualizan las políticas educativas. Esta capacidad de flexibilidad y ajuste continuo es esencial para garantizar que las prácticas educativas sigan siendo relevantes y efectivas en un entorno en constante cambio.

La nueva ley educativa enfatiza el desarrollo de competencias específicas en los estudiantes, por lo que las nuevas metodologías de enseñanza desempeñan un papel crucial. Estas metodologías no solo están diseñadas para transmitir conocimientos, sino también para fomentar el desarrollo integral de los estudiantes, abordando las competencias clave que la ley busca promover.

Las dos metodologías estudiadas en primer lugar, referidas en este caso al sentido numérico, como son el método Puzzle y el Aprendizaje Orientado a Proyectos, están alineados con la promoción de competencias como el trabajo en equipo, la comunicación efectiva y la aplicación del conocimiento en contextos del mundo real. Estas metodologías involucran a los estudiantes en actividades colaborativas y prácticas que los preparan para enfrentar desafíos del mundo laboral y social.

Por otro lado, el Microaprendizaje y la Gamificación pueden contribuir al desarrollo de competencias como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la colaboración. Al proporcionar estímulos cortos y atractivos, estas metodologías desafían a los estudiantes a pensar de manera creativa, a encontrar soluciones innovadoras y a trabajar en equipo para alcanzar objetivos comunes.

La evolución de la enseñanza de las matemáticas con la nueva normativa y las nuevas metodologías marca un cambio significativo en el panorama educativo. Estamos presenciando una transformación hacia enfoques más dinámicos, participativos y adaptativos, que buscan no solo transmitir conocimientos, sino también desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes. Al combinar la flexibilidad de la nueva normativa con la innovación de las nuevas metodologías, los educadores están abriendo nuevas puertas para el aprendizaje matemático, creando entornos de enseñanza que se adaptan mejor a las necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes del siglo XXI. Este cambio representa un emocionante avance en la forma en que se enseñan y se aprenden las matemáticas, y ofrece un potencial significativo para mejorar la calidad y la efectividad de la educación matemática en general.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Adler, R. W. y Milne, M. J. (1997). Improving the quality of accounting students' learning through action-oriented learning tasks. Accounting Education, 6(3),191–215.
- [2] Alonso Santamaría, D. (2017). Diseño contextualizado de una programación didáctica [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid.
- [3] Álvarez Pérez, A. (2020). Diseño de una programación dinámica de las clases [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid.
- [4] Aronson, E. y otros (1975). The Jigsaw Classroom. California: Sage Publications.
- [5] Aronson, E. y Osherow, N. (1980). Cooperation, prosocial behavior, and academic performance. En L. Bickman, (ed.) Applied social psychology annual, vol 1. Beverly Hills, California: Sage Publications.
- [6] Aronson, E. y González, A. (1988). Desegregation, jigsaw and the Mexican-American Experience. En P. Katz, y D. Taylor. Eliminating racism. New York. Plenum
- [7] Aronson, E. y Patnoe, S. (1997). The Jigsaw Classroom. Building Cooperation in the Classroom. United States: Longman (2^a Edicion)
- [8] Boaler, J. (1999). Mathematics for the moment, or the millennium. Education Week, 17(29), 30–34.
- [9] Carrasco, A., Donoso, J. A., Duarte, T., Hernández, J. J. y López, R. (2015). Diseño y validación de un cuestionario que mide la percepción de efectividad del uso de metodologías de participación activa (CEMPA). El caso del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABPrj) en la docencia de la contabilidad. Innovar, 25(58), 125–141.
- [10] Csikszentmihalyi, M. (1990). Flow: The Psychology of Optimal Experience. Harper & Row.
- [11] De los Ríos, I., Cazorla, A., Díaz-Puente, J. M. y Yagüe, J. L. (2010). Project-based learning in engineering higher education: Two decades of teaching competences in real environments. Procedia-Social and Behavioral Sciences, 2(2), 1368–1378.

