Duplicado

1789 - leg. 23

DISCURSO

LEÍDO EN LA

UNIVERSIDAD CENTRAL

EN LA SOLEMNE INAUGURACIÓN

DEL CURSO ACADÉMICO DE 1890 Á 1891

POR EL DOCTOR

D. EDUARDO LEÓN Y ORTIZ

CATEDRÁTICO DE LA

FACULTAD DE CIENCIAS

MADRID

Imprenta Colonial, á cargo de G. Gutiérrez

Glorieta de Atocha, 8

1890

DISCURSO

LEÍDO EN LA

UNIVERSIDAD CENTRAL

en la solemne inauguración

DEL CURSO ACADÉMICO DE 1890 Á 1891

Excmo. Señor:

¡Curso aciago el que acaba de terminar! La muerte diezmó nuestras filas y con profundo dolor concurrimos á este solemne acto que solo de plácemes y bienvenidas debiera ser. Don Vicente Lafuente en la Facultad de Derecho, D. Gabriel López Pereda, D. Aureliano Maestre de San Juan y Don Estéban Sánchez Ocaña en la de Medicina; D. Francisco Sánchez de Castro y D. Anacleto Longué en la de Letras, y D. Simón Archilla y D. Gumersindo Vicuña en la de Ciencias, eran ayer el encanto de sus alumnos y el orgullo de sus compañeros: hoy no existen. ¡Qué profesores perdió nuestra Universidad! Si el brillo de la posición social conquistada por algunos realzó su gran mérito, el retiro apacible y modesto preferido por otros no fué parte á ocultar el suyo; que á ello se oponían la fama de sus explicaciones y la admiración producida por sus obras didácticas, operaciones ó experimentos, críticas ó análisis: muestras todas de su claro talento y laboriosidad notable. Los dos últimos en dejarnos fueron mis compañeros de Facultad. Quien hubiera tenido la fortuna de tratarlos, no hubiese podido menos de profesarles gran cariño y comprender cuánto valían. Representaba Archilla la lucha del espíritu con la materia; su alma pugnaba por sobreponerse al enfermizo cuerpo, ansiosa de consagrarse más de lleno aún al cálculo infinitesimal, objeto de su enseñanza y de un libro que escribió, muy digno de estudio: modesto á las alabanzas que se le dirigieran, gustaba, en cambio, de prodigarlas á los demás, y el mérito ageno nunca le encontró celoso: inclinábase al recogimiento como planta nacida para crecer al abrigo de toda intemperie. Era Vicuña, por el contrario, la manifestación de la vida en su plenitud, y daba alimento á su actividad con múltiples ocupaciones: ingeniero, catedrático, orador y político, dividía su atención entre las máquinas, la enseñanza, las conferencias en círculos científicos y las discusiones parlamentarias; estudios físicos y mecánicos publicó varios é importantes. Ambos profesores pertenecían á la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, y su fallecimiento es gran pérdida para la Facultad, harto castigada en poco tiempo, pues en el curso anterior tuvo también la desgracia de perder á otros dos dignos profesores, D. Agustín Monreal y D. Ignacio Sánchez Solís. No se extrañe, pues, que bajo la impresión de estos recuerdos, y aumentado mi sentimiento por la circunstancia de haber sido Solís y Vicuña, antes que compañeros míos, queridos y respetados maestros, la emoción embargue mi voz y acudan á mis ojos lágrimas, con las cuales se mezclan las que el recuerdo de una madre venerada, perdida para mí en ese mismo curso que califico de aciago, me hace también derramar.

Mas demos tregua á nuestro colectivo y particular dolor, y sonriamos á la brillante fiesta que nos reune para otorgar premios merecidos á la juventud y abrir su corazón á nuevas promesas y esperanzas. En la última apertura tuvo la Universidad un dignísimo intérprete, cuya palabra aún parece resonar en este augusto recinto; ¡con qué placer escuchamos todos aquel discurso del Sr. Menéndez Pelayo, que con admirable estilo, claro ingenio y portento de erudición seguía paso á paso las manifestaciones que, en caudalosa corriente unida á nuestro arte literario, había alcanzado entre nosotros la filosofía platónica! Tal recuerdo me infudiría ahora gran temor si no contara con la generosa benevolencia del ilustrado público aquí reunido, y si no fuera parte también á darme alientos saber que en la historia de las ciencias como en la historia de la humanidad hay hechos, estudios y descubrimientos de tan vivo é interesante relato, que los que lo leen ó escuchan, solo á él atienden, sin fijarse en quién lo refiere. Hay un problema en la historia de las ciencias exactas, del cual dice Humboldt, que á excepción del de la paralaje de las estrellas fijas que dió al paso descubrimientos tan capitales como los de la aberración y nutación, ningún otro puede citarse donde el ánimo quede tan perplejo, no sabiendo á qué conceder mayor importancia, si al resultado que principalmente se perseguía, ó á las riquezas que en abundancia á los lados del camino se allegaban. Este problema es el

De la figura de la Tierra

que ejercitó el ingenio de los más grandes matemáticos, enriqueciendo en recompensa el cálculo con teorías y recursos de gran valor; y que por otra parte dió ocasión á medidas escrupulosas encaminadas á fijar las dimensiones de nuestro globo; medidas, que á la vez que hacían progresar las artes mecánicas, afanosas de lograr en cuanto fuera posible las condiciones ideales exigidas por la teoría en las reglas é instrumentos, proporcionaban base segura ó de suficiente aproximación para escalar el Cielo y averiguar las inmensas distancias que entre los astros exist n y la asombrosa velocidad con que en sus órbitas giran los globos luminosos; medidas, finalmente, que hicieron ver cómo lo infinitamente grande depende de lo de excesiva pequeñez. De tal problema, pues, quiero ocuparme, exponiendo:

1.º Los estudios realizados por los matemáticos para descubrir por cálculo la figura teórica que debe poseer la Tierra.

2.° Los estudios hechos por los geodestas para determinar prácticamente esa figura y las dimensiones correspondientes, con toda la escrupulosidad que pudiera apetecerse; y

3.° La prueba de que unos y otros estudios, los teóricos y los prácticos, son fruto y timbre de gloria de la ciencia moderna.

I

Inició Newton en su famosa obra titulada *Principios matemáticos de la filosofía natural* el estudio teórico de la figura elíptica que debía poseer la Tierra bajo el supuesto de que en su origen hubiese sido una masa flúida animada de una rotación sobre sí propia; Copérnico, con su obra *De las revoluciones de los cuerpos celestes,* publicada en 1543, había sacado la Tierra de la absoluta inmovilidad en que antes se la suponía; habíala hecho girar sobre sus polos y recorrer al mismo tiempo el espacio en torno del Sol, que colocaba como en un trono regio en el centro de las órbitas de los planetas, los cuales con tanta más lentitud las describían cuanto más lejos de él se hallaban; mas no viendo motivo para desechar ciertas ideas metafísicas de algunos antiguos filósofos, admitía que así como la periodicidad que se nota en los movimientos celestes era una prueba de que en ellos regía el círculo, es decir, la curva de mayor perfección, así también la redondez que en la figura del planeta acusan su sombra proyectada sobre la Luna en los eclipses de este astro, y el aparente hundimiento de los objetos al desaparecer en los confines del horizonte, eran señales de que esa figura respondía á la esfera ó tipo ideal más perfecto. Vislumbraba Copérnico una atracción universal de la materia y la interpretaba como tendencia dad por el Criador á todas las partes, que hacía se reunieran y afectasen en conjunto la misma forma que las partícu-

2

las agrupadas en una gota de agua; mas careciendo de datos, donde por razón de analogía viera motivo para llevar adelante el razonamiento que con esa comparación empezaba bien, ahí se detenía sin reparar que la gota de agua al girar sobre sí misma dejaría de ser esférica.

De 1609 á 1672 los hechos observados ofrecieron nueva fase. Demostró Kepler en la primera fecha el movimiento elíptico de los planetas en torno del Sol, y en la segunda Cassini, que se hallaba al frente del Observatorio de París, recién fundado por Luis XIV, notó la pronunciada elipticidad de Júpiter, que después comprobó Flamsteed, encargado en 1676 de la dirección del Observatorio de Greenwich, que ese año fundó Cárlos II. El círculo y la esfera cedían su puesto á la elipse y al elipsoide, y la figura general imperaba en la naturaleza en vez de la particular que en ella se comprendía. Un genio como Newton pudo entonces reflexionar y decirse que si los cuerpos celestes afectaban la forma de la gota de agua y ninguna de las irregulares que en masa presentan los sólidos ni de las poliédricas, de caras bien talladas, que en sus elementos ofrecen los mismos cuando fundidos ó disueltos se deja que sus partículas tranquilamente se agrupen, no sin razón debía eso ocurrir; que era hipótesis plausible conceder que esos cuerpos celestes hubieran poseído en un principio un estado de fluidez; pero que esto admitido, la forma esférica debió convertirse en aplanada por efecto de la rotación. Y así discurriendo, Newton, que además de descubrir las leyes de la atracción universal, á saber, que ésta se ejerce proporcionalmente á la masa y en razón inversa del cuadrado de la distancia, inventó, á la vez que Leibnitz, el cálculo infinitesimal, pudo dejar en la obra citada, que vió la luz en 1687, no solo planteado el problema, sino indicada la solución y allegados no pocos elementos para alcanzarla.

Envolvía el problema grandes dificultades. Era menester en primer término calcular las fuerzas que sobre cada partícula del flúido actuaran, esto es: la atracción de toda la masa y la fuerza centrífuga que idealmente debía aplicarse para reducir el problema dinámico á otro de equilibrio. El cálculo de esta última era fácil; mas no sucedía otro tanto con la primera, que requería efectuar una integración, ó suma de un número infinito de cantidades infinitamente pequeñas; para lo cual había de dividirse el flúido en celdillas, donde existiendo alguna ley en la cantidad que contuvieran, según la distancia á que de aquella partícula se hallasen, se pusiera de manifiesto, cuando se compararan sus atracciones respectivas, alguna otra gradación por donde pudiera colegirse el efecto aunado de todas. Cálculos de esta índole son de suyo complicadísimos, porque un espacio puede dividirse de infinitas maneras en celdillas de forma prismática ó de trozos de pirámide, cortándole por planos ó superficies curvas, en una ú otra dirección, como se repute más á propósito; y el talento ó ingenio del calculador se revela al acertar con una combinación de tales planos ó superficies que dé á las celdillas magnitudes en gradación adecuada para el objeto. A veces la solución de algún caso particular parece que arroja alguna luz sobre el problema general; mas no es raro que se yerre entonces el camino y suba de punto la dificultad cuanto crezca el empeño. Fácil era, por ejemplo, demostrar, que dos esferas concéntricas atraen un punto exterior á ambas, en la misma dirección y proporcionalmente á su masa; mas cuando se quisiera ampliar este principio á cuerpos de forma más general, quién diría que, pudiendo proceder esas esferas de elipsoides concéntricos, en forma y posición semejantes, donde la elipticidad fué disminuyendo hasta desvanecerse, á éstos debía de comprender aquella proposición; y si esto pensaba, calcularía inútilmente, porque equivocó el camino; y quién, más sagaz, advertiría que, pudiendo también provenir las esferas concéntricas de elipsoides con idénticos focos en las secciones principales, es decir, en las trazadas por cada dos ejes de simetría, á estos elipsoides confocales debía de ampliarse la propiedad; y así discurriendo acertaría, y tras de cálculos más ó menos penosos, podría ver por el éxito coronados sus esfuerzos.

También requería el problema formular las condiciones de equilibrio relativo, y ver si éste podría existir con la forma supuesta en la masa flúida, ó si se aspiraba á mayor generalidad, descubrir qué figuras serían compatibles con las condiciones halladas. Darían lugar las fórmulas de equilibrio á una *ecuación diferencial* ó enlace entre las razones finitas, ó coeficientes, de cantidades infinitament pequeñas; algo que, valiéndonos de un símil, pudiéramos decir la ecuación de los destellos que durante un eclipse total de Sol salen de la corona luminosa ó aureola que el satélite de la Tierra no alcanza á ocultar. Y el ver si una figura dada cumplía con las condiciones de equilibrio ó el inquirir qué figuras se ajustaban á ellas, exigiría que se hallase la *ecuación integral* ó ecuación con valores de cantidades finitas de donde aquélla pudiera ser derivada; es decir, volviendo al símil citado, la ecuación del resplandor total ó enlace de causas que explique en sus más mínimos pormenores cómo la luz se produce y porqué, obedeciendo á un principio de orden, con cierta ley y periodicidad, aumentan, disminuyen ó se transforman las manchas y fáculas que se advierten en la deslumbradora faz de la fotósfera.

Preciosos materiales dejó Newton para la parte del problema concerniente á la atracción. Demostraba que sobre una partícula situada dentro de una esfera hueca homogénea se equilibran las atracciones verificadas según las leyes de las que actuan en la naturaleza; y que sobre una partícula exterior dan la misma resultante que si toda la esfera estuviese en el centro condensada; proposiciones de donde se deducía la atracción que sobre una partícula interior ó exterior ejerce una esfera llena, ora de densidad uniforme, ora dividida en capas esféricas concéntricas, cuya densidad, constante en cada una, varíe de una á otra. Calculaba la atracción de una lámina circular sobre una partícula puesta sobre la recta perpendicular á aquélla en su centro; é indicaba que la atracción de un cuerpo de revolución, de los que en lenguaje vulgar decimos torneados, sobre cualquier punto de su eje, se alcanzaría reduciendo la suma de las atracciones de las láminas paralelas componentes al cálculo del área de una curva, ó como ahora se dice, resolviendo una sola integral: como ejemplo presentaba Newton el cilindro y el elipsoide de revolución. Demostraba asimismo, ampliando una de las propiedades de la capa esférica, mas siguiendo otro método, el equilibrio de una partícula situada dentro de una concha cerrada cuyas caras interior y exterior fuesen superficies elipsoidales concéntricas y en forma y posición semejantes: proposición conocida en nuestros presentes tratados con el nombre de *teorema de Newton*. Y á ello seguía esta importante consecuencia: que sobre las partículas situadas en una misma recta que pase por el centro, la atracción del elipsoide varía como la distancia á este punto.

