



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Dpto. Matemáticas Aplicadas

**DESARROLLO DEL ALUMNO EN EL
APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS EN
SECUNDARIA A PARTIR DEL USO DE LA
GAMIFICACIÓN**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación Secundaria
Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.
Especialidad de Matemáticas.**

Alumno: Juan Carlos Alonso Becerril

Tutor: Dr. Cesáreo Jesús González Fernández

Valladolid, Junio 2024

Agradecimientos.

Este trabajo no habría sido posible sin la ayuda de mi pareja, Patricia Sánchez, quien ha soportado la agotadora labor de tener que soportarme en los malos momentos.

Agradecerle a mi tutor, Dr. Cesáreo Jesús González, por haber preparado un Trabajo Fin de Máster acorde a mis inquietudes, por haberse preocupado por el avance de este trabajo en todo momento y por haber confiado en mi dándome libertad para su planificación y elaboración.

También agradecer al equipo de profesores del Máster, la paciencia que han tenido conmigo y el haberme aportado unos conocimientos muy valiosos.

A mis compañeros del Máster, del bloque común y de la especialidad de Matemáticas. Han sido demasiadas horas y trabajos compartidos. En especial a Gonzalo Rejero, un apoyo vital prácticamente desde el primer día.

A mi tutor de prácticas y amigo, Dr. Pablo de Santiago, por brindarme su experiencia y permitirme realizar con sus alumnos actividades fuera de temario.

Al resto de mis amigos por haberme animado a realizar este máster, haberme aguantado hablar sobre él una y otra vez, y aportarme valiosos consejos, en especial a Julián Rodríguez que también es profesor de secundaria.

Y por supuesto, a mis padres y hermanos, que siempre han sido mi apoyo más fiel.

Es a todos ellos a quien dedico este trabajo.

Índice general.

Agradecimientos.....	3
Índice general.....	5
Resumen.....	7
Abstract.....	7
Capítulo 1. Introducción.....	8
Capítulo 2. Investigación teórica.....	11
Capítulo 3. Implementación de la investigación.....	43
Capítulo 4. Actividades para trabajar el razonamiento con gamificación.....	68
Capítulo 5. Trabajos futuros.....	82
Capítulo 6. Conclusiones.....	84
Capítulo 7. Referencias Bibliográficas.....	88
Anexos.....	93

Resumen.

El desarrollo de la capacidad cognitiva de los alumnos cambia enormemente en el periodo de secundaria, suponiendo el paso de la pre-adolescencia a la vida adulta, debiendo adaptarse los procesos de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas a estos cambios. En este trabajo se estudiarán los principales rasgos de los alumnos en los cursos de la educación secundaria y cómo adaptarse a ellos lo mejor posible, teniendo en cuenta contenidos, metodología y desarrollo del curso. Uno de los caminos que se usará sobremanera es la gamificación intentando comprobar si el uso de esta metodología hace que los alumnos entiendan más los conceptos matemáticos al usarla o, sin embargo, no se llega a esta mejora en la asimilación del contenido.

Palabras clave: gamificación, razonamiento, razonamiento abstracto, razonamiento matemático, investigación cuantitativa, método Rayuela.

Abstract.

The development of students' cognitive abilities changes enormously during the secondary school period, marking the transition from pre-adolescence to adult life. Consequently, the teaching-learning processes in mathematics must adapt to these changes. This study will examine the main characteristics of students in secondary education courses and how best to adapt to them, taking into account content, methodology, and course development. One of the approaches that will be used extensively is gamification, attempting to determine whether this methodology helps students better understand mathematical concepts or, conversely, whether it does not lead to an improvement in content assimilation.

Keywords: *gamification, reasoning, abstract reasoning, mathematical reasoning, quantitative research, Rayuela method.*

Capítulo 1. Introducción.

El alumnado de secundaria, durante su evolución, experimenta enormes cambios. Es una de las etapas de la vida en las que más cambios se experimentan tanto físicos como mentales y en la que en la mayoría de los casos quedará fijada una personalidad que permanecerá durante la etapa adulta con muy pocas variaciones.

Poniendo el foco en la parte mental, el alumnado va a experimentar unos cambios que les van a permitir poco a poco empezar a comprender conceptos abstractos, que en las primeras etapas de la vida sería inviable tratar de impartir. La abstracción en la mente adolescente es un proceso cognitivo esencial que permite a los jóvenes pensar de manera más compleja y sofisticada. Durante la adolescencia, el desarrollo del cerebro, especialmente en el lóbulo frontal, facilita habilidades avanzadas como la abstracción. Este proceso implica la capacidad de identificar patrones, conceptos generales y principios subyacentes a partir de experiencias y datos concretos. Es en esta etapa que los adolescentes comienzan a alejarse del pensamiento concreto típico de la niñez y se mueven hacia un pensamiento más abstracto y teórico.

En el contexto de las Matemáticas, la capacidad de abstracción se vuelve crucial. Las Matemáticas en niveles avanzados requiere que los estudiantes entiendan conceptos que no están necesariamente vinculados a objetos físicos o situaciones tangibles. Por ejemplo, el álgebra introduce variables que representan números desconocidos, y el cálculo trabaja con ideas como límites y derivadas, que requieren un pensamiento abstracto considerable.

La mente adolescente, con su capacidad creciente para la abstracción, está más preparada para comprender y manipular estos conceptos abstractos. Pueden ver más allá de los números y operaciones específicos y entender las relaciones y estructuras matemáticas más profundas. Esta habilidad para abstraer permite a los adolescentes resolver problemas matemáticos de manera más eficiente, al poder aplicar principios generales a situaciones específicas y reconocer patrones que no son inmediatamente obvios.

Además, el razonamiento matemático basado en la abstracción fomenta habilidades de pensamiento crítico y lógico. Los adolescentes aprenden a formular hipótesis, a deducir conclusiones y a construir argumentos coherentes. Estas habilidades no solo son esenciales para el éxito en Matemáticas, sino que también son

fundamentales para la resolución de problemas en la vida diaria y en otras áreas académicas. Así, la capacidad de abstracción en la mente adolescente no solo facilita el aprendizaje matemático, sino que también enriquece su desarrollo cognitivo general y su capacidad para enfrentar desafíos complejos de manera efectiva.

Teniendo esto en cuenta y ante la perspectiva de que es el momento de introducir cierto contenido abstracto en la educación, es imperativo lograr encontrar metodologías capaces de facilitar la comprensión y asimilación de estos contenidos abstractos. La metodología debe de ser motivante, ya que de otra manera será más fácil perder al alumnado entre todo ese contenido abstracto, hay que encontrar la fórmula de tener enganchado al alumno, que quiera aprender o que aprenda sin darse cuenta.

La gamificación es una metodología que parece reunir estas características, en cuanto a contar con la motivación del alumno. Lo que no es tan evidente es si es una metodología apropiada para lograr el desarrollo cognitivo del alumno, y si realmente va a ayudar al desarrollo de la abstracción, y poniendo el foco en las Matemáticas, al razonamiento matemático abstracto. Habrá que analizar si la utilización de metodologías basadas en la gamificación es más propensa a lograr un mayor desarrollo cognitivo del alumno que las metodologías tradicionales basadas en únicamente lección magistral y colección de ejercicios y problemas.

Por todo ello, este trabajo va a consistir en la investigación de cómo la gamificación puede influir en el desarrollo cognitivo del alumno, y en particular en cómo afecta en cuanto al razonamiento matemático abstracto se refiere. Para ello se partirá de una investigación teórica utilizando el método Rayuela, visto durante las sesiones de una asignatura del máster. Primeramente, se explicará en que consiste este método de investigación y se adaptará al trabajo que se quiere realizar. En concreto, el contexto de la investigación va a ser el de un aula de primero de Bachillerato de un centro concertado situado en la ciudad de Valladolid en la periferia entre dos barrios de nivel socioeconómico medio-bajo.

Aunque se podría dejar para futuros proyectos, este trabajo pretende dar un paso más y no quedarse en una mera hipótesis teórica, por lo que se ha aprovechado el periodo de prácticas en un instituto real, para adaptarlo a esas circunstancias y llevarlo a cabo con todas las limitaciones que se ha tenido. En particular el escaso tiempo con el que se ha podido trabajar la gamificación con el alumnado real, el tener que adaptarse a la metodología del centro, a su ritmo de trabajo, a la planificación prefijada de las sesiones, a la predisposición del departamento de psicología etcétera. El contexto de trabajo va a ser el mismo que se ha indicado en la parte de la investigación teórica.

Tras ello, se analizarán los resultados obtenidos durante esa fase práctica. Gracias a esos resultados se aportarán una serie de conclusiones, y se valorarán teniendo en cuenta todos estos condicionantes que se han adelantado. En función de los resultados obtenidos, se estará en disposición de responder con cierto criterio a la siguiente pregunta: ¿Cómo afecta la utilización de metodologías basadas en la gamificación al razonamiento matemático abstracto en un aula de primero de Bachillerato?

A mayores se incluirán, una serie de juegos o actividades gamificadas, que, por su naturaleza intrínseca, de por sí fomentarán el razonamiento.

Para terminar el trabajo se mencionarán una serie de líneas futuras que se podrían realizar partiendo de lo aquí desarrollado.

Capítulo 2. Investigación teórica.

Este capítulo va a consistir en un proyecto de investigación teórica para relacionar los conceptos de gamificación y razonamiento matemático abstracto (Universidad de Valladolid, 2024). Para realizar el proyecto se va a hacer uso del método Rayuela que se puede observar en la Figura 1 (Hopscotch Model, s.f.).



Figura 1

Como se puede apreciar en la Figura 1, este método va a constar de nueve fases diferenciadas, que se irán abordando de una en una hasta completar el proyecto. Sin más dilación se comenzará a explicar en qué consiste cada fase, y como sería esta para la investigación concreta que se está planteando.

Paso 1: Posición paradigmática.

Los investigadores en educación inevitablemente llevan a sus estudios su propia perspectiva sobre cómo funciona el mundo y cómo se construye el conocimiento (Creswell, 2013). La dimensión epistemológica y ontológica del investigador influyen significativamente en las decisiones metodológicas que toma durante la fase de diseño de sus investigaciones. Por ello, el modelo sugiere que el primer paso es que el investigador reconozca y defina su forma de entender el mundo. Basado en el trabajo de (Creswell, 2013), se proponen cinco principales cosmovisiones o posturas paradigmáticas que un investigador puede aportar a su

investigación: Positivismo, Post-positivismo, Constructivismo, Pragmatismo y Perspectiva Transformadora.

Para descubrir la cosmovisión que, cada investigador, aporta a sus estudios, es esencial hacer cuatro preguntas que ayudan a definir la cosmovisión que se adoptará a la hora de realizar la investigación:

La primera pregunta es de naturaleza axiológica, y abarca aspectos relacionados con la relación que se establece con las personas involucradas en la investigación, buscando minimizar el impacto de la investigación en ellas.

Para la segunda pregunta, de carácter ontológico, hay que reflexionar sobre cómo se entiende el funcionamiento del mundo. Es decir, si se cree que existe una única realidad consensuada y medible, o si, por el contrario, se ve la realidad como una construcción social y/o cultural.

La pregunta epistemológica viene en tercer lugar., y está relacionada en si se considera que el conocimiento representa el mundo tal como es y si la razón permite conocer el mundo independientemente de la experiencia que pueda tener cada uno.

Finalmente, la pregunta metodológica consiste en si un investigador debe desarrollar la práctica de manera controlada y descontextualizada, o si debe ser intervencionista.

Dependiendo de las respuestas a las preguntas anteriores, se pueden distinguir cinco cosmovisiones: positivista, post-positivista, constructivista, transformadora y pragmática.

La cosmovisión positivista es típica de la investigación en ciencias de la educación, psicología, ciencias naturales, ciencias de la salud y ciencias sociales. Indica que existe una única realidad que puede ser conocida y explicada; por ejemplo, "esa mesa es sólida". Una visión paradigmática positivista será objetiva tratando de eliminar todos sesgos. Además, los datos obtenidos seguirán estrictos protocolos de validación. Esta cosmovisión será típica en investigaciones cuantitativas.

En respuesta a las ideas racionalistas del positivismo del siglo XIX defendidas por autores como Immanuel

Kant y Augusto Comte, la cosmovisión post-positivista emerge. El positivismo sostiene que el estudio de los fenómenos sociales debe realizarse de la misma manera que el estudio de los fenómenos naturales, es decir utilizando el método científico basado en la observación, la medición y en la experimentación. Su objetivo final es establecer leyes generales que describan relaciones entre variables observables. Por el contrario, el post-positivismo argumenta que muchos aspectos de las relaciones sociales no son observables y, por lo tanto, cuestionan la objetividad del enfoque puramente positivista. Se va a dudar de las verdades absolutas (Phillips & Burbules, 2000), aunque continúan manteniendo que haya una probabilidad alta de que las causas de los fenómenos sociales determinen efectos y resultados. Se seguirá valorando la objetividad, pero no existirá una verdad absoluta sino una certeza probable (Mertens, 2010). Por tanto, la obtención y análisis de datos será rigurosa, pero siempre bajo un foco de múltiples perspectivas y no de una única realidad (Creswell, 2013).

La cosmovisión constructivista pone en tela de juicio el reduccionismo promovido por el post-positivismo y aboga por la idea de que el conocimiento se forma socialmente a través de la interacción entre personas. Este enfoque tiene sus raíces en la hermenéutica, que es el arte de interpretar textos y que se originó como teoría de la comprensión humana en el siglo XIX con Wilhelm Dilthey. Desde esta perspectiva filosófica e ideológica, los investigadores constructivistas, también conocidos como interpretativos, sostienen que todos los significados, incluidos aquellos obtenidos de la investigación, son esencialmente interpretativos. Según esta visión, el conocimiento se genera en un contexto social específico, lo cual implica que está en un proceso continuo de reinterpretación (Mertens, 2010). Los investigadores constructivistas reconocen que su contexto social influye en sus interpretaciones, lo que los posiciona subjetivamente respecto a los fenómenos estudiados. Por ello, las investigaciones constructivistas se enfocan en los significados que los participantes atribuyen al fenómeno social investigado. De este modo, el investigador interpreta los significados producidos por los participantes. Los investigadores que adoptan esta visión suelen emplear métodos inductivos de investigación, donde la reflexión profunda y la descripción detallada del contexto social son fundamentales.

En contraposición, la cosmovisión transformadora es defendida por investigadores que consideran que las visiones post-positivista y constructivista no abordan adecuadamente las necesidades de nuestra sociedad contemporánea, especialmente en relación con los grupos vulnerables o marginados. Esta visión crítica sostiene que la perspectiva constructivista no ofrece una agenda sólida para el cambio basada en los hallazgos de sus investigaciones. Por lo tanto, la cosmovisión transformadora, influenciada por la teoría crítica y la pedagogía del oprimido, promueve una dimensión emancipadora y transformadora en las investigaciones de las ciencias sociales. Así, el investigador adopta un rol de defensor de la justicia social y de apoyo a las comunidades oprimidas frente a los discursos dominantes. Similar a la perspectiva constructivista, los

investigadores transformadores insisten en la centralidad de las voces de los participantes en sus investigaciones. Dentro de esta visión, existe una variedad de comunidades interpretativas (Creswell, 2013) que, aunque operan a un nivel filosófico menos prominente, poseen enfoques teóricos y metodológicos únicos que las distinguen. Entre estas comunidades se encuentran el postmodernismo, la teoría queer, el feminismo, la teoría de la discapacidad y la teoría crítica de la raza.

Por último, la cosmovisión pragmática tiene sus raíces en el pragmatismo filosófico defendido por pensadores como William James, Herbert y Dewey, así como en el neopragmatismo de los años sesenta impulsado por autores como Kaplan y Cornel West (Mertens, 2010), desde una perspectiva más postmodernista. Los primeros argumentaban que en las ciencias sociales no es posible alcanzar el concepto de verdad solo mediante el método científico tradicional. Los segundos abogaban por la necesidad de llevar a cabo investigaciones basadas en el sentido común, el pensamiento práctico y la aplicabilidad. El pragmatismo sostiene que existe una realidad única (post-positivismo), la cual es interpretada de diferentes maneras por cada individuo (constructivismo), superando así las tensiones entre positivismo, post-positivismo y socio-constructivismo. Para los pragmatistas, lo más importante es el fenómeno que desean estudiar, en lugar de los métodos y técnicas específicos. Por ello, eligen los métodos en función de su adecuación para responder a las preguntas de investigación. Desde una perspectiva instrumental, los investigadores que adoptan esta visión utilizan tanto técnicas cualitativas como cuantitativas de recopilación de datos, enfocándose en las aplicaciones prácticas de sus estudios (Creswell, 2013).

Una vez explicadas todas las opciones, se puede indicar que la posición paradigmática de este proyecto va a ser la última vista, es decir la cosmovisión pragmática. Esto es así debido a que se va a tratar que la investigación esté basada en el sentido común y en el pensamiento práctico y el carácter aplicativo de la misma. Se va a partir de la premisa de que existe una única realidad que cada sujeto va a interpretar de manera propia. Lo especialmente relevante va a ser el fenómeno que se desea estudiar. Por tanto, los métodos y las técnicas para estudiarlo van a pasar a un segundo plano. De esta manera se va a escoger en cada caso los métodos y las técnicas que se consideren más apropiadas y ajustadas a esta investigación concreta. Los métodos y técnicas de estudio escogidas se detallarán en el paso correspondiente, aunque se puede adelantar que consistirán en técnicas de recogida de datos cuantitativas centrándose fundamentalmente en las implicaciones prácticas de la investigación. No hay que olvidar que esta cosmovisión, como ya se ha visto, también podría permitir el uso de técnicas de recogida de datos cualitativos, pero para este proyecto de investigación bastará únicamente con la recogida de datos cuantitativos.

Paso 2: Problema y objetivos.

El segundo paso del modelo Rayuela se enfoca en la definición del problema de investigación y los objetivos del estudio que se está planificando.

En cuanto a la definición del problema de investigación, en esta fase, solo se elabora una descripción general del problema de investigación que se quiere abordar. La definición detallada del problema se realizará en la tercera etapa, una vez se hayan establecido los componentes del marco conceptual que sustentará el estudio.

Para la definición de los objetivos del estudio se deben establecer tres tipos de objetivos. Los primeros son los objetivos personales que son aquellos que motivan al investigador a realizar un estudio específico para cambiar una situación, para estudiar un fenómeno particular de su interés o por necesidad de progresar en su carrera profesional. Los segundos van a ser los objetivos prácticos que están centrados en lograr un cambio en una situación concreta. Los últimos van a ser los objetivos intelectuales que van a estar enfocados en la comprensión teórico-conceptual de un fenómeno determinado (Maxwell, 2008).

Una vez definido este paso se va a concretar para esta investigación en particular. El problema particular va a estar relacionado con el razonamiento abstracto. El desarrollo del razonamiento es fundamental en el campo de las Matemáticas y en general, en la vida. Frecuentemente el alumnado tiene problemas para lograr un mayor desempeño de estas cualidades. Hay que buscar métodos para fomentarlas, en este caso, se va a probar a utilizar metodologías basadas en la gamificación. Aunque se definirá de manera formal posteriormente en el marco conceptual, hay que matizar que el razonamiento matemático abstracto se refiere al proceso lógico y deductivo que se utiliza para resolver problemas y tomar decisiones en el contexto de las Matemáticas. Involucra la aplicación de principios lógicos y reglas matemáticas para llegar a conclusiones válidas y resolver problemas de manera sistemática. El razonamiento matemático abstracto implica analizar información, identificar patrones, hacer conexiones lógicas, formular hipótesis, y utilizar el pensamiento deductivo e inductivo. Los matemáticos utilizan el razonamiento matemático abstracto para desarrollar teoremas, demostrar proposiciones y encontrar soluciones a problemas matemáticos. En resumen, el razonamiento matemático abstracto es fundamental para el pensamiento crítico en el ámbito de las Matemáticas y se basa en la aplicación de la lógica y las reglas matemáticas para resolver problemas y tomar decisiones.

Siguiendo la estructura de este paso, en cuanto a los objetivos se van a concretar los específicos de la investigación que se quiere realizar (Universidad de Valladolid, 2024):

- **Objetivo personal:** Conocer el potencial real de metodologías basadas en la gamificación en la docencia de las Matemáticas.
- **Objetivo práctico:** Va a consistir en experimentar metodologías basadas en la gamificación en un aula de Matemáticas concretamente en primero de Bachillerato.
- **Objetivo Intelectual:** Estudiar y comparar el impacto en cuanto al razonamiento abstracto de utilizar metodologías basadas en la gamificación en Matemáticas para primero de Bachillerato.

Paso 3: Marco conceptual.

El marco conceptual de un estudio está compuesto por un sistema de conceptos, suposiciones, expectativas, creencias y teorías que respaldan e informan la investigación (Maxwell, 2008). En esencia, es una representación específica de lo que el investigador considera que está ocurriendo y es relevante en su campo de estudio. Los elementos teóricos que debe incluir todo marco conceptual nos ayudan a crear un mapa que explica por qué el mundo es como es. La teoría desempeña un papel fundamental en el diseño, ya que guía el resto de los pasos del proceso. El "problema de investigación" es una parte crucial del marco conceptual, y su formulación es una tarea clave en el diseño de cualquier estudio.

Va a incluir todo lo expuesto en los dos primeros pasos donde ha quedado definida la cosmovisión paradigmática del investigador, se ha definido el problema que se quiere estudiar y se han marcado los objetivos que se buscan lograr a través de la investigación, también incluirá los dos pasos siguientes. A mayores el investigador en este paso se debe empapar de toda la literatura disponible referente a su investigación, descubriendo los aportes realizados por otros autores e investigadores, y teniéndolos en cuenta para realizar su investigación. Es fundamental establecer un marco teórico, ya que en función de cada autor las diferentes terminologías pueden estar definidas con matices diferentes. Los conceptos clave deben de quedar suficientemente bien definidos, para que el lector no albergue ninguna duda de lo que se entiende por uno u

otro término concreto. En resumen, se puede definir un marco teórico como el conjunto de teorías que respaldan el fenómeno en investigación. Estos marcos teóricos van a permitir relacionar las temáticas identificadas en las etapas previas.

Para esta investigación va a ser necesario definir rigurosamente que se va a entender por varios conceptos, comenzando por el de gamificación:

La gamificación (también llamada ludificación) es un término que se utiliza para describir aquellas características de un sistema interactivo que tienen como objetivo motivar y comprometer a los usuarios finales a través del uso y la mecánica de estímulos comúnmente incluidos en los juegos (Deterding, Sicart, Nacke, O'Hara y Dixon, 2011). Algunos elementos de gamificación utilizados son: puntos, recompensas, progresión, insignias y tablas de posiciones (Zatarain Cabada, 2018).

En cuanto al razonamiento, va a ser necesario dar tres definiciones sobre conceptos diferentes pero interrelacionados, cada una con sus matices y diferencias. Será necesario definir razonamiento, razonamiento matemático y razonamiento abstracto:

El razonamiento, es la capacidad para pensar de manera lógica y sistemática, entender y usar las reglas y principios abstractos y hacer inferencias correctas a partir de la información disponible. Incluye la habilidad para plantear y resolver problemas, hacer deducciones y realizar análisis críticos y comparativos (OCDE, 2013). Esta definición pone énfasis en la lógica, la sistematicidad y la capacidad para trabajar con información abstracta y compleja, lo que es esencial para evaluar el rendimiento académico y las habilidades cognitivas de los estudiantes en un contexto internacional.

El razonamiento matemático involucra un pensamiento activo y reflexivo durante el proceso de resolución de problemas. La capacidad de formular preguntas, diseñar estrategias y evaluar resultados son aspectos esenciales de este razonamiento. Su enfoque heurístico proporciona una guía práctica para mejorar la resolución de problemas matemáticos y desarrollar habilidades de razonamiento matemático (Pólya, 1945).

El razonamiento abstracto es la capacidad de pensar sobre objetos, principios y relaciones que no están físicamente presentes. Es una forma de pensamiento que permite a las personas usar conceptos generales y

teorías para resolver problemas específicos (Carpenter, Just, y Shell, 1990)

Paso 4: Diseño de investigación.

En este caso, se va a tratar de un diseño cuantitativo, porque se va a medir cuanto influye el uso de la gamificación en una característica concreta. No es un diseño cualitativo porque no se trata de medir el razonamiento matemático abstracto, sino la influencia que tienen las metodologías basadas en la gamificación, si es que existe una influencia. Por otro lado, se va a realizar un experimento para determinar si tras trabajar con gamificación existe alguna variación del razonamiento matemático abstracto y en caso de que así sea si esta variación es significativa estadísticamente y si es positiva o negativa. Dentro de los diseños cuantitativos experimentales va a haber tres tipos, los experimentales, los pre-experimentales y los cuasi-experimentales. Se va a explicar cada uno de estos tres tipos para determinar donde se quiere enmarcar esta investigación.

Empezando por los puramente experimentales habría que definir lo que se entiende por experimento. Un experimento es un estudio en el cual el investigador manipula el nivel de alguna variable independiente y luego mide el resultado. Los experimentos son técnicas poderosas para evaluar relaciones de causa y efecto. Muchos investigadores consideran los experimentos como el "estándar de oro" contra el cual deben compararse todos los demás diseños de investigación. Los experimentos se realizan tanto en el laboratorio como en situaciones de la vida real. Los experimentos puros, en los que todos los factores importantes que podrían afectar a los fenómenos de interés están completamente controlados, son el diseño preferido. Sin embargo, a menudo no es posible o práctico controlar todos los factores clave, por lo que se hace necesario implementar un diseño de investigación cuasi-experimental. En un experimento, el investigador manipula el factor que se supone afecta el resultado de interés. El factor que se está manipulando se refiere típicamente como el tratamiento o la intervención. El investigador puede manipular si los sujetos de investigación reciben un tratamiento y el nivel del tratamiento. Para entenderlo mejor se puede ver mediante el siguiente ejemplo.

Un grupo de investigadores está interesado en analizar el empleo en madres. Se podrían hipotetizar que un subsidio del gobierno para el cuidado infantil promovería dicho empleo. Entonces se podría diseñar un experimento en el cual a algunos sujetos se les proporcionaría la opción de subsidios de cuidado infantil financiados por el gobierno (grupo experimental) y a otros no (grupo de control). Los investigadores también podrían manipular el valor de los subsidios de cuidado infantil para determinar si valores de subsidio más altos

podrían resultar en diferentes niveles de empleo materno.

Los experimentos puros van a tener ciertas características:

- Normalmente, los investigadores han utilizado el muestreo de conveniencia para seleccionar a los participantes del estudio. Sin embargo, a medida que los métodos de investigación se han vuelto más rigurosos y los problemas de generalizar a partir de una muestra de conveniencia a la población en general se han hecho más evidentes, los investigadores están recurriendo cada vez más al muestreo aleatorio.
- Los participantes del estudio se asignan aleatoriamente a al grupo de control o al grupo experimental, con la misma probabilidad de estar en uno o en el otro. Esta aleatoriedad neutraliza factores distintos a las variables independiente y dependiente que se quieren medir, haciendo posible inferir directamente causa y efecto.
- El entorno en el que se lleva a cabo la investigación puede ser controlado cuidadosamente. En consecuencia, es más fácil estimar el verdadero efecto de la variable de interés sobre el resultado de interés.
- A menudo es difícil asegurar la validez externa del experimento, debido a los procesos de selección frecuentemente no aleatorios y la naturaleza artificial del contexto experimental.

Para facilitar la investigación, existe un segundo tipo de investigación experimental que relaja las condiciones necesarias de las investigaciones experimentales puras, son las conocidas como investigaciones pre-experimentales. En ellas, el grupo experimental es observado después de alguna actuación o modificación que se presume causa un cambio. Este tipo de investigaciones pueden ser de dos tipos. En el primero, se estudia un solo grupo en un único punto en el tiempo después de la actuación que se presupone ha causado un cambio. Este grupo se estudiaría cuidadosamente y se compararía con las expectativas generales de cómo habría sido el caso si el tratamiento no hubiera ocurrido y con otros eventos observados casualmente. Por tanto, no se va a emplear ningún grupo de control o comparación. El segundo tipo es similar al primero con la diferencia de

que el estudio se realiza en dos puntos de tiempo, uno antes del tratamiento (pretest) y otro después del tratamiento (postest). Se va a presuponer que los cambios en el resultado de interés son el resultado de la intervención o tratamiento. Tampoco se emplea ningún grupo de control.

La principal ventaja que tienen estas investigaciones sin grupo de control es que son más sencillas y económicas de implementar. Por tanto, se suelen utilizar como primer paso en una investigación experimental pura, para decidir si merece la pena continuar con dicha investigación si los resultados de la investigación pre-experimental son esperanzadores o si por el contrario sería mejor descartar proseguir con el experimento. Sin embargo, cuentan con la gran desventaja de que sus resultados, no suelen contar con el suficiente rigor y validez y por tanto cuentan con poca credibilidad para el resto de los investigadores (Kerlinger y Lee, 2002).

Tratando de dar mayor validez a estas investigaciones pre-experimentales, sin llegar al coste excesivo de las investigaciones puramente experimentales, surgen las investigaciones cuasi-experimentales. Los diseños cuasi-experimentales examinan las relaciones de causa y efecto entre las variables independientes y dependientes. Sin embargo, va a carecer de una de las características del diseño puramente experimental, la asignación aleatoria de los sujetos a los grupos. Aunque los diseños cuasi-experimentales son útiles para probar la efectividad de una intervención y se consideran más cercanos a entornos naturales, estos diseños de investigación están expuestos a un mayor número de amenazas a la validez interna y externa, lo que puede disminuir la confianza y la generalización de los hallazgos del estudio. Estas investigaciones suelen dividirse según dos tipos:

- El subconjunto más común de diseños de investigación cuasi-experimental son los diseños de grupo de control no equivalente. En una implementación de este diseño, los sujetos del grupo de control son intencionalmente emparejados por el investigador con los sujetos del grupo experimental en características que podrían estar asociadas con el resultado de interés. Este emparejamiento puede hacerse a nivel individual, resultando en un emparejamiento uno a uno de individuos en los dos grupos. Otro enfoque es el emparejamiento agregado, en el cual los investigadores seleccionan un grupo de control con la misma composición general de características relevantes (por ejemplo, la misma proporción de mujeres y la misma distribución de edades) que el grupo experimental. Estos enfoques se consideran cuasi-experimentales debido al hecho de que la asignación de los sujetos a los grupos es intencional y no aleatoria. En este tipo de diseños, se suele usar como grupo experimental y grupo de control, grupos ya preexistentes. Por ejemplo, se podría hacer una comparación entre estudiantes en

dos aulas, con el estímulo administrado en solo una de las aulas.

- El segundo tipo está formado por las investigaciones que utilizan diseños de datos de series temporales, en los que los investigadores observan a un grupo de sujetos repetidamente tanto antes como después de la administración del tratamiento. Esto puede hacerse en un entorno experimental controlado, pero este diseño también se presta bien a un entorno más natural en el cual se recopilan comúnmente datos sobre un grupo de sujetos y los investigadores están interesados en los efectos de algún tratamiento o intervención que no aplicaron experimentalmente. Por ejemplo, los investigadores podrían examinar las calificaciones anuales de los estudiantes en una escuela determinada durante varios años tanto antes como después de la implementación de una jornada escolar extendida; en esta situación, las calificaciones anuales representan los datos de series temporales y el cambio a una jornada escolar extendida es el tratamiento cuasi-experimental que ocurre de forma natural. Este enfoque es una mejora sobre el diseño de pretest postest único, que es incapaz de demostrar efectos a largo plazo. El diseño de datos de series temporales puede mejorarse aún más al incluir un grupo de control que también se examina a lo largo del tiempo pero que no experimenta el tratamiento. Dicho diseño se denomina diseño de series temporales múltiples.

Si bien los diseños cuasi-experimentales son a menudo más prácticos de implementar que los puramente experimentales, son más susceptibles a amenazas a la validez interna.

Conocidos los diferentes tipos de investigaciones experimentales, se está en disposición de definir la investigación pragmática de este trabajo. Se va a tratar de que sea un estudio fiable y válido, por tanto, la objetividad, el actuar sin prejuicios de forma independiente y neutral serán las reglas de actuación durante la investigación. Se van a recopilar datos, y se utilizará herramientas estadísticas para reflexionar y analizarlos. Se va a adaptar la realidad al estudio de dos variables concretas y se generalizará el resultado obtenido, teniendo en cuenta el Paso 8 del método Rayuela que se verá más adelante (confiabilidad y validez). El estudio va a consistir en buscar estudiar el impacto que una intervención basada en metodologías con gamificación tiene sobre la posible mejora del razonamiento matemático abstracto en alumnado de un aula de primero de Bachillerato.

Por esta búsqueda de rigor, el diseño no puede ser pre-experimental, pero se van a carecer de medios para realizar un muestreo aleatorio por lo que tampoco puede ser puramente experimental. Por todo ello, el diseño

elegido va a ser quasi-experimental. Se van a controlar únicamente dos variables, y se va a trabajar en un aula concreta, de un instituto de secundaria concreto, situado en un barrio con un nivel socioeconómico concreto. Para una mayor rigurosidad se podría realizar esta intervención de manera simultánea en varios institutos con realidades diferentes tratando de enriquecer el estudio con una mayor diversidad y heterogeneidad, pero esto excede las posibilidades de este trabajo si se quiere llevar a la práctica. En búsqueda de aumentar el rigor, lo que sí que se está en condiciones de hacer es fusionar los dos tipos de diseños cuasi-experimentales mencionados, es decir será una investigación con diseños de grupo de control no equivalentes pero también con diseños de datos de series temporales, y además se incluirá la última mejora de estos diseños por lo que se la podría denominar como investigación cuantitativa cuasi-experimental con diseños de grupo de control no equivalentes y diseños de series temporales múltiples.

A mayores, se puede identificar el diseño como explicativo y correlacional. Sería explicativo ya que se va a tratar de explicar cómo afecta la utilización de la gamificación al razonamiento matemático abstracto y, si hay relación entre ellos. (Fernández, Hernández y Baptista, 2006). También sería correlacional ya que se va a tratar de relacionar las variables gamificación y razonamiento matemático abstracto, del mismo modo que, por ejemplo, se podría atribuir la relación entre horas de estudio y resultado en un examen (Salkind, 1999).