- [12] De Miguel, M. (2006). Metodologías de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de competencias. Orientaciones para el profesorado universitario ante el Espacio Europeo de Educación Superior. Madrid: Alianza.
- [13] De Nicolás Gutiérrez, E. (2022). Diseño de una programación dinámica para impartir matemáticas en Bachillerato con el desarrollo de diversas metodologías [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid.
- [14] Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior. Springer US
- [15] Díaz Cuadrado, N. (2019). Desarrollo de la metodología y didáctica empleada para el diseño de una programación dinámica para impartir matemáticas [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutores: Dr. Víctor Gatón Bustillo y Dr. Cesáreo J. González Fernández. Valladolid.
- [16] Domingo, J. (2008). Aprendizaje cooperativo. Cuadernos de Trabajo Social, 21, pp 231-246.
- [17] Fernández, J. M., & Vivar, D. M. (2012). La técnica del Puzzle como estrategia de aprendizaje cooperativo para la mejora del rendimiento académico.
- [18] Fidan, M. (2023). The effects of microlearning-supported flipped classroom on preservice teachers' learning performance, motivation and engagement. Education and Information Technologies, 28(10), 12687–12714.
- [19] Galván Galván, R. (2020). Estudio de la aplicación de distintas metodologías en la programación de una asignatura de Bachillerato [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid.
- [20] Gandía, J. L. y Montagud, M. D. (2011). Innovación docente y resultados del aprendizaje: un estudio empírico en la enseñanza de la contabilidad de costes. Revista Española de Financiación y Contabilidad, 40(152), 677–698.
- [21] Gumiel Correa, Á. (2022). Diseño de una programación dinámica en orden a impartir Matemáticas en Bachillerato [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid

- [22] Hernández Sanz, A. (2020). Diseño de una programación didáctica para impartir matemáticas con especial atención a la metodología [Trabajo final del Máster]. Universidad de Valladolid, Departamento de Matemática Aplicada. Tutor: Cesáreo Jesús González Fernández. Valladolid.
- [23] Hug, T. (2005, May). Micro learning and narration. In Exploring possibilities of utilization of narrations and storytelling for the designing of micro units and didactical microlearning arrangements. Fourth Media in Transition Conference.
- [24] Iriondo Otxotorena, J. (2016). Mejora didáctica en la transición de la aritmética al álgebra en el primer ciclo de la ESO basada en la ludificación (Trabajo de Fin de Máster). Tutora: María del Carmen Romero García. Universidad Internacional de la Rioja.
- [25] Jalón Arias, E. J., & Albarracín Zambrano, L. O. (2021). Software educativo para la enseñanza aprendizaje de operaciones con matrices en estudiantes del Bachillerato.
- [26] Kohnke, L., Foung, D., & Zou, D. (2023). Microlearning: A new normal for flexible teacher professional development in online and blended learning. Education and Information Technologies. https://doi.org/10.1007/S10639-023-11964-6
- [27] Kovachev, D., Cao, Y., Klamma, R., & Jarke, M. (2011). Learn-as-you-go: New ways of cloud-based Micro-learning for the Mobile web. In Lecture notes in computer science (including subseries lecture notes in artificial intelligence and lecture notes in bioinformatics), 7048 LNCS (pp. 51–61). https://doi.org/10.1007/978-3-642-25813-8 6
- [28] Liu, M. y Hsiao, Y. P. (2002). Middle school students as multimedia designers: A project-based learning approach. Journal of Technology and Teacher Education, 10(3), 365–382.
- [29] Paul, A. M. (2016). Microlearning 101. HR Magazine, 61(4), 36–42.
- [30] Piaget, J. (1954). The Construction of Reality in the Child. Basic Books.
- [31] Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. Journal of Engineering Education, 93(3), 223–231.
- [32] Román, J. M. (2004). Metodologías activas y desarrollo de competencias. Revista de Docencia Universitaria, 2(2), 1-10.