Alcanzó Maclaurin, con estudios publicados en 1740 y 1742, merecida fama de sagacidad, porque, aparte del ingenio demostrado en varios problemas, descubrió tan importantes propiedades en los elipsoides, que bien puede reputársele como el inventor de la teoría de las atracciones de estos cuerpos. Con suma habilidad demostraba geométricamente que si la atracción de un elipsoide (entiéndase siempre de revolución mientras otra cosa no se advierta) sobre una de sus partículas, se descomponía en dos fuerzas, perpendicular una y paralela otra al eje, ambas variarían como las respectivas distancias á dicho eje y al plano del ecuador; propiedad que como consecuencia envolvía el paralelismo de las atracciones ejercidas sobre todas las partículas situadas sobre una misma recta que pasase por el centro. Hallaba además la atracción sobre una partícula en el polo ó el ecuador, representando esa fuerza por el área de cierta curva, y calculando esta área por el método de las fluentes. Respecto de una partícula situada en el exterior, demostraba que las atracciones ejercidas sobre ella por dos elipsoides engendrados por dos elipses de idénticos focos, ora hubiesen girado ambas en torno del eje menor, ora del mayor, serían como los volúmenes de tales elipsoides, si dicha partícula se encontraba en el eje de rotación ó en el plano del ecuador: propiedad que con el nombre de *teorema de Maclaurin* se designó después. Y pasando á cuerpos heterogéneos agregaba: que si un elipsoide se componía de capas confocales, cuya densidad variase solo de una á otra, la atracción de este elipsoide sobre una partícula exterior, situada como la antedicha, sería á la de otro homogéneo de las mismas dimensiones como la masa del primero á la del segundo. En suma, dejó resuelto enteramente el problema de la atracción de un elipsoide sobre una partícula interior; y sobre otra exterior, cuando ésta se hallara en un eje de simetría.

Con sus estudios geométricos tan lejos había llevado Maclaurin sus conquistas, que largo intervalo transcurrió sin que el análisis ó cálculo de riguroso simbolismo consiguiese más allá ningún triunfo señalado. Lagrange declaraba que la obra del ilustre matemático escocés era un modelo de construcción geométrica y podía ponerse al lado de lo más ingenioso que hubiera producido Arquímedes. En verdad, ni D'Alembert ni Lagrange, que siguiendo las huellas de Thomas Simpson, querían resolver por análisis los problemas de atracción, lograron otra cosa, no obstante sus prodigios de cálculo, que dar leve ampliación á las conclusiones ya obtenidas. D'Alembert demostró que el teorema de Maclaurin se cumplía, aunque el elipsoide no fuera de revolución, y Lagrange calculó la atracción de éste sobre una partícula interior; pero la que se hallase fuera, no era separada de los ejes de simetría. Con todo, el cálculo, con estos estudios, adquirió medios poderosos para seguir adelante: teníase la *transformación de integrales múltiples* que ideó Lagrange, y contábase además con la función, imaginada por Laplace, y llamada después *potencial:* suma de los elementos de masa divididos por sus distancias á un punto, y no por los cuadrados de éstas; de la cual era fácil deducir las componentes de la atracción sobre ese punto, *derivando* respecto de la variable contada sobre el eje de coordenadas en que la respectiva componente recayera.

Comenzó con Legendre en 1785 un período brillante, en que pasando el problema de él á Laplace y de éste á aquél, las dificultades quedaron vencidas. El teorema de Maclaurin fué extendido por el primero de esos dos matemáticos á todo punto exterior á los elipsoides confocales; y como hallazgo de valía, en las series en las cuales se fundaba la ampliación hecha aparecieron por primera vez los *coeficientes de Legendre,* que tan especial estudio merecieron en adelante como rama fructífera del análisis. Generalizó luego Laplace dicho teorema, demostrando que las atracciones ejercidas sobre un punto exterior por dos elipsoides, de revolución ó no, mas con idénticos focos en sus secciones principales, poseían idéntica dirección y eran como sus volúmenes; y con esta propiedad ya se tuvo para cualquier elipsoide reducido el cálculo de la atracción sobre un punto exterior al de la atracción concerniente á un punto en la superficie, esto es, un punto en su posición extrema, ó de límite, en lo interior. Mas este *teorema de Laplace* fué deducido demostrando que las fórmulas de atracción de un elipsoide sobre un punto exterior constaban de dos factores: uno, la masa ó volumen del cuerpo, y otro, una expresión cuyas variables eran las diferencias de los cuadrados de los semiejes: método que no daba luz alguna acerca de la integración indefinida. Buscó por ello Legendre otro camino, descomponiendo el elipsoide en capas limitadas por superficies cónicas que variaban según cierta ley, teniendo todas su vértice en el punto atraído, y por un portento de cálculo obtuvo despejada del signo de integral la fórmula de la atracción por cada capa producida.

Fué este un esfuerzo gigantesco que testificaba, objeto primordial del autor, que los obstáculos de la integración no eran insuperables; pero el mismo Legendre opinaba que debía de existir camino más llano; y en efecto, Ivory, Gauss y Rodríguez presentaron á poco breves y elegantes soluciones. De singular mérito, tanto por su forma sucinta como por su trascendencia en otras ramas del cálculo, eran estas dos últimas, fundadas en una propiedad general de las superficies cerradas y en el cambio de las coordenadas rectangulares por otras que á las polares se parecen; pero llamó sobre todo la atención de los matemáticos, por su elegancia y por ser susceptible de fácil demostración, el *teorema de Ivory*, que establecía que, elegidos en dos elipsoides de idénticos focos dos puntos, uno en la superficie de cada uno, cuyas coordenadas análogas fuesen proporcionales á los ejes correlativos, y descompuesta según paralelas á estos ejes la atracción ejercida en cada uno de dichos dos puntos por el elipsoide en cuya superficie se hallase el otro, las componentes paralelas serían proporcionales á los productos de los dos ejes del elipsoide respectivo, perpendiculares á aquéllas. Tanto fué así, que Legendre se apresuró á publicar una Memoria clara y sencilla donde hacía ver que con el citado teorema de una parte, y de otra con la integración directa de Lagrange para el cálculo de la atracción sobre un punto interior, se tenía el método más expedito de resolver el problema que tantos esfuerzos costara.

Así era la verdad, pero en campo fértil siempre quedan espigas lozanas que recoger. Habiendo advertido Poisson que si de las fórmulas con que Laplace expresaba los componentes de la atracción de un elipsoide se obtenían las derivadas, variando los tres ejes proporcionalmente, las integrales desaparecían, siguió este camino y halló bajo forma finita las componentes de la atracción de una capa de espesor infinitesimal, limitada por dos superficies elipsoidales concéntricas y en figura y posición semejantes; descubriendo con ello un teorema de la atracción de tal capa, útil en la teoría de la electricidad; y aunque ya Rodríguez, para hallar cierta integral, había descompuesto el elipsoide de la misma manera, no invalidaba esto el mérito de Poisson, pues aquél no había calculado la atracción aislada de la capa componente. Y que las de esta forma no dejaban de ofrecer alguna ventaja en el estudio del problema, lo probó también Chasles hallando por medio de ellas la atracción de un elipsoide heterogéneo sobre un punto exterior, merced á una solución sintética, con la cual la Geometría moderna, que á dicho autor debió poderoso impulso, se hizo partícipe, al redondear el problema, de la brillantez con que los procedimientos también geométricos, de Maclaurin, le habian comenzado.

Problemas incidentales y notas curiosas surgieron no pocos en el curso de tales estudios. De la forma que debía poseer un cuerpo homogéneo para que con volumen dado produjera la máxima atracción ocupóse primero Silvabelle y después Frisi, Playfair y Knight. En la atracción ejercida, por una hoja ó película de forma cerrada, sobre una partícula muy próxima á la superficie, fijáronse D'Alembert, Lagrange, Coulomb y Laplace: y de ello se reportó un principio para explicar cómo la electricidad se distribuye en la superficie de los cuerpos conductores. Pero de esos varios estudios merece mención más detenida el de la atracción de un cuerpo que difiere poco de una esfera. Ya Newton, queriendo comparar las atracciones producidas en el polo y el ecuador, dejó establecido este teorema: que la ejercida en un punto de dicha línea, por un elipsoide aplanado, de pequeña elipticidad, era una media proporcional entre las atracciones que sobre el mismo punto producirían la esfera de radio igual al semieje mayor y el elipsoide prolongado cuya elipse generatriz fuese la misma que la del aplanado. Maclaurin y Clairaut estudiaron también ese problema. Infería el primero que su cálculo de la atracción del elipsoide sobre una partícula en el eje ó en el plano del ecuador se aplicaba, cuando tal cuerpo difería poco de una esfera, con exactitud si la partícula exterior tenía la situación antedicha y aproximadamente en cualquiera otra. El segundo calculaba primero la atracción aproximada de una lámina circular ó casi circular sobre una partícula que sobre ella se proyectase muy cerca del centro, y deducía de aquí el valor aproximado de la atracción de un elipsoide casi esférico, suma de láminas como la antedicha, sobre una partícula exterior.

Amplió D'Alembert el problema no suponiendo en el cuerpo, que de la esfera difería poco, otro requisito que el ser de revolución, aun cuando su curva generatriz no fuese elíptica. El cálculo que hizo de la atracción de tal esferoide, dividiendo éste en una esfera y una concha envolvente, era de gran mérito, y acaso por la notable semejanza de las ecuaciones derivadas de que se valía para determinar los coeficientes de la fórmula con la cual expresaba el radio vector de un punto, fueran inspirados después los coeficientes de Legendre. Aun de aquella circunstancia de ser de revolución el cuerpo próximamente esférico prescindió Laplace al abordar el problema, de cuyo estudio reportó sus célebres funciones y su comentada ecuación. Eran las *funciones de Laplace* elementos constitutivos del desarrollo en serie de otras fórmulas: contenian coeficientes con dos variables que como caso particular encerraban los de una variable, de Legendre: sus propiedades y aplicaciones, importantes; materia digna de la atención que le consagró Laplace, y tras él, Poisson, Dirichlet, Bonnet, O'Brien y Pratt. Expresaba la *ecuación de Laplace* bajo forma muy sencilla la atracción de la masa homogénea casi esférica, sobre un punto de su superficie. Mas Ivory y Lagrange advirtieron que en la demostración existía un punto débil: cierto coeficiente podia llegar á ser infinito dentro de los límites de la integración: reparo que dió lugar á interesantes aclaraciones por parte del mismo Laplace, de Airy y de Mac Cullagh. Hasta aquí lo concerniente á la atracción.

Las condiciones de equilibrio relativo de un flúido solicitado de una parte por la atracción mútua de sus partículas, y de otra por la fuerza centrífuga desenvuelta en la rotación uniforme en torno de un eje, se fijaron con mayor precisión á medida que la ciencia hidrostática fué adelantando. El *principio de Newton* que afirmaba debían equilibrarse las columnas líquidas imaginadas desde el centro hasta la superficie exterior, amplióle Maclaurin suponiendo asentadas esas columnas en cualquier punto interior, aunque no fuese el centro, y lo generalizó Clairaut diciendo, que si todo el flúido sin variación de densidad se solidificaba, excepto el contenido en un canal de cauce infinitamente estrecho, esta porción de flúido debía estar en equilibrio, cualquiera que fuese la forma de ese canal y ora cruzase de un punto á otro distante, ora internándose más ó menos volviese al punto de partida. También el *principio de Huygens* que establecía la perpendicularidad de la plomada á la superficie exterior, lo expuso en términos más latos Maclaurin, sentando que las superficies de nivel (fué el primero que les dió tal nombre) debían ser normales en cada punto á la fuerza resultante que sobre él actuara; y á esto agregó Clairaut que en una capa de nivel, es decir, comprendida entre dos superficies de este nombre, el espesor en cada punto variaba en razón inversa de la aceleración que dicha resultante tendía á producir, de donde deducía que cierta expresión diferencial de las superficies de nivel debía ser una diferencial completa, cualidad que Clairaut parece haber sido el primero que estudiara en el cálculo infinitesimal.

Mas, como advirtió D'Alembert, no anduvo en lo cierto Clairaut al creer que las superficies de nivel en un flúido en equilibrio eran siempre de densidad uniforme cada una. Sin embargo, el error no alcanzaba á la cuestión de la figura de la Tierra, pues, según hizo notar Lagrange, con fuerzas como las que en ese problema habían de estimarse, es decir, la atracción general y la fuerza centrífuga, tal condición existía en las superficies de nivel. Si mucho adelantó la hidrostática con Clairaut, no poco debió esta ciencia á D'Alembert y Lagrange; y con Euler en 1755, ya bien definida por éste la idea de la presión en cualquier punto de un flúido é introducida en el cálculo una letra para designarla, pudieron ser los principios establecidos y demostrados con toda precisión y claridad. Todhunter concede á la innovación de Euler más importancia todavía que á la idea de Lagrange al introducir en el cálculo de las variaciones una letra aceptada después por todos en este cálculo, como aquella otra en hidrostática, y que tal se aprecie el valor de un símbolo no debe extrañarse; porque esto en el análisis matemático representa una idea ó es punto de apoyo de una serie de ideas. La incógnita de una ecuación, designada por *cosa*, solo recuerda el ingenio, no escaso en verdad, de Tartaglia, Cardan y Ferrari; pero esa incógnita, por una letra representada, trae á la memoria toda una epopeya matemática que cuenta héroes como Descartes y Newton, como Lagrange, Sturm, Horner y Graffe, como Abel, Galois y Wantzel.