Si sólo se tiene en cuenta el número de variables utilizadas en esta investigación, se va a tratar de un diseño univariado-univariado, donde la variable independiente será la utilización de la gamificación y la dependiente el razonamiento matemático abstracto.

Como ya se ha comentado, va a existir un grupo de control, que va a ser otra aula de primero de Bachillerato del mismo instituto y en el que el profesor imparte la misma materia del mismo modo que en el aula donde se va a realizar la intervención de la investigación, por lo que el día a día en ambas aulas será similar, con todos los matices que cada grupo y cada persona individual puedan aportar. La idea es que este grupo de control tenga unas características lo más cercanas posibles al grupo experimental, para que los resultados de esta investigación sean lo más rigurosos posibles. En este grupo de control, también se recogerán datos los mismos días que se recogen los datos en el grupo experimental, pero en el que no tendrá lugar la intervención en estudio.

Para finalizar con este paso, solo quedaría definir la notación que se va a utilizar a lo largo de esta investigación. Como se puede observar en la Figura 2 (Universidad de Valladolid, 2024), la investigación va a contar con un

grupo experimental (GE) y un grupo de control (GC). Sobré el primero se va a realizar una intervención con metodología gamificada (X). Para el control de la variable razonamiento matemático abstracto se van a hacer una serie de pretest (O_1, O_2, \dots, O_N) previos a la intervención y una serie de posttest ($O_{N+1}, O_{N+2}, \dots, O_{N+M}$), posteriores al comienzo de la intervención que como ya se ha comentado se denominan series temporales múltiples.

GE	$O_1 \cdot O_2 \dots O_N$	X	$O_{N+1} \cdot O_{N+2} \dots O_{N+M}$
GC	$O_1 \cdot O_2 \dots O_N$		$O_{N+1} \cdot O_{N+2} \dots O_{N+M}$

Figura 2

Presuponiendo una intervención durante todo un curso académico, la idea de la investigación sería realizar un test previo (pretest) a la intervención al grupo experimental y al grupo de control y realizar sesiones de gamificación semanales. Cada 4 semanas, se realizaría un nuevo test de control (a ambos grupos). Por tanto, se estima que habría alrededor de unos 10 controles a lo largo de la investigación. Hay que destacar que es muy importante realizar los test el mismo día a los 2 grupos, para que no influyan otras variables ajenas que no se quieren medir.

Paso 5: Preguntas de investigación.

El establecimiento del marco conceptual teórico de una investigación (Paso 3), junto con la definición de sus objetivos (Paso 2), la clarificación de las dimensiones epistemológica y ontológica aportadas por el investigador (Paso 1), y la selección de la tradición de investigación más adecuada al problema (Paso 4), facilitan una mejor formulación de las preguntas de investigación. Estas preguntas son esenciales para cualquier diseño de investigación, ya que determinan lo que se quiere aprender o entender al llevar a cabo el estudio. Tienen dos funciones fundamentales, ayudar a enfocar el estudio (relacionando las preguntas con los objetivos y el marco conceptual) y proporcionar una guía sobre cómo realizar el estudio adecuadamente (relacionándose con las técnicas de recolección de datos y la credibilidad del estudio).

Las preguntas de investigación deben estar vinculadas a los objetivos previamente establecidos y al propósito general del estudio. Además, deben formularse en función del diseño de investigación seleccionado previamente para estudios cuantitativos. En estos estudios, las preguntas de investigación están estrechamente relacionadas con la estructura del diseño utilizado. Por ejemplo, en los diseños cuantitativos explicativos, enfocados en la contrastación de hipótesis, las preguntas de investigación se estructuran de la siguiente manera (Echevarría, 2016): ¿Tiene X un impacto en Y?, ¿Existe una relación entre X e Y?, ¿Influyen W y Z en Y?, ¿Hay una interacción entre W y Z respecto a Y?, ¿Existe una correlación entre X e Y?

En términos generales, las preguntas de investigación, que determinan lo que específicamente se busca aprender o comprender a través del estudio, son el núcleo de un diseño de investigación. Estas preguntas están interrelacionadas con todos los demás elementos del diseño.

Las principales dificultades que pueden surgir al formular las preguntas de investigación son las siguientes:

- La confusión entre los temas de investigación, lo que se desea comprender mediante el estudio, y los objetivos prácticos, lo que se quiere lograr. Las preguntas de investigación deben estar claramente vinculadas a las preocupaciones prácticas del investigador, pero un estudio empírico generalmente no puede responder directamente a preguntas prácticas como "¿Cómo se puede mejorar una aplicación concreta?" o "¿Cuál es la mejor manera para aumentar el conocimiento del alumnado?"
- Otra dificultad surge en los estudios que utilizan entrevistas como principal método de recolección de datos, debido a la confusión entre las preguntas de investigación y las preguntas de las entrevistas. Las preguntas de investigación delimitan los temas que se quieren entender (objetivos intelectuales), mientras que las preguntas de las entrevistas están diseñadas para obtener los datos necesarios para comprender estos temas centrales.

Teniendo todo esto claro, esta investigación va a tratar de responder la siguiente pregunta:

¿Cómo afecta la utilización de metodologías basadas en la gamificación al razonamiento matemático abstracto en un aula de primero de bachillerato?

Una vez analizado de forma experimental, se estaría ante tres supuestos que se pueden concentrar en dos, surgiendo nuevas preguntas a responder.

- En el supuesto de que el uso de metodologías gamificadas ayuden al desarrollo del razonamiento matemático abstracto: ¿Esta mejora es significativa estadísticamente o prácticamente irrelevante? ¿Compensa la utilización de esta metodología en relación con el tiempo empleado tanto en el aula como en la preparación de las actividades?
- En el supuesto de que el uso de metodologías que utilizan la gamificación perjudique al desarrollo del razonamiento matemático abstracto, o al menos no influya ni positiva ni negativamente: ¿Se observan otros posibles beneficios del uso de metodologías gamificadas que se podrían estudiar en otra investigación?

En función de los resultados del experimento, se estará en posición de responder con cierto criterio algunas de estas preguntas planteadas.

Paso 6: Recogida de datos.

Los métodos de investigación cuantitativa permiten obtener datos de grupos grandes y representativos. La elección del método adecuado para un determinado objeto de estudio se realiza evaluando las ventajas y desventajas de cada procedimiento. Los métodos cuantitativos utilizados en la investigación pueden ser autoadministrados o administrados por una tercera persona o entidad que se presupone experta en la materia o en la realización de estas recogidas de datos. En cuanto a los primeros pueden ser de los siguientes tipos (Universidad de Valladolid, 2024):

- Cuestionarios o encuestas estandarizadas con preguntas cerradas y de opción múltiple (como cuestionarios en línea, o discusiones en grupo).
- Escalas de actitudes.

- Test de aptitud.
- Instrumentos proyectivos.
- Instrumentos sociométricos.
- Listas de autoverificación.

Los métodos administrados serían los siguientes:

- Escalas de valoración.
- Entrevistas.
- Test formales de difícil interpretación.
- Observación estandarizada de patrones de comportamiento.
- Tablas de escrutinio.
- Diagramas de flujo.
- Listas de rendimiento.

La ventaja de los primeros es que al ser autoadministrados siempre son más baratos. Además, no se requiere de un entrenamiento previo de los participantes ni del que ejecuta la prueba. Tampoco van a estar sujetos a sesgos indeseados de cómo se transmite la información o de la influencia que podría tener un entrevistador.

Pueden realizarse de forma no presencial mediante correo electrónico o postal o alojados en una página web, esto posibilita a que puedan ser respondidos en cualquier franja horaria independientemente de la disponibilidad del participante. Por último, pueden ser empleados para muestreos de población grandes y dispersamente ubicados.

Por el contrario, también tienen varios inconvenientes. Son respuestas cerradas que van a ser muy difícil de aclarar en caso de duda, y también son más sensibles a que haya preguntas sin responder.

Lógicamente y como contrapartida, los métodos administrados van a ser más caros al tener que contar con esa tercera persona o entidad, pero también esa tercera persona puede condicionar ciertas respuestas, reduciendo la validez interna de la prueba. Si además la prueba es realizada por un medio como podría ser el teléfono, no permitiría el uso de material adicional como imágenes. Por lo demás, todo son ventajas, ya que son pruebas mejor contextualizadas, que implican una interacción directa y generalmente son más motivantes.

Una vez expuestos los tipos de métodos de recogida de datos va a ser necesario definir un concepto a mayores, el concepto de constructo. Se entiende por constructo una idea abstracta, un aspecto latente o una abstracción mental que se va a querer medir pero que no es posible realizar una medición de este directamente o mediante una observación. Por tanto, las mediciones de los constructos se van a realizar de forma indirecta, a través de sus manifestaciones mediante el uso de indicadores. En las investigaciones cuantitativas, el papel de los indicadores va a ser jugado por las variables, que van a poder ser continuas o discretas.

Para el caso de esta investigación concreta, y en búsqueda del mayor rigor posible, se van a emplear test administrados ya que la medición de una característica tan abstrusa como puede ser el razonamiento matemático abstracto requiere de una formación y de una capacidad de interpretación de la que el investigador carece en estos momentos. Para eliminar el sesgo que se ha comentado que podrían tener debido a la interacción de una tercera persona, se ha optado por test cerrados que serán analizados por personas expertas. Las pruebas tienen que ser capaces de medir el constructo del razonamiento matemático abstracto, por ello se ha elegido realizar uno de los test más empleados para ello, el de las matrices progresivas de Raven. Como se ha adelantado, para un mayor rigor, fiabilidad y validez, se va a hacer uso del departamento de psicología del centro donde se va a realizar la intervención, para que sea su personal el encargado de realizar los test, y proporcionen los resultados obtenidos, identificando a cada alumno como un sujeto anónimo manteniendo la protección de datos y evitando posibles prejuicios o valoraciones individuales.

El test de matrices progresivas de Raven es una prueba psicométrica consistente en completar matrices de nueve elementos del que solo hay ocho disponibles escogiendo entre otras ocho opciones. Va a permitir medir la capacidad eductiva del participante (Spearman, 1927), midiendo así el razonamiento abstracto y la capacidad de resolver problemas complejos, o dicho de otra manera mire la capacidad del razonamiento abstracto (NeuronUP, 2024). La capacidad eductiva, implica dar sentido al desorden, buscar lo no evidente y descubrir nuevas percepciones. En esencia, se trata de analizar los patrones de las relaciones entre los estímulos, identificar los cambios o conexiones y seleccionar la respuesta correcta de las opciones dadas.

Los test de matrices progresivas de Raven están diseñados para medir el razonamiento abstracto y la capacidad de resolución de problemas, componentes esenciales de la inteligencia fluida. La inteligencia fluida se refiere a la capacidad de pensar de manera lógica y resolver problemas en situaciones nuevas e independientes del conocimiento adquirido. Este tipo de inteligencia está estrechamente relacionada con el razonamiento y la habilidad para identificar patrones y relaciones entre diferentes elementos (Raven, 2000).

Este instrumento de recogida de datos va a permitir medir los siguientes parámetros:

- **Razonamiento Abstracto:** Las matrices progresivas de Raven evalúan la capacidad de un individuo para entender y manejar conceptos abstractos sin depender de conocimientos previos. Los sujetos deben observar una serie de figuras y determinar la regla que gobierna la secuencia o el patrón. Este tipo de razonamiento es fundamental para la resolución de problemas y el pensamiento crítico.
- **Capacidad de Identificación de Patrones:** El test requiere que los individuos identifiquen relaciones y patrones entre los elementos visuales presentados. Esta habilidad es crucial no solo en las Matemáticas y las ciencias, sino también en la toma de decisiones y en la comprensión de sistemas complejos en la vida cotidiana.
- **Adaptabilidad Cognitiva:** El test también mide la flexibilidad mental y la capacidad para adaptarse a nuevas situaciones. Los problemas presentados en las matrices progresivas no siguen un único patrón simple, lo que obliga a los individuos a cambiar de estrategia y a pensar de manera creativa para encontrar la solución correcta.

- **Capacidad de Resolución de Problemas:** Los participantes deben resolver problemas mediante el análisis y la síntesis de la información visual presentada. Esto implica no solo identificar la regla o el patrón, sino también aplicar esta regla de manera correcta para completar la matriz.

El razonamiento, especialmente el razonamiento deductivo y el inductivo, es central al constructo que miden las matrices progresivas de Raven. El razonamiento deductivo implica llegar a una conclusión lógica basada en premisas generales, mientras que el razonamiento inductivo implica formar generalizaciones a partir de ejemplos específicos. Las matrices de Raven, al exigir que los individuos identifiquen y apliquen patrones, ejercitan ambas formas de razonamiento.

En resumen, las matrices progresivas de Raven son herramientas eficaces para medir el razonamiento abstracto, la capacidad de identificar patrones, la adaptabilidad cognitiva y la resolución de problemas. Estos aspectos son fundamentales para la inteligencia fluida, y su evaluación proporciona una comprensión integral de la capacidad cognitiva de una persona en situaciones nuevas y desafiantes.

Esta prueba ha tenido varios nombres y versiones a lo largo del tiempo. La primera versión, publicada en 1938, se conocía como Raven's Standard Progressive Matrices. Aunque la idea central se ha mantenido, las versiones han sido revisadas y adaptadas para diferentes poblaciones. La versión más reciente, llamada Raven's 2, fue publicada en 2019.

Las matrices progresivas de Raven fueron creadas para medir el "Factor G" de la inteligencia (Spearman, 1927 y Jensen, 1998), que se define como la capacidad para resolver problemas complejos mediante el razonamiento abstracto intelectual, sin interferencias del lenguaje y, por lo tanto, sin influencia del nivel educativo y cultural previo del individuo. El test se compone de una serie de formas geométricas universales y reconocibles, independientemente del nivel educativo. La instrucción verbal es simple y no requiere habilidades de escritura o habla para su correcta realización; el objetivo es completar la matriz presentada eligiendo uno de los patrones disponibles entre las respuestas. Las tareas se presentan con dificultad progresiva, permitiendo que la persona evaluada se familiarice con el método de resolución a medida que avanza.

Los test de matrices progresivas de Raven tienen tres escalas. La SPM y la CPM están dirigidas a alumnado de primaria. Se utilizará la escala APM que es la que está diseñada para adolescentes y adultos, constando de

una prueba de sesenta preguntas. Mediante las respuestas de esta prueba será posible medir la capacidad que presenta el participante para hacer frente a la resolución de problemas y al razonamiento abstracto. Se va a hacer desde una perspectiva analítica, perceptiva y abstracta, ya que la prueba no es una colección de problemas al uso.

Los resultados del test de Raven vienen identificados por un número entre cero y cien en función del cual existe una escala o grado (Trent & Fife, s.f.):

- Grado I o “intelectualmente superior”, puntuación centil de 95 o superior.
- Grado II o “por encima del promedio en capacidad intelectual”, puntuación centil entre 75-94.
- Grado III o “promedio en capacidad intelectual”, puntuación centil entre 25-74.
- Grado IV o “por debajo del promedio en capacidad intelectual”, puntuación centil entre 6-25.
- Grado V o “déficit intelectual”, puntuación centil igual o inferior de 5.

Para esta investigación concreta, será más relevante centrarse en el centil obtenido más que en el grado, ya que se está evaluando si el uso de metodologías basadas en la gamificación afecta al razonamiento matemático abstracto, pero no si es apropiado, por ejemplo, para pasar de un Grado III a un Grado II. Un ejemplo de una pregunta de este tipo de test es el que aparece en la Figura 3 de la siguiente página (Area44, 2018), en este caso la respuesta correcta sería la A (la tercera columna es igual a la primera columna menos la segunda).

La puntuación obtenida en el test de Raven no debe interpretarse como una medida del nivel total de inteligencia de una persona, ya que únicamente evalúa ciertos aspectos específicos del funcionamiento cognitivo. Estos aspectos están estrechamente relacionados con las funciones ejecutivas, como el razonamiento, la planificación, la flexibilidad cognitiva, la toma de decisiones y la capacidad de abstracción. Puede administrarse tanto individualmente como en grupo, lo que lo hace muy versátil. Es útil para evaluar la

capacidad educativa en diversos contextos, como investigaciones científicas, instituciones educativas y procesos de selección de personal.

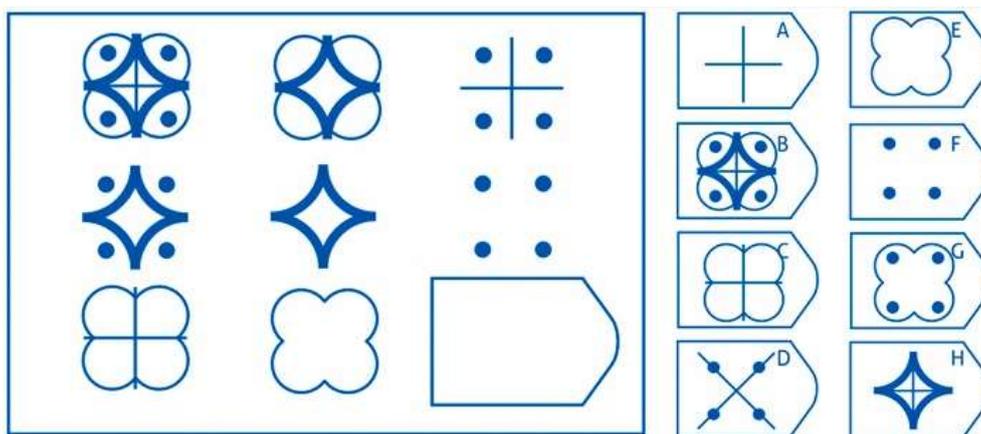


Figura 3

En resumen, los test empleados van a ser del tipo aptitudinal, orientados a obtener lo que los sujetos en estudio son capaces de hacer. Es decir, muestra las capacidades, sin requerir de conocimiento sobre conceptos matemáticos concretos, y elimina el sesgo del lenguaje. Por otro lado, será necesaria la participación de personal experto que proporcione y analice los test, ya que no todas las matrices tienen la misma puntuación ni la misma dificultad para encontrar la respuesta.

Lógicamente, en cada sesión de control, se utilizarán test similares, pero con preguntas y respuestas diferentes para no caer en el error de que una hipotética mejora sea debida al conocimiento previo de las respuestas y no al razonamiento abstracto para obtener la respuesta correcta.

Para terminar con este paso, quedaría pendiente indicar unas pinceladas sobre la validez y fiabilidad de esta recogida de datos. Un test se puede considerar válido si efectivamente es capaz de medir la característica que se pretende medir, además será fiable si es consistente, es decir que siempre va a ser capaz de obtener una medida estable y homogénea (deberá de dar el mismo resultado cuando es aplicado en más de una ocasión bajo las mismas circunstancias). Por tanto, estas dos características van a estar relacionadas con la precisión del instrumento de medida que se utilice en una investigación.

Paso 7: Análisis de datos.

A la hora de analizar los datos obtenidos en los test hay que tener en cuenta varios factores. Al tratarse de un estudio cuantitativo, lo primero que hay que aclarar es el número de variables implicadas en el estudio. Como ya se comentó anteriormente en el Paso 4, en este caso se va a tratar de un estudio univariable-univariable. Por tanto, se va a analizar la interdependencia y la dependencia de las dos variables.

Otro factor relevante, es el nivel de medición de las variables, es decir, su métrica. En el caso en estudio, el nivel de razonamiento matemático abstracto se va a comportar como variable continua, ya que podrá tomar cualquier valor mientras que la variable gamificación, será una variable discreta cuyo valor será el número de sesiones de gamificación efectuadas en el grupo experimental. Hay que destacar que para el grupo de control la variable gamificación también será el número de sesiones que ha tenido el grupo experimental.

Para analizar la relación entre dos variables cuantitativas, la técnica de análisis recomendada es el análisis de regresión lineal. Habría que evaluar el grado de correlación lineal entre las variables. Se va a expresar el razonamiento matemático abstracto, o sea la variable dependiente Y, en función de la gamificación, es decir la variable independiente o factor explicativo X. El vínculo que se establece es una relación funcional, y se expresa a través de la función lineal, es decir, mediante la ecuación de una recta (ecuación de regresión), donde 'a' va a ser el corte de la recta con el eje de ordenadas, y 'b' será la pendiente, también llamado coeficiente de regresión en este contexto (Dorado Díaz, s.f.).

$$Y = a + b \cdot X$$

La recta de regresión será la que mejor aproxime la nube de puntos obtenida para cada grupo, el experimental y el de control, es decir se obtendrá una recta de regresión lineal para cada uno de los dos grupos. Si el razonamiento abstracto va aumentando tras las sesiones con metodologías gamificadas, será una relación lineal directa, por el contrario, si el razonamiento abstracto disminuye tras estas sesiones, será una relación lineal inversa, si se obtiene una nube de puntos dispersa que no se puede representar por una recta, va a haber ausencia de relación lineal. En este último caso se dice que las variables X e Y son incorreladas, o lo que es lo mismo, que son independientes y una modificación de una de ellas no afecta directamente a la otra. Un ejemplo de

estas tres situaciones se puede observar en la Figura 4 (Dorado Díaz, s.f.).

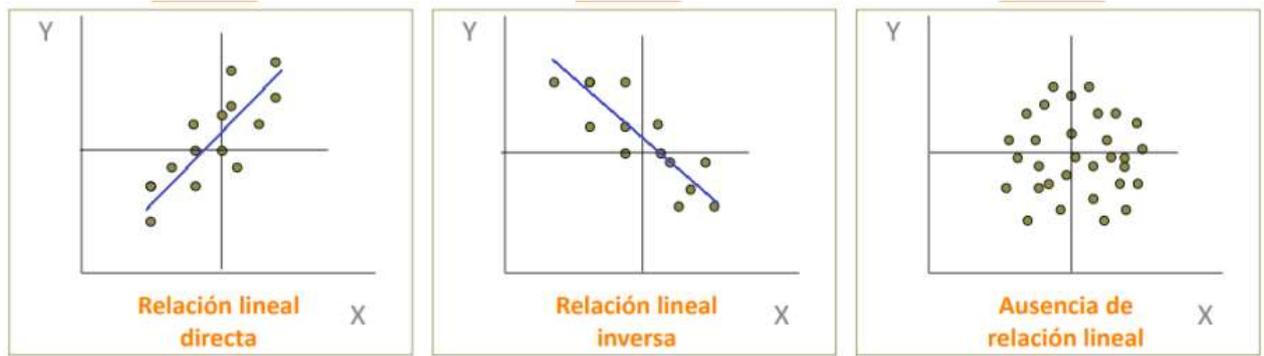


Figura 4

Otro apunte a tener en cuenta es la dispersión de la nube de puntos, esta dispersión la va a dar el coeficiente de correlación lineal de Pearson (r). Este coeficiente en valor absoluto tomará valores entre cero y uno, cuanto más cercano a uno sea, la relación será más lineal, y si es más cercano a cero se estaría en el último caso de la Figura 4. Se puede ver un ejemplo en la Figura 5 en función de varios valores de ' r ' (Dorado Díaz, s.f.).

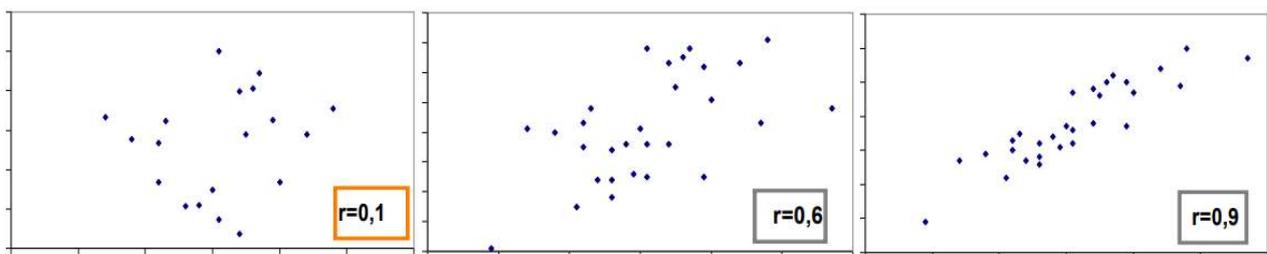


Figura 5

Por tanto, para esta investigación, el análisis se centrará en estudiar las pendientes de las rectas de regresión del grupo experimental y del grupo de control. Suponiendo pendientes positivas, la variación significativa estadísticamente, de la pendiente de la recta de regresión del grupo experimental con respecto a la pendiente de la recta de regresión del grupo control, indicará beneficio si esta variación es mayor que uno o el perjuicio si esta variación es menor que uno, en cuanto al razonamiento matemático abstracto, de utilizar metodologías

gamificadas. También se podría obtener una variación no significativa estadísticamente, lo que indicaría la irrelevancia de utilizar metodologías basadas en la gamificación para modificar el razonamiento matemático abstracto.

Paso 8: Confiabilidad y validez.

En la investigación educativa cuantitativa, usualmente se consideran dos dimensiones generales al evaluar un método de medición: la fiabilidad y la validez. Estos conceptos ya se han adelantado en el Paso 6 cuando se hablaba de la precisión del instrumento de medida, pero aquí se verán de forma más desarrollada.

Como ya se comentó, la fiabilidad se define como la consistencia de las mediciones. ¿Hasta qué punto el instrumento de medida producirá los mismos resultados bajo las mismas condiciones cada vez que se utilice? La fiabilidad contribuye a la confianza en los resultados porque es un testimonio de la metodología si los resultados son reproducibles. La fiabilidad a menudo se examina utilizando un método de prueba y re-prueba, donde las mediciones se toman dos veces en dos momentos diferentes. La fiabilidad es fundamental para poder reproducir los resultados; sin embargo, primero debe confirmarse la validez para asegurar que las mediciones sean precisas. Las mediciones consistentes solo serán útiles si son precisas y válidas.

El término validez se refiere a la solidez de las conclusiones que se extraen de los resultados. En otras palabras, ¿qué tan precisos son los resultados? ¿realmente miden lo que se pretendía medir? Hay varios tipos de validez que se examinan comúnmente y son los siguientes (Universidad de Valladolid, 2024):

- La validez de conclusión examina si existe o no una relación entre la variable y el resultado observado.
- La validez interna considera si esa relación puede ser de naturaleza causal.
- La validez de constructo se refiere a si la definición operacional de una variable realmente refleja el significado del concepto. En otras palabras, es un intento de generalizar el tratamiento y los resultados a un concepto más amplio.

- La validez externa es la capacidad de generalizar los resultados a otro entorno. Existen múltiples factores que pueden amenazar la validez en un estudio. Estos pueden dividirse en amenazas de grupo único, amenazas de múltiples grupos y amenazas de interacción social.

Como se ha adelantado en varios puntos, dentro de las posibilidades del diseño que se está planeando, el objetivo va a ser tratar que el estudio de esta investigación sea lo más riguroso posible. Por ello es necesario mostrar las posibles carencias o amenazas a las que se enfrenta este estudio.

Una de las principales amenazas sería que es importante que el investigador y el profesor que realice la intervención no sea la misma persona para evitar el posible sesgo que el investigador pueda tener esperando un resultado concreto de la investigación. Por ejemplo, el investigador puede estudiar la gamificación porque espera resultados positivos al creer en esa metodología e inconscientemente puede influir positivamente en el grupo experimental y negativamente en el de control para obtener los resultados esperados. Ello fomenta la validez interna tratando que la variable dependiente sea modificada exclusivamente por la variable independiente y no por una variable extraña externa al estudio.

Unido a lo anterior, lo que también sería importante es que el profesor sea el mismo en el grupo experimental y en el grupo de control, para poder presuponer que todas las variables que no están en estudio interfieren lo menos posible en el propio estudio. De esta manera se conseguirá controlar las variables extrañas ajenas a este estudio (ambientales, conexas, relacionadas con el investigador, relacionadas con los participantes y temporales).

Por el mismo motivo, también es importante que el nivel y la materia sean los mismos en el grupo experimental y en el grupo de control. En este caso ambos grupos pertenecen a primero de Bachillerato y la materia es la misma, Matemáticas. Por ejemplo, no es ideal que un grupo curse Matemáticas de Ciencias y otro de Ciencias Sociales, ya que, aunque la materia se llama igual el contenido no es el mismo. También se fomentará la validez interna de este modo.

Para un mayor rigor se podría realizar el estudio en varios institutos simultáneamente, para que las muestras sean más heterogéneas y evitar el sesgo de una realidad socioeconómica concreta, aunque dispararía los costes de la investigación.

Habría que estudiar la fiabilidad y validez del instrumento utilizado para la recogida de datos, es decir de los test empleados. Una de las razones de utilizar un test contrastado y administrado por personal externo que se presupone experto es precisamente asegurar este punto. Por ello se ha optado por utilizar los test de matrices progresivas de Raven, y que sus resultados sean analizados por el personal de Psicología del instituto en vez de crear un test propio.

Otra amenaza sería el tiempo empleado con el grupo de control mientras se realizan actividades con gamificación en el grupo experimental. Se presupone que durante ese tiempo el grupo de control afianzará sus conocimientos mediante ejercicios y problemas tradicionales, lo cual como es lógico, también influirá de alguna manera en la modificación del razonamiento matemático abstracto.

Para controlar la mortalidad experimental, al haber varios puntos de control, si un sujeto no puede participar en uno concreto, o lo hace mermado (por ejemplo, por tener el brazo con el que escribe escayolado), simplemente no se contará ese punto de control para ese sujeto. Como el objetivo involucra a un aula concreto, no es tan importante el peso de un único sujeto.

Con respecto a la validez general, es esperable que el resultado sea extrapolable a otros niveles (no solo a primero de Bachillerato) y a otros contextos socioeconómicos y socioculturales, pero por contar con mayor rigor, y aunque se tendrá en cuenta esta apreciación, los resultados obtenidos se estudiarán teniendo en cuenta el contexto y el nivel educativo de la muestra (Pereda, 1987).

Paso 9: Principios éticos.

El término "ética" deriva de la palabra griega "ethos" que significa carácter. Abordar la dimensión ética en una investigación requiere hacerse varias preguntas importantes (Universidad de Valladolid, 2024):

- ¿Qué principios morales guían la investigación?
- ¿Cómo influyen las cuestiones éticas en la selección del problema de investigación?

- ¿De qué manera afectan las cuestiones éticas a la realización de la investigación: el diseño del estudio, el procedimiento de muestreo, etc.?
- ¿Qué responsabilidad tiene el investigador hacia los sujetos de investigación? Por ejemplo, ¿se tiene su consentimiento informado para participar en el proyecto?
- ¿Qué dilemas o problemas éticos pueden surgir al decidir qué resultados de la investigación publicar?
- ¿La investigación beneficiará directamente a aquellos que participaron en el estudio?

Según (Litchman, 2011), los principios principales asociados con la conducta ética son:

No hacer daño:

Es la piedra angular de la conducta ética. Los participantes en un estudio de investigación deben tener una expectativa razonable de que no estarán involucrados en ninguna situación que pueda causarles daño. A menudo se aplica a estudios que involucran medicamentos o tratamientos que podrían ser perjudiciales para los participantes. Es mejor evitar cualquier cosa que pueda dañar a los participantes en un estudio. Si se comienza un estudio y se descubres que alguno de los participantes parece tener reacciones adversas, es mejor discontinuar el estudio, incluso si eso significa abandonar la investigación.

Privacidad y anonimato:

Cualquier individuo que participe en un estudio de investigación debe tener una expectativa razonable de que se garantizará su privacidad. Por lo tanto, no se debe revelar información identificativa sobre el individuo en comunicaciones escritas u otras. Para ello hay que eliminar la información identificativa de los registros. En el caso de que sea necesario publicar los nombres de los participantes o información personal o de la organización a la que pertenezcan, hay que buscar el permiso explícito. Por ello hay que evitar publicar citas textuales largas, especialmente si son perjudiciales para la organización o para las personas que pertenezcan a

ella, ya que a menudo se pueden localizar en Internet y rastrear al autor.

Confidencialidad:

Los individuos que participen en un estudio de investigación tienen una expectativa razonable de que la información proporcionada al investigador será tratada de manera confidencial. Es responsabilidad del investigador que ésta se mantenga confidencial, en especial si la información proviene de menores o de personas que puedan estar en una situación de vulnerabilidad.

Consentimiento informado:

Los participantes en un estudio de investigación esperan ser suficientemente informados sobre la naturaleza del estudio y podrán elegir si desean o no participar. También tienen la expectativa razonable de que no serán coaccionados para participar. Por tanto, va a ser responsabilidad del investigador trasladar esta información a los participantes. Es cierto que no siempre va a ser posible describir y predecir la dirección que podría tomar un estudio, pero siempre se puede dar algo de información a los participantes. Si los participantes deciden retirarse del estudio, no deben sentirse penalizados por hacerlo.

Relación y amistad:

Una vez que los participantes aceptan ser parte de un estudio, el investigador desarrolla una relación para obtener información de ellos. Los investigadores deben asegurarse de proporcionar un entorno de confianza. Al mismo tiempo, deben ser sensibles al poder que tienen sobre los participantes. Los investigadores deben evitar crear una situación en la que los participantes piensen que son amigos del investigador.

Intrusividad:

Los individuos que participan en un estudio de investigación tienen una expectativa razonable de que la conducta del investigador no será excesivamente intrusiva. La intrusividad puede significar invadir su tiempo, su espacio y su vida personal. Al diseñar un estudio de investigación, se debe poder estimar razonablemente

la cantidad de tiempo que tomará la participación. Siempre habrá que tratar con los participantes con precaución.

Conducta inapropiada:

Los participantes en un estudio de investigación tienen la expectativa de que el investigador no se comportará de manera personal o sexual. Hay que tener cuidado de que los investigadores no se acerquen demasiado a los participantes difuminando los límites entre ellos mismos y los demás. Por ello siempre que se detecte incomodidad por parte del participante o que el investigador sienta que quizás se está acercando demasiado, el investigador debe alejarse recordando que es un investigador y está obligado a tratar a aquellos que estudia con respeto.

Interpretación de datos:

Se espera que un investigador analice los datos de manera que evite declaraciones erróneas, interpretaciones incorrectas o análisis fraudulentos. Los otros principios mentados involucran la interacción del investigador con los participantes en el estudio. Sin embargo, este principio representa algo diferente. Insta a usar los datos para representar de manera justa lo que se ha estudiado.