- [33] Rubio, M. J. (2017). Técnicas de aprendizaje cooperativo en el aula de educación infantil. Ediciones Paraninfo.
- [34] Sankaranarayanan, R., Leung, J., Abramenka-Lachheb, V., Seo, G., & Lachheb, A. (2023). Microlearning in diverse contexts: A bibliometric analysis. TechTrends, 67(2), 260–276. https://doi.org/10.1007/S11528-022-00794-X.
- [35] Sosa, M. P., & Salazar, M. A. (2023). Gamification as a strategy for microlearning: A systematic review. Education and Information Technologies.
- [36] Sun, G., Cui, T., Yong, J., Shen, J., & Chen, S. (2018). MLaaS: A cloud-based system for delivering adaptive Micro learning in Mobile MOOC learning. IEEE Transactions on Services Computing, 11(2), 292–305.
- [37] Taylor, A., & Hung, W. (2022). The effects of microlearning: A scoping review. Educational Technology Research and Development.
- [38] Vygotsky, L. (1986). Thought and language. The MIT Press.
- [39] Yoon, M., Lee, J., & Jo, I. H. (2021). Video learning analytics: Investigating behavioral patterns and learner clusters in video-based online learning. The Internet and Higher Education, 50, Article 100806.
- [40] Zogg from Betelgeuse. (2014). Mathematics: Measuring x laziness² (Earthlings 101, Episode 13) [Video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=XqpvBaiJRHo. (Consultado el 5 de junio de 2024).

8.1 BIBLIOGRAFÍA SOBRE NORMATIVA

- [41] Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. Boletín Oficial del Estado, 340, 30 de diciembre de 2020 (pp. 122868-122953)
- [42] Decreto 40/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo del Bachillerato en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León, 190, 30 de septiembre de 2022 (pp. 49453 50352)
- [43] Junta de Castilla y León. (2023) Guía para la elaboración de la programación didáctica en Bachillerato.

8.2 RECURSOS DE ELABORACIÓN PROPIA

[44] Ejemplo de aplicación de matrices en el desarrollo de un videojuego (5 de junio de 2024). https://www.geogebra.org/m/agw5tb9n.

9. ANEXOS

- 9.1 ANEXOS SOBRE NORMATIVA
- 9.1.1 CONTENIDOS DEFINIDOS POR EL CURRÍCULO OFICIAL Y REFERIDOS A MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

| SENTIDO NUMÉRICO | SENTIDO DE LA MEDIDA | SENTIDO ALGEBRAICO |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Sentido de las operaciones. | 1. Medición | 1. Patrones |
| - Adición y producto de matrices: interpretación, comprensión y aplicación adecuada de las propiedades. | - Interpretación de la integral definida como el área bajo una curva. | - Generalización de patrones en situaciones diversas. 2. Modelo matemático |
| - Estrategias para operar con números reales y matrices: cálculo mental o escrito en los casos sencillos (como mucho de orden 4) y | - Técnicas elementales para el cálculo de primitivas: integrales inmediatas. Aplicación al cálculo de áreas. | - Relaciones cuantitativas en situaciones complejas: estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas. |
| con herramientas tecnológicas en los casos más complicados. | - La probabilidad como medida de la incertidumbre asociada a | - Sistemas de ecuaciones: modelización de situaciones en diversos contextos. |
| 2. Relaciones. | fenómenos aleatorios: interpretaciones subjetivas, clásica y frecuentista. | - Técnicas y uso de matrices para, al menos, modelizar situaciones en las que aparezcan sistemas de ecuaciones lineales o grafos |
| - Conjuntos de matrices: estructura, comprensión y propiedades. | 2. Cambio | - Programación lineal bidimensional: modelización de problemas reales y resolución mediante herramientas digitales y manuales. |
| | - La derivada como razón de cambio en resolución de problemas | 3. Igualdad y desigualdad |
| | de optimización en contextos diversos. | - Formas equivalentes de expresiones algebraicas en la resolución de sistemas de ecuaciones e inecuaciones, mediante cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, y con herramientas digitales. |
| | Aplicación de los conceptos de límite y derivada a la representación y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones. | - Resolución de sistemas de ecuaciones lineales con tres incógnitas mediante el método de Gauss e inecuaciones lineales con dos incógnitas de forma gráfica, en diferentes contextos. |
| | moderzadas inculante funciones. | 4. Relaciones y funciones |
| | | - Representación, análisis e interpretación de funciones con el apoyo de herramientas digitales. |
| | | - Propiedades de las distintas clases de funciones: identificación a partir de la gráfica, interpretación y comprensión. |
| | | - Utilización de las herramientas del cálculo algebraico y diferencial en la determinación precisa de las propiedades funcionales. |
| | | - Comparación de las propiedades de las distintas clases de funciones. |
| | | 5. Pensamiento computacional |
| | | - Formulación, resolución y análisis de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales empleando las herramientas o los programas más adecuados. |
| | | - Análisis algorítmico de las propiedades de las operaciones con matrices y la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. |