Hecho el cálculo de las componentes de la atracción y de la fuerza centrífuga sobre cualquier punto, y formuladas las condiciones de equilibrio, procedía averiguar si con ellas cumplía una masa flúida homogénea que en forma de elipsoide aplanado girase uniformemente en torno del eje. Diólo Newton por admitido, como quien lo vislumbrara y no contase aún con medios suficientes para demostrarlo, ó como quien, proponiéndose principalmente trazar el diseño de la solución que respondía al problema de la figura de la Tierra, encomendase á los venideros la tarea de llenar el cuadro con arreglo á los perfiles dibujados. Stirling y Clairaut, medio siglo después, cada uno por su parte, justificaron esa conclusión basándose en un valor aproximado de la atracción del elipsoide sobre un punto de su superficie; mas Maclaurin demostró á poco dicha consecuencia con toda exactitud. Laplace hizo ver luego que una masa flúida homogénea que, bajo la forma de un elipsoide prolongado, girase en torno de su eje mayor, no podría estar en equilibrio; y por último Jacobi en 1834 redondeó la solución demostrando que un elipsoide de tres ejes era forma adecuada para el equilibrio de esa masa flúida, si su rotación uniforme se verificaba en torno del eje menor.

Del enlace entre la velocidad angular y el mayor ó menor achatamiento del elipsoide aplanado fué Thomas Simpson el primero que se ocupó é hizo ver que si esa velocidad pasaba de cierto límite, ya no era posible el equilibrio conservando la masa flúida la forma indicada; y para ilustrar este punto, presentaba un cuadro ó tabla, donde al lado de una columna que contenía razones crecientes del semieje menor al mayor, figuraba otra con números correlativos, proporcionales al tiempo total de revolución, ó sea en razón inversa de la velocidad angular respectiva; y otra tercera columna con otros números proporcionales, á lo que dicho autor llamaba *momento de la rotación*, entendiendo por tal la suma de los productos de la masa de cada partícula por su velocidad rectilínea. Fijándose en ese cuadro podía inferirse: que con velocidad angular que á ese límite no llegara, una misma masa flúida estaría en equilibrio relativo si con una ú otra de dos formas de elipsoide aplanado de diferente elipticidad, giraba en torno del eje, y que como extremos de la escala de gradación figuraban la esfera finita y el círculo infinito, formas bajo las cuales la masa flúida quedaría en equilibrio, no relativo, sino absoluto, es decir, en reposo, sin rotación alguna. Podía también inferirse de dicho cuadro, consultando la tercera columna, que esa ambigüedad desaparecía si se fijaba el valor del momento de rotación. Con todo, estas consecuencias no estaban verbalmente consignadas. D'Alembert fué quien demostró explícitamente que respondía al problema más de un elipsoide; y Laplace redondeó la idea probando que solo dos, de los cuales solo uno sería admisible si se asignaba la suma de productos de la masa de cada partícula por su velocidad de área, dato que sustituía al fijado por Simpson. Pero Laplace, como Poisson advirtió, no iba acertado al creer que la velocidad límite correspondía al punto en que el flúido sería despedido por la excesiva rapidez de la rotación.

Procediendo de análogo modo que en el caso de una masa flúida homogénea, es decir, calculando las componentes de la atracción y fuerza centrífuga, y aplicando las condiciones de equilibrio, podía saberse si á ellas se ajustaba un flúido heterogéneo que, dividido en capas de diferente densidad por elipsoides concéntricos, con sus ejes sobre la misma recta, en torno de ella girara. Mucho sobresalió en la resolución de este problema Clairaut, quien si del elipsoide homogéneo hizo el estudio, cediendo al deseo de demostrar lo que á título de postulado admitiera Newton, quiso profundizar especialmente en el examen del elipsoide heterogéneo con propósito de corregir el error en que el gran matemático incurriera y que él mismo pareció advertir, suprimiendo en la tercera edición de su obra el párrafo donde afirmaba que si la Tierra fuese más densa en la parte central, sería más aplanada que si fuese homogénea. Obtuvo Clairaut como condición de equilibrio en tal elipsoide, suponiéndole de poco pronunciado achatamiento, una ecuación importantísima que encerraba varias integrales definidas, y dedujo de ella una ecuación diferencial de segundo orden que enlazaba las razones de los aumentos infinitesimales que en su elipticidad y radio medio recibirían los elipsoides concéntricos, cuando de uno de ellos al inmediato se pasara. Seguíase de aquí que el equilibrio podía demostrarse como posible si se daba la ley de densidad según la distancia media de cada capa, pues sustituído el valor de esa densidad, la segunda ecuación podría integrarse, al menos por serie, y las dos constantes arbitrarias que de ello resultaran permitirían fijar un achatamiento en la superficie exterior que concordara con la ecuación primera. Clairaut halló la integral suponiendo como ley de densidad que ésta variase en razón inversa de una potencia del radio; pero Laplace, basándose en otra ley más en armonía con lo que la experiencia acredita en punto á la comprensibilidad de la materia, á saber, que el aumento del cuadrado de la densidad en las capas consecutivas es proporcional al aumento de la presión, hizo nuevo cálculo para hallar la expresión del achatamiento de la superficie de la Tierra.

Además de las llamadas después *ecuaciones, primitiva y derivada, de Clairaut,* halló éste un teorema no menos importante, no fundado en ley ninguna de densidad. Partiendo de la condición de equilibrio formulada por la ecuación primitiva, expresaba, en función de la elipticidad de la Tierra y la razón de la fuerza centrífuga en el ecuador á la gravedad en esta parte, la atracción ejercida sobre cualquier punto de la superficie; y restando de este valor, que venía á ser el de la componente según la normal, si de términos de segundo orden se prescindía, la otra componente, según la misma recta, de la fuerza centrífuga en el punto de que se tratara, tenía el valor de la gravedad en el mismo. Confirmaba la fórmula hallada lo que ya sentó Newton, á saber: que la disminución de la gravedad, desde el polo hacia el ecuador, aumenta como el cuadrado del coseno de la latitud. Pero desprendíase además esta consecuencia: que la elipticidad de la Tierra sumada con la fracción obtenida dividiendo la diferencia de intensidades de la gravedad en el polo y el ecuador por la gravedad en esta parte equivalía á cinco veces la mitad de la razón de la fuerza centrífuga en el ecuador á la atracción respectiva; ó en otros términos, que la elipticidad de la Tierra heterogénea sumada con la antedicha fracción era igual al duplo de la elipticidad que la Tierra poseería si fuese homogénea. Este es el famoso *teorema de Clairaut.*

Mas, aparte de los puntos y problemas precedentes, algo parecía faltar para que la teoría fuera en un todo lógica. Habíase demostrado que una masa flúida, animada de rotación uniforme, podía conservar forma invariable, si poseía la de un elipsoide aplanado; y más bien debía empezarse por averiguar si dicha figura era una solución, además de otras, ó si era la única posible. D'Alembert planteó el problema en estos términos; pero el célebre filósofo y matemático, profundo en las ideas que emitía, en sus demostraciones no pocas veces dejó que desear. Legendre fué el primero que probó con algún rigor, y por eso dieron su nombre al problema, que si la figura de equilibrio relativo era la de un cuerpo de revolución que de una esfera difería poco y que por el plano del ecuador quedaba cortado en dos partes simétricas, esa figura no podía ser otra que la del elipsoide aplanado. Laplace amplió bajo un concepto el *problema de Legendre,* pero lo restringió bajo otro: lo primero, porque no suponía que la masa flúida animada de una velocidad angular constante, tuviese figura de cuerpo de revolución, sino cualquier forma cerrada: lo segundo, porque sentaba que ésta difería muy poco ó infinitamente poco de una esfera. Mas la consecuencia era la misma: la forma de equilibrio seguía siendo el elipsoide aplanado. Ocupóse de ello dicho autor en algunas memorias y volvió á tratar del asunto en su *Mecánica celeste,* donde dió dos demostraciones: una fundada en el desarrollo del radio vector en serie compuesta con las funciones á que dieron su nombre: otra directa é independiente de ese desarrollo: la segunda algo débil en algún punto, por lo cual los años adelante Liouville que lo advirtió dió nueva demostración algo más larga, pero rigurosa y digna de estudio;

y otras, también notables, expusieron Poisson y Todhunter.

Tal se desenvolvió, en sus diferentes problemas, la importantísima teoría de la figura de la Tierra. En verdad, en estudios iniciados por un Newton, adelantados extraordinariamente por un Clairaut y completados y resumidos por un Laplace, hubieran podido quedar eclipsados aún el talento geométrico de Maclaurin, la maestría de Legendre en el cálculo infinitesimal y la profundidad de juicio con que D'Alembert planteó no pocas cuestiones, si la materia de suyo no hubiera ofrecido en sus más mínimos pormenores tanta importancia como dificultad para dar gloria á todos, sin excluir á los que como el P. Boscovich, Plana y otros, más brillaron como comentaristas que como inventores; y no pequeña corresponde también á Todhunter, sabio matemático é historiador que en obra voluminosa supo analizar cuantos escritos de alguna importancia se publicaron, desde Newton hasta Laplace, acerca de las teorías de la atracción y la figura de la Tierra. Por de contado, no se aspiró á la gloria sin mútuas rivalidades. Clairaut y D'Alembert se disputaron palmo á palmo el terreno de sus conquistas: Legendre en forma algo velada no dejaba de expresar su queja porque Laplace no consignaba que ciertas cuestiones estaban ya resueltas por él; queja tanto más fundada cuanto que Laplace poseía méritos propios y no necesitaba ocultar los grandes de otros: entre Poisson y Poinsot se entabló viva polémica. Mas sea el que fuere el debido reparto de gloria, lo cierto es que con tales estudios la ciencia se enriqueció muchísimo: el cálculo infinitesimal contó, como ya he indicado, con la transformación de las integrales múltiples, la teoría de la potencial y la de las llamadas funciones de Laplace: la ciencia práctica tuvo el teorema de Clairaut, merced al cual pudo determinarse la elipticidad de la Tierra por observaciones del péndulo en puntos de diferente latitud; y como si todo ello no bastara, D'Alembert indicó el primero, siguiéndole después

4

Legendre y Laplace, la más hermosa comprobación que de la teoría de la figura de la Tierra y de la ley de densidad atribuída á ella podía hacerse por medio de las mismas observaciones astronómicas. Consistía esa comprobación en lo siguiente.

Si un cuerpo sólido, de figura simétrica respecto de un eje, gira al rededor de él, y ninguna fuerza le perturba, ó las que á ello propendan producen una resultante que pase siempre por el centro de gravedad, el eje de rotación conservará perdurablemente en el espacio dirección invariable. Así el eje de la Tierra, prolongado hasta la bóveda celeste, cortaría ésta en los mismos puntos, si fuese exactamente esférica y la materia de que consta estuviese repartida con regularidad en capas concéntricas, porque entonces la atracción resultante de las que sus partículas experimentaran de parte del Sol ó de cualquiera otro astro, sería una fuerza que pasaría por el centro de nuestro globo, y tal fuerza no sería poderosa á otro efecto que á alterar el curso de ese centro, mas no influiría en la rotación al rededor de este punto. Pero elipsoidal la Tierra é inclinado su eje respecto del plano de la eclíptica, la materia de nuestro globo no se presenta al Sol con la igualdad ó simetría de aquella forma. Entre la superficie exterior y la esfera descrita con el radio polar hay una masa excedente que desde el ecuador va adelgazándose hacia los polos, y cada punto de la porción más considerable de ella, en la mitad de la rotación diurna queda sobre el plano de la eclíptica y en la otra mitad debajo, pareciéndose algún tanto á un satélite de la Tierra que girase en el plano del ecuador ó en otro próximo. Atrayendo, pues, el Sol esos puntos, la línea según la cual el plano del círculo que uno de ellos describa, corte el plano de la eclíptica, debe irse corriendo en éste en sentido opuesto ó retrógrado del movimiento diurno, como á la órbita lunar sucede; pero ligados esos puntos á la esfera antedicha, la arrastrarán en ese retroceso, si bien con gran pérdida de velocidad, porque la masa de la esfera es muy grande en comparación con la masa excedente que dichos puntos componen; y hé ahí cómo la forma elíptica de la Tierra produce ese fenómeno de lento período llamado *precesión de los equinoccios.*