Propiedad de datos y recompensas:

El investigador suele ser el dueño del trabajo generado. Algunos investigadores eligen archivar datos y ponerlos a disposición a través de bancos de datos. Se han planteado preguntas sobre quién posee realmente esos datos. Algunos han cuestionado si los participantes debieran compartir las recompensas financieras de la publicación con el investigador. Varios etnógrafos han compartido una parte de sus ganancias con los participantes. Por otro lado, la mayoría de los investigadores no se suele beneficiar económicamente de sus investigaciones, pero si se diera el caso parece ético compartir parte de las ganancias con el resto de los miembros que han participado en el estudio.

Una vez vistos los principios éticos, se puede pasar a ver como se integrarían en la investigación concreta que

se está tratando. Al no tener que realizar el investigador ningún contacto con el alumnado, ya que las pruebas serán realizadas por el personal de psicología del instituto, y la gamificación será utilizada por un docente, se evitan todos los posibles conflictos de relación y de trato entre investigador y los participantes.

Al ser un estudio en el que la mayoría del alumnado serán menores de edad al estar en primero de Bachillerato, previamente al estudio, se informará a las familias del alumnado de la investigación que se va a realizar. Se les explicará que la gamificación es una metodología como muchas otras utilizada para transmitir conocimiento y sobre todo para afianzar el mismo, y que se quiere estudiar si además es capaz de aumentar el razonamiento matemático abstracto.

Va a tratarse de un estudio anónimo. La protección de datos de los participantes será la norma, una vez obtenidos los datos se etiquetará a cada participante con un identificador. El propio departamento de psicología proporcionará al investigador los datos ya codificados con el identificador del sujeto, sin ningún dato personal del mismo.

El empleo de la gamificación es un recurso útil para la formación del alumnado. Por lo que de por sí, se presupone un beneficio formativo y por tanto no hay daño para el participante. Se está estudiando si además es beneficioso para aumentar el razonamiento abstracto. Independientemente del resultado del estudio el alumno no se verá afectado en cuanto a pérdida de tiempo dedicado a su formación. Por otro lado, el grupo de control realizará ejercicios y problemas en contrapartida con las actividades basadas en gamificación que realizará el grupo experimental, por lo que tampoco repercutirá negativamente en su formación. Suponiendo que el resultado indique una mejora significativa estadísticamente del razonamiento abstracto, se debería realizar otro estudio el curso siguiente contando con los mismos grupos, pero intercambiando los roles de grupo experimental y de grupo de control. De esta manera se evitaría el posible daño sufrido por el grupo de control al no verse beneficiado de la ventaja obtenida por el grupo experimental el año anterior. Por otro lado, se conseguiría un nuevo estudio para segundo de Bachillerato.

De nuevo, para garantizar un mayor rigor, y como ya se ha comentado a lo largo de este trabajo, el investigador será honesto y no tergiversará los datos para lograr un resultado concreto. Aunque se ha matizado que se piensa que sería posible, no se generalizarán los resultados obtenidos y se le otorgará validez para contextos similares al de trabajo, es decir únicamente para estudiantes de primero de Bachillerato de nivel socioeconómico y sociocultural del entorno del instituto en el que habrá tenido lugar la intervención.

Se ha tratado de identificar los posibles riesgos para minimizar su efecto en esta investigación. Se pretende que la comunidad educativa obtenga beneficios del estudio, ya que en función de su resultado se forzará o no a una mayor presencia de la gamificación en las aulas cuando se pretenda mejorar el razonamiento abstracto del alumnado. No se espera un beneficio económico con esta investigación por lo que tampoco habría que preocuparse en cómo repartirlo.

Representación gráfica del proyecto de investigación propuesto.

En la Figura 6 de la página siguiente se muestra un gráfico con el resumen de la propuesta de investigación vista en este capítulo.

En el centro en azul se observa que se está estudiando el razonamiento abstracto en función de la utilización de metodologías basadas en la gamificación.

En el pentágono de encima del pentágono azul, se plantea la hipótesis de si efectivamente la gamificación ayuda a mejorar el razonamiento abstracto y se plantea su influencia para alumnado de primero de Bachillerato.

A la izquierda se puede ver que el método de recogida de datos será a través de test de matrices progresivas de Raven.

En el pentágono de la derecha se observa que el proceso será soportado por el personal docente del centro, haciendo hincapié en que éste será el mismo para el grupo experimental y para el grupo de control.

En el pentágono inferior izquierdo se puede observar como el tipo de la investigación es cuasi-experimental, con dos grupos participando (un grupo experimental y un grupo de control). Además, muestra que es una investigación univariable-univariable con el razonamiento abstracto como variable continua y la gamificación como variable discreta. La correlación entre las variables va a ser mediante regresión lineal.

Para concluir, en el pentágono inferior derecho, se indica que se controlará el avance con test cada cuatro semanas en los dos grupos mencionados. También se indica que el contexto de trabajo es muy concreto y que las muestras de la investigación será tanto el aula de control como el aula donde se va a realizar la intervención.

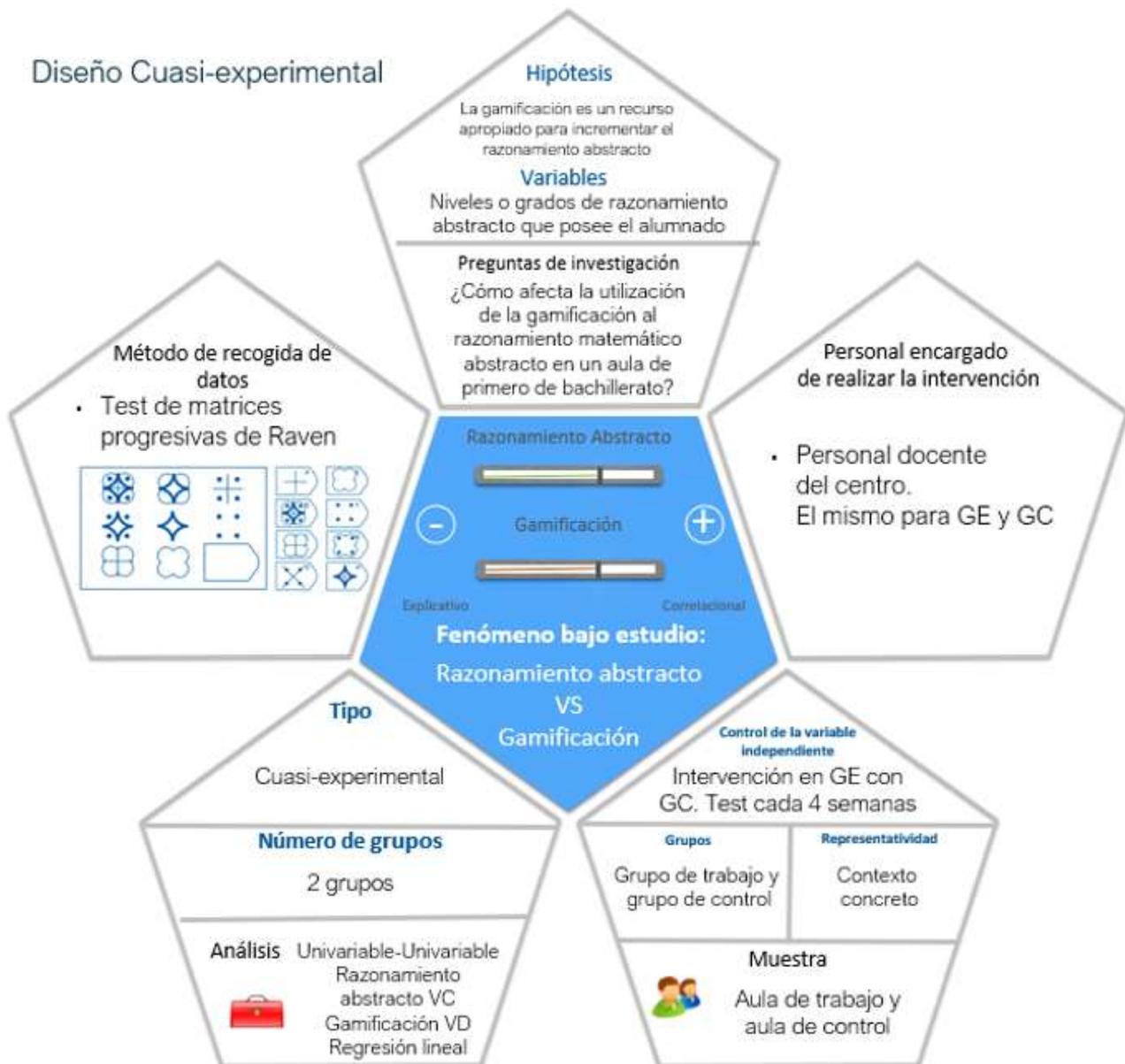


Figura 6

Capítulo 3. Implementación de la investigación.

El siguiente capítulo va a consistir en tratar de llevar a la práctica la investigación propuesta durante el capítulo anterior. Muchos aspectos ya mencionados tendrán que ser modificados y adaptados al entorno real donde se ha llevado a cabo la investigación.

El aspecto más evidente va a ser en cuanto a la duración de la investigación. Se había planteado una intervención de un curso de duración, que tendrá que ser readaptado al periodo de duración de las prácticas de algo menos de ocho semanas, pero es que además este periodo tampoco es real porque la primera de las fases de las prácticas es de observación, y esta labor de investigación sólo se ha podido llevar a cabo durante el periodo de intervención algo mayor de cinco semanas. Es decir, en primera instancia y teniendo esta imposición temporal se tendrá que readaptar la investigación propuesta de un curso de nueve meses, a un periodo poco mayor de un mes. Pero hubo más problemas, la realidad del curso en marcha exigió que entre el temario en curso y la semana de evaluación, en la que paran las clases en Bachillerato tres días para dedicarlos exclusivamente a la realización de exámenes, se redujera la intervención real programada por el profesor en prácticas a tres semanas, el resto del periodo de intervención se realizó con la metodología y la planificación del profesor titular.

En las premisas de la investigación propuesta, se mencionaba lo necesario de solicitar la colaboración del departamento de Psicología para que desde él, se encargaran de realizar la recogida de datos a partir de un test de matrices progresivas de Raven. En un primer momento, el departamento de Psicología mostró su disposición de ayuda, pero a la hora de llevar a cabo la recogida de datos informaron de que no tenían los recursos necesarios para realizar esta prueba a dos grupos diferentes y mucho menos realizarla al menos dos veces (una previa a la intervención y otra posterior a la misma), ya que el periodo de tiempo para ellos era demasiado corto, y tampoco sabían si iban a ser capaces de tener al menos dos test de matrices progresivas de Raven diferentes. Por lo tanto, hubo que descartar este método de recogida de datos y optar por otros test que finalmente tuvo que preparar el profesor en prácticas.

Cómo es evidente, la modificación temporal, supone una pérdida de rigor con respecto a lo propuesto teóricamente, ya que el periodo de actuación real es demasiado corto. Con respecto a lo sucedido con el departamento de Psicología, este imprevisto afectó a las características del instrumento de recogida de datos de la investigación, reduciendo drásticamente la validez y la fiabilidad, que un método contrastado y realizado por expertos aporta. Se va a tratar que el método alternativo utilizado tenga unos mínimos de validez y fiabilidad, pero por mucho que se intente lógicamente jamás se acercarán a los del método propuesto teóricamente. Pero es que estas dos modificaciones, suponen más cambios en la investigación propuesta, en concreto en todo lo referente a la ética. En este caso, el investigador siempre iba a ser el profesor en prácticas encargado de realizar la intervención, por lo que habría que añadir esta amenaza. Además, tampoco se pudo avisar a los padres, ya que desde el centro donde se realizó la intervención indicaron que no se veía necesario un aviso de ese tipo por un simple cambio de metodología en unas actividades concretas. Como última amenaza, que ahora habrá que tener en cuenta, sería la interrelación del investigador con los participantes. El resto de los factores no comentados permanecerían del mismo tipo que lo programado teóricamente.

Teniendo en cuenta todas estas modificaciones sobre lo ideado teóricamente, se está en condiciones de empezar a analizar la intervención. En el siguiente apartado se comenzará por explicar el contexto en el que tuvo lugar la investigación.

Descripción y análisis del contexto de desarrollo de la investigación.

La intervención se va a realizar en el Instituto Politécnico Cristo Rey (Cristo Rey VA, s.f.). Dicho centro se encuentra ubicado en la Av. de Gijón, 17, entre los barrios de Huerta del Rey y Girón en la zona oeste de Valladolid, es un centro educativo concertado perteneciente a la Compañía de Jesús. Su horario, sin contar extraescolares, es de mañana (8:00 a 13:50), aunque hasta hace unos pocos años también había grupos con horario de tarde, abarcando todos los niveles educativos desde Infantil hasta Formación Profesional y Bachillerato. Acumula una trayectoria educativa de ochenta y cuatro años, siendo uno de los institutos con mayor matrícula en la provincia (1600 alumnos), ofreciendo todos los niveles educativos no universitarios, todos ellos en régimen concertado.

El proyecto educativo del centro refleja un compromiso con la formación integral de los estudiantes, basado en valores cristianos e ignacianos y en la atención personalizada, pero sin enfatizar excesivamente la religión. Optan por un estilo y acción tutorial que ayude a los alumnos en su proceso de madurez personal a través de la atención personal, especialmente a los menos dotados, mediante la aceptación de su persona y situación o contexto familiar, social, cultural, etc. Por tanto, se puede resumir que el centro busca educar para la madurez personal y social, a nivel psicomotriz, tendencial-volitivo, afectivo, y cognitivo. También busca educar a nivel de compromiso con la justicia y la paz, a nivel de participación y convivencia ciudadana, y de compromiso cristiano. Todo ello tanto a nivel particular con el alumno, como a nivel colectivo con su familia y entorno.

Se observa un ambiente de respeto y educación hacia los profesores, especialmente en los niveles más avanzados. La disciplina se encuentra arraigada, aunque existen grupos con comportamientos excepcionales que a veces provocan situaciones de conflicto.

Han llevado a la práctica lo que llaman un “sistema de entorno seguro” con un protocolo prefijado para tratar de evitar posibles problemas de abusos sexuales y acoso. Nos formaron al personal en prácticas sobre este protocolo el cual constaba de tres fases, sensibilización, intervención y prevención. Una de las medidas que más llama la atención es que han cambiado todas las puertas de las aulas y los despachos para que tengan una cristalera y siempre se pueda ver quien está dentro. Salvo casos excepcionales no está permitida la reunión entre un adulto y un menor sin la presencia de un testigo. Para asuntos personales debe de haber siempre una tercera persona que pueda observar lo que ocurre en el interior del aula o del despacho, aunque la puerta este cerrada por confidencialidad. Esto puede ser relevante para la investigación en cuanto a lo concerniente al apartado de la ética.

El Instituto Politécnico Cristo Rey acoge a estudiantes de diversos perfiles. A pesar de ser un centro concertado, resulta accesible para familias con recursos limitados, operando de manera similar a un instituto público. De hecho, más del cincuenta por ciento de los alumnos no contribuyen con una cuota voluntaria, que rara vez supera los cincuenta euros mensuales en promedio. En cada aula se dispone de libros de cursos anteriores para aquellos alumnos que deseen utilizarlos, ofreciendo tanto versiones digitales como impresas para su adquisición, normalmente la combinación de ambas opciones es por lo que se inclina la mayoría de los estudiantes.

Cuenta con varios edificios y patios para separar al alumnado según su curso. La separación de los alumnos por edad, área de estudio y nivel académico ayuda a prevenir conflictos y fomenta la interacción en entornos más

igualitarios.

En cuanto a las aulas donde tendrá lugar la investigación, lo primero que destaca es el paso del tiempo que ha resistido el mobiliario. Las mesas y sillas de acero y madera, con su diseño cuadrado y ergonomía característica de los años ochenta, muestran las huellas de innumerables alumnos y horas de actividad. Los suelos de cerámica, de tono teja y con una sensación fría, evocan las construcciones tradicionales de los pueblos castellanos, eso sí con unas marcas y desgastes propios del paso del tiempo. Las ventanas, con cristal sencillo y marcos de hierro con varias capas de pintura, evidencian las limitaciones presupuestarias del instituto, a pesar de ser de financiación concertada. Las pizarras son más modernas, son de color blanco, se utilizan con rotuladores de colores que los docentes rellenan con tinteros almacenados en conserjería. Además, todas las aulas cuentan con un proyector que se utiliza sobre la mitad de la pizarra blanca. El proyector cuenta con una conexión a la mesa del docente en la que se puede conectar un dispositivo propiedad del profesor (no lo proporciona el centro), que mediante un acceso Wifi común puede utilizar como apoyo. Las aulas cuentan con una capacidad cercana a los treinta alumnos, están prácticamente al máximo de su capacidad y alguna de ellas no dispone de mesas y/o sillas libres.

En cuanto al alumnado de primero de Bachillerato, los estudiantes muestran un buen nivel en educación, y por lo visto también en conocimientos, aunque de vez en cuando se pueden detectar algunos errores graves en alumnos claramente por encima de la media. Todo ello contribuye a un clima generalmente positivo en el aula. Sin embargo y siempre generalizando, se observa una falta de hábito de estudio en general, con pocos alumnos dedicando tiempo al trabajo en casa, copiando deberes de otras asignaturas en los descansos entre clases. También se destacan algunos casos aislados en cada clase, donde unos pocos alumnos demuestran un compromiso constante con las asignaturas y realizan trabajo adicional en casa, lo que se refleja en sus expedientes académicos de manera previsible.

En cuanto a la convivencia, en general es positiva y no se observan casos de acoso o bullying. Hay multitud de alumnado con aspecto latino y oriental, pero no se detecta indicios de racismo y este alumnado en particular, se muestra bastante integrado con el resto de sus compañeros. La mayoría de los alumnos permanecen sentados en todo momento, sin papeles dispersos por el suelo o volando por el aire. Colocaban sus mochilas junto a las patas de las mesas y los abrigos en las perchas designadas.

En general, los estudiantes prestaban bastante atención a todos los profesores, hablando poco entre ellos

durante las clases. No existía una norma estricta sobre la disposición de los alumnos en el aula, aunque lo más común era que las mesas estuvieran separadas entre sí o colocadas por parejas, queda a criterio del tutor de cada grupo. En resumen, se nota una relación bastante positiva entre profesores y alumnos. Los docentes conocen a cada alumno por su nombre y entendían sus peculiaridades, lo que les permite abordar tanto las necesidades individuales como grupales de manera efectiva. A la hora de la participación del alumno en clase, son en general muy participativos, aunque es cierto que la mayoría de las veces preguntan siempre los mismos alumnos

En resumidas cuentas, el lugar donde tuvo lugar la intervención, a pesar de ser un centro concertado, cuenta con un alumnado de familias de clase media-baja, cuenta con unas instalaciones funcionales pero bastantes desgastadas, en la que la nota de modernidad la ponen los proyectores. El alumnado del centro y en particular el de primero de Bachillerato que es el que va a participar en la investigación, es muy heterogéneo, mezclando varias razas, pero sin que se detecte problemas por ello. Es un alumnado respetuoso con la figura de autoridad del profesor y predispuesto al trabajo en el aula, aunque no tanto en casa.

El siguiente paso es identificar un poco más a fondo al alumnado que va a formar parte del grupo experimental y al alumnado que va a formar parte del grupo de control. Hay que destacar que en principio los grupos iban a intercambiar los roles para que el grupo experimental fuera en el que el tutor del profesor en prácticas fuese también el tutor del grupo, pero por situaciones imprevistas, y por cuadrar mejor las sesiones justo se decidió intercambiarlos antes de empezar con la intervención, pero después de haber realizado un pretest.

Grupo experimental

Va a ser el grupo de primero de Bachillerato opción Ciencias. Este Bachillerato es el que suele elegir la gente más brillante en este instituto. Cuenta con veintinueve alumnos, donde las alumnas son mayoría habiendo únicamente siete chicos. Esto es relevante ya que, a estas edades, las chicas suelen tener un mejor comportamiento en el aula y además suelen ser más responsables ya que su maduración es más temprana con respecto a la de los chicos. Es un grupo fácil de llevar con buenas notas generalizadas. Es un grupo heterogéneo con dos alumnas de origen oriental y una alumna de origen africano perfectamente integradas y sin problema con el idioma. No hay ningún alumno que requiera una atención referente a necesidades educativas especiales.

Grupo de control

Va a ser el grupo de primero de Bachillerato opción Tecnología. Este Bachillerato es el que suele elegir el alumnado que quiere cursar una ingeniería o algo relacionado con la informática. Hay más variación en cuanto a resultados académicos que el primer grupo. Cuenta con veintitrés alumnos, donde los alumnos masculinos son mayoría habiendo únicamente cuatro alumnas. Esto vuelve a ser relevante, por lo comentado en el otro grupo, y se observa un peor comportamiento de la clase, aunque el ambiente no llega a ser malo para la docencia. También es un grupo heterogéneo con cuatro alumnos de origen latinoamericano perfectamente integrados. Tampoco hay ningún alumno que requiera una atención referente a necesidades educativas especiales.

Descripción de la recogida de datos de la investigación.

Retomando lo visto en el capítulo anterior, y lo comentado al principio de este capítulo, se puede retomar la investigación teórica, llegando al paso que hay que modificar casi por completo, el Paso 6. Es cierto que también hay modificaciones en cuanto a rigor, validez, confiabilidad y ética, pero ya se ha explicado que se seguirá con la investigación teniendo en cuenta que no se van a obtener unos resultados tan buenos en estos aspectos como se hubiera querido en un primer momento, pero se intentará que sean los mejores posibles entendiendo las limitaciones.

Vista la imposibilidad de utilizar las matrices progresivas de Raven como instrumento de recogida de datos se ha tenido que buscar un método alternativo que cumpla esta función. Como ya se ha comentado, el método seleccionado para remplazarlo fue la realización de unos test creados por el profesor en prácticas. Finalmente se optó por realizar únicamente un pretest y un postest. Se diseñaron a base de ejercicios de razonamiento matemático incluyendo varios de razonamiento abstracto tratando que la dificultad de ambos test y el tipo de preguntas de cada tipo en cada uno de ellos fuera lo más parecido posible. Hay que destacar como amenaza que este reparto y selección de ejercicios fue a criterio del propio investigador, que incluso queriéndolo hacer de la manera más honesta posible, es probable que no se consiguiera que los test tengan una dificultad idéntica, y que finalmente sirvan para medir lo que realmente se quiere medir. Hay que tener en cuenta que fue una solución de contingencia llevada a cabo por una persona no experta en la materia, aun así, se piensa que los test propuestos cuentan con la mínima validez y fiabilidad que requiere esta investigación.

El pretest de cincuenta y dos preguntas, que pueden verse en el Anexo I, fue ejecutado en el grupo de control y en el grupo experimental el mismo día, durante una sesión de la materia de Matemáticas de cada grupo, para su realización, no se les permitió el uso de calculadora ni de ningún otro recurso digital, y disponían de treinta minutos para realizarlo. En ambos grupos se explicó, que los test estaban diseñados para que no diera tiempo a realizarlos enteros y que ellos mismos deberían buscar la mejor estrategia para lograr el mejor resultado.

Como apunte hay que notar diversas estrategias. Hay alumnos que optaron por contestar el mayor número de preguntas, reservando los últimos minutos para contestar al azar para completar el test. Otros optaron por responder coherentemente el mayor número de preguntas. Otros optaron por no contestarlas en orden buscando las preguntas más fáciles. De hecho, aunque el nivel de dificultad del pretest y del postest se estima similar, las cincuenta y dos preguntas de cada uno de ellos son dispares tanto en dificultad como en tiempo dedicado para resolverlas, como ejemplo se pueden observar dos preguntas del pretest:

Una bicicleta avanza 144 metros en un minuto, a velocidad constante. ¿Qué distancia recorrerá en 5 horas y media?

- A) 47,520 metros B) 45,720 metros C) 43,200 metros D) 475,200 metros

En el numeral 21859, el valor posicional de las centenas corresponde al:

- A) 2 B) 1 C) 8 D) 5 E) 9

Evidentemente, es mucho más fácil de responder la segunda pregunta y lleva muchísimo menos tiempo hacerlo. Esta planificación fue ideada a propósito precisamente para obligar al alumno a razonar la mejor estrategia para resolver el test, ya de por sí mostrando o no capacidad de razonamiento.

Una vez realizado los pretest, se está en disposición de empezar a realizar la intervención. Para ello se ha diseñado una situación de aprendizaje, para la enseñanza de los límites de funciones adaptado al nivel de primero de Bachillerato. Teniendo en cuenta la investigación, se han introducido dos actividades concretas en las que se utiliza gamificación. Dicha situación de aprendizaje está disponible en el Anexo II.

Hay que realizar varias matizaciones con respecto a esa situación de aprendizaje. El diseño del Anexo II, es el diseño que se implementó en el grupo experimental. Sin embargo, para el grupo de control hubo que hacer algunas adaptaciones, ya que tiene que ser un grupo en el que no se puede utilizar la gamificación. Por ello, se readaptó la Tarea 2, eliminando la realización del Kahoot (Kahoot, s.f.) allí propuesto y utilizando toda la sesión para resolver dudas y avanzar con más ejercicios. Hay que ser conscientes de que aquí se cayó en el error de provocar un posible daño al grupo de control, ya que esta actividad podía repercutir en tener una puntuación adicional en el examen del último día de la situación de aprendizaje. Como aspecto a mejorar se debería de haber buscado otra actividad que también posibilitara a tener esa puntuación extra.

Lo segundo que habría que matizar para el grupo de control, es que hubo un intercambio entre la Tarea 3 y la Tarea 4, es decir, se realizó primeramente el examen y posteriormente el Break Out. Entre medias de estas dos sesiones hubo otra sesión intermedia en la que se realizó el posttest que se incluye en el Anexo V y se corrigió el examen. Se realizó de este modo porque no se quería privar al alumnado del beneficio en sí mismo de la actividad viendo que había dado buenos resultados en el grupo experimental. Además, esta actividad también otorgaba la posibilidad de obtener una puntuación extra en el examen que ya se había realizado. Precisamente, se detectó que los alumnos que podían dudar si habían realizado un buen examen se implicaron mucho más en esta tarea. Todo esto se hizo tratando de ser honestos, lo más equitativo posible con los dos grupos, y que ninguno de los dos grupos se viera dañado en comparación con el otro grupo.

En realidad, la única diferencia es que un grupo realizó un Kahoot y otro tuvo más tiempo para dudas y ejercicios, y que un grupo realizó el Break Out una sesión antes del examen, y el otro dos sesiones después. Como se está tratando de explicar, realizar esta actividad antes o después de un examen tiene sus ventajas y desventajas para ambos casos. El grupo experimental tuvo la ocasión de que la actividad les sirviera para ver que conceptos necesitaban repasar y cuáles dominaban, pero no pudieron resolver dudas previas al examen, ya que era una actividad cerrada y temporizada, además, y aunque estaban motivados, no había alumnos con todavía más motivación tras el examen temiendo que necesitarían esa puntuación extra. Como apunte, el profesor en prácticas se ofreció a quedarse en el recreo en aula resolviendo dudas previas al examen, ocasión que aprovecharon unos diez alumnos. Por el contrario, el grupo de control pudo resolver dudas antes del examen sin renunciar al recreo y tuvo la ventaja de contar con esa motivación a mayores del alumnado que pensaba que necesitaría esa bonificación para pasar el examen, sin embargo, no tuvo la oportunidad de detectar antes del examen y mediante la actividad, que conocimientos debería repasar y cuáles son los que ya se dominan. Con sinceridad, no se tiene claro que grupo ha salido más beneficiado, ni cuál de los dos métodos es mejor, se piensa que probablemente ambos grupos han sido tratados con la misma justicia final (salvo lo ya

comentado de la tarea del kahoot).

En ambos grupos se finalizó la tarea del Break Out, realizando una encuesta anónima sobre la actividad. Dichas encuestas están incluidas en el Anexo III para el grupo experimental y en el Anexo IV para el grupo de control.

De los veintinueve alumnos del grupo experimental, veintitrés realizaron la encuesta voluntaria y anónima. Valorando los resultados de la misma se pueden sacar varias conclusiones. La primera es que la actividad en general gustó y así lo reflejan la mayoría de los alumnos en la primera pregunta y también en la quinta en el que la mayoría de las notas de la encuesta son ochos y nueves, siendo un seis y medio la nota más baja de la actividad y llegando algún alumno a puntuarla con un diez. Según indica la mayoría de los encuestados es que les ha servido para detectar que tienen que estudiar más, que les parece muy bien el uso de la gamificación pero no todos los días y que les ha gustado y motivado la idea de obtener puntos extra en el examen. Muchos indican que les ha parecido más fácil trabajar en grupo, aunque uno en concreto señala que como no suele sacar buenas notas en Matemáticas su grupo le hacían menos caso a sus opiniones. Todos salvo uno indican que consideran que han aprendido igual o más con esta actividad, a mayores otro indica que cree que no ha aprendido pero que sí que le ha servido para practicar. En general opinan que les ha servido para resolver dudas y que les ha parecido una actividad divertida y/o entretenida. Un alumno opina que le parece una buena actividad para empezar la semana los lunes. Para finalizar, e hilándolo con lo comentado sobre realizar la actividad el día antes del examen, tres alumnos opinan explícitamente que no les parece buena idea hacerlo justo antes de un examen mientras que un alumno opina todo lo contrario, que le parece muy buena idea justo antes de un examen, el resto de los alumnos no se han pronunciado al respecto, aunque tampoco había una pregunta precisa sobre este tema concreto.

No se ha comentado otros dos aspectos que comentan en las encuestas, la mayoría indica que considera poco tiempo para la actividad y que les parecían demasiado complicados algunos ejercicios y que se bajara el nivel. Estos dos aspectos eran premeditados, con posterioridad se les explicó a los alumnos el por qué la dificultad era algo mayor de lo esperado y precisamente era así porque era un reto en grupo con todos los libros y apuntes disponibles, se buscaba que precisamente fuera un reto que tenían que superar con la colaboración del grupo, y no una colección de ejercicios que se podían repartir entre ellos. En cuanto al tiempo, se optó por una prueba con un tiempo ajustado para que no sea fácil terminarla en el mismo, y que no hubiera alumnos parados sin hacer nada durante mucho tiempo. En la práctica ningún grupo logró terminar todos los retos de la actividad en los cuarenta minutos propuestos. Una vez explicado a los alumnos parece que estuvieron de acuerdo con la

explicación que se les dio sobre estos dos puntos.

De los veintitrés alumnos del grupo de control, veintiuno realizaron la encuesta voluntaria y anónima. Las conclusiones de las encuestas de este grupo son similares al del grupo anterior. En general también les gusta la actividad, con siete y nueve como notas más repetidas con una nota mínima de seis y máxima de diez. Como apunte a mayores de lo comentado sobre las encuestas del grupo experimental, en este grupo algún alumno indica que trabajando bajo la presión del tiempo se le hace difícil aprender. Otro alumno destaca que el trabajo en grupo le presiona y motiva para participar en la actividad para no sentirse mal si sólo el resto del grupo aporta soluciones. Un alumno indica que el método tradicional de hacer ejercicios le aburre y que no le gusta y que este le parece mucho mejor método, pero otro alumno opina todo lo contrario, y este método le parece muy frenético para aprender y que él prefiere el método tradicional. Otro alumno solicita como mejoría introducir elementos propios de los Escape Room como candados. Hay un alumno que indica que le ha gustado ver la aplicación de las Matemáticas a problemas cotidianos, lo cual no deja de ser curioso porque no había ningún problema cotidiano en la actividad, sino una serie de ejercicios normales y corrientes maquillados bajo gamificación. Para terminar, también hay un alumno que indica que le gusta mucho trabajar en equipo pero que le cuesta mucho participar.

También la inmensa mayoría han indicado lo mismo sobre el tiempo no así tanto sobre la dificultad. Se les dio la misma explicación ya comentada. Analizando todo en conjunto, cabe destacar que nadie del grupo de control que realizó el ejercicio después del examen haya propuesto realizar esta actividad antes del examen, mientras en el grupo experimental hubo algún alumno que se quejó precisamente de eso. Aunque sea ir a contracorriente parece más lógico pensar en realizar la actividad antes del examen, aunque quizás no justo la sesión anterior al mismo. Por otro lado, hay opiniones contradictorias dentro de la misma encuesta de algún alumno en concreto, y alumnos que opinan lo contrario sobre la utilidad de la gamificación. Teniendo esto en cuenta, lo que parece apropiado para que todos tengan la oportunidad de aprender con un método que les guste, es mezclar varias metodologías, ni siempre gamificación, ni siempre lección magistral, ni siempre trabajo en grupo... Además de que muchas de ellas son complementarias y se pueden implementar a la vez (como se ha hecho aquí con el trabajo en grupo y la gamificación).

Una vez realizado el Break Out en el grupo experimental, y antes de realizarlo en el grupo de control, se tomaría un último punto de control de recogida de datos a través de un posttest. El posttest diseñado es similar al pretest ya comentado del Anexo I. También cuenta con cincuenta y dos preguntas, y también fue ejecutado

en el grupo de control y en el grupo experimental el mismo día, durante una sesión de la materia de Matemáticas de cada grupo y coincidiendo en esa sesión con la revisión del examen de evaluación. De nuevo, para su realización, no se les permitió el uso de calculadora ni de ningún otro recurso digital, y volvían a disponer de treinta minutos para realizarlo. Se les informó a los dos grupos lo mismo que ya se comentó con el pretest, es decir, que los test estaban diseñados para que no diera tiempo a realizarlos enteros y que ellos mismos deberían buscar la mejor estrategia para lograr el mejor resultado.

En los resultados del postest se volvieron a ver diversas estrategias, pero lo curioso de esta vez es como hubo alumnos que optaron por estrategias diferentes a las elegidas la primera vez. No se sabe si es porque lo habían hablado entre ellos, o simplemente se readaptaron tras la experiencia de la primera vez. En el Anexo V están disponibles las preguntas de este postest.

Análisis de datos de la investigación.

El siguiente paso va a consistir en analizar los datos recogidos en las dos pruebas de aptitud que se realizaron a los alumnos. La primera prueba es el pretest del Anexo I mientras que la segunda prueba va a ser el postest del Anexo V. En la Figura 7 de la página siguiente se encuentran recopilados los datos obtenidos por el grupo experimental.