| SENTIDO NUMÉRICO | SENTIDO SOCIOAFECTIVO |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. Sentido de las operaciones. | 1. Creencias, actitudes y emociones. |
| - Cálculo de probabilidades en experimentos compuestos. Probabilidad condicionada e independencia de sucesos aleatorios. Diagramas de árbol y tablas de contingencia. | - Destrezas de autogestión encaminadas a reconocer las emociones propias, afrontando eventuales situaciones de estrés y ansiedad en el aprendizaje de las matemáticas. |
| - Teoremas de la probabilidad total y de Bayes: resolución de problemas e interpretación del teorema de Bayes para actualizar la probabilidad a partir de la observación y la experimentación y la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre. | - Tratamiento y análisis del error individual y colectivo, como elemento movilizador de saberes previos adquiridos y generador de oportunidades de aprendizaje en el aula de matemáticas. |
| Distribuciones de probabilidad Variables aleatorias discretas y continuas. Parámetros de la distribución. Distribuciones binomial y normal. | 2. Toma de decisiones. |
| Modelización de fenómenos estocásticos mediante las distribuciones de probabilidad binomial y normal. Cálculo de probabilidades asociadas mediante herramientas tecnológicas y manuales. | - Destrezas para evaluar diferentes opciones y tomar decisiones en la resolución de problemas. |
| - Aproximación de la distribución binomial por la distribución normal. | 3. Inclusión, respeto y diversidad. |
| 3. Inferencia | - Destrezas sociales y de comunicación efectivas para el éxito en el aprendizaje de las matemáticas. |
| - Selección de muestras representativas. Técnicas de muestreo. | - Valoración de la contribución de las matemáticas y el papel de matemáticos y matemáticas a lo largo de la historia en el avance de las |
| - Estimación de la media, la proporción y la desviación típica. Aproximación de la distribución de la media y de la proporción muestrales por la normal. | ciencias sociales. |
| Intervalos de confianza basados en la distribución normal: construcción, análisis y toma de decisiones en situaciones contextualizadas. | |
| - Relación entre el error y la confianza con el tamaño muestral. | |
| - Herramientas digitales en la realización de estudios estadísticos. | |
| | |
| | |
| | |

9.1.2 CRITERIOS DE EVALUACIÓN RELACIONADOS CON LAS COMPETENCIAS ESPECÍFICAS EN MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

| Competencias Específicas | Criterios de Evaluación |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Competencia específica 1. Modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales, aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento para obtener posibles | 1.1 Emplear diferentes estrategias y herramientas, incluidas las digitales que resuelvan problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales, seleccionando la más adecuada según su eficiencia. (CCL2, STEM1, STEM3, CD2, CPSAA4, CE3) |
| soluciones. | 1.2 Obtener todas las posibles soluciones matemáticas de problemas de la vida cotidiana y de las ciencias sociales, describiendo y justificando el procedimiento realizado. (CCL2, STEM2, CD5, CPSAA4, CPSAA5, CE3) |
| Competencia específica 2. Verificar la validez de las posibles soluciones de un problema empleando el razonamiento y la argumentación para contrastar su idoneidad. | 2.1 Demostrar la validez matemática de las posibles soluciones de un problema, utilizando el razonamiento y la argumentación. (STEM1, STEM2, CE3) |
| argumentation para contrastar su raoneitata. | 2.2 Seleccionar y justificar la solución más adecuada de un problema en función del contexto (de sostenibilidad, de consumo responsable, equidad) usando el razonamiento y la argumentación. (STEM1, STEM2, CD3, CPSAA4, CC3, CE3) |
| Competencia específica 3. Formular o investigar conjeturas o problemas, utilizando el razonamiento, la argumentación, la | 3.1 Adquirir nuevo conocimiento matemático mediante la formulación, razonamiento y justificación de conjeturas y problemas de forma autónoma. (CCL1, STEM1, STEM2, CE3) |
| creatividad y el uso de herramientas tecnológicas, para generar nuevo conocimiento matemático. | 3.2 Integrar el uso de herramientas tecnológicas en la formulación o investigación de conjeturas y problemas. (STEM1, STEM2, CD1, CD2, CD3, CD5) |