Mas en las ecuaciones del movimiento de un sólido animado de una rotación entran los llamados *momentos primordiales de inercia,* sumas de los productos de las partículas de que consta por los cuadrados de sus distancias respectivas á tres ejes que pasan por su centro de gravedad y coinciden con los ejes de simetría del sólido cuando éste los posee: momentos que solo tienen dos valores distintos cuando, como en la Tierra ocurre, dos ejes de simetría son iguales. Dependiendo tales cantidades de la forma del cuerpo y de la ley de densidad de sus diferentes capas, si se calculan los dos momentos del elipsoide terrestre, relativos uno al diámetro polar y otro al ecuatorial, y se divide la diferencia de ambos momentos por el primero, debe resultar una expresión donde intervengan como elementos constitutivos la elipticidad y algún dato, que derive de la manera cómo en el interior esté la materia distribuída, por ejemplo, la razón de la densidad superficial á la densidad media; y el valor que por cálculo teórico para tal cociente se halle debe aparecer acorde con el que le asignen las ecuaciones establecidas con datos numéricos deducidos de las observaciones astronómicas: notable comprobación que confirma una importante consecuencia de la teoría con otra consecuencia de no menos valor. Pero adviértase que si Newton formuló la primera, á él también se debe la segunda. Que el flujo y reflujo del mar procedían de la influencia del Sol y la Luna, ya de antiguo se sospechaba, y en tiempos más cercanos á Newton, fijándose Kepler en ese fenómeno y en las leyes de los movimientos celestes, vislumbraba, aunque distante de medirla, la atracción recíproca de todas las partes de la materia; pero nadie pudo sospechar la causa de la precesión de los equinoccios, ignorando la forma elíptica de la Tierra, donde la explicación estriba. El enlace que vió Newton entre la precesión de una parte y de otra la elipticidad de nuestro globo y la teoría del movimiento retrógrado de los nodos de la órbita lunar, teoría por él también expuesta, es, en sentir de Laplace, aunque en algún punto se modificara luego la explicación de los hechos, una de las ideas más grandiosas que pudo brotar de la mente del insigne geómetra. Tal, en verdad, se impone su recuerdo en los principios y consecuencias culminantes de la teoría de las atracciones y de la figura de la Tierra, que apenas cabe dar paso alguno en esos estudios sin decir, repitiendo las palabras de Gauss: *¡summus Newton!*

II

En el mismo siglo, no muchos años antes de comenzar con la célebre obra de este matemático el estudio de la figura teórica de nuestro globo, se realizó su primera medición rigurosa por medio de triángulos en dirección de un meridiano tendidos con lados de bastante extensión, merced á anteojos que permitían ver objetos terrestres á grandes distancias. Fundada en 1666 la Academia de Ciencias de París, había sido uno de sus primeros acuerdos encomendar á su ilustre miembro Picard la medición de un arco de meridiano; cometido que dió por terminado dicho astrónomo á fines de 1670. Abarcaba la cadena de triángulos, desde Malvoisine, cerca de París, hasta Amiens, un arco cuya diferencia de latitudes extremas acusaba una amplitud de 1° 22′ 55″. Medida directamente una base entre Villejuif y Juvisi y enlazada con esa cadena, se dedujeron por cálculo los diferentes lados que ésta componían, combinando la longitud de dicha base con los ángulos de los triángulos, obtenidos por observación; y tras de ello, determinada la situación de la cadena respecto del meridiano, cada uno de los trozos del mismo que los diversos triángulos abrazaban: su suma era la extensión lineal del arco de aquella amplitud; y de uno y otro dato se infería el radio de la Tierra. De cuánto valor era esto, no tardó en verse. Newton, que tenia suspendidos sus trabajos sobre la atracción recíproca de la Tierra y la Luna, por no contar con valor de alguna exactitud del radio del globo, pudo continuarlos y dar cima á su obra inmortal, donde hace referencia á dicha medición.

También en ese siglo, dos años después de terminada ésta por Picard, fué cuando el académico francés Richer, que había ido á Cayena, en la América ecuatorial, encargado por la sabia corporación á que pertenecía, de hacer observaciones astronómicas, quedó suspenso é imaginativo, sin atreverse á dar crédito á sus ojos, al notar en el reloj de péndola, que en París marchara bien, un atraso de más de dos minutos al día. Arreglando, en vista de ello, un péndulo que batiera segundos, túvolo en observación durante diez meses, y de regreso en París, al año siguiente de su partida, pudo cerciorarse comparando las longitudes necesarias para la oscilación de un segundo en ambos lugares, de que la longitud correspondiente á Cayena era una línea y un cuarto de línea más corta que la de París. Aunque antes de partir para América el citado astrónomo, alguien de la misma Academia opinaba que en lo posible cabía *pesasen menos* hacia el ecuador las pesas de un reloj, solo como conjetura se adelantaba la idea y ni aún después de conocido el hecho, se la convertía en afirmación por si acaso radicaba más bien el efecto en alguna circunstancia particular de temperatura ó del aire enrarecido. Halley en Santa Elena, y Varin, Deshayes y Glos en el mismo punto que Richer, y en otros, confirmaron pocos años después la verdad del hecho, que aún no se tenía por incontestable. Newton en su obra no vaciló en atribuirlo á la rotación de nuestro globo, y la misma interpretación le dió Huygens en su *Discurso sobre la causa de la gravedad*, publicado en fecha posterior, en 1690; pues aunque era de más edad, Huygens en los problemas relativos á la Tierra fué precedido por Newton.

La teoría, adelantada á la práctica en la afirmación de que nuestro planeta era elíptico, no tardó en ser sometida á prueba, al extenderse el arco medido por Picard. Había este sabio presentado á la Academia una Memoria demostrando las ventajas de que ese arco se prolongara por ambos extremos hasta cruzar toda Francia, pues con la triangulación principal podrían enlazarse otras parciales y componer entre todas una red que por completo cubriera el país, llenando después los huecos con operaciones topográficas; con todo lo cual se formaría un mapa exacto, utilísimo para cualquier proyecto de vías de comunicación y conocimiento de la riqueza territorial. Colbert, á cuya noticia llegó la idea, comprendiendo su importancia, alcanzó la aprobación de Luis XIV, y Cassini y Lahire comenzaron en 1680 las operaciones, en que intervino también depués el hijo de Cassini; y en 1718 el arco abrazaba desde Perpignan á Dunkerque. Si la Tierra era, en efecto, elíptica como indicó Newton, el nuevo trozo medido al Norte debía dar radio mayor que el arco central y mayor todavía que el trozo medido al Sur, porque toda curva no circular puede suponerse formada por una serie de arcos pequeños de circunferencia, cuyo centro y radio varíen, aquél de posición y éste de magnitud, y es dicho radio, llamado de curvatura, mayor á medida que el trozo de curva á que se refiere propende más á ser rectilíneo.

Mas no apareció así por de pronto. En la base medida por Picard se había cometido un error de cuantía y no era exacta tampoco la amplitud atribuída al arco. Por el primer defecto, no obstante, no hubiera dejado de manifestarse el aumento del radio de curvatura al avanzar hacia el Norte, ó lo que da lo mismo, el aumento de la extensión lineal del grado en el propio sentido; porque enlazados los nuevos triángulos con parte de los de Picard y referido el cálculo á éstos, el error que desde un principio existiese se hubiera repartido proporcionalmente en los demás, y aunque erróneos, el lado que fuera mayor que otro, no perdería ese valor relativo; mas existiendo el otro error de amplitud, se dió la anomalía de que los grados hacia el Norte disminuyeran. Como de la exactitud de la medición de Picard no se dudó por entonces, y dada la fama de Cassini, no cabía tampoco suponer menor esmero en sus propios trabajos, la conclusión sentada por éste, afirmando que la Tierra era elipsoide no aplanado sino prolongado, tuvo mantenedores. Á Newton habían seguido Huygens, David Gregory y Hermann; y del lado de Cassini se inclinaron Childrey, Burnet, Eisenschmidt y Mairan. La medición de un arco en el paralelo de Brest, con que Cassini de Thury, el tercero de la ilustre familia, creyó zanjar la cuestión, solo fué parte á aumentar la disputa y dar vuelo á sistemas en pró de la nueva hipótesis, hasta que la Academia de París resolvió poner en claro de una vez el asunto acordando que se midieran dos arcos de meridiano: uno que cortase el círculo polar y otro el ecuador.

Hizo lo primero una comisión compuesta de los académicos Maupertuis, Clairaut, Le Monnier y Camus, á la cual fueron agregados el abate Outhier y Celsio, astrónomo en Upsal. Explorado el río Tornea, que desemboca junto á la ciudad del mismo nombre en el golfo de Botnia, vieron que su curso se apartaba poco de la dirección del meridiano y que á ambos lados había altas montañas, condiciones que les movieron á escoger aquel sitio como asiento de sus operaciones. Las cumbres elegidas formaban los vértices de un heptágono, en medio del cual quedaba la línea que había de servir de base, estando aquéllas situadas del mejor modo que se pudiera desear. En la medición de los ángulos terrestres y tras de ello en las observaciones astronómicas verificadas en los extremos del arco, Kittis y Tornea, se invirtió desde Julio hasta Noviembre de 1736. La medida de la base de propósito se dejó para el invierno, comenzándola el mismo día que éste empezaba, el 21 de Diciembre. La base se trazó sobre el mismo río, que, congelado entonces, ofrecía superficie muy adecuada para el objeto. La falta de luz solar, pues en aquellas regiones por ese tiempo apenas brilla sobre el horizonte al mediodía, supliánla el largo crepúsculo, la blancura de la nieve y los meteoros que fulguraban de contínuo. En cambio de estas ventajas, los observadores tuvieron que soportar los rigores del clima y no pocas molestias: Le Monnier cayó gravemente enfermo. Por fortuna los trabajos habían podido hacerse con alguna rapidez, y medido, calculado y comprobado todo, la comisión estuvo de regreso en París en Agosto del año siguiente al de su partida. El exceso del valor del grado en Laponia respecto del de Francia era tan palpable que ninguna duda podía caber de que la Tierra no era un elipsoide prolongado. La comisión alcanzó por ello grandes y merecidos elogios, y Voltaire con su maligno gracejo felicitaba á Maupertuis *por haber aplastado los polos y los Cassini.*

La comisión destinada al ecuador, compuesta de los académicos Godin, Bouguer y La Condamine había salido un año antes que la otra, pero hasta ocho después de su partida no pudo dar por concluídos sus trabajos. A su llegada á la América central uniéronse á ellos, por mandato del Gobierno español, los célebres marinos D. Jorge Juan y D. Antonio de Ulloa. El lugar que se eligió fué el valle de Quito, que circuyen las dos cadenas de montañas en que se divide allí la gran cordillera de los Andes, las cuales casi en dirección del meridiado recorren hasta Cuenca unos tres grados. Podían escogerse en esas montañas estaciones trigonométricas, á un lado y otro del valle alternativamente, de tal modo, que en los triángulos hubiese cierta regularidad. Pero su gran altura ocasionó innumerables fatigas: siete vértices estaban á más de 4.000 metros sobre el nivel del mar y la elevación menor á que se operó excedía de 2.300. El trabajo penosísimo por la inclemencia de los elementos: días y semanas enteras se pasaban sin vislumbrar las cumbres á donde dirigían los anteojos y que la niebla ocultaba: alguna vez corrió el rumor en los pueblos inmediatos de que los observadores habían

5

perecido. Fuera de esto, otras circunstancias mediaron que hubieran sido parte á deslucir la empresa sin el mérito particular de cada uno de los individuos que á ella se consagraban. Los marinos Juan y Ulloa tuvieron que interrumpir por algún tiempo sus trabajos é incorporarse á la armada para defender la costa del ataque que se esperaba de los ingleses, en guerra entonces con España; y entre Bouguer y La Condamine hubo desde el principio uno de esos disentimientos que así prueban la pequeñez de la humanidad como realzan su grandeza, cuando tanto logra, á pesar de sus debilidades.

Comenzóse por medir en Octubre de 1736 una base cerca de Quito al Norte de la triangulación proyectada, tardándose en ello veinticinco días porque el terreno era escabroso: la medición se hizo por duplicado, dividida la comisión en dos secciones que medían en sentido opuesto. Formáronse después dos series de triángulos que en los extremos se separaban, pero en la parte media se unían por triángulos comunes á ambas: una serie estuvo á cargo de Godin y Juan, y la otra de Bouguer, Ulloa y La Condamine: la observación de los tres ángulos de cada triángulo, cada ángulo por más de una persona, fué l rga y cansada. Pero aún lo fué más la determinación de las latitudes, en que invirtieron algunos años. Situóse La Condamine en Tarqui y Bouguer en Cotchesqui, extremos meridional y septentrional del arco en que dichos astrónomos basaron después sus cálculos para fijar la longitud del grado: la amplitud hallada fué de 3° 7′ 1″. El arco en que estribaba el cálculo de los marinos españoles era un poco más corto por el Sur, pero más largo por el Norte: Juan y Ulloa trazaron los nueve triángulos que componían esa prolongación: los extremos meridional y septentrional del arco eran Cuenca y Pueblo Viejo: en el primero verificaron las observaciones astronómicas Godin, Juan y Ulloa; en el segundo estos dos últimos; la amplitud del arco medido se fijó en 3° 26′ 52 ³/₄″. Fruto de esta expedición fué la notable obra de las *Observaciones astronómicas y físicas*..... por don Jorge Juan y D. Antonio de Ulloa, publicada en Madrid, 1748, adjunta á la *Relación histórica del viaje á la América Meridional*..... por los mismos autores; de la cual se hicieron además ediciones separadas.

No se redujeron las tareas de las comisiones de Laponia y el Perú á medir un arco de meridiano: habíanles encargado también que verificaran observaciones con el péndulo, pues las que por entonces se tenían no se reputaban bastantes para afirmar con entera certidumbre que la gravedad disminuía constantemente desde el polo hasta el ecuador. Maupertuis observó el péndulo de segundos en Pello, aldea de Finlandia, á orillas del río Tornea, á la latitud de 66° 48′. Bouguer hizo observaciones en varios puntos, entre ellos el monte Pichincha, á 4.600 metros de altitud, donde opinaba debía ser el péndulo más corto que en otro cualquier punto; verificólas también en Quito para saber si existía alguna irregularidad en la rotación del globo. Godin y La Condamine las hicieron asimismo en varios lugares del Perú; algunas, el último, en Pichincha y el Chimborazo. Juan y Ulloa compartieron con los franceses el trabajo en algunas observaciones y por su cuenta verificaron otras en Quito con grande esmero. En la obra citada se ocupa D. Jorge Juan de los experimentos relativos al péndulo y aplica el teorema de Clairant para deducir la elipticidad de nuestro globo.