Hay que realizar una apreciación a la hora de aportar los datos obtenidos. En este caso, como ya se ha comentado, el investigador ha conocido los resultados obtenidos por cada alumno, ya que ha sido la persona encargada de realizar las pruebas, y de analizar y evaluar el resultado de las mismas. En virtud de tratar la confidencialidad del alumno, recordando que la inmensa mayoría son menores de edad, con lo que este punto aumenta enormemente su trascendencia y hay que tener aún más cuidado si cabe, se ha procedido a identificar a cada alumno por el criterio que mejor le ha parecido al investigador y que no conviene explicar aquí, precisamente para salvaguardar esa confidencialidad. Cada alumno va a estar etiquetado por un identificador que simplemente muestra un número precedido de las letras GE para identificarlos como pertenecientes al grupo experimental.

SUJETO	PRIMERA PRUEBA P1			SEGUNDA PRUEBA P2			VARIACIÓN P2 - P1		
	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS
GE01	11	1	40	17	3	32	6	2	-8
GE02	12	1	39	18	18	16	6	17	-23
GE03	22	6	24	21	14	17	-1	8	-7
GE04	14	3	35	22	8	22	8	5	-13
GE05	25	5	22	15	19	18	-10	14	-4
GE06	22	1	29	23	5	24	1	4	-5
GE07	26	16	10	28	24	0	2	8	-10
GE08	17	14	21	16	34	2	-1	20	-19
GE09	16	6	30	*	*	*	*	*	*
GE10	13	1	38	*	*	*	*	*	*
GE11	25	4	23	16	6	30	-9	2	7
GE12	27	4	21	25	16	11	-2	12	-10
GE13	9	4	39	21	5	26	12	1	-13
GE14	27	4	21	30	5	17	3	1	-4
GE15	27	8	17	33	8	11	6	0	-6
GE16	17	3	32	22	4	26	5	1	-6
GE17	12	7	33	19	7	26	7	0	-7
GE18	29	6	17	29	13	10	0	7	-7
GE19	9	0	43	24	9	19	15	9	-24
GE20	12	7	33	20	14	18	8	7	-15
GE21	5	2	45	8	15	29	3	13	-16
GE22	28	5	19	32	6	14	4	1	-5
GE23	15	6	31	17	4	31	2	-2	0
GE24	11	1	40	20	7	25	9	6	-15
GE25	*	*	*	18	15	19	*	*	*
GE26	14	0	38	19	4	29	5	4	-9
GE27	24	3	25	26	7	19	2	4	-6
GE28	23	7	22	20	9	23	-3	2	1
GE29	12	2	38	30	11	11	18	9	-27
PROMEDIO	18,64	4,64	28,72	22	10,8	19,2	3,36	6,16	-9,52

Figura 7

Del mismo modo, se ha procedido con el grupo de control identificando a los participantes con el mismo criterio, pero esta vez precediendo el nombre con las letras GC para identificar el grupo de control. Los resultados de este grupo también se muestran en la Figura 8.

SUJETO	PRIMERA PRUEBA P1			SEGUNDA PRUEBA P2			VARIACIÓN P2 - P1		
	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS	ACIERTOS	FALLOS	VACIAS
GC01	33	4	15	26	5	21	-7	1	6
GC02	17	5	30	20	12	20	3	7	-10
GC03	16	6	30	23	25	4	7	19	-26
GC04	23	2	27	23	2	27	0	0	0
GC05	19	7	26	29	7	16	10	0	-10
GC06	27	21	4	18	10	24	-9	-11	20
GC07	15	8	29	21	12	19	6	4	-10
GC08	12	23	17	17	8	27	5	-15	10
GC09	17	12	23	9	12	31	-8	0	8
GC10	22	12	18	30	21	1	8	9	-17
GC11	34	3	15	23	6	23	-11	3	8
GC12	7	3	42	17	12	23	10	9	-19
GC13	30	8	14	29	11	12	-1	3	-2
GC14	17	7	28	21	12	19	4	5	-9
GC15	26	7	19	22	5	25	-4	-2	6
GC16	21	7	24	16	18	18	-5	11	-6
GC17	23	23	6	30	22	0	7	-1	-6
GC18	21	8	23	38	14	0	17	6	-23
GC19	40	8	4	34	8	10	-6	0	6
GC20	14	7	31	18	8	26	4	1	-5
GC21	22	5	25	20	6	26	-2	1	1
GC22	22	5	25	0	3	49	-22	-2	24
GC23	21	2	29	28	4	20	7	2	-9
PROMEDIO	21,6818	8,5455	21,7727	23,2727	10,9091	17,8182	1,5909	2,3636	-3,9545

Figura 8

Hay que matizar la peculiaridad de cuatro sujetos que se han marcado en rojo. Los sujetos GE09, GE10 y GE25, solo realizaron una de las dos pruebas, por lo que no se han tenido en cuenta sus resultados en ninguna de las pruebas a la hora de calcular los promedios de la clase. Aun así, se muestran los resultados de la prueba que sí que llegaron a realizar, y se muestra con asteriscos los resultados de la prueba que no llegaron a hacer por encontrarse ausentes del aula el día de la prueba.

En cuanto al sujeto GE13, realizó ambas pruebas. Aunque el resultado de este alumno podría ser positivo para el resultado de la prueba ya que pertenece al grupo experimental y tuvo un aumento en cuanto a resultados positivos, por salud en la investigación no se ha tenido en cuenta ninguno de sus resultados. El motivo es que este alumno realizó la primera prueba mermado, ya que tenía escayolado su brazo dominante y con el otro brazo no era demasiado hábil. Como para contestar la mayoría de las preguntas del test era necesario realizar cuentas manualmente, lógicamente no se encontraba en las mismas condiciones que sus compañeros.

El caso del sujeto GC22 es diferente. Este alumno realizó la primera prueba sin ningún tipo de problema y también estaba presente el día de la segunda prueba que empezó a realizar sin problemas. El profesor en prácticas detectó que el alumno no estaba centrado y se fue a hablar con él para preguntarle si le pasaba algo. Efectivamente tenía un problema personal que le impedía rendir a su nivel, por lo que tras quince minutos de prueba el investigador le retiró el test observando que únicamente había contestado tres preguntas que además estaban mal. Al igual que en el caso anterior, el resultado de las pruebas de este alumno podría beneficiar a lograr alguna conclusión positiva sobre la intervención con gamificación, ya que si se tuviera en cuenta la aportación de este alumno el rendimiento del grupo de control habría sido peor en esta segunda prueba. De nuevo, en búsqueda del rigor en la investigación se ha optado por descartar los resultados de este alumno, y tratar de obtener los resultados más justos para el objetivo que se está persiguiendo.

En la Figura 9 de la próxima página, se ha representado los promedios de las preguntas acertadas de ambos grupos.

En ella se puede observar la evolución de ambos grupos desde la realización del pretest a la realización del postest, con dos sesiones de gamificación intermedias. Hay varias apreciaciones que hacer. Lo primero es que ambos grupos han obtenido mejores resultados en la segunda prueba con respecto a la primera, lo que en principio podría suponer una mejora del razonamiento matemático para ambos grupos, pero si se observa la variación indicada en la Figura 7 y en la Figura 8, se observa que el grupo experimental ha logrado una mejoría

mayor. Por otro lado, se observa que el grupo de control ha obtenido mejores resultados en las dos pruebas, pero esta distancia se ha visto acortada en la segunda prueba.

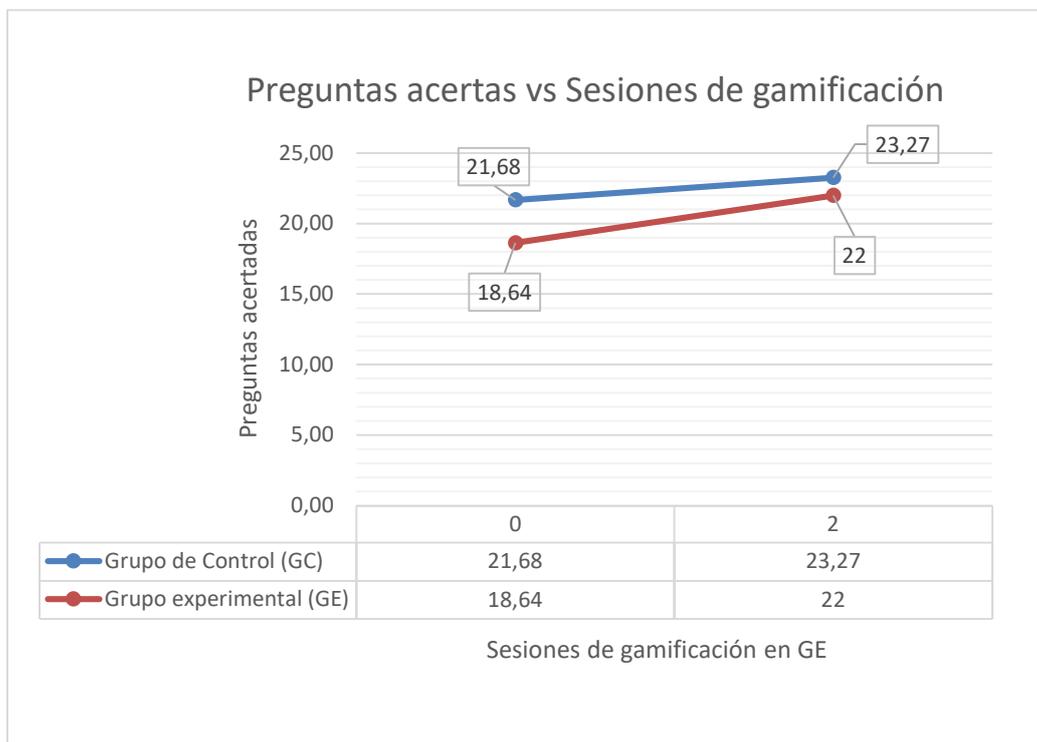


Figura 9

Observando las rectas de regresión, y calculando la pendiente b , para el grupo experimental se obtienen los siguientes datos:

$$Y_e = 18.64 + b_e \cdot X_e \quad \text{para } X_e = 2, Y_e = 22 \quad b_e = 1.68$$

Del mismo modo para el grupo de control se tendrá:

$$Y_c = 21.68 + b_c \cdot X_c \quad \text{para } X_c = 2, Y_c = 23.27 \quad b_c = 0.8$$

Con estos datos y suponiendo un comportamiento lineal con el número de sesiones de gamificación, si se extrapolan estos resultados parece claro que la gamificación ha ayudado a obtener mejores resultados y, además, en dos sesiones más el grupo experimental obtendría ya un mejor resultado que el grupo de control.

Otro factor a tener en cuenta es la idoneidad de las pruebas realizadas en el pretest y en el postest. Podría ocurrir que el mejor resultado en ambos grupos sea debido a que la segunda prueba resultara más sencilla al alumnado que la primera, y que, aunque se haya tratado de ajustarlas a la misma dificultad no se haya conseguido al cien por cien, y también a la adaptación a las pruebas del alumnado y que hayan realizado una técnica más eficiente para realizar esta segunda prueba. Pero sea como fuere, lo que sí que es relevante y es lo más importante en este estudio es ver que la variación del grupo experimental es del doble que la del grupo de control (concretamente un factor $b_e/b_c = 2.1$), y esto es independiente de que la segunda prueba pueda ser más fácil. Y si es debido a que se han adaptado mejor a esta segunda prueba, esa capacidad para elegir una mejor estrategia también es razonamiento.

Un último apunte que habría que tener en cuenta, es que pasaría si el comportamiento de las variables no fuese lineal. Es decir, podría darse el caso que aumentar valores más pequeños sea más sencillo que aumentar valores más grandes, como por ejemplo pasa con las notas de los exámenes, requiere menos esfuerzo para un alumno que generalmente saca un dos, pasar a sacar un tres, que de un alumno que normalmente saca un ocho, pasar a sacar un nueve. En ambos casos la variación es de un solo punto, pero la dedicación y el trabajo que han tenido que hacer para ese paso suele ser mayor en el segundo caso. Si esta relación pasase en el caso en estudio habría que ajustarlo correctamente. Para saber si la relación entre las variables es lineal o es de otro tipo, se necesitarían más puntos de control, para ver si es correcto interpretarlo con una recta o convendría una aproximación cuadrática o de otro tipo. Como solo tenemos dos puntos de control, se va a suponer que el comportamiento es lineal

En la Figura 10 de la siguiente página, se ha representado los promedios de las preguntas falladas por ambos grupos.

Todo lo dicho para la Figura 9 se podría decir para analizar esta gráfica, ya que se vuelven a tener dos rectas en la que la del grupo de control siempre está por encima de la del grupo experimental. Pero en este caso lo relevante es tratar de analizar el por qué se ha dado este cambio. Lógicamente fallar más, si se interpreta de forma absoluta, significa que lo que se está realizando no está obteniendo los resultados que se pretenden, pero

hay que ir al trasfondo y para ello también se va a necesitar analizar la Figura 11 de la página siguiente.

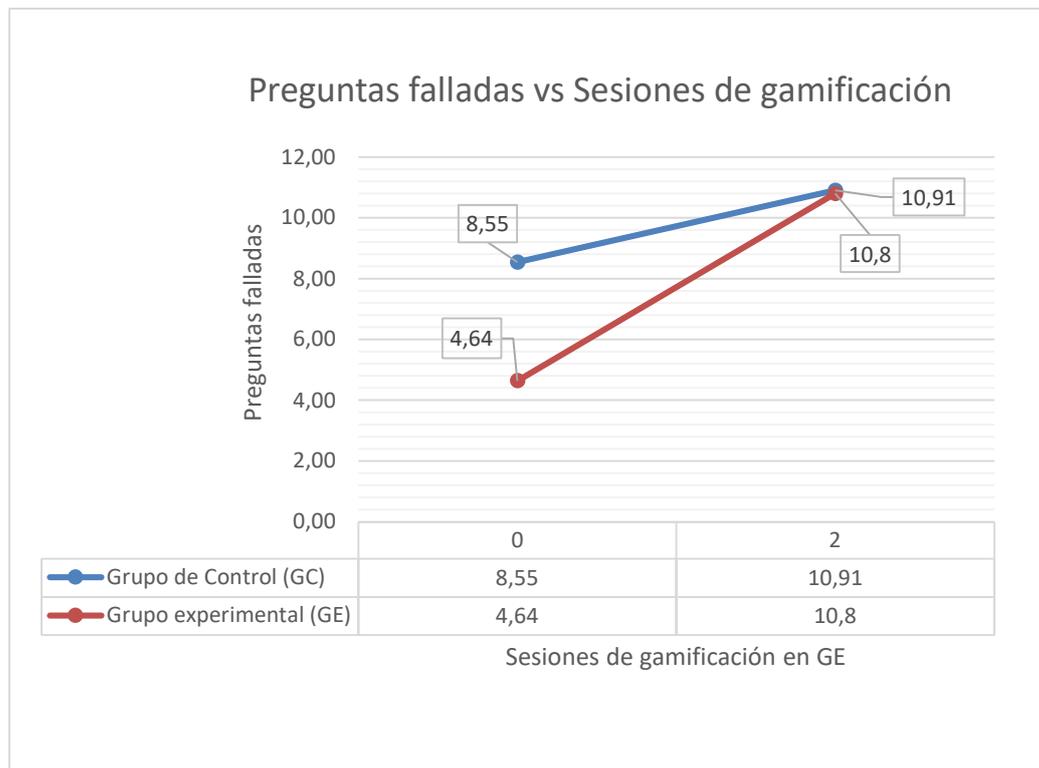


Figura 10

Se falla más porque se contesta mucho más. El grupo experimental, en promedio, ha pasado de dejar vacío más de medio test (casi veinte nueve preguntas), a tan solo dejar vacío poco más de un tercio, es decir, de media contestan casi diez preguntas más, que en un test de cincuenta y dos preguntas es prácticamente un veinte por ciento más.

En el grupo de control también se observa este incremento en cuanto a respuestas, pero bastante menor, no llega a cuatro preguntas más en promedio.



Figura 11

En resumen, aumentan los fallos porque aumentan las preguntas respondidas. Pero ¿por qué aumentan las preguntas respondidas? Para contestar esta pregunta primero habría que comentar que a los alumnos se les indicó que el objetivo era tener el mayor número de aciertos, y en menor medida el número de fallos pero que estos no restaban preguntas acertadas. Por ello parece ser que la mayoría ha optado por contestar el mayor número de preguntas o, al menos, que ante la duda contestar es mejor que no contestar. También hay que notar que en los test no todas eran preguntas de elegir una respuesta acertada, sino que había algunas en que la respuesta la tenían que escribir ellos, por lo que estas preguntas son más complicadas de responder sin ningún criterio. Se puede sacar en conclusión que los alumnos razonaron y ellos mismos llegaron a la conclusión de que parecía que la estrategia óptima era incrementar el número de respuestas para asegurar un mayor número de aciertos. Como precisamente se quiere medir el razonamiento y el razonamiento matemático, este factor de adaptación también hay que tenerlo en cuenta.

Esto se puede observar en la Figura 12 de la siguiente página.

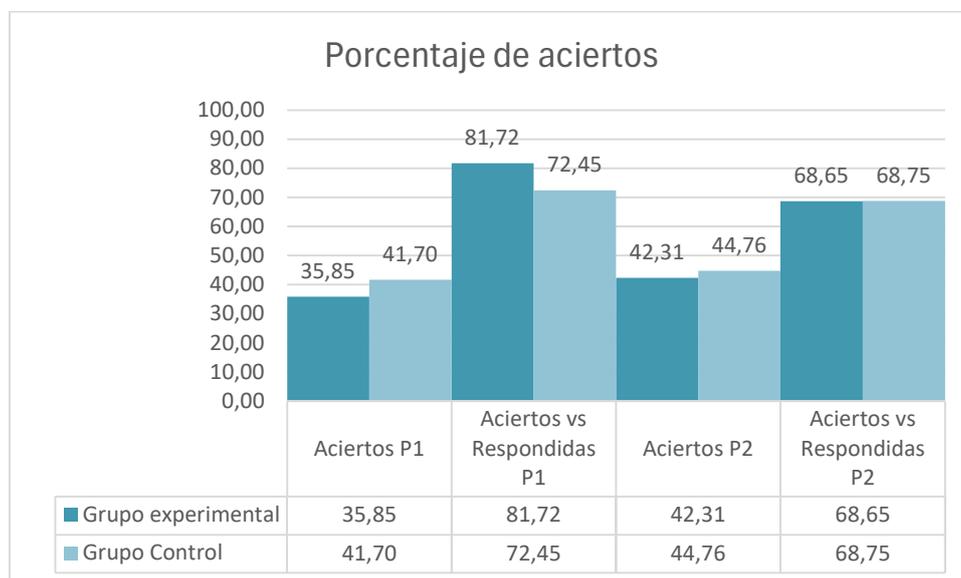


Figura 12

Si se observan solo los aciertos, se ve que en ambos grupos sube el porcentaje de los mismos en la segunda prueba con respecto a la primera. Esto ya se había comentado analizando la Figura 9. Lo relevante aquí es ver como se pasa de más de un ochenta por ciento de acierto sobre las preguntas respondidas para el grupo experimental y de más de un setenta por ciento de acierto sobre las preguntas respondidas para el grupo de control, a reducirse estas tasas de acierto para ambos grupos sin llegar en ambos casos a superar el sesenta y nueve por ciento. Esto pone de relevancia que ambos grupos logran más aciertos, pero con menor tasa de aciertos sobre las preguntas contestadas.

En cuanto a los fallos se puede observar la Figura 13 de la siguiente página para analizarlos.

En la gráfica se puede observar un comportamiento similar de ambos grupos en el postest. Pero sin embargo hay un comportamiento muy diferente en el pretest. En promedio, el grupo experimental, optó por responder mayoritariamente únicamente las preguntas que consideraban que podrían tener bien, de ahí su bajo porcentaje de fallos, mientras que el grupo de control prácticamente doblaba esta tasa de fallos del grupo experimental. Esto muestra, en general, una mejor adaptación del grupo de control a la primera prueba, pero una evolución mayor del grupo experimental.

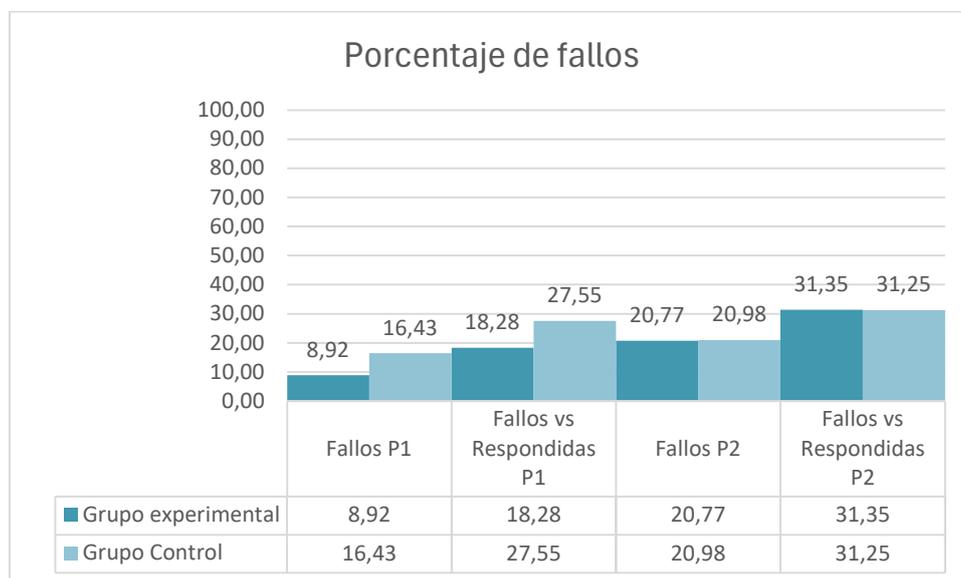


Figura 13

Conclusiones de la investigación.

Hasta ahora, se ha planificado un proyecto de investigación y se ha llevado a la práctica con las modificaciones necesarias. Se ha diseñado la investigación desde una cosmovisión pragmática. Posteriormente se elaboraron unos objetivos que conviene repasar ahora para ver si se han cumplido y en qué grado.

El objetivo personal era, *conocer el potencial real de metodologías basadas en la gamificación en la docencia de las Matemáticas*. Se ha diseñado actividades basadas en gamificación. Se ha comprobado que existen recursos para trabajar con gamificación cualquier concepto. Al investigador le ha sido muy difícil encontrar una actividad gamificada propia para trabajar el concepto de límites. Estuvo investigando, tratando de encontrar o inventar una actividad gamificada y manipulativa para trabajar este concepto, pero no fue capaz de encontrar nada (quizás por falta de experiencia o porque realmente el concepto es muy difícil de trabajar de esa forma). Siempre hay recursos “comodín” para trabajar la gamificación, aquí se han mostrado dos de ellos como un Kahoot, o un Break Out. En sintonía con ellos se podría preparar una yincana, una búsqueda del tesoro, un quizizz, dominó de límites... y un sinfín de actividades más. Por ello se puede concluir que la potencia de la metodología es tan alta como se quiera, pero el mayor problema es el esfuerzo que requiere para

el docente el preparar la actividad, es mucho más fácil mandar cinco ejercicios que preparar una historia y un contexto con esos mismos cinco ejercicios. También es verdad que frecuentemente estas actividades son más largas de implementar en el tiempo que lo que se tardaría de forma tradicional. Al diseñar actividades gamificadas y tras experimentar con ellas en la práctica se puede decir que se ha cumplido el objetivo personal de esta investigación.

En cuanto al objetivo práctico, que consistía en *experimentar metodologías basadas en la gamificación en un aula de Matemáticas concretamente en primero de Bachillerato*. Se ha experimentado con actividades basadas en la gamificación y en concreto en la actividad en la que se realizó una encuesta anónima a los alumnos (el Break Out), se analizó que la mayoría de los alumnos disfrutaron de la actividad (ningún alumno puntuó la actividad como suspenso y la mayoría de las notas eran de notable o sobresaliente) y consideran que es una forma con la que también se puede aprender igual o más que con las metodologías tradicionales. Tratando de ser lo más objetivo posible, muchas de las virtudes señaladas tienen que ver también a que la actividad se realizó en grupo, por lo que quedaría por discutir si estas opiniones son debidas al uso de la gamificación o son debidas al trabajo en equipo. Lo que sí que está claro es que al menos el uso de la gamificación más el trabajo en equipo parece funcionar y gusta al alumnado. A mayores, hay que destacar la fuerte implicación y la motivación del alumnado realizando las actividades. Se observaba mucho mayor compromiso por su parte que a la hora de hacer ejercicios de la manera tradicional. Con respecto al cumplimiento del objetivo práctico, aunque idealmente hubiera sido preferible experimentar en muchas más sesiones, por las circunstancias se redujeron a dos sesiones en un grupo (el experimental) y a una tercera en el otro (grupo de control), pero se ha conseguido experimentar con la metodología y se han logrado sacar conclusiones sobre su funcionamiento.

El tercer objetivo era el intelectual y constaba en *estudiar y comparar el impacto en cuanto al razonamiento abstracto de utilizar metodologías basadas en la gamificación en Matemáticas para primero de Bachillerato*. Este objetivo no se ha logrado cumplir o al menos de una forma rigurosa y fundamentada. Hay que ser conscientes de que se ha diseñado una investigación que necesitaría al menos un curso académico entero para llevarla a la práctica y sacar conclusiones. En tres semanas, con dos únicas sesiones de gamificación es imposible obtener unos resultados con la suficiente base que pueda apoyar el cumplimiento de este objetivo. Lo que se ha tratado de realizar en la implementación práctica del proyecto, es lo que habría que hacer, o una muestra de lo que se haría para analizar la investigación. Se podría indicar que realmente la parte práctica de la investigación ha sido una fase pre-experimental, para valorar si merecería la pena realizar una investigación sería con esta temática, y sin las limitaciones sufridas, o si no merece la pena. Los resultados representados desde la Figura 8 a la Figura 13, parecen ser altamente esperanzadores, pero sería necesario tener muchas más

sesiones de gamificación entre los puntos de control, e incluso más puntos de control intermedios, para llegar a una conclusión consistente. Desde luego con los datos que se han obtenido y que se han analizado, parece que el razonamiento matemático sí que mejoraría de mejor manera utilizando gamificación que sin utilizarla, pero se necesitaría mucha más base para poderlo asegurar firmemente

Como se ha comentado, el diseño teórico, era el de una investigación cuasi-experimental, con grupo experimental y grupo de control, con varios puntos de control, uno antes de la intervención con gamificación (pretest), otro al finalizar esta intervención (postest) y otro punto de control cada cuatro semanas. Debido al tiempo de la intervención real ya se ha comentado que se suprimieron esos controles intermedios.

En cuanto a la pregunta de investigación que era, *¿cómo afecta la utilización de metodologías basadas en la gamificación al razonamiento matemático abstracto en un aula de primero de bachillerato?*, ya se ha tratado de explicar que tras la implementación real, no se está en condiciones de poderla contestar de forma rigurosa, pero que por los pocos datos obtenidos, apunta a que sí que podría ser una metodología apropiada para mejorar el razonamiento matemático en una aula de primero de Bachillerato. En la respuesta se habla de razonamiento matemático y no abstracto ya que el método de recogida de datos en la práctica estaba diseñado para medir este tipo de razonamiento (autoadministrado) no como con las matrices progresivas de Raven (administrado por expertos).

Presuponiendo que sí que existe esta mejoría, se planteaban dos preguntas más: *¿Esta mejora es significativa estadísticamente o prácticamente irrelevante? ¿Compensa la utilización de esta metodología en relación con el tiempo empleado tanto en el aula como en la preparación de las actividades?* De nuevo se necesitarían más datos para poder responder a la primera pregunta. Con los datos que se han obtenido, hay que recordar que la pendiente de la recta de regresión de las preguntas acertadas del grupo experimental era más del doble que la pendiente de la recta de regresión de las preguntas acertadas del grupo de control. Si se estima que esa pendiente se mantendría en esas proporciones con el transcurso de las pruebas, desde luego que sería muy significativo estadísticamente hablando. La segunda pregunta, y presuponiendo que, sí que se han detectado mejoras en cuanto al razonamiento, seguiría siendo difícil de responder, con respecto al tiempo en aula, es cierto que sería algo mayor, pero tampoco desproporcionado, y solo viendo la motivación e implicación del alumnado con estas actividades desde luego que merecen la pena, no siempre, pero si cada cierto tiempo, quizás como actividad de cierre de un tema concreto. El tiempo de preparación por parte del profesor, es cierto que es muchísimo mayor, pero es algo que no se debería de tener en cuenta. Cuesta prepararlo la primera vez,

pero si es una actividad que gusta y que da buenos resultados siempre se puede reutilizar cada año o reciclar retocando pocas partes de la actividad.

También se planteaba una pregunta para el supuesto de que el uso de metodologías que utilizan la gamificación perjudique al desarrollo del razonamiento matemático abstracto, o al menos no influya ni positiva ni negativamente: *¿Se observan otros posibles beneficios del uso de metodologías gamificadas que se podrían estudiar en otra investigación?* Independientemente de los resultados en cuanto al razonamiento matemático la gamificación siempre va a tener las siguientes ventajas (Universidad de Valladolid, s.f.):

- **Motivación:** Esta característica ya se ha señalado en multitud de ocasiones. Una de las principales virtudes de este enfoque es su capacidad para incentivar al estudiante, dado que el aprendizaje se produce en un entorno entretenido y agradable para ellos. La inclusión de juegos dinamiza la lección y suscita un interés que perdura a lo largo de toda la actividad, no solo por la competencia de ganar, sino por el mero hecho de disfrutar mientras aprenden. (Aulaplaneta, 2015).
- **Autonomía:** También unido al concepto de razonamiento. Los juegos plantean escenarios donde los estudiantes deben reflexionar y tomar decisiones correctas, corregir errores y aceptar derrotas. Este método no solo facilita el aprendizaje de los conceptos propios de la materia, sino que también fomenta el desarrollo del pensamiento crítico, la capacidad analítica y la habilidad para resolver problemas. (Aulaplaneta, 2015)
- **Aprendizaje activo:** Esta estrategia permite al alumno aplicar conocimientos mediante la experimentación y el método de prueba y error. Así, se crean conexiones entre los conocimientos previos y los recién adquiridos (Aulaplaneta, 2015).
- **Control del aprendizaje:** A través del juego, el estudiante recibe una retroalimentación inmediata sobre su comprensión de un tema, lo que le permite estar siempre al tanto del nivel de conocimiento que va alcanzando (Aulaplaneta, 2015).

- Información útil para el profesor: Además de los resultados del juego, el docente puede observar las elecciones del alumno, las dificultades que enfrenta y los errores más comunes. Esto proporciona datos valiosos sobre las debilidades y fortalezas de los estudiantes en la materia en cuestión (Aulaplaneta, 2015).
- Creatividad e imaginación: Los juegos a menudo crean situaciones que requieren improvisación y creatividad, lo que ayuda a expandir la mente del alumnado. Este beneficio es aún mayor cuando los propios estudiantes tienen la oportunidad de crear o modificar los juegos a partir de una base proporcionada por el docente (Aulaplaneta, 2015).
- Habilidades sociales y diversidad: Como en todos los juegos, los alumnos deben interactuar entre ellos, y más si se trabaja por equipos. A través de esta práctica, el alumno desarrolla la educación emocional, la comunicación, la capacidad de liderazgo, el trabajo en equipo y la deportividad. Esto promueve un mejor ambiente en el aula y una mayor cohesión entre los miembros del grupo, además fomenta el respeto al diferente (Aulaplaneta, 2015).
- Alfabetización digital: Si los juegos son en línea, videojuegos o aplicaciones lúdicas, además de aprovechar las ventajas mencionadas, se fomentará la competencia digital. Los alumnos no solo consolidarán conocimientos sobre el tema del juego, sino que también practicarán el uso de las TIC y las herramientas informáticas empleadas (Aulaplaneta, 2015).
- Reflexión y planificación: Frecuentemente, los alumnos se encuentran en un entorno repetitivo y rutinario, donde las tareas urgentes se vuelven prioritarias. Esto complica la planificación a largo plazo y limita la reflexión profunda sobre los desafíos que enfrentan. La gamificación, con su capacidad de abstraer a los estudiantes "a otro mundo", permite ver la realidad desde una nueva perspectiva, fomentando así la planificación y la reflexión (Gamelearn, s.f.).

Otro punto que habría que analizar es el relacionado con la validez. De nuevo se va a presuponer que los datos obtenidos son suficientes para poder sacar conclusiones con cierto rigor, aunque ya se ha explicado que sería necesaria una intervención mayor (similar a la planeada teóricamente):

- En cuanto a la validez de conclusión, sí que se ha encontrado una dependencia entre las variables analizadas con los datos obtenidos.
- En lo referente a la validez interna, sería necesario más datos para considerar si esa dependencia puede ser causal o puede ser debida a otras variables no tenidas en cuenta en la investigación.
- La validez de constructo habría que asegurarse que lo que efectivamente se está midiendo es el razonamiento matemático y no otro factor. Para esta parte juega un papel vital el método de recogida de datos utilizado. Se ha diseñado los test para que cumplan esta validez, pero se recuerda que no es un test administrado por expertos.
- Por último, en cuanto a la validez externa, por un mayor rigor se indicó que la investigación era válida para un contexto de instituto concreto y para el nivel de primero de Bachillerato. Ahora bien, se piensa que, los datos obtenidos sí que se podrían extrapolar, al menos a un curso mayor o menor del usado en la investigación y también se podría ser más flexibles en cuanto al contexto. Pero para no dar beneficio a la duda, sería necesario realizar nuevas investigaciones para esos cursos y/o contextos.

Para terminar, quedaría pendiente analizar si se han seguido los principios éticos diseñados. Ya se ha indicado que para la implementación fue necesario que el investigador también fuera el profesor que llevara a cabo las actividades con lo que ello conlleva. En todo momento se ha tratado de ser lo más honesto posible, descartando datos que podrían dar un resultado que podría buscar el investigador. Se ha tratado de no provocar ningún daño a los participantes, haciendo sesiones de gamificación en el grupo de control tras la intervención. Salvo para explicar el contexto del grupo experimental y del grupo de control, se ha salvaguardado la confidencialidad y privacidad del alumno. Cuando se han puesto ejemplos concretos sobre un participante, siempre se ha hecho en género masculino independientemente de que se tratara de un alumno o de una alumna precisamente para cumplir con esta obligación ética.

Capítulo 4. Actividades para trabajar el razonamiento con gamificación.

Hasta ahora se ha realizado una investigación para ver cómo influye la gamificación, en general, al razonamiento matemático y/o abstracto. Existen juegos o actividades gamificadas, que por su naturaleza intrínseca de por sí fomentan este constructo.