| Competencia específica 4. Utilizar el pensamiento computacional de forma eficaz, modificando, creando y generalizando algoritmos que resuelvan problemas mediante el uso de las matemáticas, para modelizar y resolver situaciones de la vida cotidiana y del ámbito de las ciencias sociales. | 4.1 Interpretar, modelizar y resolver situaciones problematizadas de la vida cotidiana y las ciencias sociales, utilizando el pensamiento computacional, analizando, modificando, creando y generalizando algoritmos. (STEM1, STEM2, STEM3, CD2, CD3, CD5, CE3) |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Competencia específica 5. Establecer, investigar y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas estableciendo vínculos entre conceptos, procedimientos, argumentos y modelos para dar significado y estructurar el aprendizaje matemático. | 5.1 Demostrar una visión matemática integrada, investigando y conectando las diferentes ideas matemáticas. (STEM1, STEM3, CD2, CD3, CCEC1) |
| Competencia específica 6. Descubrir los vínculos de las matemáticas con otras áreas de conocimiento y profundizar en sus conexiones, interrelacionando conceptos y procedimientos, | 6.1 Resolver problemas en situaciones diversas utilizando procesos matemáticos, reflexionando, estableciendo y aplicando conexiones entre el mundo real, otras áreas de conocimiento y las matemáticas. (STEM1, STEM2, CD2, CPSAA5, CE3) |
| para modelizar, resolver problemas y desarrollar la capacidad crítica, creativa e innovadora en situaciones diversas. | 6.2 Analizar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad, valorando su contribución en la propuesta de soluciones a situaciones complejas y a los retos que se plantean en las ciencias sociales. (CC4, CE2, CCEC1) |
| Competencia específica 7. Representar conceptos, procedimientos e información matemáticos seleccionando | 7.1 Representar y visualizar ideas matemáticas, estructurando diferentes procesos matemáticos y seleccionando las tecnologías más adecuadas. (CCL1, STEM3, CD2, CD5, CE3, CCEC4.1, CCEC4.2) |
| diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar razonamientos matemáticos. | 7.2 Seleccionar y utilizar diversas formas de representación, valorando su utilidad para compartir información. (CCL1, CD1, CD2, CD5, CE3, CCEC4.1, CCEC4.2) |

Competencia específica 8. Comunicar las ideas matemáticas, de forma individual y colectiva, empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados, para organizar y consolidar el pensamiento matemático.

8.1 Mostrar organización al comunicar las ideas y razonamientos matemáticas empleando el soporte, la terminología y el rigor apropiados. (CCL1, CCL3, CP1, STEM2, STEM4, CD2, CD3, CCEC3.2)

Competencia específica 9. Utilizar destrezas personales y sociales, identificando y gestionando las propias emociones, respetando las de los demás y organizando activamente el trabajo en equipos heterogéneos, aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje y afrontando situaciones de

incertidumbre, para perseverar en la consecución de objetivos en

el aprendizaje de las matemáticas.

8.2 Reconocer y emplear el lenguaje y la notación matemática en diferentes contextos, comunicando la información con precisión y rigor. (CCL1, CP1, STEM2, STEM4)

9.1 Afrontar las situaciones de incertidumbre y tomar decisiones evaluando distintas opciones, identificando y gestionando emociones y aceptando y aprendiendo del error como parte del proceso de aprendizaje de las matemáticas. (STEM5, CPSAA1.1, CPSAA1.2, CC2, CE2)

9.2 Mostrar perseverancia y una motivación positiva, aceptando y aprendiendo de la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas. (STEM5, CPSAA1.1, CPSAA1.2, CPSAA3.1, CE2)

9.3 Trabajar en tareas matemáticas de forma activa en equipos heterogéneos, respetando las emociones y experiencias de los demás, escuchando su razonamiento, aplicando las habilidades sociales más propicias y fomentando el bienestar del equipo y las relaciones saludables. (CP3, STEM5, CPSAA1.2, CPSAA3.1, CPSAA3.2, CC2, CC3, CE2)