Demostrada ésta por la medición polar y confirmada por la ecuatorial, la Geodesia, como estudio de la forma elipsoidal de la Tierra, tuvo ya firme cimiento; y el fijar el valor de la elipticidad, como el obtener cualquiera incógnita que depende de datos prácticos, era asunto que á muchas medidas y observaciones debía encomendarse, aunque así por algún tiempo después no se pensara y más bien se propendiese á creer que eran decisivos el último arco que se medía ó la última serie de observaciones del péndulo á que se apelaba. Los estudios geodésicos desde esa fecha abrazan tres períodos. En el primero, que termina con el siglo XVIII ó con los comienzos del actual, conserva Francia su poderosa iniciativa, ya haciendo en su país nuevos trabajos, ya estimulando los de otras naciones: sintetizan ese período Borda y Delambre. En el segundo, que comprende el primer tercio de nuestro siglo, la labor es más general, pero Inglaterra alcanza un puesto muy señalado: es el período de Kater y Everest. Al principiar el tercero brilla Bessel, tanto en la medición de arcos como en las observaciones del péndulo, y el predominio de Alemania es manifiesto desde entonces hasta nuestros días, si bien en la última parte de esta época también se debe mucho á los norteamericanos.

Comienza el primer período por la enmienda, muy detenidamente realizada por Cassini de Thury y los mismos académicos de las dos célebres expediciones, de los datos en que basó su cálculo Picard, de los cuales había recelado La Caille en vista de lo que resultaba de las operaciones en Laponia y el Perú. Sigue á ello la medida de un arco en estos otros puntos por orden de fecha: en el cabo de Buena Esperanza por dicho La Caille; en los Estados Pontificios por los PP. Maire y Boscovich; en el Piamonte por Beccaria; en Austria por el P. Liesganig; en América por Mason y Dixon; y en Inglaterra por el general Roy, con motivo del enlace geodésico de París y Greenwich sugerido por Cassini de Thury, para el cual hicieron á la vez que Roy en aquel país, trabajos en Francia el hijo de este Cassini, Mechain y Legendre. Viene luego la grandiosa medición del arco de Dunkerque á Barcelona, verificada por Delambre en el trozo de Francia y por Mechain en el de España: arco de donde fué derivada la unidad de longitud en que debía basarse el nuevo sistema uniforme de pesas y medidas, conforme al proyecto por Borda, Lagrange, Laplace, Monge y Condorcet, propuesto á la Asamblea Constituyente de Francia y por ésta acordado. Una nueva medida del arco de Laponia por una comisión que salió de Estockolmo dirigida por Svanberg; la prolongación del arco de Dunkerque y Barcelona hasta la isla de Formentera por Biot y Arago; el estudio que del péndulo hizo Borda para que los resultados fueran de mayor precisión, y las observaciones que con los medios ideados por éste hicieron los dos sabios antedichos en varios puntos de la triangulación relativa á ese arco, cierran ese brillante período, honroso también para España, pues D. Gabriel de Ciscar, que figuró entre los ilustres sabios de diferentes naciones encargados de los cálculos por medio de los cuales debía deducirse la longitud del *metro;* Malaspina y Bustamante, del cuerpo de la Armada como aquél, que por encargo del Gobierno español hicieron en puntos lejanos observaciones del péndulo calculadas después por Ciscar; y finalmente Chaix y Rodríguez, que auxiliaron en sus medidas y observaciones á Biot y Arago, todos se mostraron dignos sucesores de D. Jorge Juan y D. Antonio de Ulloa.

En el segundo período, mientras el coronel Lambton, primero, y el coronel Everest, después, miden un arco en la India, en Europa continúa Colby la triangulación de Inglaterra que había comenzado Roy y proseguido Mudge; emprende el general Tenner la medida de un arco en Rusia y la prolonga luego el famoso astrónomo Struve; miden Carlini y Plana un arco en el Piamonte, Gauss otro en Hannover y Schumacher otro en Dinamarca. Conságranse también á arcos de paralelo notables esfuerzos con que se vencen las dificultades de su trazado que habían hecho no pasaran de ensayos ó tentativas las mediciones que en el período anterior con este objeto se habían emprendido. Mídese en el actual un arco de paralelo en Francia bajo la dirección del coronel Brousseau desde las cercanías de Burdeos hacia el Este, continuado luego á través de la Italia septentrional por Carlini, Plana y otros sabios; y miden uno también sobre el paralelo de París, desde Brest á Strasburgo, los oficiales Bonne y Henry. En cuanto al péndulo, obsérvanle los ingleses Goldingham y Kater, el primero en Madras, el segundo en Lóndres y en algunos vértices principales de la triangulación de la Gran Bretaña; los franceses Freycinet y Duperrey, aquél en las costas de Africa, América, Australia é islas del Pacífico, éste en varios puntos del hemisferio austral: Lutke, ruso, en algunos lugares de su país, en la costa del Japón y y en islas de las Marianas y Carolinas; y los ingleses Sabine y Foster, el primero en muchos puntos desde las costas de la zona tórrida del Africa y del Brasil hasta las glaciales de Noruega, Groenlandia, Spitzberg é islas Melville, el segundo en no menos lugares, entre ellos Montevideo, cabo de Hornos, cabo de Buena Esperanza, Ascensión, Trinidad y Porto Bello.

El origen del tercer período, en realidad, se remonta á Gauss; pero el propio brillo del astrónomo Bessel fué el que puso de relieve el mérito de aquél, y el valor de los métodos seguidos por los alemanes, no reparado bastante hasta 1838 en que publicó Bessel el libro donde refería la medición que hizo con el coronel Baeyer de una cadena oblícua de triángulos entre Trunz y Memel, destinada á enlazar la vasta red de Francia, Hannover, Dinamarca, Prusia, Baviera y otras regiones al Oeste con la de Rusia al Este. Reanúdanse en este período con gran actividad los trabajos geodésicos en los Estados Unidos; y en Africa, Asia y Europa se completan arcos importantes, alcanzando algunos extraordinaria extensión. El menor de ellos, de gran valor por el lugar donde se halla, es el trazado en el cabo de Buena Esperanza por Sir Thomas Maclear con una amplitud de un poco más de cuatro grados y medio, es decir, cuádruple del arco que trazara La Caille. Mucho más extenso es el de la India, que Lambton había medido desde el cabo Comorin hasta Damargida y

Everest desde este punto hasta Kaliana; el cual, prolongado aún más por Waugh y llevado finalmente por el general Walker hasta Shahpur, abarca en total desde aquel cabo hasta este punto unos 24°. En Europa se tienen:—el arco del meridiano de Dorpat en Rusia que terminó Struve y se extiende desde el Danubio hasta el Mar Glacial con una amplitud de más de 25°;—el arco del paralelo de Valentia, al Oste de Irlanda, á los 52° de latitud, medido desde este punto hasta el Este de Inglaterra por Airy y prolongado después por el continente hasta Orsk en el confín oriental de la Rusia Europea; éste abraza 69°;—y finalmente, el del meridiano de Dunkerque y Formentera, extendido por el Norte hasta Saxaford en las islas Shetland, cuando, terminada la triangulación inglesa por el general James, sucesor de Colby y prolongada la francesa por Bélgica, pudieron unirse ambas; y extendido también por el Sur hasta el Desierto de Sahara, cuando desde las cumbres de Mulhacén y Tetica en España y Filhaoussen y M'Sabiha del otro lado del Estrecho, pudo enlazarse la triangulación española, con esmero realizada por el Instituto geográfico bajo la dirección del general Ibañez, con la de Argelia, que Francia encomendó al coronel Perrier y éste con tanto acierto terminara. Este arco mide unos 28°.

De tal valor por propios y extraños, por su objeto, especiales circunstancias y precisión con que se hizo, se reputó el enlace último, bajo sus dos aspectos geodésico y astronómico, que bien merece se consignen aquí los nombres de los que en esa memorable empresa intervinieron. En 1878 verificaron las operaciones de ensayo el coronel español Monet y los capitanes franceses Derrien y Koszutski. El año siguiente, emprendiendo el trabajo definitivo, en Mulhacén se situó el coronel Barraquer, jefe de la brigada española, con el comandante Borrés y el capitán Cebrián; en Tetica el comandante López Puigcerver con el comandante Piñal; en Filhaoussen el comandante Bassot con los capitanes Sever y

Koszutski; en M'Sabiha el coronel Perrier, jefe de la comisión francesa, con los capitanes Defforges y Derrien; y con el valioso concurso de todos se realizó el enlace geodésico. Para el astronómico, así que el antedicho se hubo terminado, ocupó Tetica el actual director del Observatorio de Madrid, D. Miguel Merino, con el ingeniero de Minas D. Antonio Estéban, y continuó en M'Sabiha Perrier con Defforges. Hallaron la diferencia de longitudes entre ambos puntos Perrier y Merino; la latitud respectiva de cada punto y un azimut Estéban y Defforges. Mulhacén, á 3.481 metros de altitud y Tetica á 2.080 eran puestos de honor, porque lo eran de peligro: parecía el primero un balcón sobre el abismo: el frío tan intenso á veces que al tocar los instrumentos, su metal causaba la misma impresión que si quemara: el huracán azotaba algunos días con furia y el rayo descargó una vez sobre los aparatos eléctricos: en el segundo una lluvia torrencial un día y otro un espantoso torbellino amenazaron no dejar nada en pié: luego, cuando se procedió á las observaciones astronómicas, se cernió sobre aquella cumbre la tormenta que llevó la desolación á las comarcas de Murcia y Almería, y empapados de humedad los instrumentos, ninguna pieza quedó en su sitio y de nuevo hubo que arreglarlo todo: algún día la observación se hizo resistiendo el embate del viento y el frío que hacía saltar las lágrimas. Mas todos permanecían siempre en sus puestos como en las alturas de los Andes el siglo anterior habían permanecido Juan y Ulloa. Aunque menos elevadas las cumbres elegidas en Argelia, también la incomodidad y zozobra tuvieron allí su asiento y la perseverancia honrosa prueba.

Observaciones del péndulo en este tercer período se cuentan muchísimas. Buen golpe de ellas se debe á los ingleses en la India. El capitán de ingenieros Basevi observó el péndulo en 27 estaciones, comprendidas entre los 8° 9′ y 33° 16′ de latitud, algunas de mucha elevación. Mussoorie, á más de

2.000 metros de altitud, y Moré á más de 4.600, bastarían á testificar su arrojo si no lo hubiera sellado heróicamente al ascender á una meseta del Himalaya, en los confines del Thibet chino, cuya altitud supera á 5.200 metros, y sucumbir, aislado en aquellas neveras, cientos de kilómetros distantes de todo socorro humano. Heaviside, capitán también de ingenieros, completó dicha serie de observaciones, verificándolas en Bombay, Aden, Ismailia de Egipto y en el observatorio de Kew. En Europa el profesor Sawitsch determina la variación de la gravedad en doce lugares de la Rusia occidental. Constituída la Asociación geodésica, reciben impulso las observaciones del péndulo en Austria, Baviera, Prusia y Sajonia. Los estudios y experimentos relativos á este instrumento, efectuados por Peirce en los Estados Unidos y por Cellérier y Plantamour en Suiza, añaden otros pormenores á los que ya indicara Bessel; y con sujeción á los nuevos procedimientos comienza el coronel Barraquer, con sus observaciones del péndulo en Madrid, la serie de las que deben realizarse en varios puntos de España.

Con tantas medidas y tan reiterados experimentos, poco á poco se fué borrando la disparidad que en un principio ofrecían los valores numéricos del radio ecuatorial, según los arcos de donde se partía; sucediendo lo mismo con la que presentaban los valores de la elipticidad ó achatamiento, según los arcos medidos ó las series de observaciones con el péndulo verificadas. Por los datos que se tenían, cuando se fijó el sistema métrico, solo se podía en rigor afirmar que la Tierra era un esferoide aplanado; mas no había aún firme apoyo para establecer la forma de un elipsoide de revolución, pues el radio y el achatamiento que se inferían, acaso correspondiesen solo á un cierto meridiano: además, las conclusiones del péndulo y de los arcos medidos distaban algún tanto. Con mayor copia de datos al comenzar el tercer período, Bessel y Airy, que los analizan y resumen, deducen que no es menester, para concordar las medidas, idear otra figura que la del citado elipsoide: hállase el radio algo mayor y el achatamiento más pronunciado también y menos discorde del que procede de las observaciones del péndulo. El mismo Schubert, astrónomo ruso, que se inclinaba á representar la Tierra como elipsoide de tres ejes, concluye por asentir á la opinión de Bessel y Airy. Finalmente, medidos los grandes arcos, queda comprobada la figura del elipsoide de revolución; fíjase como valor del radio ecuatorial 6 378 393 metros con incertidumbre de 79 metros en más ó en menos; y el valor $\frac{1}{292}$ que de dichos arcos se deduce difiere muy poco del de $\frac{1}{292{,}2}$ que las nuevas observaciones del péndulo le asignan; aparte de que tal valor concuerda bastante bien con el que fundándose en la ley de densidad de Laplace se infiere, conforme lo expuesto al concluir la parte primera de este discurso, de la relación de momentos primordiales de inercia ó constante de la precesión, deducida de las observaciones astronómicas.