Hacer que el alumno sea protagonista de los retos hace que su aprendizaje sea más profundo. Estos resultados se ven incrementados todavía más si esta gamificación es trabajada en grupos, ya que de esta forma el grupo no permite que ninguno de sus miembros se quede descolgado y los miembros con tendencia a descolgarse se esfuerzan más para no ser señalados por el grupo, como se ha visto reflejado en las encuestas del Anexo III y del Anexo IV.

Hay multitud de juegos o actividades matemáticas de este tipo como sudokus, crucigramas matemáticos, juegos de cartas, damas o ajedrez... pero se va a tratar de indicar algunos no tan conocidos.

Nim

Nim es un juego de estrategia matemática que ha cautivado a educadores ya que, aunque sea extremadamente simple es profundamente estratégico. Se juega con montones de objetos, como piedras, palitos o cualquier otro artículo que se pueda contar. Aunque sus reglas son sencillas, Nim es un ejemplo clásico de un juego combinatorio que es un campo de estudio en la teoría de juegos (Von Neumann & Morgenstern, 2007).

Una de las mayores ventajas que tiene en la educación es que su complejidad se puede modular dependiendo de a los alumnos a los que vaya dirigido, es una actividad de techo alto, pero también de suelo bajo.

A continuación, se explican las reglas básicas de Nim, que como se verá son realmente fáciles de comprender,

y que como suele pasar con este tipo de juegos, al final es más fácil jugarlo que explicarlo (Bouton, 1901):

- **Configuración Inicial:** El juego comienza con varios montones de objetos. Estos montones pueden contener cualquier cantidad de objetos, desde solo un objeto hasta varios cientos.
- **Movimientos de los jugadores:** Dos jugadores se turnan para realizar movimientos. En cada turno, un jugador debe elegir un montón y eliminar al menos un objeto de ese montón. No hay restricciones en la cantidad que puede ser retirada de un montón en un solo movimiento, excepto que al menos un objeto debe ser retirado.
- **Objetivo del Juego:** El objetivo del juego es ser el jugador que toma el último objeto o los últimos objetos del último montón. El jugador que logra este objetivo gana la partida.

Lo que hace que Nim sea interesante desde el punto de vista estratégico y matemático es el concepto de la "suma de Nim". La suma de Nim es una operación matemática que se aplica a la configuración del juego y se utiliza para determinar la estrategia ganadora. La suma de Nim de un conjunto de montones se calcula tomando la operación XOR, o exclusivo, de la cantidad de objetos en cada montón. Para realizar esta operación, hay que representar la cantidad de objetos en cada montón en notación binaria y realizar una operación XOR en cada dígito. Hay que recordar la operación XOR para dos operandos da uno, si las entradas no son iguales, y cero si son iguales (Figura 14), para tres o más operandos se podría describir como que esta operación da uno sí el número de operandos que son uno es impar y cero en cualquier otro caso. El resultado es una nueva cantidad en notación binaria que representa la suma de Nim.

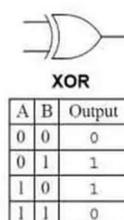


Figura 14

A continuación, se va a explicar una forma sencilla para realizar la conversión entre un número decimal a binario. Para pasar un número a binario lo primero sería dividir el número entre dos, tomar su cociente, y si éste es distinto de uno, dividir por dos el cociente obtenido, así sucesivamente, hasta que se llegue a un cociente el cual valga uno. El número expresado en binario será el último cociente (que es uno) seguido de todos los restos obtenidos (que serán ceros o unos) leídos de derecha a izquierda. Hay que tener en cuenta que, habría que rellenar con tantos ceros como se necesitara en la izquierda para alcanzar la longitud deseada. Es decir, para expresar once en binario con cuatro dígitos sería 1011, como se puede ver en la Figura 15, pero para expresarlo con ocho dígitos se tendría que rellenar con cuatro ceros a la izquierda quedando 00001011 (Juegos con estrategia, s.f.).

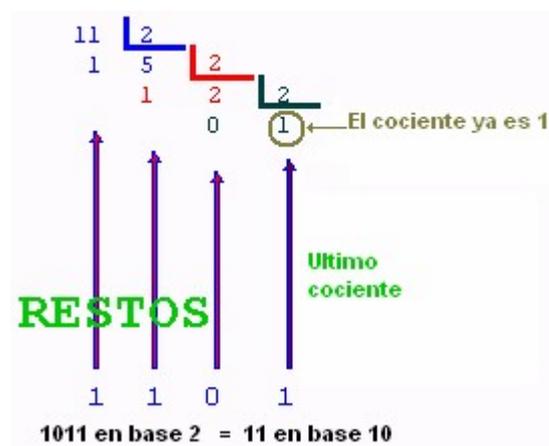


Figura 15

Para verlo con mayor claridad, se va a mostrar un ejemplo concreto para calcular una suma de Nim. Se puede suponer que hay tres montones de cerillas, o de cualquier otro objeto de tal manera que el montón A tiene una cerilla (001 en binario), el montón B tiene cuatro cerillas (100 en binario) y el montón C tiene cinco cerillas (101 en binario). Para calcular la suma de Nim habría que calcular la operación XOR de cada bit más significativo de cada operando, luego realizar la misma operación con el siguiente bit, y continuar de esta manera hasta llegar al último bit. Es decir, como $A=001$, $B=100$ y $C=101$, la primera operación con el bit más significativo será $XOR(0; 1; 1) = 0$. Haciendo lo mismo con el segundo bit se tendrá $XOR(0; 0; 0) = 0$. De igual manera para el último bit se obtendría $XOR(1; 0; 1) = 0$. Ordenando las tres operaciones se tendría el resultado final de la operación XOR de los tres términos: $XOR(A; B; C) = 000$, que lógicamente expresado en base decimal sería igual a cero. Esto es muy importante porque precisamente la estrategia de este juego va

a ser forzar que la suma de Nim sea igual a cero, para poder garantizar la victoria.

La estrategia ganadora en Nim se basa en el concepto de "posición perdedora" y "posición ganadora". Una posición perdedora es aquella en la que, sin importar cómo juegue el oponente, el jugador que está en esa posición puede forzar una posición ganadora. Una posición ganadora es aquella en la que el jugador tiene un movimiento que lo llevará a una posición perdedora (Berlekamp, Conway y Guy, 1982).

- Si la suma de Nim en la configuración actual es igual a cero, se está en una posición perdedora. El objetivo es hacer que la suma de Nim sea cero en el turno del oponente.
- Si la suma de Nim en la configuración actual no es cero, se está en una posición ganadora. Habría que buscar un movimiento que lleve al oponente a una posición perdedora al comienzo de su turno.

Para lograr este objetivo, habría que elegir un montón y quitar objetos de él de tal manera que la suma de Nim resultante sea igual a cero.

Volviendo al ejemplo de los montones de cerillas, en ese escenario se partiría desde una posición perdedora, y se quiten las cerillas que se quiten de cualquier montón, es imposible pasar el turno al oponente para que él esté en una posición perdedora, por lo que si el oponente es conocedor de esta estrategia y la lleva a cabo acabará ganando la partida.

Para entenderlo mejor se va a simular una partida de forma gráfica. Se va a partir de la posición inicial que se puede observar en la Figura 16 de la siguiente página. Se va a partir de una situación con cuatro montones de cerillas, en el más pequeño hay una, en el siguiente tres, en el siguiente cinco y en el más grande siete. Según se ha visto lo primero que habría que hacer es pasar estos cuatro números a binario. Como todos los números son más pequeños que ocho con tres bits será más que suficiente (Juegos con estrategia, s.f.).

El siguiente paso sería calcular la operación XOR según el orden de cada bit como ya se ha explicado. Como apunte y por tratar de hacer la operación más sencilla, se puede ver una operación XOR como la operación que cuenta el número de unos que hay de tal manera que si esta es un número impar el resultado será de uno y cero

en cualquier otro caso (o sea para un número par de unos o que directamente no haya unos). Haciéndolo de esta manera en la Figura 16 se puede ver como el resultado de sumar los unos de cada columna es de dos, dos y cuatro. Como todos son números pares la suma de Nim va a ser cero por lo que ya se estaría en una posición ganadora desde el comienzo y lo conveniente sería intentar que empezara a jugar el oponente.

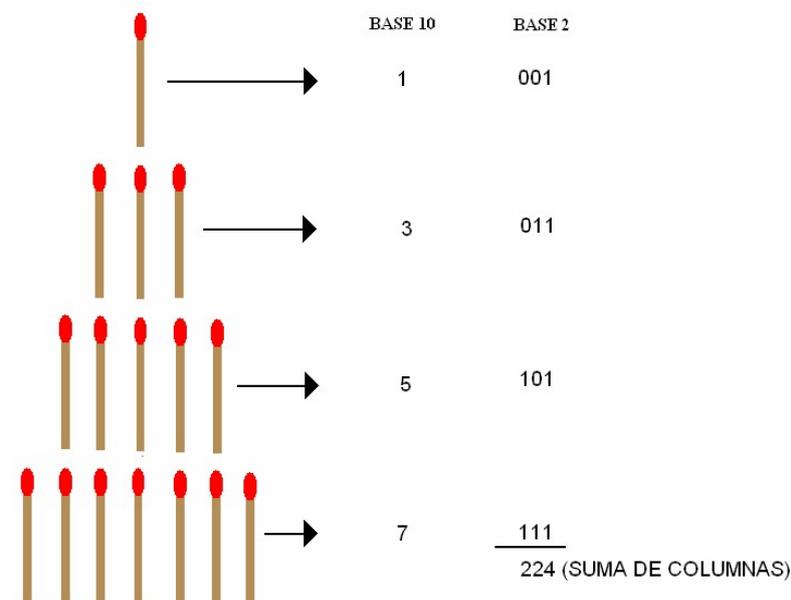


Figura 16

Se puede suponer que efectivamente empieza a jugar el oponente y que éste empieza quitando las siete cerillas de la última fila, se puede observar el desarrollo gráfico de esta partida en la Figura 17 de la siguiente página (Juegos con estrategia, s.f.). Como se partía de posición ganadora, haga lo que haga el oponente siempre le dejará en una posición perdedora eliminando el número de cerillas que quiera de cualquiera de los montones. En este caso tras eliminar esas siete cerillas, al sumar los unos de cada columna se obtiene la suma de uno, uno, tres.

Para pasar a una situación ganadora, se podrían quitar tres cerillas de la tercera fila para que la suma de los unos de las columnas pasará a ser cero, dos, dos o dicho de otra forma la suma de Nim es cero.

El oponente está igual que al comienzo de la partida e importa poco lo que haga. Se puede suponer que quita

las tres cerillas de la segunda fila dejando una suma de unos por columna de cero, uno, uno.

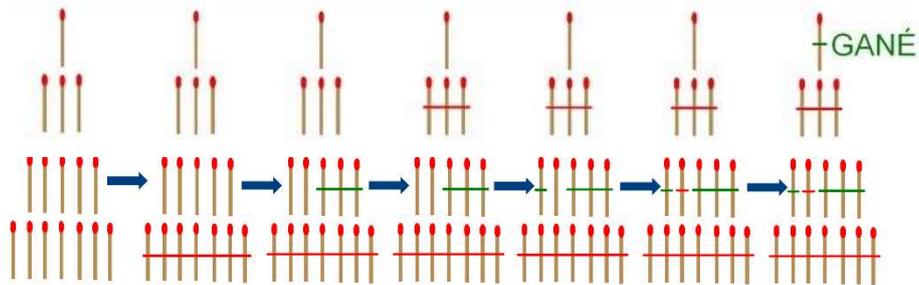


Figura 17

En consecuencia, para que la suma de números binarios siga siendo par se podría quitar una de las cerillas de la tercera fila, dejando una suma de unos por columna de cero, cero y dos.

En este paso, quite la cerilla que quite el oponente, cuando regrese el turno siempre se podrá quitar la última cerilla y por tanto ganar el juego.

En resumidas cuentas, se puede definir como jugada óptima en Nim aquella que siempre lleve a una posición ganadora (suma de Nim igual a cero) y siempre hay que forzar al oponente a una posición perdedora. Esto va a requerir que se calcule la suma de Nim en cada turno y planificar los movimientos en consecuencia.

Nim tiene muchas variaciones y estrategias avanzadas que lo hacen aún más interesante. La más obvia es adaptarlo aumentando o disminuyendo el número de montones y el número de objetos que los componen, haciéndolo un juego muy versátil aumentando o disminuyendo su dificultad en función del nivel y experiencia del alumnado al que se dirige el juego, pero hay otro tipo de posibles variaciones. Algunas de estas variaciones incluyen:

- Nim invertido: Es exactamente igual, pero el objetivo es no retirar el último objeto, por lo que la estrategia debería de ser justo la contraria.

- Nim modificado: Igual que el inicial, pero limitando el número de objetos a retirar de cada montón a uno o a dos, pero no más. La estrategia sería similar a la comentada pero no siempre se va a poder forzar a una posición ganadora.
- Variante de Nim Extendido: En esta variante, se pueden eliminar objetos de múltiples montones en el mismo turno, lo que añade una capa adicional de complejidad estratégica y habría que reelaborar una nueva forma óptima de jugar.
- Misión Nim: En esta versión, los jugadores deben tratar de alcanzar un objetivo específico de suma de Nim, lo que puede ser más desafiante que simplemente ganar o evitar perder.

El juego Nim tiene varias aplicaciones educativas, además de trabajar el razonamiento matemático, que lo convierten en una herramienta valiosa para enseñar conceptos matemáticos y estrategias de resolución de problemas. A continuación, se presentan algunas de las aplicaciones educativas de Nim (Conway, 2001):

- Enseñanza de la Teoría de Juegos Combinatorios: Nim es un ejemplo clásico de un juego combinatorio en la teoría de juegos. Al jugar Nim, los estudiantes pueden comprender conceptos fundamentales de la teoría de juegos, como posiciones ganadoras, posiciones perdedoras, suma de Nim y estrategias óptimas. Esto fomenta la comprensión de juegos más complejos y aplicaciones en situaciones de toma de decisiones.
- Desarrollo del Pensamiento Lógico y Estratégico: Nim requiere estrategia y planificación a largo plazo. Los jugadores deben pensar con anticipación y calcular la suma de Nim para tomar decisiones informadas. Esto promueve el desarrollo del pensamiento lógico y estratégico, habilidades esenciales en Matemáticas y en resolución de problemas.
- Aplicación de la Matemática Binaria: El cálculo de la suma de Nim implica realizar operaciones XOR en representaciones binarias de números. Esta aplicación de la Matemática binaria ayuda a los estudiantes a comprender y aplicar conceptos relacionados con la aritmética binaria, lo que es relevante en áreas como la informática y la criptografía.

- **Introducción a la Combinatoria:** Nim es un juego combinatorio, una rama de las Matemáticas que se centra en contar y analizar conjuntos finitos. Al jugar Nim, los estudiantes pueden familiarizarse con conceptos de combinatoria, como la combinatoria de conjuntos, permutaciones y combinaciones, y grafos combinatorios.
- **Aplicaciones en la Teoría de Grafos:** Los estudiantes pueden representar el juego Nim como un grafo y aplicar conceptos de la teoría de grafos para analizar estrategias ganadoras y perdedoras. Esta aplicación práctica de la teoría de grafos ayuda a desarrollar habilidades de resolución de problemas en situaciones más generales.
- **Enseñanza de Conceptos de Probabilidad:** Los juegos como Nim pueden utilizarse para enseñar conceptos de probabilidad. Por ejemplo, los estudiantes pueden explorar las probabilidades de ganar o perder en función de las estrategias utilizadas y la configuración inicial del juego.
- **Ejercicio Práctico de Pensamiento Crítico:** Nim plantea desafíos que requieren pensamiento crítico y creatividad. Los estudiantes deben analizar situaciones, considerar múltiples opciones y tomar decisiones informadas. Esto fomenta el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico.
- **Aplicaciones Interdisciplinarias:** Nim puede utilizarse en contextos interdisciplinarios. Por ejemplo, los educadores pueden utilizar Nim para enseñar conceptos matemáticos mientras exploran la historia y la cultura de los juegos tradicionales en diferentes regiones del mundo.
- **Modelado de Situaciones del Mundo Real:** Nim se ha utilizado para modelar situaciones del mundo real, como estrategias militares, juegos de negociación y toma de decisiones en la vida cotidiana. Los estudiantes pueden aplicar las estrategias aprendidas en Nim a problemas del mundo real.
- **Promoción del Aprendizaje Activo y la Colaboración:** Los juegos como Nim fomentan el aprendizaje activo y la colaboración entre estudiantes. Pueden jugar en equipos, discutir estrategias y aprender de la experiencia de otros.

En resumen, Nim es una herramienta educativa versátil que hace desarrollar el razonamiento y trabaja la inteligencia cognitiva de los jugadores y que puede utilizarse para enseñar una variedad de conceptos matemáticos y habilidades de resolución de problemas. Además de ser divertido, este juego proporciona una base sólida para comprender conceptos matemáticos y estratégicos que son aplicables en numerosas disciplinas académicas y en la vida cotidiana.

Como docente la idea es introducir este juego, preferiblemente en grupo, ya que crea una sinergia especial que hace que el aprendizaje sea más competencial. Se puede jugar por equipos de tal manera que los miembros de cada grupo deban debatir entre ellos cual es el mejor movimiento que realizar.

El dilema de los sombreros

Otro tipo de juegos que fomentan el razonamiento, son los juegos o acertijos de estrategia, hay un sinfín de ellos (Caraballo, 2023) y por poner un ejemplo se va a analizar uno de los más famosos, “El dilema de los sombreros”. Su enunciado es el siguiente (Real Sociedad Matemática Española, 2012):

Se comunica a cincuenta reclusos que serán colocados en fila y que se les pondrá un sombrero en la cabeza a cada uno, pudiendo ser blanco o negro, sin determinar la cantidad de sombreros de cada color (podrían ser veintinueve blancos y veintiuno negro, treinta y cinco y quince, cuarenta y tres y siete, etcétera). Cada preso podrá ver únicamente los sombreros de los prisioneros que tiene delante, pero no el suyo ni los de aquellos que están detrás de él. Un guardia irá preguntando sucesivamente a cada preso, comenzando por el último de la fila (que puede ver todos los sombreros menos el suyo) hasta llegar al primero (que no ve ninguno), de qué color es su sombrero. Los reclusos solo pueden responder "blanco" o "negro": si aciertan, son liberados, y si fallan, son ejecutados. Todos los prisioneros pueden escuchar las respuestas de quienes respondieron antes que ellos.

Antes de empezar con la resolución de este acertijo, conviene hacer una serie de aclaraciones. Los reclusos, que conocen la prueba a la que serán sometidos, pero no el color de los sombreros que les pondrán en la cabeza, tienen un tiempo para discutir entre ellos y planificar una estrategia conjunta. Los prisioneros no pueden hacer gestos, tocar a los demás, ni dar pistas a través del tono o volumen de su voz, o diciendo

cualquier otra contraseña. Solamente deben responder blanco o negro de la manera más natural posible, ya que, si los guardias detectaran que puede haber algún truco, no les darían la oportunidad de salvarse y ejecutarían a todos.

¿Cuál sería la mejor estrategia para asegurar que se salve el mayor número posible de prisioneros? ¿Cuántos podrían salvarse con certeza usando esa estrategia?

Pues bien, hay una estrategia en la que consiguen salvarse todos, o todos menos uno. La clave está en el último preso de la fila, al que le hacen la primera pregunta, como él puede ver todos los sombreros de sus compañeros lo único que tiene que hacer es contar los sombreros de color negro (se podría hacer con blanco perfectamente, lo que es importante es que hayan llegado todos los reclusos a un acuerdo). Si la suma de los sombreros negros que vea es par, dirá negro (el resto de los reclusos ya sabe que él ve un número par de sombreros negros) y si fuera impar dirá blanco (el resto de los reclusos ya sabe que él ve un número impar de sombreros negros). Con esta respuesta, como no tienen ninguna información sobre el color de su sombrero, él tendrá una probabilidad de salvarse del cincuenta por ciento, pero es que haga lo que haga él siempre iba a tener esa probabilidad. Lo verdaderamente importante es que gracias a su hipotético sacrificio posibilita a que se salve el resto.

El siguiente recluso al que preguntan (el segundo preso de la fila empezando por el final), volverá a contar los sombreros negros que él ve. Si el resultado es un número par y el anterior preso contestó negro (o sea que el también veía par), sabrá que su sombrero tiene que ser blanco, así que simplemente diciendo blanco se salvaría. Si por el contrario, él ve un número impar pero el preso anterior contestó blanco (o sea que el veía un número impar), sabrá que su sombrero tiene que ser negro. De la misma forma tendría que actuar si al contar los sombreros de los presos de delante obtiene un número impar de sombreros negros, es decir en este caso debería contestar blanco si el anterior recluso había dicho negro y contestar negro si el anterior recluso había dicho blanco.

De esta manera tendría que proceder el resto de los reclusos. Gracias a la respuesta del primer recluso, todos sabrán si el número de sombreros negros de los cuarenta y nueve reclusos restantes es par o impar, teniendo en cuenta esta paridad de los sombreros negros, las respuestas acertadas de los presos anteriores, y contando

los sombreros negros que cada preso puede ver, cada recluso siempre va a poder acertar el color de su sombrero y, por tanto, salvarse.

El peso de los tornillos

Este juego va a consistir en un desafío matemático bastante similar al anterior. Lo primero es introducir su enunciado (Real Sociedad Matemática Española, 2012).

Se tienen seis cajas con trece tornillos en cada una de ellas. En tres de estas cajas, cada tornillo pesa seis gramos, mientras que, en las otras tres, cada tornillo pesa cinco gramos. Aunque todos los tornillos tienen el mismo aspecto, los pesos de los tornillos varían. Se dispone además de una báscula de precisión para pesar los tornillos que se quieran. ¿Cuál es el mínimo número de veces que se necesitará usar la báscula para identificar las cajas con tornillos de cinco gramos, y cómo se haría?

De nuevo va a haber conceptos que aclarar. Los tornillos pesan diferente pero la diferencia es tan mínima que se presupone que no se es capaz de detectar esa diferencia sin utilizar la báscula, incluso si se cogen los trece tornillos de una caja con una mano y otros trece de otra caja con la otra mano, se presupone que no se es capaz de detectar en que mano hay más peso.

Lo primero que se le podría ocurrir a cualquiera es realizar seis pesadas cada una con un tornillo de una caja diferente. De esta manera quedaría resuelto el desafío. Pero, es más, la última pesada sería innecesaria ya que, si se sabe los tornillos que hay en cinco de las cajas, la sexta se puede adivinar por descarte. Por ejemplo, si se han detectado tres cajas con tornillos de cinco gramos y dos cajas con tornillos de seis gramos, la sexta caja tendría que ser de tornillos de seis gramos.

Siendo así parece un desafío extremadamente sencillo, el problema viene cuando se sabe que se puede resolver utilizando una única pesada en la balanza.

Para resolverlo habría que incluir un número diferente de tornillos de cada caja (entre cero y trece). Si el total

de tornillos que se pesan es N , el peso total será cinco veces N más el número de tornillos que se hayan usado de las tres cajas con tornillos de seis gramos.

Para empezar, se podría probar a coger un tornillo de la primera caja, dos de la segunda, tres de la tercera, y así sucesivamente. En total, habrá veintiún tornillos en la báscula, que marcará 105 gramos (21×5) más un gramo adicional por cada tornillo de seis gramos que se haya añadido. Si, por ejemplo, la báscula muestra 112 gramos, se sabrá que hay siete tornillos de seis gramos y, como siete es igual a uno más dos más cuatro, los tornillos de seis gramos estarían en la primera caja, en la segunda y en la cuarta, ya que no hay otra opción de sumar tres números diferentes entre uno y seis, que sumados den siete salvo los que se han indicado. Sin embargo, si la báscula muestra, por ejemplo, 114 gramos, se sabría que hay nueve tornillos de seis gramos, pero esta vez, nueve puede expresarse de varias maneras uno más dos más seis, uno más tres más cinco y dos más tres más cuatro, y por tanto, no se podría determinar de qué cajas provienen los tornillos.

Para evitar que pueda pasar este problema, hay que elegir seis números entre cero y trece de manera que las sumas de cualquier combinación de tres de ellos sean siempre distintas. Esto también requiere que la suma de cualquier par de estos números sea distinta, ya que, por ejemplo, si se tiene uno, dos, tres y cuatro, uno más cuatro es igual a dos más tres, y al usar otro de los números resultará en dos grupos de tres que suman lo mismo.

Teniendo esto en cuenta, lo más sencillo para encontrar una solución es empezar a suponer que el número más pequeño posible es parte de la solución y seguir probando con los números más pequeños posibles descartando las soluciones erróneas. En este caso se puede empezar con el cero. También se podría elegir el uno que es el siguiente valor y también el dos. El tres habría que descartarlo, ya que como tenemos el cero el uno y el dos y cero más tres es igual a uno más dos, incumple lo último que se ha comentado. Se puede seguir eligiendo el cuatro sin problema. El cinco no puede ser solución, ya que cero más cinco es igual que uno más cuatro, y lo mismo ocurre con el seis, cero más seis, es igual a dos más cuatro. Con el siete tampoco habría problema. El ocho se descartaría ya que cero más ocho es igual a uno más siete. El nueve también se descartaría porque cero más nueve, es igual a dos más siete. Tampoco sería válido el diez porque uno más diez es igual a cuatro más siete. El once volvería a dar problemas, ya que cero más once es igual a cuatro más siete. Con el doce continuarían los problemas, pero esta vez se va a recurrir a una suma de tres sumandos, cero más uno más doce es igual a dos más cuatro más siete. Por último, con el trece tampoco habría problemas.

Recapitulando, se habría encontrado una solución consistente en coger cero tornillos de la primera caja, uno de la segunda, dos de la tercera, cuatro de la cuarta, siete de la quinta y todos, o sea trece, de la sexta caja. Lo que hace un total de veintisiete tornillos. Para saber cuántos tornillos de los veintisiete pesan seis gramos se va a partir del peso que tendrían los tornillos si todos pesaran cinco gramos o sea 135 gramos (27×5) en total.

Si tras pesar los tornillos en la báscula diesen un valor de 142 gramos, se sabría que hay siete tornillos que pesan seis gramos, y solo habrá una única opción de conseguirlo como suma de tres de los seis números que se tienen, en concreto será uno más dos más cuatro por lo tanto los tornillos de seis gramos estarán en la segunda caja, en la tercera y en la cuarta. Y en el resto de las cajas se encontrarán los tornillos de cinco gramos. Otro ejemplo, si tras pesar los tornillos se obtuviera un valor en la balanza de 153 gramos, implicaría que se han pesado dieciocho tornillos de seis gramos. Esto solamente se puede conseguir con los seis números que se tienen como suma de uno más cuatro más trece. Los tornillos de seis gramos estarán en la segunda caja, en la cuarta y en la sexta.

En la Figura 18 de la siguiente página se muestran los veinte resultados posibles, para la combinación concreta con la que se ha estado trabajando.

La solución encontrada 0, 1, 2, 4, 7 y 13 no es la única, como se ha empezado a deducir eligiendo el menor número de tornillos posibles, precisamente va a ser la solución que involucre el menor número de tornillos, veintisiete. Si se resta a trece cada número de la solución calculada, se obtiene su solución complementaria, es decir la 13,12,11,9,6 y 0, que suma un número de tornillos de cincuenta y uno.

Se ha demostrado que hay otra solución a mayores, que es la misma de la que se partía intercambiando el cuatro por un diez que cumple con todos los requisitos exigidos, en concreto la 0, 1, 2, 7, 10 y 13, con un número total de tornillos de treinta y tres. Y de igual manera será solución su complementaria, 13, 12, 11, 6, 3 y 0 que necesitaría pesar cuarenta y cinco tornillos.

Solo hay cuatro soluciones posibles porque no importa de qué caja se tome cada número de tornillos. Si consideramos las 720 maneras en que se pueden ordenar las cajas ($6!$), las soluciones serían 2880 (720×4).

<i>Gramos</i>	<i>Primera caja</i>	<i>Segunda caja</i>	<i>Tercera caja</i>	<i>Cuarta caja</i>	<i>Quinta caja</i>	<i>Sexta caja</i>
<i>139 gramos</i>	6 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	5 gramos
<i>140 gramos</i>	6 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos
<i>141 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos
<i>142 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos
<i>143 gramos</i>	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>144 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>145 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>146 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>147 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>148 gramos</i>	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos
<i>149 gramos</i>	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>150 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>151 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>152 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>153 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>154 gramos</i>	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos
<i>155 gramos</i>	6 gramos	5 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos
<i>156 gramos</i>	5 gramos	6 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos
<i>157 gramos</i>	5 gramos	5 gramos	6 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos
<i>159 gramos</i>	5 gramos	5 gramos	5 gramos	6 gramos	6 gramos	6 gramos

Figura 18

Capítulo 5. Trabajos futuros.

Una vez abordado este proyecto en el que se ha partido de una investigación teórica planificada para implementarla durante un curso escolar, se ha adaptado esta investigación para llevarla a cabo en un entorno real durante el periodo de prácticas del investigador y por último se han indicado una serie de actividades para fomentar el desarrollo del razonamiento en el alumnado, se está en disposición de señalar una serie de trabajos futuros partiendo de este proyecto.

El más evidente de todos, sería el de implementar en la práctica el proyecto teórico durante todo un curso escolar y sin las limitaciones que se han tenido tanto de medios como temporales para llevarlo a cabo durante las prácticas. Se piensa que esta labor práctica, ha tenido la suficiente consistencia o al menos da la esperanza para que una investigación mayor en el tiempo pueda dar buenos resultados. Lógicamente esto no se podría hacer en el marco de un Trabajo Final de Máster, pero en otros ámbitos es una investigación que podría tenerse en cuenta.

Otro posible trabajo futuro, sería realizar la misma investigación propuesta para otros contextos, es decir fundamentalmente se ha centrado la investigación para un alumnado de primero de Bachillerato. Sería interesante realizar esta misma investigación para otros niveles (cuantos más mejor) y estudiar si el efecto del uso de utilizar metodologías basadas en la gamificación en cuanto al razonamiento se refiere, es menor o mayor dependiendo de las edades de los grupos donde tiene lugar la intervención. Se podría hacer un estudio para cada nivel de la educación secundaria, e incluso se podría extrapolar a la educación primaria.

En la misma línea que lo planteado en el párrafo anterior, se podría ver la influencia del entorno. En concreto realizar este mismo estudio en institutos muy diversos: públicos, concertados y privados; institutos de varios barrios con importantes diferencias socioeconómicas; influencia en grupos extremadamente heterogéneos y homogéneos.

Otro aspecto que se podría estudiar más a fondo es ver el efecto de esta investigación en el alumnado con necesidades educativas especiales. Es probable que el uso de metodologías más motivantes cause un beneficio extra a este tipo de alumnado. Es algo que se podría investigar y comparar el hipotético desarrollo del alumnado

con estas características sobre el desarrollo del alumnado sin necesidades específicas de apoyo educativo.

El estudio se ha basado en investigar cómo el razonamiento es modificado a través del uso de la gamificación. Otra idea más plausible y mucho más sencilla de implementar es comprobar únicamente el rendimiento académico utilizando gamificación. El estudio sería similar al planteado teóricamente con la ventaja que las recogidas de datos del grupo experimental y del grupo de control, se puede simplificar con los controles parciales, de evaluación y finales de los alumnos. Es decir, no se necesitaría ningún administrador externo, ni encontrar o diseñar algún test que asegure que mide lo que realmente se desea medir.

En el Capítulo 4, se han propuesto una serie de actividades gamificadas o que se podrían gamificar, que por construcción fomentan el razonamiento. Otro trabajo futuro, podría ser el de realizar un repositorio de este tipo de actividades, para facilitar ese trabajo a los docentes que lo quieran llevar a la práctica, ya que una de las desventajas de la gamificación, es el excesivo tiempo que lleva preparar las actividades.

Seguramente podría haber muchísimas propuestas más sobre trabajos futuros que se podrían plantear tras este proyecto. Se han destacado las que se piensa que podrían ser interesantes, dada su utilidad y en algún caso, su sencillez para llevarlo a cabo.

Capítulo 6. Conclusiones.

La educación y sus métodos siempre han despertado un notable interés social, especialmente con el progreso de las tecnologías, que ha propiciado la creación de nuevas estrategias de enseñanza, innovadoras y eficientes. A diferencia de las metodologías más clásicas, las nuevas se centran en el aprendizaje por competencias, priorizando la motivación del alumnado y su percepción de la materia y la escuela. Sin embargo, los métodos tradicionales continúan siendo prevalentes, ya que, en muchos casos, las nuevas metodologías no se han adaptado completamente al contenido curricular establecido por la ley o requieren demasiado tiempo.

Frecuentemente, la gamificación no elimina la clásica explicación del docente sobre un tema o partes de este, de hecho, si el contenido a explicar es demasiado abstracto, no suele ser una buena idea recurrir a esta metodología para introducirlo. Tampoco es ideal suprimir todos los ejemplos, ejercicios y prácticas tradicionales, pero lo que sí que es conveniente es trabajar con varias metodologías para que las más modernas den ese enfoque renovado altamente motivante, y más si a mayores se incluye el trabajo en grupo.

Como se ha intentado explicar a lo largo del trabajo, el juego en el aula es una excelente manera de motivar a los estudiantes y facilitar un aprendizaje significativo. Con el avance tecnológico, se han creado numerosos videojuegos educativos. De este modo, los alumnos pueden aprender jugando tanto en casa como en el aula, de una forma lúdica y sin caer en la rutina. No obstante, la metodología basada en juegos no debe ser la única utilizada, ya que requiere más recursos de los disponibles. Por contra, esta metodología demanda mucho tiempo, tanto del profesor al preparar las sesiones como en clase, ya que conceptos pequeños pueden requerir varias sesiones para trabajarlos. De todas formas, el tiempo empleado por el docente para desarrollar la actividad, es únicamente para la primera vez que se lleva a cabo, luego con pequeñas adaptaciones según el nivel del alumnado y las correcciones y mejoras que se vayan haciendo tras lo detectado al implementar la actividad, será más que suficiente.

A pesar de las dificultades para implementar esta metodología, hay estudios que avalan y demuestran su eficacia, especialmente en edades tempranas.

A lo largo de este trabajo se ha querido poner de manifiesto si entre todas las virtudes que tiene la gamificación

también se encuentra la de desarrollar el razonamiento abstracto y/o matemático del alumnado.

Como también se ha comentado al comienzo del trabajo, los estudiantes de secundaria atraviesan una fase de transformación significativa. Es una de las etapas de la vida donde se observan mayores cambios, tanto a nivel físico como mental. Los estudiantes empezarán a experimentar cambios que les permitirán gradualmente comprender conceptos abstractos, los cuales serían imposibles de enseñar en las primeras etapas de la vida. La capacidad de abstracción en la mente adolescente es un proceso cognitivo crucial que posibilita un pensamiento más complejo y sofisticado. Durante la adolescencia, el desarrollo del cerebro, potencia habilidades avanzadas como la abstracción. Este proceso consiste en la habilidad para identificar patrones, conceptos generales y principios subyacentes a partir de experiencias y datos concretos. Es en esta etapa cuando los adolescentes comienzan a abandonar el pensamiento concreto característico de la infancia y avanzan hacia un pensamiento más abstracto y teórico fundamental para las Matemáticas para comprender conceptos que no están vinculados a nada tangible. El razonamiento matemático que se basa en la abstracción promueve el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y lógico.

Teniendo todo esto en cuenta, se ha diseñado un proyecto de investigación, para determinar si la gamificación influye en el desarrollo del razonamiento abstracto del alumno. Se ha quedado en un proyecto teórico dada la imposibilidad de poder realizar una investigación de nueve meses de duración en apenas tres semanas de intervención práctica.

Para tener algún resultado tangible y real, se ha adaptado este proyecto para llevarlo a cabo midiendo el razonamiento matemático, pero no con el ánimo de que sea una investigación sólida y fundamentada cuyas conclusiones no se puedan refutar. La idea ha sido mostrar, cómo se debería llevar a cabo esta investigación teórica, si se quisiera llevar a la práctica. Habría que hacer lo mismo que se ha llevado a cabo, pero extendiéndolo en el tiempo con muchos más puntos de control.

Aún con esta limitación se han analizado los datos obtenidos. De nuevo este análisis hay que tomarlo como muestra de cómo habría que realizar un análisis. Para llegar a alguna conclusión realmente basada e informada, se requeriría de muchísimos más datos, para ver si efectivamente el comportamiento o correlación entre las variables analizadas es lineal (ya que con solo dos puntos siempre se puede trazar una recta), y cuál es el grado de mejoría, de utilizar la gamificación con respecto a no utilizarla. Con los datos obtenidos, el resultado es esperanzador, y si que hay visos de que la gamificación puede fomentar el razonamiento matemático, pero hay

que insistir en que para asegurarlo habría que hacer una investigación más duradera en el tiempo. Hay que hacer una apreciación, y es que como precisamente la mente adolescente esta cambiando para asimilar el razonamiento abstracto y/o matemático, se espera que por puro desarrollo del alumno siempre haya un aumento de este razonamiento. Lo que se ha pretendido estudiar es si este aumento es mayor utilizando gamificación.

Se ha trabajado con gamificación en un curso avanzado de primero de Bachillerato, y en concreto en el entorno del trabajo con límites de funciones, un concepto altamente abstracto. Como se ha comentado, la gamificación es muy útil para trabajar a edades tempranas, pero no tiene por qué quedarse solo ahí. Se ha tratado de demostrar cómo se puede utilizar para alumnado de niveles superiores y que, aunque los conceptos sean excesivamente abstractos, siempre hay actividades que se pueden gamificar, como de echo se ha hecho.

Independientemente del resultado que hubiera dado esta investigación, lo que sí que es cierto, es que existen actividades que por su propia construcción favorecen el desarrollo del razonamiento. En este trabajo se ha hablado del juego Nim y se han enunciado y resuelto un par de desafíos matemáticos que hacen trabajar el razonamiento. Hay infinidad de juegos, desafíos y propuestas de este tipo, y además siempre se pueden diseñar o adaptar por el propio docente. Si la meta fuese únicamente desarrollar esta capacidad, habría que trabajar con actividades del tipo de las propuestas.

En el último capítulo, se han indicado una serie de propuestas para trabajos futuros. Desde realizar la misma investigación para otros niveles y contextos, a investigar cómo afecta la gamificación a otros factores diferentes al razonamiento, o simplemente trabajar en un repositorio de actividades.

Como conclusión personal final hay que señalar que el juego siempre ha estado presente en la vida del ser humano, desde la prehistoria hasta nuestros días. También está presente desde los primeros días de la niñez hasta los últimos días de la adultez. Es decir, el juego es parte intrínseca del ser humano y por tanto los docentes deben de aprovecharse de ello para introducirlo en la educación.

Hay materias más proclives que otras para poder ser gamificadas, por cómo son las Matemáticas no es muy complicado introducir esta metodología para impartirla, ya que muchos de los juegos llevan una base estratégica, a veces numérica, que harán desarrollar muchas capacidades del alumnado, mientras están aprendiendo en un ambiente lúdico y motivante, que además hace desarrollar otras competencias.

Por todo ello, parece buena opción intentar optar por esta metodología como parte de las utilizadas a la hora de trabajar con los alumnos dada la enorme cantidad de virtudes que tiene.

Capítulo 7. Referencias Bibliográficas

Area44. (2018). *Test de Raven*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://area44.es/test-de-raven>

Aulaplaneta. (2015). *Cómo aplicar la gamificación en el aula [Infografía]*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://www.aulaplaneta.com/2015/08/11/recursos-tic/como-aplicar-la-gamificacion-en-el-aula-infografia>

Berlekamp, E. R., Conway, J. H., & Guy, R. K. (1982). *Winning ways for your mathematical plays* (Vols. 1-4). Academic Press.

Bouton, C. L. (1901). *Nim and the theory of games*. *Annals of Mathematics*, 3(1-4), 35-39.

CalcMe. (s.f.). Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://calcme.com/a>

Caraballo, A. (2023). *11 juegos con problemas de matemáticas para secundaria*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://quonomy.com/x-juegos-con-problemas-de-matematicas-para-secundaria>

Carpenter, P. A., Just, M. A., & Shell, P. (1990). *¿Qué mide una prueba de inteligencia?: Una explicación teórica del procesamiento en el Test de Matrices Progresivas de Raven*. *Psychological Review*, 97(3), 404-431.

Conway, J. H. (2001). *On numbers and games* (2ª ed.). A K Peters/CRC Press.

Creswell, J. W. (2013). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4ª ed.). SAGE Publications, Inc.

Cristo Rey VA. (s.f.). *Cristo Rey VA*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://cristoreyva.com/>

Deterding, S., Sicart, M., Nacke, L., O'Hara, K., & Dixon, D. (2011). *Gamification: Using game design elements in non-gaming contexts*. En CHI 2011, May 7–12, 2011, Vancouver, BC, Canadá (pp. 2425-2434). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/1979742.1979575>

Dorado Díaz, A. (s.f.). *Estadística bidimensional*. Universidad de Valladolid. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://campusvirtual.uva.es/mod/folder/view.php?id=1999165>

Echevarría, H. D. (2016). *Diseños de investigación cuantitativa en psicología y educación* (1ª ed.). Río Cuarto: UniRío Editora. Libro digital, PDF - (Académico científica).

El Diario Montañés. (2022, octubre 20). Matemapolis, la increíble ciudad. El Diario Montañés. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://www.eldiariomontanes.es/cantabria-dmoda/virales/matemapolis-increible-ciudad-20221020150754-nt.html?ref=https%3A%2F%2Fwww.eldiariomontanes.es%2Fcantabria-dmoda%2Fvirales%2Fmatemapolis-increible-ciudad-20221020150754-nt.html>

Gamelearn. (s.f.). *Gamelearn*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://www.game-learn.com/es/>

García-López, P. (2019). Gamificando mi aula: Escape Room y BreakoutEDU. *Ventana Abierta*, 1(26), 50-56. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://revistaventanaabierta.es/gamificando-mi-aula-escape-room-y-breakoutedu/>

Geogebra. (s.f.). Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>

Gobierno de España. (2006). *Ley Orgánica 2/2006*.

Gobierno de España. (2022). *Real Decreto 243/2022*.

Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw-Hill.

Hopscotch Model. (s.f.). *Hopscotch model: Your pathway to a well-constructed research project*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://hopscotchmodel.com>

Jensen, A. R. (1998). *The g factor: The science of mental ability*. Praeger.

Juegos con estrategia. (s.f.). Recuperado el 5 de junio de 2024 de https://departamentos.colegiosansaturio.com/deptomatesweb/SANSAMATES/Trabajos/juegosestrategia_sara2rodriguez2cc/nim.htm

Junta de Castilla y León. (2022). *BOCYL Bachillerato Lomloe Decreto 40/2022*.

Kahoot. (s.f.). Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://kahoot.com/>

Kerlinger, F. N., & Lee, H. (2002). *Investigación del comportamiento: Métodos de investigación en Ciencias Sociales* (4ª ed.). México: McGraw-Hill.

Lichtman, M. (2011). *Qualitative research in education: A user's guide*. *Modern Language Journal*, 95(3), 470. https://doi.org/10.1111/j.1540-4781.2011.01212_14.x

Magimáticas. (s.f.). Cofres Magimáticos. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://magimaticas.webnode.es/cofres-magimaticos/>

Maxwell, J. A. (2008). Designing a qualitative study. En L. Bickman & D. J. Rog (Eds.), *Handbook of applied social science research methods* (pp. 214-253). Sage.

Mertens, D. M. (2010). *Research and evaluation in education and psychology: Integrating diversity with quantitative, qualitative, and mixed methods* (3ª ed.). Sage.

NeuronUP. (2024). *Test de Raven*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://neuronup.com/neurociencia/neuropsicologia/test-neuropsicologicos/test-de-raven/>

OCDE. (2013). *PISA 2012 Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy*. OCDE Publishing.

Pereda, S. (1987). *Psicología experimental I. Metodología*. Madrid: Pirámide.

Phillips, D. C., & Burbules, N. C. (2000). *Postpositivism and educational research*. Rowman & Littlefield Publishers.

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Raven, J. (2000). *The Raven's Progressive Matrices: Change and Stability over Culture and Time*. *Cognitive Psychology*, 41(1), 1-48.

Real Sociedad Matemática Española. (2012). *Desafíos matemáticos: Propuestos por la Real Sociedad Matemática Española en su centenario*. Editorial SM.

Revuela, D. A., Alcaide Guindo, F., Pérez, A., Arranz, J. M., Losada, R., Mora, J. A., Sada, M., Álvarez, J. L., Moreno, M., Hernández, J., & Serrano, E. (2022). *Matemáticas I. 1 Bachillerato*. [SM]. (Versión digital: Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://sma01.smaprendizaje.com/local/dashboard/>).

Salkind, N. J. (1999). *Métodos de investigación* (3ª ed.). México: Prentice Hall.

Spearman, C. (1927). *The nature of intelligence and the principles of cognition*. Londres: Macmillan.

Trent, J., & Fife, C. (s.f.). *Tests cognitivos: Conoce 2 de los más importantes*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://blog.pearsonlatam.com/talento-humano/tests-cognitivos-conoce-los-mas-importantes>

Universidad de Valladolid. (2024). *Iniciación a la investigación educativa en matemáticas*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de <https://campusvirtual.uva.es/course/view.php?id=55317>

Universidad de Valladolid. (s.f.). *Tema 13. Tareas y juegos. Metodología y evaluación en matemáticas*. Recuperado el 5 de junio de 2024 de https://campusvirtual.uva.es/pluginfile.php/5471671/mod_resource/content/1/Tema%2013.%20Tareas%20y%20Juegos.pdf

Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (2007). *Theory of games and economic behavior* (60th anniversary ed.). Princeton University Press.

Zatarain Cabada, R. (2018). Affective recognition and gamification applied to learning algorithmic logic and programming. *SCIELO*, 20(3), 115-125. <https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.3.1636>

Anexos.

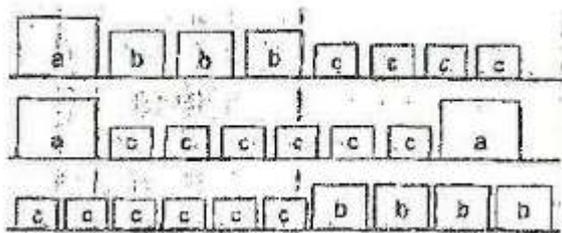
En las siguientes páginas, se adjuntan los siguientes anexos:

- Anexo I: Pretest.
- Anexo II: Situación de aprendizaje con gamificación.
- Anexo III: Encuesta situación de aprendizaje del grupo experimental.
- Anexo IV: Encuesta situación de aprendizaje del grupo control.
- Anexo V: Postest.

Anexo I. Pretest.

Razonamiento matemático y lógico-matemático.

1) En una gasolinera se han colocado botes de aceite en un exhibidor de tres estantes, como muestra el gráfico, de tal forma que tiene catorce litros de aceite en cada estante. Los botes son de tres tamaños diferentes: a, b y c. ¿Cuántos litros de aceite contiene cada tamaño?



A) a: 3 litros, b: 2 litros, c: 1 litro

B) a: 4 litros, b: 3 litros, c: 2 litros

C) a: 5 litros, b: 4 litros, c: 3 litros

D) a: 4 litros, b: 2 litros, c: 1 litro

E) a: 5 litros, b: 4 litros, c: 2 litros

2) ¿Cuántos cortes se deben de hacer como mínimo para que un pastel quede dividido en ocho partes iguales?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3) En una tienda se reciben 7 cajas de refrescos 3 veces a la semana. Si cada caja contiene 24 refrescos, ¿cuántos refrescos se reciben en un mes?

A) 504 B) 168 C) 2,016 D) 84 E) 2,060

4) En el baile que se celebró en el pueblo de Dueñas para festejar a San Miguel, se vendieron 300 entradas. Los hombres pagaron por entrada 60€ y las mujeres 40€, si se reunieron en total €15,000€ ¿cuántas mujeres entraron al baile?

A) 270 B) 150 C) 120 D) 30

5) El número que sigue en la serie 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, _____ es

A) 33 B) 28 C) 26 D) 29

6) Un tren de pasajeros se compone de doce vagones. Cada vagón tiene seis compartimientos y cada compartimiento tiene seis lugares para viajar sentado; ¿cuántos pasajeros pueden viajar sentados en el tren?

A) 342 B) 172 C) 422 D) 432

7) ¿Cuál es el menor número de caramelos de 65 céntimos que se pueden comprar con monedas de €1 sin recibir cambio?

A) 1,300 B) 1,250 C) 1,450 D) 890

8) Un estudiante realiza las operaciones de un problema en su calculadora y redondeó el resultado a 48.2. El redondeo lo hizo respecto a los centésimos más próximos. ¿Cuál de los siguientes números es el más aproximado al que obtuvo en la calculadora?

A) 48.328 B) 48.289 C) 48.189 D) 48.141 E) 48.043

9) Una bicicleta avanza 144 metros en un minuto, a velocidad constante. ¿Qué distancia recorrerá en 5 horas y media?

A) 47, 520 metros B) 45, 720 metros C) 43,200 metros D) 475,200 metros

10) El orden ascendente de menor a mayor, en el siguiente conjunto de números -4, 4, -3, 3,-2, 2 es:

A) -2, -3, -4, 2, 3, 4

B) -4, -3, -2, 4, 3, 2

C) -4, -3, -2, 3, 2, 4

D) -4, -3, -2, 2, 3, 4

E) -3,-4,-2, 2, 3, 4

11) ¿Qué número completa la secuencia 4, 6, 10, 18, 34?

A) 42 B) 50 C) 60 D) 66 E) 68

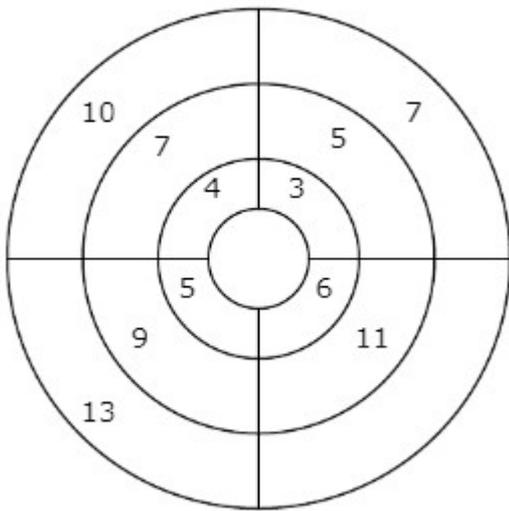
12) Se sabe que un remedio casero funciona en 15 de cada 60 personas. ¿Qué probabilidad tengo que funcione si me aplico el remedio?

- A) 15% B) 45% C) 25% D) 60%

13) En la sucesión 8, 32, 128 ¿qué número sigue?

- A) 224 B) 256 C) 384 D) 512 E) 521

14) Señala el número que falta en el espacio vacío:



- A) 8 B) 12 C) 13 D) 14 E) 16

15) En el numeral 21859, el valor posicional de las centenas corresponde al:

- A) 2 B) 1 C) 8 D) 5 E) 9

16) ¿Qué número falta en el espacio vacío, para que se siga el mismo patrón que en los demás números?

	36	4	16	
	7	49	9	81
5	25	1	1	

A) 49 B) 36 C) 8 D) 7 E) 6

17) 38% de 40€ es:

A) 1520€ B) 38€ C) 15.20€ D) 1.52€ E) 0.152€

18) La suma de dos números consecutivos es 27. ¿Cuál es el menor de ellos?

A) 25 B) 14 C) 13 D) 12

19) Tenía 86 canicas y le di una parte a mi hermano. Ahora mi hermano tiene 12 canicas más que yo. ¿Con cuántas canicas me quedé?

A) 37 B) 74 C) 100 D) 12 E) 23

20) Encuentra tres números enteros impares consecutivos que sumen 57

A) 17, 19 y 22 B) 15, 17 y 21 C) 17, 21 y 23 D) 17, 19 y 21

21) Se tienen dos frascos de esencias de perfumes diferentes con 20ml cada uno. Se toman con un gotero 10ml del perfume A y se depositan en el frasco del perfume B. Luego se toman 10ml de la mezcla obtenida y se depositan en el frasco del perfume A. ¿Qué habrá más, perfume A en el frasco B o perfume B en el frasco A?

A) Hay la misma cantidad en los dos frascos

B) Hay más perfume A en el frasco B

C) Hay más perfume B en el frasco A

D) Hay el doble de perfume A en el frasco B que de perfume B en el frasco A

22) ¿Cuál es la razón de tu respuesta a la pregunta anterior?

A) Al regresar los 10ml de la mezcla, no se regresa todo el perfume A

B) Al regresar los 10ml de la mezcla, se regresa más perfume B que perfume A

C) Al regresar los 10ml de la mezcla, se compensan las cantidades de los dos perfumes

D) Al regresar los 10ml de la mezcla, solamente se regresa la mitad del perfume A que se había depositado en el frasco B.

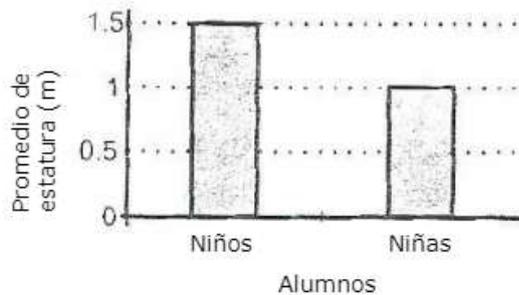
23) ¿Cuál es la probabilidad de que al lanzar un dado caiga un número impar?

A) $1/4$ B) $1/2$ C) $2/6$ D) $4/6$

24) La mitad de un tabique junto con 6 libros iguales pesan lo mismo que un tabique. ¿Qué fracción del peso de un tabique completo pesa cada libro?

- A) $1/3$ B) $1/6$ C) $1/8$ D) $1/9$ E) $1/12$

25) Observa la siguiente gráfica:



¿De acuerdo con sus datos, qué expresión determina el promedio de estaturas de ambos sexos?

- A) $(\text{Niños} + \text{Niñas}) / \text{Total de alumnos}$

- B) $(\text{Niños} + \text{Niñas}) / 2$

- C) $(1.5 + 1) / \text{Total de alumnos}$

- D) $(1.5 + 1) / 2$

26) Una pila de periódicos pesa 12 kg. Si cada periódico pesa $1/5$ kg, ¿cuántos periódicos hay en la pila?

_____ periódicos

27) ¿Cuál de los siguientes eventos no es de azar?

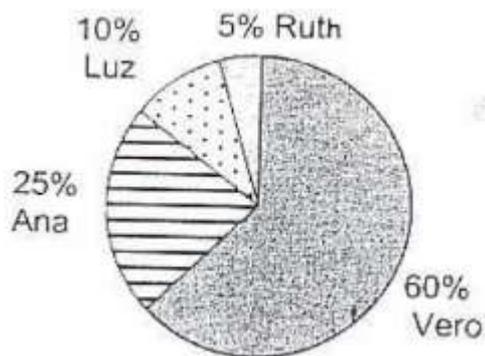
A) Extraer una carta de un mazo y que sea un 7

B) Contar el número de puntos de las primeras cuatro fichas de un dominó

C) Sacar cara al lanzar una moneda

D) Al lanzar un dado saldrá 7

28) Observa la siguiente gráfica que representa los resultados de la votación de un grupo para elegir a su representante:



Si por Ruth votaron 3 personas, ¿cuántas personas votaron por Vero?

A) 6 B) 24 C) 30 D) 36

29) ¿Qué operación se necesita hacer con 99 y 3, para que el resultado sea 33?

A) 99×3 B) $3 + 99$ C) $99 - 3$ D) $99 \div 3$ E) 99×99

30) En un recipiente hay $5 \frac{1}{4}$ de litros de aceite el cual se va a envasar en botes donde caben $\frac{3}{4}$ de litro cada uno. ¿Cuántos botes se llenarán al envasar todo el aceite?

_____ botes

31) El profesor de educación física clasifica a su grupo de 30 alumnos en tres categorías de rendimiento: $\frac{2}{15}$ de ellos son de bajo rendimiento, $\frac{2}{3}$ de rendimiento promedio y $\frac{1}{5}$ de alto rendimiento.

A) ¿Cuántos alumnos son de bajo rendimiento? _____ alumnos

B) ¿Cuántos alumnos son de rendimiento promedio? _____ alumnos

C) ¿Cuántos alumnos son de alto rendimiento? _____ alumnos

32) El contenido de una botella de refresco alcanza para llenar 6 vasos iguales y sobra un poco. Si con 2 botellas se pudieron llenar 13 vasos y no sobró nada, ¿qué fracción de refresco queda en una botella después de llenar 6 vasos?

A) $\frac{1}{2}$ de botella

B) $\frac{1}{7}$ de botella

C) $\frac{1}{13}$ de botella

D) $\frac{1}{26}$ de botella

33) ¿Qué número multiplicado por 8 da el triple de 24?

A) 16 B) 9 C) 69 D) 8 E) 3

34) Si comparamos las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ por medio de los signos $>$, $=$, $<$; la comparación correcta es:

A) $\frac{2}{5} = \frac{3}{4}$ B) $\frac{3}{4} = \frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{4} < \frac{2}{5}$ D) $\frac{2}{5} < \frac{3}{4}$ E) $\frac{2}{5} > \frac{3}{4}$

35) Un automóvil corre a una velocidad de 120 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 1 hora y 45 minutos?

A) 180 km B) 210 Km C) 240 km D) 270 km E) 300 km

36) Para saber qué número multiplicado por 32 nos da 481, debemos hacer:

A) $481 + 32$ B) $481 - 32$ C) 481×32 D) 32×32 E) $481 \div 32$

37) Un futbolista jugó 40 partidos, si ganó el 70% de ellos. ¿Cuántos ganó?

A) 12 B) 24 C) 28 D) 60 E) 110

38) Si los alumnos de 6º año entran a las 14:00 horas, salen a las 18:30 y tienen un descanso de 30 minutos, ¿Cuántos minutos tienen de clase?

A) 270 min B) 480 min C) 240 min D) 730 min E) 300 min

39) René tiene 20 años y es menor que Gustavo 3 años. Si Carlos es menor que Gustavo 12 años, ¿cuántos años tiene Carlos?

A) 11 años B) 8 años C) 24 años D) 23 años E) 30 años

40) Si un saco de azúcar pesa 40 kg y otro 25 kg y paso azúcar del primer saco al segundo hasta igualarlos en peso, ¿cuánto pesará cada saco?

A) 30 kg B) 65 kg C) 48 KG D) 35 kg E) 32.5 kg

41) Si un litro de café está a una temperatura de 82°C y lo mezclas con un litro de leche que está a 40°C , ¿qué temperatura alcanza dicha mezcla?

A) 122°C B) 61°C C) 63°C D) 40°C E) 42°C

42) ¿Cuánto deberán de dar de cambio a Ricardo si paga con 12 monedas de 20 céntimos, un helado que cuesta 2.25€?

A) 0.05€ B) 0.15€ C) 0.35€ D) 0.75€ E) 2.40€

43) Por dos chocolates del mismo precio y un dulce pagué 2.10€. Si el dulce costó 0.50€, ¿cuál fue el precio de cada chocolate?

A) 0.80€ B) 0.70€ C) 1.05€ D) 0.50€ E) 1.60€

44) ¿Cuánto cobra un chofer por 15 días de trabajo, si su salario es de 9.95€ al día?

A) 149.25€ B) 139.25€ C) 129.15€ D) 99.35€ E) 100.00€

45) En una tracción mecánica se subieron 20 personas, y al terminar se bajaron 3 personas y subieron 5. En el siguiente viaje bajaron 4 y subieron 2. Para el tercer viaje bajaron 4 y subieron 3. ¿Cuántas personas realizaron el tercer viaje?

A) 19 B) 21 C) 39 D) 15 E) 25

46) Por dos naranjas cobran 0.90€, ¿cuánto costarán 18 naranjas?

A) 16.20€ B) 10.20€ C) 5.10€ D) 8.10€ E) 9.10€

47) Por siete libretas cobran 17.85€, ¿cuánto pagaré por una libreta?

A) 3.00€ B) 2.55€ C) 2.50€ D) 3.55€ E) 2.05€

48) Karen alquiló una bicicleta por una hora y media. Cuando salió con la bicicleta el reloj marcaba las 10:15 horas, pero al entregarla se dio cuenta que se había pasado 10 minutos, pues el reloj tenía las:

A) 11:45 hrs B) 11:25 hrs C) 11:40 hrs D) 11:55 hrs E) 11:10 hrs

49) Ricardo vende café en tazas de $\frac{1}{4}$ de litro de 0.40€ cada una. Si un día vendió ocho y medio litros de café, el total de la venta fue de:

A) 3.40€ B) 4.00€ C) 6.80€ D) 12.80€ E) 13.60€

50) La vajilla que compró Juan para su restaurante tenía originalmente 130 piezas. De ellas, 14 todavía no se han estrenado y se han roto 18 platos, 12 vasos y 15 tazas. ¿Cuántas están en servicio?

A) 45 piezas B) 59 piezas C) 71 piezas D) 83 piezas E) 99 piezas

51) Se construyó una pared de 3 metros de alto por 5 metros de largo con 555 ladrillos. Sin considerar el área de la mezcla entre los ladrillos, ¿cuántos ladrillos hacen falta para aumentar un metro de alto?

A) 740 ladrillos B) 370 ladrillos C) 185 ladrillos D) 111 ladrillos E) 195 ladrillos

52) Al regresar del parque de atracciones, Alberto se dio cuenta de que había gastado el doble del dinero que le sobró. Si ahora le quedan 200€, ¿cuánto dinero en total llevó a los juegos mecánicos?

A) 800€ B) 600€ C) 400€ D) 300€ E) 500€

Anexo II: Situación de aprendizaje con gamificación.

Contextualización.

Se va a trabajar esta situación de aprendizaje durante las tres últimas semanas del segundo trimestre. Se va a implementar en dos grupos heterogéneos de primero de Bachillerato en un centro concertado de nivel socioeconómico medio-bajo. No hay ningún alumno con necesidades especiales específicas.

Objetivos de etapa.

No se ha pensado trabajar ninguno de los objetivos de etapa propios de la legislación de Castilla y León (BOCYL Decreto 40/2022), para que, de esta manera, sea una actividad abierta a poder ser utilizada en cualquier punto del ámbito nacional. Se pretende alcanzar los siguientes objetivos de etapa que marca la ley para los alumnos de Bachillerato, tras trabajar con la situación de aprendizaje que se va a proponer (Ley Orgánica 2/2006) (Real Decreto 243/2022):

b) Consolidar una madurez personal, afectivo-sexual y social que les permita actuar de forma respetuosa, responsable y autónoma y desarrollar su espíritu crítico. Prever, detectar y resolver pacíficamente los conflictos personales, familiares y sociales, así como las posibles situaciones de violencia. Mediante el trabajo en pares y en grupo.

c) Fomentar la igualdad efectiva de derechos y oportunidades de mujeres y hombres, analizar y valorar críticamente las desigualdades existentes, así como el reconocimiento y enseñanza del papel de las mujeres en la historia e impulsar la igualdad real y la no discriminación por razón de nacimiento, sexo, origen racial o

étnico, discapacidad, edad, enfermedad, religión o creencias, orientación sexual o identidad de género o cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Mediante el trabajo en pares y en grupo. La Tarea 3, ha sido diseñada poniendo a una mujer como protagonista.

d) Afianzar los hábitos de lectura, estudio y disciplina, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje, y como medio de desarrollo personal. Mediante el trabajo para casa de la Tarea 1 y la Tarea 4.

g) Utilizar con solvencia y responsabilidad las tecnologías de la información y la comunicación. Mediante la Tarea 2.

i) Acceder a los conocimientos científicos y tecnológicos fundamentales y dominar las habilidades básicas propias de la modalidad elegida. Mediante toda la situación de aprendizaje.

k) Afianzar el espíritu emprendedor con actitudes de creatividad, flexibilidad, iniciativa, trabajo en equipo, confianza en uno mismo y sentido crítico. Mediante el trabajo en pares y en grupo.

A mayores de estos objetivos indicados en la ley, se van a marcar otros objetivos propios, en concreto, que el alumnado comprenda el concepto de límite de función y sepa resolver ciertas indeterminaciones de funciones polinómicas.

Descriptorios operativos y competencias específicas: Mapa de relaciones criterios.

A lo largo de la situación de aprendizaje se desarrollarán las siguientes competencias específicas (BOCYL Decreto 40/2022):

Competencia específica 1

1.1 Interpretar problemas matemáticos y de la vida cotidiana extrayendo los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas. (CCL1, STEM1, STEM2, STEM3, STEM4)

1.2 Aplicar algunas herramientas sencillas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas. (STEM1, STEM2, STEM3, STEM4, CPSAA5, CE3)

1.3 Obtener soluciones matemáticas de un problema por métodos sencillos activando los conocimientos necesarios. (STEM1, STEM2, STEM3, CE3)

Competencia específica 2

2.1 Comprobar, de forma guiada, la corrección matemática de las soluciones de un problema realizando los procesos necesarios. (STEM1, STEM2)

2.2 Comprobar, guiadamente, la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, conociendo el alcance y repercusión de estas desde varias perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable, etc.). (STEM1, STEM4)

Competencia específica 3

3.1 Comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones y propiedades. (CCL1, STEM1, STEM2)

3.2 Plantear variantes de un problema dado de forma guiada modificando algún dato. (CCL1, STEM2)

3.3 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la comprobación de problemas analizando el resultado obtenido. (STEM1, CD2)

Competencia específica 4

4.1 Organizar datos y descomponer un problema en partes más simples identificando los datos y los resultados de cada una de las partes. (STEM1, STEM2)

4.2 Modelizar situaciones y resolver problemas interpretando algoritmos. (STEM1, STEM3)

Competencia específica 5

5.1 Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas apreciando un todo coherente. (STEM1)

5.2 Identificar conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas. (STEM1)

Competencia específica 6

6.1 Identificar situaciones susceptibles de ser formuladas y resueltas mediante herramientas matemáticas, estableciendo conexiones entre el mundo real y las Matemáticas y usando los procesos inherentes a la investigación científica y matemática: medir, comunicar y clasificar. (CCL1, STEM1, STEM2, CE3)

Competencia específica 7

7.1 Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos de modos distintos y con diferentes herramientas, visualizando ideas y estructurando procesos matemáticos. (STEM3)

7.2 Utilizar representaciones matemáticas que ayuden en la búsqueda de estrategias de resolución de una situación problematizada, usando material manipulativo si es necesario. (STEM3)

Competencia específica 8

8.1 Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, oralmente y por escrito, al describir y explicar razonamientos. (CCL1, STEM2, STEM4)

8.2 Reconocer el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana comunicando mensajes con contenido matemático con precisión. (CCL1, STEM2, STEM4)

Competencia específica 9

9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje planteadas. (CPSAA1, CPSAA5)

Competencia específica 10

10.1 Colaborar activamente y construir relaciones con las Matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva y pensando de forma creativa. (CCL5, STEM3, CPSAA3, CC2, CC3)

10.2 Participar en las tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa y asumiendo el rol asignado. (CPSAA1)

Partiendo de estas competencias específicas, se van a relacionar dando lugar el siguiente mapa de relaciones criterios que se muestra en la página siguiente (BOCYL Decreto 40/2022):

Para construir este mapa se ha partido del estándar para Matemáticas en primero de Bachillerato y se han modificado las competencias que no se van a trabajar a lo largo de la situación de aprendizaje, el resto de las destacadas se trabajarán en mayor o menor medida (BOCYL Decreto 40/2022).

Como no puede ser de otra manera y dado el objetivo que se ha marcado con esta situación de aprendizaje, la competencia clave más trabajada será la más relacionada con las Matemáticas (STEM), mientras que habrá otras que apenas se trabajen o incluso no se lleguen a trabajar como por ejemplo la competencia plurilingüe (CP).

Metodología.

A la hora de impartir conocimientos se va a hacer mediante lección magistral. Se piensa que es la mejor metodología para explicar conceptos abstractos y siendo la primera vez que el alumnado los va a ver. A la hora de resolver ejercicios se van a resolver por pares heterogéneos. Se propondrá una actividad que utilizará metodologías mezcladas de aprendizaje cooperativo y de gamificación. A mayores se planteará otra actividad utilizando gamificación.

De esta manera se pretende que la información llegue y se afiance utilizando diferentes metodologías para lograr que el alumnado tenga más oportunidades de afianzar los conceptos al ser transmitidos por varios medios diferentes. Por tanto, va a estar amparado por los tres principios básicos del DUA, proporcionando múltiples formas de implicación, de representación de los contenidos y de la información, así como de formas de acción y de expresión.