Por de contado, para llegar á esta conformidad de los valores numéricos de las incógnitas, por diferentes medios determinadas, el cálculo se hizo de cada vez con mayor minuciosidad y exactitud y los instrumentos se construyeron y manejaron con mayor delicadeza y precisión. Si en las primeras medidas de arcos se aplicó la Trigonometría rectilínea, ya en la operación del Perú se miraron los triángulos terrestres como esféricos, y así se continuó, si bien procurando facilitar el cálculo, como lo hizo Legendre dando el teorema que establece que un triángulo de éstos, de poca amplitud, se convierte en rectilíneo de lados respectivamente iguales á los de aquél, rebajando cada uno de sus tres ángulos en la tercera parte de su exceso esférico, ó cantidad en que su suma supera á dos ángulos rectos. Aún se quiso después mayor exactitud, mirando tales triángulos, no como pertenecientes á una esfera, sino á un elipsoide aplanado; lo cual aumentaba la dificultad, porque en esta figura aparecen como distintas ciertas curvas que en la esfera en una misma se juntan. El plano que pasa por un punto del elipsoide y la normal en otro no se confunde con el plano que este punto y la normal en el primero determinan, y así ambos cortan esa figura según dos curvas diferentes, comprendidas entre dichos dos puntos. Es también distinta la curva de alineación formada eligiendo, al dirigirse de uno á otro, puntos intermedios por cada uno de los cuales sea posible trazar un plano, que, siendo normal á la superficie, contenga dichos extremos; y distinta aparece á su vez la línea geodésica ó curva más corta que de uno á otro sobre esa superficie se trace. Es tangente la curva de alineación en un extremo á una de las dos curvas planas y en otro á la otra; mas no ocurre lo mismo á la línea geodésica; y por esto, mientras los azimutes extremos de aquella curva son datos que la observación procura, los relativos á la línea geodésica solo al cálculo pueden encomendarse.

Ocupóse ya Clairaut en 1741 de líneas geodésicas, aunque con otro nombre designadas, en una Memoria sobre la perpendicular á la meridiana, haciendo el cálculo aproximadamente, limitándose á la primera potencia de la elipticidad. Euler en 1755 publicó, como aplicación del método de máximos y mínimos, unos *Elementos de Trigonometría esferoidal*, en cuya segunda parte calcula, también con cierta aproximación, la línea más corta trazada entre dos puntos en la superficie de un elipsoide. El matemático inglés Dalby en 1799 sienta que en un triángulo elipsoidal cuyos lados son dos arcos de meridiano, el exceso esférico es el mismo que el del triángulo que en la esfera posee vértices de la misma latitud y longitud que los correlativos del primer triángulo. Pero Gauss es quien en estos estudios brilla á mayor altura, dando ideas claras acerca de la curvatura de las superficies. Mide la total de cualquier porción de ellas por el área del trozo que, en una superficie esférica de radio igual á la unidad, encierran los que se tracen paralelos á las normales á aquella porción en los puntos de su contorno; la curvatura media de una superficie por la razón de su curvatura total al área de ella; y la curvatura en un punto de la misma por la curvatura media de cualquier porción infinitesimal que á dicho punto circuya; y esto sentado, demuestra, que cuando una superficie se amolda sobre otra sin contraerse ni extenderse, y por tanto, sin que varíen las longitudes de las líneas trazadas ni los ángulos que entre sí comprendan, subsiste constante el producto de los dos radios principales de curvatura correspondientes al centro ó punto medio de dicha superficie. Así, un triángulo esferoidal con líneas geodésicas por lados se cambia en otro esférico, de radio igual á la raíz cuadrada de ese producto, y con la transformación los lados se convierten en arcos de máxima circunferencia y los ángulos permanecen los mismos. Verdad es que no son arcos circulares los que en análoga transformación corresponden á un triángulo con curvas planas ó de alineación por lados, cuyos ángulos son los que por medida directa se obtienen; pero un triángulo de estos puede calcularse con suficiente aproximación como esférico, reemplazándole en la esfera del antedicho radio por un triángulo cuyos lados posean la misma longitud respectiva que los del propuesto, siendo de notar que no varía con ello la suma de sus tres ángulos ni en su consecuencia el exceso esférico, que repartido por igual y rebajado de cada ángulo, transforma á su vez el triángulo esférico en rectilíneo según el teorema de Legendre. Finalmente, cuando en cálculos de mucha precisión se necesitara el azimut de una línea geodésica ó ángulo que ésta formase con el meridiano, podía contarse con ese dato porque Bessel dió la fórmula para deducirlo.

Cuánto se manifiesta con todo ello el rigorismo matemático, se echará de ver reparando que la diferencia de extensión lineal entre una de las antedichas curvas planas y la línea geodésica que va de uno á otro de los dos puntos de intersección de aquéllas, es inferior á tres décimas de milímetro, al cabo de haberse recorrido 10° sobre la línea geodésica; con el mismo avance, la diferencia entre esta línea y la curva de alineación, se reduciría á la cuarta parte del valor asignado antes: y aún es de más mínimo orden la cantidad en que difieren las dos curvas planas. Júzguese también por estos datos relativos á la línea geodésica que enlaza Kurrachee al Oeste de la India con Calcutta; y á la línea análoga trazada desde la catedral de Burdeos al observatorio de Nicolaeff. En la primera, cuyos extremos difieren en 2° 30′ de latitud, pero mediando entre ellos 21° 10′ de longitud, la diferencia de los ángulos que forman con el meridiano ella y la curva plana respectiva, es solo de 2″.04 en Kurrachee y de 3″.76 en Calcutta; y la línea geodésica camina tan inmediata á la curva contenida en el plano que determinan Kurrachee y la vertical de Calcutta, que en la parte media la separación contada sobre el meridiano es solo de unos 14 metros. En la otra línea geodésica, que abraza 22° 35′ 30″ de amplitud, con una diferencia de latitudes extremas de 2° 8′, el azimut de la línea en Nicolaeff solo difiere del verdadero 0″.152, y la mayor separación de la línea, respecto de la curva plana correspondiente á la vertical de Burdeos y al otro punto, es de unos 16 metros.

De punto en punto fué también subiendo la escrupulosidad en los cálculos relativos al péndulo. Tomaba Bouguer en cuenta la temperatura, la pérdida de peso en el aire y la altura del lugar de observación sobre el nivel del mar: ni aun prescindía de la atracción que la montaña ó meseta sobre la cual oscilase el péndulo pudiera ejercer, dando para esta última corrección una fórmula que usada luego por el matemático inglés Young, fué á éste atribuída por algún tiempo.

Borda, además, infería del número de oscilaciones verificadas en arcos de pequeña, pero finita amplitud, las que se realizarían si ésta fuese infinitamente pequeña, fundando el cálculo para esta deducción en la ley señalada por Bouguer, esto es, en que la disminución paulatina y gradual que en su amplitud padecen las oscilaciones del péndulo se cumple en progresión geométrica. Bessel, confirmando lo que en 1786 advirtió Du Buat en sus *Principios de hidráulica*, á saber, que cuando un sólido se mueve dentro de un flúido, cierta cantidad de éste se le adhiere y acompaña, hacía ver que la capa de flúido arrastrada por el péndulo aumentaba el momento de inercia de éste y disminuía el efecto de la gravedad, por lo cual había de introducirse en el cálculo la corrección debida. Finalmente, testificado que la oscilación del péndulo se trasmite al trípode ó pilar que le sostiene y aun al suelo que á este sustenta, Cellérier calcula el influjo del *balance del sostén* y completa las fórmulas con el término respectivo. Cuánta nimiedad se manifestaría con todo ello, si no fuera tan sabida la grandeza de lo pequeño, bastaría á probarlo este dato relativo á las oscilaciones de corta pero apreciable amplitud, en cotejo con las infinitesimales. Si un péndulo que comienza con una oscilación de 1°. 2, al cabo de dos horas la lleva reducida á la mitad, la corrección no llegará aún, ni con mucho, á una centésima de vibración al día.

Eran los primeros aparatos, con que se medían las bases, reglas de madera con conteras metálicas: estaban cuidadosamente ajustadas de antemano á un tipo ó patrón, y se ponían en fila dos ó más de ellas, cada una en contacto con la precedente. Empleáronse también tubos de cristal, ó tendida sobre caja de madera una cadena de acero con un peso á una punta, que tenía siempre la cadena bajo igual tirantez. Mas no se tardó en recurrir á las reglas metálicas como susceptibles de mayor exactitud, y hubo reglas de un solo metal con termómetros en contacto con él ó en huecos á propósito introducidos:

otras de dos varillas de diferente metal, unidas por algún punto é independientes en el resto, las cuales con su diversa dilatación servían de termómetro alejando ó acercando puntos que á cierta temperatura estaban fronteros ó tenían separación conocida; y otra regla, también de dos varillas de distinto metal formada, pero tales que, compensando sus efectos sobre dos puntos pertenecientes á dos palanquitas transversales trabadas con aquéllas en sus extremos, dejaban esos dos puntos á distancia invariable. No se ponían en contacto tales reglas sino separadas por cortos espacios que se medían con una reglita corrediza, ó con una palanquita que giraba en torno de un eje fijo en una regla y apoyaba un brazo en la otra, mientras el otro recorría un arco dividido, ó con cuñas de cristal graduadas que pausadamente se adelantaban hasta llenar el intervalo, ó ajustando éste á la distancia invariable á que se hallaran los focos de dos microscopios enlazados por varillas compensadoras como las de la regla en que esta propiedad se verificaba. Empleóse después otro método para medir bases, que consistía en colocar de trecho en trecho microscopios sobre firmes sustentáculos y hallar la distancia entre los focos de cada dos microscopios consecutivos, leyendo con ellos las rayas trazadas sobre una regla que debajo se colocaba. Mas siempre en progreso, últimamente en los Estados Unidos se adoptó la regla del profesor Bache que combina la bimetálica de Borda con la palanquita de compensación de Colby y la palanquita de Struve para espacios intermedios; en Bélgica se mejoraron algunos pormenores de la regla de Bessel, á la que pertenecen las cuñas de cristal; en Francia se adoptó el sistema de Porro de distancias consecutivas entre microscopios, midiendo éstas con reglas bimetálicas como las de Borda, y en España, aceptando el mismo sistema, la Comisión del Mapa usó para medir la base de Madridejos la regla de Saavedra é Ibañez con la mejora de hilos movibles en los microscopios, sugerida por Brunner; como después el Instituto geográfico y estadístico, para medir otras bases, empleó la regla de Ibañez, que acomoda al sistema de Porro la regla de un solo metal de Struve con sus termómetros de mercurio en contacto con el metal: refinamientos todos ellos que fueron extremando la precisión, hasta tal punto, que si con la regla de Borda había una incertidumbre de un solo milímetro por cada 200 metros, la incertidumbre con la regla de Saavedra é Ibañez es de un milímetro por cada 5.600 metros.

Ni dejó de atenderse también á las mismas señales, pues si en las cumbres escogidas por vértices levantaba la comisión polar conos construídos con troncos de árbol descortezados para que su blancura ofreciese desde diez ó doce leguas un punto visible con los anteojos, luego se emplearon señales de mayor precisión, y más adelante Gauss con los espejos de sus heliotropos y Bessel con sus hemisferios plateados y bruñidos proporcionaron reflejos de sol que á distancia se veían con los anteojos como una estrella á la cual se podía apuntar con gran exactitud. Finalmente, cuando, porque así convenía ó bien era necesario—como sucedía esto último en el cuadrilátero de enlace español argelino, á causa de que cerca de la costa, á las horas de sol se formaba en aquella parte, con el vapor que se elevaba del mar y con polvo finísimo procedente de las arenas del desierto, una niebla donde los rayos solares se desvanecían—hubo que recurrir á observaciones nocturnas, poderosas lámparas de Argand en la India ó el colimador óptico de Manguin con su lámpara de petróleo en el foco de una lente, en Francia y Argelia, suministraron esa misma estrella artificial; y en el caso mencionado la luz eléctrica en dicho colimador ó en el foco de una lente cóncavo-covexa con la cara posterior plateada y los radios de ésta y la anterior en proporción conveniente para destruir la aberración esférica, permitieron salvar del primer modo distancias de 226 kilómetros como entre Tetica y M'Sabiha, ó por el segundo medio, distancias de 270 como entre Mulhacén y Filhaoussen.

Pudo medirse con alguna exactitud desde los comienzos de la ciencia geodésica el ángulo entre dos visuales. Para dividir los espacios comprendidos entre las rayas trazadas en un arco, contábase con el *nonio*, que ideó el portugués Nuñez á mediados del siglo XVI y de nuevo el francés Vernier en 1621, y con el *tornillo tangente* al arco graduado, invento que por esta última fecha discurrió el astrónomo prusiano Hevel. Merced al primer mecanismo, se presentaban separadamente los múltiplos de un pequeño espacio sin la confusión que de superponerlos resultaría; y por medio del segundo se traducía en ámplio movimiento circular un cortísimo avance ó retroceso en el sentido de la longitud. Además de esto si, por la temprana muerte del inglés Gascoigne, no se había divulgado el invento que éste realizara para precisar la puntería de una visual; pocos años después, á Huygens se le ocurrió algo semejante, y con más fortuna todavía el astrónomo francés Auzout tuvo la misma idea que Gascoigne de situar en el foco de la lente objetiva de un anteojo el punto de intersección de dos hilos cruzados: idea feliz que en su medida geodésica utilizó Picard. Construyéronse luego lentes mejores, y formado el *retículo* con hilos de araña, su cruzamiento ofreció un punto casi tan ideal ó matemático como el centro óptico del objetivo, que con aquél determinaba la puntería: enlazóse el tornillo de medida con un bastidor provisto de un hilo, para que á uno y otro hiciera avanzar ó retroceder, y puesta una lente con la cual se viera esto amplificado, se tuvo el *microscopio micrométrico:* las rayas del arco dividido se trazaron más próximas, y efectuado lo mismo con las del nonio y construido el tornillo de rosca más menuda, la exactitud en la medida angular llegó al segundo y con vislumbre todavía de la mitad, y aún algo menos, de esta tan pequeña división.

Un teodolito como el de Ramsden, empleado por Roy á fines del siglo último, fué ya un instrumento de tanta preci-

7

sión que aún en el día se maneja. Bien es verdad que los ingleses siempre contaron con buenos artífices. De Graham eran casi todos los instrumentos usados por la expedición polar. A Dollond en 1758 se debieron los primeros objetivos acromáticos ó corregidos del defecto de colorear las imágenes. El sector zenital con que Bradley hizo las observaciones que le sirvieron de base para descubrir la aberración de la luz y la nutación fué, con solo el cambio del objetivo, el mismo con que un siglo después determinó Maclear las latitudes de los extremos del arco medido por él en el cabo de Buena Esperanza. Y aun sin tales motivos, bastarían á dar fama á ingleses y norteamericanos los instrumentos construidos en fechas más recientes, como el teodolito de Troughton y Simms, el sector zenital ideado por Airy y el anteojo para este mismo objeto construído según las indicaciones de Talcott, capitán de ingenieros en los Estados Unidos: instrumento este último sencillo y de fácil transporte, que posee un retículo donde además de los cinco hilos de pasos, existe otro transversal movido por un tornillo micrométrico que puede hacerle recorrer en distancia zenital un ángulo hasta de 30′ sin que sea menester variar la posición del anteojo. Mas no es menor la exactitud alcanzada por constructores alemanes. De Reinchenbach, oficial de artillería que fundó en este siglo en Munich un instituto mecánico óptico, era el teodolito que en la medición del arco ruso usó Struve, quien decía de ese instrumento, que en su conjunto y pormenores reunía una precisión matemática, y en manos de un observador que lo estudiara escrupulosamente, nada dejaba que desear. Un prisma en la parte interior del anteojo, correspondiente al eje horizontal, reflejaba las imágenes hacia el ocular puesto en un extremo de dicho eje, hueco desde aquella parte á este punto; y además de tal mejora, que permitía al observador dirigir, sin cambiar él de postura, el anteojo á estrellas de cualquier declinación, todo lo referente á divisiones del círculo, niveles y microscopios micrométricos, estaba atendido con la mayor escrupulosidad. Repsold, de Hamburgo, de quien proceden buena parte de los teodolitos manejados en España, es también constructor de muchísimo mérito. Finalmente Brunner, de París, ha alcanzado asimismo gran fama. En los círculos azimutales de este último, que sirvieron en el enlace geodésico de España y Argelia, ún retículo astronómico, es decir, con hilo móvil, aumentaba la exactitud de la observación, pues sin mover el anteojo, y con solo dar vuelta al tornillo que impulsaba el bastidor de ese hilo, podían dirigirse varias visuales que alcanzaran la imagen oscilatoria de un objeto en sus diversas posiciones, para deducir en seguida su posición media: un triunfo más del tornillo, al que corresponde el imperio de la precisión, así como á la palanca pertenece el de la fuerza.

Bien sabido es que la exactitud en la medida del tiempo comenzó desde que Huygens aplicara el péndulo como regulador en los relojes que se movían al impulso de un peso; y como regulador de los relojes portátiles, que marchaban obedeciendo á un muelle en espiral que á desplegarse propendía, un volante que oscilaba venciendo ó cediendo alternativamente á otro muelle de la misma forma. Tallados con más esmero de cada vez los dientes de las varias ruedas que se enlazan, ideados medios de compensar la variación que por efecto de la temperatura tiende á producirse en la longitud del péndulo ó el radio del volante, y atendidos otros varios pormenores de que la marcha regular depende, esos mecanismos, acaso los más maravillosos que haya podido idear el ingenio humano, fueron alcanzando la mayor perfección que en obras de arte sea dado conseguir. La electricidad vino después, en este siglo, á unir su propia vibración con el latido del péndulo. Junto á un cilindro, del cual una cinta de papel arrollada se va desplegando al movimiento uniforme del mismo, una pluma traza en ella rasgos equidistantes, obedeciendo á una corriente eléctrica que á compás de los segundos se interrumpe y reanuda; y esa misma ú otra pluma traza un rasgo especial cuando en momento dado, á voluntad de un observador, se produce la continuación ó intermitencia. Así queda el tiempo anotado en un registro, donde puede luego leerse el intervalo entre dos momentos en que se hiciera s ñal. En 1848 ideó tal cronógrafo el relojero y astrónomo Bond, de los Estados Unidos, para que fuese más exacta la determinación de la diferencia de longitudes entre dos puntos por avisos telegráficos de pasos de estrellas por los meridianos respectivos. Pero en Tetica y M'Sabiha, faltos de alambre eléctrico que los pusiera en comunicación, los observadores hubieron de reemplazar esos avisos por otros ópticos. Comparáronse allí las horas locales observando desde cada continente las ocultaciones rítmicas ó acompasadas que en la luz eléctrica del otro producía una pantalla movida por un péndulo: quedaban esos eclipses automáticamente anotados en el cronógrafo del punto donde se ocasionaban, y en el otro punto el observador que los advertía los consignaba en el aparato análogo. La precisión no fué menor que si hubiera mediado comunicación eléctrica. La diferencia de longitudes se fijó en 6′ 14″.979, con incertidumbre solo de 0″.013.

Era el péndulo de que se valía Maupertuis para medir la variación de la gravedad, un reloj ideado por Graham con ese objeto: una péndola de lenteja pendía de un cuchillo de acero que descansaba sobre un plano de la misma materia. Usó Bouguer una balita de plomo, moldeada en forma de dos conos inversos unidos por su base y puesta al extremo de un hilo de pita; é ideó también, no satisfecho en un todo de este péndulo, aunque se asemejaba al simple ó ideal, el invariable, construído de una sola pieza, con substancia homogénea y forma prismática regular. Un cuchillo de suspensión de acero fino que descansaba en un plano de ágata ó acero sustentado por sólido muro, un hilo metálico delgadísimo de cuatro metros de longitud, una esferita de platino al extremo y un tornillo en aquel cuchillo, para que introduciéndole ó sacándole más ó menos, la oscilación de la parte superior al eje de suspensión fuera sincrónica con la de la parte inferior: todo esto formaba el péndulo usado por Borda, quien tomaba además en cuenta muchos detalles como el observar á distancia con un anteojo las oscilaciones, cuyo número contaba como hizo La Condamine, es decir, por el método de las coincidencias que propuso Mairan. Túvose después el péndulo ideado por Kater, quien, coincidiendo en esta idea con Bohnenberg, aplicaba el teorema de Huygens, á saber, que si un cuerpo se suspende por su centro de oscilación, su nuevo centro es el punto de suspensión anterior; y para ello, tal péndulo era una regla prismática cruzada por dos cuchillos, uno inferior y otro superior, cuyos filos encarados servían alternativamente de eje de sostén; habiendo además un peso corredizo á un extremo, para que si en ambas posiciones no se cumplía el isocronismo, corriendo un poco ese peso, se lograra. Los estudios y experimentos de Bessel llaman luego la atención hacia otros pormenores, y Repsold construye el péndulo de inversión, oponiendo al cilindro macizo que va á un extremo, otro hueco de la misma forma, para que la resistencia del aire en una y otra suspensión se ejerza en idénticas circunstancias. Demostrado, finalmente, el balance del sostén, Peirce y Plantamour emplean artificios ingeniosos para medir su cuantía, y Cellérier da el medio de eliminarle haciendo oscilar sucesivamente, sobre el mismo trípode, dos péndulos, uno de ellos con la mitad de peso que el otro, pero ambos con sus cuchillos á la misma distancia. Todo esto se tomó en cuenta al determinar el coronel Barraquer la intensidad de la gravedad en Madrid, y para el mejor acierto empleó este observador dos pares de péndulos: en uno la oscilación era de un segundo, y en otro de tres cuartos de segundo. Por valor de dicha fuerza halló $9^{m}.800\ 156$, con incertidumbre solo de 16 unidades del último orden decimal.

¡Cuánto ingenio prodigado para conseguir, no aún con ideal exactitud, sino con la aproximación necesaria nada más, lo que al pronto tan sencillo parece, la medida de un espacio ó de un intervalo de tiempo! Mas si dignos de admiración son esos cálculos minuciosos y esos mil pormenores prácticos, cifrados no pocas veces en aprovechar la suave pendiente de la espira de un tornillo ó la fuerza elástica con que un muelle defiende el derecho de propiedad de la materia, no es menor maravilla el arte con que, confesando su flaqueza en las medidas y observaciones, han sabido los matemáticos sacar fuerzas de su misma debilidad. Prescindir del error no es posible: ningún artista podría trazar con perfección un círculo ni una recta siquiera: y aparte de ello, si un observador ve una línea equidistante de otras dos, otro no verá lo mismo; ó si ambos oyen la pulsación de un péndulo, no la percibirán los dos en el mismo momento. Pero aquí del ingenio en procurar disminuir ese error. Por una caída que sufrió el teodolito que manejaba Everest en la India, midió éste cada ángulo con partes diversas del círculo graduado, corriendo el punto de origen de las lecturas trechos iguales: era un medio de reducir el error de ellas, reiterarlas de ese modo y este método siguió empleándose luego, como más eficaz que el de repetición propuesto por Tobías Mayer y aplicado por Borda. Mas no basta reducir el error: conviene eliminarlo, y para ello se procura que en repetidas medidas ú observaciones afecte unas veces en *más* y otras en *menos*. Esto es capital, porque tan absurdo sería decir que si en opinión de uno 2 y 2 hacían 5 y en concepto de otro 7, quien dijera 6 estaría más cerca de la verdad que cualquiera de ellos, como lógico es concluir que si dos pareceres atribuyen á la suma de esos datos, uno el valor 3 y otro el valor 5, es decir, equivocándose aquél por menos y éste por más, el término medio es el que responde á la verdad, ó anda más cerca de ella, si no se tratara de ejemplo tan sencillo y de resultado tan sabido. Pero el promedio en esa forma solo es aplicable al caso en que el valor de una incógnita sea de medición ú observación inmediata, y hay otros donde el problema adquiere más latitud, pues se trata de hallar varias incógnitas enlazadas por medio de ecuaciones con esos datos directos de medida ú observación, siendo las ecuaciones muchas más que las incógnitas, y tales, que los valores que convienen á unas, no se ajustan á otras, por causa de los errores en dichos datos cometidos.

El cálculo de probabilidades resuelve la dificultad y armoniza la contradicción,—y aquí entra lo que calificábamos de maravilla—demostrando que la clave del acierto, dentro de la mayor probabilidad se entiende, estriba en una propiedad de los promedios usuales, á saber, que la suma de los cuadrados de las diferencias entre varios valores atribuídos á una misma magnitud y el promedio de ellos es menor que la suma análoga que se forme con los cuadrados de las diferencias entre dichos valores y otro cualquiera que no sea el promedio; infiriendo de aquí, que en el caso de tales ecuaciones, por valores de las incógnitas deben escogerse aquellos con los cuales la suma de los cuadrados de los primeros miembros de dichas ecuaciones sea la menor posible. El cálculo da el medio de obtener esos valores, los más *probables*, y señala también la *incertidumbre* en que con ellos se puede fluctuar relativam nte á los verdaderos. Por Thomas Simpson y Daniel Bernouilli fué vislumbrado este *método de los mínimos cuadrados;* pero hasta Gauss y Legendre no se formularon claramente sus principios. Gauss dió en 1809 la ley que asigna la probabilidad correspondiente á cada error según su cuantía. Laplace estudió en seguida la materia con latitud y en la obra de Bessel se vió en 1838 extensa aplicación práctica de ese ingeniosísimo método. Antes de Gauss cada calculador discernía por su propio criterio cómo debían aprovecharse las ecuaciones excedentes; mas dicho método dió solución al problema de la medida en general. La determinación, por ejemplo, de la diferencia de longitudes entre Madrid y San Fernando, no ha mucho realizada, supone miles de números, los cuales, estampados en el papel, producen el efecto de una niebla; pero el calculador los combina, transforma ó promedia: disípase la niebla y aparece el valor de la incógnita, como al calor del Sol se desvanece la niebla material y se dibuja limpiamente en el horizonte la silueta de la montaña.

III

El remontar un río caudaloso hasta descubrir el nacimiento de sus aguas, es afición natural y aun irresistible, y no de vana merece calificarse; pero ya encontrado en algún punto del suelo la fuente manifiesta, discurrir sobre las nubes que cerniéndose sobre aquel sitio, den alimento al manantial cuando arrojadas contra las vertientes próximas se deshagan y en menudos hilos ó gotas esparcidas bajen por aquéllas, empeño es un tanto ocioso y expuesto á grave error, pues acaso las nubes señaladas el viento las haga saltar las cimas que se contemplan y las arroje sobre otras que á cuencas distintas encaminen sus vertientes. Tal ocurre á los deseosos de remontar demasiado lejos los antecedentes de la gravitación universal sentada y definida por Newton. Cuanto es fácil ascender desde Laplace hasta éste sin interrupción ni salto alguno, es difícil ir más lejos sin perder el rastro de la derivación verdadera. En Copérnico, Kepler, Hook y algún otro, no distantes de la época de Newton, descúbrense algunos hilos que caminan hacia los principios de la atracción, como en Huygens se halla el precedente de la teoría de las fuerzas centrales. Pero ver las fuerzas de atracción y centrífuga aludidas en la amistad y discordia que decía Empedocles eran fuerzas contrapuestas que, tendiendo á reunirlo y dividirlo todo, mantenían el orden en el Universo; y entender citada claramente la variación de intensidad de la fuerza atractiva en relación con el cuadrado de la distancia porque Pitágoras, llevando sus ensueños de armonía al curso de los astros, dijera que cuerdas musicales diferentes no vibrarían unísonas si sus tensiones no se hallaban en proporción de los cuadrados de sus longitudes, ya es complacerse en mirar nubes tan lejanas del manantial que, aun cuando hubiesen tendido á alimentarle, bastaban los crasos errores acerca de las leyes de la naturaleza en que incurrieron Anaxágoras, Platón y Aristóteles, para que, como á impulsos de viento poderoso, quedaran disueltas en el aire ó fuesen arrojadas sobre vertiente desconocida.