A la hora de resolver ejercicios, la mayoría se trabajarán en pares heterogéneos o en grupo, habrá que tratar de involucrar a todos los miembros. Poniendo el foco en los pares, será labor fundamental del profesor crear estos pares de tal manera que no coincidan en el mismo par dos alumnos que se les presuponga poco predispuestos a la actividad, e intentar que estos alumnos sean el par de otros alumnos que se presupongan motivantes. Al ser una actividad programada para casi el final del segundo trimestre, es de suponer que el profesor conocerá lo suficientemente a su alumnado como para poder realizar los pares de tal manera que no interfieran

negativamente en el desarrollo de la actividad. Los pares serán siempre los mismos a lo largo de toda la situación de aprendizaje. Es fundamental tratar que sean lo más heterogéneos posibles, mezclando sexos, razas, gusto por las Matemáticas... Además, mediante esta metodología se pretende que los alumnos intercambien conocimiento y entre ellos sean capaces de ayudarse, con roles que no tienen por qué ser estáticos y se pueden ir intercambiando proactivamente, el alumno que explica afianza sus conocimientos y el alumno que recibe la explicación empieza a asimilar el concepto y en caso de que no esté conforme siempre puede rebatirlo hasta llegar a un acuerdo con su par. De nuevo es fundamental que el profesor esté atento ante los posibles problemas que se puedan detectar en un par para tratar de solventarlos a la mayor brevedad posible. Todo lo que se ha comentado sobre la creación y supervisión de pares es extrapolable a la hora de la creación y la supervisión de grupos de trabajo.

En cuanto a la gamificación. Se introducirán elementos propios del juego para fomentar la motivación del alumnado y hacer que el aprendizaje sea más sencillo. También se trabajará la participación y la competencia sana.

Con respecto a los materiales y recursos a utilizar, como la cronología de las tareas se verán concretadas para cada actividad específica, ya que no en todas se utilizarán los mismos medios.

Tarea 1: Explicación de conceptos y ejercicios.

Duración: 6 sesiones de 50 minutos. Tras la Tarea 2 otras 3 sesiones de 50 minutos

Recursos metodológicos: Lección magistral. Aprendizaje cooperativo. Se utilizará la pizarra y el proyector del aula.

Evaluación: Observación del trabajo en el aula. Supervisión de realización de las tareas para casa. Examen al final de la situación de aprendizaje.

En estas nueve sesiones se introducirá el concepto de límite y se trabajarán los conceptos realizando ejercicios

por parejas. Se tendrá como referencia un libro de texto para la realización de los ejercicios (Revuela, Alcaide Guindo, Pérez, Arranz, Losada, Mora, Sada, Álvarez, Moreno, Hernández, Serrano, 2022).

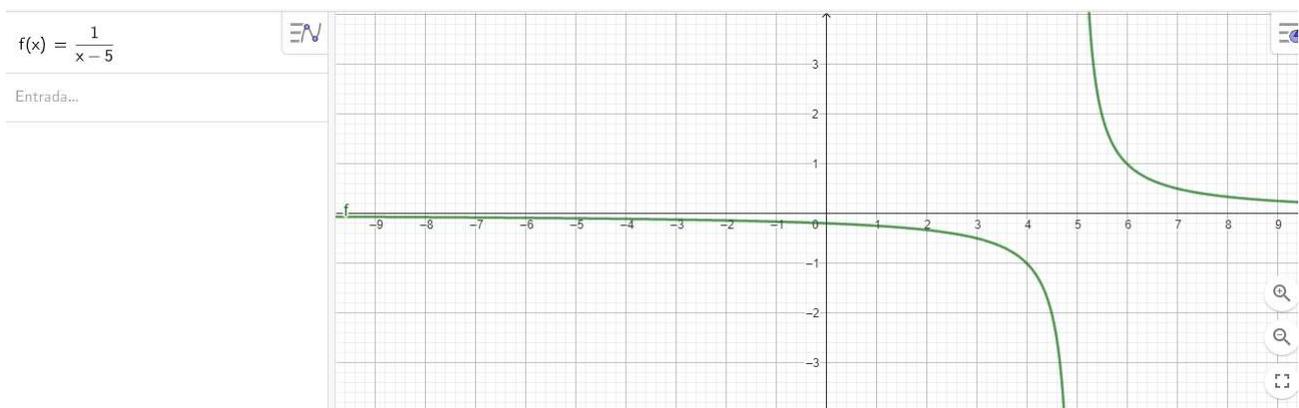
La disposición del aula es la habitual, colocados los alumnos por parejas con la distribución elegida por el tutor del grupo.

1ª Sesión: Se explicará el concepto de límite y de límites laterales por la izquierda y por la derecha. Se observará que estos límites no son iguales en funciones a trozos en el cambio de definición de la función y para funciones con una asíntota intermedia como, por ejemplo:

$$f(x) = \frac{1}{x-5}$$

Para la creación de todas las expresiones matemáticas del trabajo se ha utilizado un editor web (CalcMe, s.f.).

Siempre que se crea conveniente se puede hacer uso de Geogebra para representar las funciones. Quedará a criterio del profesor, la preferencia de hacer las representaciones gráficas en la pizarra o mediante Geogebra. Lo ideal es ir entremezclando ambos métodos. En la Figura 1 se muestra la representación de esta misma función en Geogebra (Geogebra, s.f.).



Anexo II, Figura 1

Se realizarán ejemplos de límites laterales en el aula, que trabajarán por pares. Mientras se están realizando, el profesor se paseará entre los pares resolviendo dudas y observando el buen trabajo de cada par corrigiendo el funcionamiento de este si es necesario. Para terminar, se mandará un par de ejercicios más para que los realicen en casa para afianzar los conocimientos.

2ª Sesión: Voluntarios corregirán en la pizarra los ejercicios realizados el día anterior (si no han quedado corregidos) más los mandados para casa. El profesor repasará los conceptos clave vistos la sesión anterior aprovechando la corrección de los ejercicios.

Se explicará de forma magistral los límites cuando 'x' tiende a $+\infty$ y a $-\infty$. Se verá mediante un ejemplo.

Del mismo modo que en la primera sesión, se harán más ejercicios por pares y se volverá a mandar otro par de ejercicios para casa con este concepto.

3ª Sesión: Voluntarios corregirán en la pizarra los ejercicios realizados el día anterior (si no han quedado corregidos) más los mandados para casa. El profesor repasará los conceptos clave vistos la sesión anterior aprovechando la corrección de los ejercicios.

Se explicará magistralmente las propiedades de suma, resta, multiplicación y división que tienen los límites. Se indicará los posibles valores que se pueden obtener al resolver un límite (un número real distinto de 0, 0, $+\infty$, $-\infty$, que no exista o indeterminación.).

Se explicará los siete tipos de indeterminación que hay poniendo un ejemplo de cada una de ellas, pero sin llegar a resolver ninguna.

4ª Sesión: Se recordarán las indeterminaciones con apoyo esta vez en una gráfica que muestre que las funciones no crecen hacia infinito del mismo modo y que por ejemplo e^x crece mucho más rápido que $\ln(x)$. Se recomienda el uso de Geogebra (Geogebra, s.f.).

Se explicará la indeterminación ∞/∞ . Se hará hincapié en que ya se sabe resolver cuando se vieron los límites

cuando x tiende a $+\infty$ y a $-\infty$.

Del mismo modo que en la primera sesión, se harán más ejercicios por pares y se volverá a mandar otro par de ejercicios para casa con este concepto.

5ª Sesión: Voluntarios corregirán en la pizarra los ejercicios realizados el día anterior (si no han quedado corregidos) más los mandados para casa. El profesor repasará los conceptos clave vistos la sesión anterior aprovechando la corrección de los ejercicios.

Se explicará la indeterminación $0/0$. Se refrescará como factorizar por Ruffini y se recordará la fórmula para resolver ecuaciones de 2º grado para que cada alumno utilice el método que más se adapte a sus características, aunque se recomendará realizar Ruffini ya que se sabe el valor de la raíz por la que se quiere factorizar.

Se realizarán varios ejemplos.

6ª Sesión: Se refrescará mediante un ejemplo la indeterminación $0/0$. Del mismo modo que en la primera sesión, se harán más ejercicios por pares que se irán corrigiendo en la pizarra.

A los dos tercios de la sesión se empezará a repasar ejercicios del resto de conceptos vistos durante estas 6 sesiones.

7ª Sesión: Tras la Tarea 2, se retomará esta tarea explicando magistralmente la indeterminación $\infty-\infty$. Se refrescará el concepto de conjugado.

Del mismo modo que en la primera sesión, se harán más ejercicios por pares y se volverá a mandar otro par de ejercicios para casa con este concepto.

8ª Sesión: Voluntarios corregirán en la pizarra los ejercicios realizados el día anterior (si no han quedado corregidos) más los mandados para casa. El profesor repasará los conceptos clave vistos la sesión anterior

aprovechando la corrección de los ejercicios.

Se explicará magistralmente la indeterminación 1^∞ . Únicamente se proporcionará la fórmula para resolver este tipo de indeterminaciones indicándoles que ya se demostrará el año siguiente cuando se vean límites e infinitésimos equivalentes.

Del mismo modo que en la primera sesión, se harán más ejercicios por pares y se volverá a mandar otro par de ejercicios para casa con este concepto.

9ª Sesión: Voluntarios corregirán en la pizarra los ejercicios realizados el día anterior (si no han quedado corregidos) más los mandados para casa. El profesor repasará los conceptos clave vistos la sesión anterior aprovechando la corrección de los ejercicios.

Se abrirá un turno de dudas y preguntas. Si no las hubiera o diese tiempo, se repasarían ejercicios de exámenes de otros años intentando que haya variedad tocando todo lo visto durante estas nueve sesiones.

Tarea 2: Kahoot y resolución de dudas.

Duración: 1 sesión de 50 minutos.

Recursos metodológicos: Gamificación. Se utilizará el proyector del aula y el móvil o tableta de cada alumno.

Evaluación: Observación del trabajo en el aula. Se premiará a los que obtengan mejores resultados.

Para esta sesión se realizará un Kahoot (Kahoot,s.f.) con conceptos de límites. Va a consistir en una aplicación web, en la que se pueden generar varias preguntas con varias opciones, de tal manera que otorga una puntuación si se acierta la pregunta que será mayor cuanto menos tiempo se tarde en responder correctamente. Después de cada pregunta mostrará una clasificación parcial de los alumnos, mostrando los mejores clasificados.

La realización de la prueba será individual. En la sesión anterior se les recordará que vengan a clase con un móvil, tableta o portátil, aunque no suele ser un problema ya que todo el alumnado de estos grupos dispone de móvil a diario. En caso necesario se les cedería algún dispositivo del centro que estaría preavisado. Para incentivar al alumnado se premiará al que quede primero con 0.5 puntos extra en el examen y 0.25 al segundo y tercero.

El objetivo de esta tarea va a consistir en afianzar los conocimientos introducidos mediante clase magistral, con una actividad aún más lúdica que fomentará la competitividad sana entre el alumnado. Se va a favorecer la motivación del alumno lo que facilitará alcanzar el objetivo marcado y se trabajará la competencia digital.

Las preguntas serán de un nivel medio-bajo sin tener en cuenta los conceptos trabajados el último día por si no estuvieran suficientemente bien afianzados.

Las preguntas del Kahoot (Kahoot,s.f.) serían las representadas entre la Figura 2 y la Figura 11 que se muestran a continuación:



Anexo II, Figura 2

$\lim_{x \rightarrow 3} 4x-6$

¿Cuál es el límite de la siguiente función cuando X tiende a 3 ?

▲ -3 ◆ 6

● 1 ■ 4

Anexo II, Figura 3

0/0 es una forma determinada.

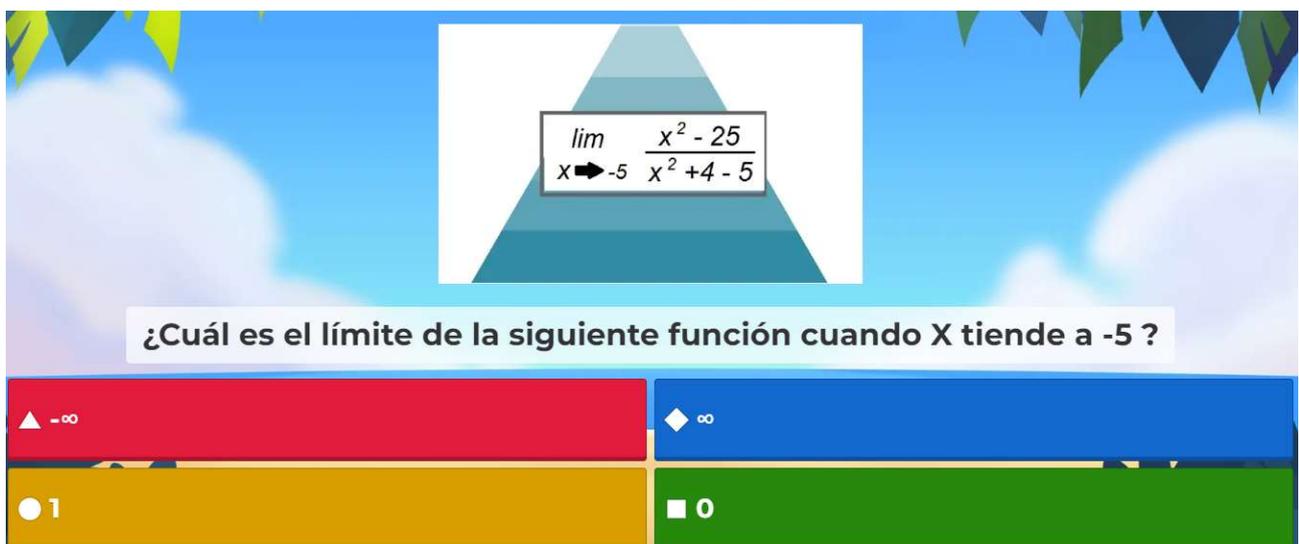
▲ Verdadero y su valor es 0 ◆ Verdadero y su valor es ∞

● Falso ■ Verdadero y su valor es 1

Anexo II, Figura 4



Anexo II, Figura 5



Anexo II, Figura 6

¿Cual es el limite de X cuando tiende a 2 por izquierda observando la gráfica ?

Ninguna de las anteriores opciones
 A
 B
 C

Anexo II, Figura 7

¿Qué límite representa la siguiente gráfica?

B
 Ninguno de los 2 pero existe el límite
 A
 No existe el límite

Anexo II, Figura 8

$\lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^3 + 7x$

¿Cuál es el límite de la siguiente función cuando X tiende a $+\infty$?

▲ 0 ◆ $-\infty$
● 5 ■ $+\infty$

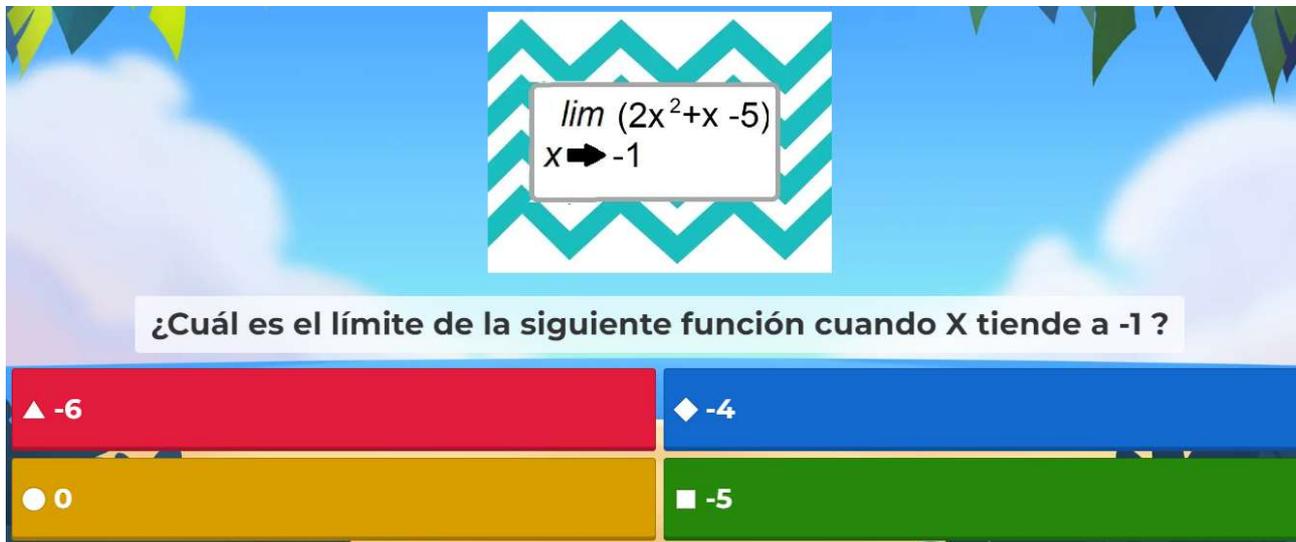
Anexo II, Figura 9

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$

¿Cuál es el límite de la siguiente función cuando X tiende a 1 ?

▲ 3/2 ◆ 1
● 0,5 ■ 0

Anexo II, Figura 10



Anexo II, Figura 11

Entre pregunta y pregunta, el profesor deberá explicar la respuesta correcta y resolver las dudas que puedan surgir. Terminado el kahoot, el resto de tiempo de la sesión se utilizaría para resolver dudas generales y si no las hubiera hacer algún ejercicio.

Tarea 3: Break Out.

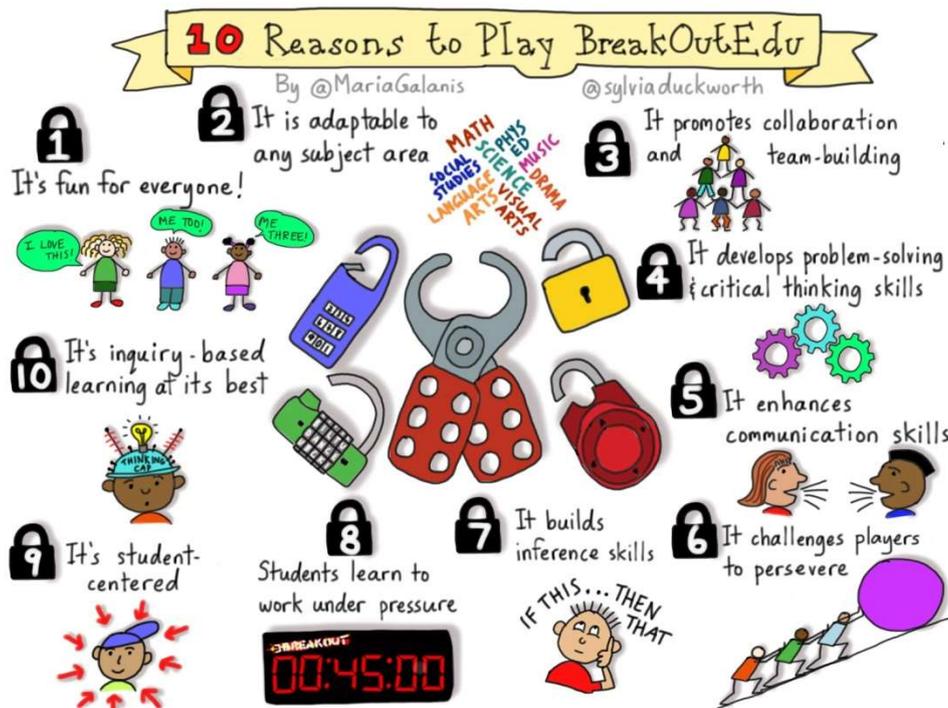
Duración: 1 sesión de 50 minutos.

Recursos metodológicos: Aprendizaje cooperativo. Gamificación. Se utilizará el proyector del aula.

Evaluación: Observación del trabajo cooperativo en el aula. Se premiará a los que obtengan mejores resultados.

Se va a diseñar un Break Out. Este concepto es bastante similar al de Escape Room con la salvedad que es más sencillo de implementar, ya que no se requiere de habilidades motrices y tiene la ventaja en educación de que

pueden jugar a la vez varios equipos en una misma aula. Por ello es una opción ideal para trabajar en educación. Se puede ver las bondades de esta metodología en la Figura 12 (García-López, 2019).



Anexo II, Figura 12

El objetivo de la actividad va a ser fortalecer los conceptos vistos durante las sesiones anteriores y a mayores fomentar la competitividad sana entre el alumnado. Se trabajará el aprendizaje en grupo con valores como la diversidad y el respeto. Se va a favorecer la motivación del alumno lo que facilitará que el aprendizaje sea más significativo.

La desventaja de esta metodología es que va a ser necesario cierto material. En concreto cajas tipo “matrioska” y candados especiales, como los mostradas en la Figura 13 de la siguiente página (Magimáticas, s.f.). Es cierto que es material que se puede reutilizar, pero no suele ser un material con el que cuente un centro. Como alternativa es el profesor el que puede hacer de candado y que sean los alumnos los que reclamen su atención cuando quieren “abrir un candado” y sea el profesor quien autorice o no el paso a la siguiente prueba.



Anexo II, Figura 13

Para realizar esta actividad, se dividirá los alumnos por equipos de cuatro tratando que sean heterogéneos. Se puede aprovechar la propia distribución de los alumnos en el aula para que se formen los equipos por cercanía, o se puede probar a dejarles libertad para la creación de los grupos.

En la práctica con esta situación de aprendizaje en un aula, a uno de los grupos, se les dejó formar los equipos entre ellos, lo cual sirve también para que ellos se interrelacionen y resuelvan los posibles conflictos que pueda haber para formarlos, y para que el profesor pueda detectar afinidades entre ellos. Esta información podría ser relevante en los primeros meses de curso y en este caso también al dar información al profesor en prácticas. No hubo conflictos reseñables a la hora de la formación de los equipos, por destacar algo, se quedaron dos parejas formadas sin equipo que no tuvieron ningún inconveniente en juntarse para formar un equipo.

En el otro grupo, la distribución fue formada por el profesor, en el día a día están sentados por pares heterogéneos, tratando de resaltar la figura de alumno tutor, por lo que se mezcló los dos pares más cercanos en el espacio por mayor agilidad en el aula. Como apunte en este grupo hubo que hacer un grupo de cinco alumnos.

Con los equipos creados y ubicados en el aula juntando las mesas por equipos, el profesor explicará la actividad. Se va a tratar de un Break Out basado en el concepto de límites que se ha estado viendo estas sesiones. El objetivo va a ser afianzar el conocimiento adquirido y va a servir como preparación previa al

examen de la sesión siguiente del grupo experimental. Así cada alumno puede detectar que es lo que domina y que es lo que debe de repasar. Para incentivar la motivación y la participación, se premiará al grupo que quede primero con un 0.5 más en el examen, y con 0.25 al segundo grupo. Se les permitirá el uso de apuntes, calculadora, libro de texto, pero no el de dispositivos con conexión a internet para evitar despistes en la actividad.

A cada grupo se le entregará una hoja con una historia introductoria. Sería relevante utilizar el proyector del aula con un video o una imagen de una ciudad, la “Arithmetica” de la historia, con relaciones matemáticas, un ejemplo de esta ciudad podría ser el que se ve en la Figura 14 (El Diario Montañés, 2022), y con una música suave de fondo. Además de proyectar el tiempo que queda para finalizar la actividad. Salvo el temporizador, es algo que no se llevó a la práctica pero que se piensa que podría funcionar mucho mejor para lograr contextualizar mejor a los alumnos e introducirles en la historia.



Anexo II, Figura 14

Con todo preparado, se le dará a cada grupo una historia introductoria de la actividad, la cual se leerá en voz alta a todos los grupos:

En una pequeña ciudad llamada Arithmetica, donde las calles estaban pavimentadas con ecuaciones y los edificios eran contruidos con álgebra, vivía una joven llamada Patricia. Patricia tenía una pasión especial por las Matemáticas; cada día se sumergía en libros y problemas, buscando desentrañar los misterios del universo a través de números y fórmulas.

Un día, mientras exploraba la biblioteca local en busca de un libro sobre límites matemáticos, Patricia encontró un antiguo tomo polvoriento que parecía haber sido olvidado por generaciones. Intrigada, sopló el polvo de la cubierta y descubrió que era un manuscrito escrito por el legendario matemático francés, Augustin-Louis Cauchy.

El libro contenía secretos profundos sobre límites matemáticos y prometía revelar conocimientos que podrían cambiar la comprensión del mundo de Patricia sobre las Matemáticas para siempre. Emocionada, Patricia comenzó a hojear las páginas, absorbiendo cada palabra con avidez.

Sin embargo, lo que Patricia no sabía era que el libro estaba protegido por un hechizo antiguo. Al abrirlo, sin darse cuenta, desató un poderoso encantamiento que desestabilizó las leyes matemáticas en Arithmetica. Los límites matemáticos empezaron a comportarse de manera extraña, y las funciones se volvieron impredecibles.

Con el caos extendiéndose rápidamente por la ciudad, Patricia se dio cuenta de que era la única que podía detenerlo. Guiado por el espíritu de Cauchy, quien apareció ante ella como una figura etérea, Patricia se embarcó en una aventura para restaurar el equilibrio en Arithmetica y arreglar el comportamiento de los límites que ella misma había desestabilizado. Con cada desafío matemático que enfrentaba, Patricia se acercaba más a entender el verdadero significado de los límites y a salvar su amada ciudad. ¿Podéis ayudar a Patricia en su reto?

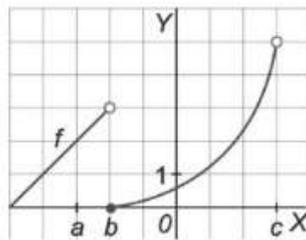
La historia es muy importante y tiene varios detalles que no son casuales. La protagonista es una mujer

(lógicamente se ha elegido un nombre que no tuviera ninguna alumna para evitar posibles burlas o motes), intentando dar protagonismo a este género que, aunque cada vez menos, suele ser minoritario en este campo. Se ha relacionado esta introducción con uno de los matemáticos más importantes en cuanto a límites se refiere, Cauchy. La elección de este matemático en concreto no es casual. Tampoco es casual la elección de un tipo de letra diferente a las habituales, para remarcar que la historia y la actividad es especial y diferente y ayuda a crear este contexto. Desde luego tampoco es casual el nombre de la ciudad y las referencias al álgebra, ecuaciones, problemas... Es una actividad más lúdica, pero no hay que perder nunca el foco de donde se está y que se quiere lograr.

Una vez leída la historia se le dará a cada grupo la primera prueba. Se les dará la siguiente prueba una vez que vayan superando la anterior. Las pruebas propuestas serían las siguientes:

Primera prueba:

Ayudar a Patricia a encontrar los siguientes valores de la función de la imagen:



a) ¿Cuánto vale $f(a)$?

b) ¿Cuánto vale $f(b)$?

c) ¿Cuánto vale $f(c)$?

d) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow b^-} f(x)$$

e) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow b^+} f(x)$$

Dar respuesta al profesor con el código de la combinación de las 5 respuestas rellenando la siguiente tabla. Si algún límite no existe indicarlo con el símbolo visto en clase.

a:	b:	c:	d:	e:
----	----	----	----	----

Segunda prueba:

Gracias a vuestra ayuda, Patricia ha demostrado su soltura calculando límites representados gráficamente, el siguiente reto es calcular los siguientes límites de forma numérica (si depende de una raíz, no calcularla, dejarlo en función de raíz de 2 de 3 o de lo que proceda, lo mismo para fracciones):

a)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 - 1}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x}{(x-9)^2}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1+8^x}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^7 + 31x^5 + 25x^2 - 17}{3x^7 - 27x^6 + 57x^5 - 71x}$$

a:

b:

c:

d:

Tercera prueba:

De nuevo conseguís que Patricia siga avanzando. Veremos si sois capaces de demostrar la misma soltura, cuando empieza a haber indeterminaciones o quizás no las haya...

a)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7^x}{3^x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (-5x^3 + 2x^2 + 7x - 9)(6x^3 - 4x^2 + 9x - 6)$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + 3x - 7}{3 - 7x - 7x^2}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{5x^2} + 2x - 1}{7x^2 + 3x}$$

a:

b:

c:

d:

Cuarta prueba:

Ya está cercano el centro de la ciudad de Arithmetica, pero a medida que se avanza los retos parecen más complicados:

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x = 3 \\ \frac{2x^3 + 3x^2 - 1}{(x-3)^3} & x \neq 3 \end{cases}$$

a) ¿Cuánto vale $f(3)$?

b) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$$

c) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

d) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

a:	b:	c:	d:
----	----	----	----

Quinta prueba:

Gracias a vuestra ayuda, Patricia ya está en el centro de la ciudad de Arithmetica. Nuevos retos nos esperan:

a) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3 + 3x^3 - 3x^2}$$

b) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}$$

c) Calcular "c" para que exista el límite ¿Cuánto vale el límite para ese "c"?

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + (4 + c)x + 2c}{x^2 + x - 2}$$

d) ¿Cuánto vale el siguiente límite?

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{x - 1} \right)^{x-1}$$

e) ¿Cuánto vale el siguiente límite en función de "a"?

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + a} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

a:	b:	c= lim=	d:	e:
----	----	---------	----	----

Última prueba:

Sólo queda enfrentarse al núcleo del encantamiento desatado por el libro de Cauchy, veamos cuales son los últimos retos:

a)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 1}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 + 5x^3 - 6x^2 - x + 8}}{2x^3}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x + 9}{\sqrt{7x^3 - 2x^2 + x + 6}}$$

d)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 4x^2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 1} \right)$$

a:

b:

c:

d:

Hay que destacar que las pruebas van a ser secuenciales, de un nivel medio-alto intentando ser un reto para el alumnado, y hacerles trabajar y debatir en grupo. Es algo que deberían saber hacer, pero con una dificultad algo mayor de lo visto en clase. Para realizar las pruebas contarán con 40 minutos. El tiempo está ajustado para que, en la mayoría de los casos, no sean capaces de terminar todas las pruebas, para lograr que todo el tiempo de la actividad estén concentrados en el trabajo propuesto. Se ha tratado de continuar con el hilo de la historia con una pequeña introducción en cada desafío, intentando que el alumnado siga inmerso en el contexto que se les ha planteado.

Si algún equipo logra finalizar todos los retos se le entregará la hoja final, mientras el resto de los equipos continuarán con la actividad al menos hasta que acabe otro equipo más. Esta historia final sería la siguiente:

Con cada paso, Patricia se encontraba con nuevos obstáculos y desafíos matemáticos. Se enfrentó a límites que se acercaban al infinito, indeterminaciones que parecían imposibles de resolver y paradojas que desafiaban su comprensión. Sin embargo, con cada desafío superado gracias a vuestra ayuda, Patricia se volvía más hábil y confiada en sus habilidades matemáticas.

Finalmente, después de enfrentarse a la prueba más difícil hasta el momento, Patricia llegó al corazón de la ciudad, donde el caos matemático alcanzaba su punto máximo. Con determinación, se enfrentó al núcleo del encantamiento desatado por el antiguo libro de Cauchy.

Recordando las enseñanzas de Cauchy y confiando en su propio ingenio matemático, Patricia comenzó a aplicar principios de límites para contrarrestar el desequilibrio. Con cada fórmula y cada cálculo, el caos empezó a disminuir y las ecuaciones volvieron a su estado original.

Finalmente, con un último esfuerzo, Patricia logró restaurar la estabilidad matemática en Arithmetica. Con un suspiro de alivio, observó cómo la ciudad volvía a la normalidad, las funciones volvían a ser coherentes y las calles se llenaban de la tranquilidad habitual.

En ese momento, el espíritu de Cauchy se materializó frente a Patricia, con una sonrisa de aprobación en su rostro etéreo. "Has demostrado tu valentía y tu comprensión de los límites, joven matemática", dijo Cauchy. "Nunca subestimes el poder de las Matemáticas, pero recuerda siempre que debemos utilizar ese poder con responsabilidad y sabiduría".

Con estas palabras, el espíritu de Cauchy se desvaneció en el aire, dejando a Patricia con una profunda sensación de logro y conocimiento. Desde ese día en adelante, Patricia se convirtió en una leyenda en Arithmetica, recordada como la heroína que restauró el equilibrio matemático en la ciudad y que aprendió que, en el mundo de las Matemáticas, los límites son solo el principio de un viaje hacia el conocimiento infinito.

Cuando termine el temporizador o al menos hayan terminado la actividad dos equipos, se les entregará a todos la historia final que se leerá en alto. Para concluir la actividad se les entregará una encuesta voluntaria y anónima para que se pueda valorar el éxito de este tipo de actividades. Nótese que la fuente de la encuesta ya es una fuente estándar:

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.
- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?
- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?
- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?
- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?
- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?
- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?
- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

En la práctica, la actividad funcionó bastante bien, desde luego con aspectos a pulir, pero en los dos grupos donde se implementó hubo muy buena participación por parte del alumnado y se lograron detectar carencias conceptuales por parte de algunos alumnos que se consiguieron abordar. Algunas carencias eran previsibles al ser de conceptos no explicados en profundidad, pero otras no. Por tanto, esta actividad también es apropiada para poder evaluar al profesor como docente y no sólo por la encuesta anónima sino también por lo que se logre detectar en los alumnos.

Como punto de mejora, habría que buscar un método para recopilar las argumentaciones de los grupos y las discusiones sobre ideas y resoluciones, para que toda el aula disponga de ellas. Puede ser complicado ser capaz de detectar todas ellas para que las recopile el profesor o si se deja para sesiones posteriores es probable que se pierda información valiosa de un día para otro. Quizás se podría haber incluido algo al respecto en la encuesta anónima.

En el Anexo III y en el Anexo IV, se incluyen las encuestas realizadas a los dos grupos. En ellas se observa una muy buena puntuación de la actividad y un gusto generalizado por la misma, aunque algunos indican que el nivel les ha parecido difícil y demasiado larga. Con posterioridad se les explicó a los alumnos el por qué la dificultad era algo mayor de lo esperado y el por qué se optó por una prueba con un tiempo ajustado para que no sea fácil terminarla en el mismo. En ese debate parece que estuvieron de acuerdo con lo que se les indicó.

Tarea 4: Evaluación final.

Duración: 1 sesión de 50 minutos.

Recursos metodológicos: Prueba escrita. Parcial de evaluación.

Evaluación: Resultados de la prueba escrita.

En esta sesión se realizará un examen individual por escrito preparado por el profesor titular, cuyo resultado será el que más se tendrá en cuenta para certificar si verdaderamente el aprendizaje ha sido significativo.

Tarea 5: Evaluación y valoración de situación de aprendizaje.

Antes de comenzar a valorar la situación de aprendizaje, habría que destacar que la duración de esta es

modulable en función del avance de los alumnos. Es bastante probable que se pueda reducir sesiones, ya que se ha reservado bastante tiempo dedicado a la realización de ejercicios y repaso en el aula. Queda a criterio del profesor adaptarla al ritmo del aula. Se han fijado doce sesiones (tres semanas enteras), por tratar de acotarlo por semanas. La situación de aprendizaje propuesta se ha llevado a cabo en la práctica con una duración de dos semanas y media teniendo en cuenta que un día intermedio se dedicó a una actividad general del centro (una excursión), por lo que, por la experiencia vivida con nueve sesiones podría ser más que suficiente. Se ha preferido fijar sesiones por exceso siempre y cuando no influya negativamente a poder impartir el resto del temario del curso.

Como conclusión de la propuesta de aprendizaje, se sostiene que, a través de las sesiones llevadas a cabo, se les ha introducido a los estudiantes en el concepto de límite, han logrado asimilarlo y han trabajado con ello.

El alumno siempre ha estado en el centro de la actividad y el profesor ha sido un mero transmisor de conocimiento y un apoyo y una guía a la hora de la resolución de ejercicios prácticos.

Se ha trabajado utilizando múltiples metodologías y en ocasiones también se ha utilizado recursos digitales. Con este enfoque se busca garantizar que todos los alumnos puedan desarrollarse independientemente de su preferencia metodológica. Hay que destacar también la importancia del trabajo colaborativo entre los grupos y los pares heterogéneos para facilitar la transmisión de información, mejorar los resultados finales y trabajar también el sentido socioafectivo (respeto, diversidad, toma de decisiones...).

Se han diseñado actividades gamificadas para estimular la motivación y participación de los estudiantes. También se fomentó el debate, promoviendo el aprendizaje autónomo y el pensamiento crítico al tener que defender sus opiniones frente al resto del grupo. La integración de lo teórico con lo práctico se priorizó para lograr un aprendizaje más significativo.

El trabajo en pares, las metodologías participativas y el uso de la gamificación crea un entorno propicio para el aprendizaje. El trabajo en grupo valora las contribuciones de cada estudiante, permitiéndoles descubrir soluciones por sí mismos, no solo comprender las soluciones proporcionadas por el profesor o por el resto de los miembros del grupo.

En cuanto a los aspectos económicos, las actividades propuestas no generan costos para las familias, todos los recursos necesarios serán aportados desde el centro y tampoco se va a requerir de trabajo específico del alumno en casa, salvo ejercicios sencillos y de corta duración para obligar a que lleven la materia al día.

La evaluación del proyecto se llevará a cabo fundamentalmente mediante la observación de la participación e implicación de los estudiantes a lo largo de las tareas, evaluando los criterios destacados en el mapa de relaciones criterioales. A mayores, el grueso de la evaluación recaerá en el examen de la última sesión que será el que indique si verdaderamente el aprendizaje ha sido significativo.

Las encuestas anónimas del Anexo III y del Anexo IV, van a servir para certificar la idoneidad de las metodologías utilizadas (gamificación más aprendizaje colaborativo) para lograr este aprendizaje significativo y, por tanto, determinar en parte el éxito de la situación de aprendizaje propuesta.

Anexo III. Encuesta Grupo Experimental.

Las siguientes hojas son las encuestas realizadas por el grupo experimental, tras realizar la Tarea 3 de la situación de aprendizaje. En concreto la actividad del Break Out.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

En general muy bien, me gusta que intenta que lo entiendas, lo explica paso a paso para que no te pierdas.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, no para todos los días pero está bien.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Suficiente.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, al final si todo el grupo participa se hace más ameno y tienes ganas de realizar la actividad.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8 → para alguna vez no está mal, así repabas de otra forma.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

No se la verdad me lo tomo como otra forma de aprender.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que me tengo que poner a estudiar.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Muy bien Juanca, sigue así.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Me ha gustado la forma de enseñar, sobretodo el interés por los alumnos para conseguir que todos lo entiendan y las diferentes actividades.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí me parece útil, es una forma diferente de trabajar, más lúdica y además ayuda en el trabajo en equipo.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Ha el tiempo ha sido el justo para intentar que se realicen rápido los ejercicios.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Me ha gustado la actividad y la motivación de subir puntos en el examen ha ayudado.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8 porque ha estado muy bien.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

También hubiera aprendido pero de una manera más aburrida.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Estos ejercicios ayudan a involucrar más a los alumnos en la asignatura y a aprender de una manera diferente.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Ha estado bien,

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Regular, si ya has estudiado, para repasar este bien, pero si no sabes nada, no mucho.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Este bien, si ponas menos tiempo no daría tiempo.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

El hecho de poder subir la nota hasta un punto, hace que tengas ganas de hacerlo.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7, esta bien para repasar, pero no algo diario.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Menos, ya que si no sabías hacerlo, no hacías nada.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que tipo de ejercicios pueden poner, y como relacionar conocimientos.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Bien. Pero para hacerlo de vez en cuando.
Aprender de una forma diferente.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Más o menos, lo único que en un grupo siempre hay
quien hace más y quien no hace nada y no
aprende.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

El tiempo justo, quizá un poco más para haber
terminado las cosas.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

La motivación de subir nota en el examen.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

6.5

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Creo que más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Reforzar lo que todavía no me sale

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Este tipo de actividades motivan xq tienen recompensa
en la nota, pero no para hacerlas todas las
días

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí. Es una actividad didáctica pero al hacerlo como un juego y en grupo es más llevadero y divertido. Trabajar en grupo y el tiempo.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí. Así aprender es más fácil para la mayoría y al hacerlo en grupos te puedes ayudar y apoyar en ellos.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No. Se debería haber empleado un poco más.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

un 9. Puedes mejorar tu forma de trabajar y realizar el trabajo.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Por igual.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

He podido solucionar dudas que tenía.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, me ha parecido un método divertido y dinámico. Me ha gustado que sea en grupo.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, ya que me ha servido para repasar y acordarme de errores y de métodos antes del examen.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Me ha parecido el tiempo correcto.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, ha sido divertido y ameno.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

10. Muy buena idea.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Me ha parecido que he aprendido mucho más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que hay que repasar más.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

si me ha gustado

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

si me parece util porque asi es más divertido y eficaz

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Creo que se ha utilizado poco tiempo, porque los ejercicios no eran muy fáciles, un poco más de tiempo no vendría mal

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

si me he sentido con ganas

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9 porque creo que se puede mejorar más

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Creo que he aprendido un poco más

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

que en equipo todo es más facil

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, así se aprende más fácilmente y lo haces mejor en el examen

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, porque si te lo pasas bien aprende más rápidamente

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Es suficiente

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología, ¿qué nota pondrías y por qué?

10 - porque se pasa rápido el tiempo

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que debo estudiar más

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Hacer más estas cosas

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

NO.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

El día de antes NO

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Algo más para fomentar más aprendizaje.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

SÍ.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

6, mucho que mejorar pero la idea es muy buena.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

menos, estaba enfocada en obtener la nota. no aprender era la actividad estaba enfocada en obtener la nota.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Me he dado cuenta que voy mal preparada.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si me ha gustado pero no es nada ee día antes de examen.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, porque practicas de una forma divertida

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Está bien

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, porque no es divertido

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8 porque practicas de una forma divertida

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Creo que no he aprendido, he practicado

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que no se hacen funciones

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Me ha gustado porque repasar.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

No, porque tiene que hacerse antes y no antes del examen.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Ha estado bien de tiempo.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, porque quería ganar la puntuación.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7, está bien porque repasar pero no lo haría el día antes del examen.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que tengo que estudiar más.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, lo que más me ha gustado ha sido trabajar en equipo y lo que menos tener que competir con otros equipos

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, ya que si un miembro del equipo no sabe hacer algo nos podemos ayudar mutuamente

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Está bien

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si,

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8. Porque me ha gustado pero habría ejercicios un poco complicados

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más, ya que me han resuelto algunas dudas

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que no tengo que estudiar el día antes

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Me ha parecido muy entretenido. Lo que más me ha gustado ha sido poder a priori más conocimientos.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí es útil ya que es otra forma de aprender y socializar con los compañeros. Ha sido una actividad muy divertida.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Se ha dado un tiempo necesario para realizar la actividad.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Ha estado súper guay.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8 porque en clase no hemos realizado ningún ejercicio como la actividad.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Me he aprendido mucho.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Es importante escuchar a todos.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Al principio le costaba un poco explicarse pero a medida que ha pasado el tiempo, ha mejorado bastante.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si lo que más me ha gustado es poder trabajar en equipo.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, es una forma de saber lo que tienes que mejorar y ver si tienes dudas

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Creo que ha faltado tiempo para poder terminarla

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Creo que hemos participado todos por igual y ayudándonos entre todos.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9 porque es una forma divertida de aprender

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Creo que esto es una forma de aprender más divertida y poder ver el trabajo en equipo

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Debería estudiar un poco más

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

SI, pero hay cosas que no hemos hecho en clase.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

SI, porque trabajando en grupo nos ayudamos unas a otras.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

NO, necesitaríamos más tiempo.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

SI.

Pues que se sumaba en el examen si ganabas, y también para repasar.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8, está muy bien. ~~pero (mejorando)~~

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Está bien, prefiero esta manera.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que en (trabajo) grupo se trabaja mejor.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí. Está muy bien la forma de explicar límites.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí. Así aprendemos más.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No. Sí.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí. Me anima el subir la nota.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9. Muy bien trabajada y pensando cómo podemos mejorar.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más porque si tenías errores te ayudan los compañeros.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Ayudar entre compañeros y llegar al final.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si me ha gustado la explicación, lo que más me ha gustado ha sido a la hora de desarrollar los ejercicios.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, es una forma de practicar y repasar el contenido del tema de forma divertida.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Creo que se podría realizar estas actividades el día antes al examen del tema.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

Un 9 ya que no había demasiado tiempo para realizar todas las etapas.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Si

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, me ha gustado todo

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, parece resolver dudas en grupo

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Más tiempo

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

he participado con ganas

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

No, he aprendido menos

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que o estudio mucho hoy o mañana me pones un 2

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, pero, en mi opinion al explicar podrias ir mas al grano

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, jugando se aprende mejor

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No, está bien

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, que es una actividad para comer un lunes

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8, la dificultad era algo alta y por ello puede mejorar

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

No

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que jugando y trabajando en equipo

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Esta bn la actividad, me ha gustado porque es diferente manera de aprender.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, porque es dinámico y te incita a pensar.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No, el tiempo está bien.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, es mejor aprender de esta manera porque es más dinámico en vez de estar copiando sentado.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8, porque me ha gustado, alguna me parecía muy difícil y no sabía que poner

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

He aprendido más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que el tiempo es oro.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Bajar el nivel un poco.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí que me ha gustado. Me gusta trabajar en equipo y contrastar ideas y resultados.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, al final al trabajar en grupo ves que dudas surgen y que se tiene que mejorar.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Yo creo que se ha usado lo suficiente aunque un poco más de tiempo no habría sobrado.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí que he sentido ganas ya que al trabajar en grupo tienes más apoyo y además subes nota.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9 ya que es una manera diferente de aprender y trabajar.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

A mí las dos maneras me ayudan así que me da un poco más igual, pero sí que me gustan que se hagan actividades así.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que sé más de lo que pensaba aunque tengo que repasar otras.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.
Sí, aunque me gustaría que fueran actividades más de cara al examen
- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?
Sí, porque aplicas cosas que no te habías planteado antes desde distintos puntos de vista.
- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?
Me parece que se ha empleado el justo aunque ~~lora~~ casi imposible acabar las tres hojas.
- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?
Sí, aunque como no se me dan bien los mates no se tenía tanto en cuenta mi opinión
- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?
8, me gusta la actividad pero me parece que 1 pto es demasiado.
- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?
Más porque tengo compañeros y más dudas resueltas
- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?
Que debería repasar más para el examen
- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Estaba muy bien

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Incita a la competitividad

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Considero que podríamos haber empleado algo más de tiempo

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, todo perfecto.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

Yo le doy un 9. Por que es una forma diferente de trabajo, más dinámica y con una recompensa. Le daría el diez si hubiera algo más de tiempo.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Si, porque de la manera tradicional es más aburrido.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que hay que estudiar un poco

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Disminuye un poco la dificultad.

Anexo IV. Encuesta Grupo Control.

Las siguientes hojas son las encuestas realizadas por el grupo de control, tras realizar la Tarea 3 de la situación de aprendizaje. En concreto la actividad del Break Out.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Por mí mejorar el tiempo, pero me ha gustado trabajar así con mis compañeros.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Para aprender, en mi opinión, no. Es demasiado gráfico para aprender así. Yo prefiero aprender de manera tradicional y reforzar los conocimientos o ~~aplicar~~ aplicarlos así.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Nosotros hubiéramos necesitado más, nos hemos quedado a 2 cosas del final.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Estábamos motivados y hemos tenido muy buen ambiente de trabajo. Lo cual ha mejorado el rendimiento común.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8, hay cosas que mejorar pero lo repetiría seguro.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Prefiero la manera tradicional, pero ha estado bien como aplicación de lo aprendido.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que en equipo se trabaja mejor que solo, además si tienes compañeros que colaboran como los míos mejor todavía.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si me ha parecido una actividad interesante, se debería mejorar el tiempo

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si me parece una forma interesante y útil de entenderlas

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Creo que estaba bien el tiempo pero hubiera querido más

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si porque no habido un buen ambiente de trabajo

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Mucho más

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Aprender con juegos es útil

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí. La actividad de hoy ha estado bastante bien.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, porque la velocidad a una ciencia exacta es una habilidad importante.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Muy poco tiempo.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí. La nota que se brinda.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

Un 8 porque faltó tiempo.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Está bien porque la actividad te hace pensar y aunque sea complicado todas se podían sacar.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, porque es desafiante y lúdico.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Creo que se necesitaría haber empleado más tiempo.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, porque era en grupo y entretenida.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7 porque se pueden mejorar cosas pero está bien.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Repartiendo el trabajo se progresa mucho más.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si una forma diferente para aprender

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si para aprender en grupo y más lúdico

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No de hecho poco; yo debería poner un poco más

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, en el punto en la nota del examen

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9 porque es una actividad diferente

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más ya que haciendo ejercicios es siempre hacer lo mismo y no me gusta

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que hay que hacerla más veces

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Añadir un poco más de tiempo

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Me ha gustado el modelo que se ha utilizado para aprender

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si bastante porque con recompensa te pones en serio y te motivizas igual que como un examen

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Se necesita más tiempo para acabar la actividad entera

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si he querido hacer cosas para no sentirme mal de que me lo hubieran hecho mis compañeros

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

10 porque se me aprende y te diviertes

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más porque son ejercicios complicados y aprendes del error

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que se pudo solucionar límites muy complicados y más rápido

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

deberían tener candados y cosas del escape room hubieran sido mucho mejor aun así ha estado perfecto

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, lo que me gusta de trabajar en equipo

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, es divertido

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

No, lo suficiente

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, me ha apetecido haberlo

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Muy bien

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

No

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, entretenido

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, entretenido

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Si, está bien

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Mucho

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que lo llevo bien

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Yo lo veo bien

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, Calcular

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

No, si no sabes no sabes

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Sí, 5 mins mas

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Sí

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Trabajar en equipo más

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí; el trabajo en equipo ha sido lo mejor.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, Es dinámico, entretenido,

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

En mi opinión ha sido más que suficiente

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Al principio sentí con ganas, pero cuando se complicaba más bajaba mis ganas de participar

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9. Es entretenido, dinámico, y falta 1 punto para el 10 porque creo que se puede mejorar

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

En esta forma aprendo No, ya que la presión por el tiempo no me dejaba pensar y entenderlo.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

*Que tengo que estudiar más
tengo*

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

De momento / ahora No.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

si me ha gustado

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

si me parece muy útil

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

me ha parecido poca tiempo ya que son muchas cuentas y no nos ha dado tiempo ha terminar

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

si

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8,5

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

yo creo que he aprendido más - porque además hemos trabajado en grupo

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, me ha gustado, porque es una forma nueva de aprender y al trabajar en grupo, compartes más información.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, es una manera más divertida.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Siento que deberían haber empleado más tiempo

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, me parecía divertido y por eso sí

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7,5 porque me hubiera gustado que pusieran más tiempo pero ha estado muy bien

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Siento que he aprendido más con esta actividad, porque he prestado más atención.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que al trabajar en grupo compartes más conocimientos

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, ha sido útil para trabajar el trabajo en equipo

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Me parece un tiempo suficiente como para no aburrirse de la actividad y para que te de tiempo a hacer las actividades

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Ha influido que subiera nota en el examen ~~ya que~~

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Esto me ha parecido más una clase de entretenimiento y repaso que de aprendizaje

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que trabajando en equipo se hace todo mejor

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, me ha gustado mucho, aunque solo he de decir que me hubiera gustado que hubiera sido más tiempo.

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, ya que aplicarlo a problemas cotidianos se ve mejor el uso de las matemáticas.

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Yo creo que más tiempo hubiera estado más divertido.

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, me intrigaba saber como era un escape room matemático.

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

8,75 → me ha gustado mucho aunque hubiera estado mejor más tiempo y alguna presentación en genially para más actividades didácticas.

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Mucho más.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que entiendo bien las matemáticas, mejor de lo que creía.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, me ha gustado competir

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si porque para ganar hay que pensar

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Me parece un buen tiempo, si no he usado mucho el tiempo

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, pero es difícil en grupos

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7 porque es entretenido

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Si

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que se pueden hacer actividades en mate en vez de dar solo clase

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si ya que trabajas con tus compañeros

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

De vez en cuando está bien

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Está bien

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Bueno, tampoco mucho

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7 porque es algo diferente y también me parece útil

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Menos

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que cuesta trabajar en equipo

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras. *Si*
- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?
Si, lo hace más interesante
- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?
Suplemente
- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?
Si, la competencia me motiva
- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué? *8,5*
- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?
Si, aprendi más
- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?
El trabajo en equipo
- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Me ha gustado la actividad para aprender

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, es una manera de aprender divertido

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

El tiempo suficiente

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si, estuvo bien

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9, esta entretenido

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Más

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Trabajo en equipo

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

No

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, porque cosas que no sabias hacer, aprendes viendolo

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Si

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

9

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

mas

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Me aprendido

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Sí, el premio

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Sí, porque nos ha hecho pensar

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

suficiente

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Sí, por el premio

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

7

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

+

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

Que hay que interactuar con uno mismo.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Encuesta anónima sobre la actividad (no escribas tu nombre):

- ¿Te ha gustado la forma en la que se ha enseñado? Indica lo que más te ha gustado y lo que se debería de mejorar para actividades futuras.

Si, porque es dinámico, lo que menor el estrés que causa los compañeros

- ¿Te parece útil la utilización del juego para el aprendizaje de Matemáticas? ¿Por qué?

Si, es más entretenido

- ¿Te ha parecido que se ha utilizado mucho tiempo en la actividad? ¿Crees que es suficiente o crees que se necesitaría haber empleado más?

Se necesitaría más tiempo

- ¿Te has sentido con ganas de participar en la actividad? ¿En qué medida ha influido la forma de realizarla para que hayas querido (o no) participar en ella?

Si. Dando ideas y apuntes

- Si tuvieras que poner una nota del 1 al 10 a la actividad trabajada con esta metodología. ¿Qué nota pondrías y por qué?

6 porque estresa trabajar en grupo

- ¿Crees que has aprendido más o menos que si se hubieran realizado ejercicios de manera tradicional?

Si, o por igual.

- ¿Qué conclusiones has sacado durante esta sesión de trabajo?

No es fácil trabajar en equipo.

- Si quieres aportar cualquier apunte para que el profesor pueda mejorar en otras actividades futuras, es el momento.

Anexo V. Postest.

Razonamiento matemático y lógico-matemático.

1) Por el revelado y la impresión de cada rollo de 24 fotografías cobran 53€. si este mes hace un descuento del 25%, ¿cuánto pagará Gonzalo por 2 rollos que mandó revelar hoy?

A) 24.30€ B) 28.00€ C) 39.75€ D) 79.50€

2) La fábrica de aceite “La oliva feliz”, aumentó el precio de cada litro un 5%, si el costo anterior era de 7.20€, ¿cuál es el precio actual del litro de aceite?

A) 7.56€ B) 7.92€ C) 8.08€ D) 8.64€ E) 7.23€

3) Josefina compró algunos cuadernos de 7€ y uno de 9€; si en total pagó 65€, ¿cuántos cuadernos compró?

A) 7+1 B) 9 C) 7 D) 8 E) 56

4) Un jardinero mezcló 150 costales, unos de tierra negra y otros de abono. Si el costal de la tierra negra cuesta 15€ y el de abono 25€, ¿cuántos costales de abono utilizó en la mezcla si en total pagó por ellos 2,800€?

A) 95 B) 85 C) 65 D) 55

5) Una maestra preguntó a cuatro de sus alumnas: “¿cómo se ordenarían respecto a sus edades de mayor a menor?” A lo que cada una contestó:

Elsa: mi amiga Francis es mayor que yo.

Francis: Silvia es mayor que yo.

Silvia: yo nací antes que Elsa.

Laura: yo soy mayor que Francis y menor que Silvia.

Analiza sus respuestas e indica el orden pedido por la maestra.

A) Silvia, Laura, Francis, Elsa

B) Silvia, Laura, Elsa, Francis

C) Laura, Silvia, Francis, Elsa

D) Laura, Francis, Silvia, Elsa

E) Elsa, Silvia, Laura, Francis

6) Un albañil cobra €300.00 por cubrir de mosaico un piso de 3.50 metros por 3.75 metros. ¿Cuánto cobrará por metro cuadrado?

A) 22.85€ B) 21.85€ C) 23.50€ D) 22.00€

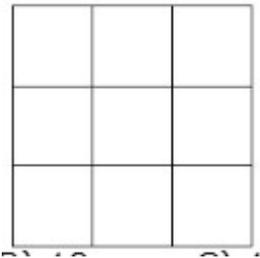
7) Cinco amigos se encuentran en la calle y se saludan de mano. ¿Cuántos apretones de mano hubo en total?

- A) 10 B) 25 C) 15 D) 20

8) Felipe tiene tres docenas y media de canicas; al jugar pierde 18 y posteriormente le regalan una docena, ¿cuántas le quedaron?

- A) 34 B) 27 C) 36 D) 24 E) 30

9) ¿Cuántos cuadros se visualizan en la siguiente figura?



- A) 14 B) 12 C) 10 D) 9

10) En la serie $18/27$, $18/21$, $18/15$, la fracción siguiente es:

- A) $18/15$ B) $18/3$ C) $18/9$ D) $18/11$ E) $18/12$

11) En la serie 81, 274, 97, el número siguiente es:

- A) 310 B) 910 C) 3 D) 9 E) 30

12) ¿Cuál es el siguiente número de la sucesión 34, 27, 20, 13, ____?

A) 10 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

13) ¿Cuál es el siguiente término de la sucesión 0, 1, 3, 7, 15, _____?

A) 16 B) 17 C) 19 D) 29 E) 31

14) Observa el siguiente patrón numérico

1 2 3 4 5 6 7 8 9 x 9 = 1 111 111 101

1 2 3 4 5 6 7 8 9 x 18 = 2 222 222 202

1 2 3 4 5 6 7 8 9 x 27 = 3 333 333 303

¿Cuál será el resultado de 1 2 3 4 5 6 7 8 9 x 72?

A) 777 777 707

B) 888 888 808

C) 999 999 909

D) 8 888 888 808

E) 7 777 777 707

15) La proposición verdadera es:

A) 840 es divisible entre 7

B) 11 es un factor de 189

C) 1013 es múltiplo de 13

D) 7 es un factor primo de 662

E) 3 y 5 son factores de 1115

16) La mitad de un número más 4 es 6. ¿Cuál es el número?

A) 4 B) 2 C) $(4-2)+4$ D) 2×3 E) 32

17) Encuentra dos números enteros consecutivos que sumen 57

A) 27,28 B) 56,1 C) 28, 29 D) 10, 47

18) En una caja se encuentran 9 canicas, 3 de ellas son de color blanco, 3 rojas y 3 azules, ¿cuál es la probabilidad de sacar una canica azul?

A) $9/9$ B) $1/9$ C) $1/3$ D) $3/9$

19) De tres números (“m, n, s”, se sabe que “m” es menor que “n” y que “n” es menor que “s”, a partir de lo anterior, se concluye que:

A) “s” es mayor que “m”

B) “m” es mayor que “s”

C) “m” y “s” son iguales

D) “n” es mayor que “s”

20) Extremo es a fin como

A) Octavo es a décimo

B) Tercio es a cubo

C) Medio es a mitad

D) Quinto es a uno

21) En una caja (sin que las puedas ver), hay 50 canicas rojas y 50 canicas azules, ¿cuál es el número mínimo de canicas que deberás sacar para garantizar que tienes 2 canicas del mismo color?

A) 26 B) 5 C) 3 D) 51 E) 52 F) 2 G) 100

22) Tres caballos: “Azúcar”, “Babieca” y “Crucero”, intervienen en una carrera. “Azúcar” tiene doble probabilidad de ganar que “Babieca” y “Babieca” tiene doble probabilidad de ganar que “Crucero” ¿Cuál es la probabilidad de que gane “Babieca”?

A) Cinco de siete

B) Cuatro de siete

C) Tres de siete

D) Dos de siete

23) ¿Cuál es la probabilidad de que gane “Azúcar”?

A) Dos de siete

B) Tres de siete

C) Cuatro de siete

D) Cinco de siete

24) ¿Qué relación de orden puede establecerse entre las alturas de Rosa y Juan; si se sabe que Rosa es más alta que Miguel y Juan es más bajo que Miguel?

A) Miguel > Juan B) Juan > Rosa C) Rosa > Juan D) Rosa < Miguel E) Juan < Miguel

25) Dentro de una copa, sin que puedas verlas, se encuentran 8 canicas negras, 8 canicas blancas y 8 canicas combinadas. Se te pide que saques una canica de la urna. ¿Cuál crees que será tu probabilidad de sacar una canica blanca en tu primera elección?

A) Una oportunidad de 2

B) Una oportunidad de 3

C) Una oportunidad de 16

D) Una oportunidad de 4

26) ¿Cuál es la razón de tu respuesta a la pregunta anterior?

A) Mi probabilidad es la misma que la de lanzar una moneda al aire y obtener cara

B) Mi probabilidad se basa en el hecho de que hay 16 canicas que no son blancas y primero necesito eliminar éstas

C) Mi probabilidad está basada en el hecho de que el número de canicas blancas debe compararse con el número total de canicas

D) Mi probabilidad es buena para sacarla en las primeras 2 o 3 elecciones, pues solamente hay 3 tipos de canicas

27) La suma de dos números es 21 y su diferencia es de 5, dichos números son:

A) 13 y 8 B) 7 y 2 C) 10 y 11 D) 9 y 4 E) 7 y 14

28) Observa la siguiente tabla que representa el número de canastas que anotó Luis por partido

Partido	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Canastas	3	4	4	5	3	9	4	6	4	7	8	9

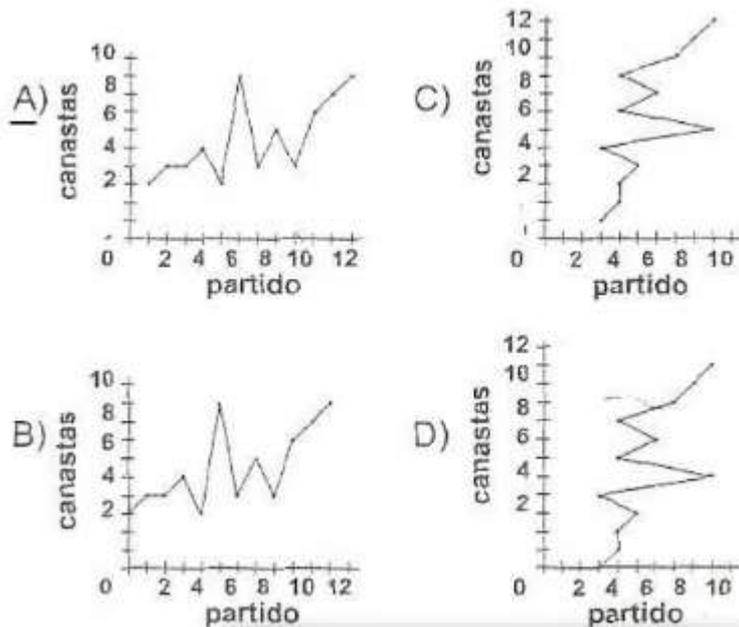
¿Cuál es la media?

A) 3.5 B) 4.0 C) 4.5 D) 5.5

29) ¿Cuál es la moda y la mediana respectivamente?

A) 4 y 5.5 B) 4.5 y 4 C) 4 y 4.5 D) 5.5 y 4

30) ¿Cuál es la gráfica que representa correctamente los datos?



31) Un instituto, está integrado con 60 alumnos, de los cuales $\frac{1}{3}$ son de segundo grado; $\frac{3}{5}$ son de primero y el resto son de tercer grado.

A) ¿Cuántos alumnos son de primer grado? _____ alumnos

B) ¿Cuántos son de segundo grado? _____ alumnos

C) ¿Cuántos son de tercer grado? _____ alumnos

32) Para confeccionar un vestido se necesitan 3 metros y medio de tela, ¿cuántos vestidos se pueden confeccionar con 14 metros y medio de tela?

_____ vestidos

33) El kilogramo de tortillas costaba 2.20€ y su precio aumentó 0.50€ más. ¿Cuánto costarán ahora 3 kilogramos de tortillas?

A) 2.70€ B) 4.90€ C) 6.60€ D) 7.10€ E) 8.10€

34) Elena repartió 84 estampas entre sus dos hermanos, de modo que al mayor le dio seis veces lo que al menor ¿cuántas estampas recibió el menor?

A) 8 B) 12 C) 24 D) 16 3) 42

35) Si el día tiene 24 horas y una persona duerme la sexta parte de él, ¿cuántas horas permanece despierto?

A) 6 horas B) 4 horas C) 8 horas D) 20 horas E) 18 horas

36) Un automóvil avanza a una velocidad constante de 150 kilómetros por hora. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 2:10 horas?

A) 130 km B) 210 km C) 325 km D) 360 km E) 150 km

37) ¿Cómo se escribe el número cincuenta mil ciento nueve?

A) 05019 B) 5019 C) 5091 D) 50109 E) 501009

38) Adriana compró 3 libretas de 2.55€ cada una, 1 juego de geometría de 4.84€, 1 libro de Historia de 6.57€ y 1 lápiz de 0.42€, ¿cuánto recibe de cambio si paga con un billete de 50€?

A) 19.48€ B) 29.48€ C) 30.02€ D) 40.52€ E) 30.52€

39) Al cercar un jardín de forma rectangular se ocuparon 208 metros de alambre de púas, con cuatro líneas de protección. Si de largo tiene 17 metros, ¿cuántos metros tendrá de ancho?

A) 52 m B) 26 m C) 18 m D) 4.5 m E) 9 m

40) Si un litro de pintura cuesta 4.20€, ¿cuánto pagaré por seis litros?

A) 24.20€ B) 25.20€ C) 34.00€ D) 48.00€ E) 96.00€

41) Al hacer un trabajo dos albañiles cobraron 185€. Si los dos trabajaron el mismo tiempo. ¿Cuánto le corresponde a cada uno de salario?

A) 94€ B) 93.50€ C) 92.50€ D) 84€ E) 102.50€

42) En la carretera que va de Valladolid a Barcelona la ciudad de Soria se encuentra en el kilómetro 135 y la de Zaragoza en el kilómetro 305. ¿En qué kilómetro está el punto medio entre Soria y Zaragoza?

A) 220 km B) 170 km C) 85 km D) 190 km E) 215 km

43) El salario mensual de un empleado es de 600€, ¿cuánto pagará de renta al mes si para ello ocupa el 20% de su salario mensual?

A) 180€ B) 300€ C) 450€ D) 270€ E) 120€

44) ¿Cuántos chocolates puedes comprar con 1€ si los venden a 3 por 10 céntimos?

A) 10 B) 20 C) 30 D) 15 E) 25

45) ¿Cuál es el promedio de la temperatura si el termómetro marcó el lunes 25°, el martes 30°, el miércoles 29°, el jueves 32°, el viernes 24°, el sábado 27° y el domingo 29°?

A) 200° B) 25° C) 196° D) 28° E) 30°

46) Lía paga con un billete de 50€ una factura de 29.85€, ¿cuánto le tendrán que regresar de cambio?

A) 31.15€ B) 31.85€ C) 30.15€ D) 20.85€ E) 20.15€

47) En el telégrafo cobran treinta y cinco céntimos por cada palabra excedente, ¿cuánto se pagará de más por un telegrama que tiene siete palabras de más?

A) 3.50€ B) 2.50€ C) 2.45€ D) 1.70€ E) 2.40€

48) Un coche recorre una distancia de 50 km en 50 minutos. Si el chofer mantiene la misma velocidad, para recorrer 150 km tardará:

A) 1 hr 50 min B) 3 hr C) 2 hrs 30 min D) 2 hrs E) 2 hrs 50 min

49) ¿Cuántos kilómetros recorrerá un coche en 7 hrs si va a una velocidad de 70 km/hr?

A) 420 km B) 490 km C) 500 km D) 600 km E) 770 km

50) Una vaca da diariamente 15 litros de leche. Si en tiempo de sequía da 12 litros de leche al día, ¿cuál de las siguientes fracciones representa la disminución en la producción diaria de esa vaca?

A) $1/4$ B) $3/4$ C) $12/12$ D) $3/5$ E) $1/5$

51). ¿Con cuántos conjuntos de nueve manzanas igualarías en cantidad a tres conjuntos de veintisiete manzanas cada uno?

A) 2 conjuntos B) 6 conjuntos C) 8 conjuntos D) 9 conjuntos E) 5 conjuntos

52) .El promedio de dos números es 20, si uno de ellos es 32, ¿cuál será el otro?

A) 40 B) 20 C) 8 D) 52