No cabe decir en un todo lo mismo del conocimiento de la figura de la Tierra, porque varios filósofos de la antigüedad se citan que con figura aproximada, ó sea la esférica, imaginaban nuestro planeta, y aun de alguno que otro se sabe que tanteó su tamaño; pero las ideas de estos sabios quedaron aisladas, sin hacerse de ellas partícipe la sociedad en general, como en las edades primitivas del globo, cuando el mar cubría la Tierra, sobre las líneas de rotura por donde hallaron salida los materiales interiores se elevaban algunas rocas y asomaban sobre las aguas; mas no se mostraba todavía continente alguno donde pudiera tener asiento y mansión la humanidad. A orillas del mar cualquier observador atento que reparara cómo una nave desaparecía á sus ojos, podía ver un indicio de la redondez y limitación consiguiente de la Tierra, porque aquel hundimiento paulatino en el horizonte advertía que la nave dejaba una convexidad traspuesta. Pero contemplando el mar la poesía, vió siempre el infinito, y con tal convicción, que cuando la evidencia le mostró lo contrario, lanzó sentida queja. Tanto es así, que en tiempos nada lejanos Goethe, palpitando de emoción con la lectura de Homero, hace decir á Werther: «Cuando Ulises habla del mar inmenso y de la Tierra infinita, su lenguaje es verdadero, humano, íntimo, sorprendente y misterioso: ¿de qué me sirve poder repetir que la Tierra es redonda?» Del lado de la poesía se inclinaba la humanidad, ó por mejor decir, el parecer de aquélla no era más que el eco del sentimiento íntimo que esta poseía y del que no tan pronto, aun por ley filosófica, le era dado desprenderse: pues la idea de la extensión infinita parece un hecho primitivo de nuestro espíritu, acaso porque sea esa extensión una realidad, acaso porque habiendo sido creados con intuición sensible, se nos haya concedido la facultad de extender esta intuición en escala indefinida; y era natural que la humanidad viera esa extensión infinita en su propia morada, como los que sin vista desde su nacimiento, al ser batidas sus cataratas, no aciertan á fijar distancias y creen que todos los objetos del horizonte están tocando á sus ojos. La idea del infinito, como negación de límite, ó sea de otra negación, es positiva, y por tanto, primera; y la humanidad se meció muchos siglos en ese concepto respecto de la Tierra antes de comprender que ésta respondía á la idea contraria ó negativa. Pruébalo así la lentitud con que la idea de la Tierra limitada fué avanzando entre las gentes, no obstante los descubrimientos geográficos y las afirmaciones de algunos filósofos.

Que el aspecto de la bóveda celeste cambia con los lugares, suministrando otro indicio de la redondez de la Tierra, bien pudo notarse desde muy antiguo; porque á orillas del Golfo Pérsico, el Mar Rojo y el Mediterráneo, en esa zona que prolongada pasa también por el Golfo de Méjico y divide en dos mitades el mundo antiguo y en otras dos el mundo moderno, como si un hundimiento de la corteza terrestre, no lejos del ecuador, hubiera trazado un surco casi contínuo; allí donde la Geología ve la señal de que el globo cedió á relativa flaqueza, es donde más poderosas se mostraron la inteligencia y la actividad humanas; y allí, contrastando con el estacionamiento de la India, aparecieron pueblos que con sus armas ó instinto comercial ó inquieto afán de saber, fueron extendiendo los límites del mundo conocido. Ya en el siglo XV antes de nuestra era aquellos fenicios que tan pequeña parte ocupaban en la costa de Siria, pudieron, con su exploración de las riberas del Mediterráneo, mostrar á sus poderosos vecinos de Egipto y Asiria que había tierras aún más vastas que las comarcas del Nilo, el Eufrates y el Tigris, y las holladas por ellos en sus guerras en Arabia ó en la India. Los siglos adelante, cuando en el VI apareció el dilatado imperio de Ciro, ya en el siglo precedente, de ser cierto lo que se cuenta, esos mismos fenicios habían realizado un viaje de circunnavegación del Africa; pero aún dando como más probable que esa empresa no pasara de una tentativa, supliéronla, compensando en cierto modo con lo que se adelantó hacia el Norte lo que faltara descubrir al Sur, los viajes de los cartagineses á fines del siglo VI; los cuales, siguiendo á Hannón, recorrieron la costa occidental de Africa hasta el Cabo Bojador ó acaso hasta la boca del Senegal, y dirigidos por Himilcón avanzaron por el occidente de Europa hasta las Casitérides ó Sorlingas, en Inglaterra, ocurriendo esto á la vez que Darío I procuraba extender el imperio de Ciro, peleando sin fortuna en la Scitia ó llevando con mejor éxito sus armas contra la India.

Aún sirvió mejor para ensanchar los límites del mundo conocido la memorable expedición al Asia realizada en el siglo IV por Alejandro, quien alcanzó un imperio más vasto que el de Darío I. No se conquistó la India; pero quedaron abiertas entre ella y Europa comunicaciones después no interrumpidas: los filósofos griegos pudieron disputar con los filósofos indios; y los historiadores describir ese país con tanta fidelidad que, dada la escasa variación de costumbres en él operada, parecen aquellos relatos pinturas recientes. Y otra vez, como en siglos anteriores, á la par que el poderoso imperio, pudo admirarse memorable expedición marítima que, en sentido opuesto también verificada, parecía indicar como las precedentes que el porvenir de la humanidad no estaba en Asia, sino en el Atlántico. El marsellés Piteas, á fines del mismo siglo IV, pasó el estrecho de Hércules, y costeadas España y la Galia, por el canal que separa ésta de Inglaterra entró en el Mar del Norte y llegó hasta la Jutlandia. Pero la atención estaba entonces de preferencia en oriente, y las nuevas dinastias griegas de Siria y Egipto, los Seleucos y Ptolomeos, se ocuparon en lo sucesivo de hallar rumbos para la India. En el célebre navegante Eudoxio de Cízico, en el siglo II, se compendian los conocimientos que de la parte meridional de Asia y Africa se tenian. Fué directamente de Egipto á la India guiado por un natural de este pais, que extraviado en una navegación que emprendiera, habia llegado desfallecido á las costas del Golfo Arábigo, después de haber visto perecer de hambre á sus compañeros, y presentado al rey Evergeto II, habia ofrecido enseñar el camino de su país á quienes el rey quisiera enviar. Con menos fortuna el mismo Eudoxio en su segundo viaje, aunque acometido con más aprestos, fué arrojado á las costas de Etiopía. Mas habiendo recogido una proa perdida en aquellas riberas, que examinada, de retorno en Egipto, se reputó por procedente de alguna nave gaditana, vislumbró que era posible dar vuelta por mar á la Libia ó Africa, pensamiento que persiguió desde entonces con tenacidad y que los obstáculos de la naturaleza le impidieron realizar las dos veces que lo intentó, ambas con sus propios medios y los que le proporcionaron en España los de Gades, á quienes recurrió, la primera vez porque Egipto no le favorecía, y la segunda porque no pudo fiar en la protección del monarca de Maurusia ó de Fez como al presente decimos.

Con el imperio romano, en el siglo que precede á nuestra era y en el siguiente, el mundo conocido alcanzó ya extensos límites. Aquella poderosa dominación comprendía el Asia occidental, el Egipto, el Africa septentrional, la Península ibérica, la Gran Bretaña, Las Galias, la Germania, la Sarmatia y las fronteras de Scitia; y el comercio que se proveía de estaño en Inglaterra en las minas de lo que hoy se llama Cornuailles, y de ámbar amarillo junto al Báltico en la Prusia actual, podía buscar las perlas y diamantes de la India, bien cruzando la Mesopotamia como de tiempos remotos se realizaba, itinerario á que debió Palmira su esplendor en la época de los Seleucidas, bien por el camino que enseñaron las guerras de Mitrídates y Pompeyo, esto es, recibiendo en las inmediaciones del Mar Caspio las mercancías indianas que llevaban tríbus nómadas; ó finalmente, por medio de las flotas romanas que, aprovechando uno de los vientos regulares que decimos monzones, el del sudoeste, que indicó Hipalo en el siglo primero de nuestra era, solían partir del puerto de Berenice, á mitad de estío, con rumbo á Ocelis ó Cana en la Arabia, de donde se dirigían al puerto de Muziris, primera escala de la India, invirtiendo desde Berenice hasta este último punto setenta días de navegación, que con igual tiempo en el retorno que se hacía en invierno, sumaban unos cinco meses para ir y volver de la India.

Mas no obstante esos viajes y conquistas, la idea de la figura esférica de la Tierra no parece anterior al siglo v, y casi no es menester decir que los sabios por quienes se emite ó acepta pertenecen al único pueblo que en la antigüedad brilló en las ciencias, el pueblo griego. Tiénese á Parménides por el primero que la enunciara en la primera mitad de dicho siglo; y en el siguiente defienden ese concepto Eudoxio de Gnido y Aristóteles, los cuales asignan además la extensión de la circunferencia terrestre, pero sus números exceden demasiado á los verdaderos y deben de estar lanzados á la ventura, pues no se descubre el fundamento en que se basaran. Dato más cierto ofreció en el siglo III el creador de lá Geografía general, Eratóstenes, hallando la diferencia de latitudes relativas á los extremos de un arco de meridiano cuya extensión conocía, al menos con alguna aproximación.

Por las medidas comenzadas en Egipto por orden de Alejandro y continuadas bajo el reinado de los Ptolomeos, para el reconocimiento de los límites de las propiedades que las inundaciones periódicas del Nilo borraban, se deducía que la extensión comprendida entre Alejandría y Siena, lugares casi en el mismo meridiano, era de 5000 estadios. Mas en este punto el Sol el día del solsticio se hallaba en el zenit, puesto que iluminaba el fondo de las minas, y en el mismo día distaba del zenit en Alejandría, según las observaciones de Eratóstenes, $\frac{1}{50}$ de circunferencia: de lo cual éste concluía que la de la Tierra abrazaba 250000 estadios: valor que, estimando la magnitud más probable de la unidad á que se refería, excede en unos 500000 metros al verdadero, que, como es sabido, es próximamente de 40 millones de metros. Hiparco en el siglo siguiente hizo también algún cálculo sobre ello, cuyos antecedentes no se conservan; y Posidonio por la misma época determinó de nuevo la circunferencia terrestre partiendo de la distancia entre Alejandría y Rodas y de la diferencia de sus latitudes sacada de la diversa altura, sobre el horizonte de estos puntos, de una estrella conocida; pero su cálculo tiene menos mérito que el de Eratóstenes: de las dos operaciones que deben realizarse para deducir la longitud de la circunferencia, la astronómica y la geodésica, éste había verificado una de ellas, pero Posidonio no efectuó ninguna: sus datos estaban suministrados por otros: la distancia por Eratóstenes, quien la fundaba en la duración de las travesías directas entre ambos puntos; y la diferencia de latitudes, infiriéndola probablemente de las coordenadas de la estrella con relación á la eclíptica, fijadas en el catálogo de Hiparco; pues si hubiera habido observación directa zenital ó de altura, el dato astronómico se hubiese obtenido con mayor exactitud. Strabón, que floreció en los comienzos de la era cristiana, se limitó á resumir los conocimientos geográficos de su época. Finalmente, en el siglo II de nuestra era, el astrónomo y geógrafo Ptolomeo perfeccionó el trazado de los mapas introduciendo la práctica de fijar la situación de los lugares por sus latitudes y longitudes; y en punto á las dimensiones del globo, se limitó á comprobar los datos de Eratóstenes. Tales fueron los que más se distinguieron en la antigüedad por su conocimiento de la figura esférica y tamaño de la Tierra. De forma aplanada por los polos, no se alcanza más vislumbre que el parecer del historiador Polibio, que floreció en el siglo II anterior á nuestra era, y opinaba era la Tierra más elevada en la región ecuatorial; noticia que da Strabón en el libro segundo de su Geografía, y que llamó la atención en el siglo XVIII del matemático inglés Stirling; pero acaso se refería Polibio á la tierra como continente y no al nivel del mar.

Aunque tardías esas ideas, circunstancias al parecer encontraban propicias para alcanzar resonancia y compensar con su rápida divulgación el retraso con que aparecían. Fué Aristóteles, como es bien sabido, profesor de Alejandro: Eratóstenes, director de la biblioteca de Alejandría en la ilustrada corte del monarca Ptolomeo Evergeto; floreció el astrónomo y geógrafo Ptolomeo en la misma ciudad en uno de los períodos de más esplendor del imperio de los romanos, en la época de los Antoninos; y si se quiere tener en cuenta aquella idea aislada de la forma de la Tierra como proeminente en la zona ecuatorial, Polibio, que la emite, fué embajador primeramente en Egipto, general después de las tropas de Ptolomeo Filometor, y deportado á Roma alcanzó por su reconocido mérito grande amistad con Escipión, el segundo Africano. Pero prueba harto débil se sacaría de aquí para negar que no obstante las opiniones de esos sabios, el sentimiento de la humanidad siguió proclamando la Tierra infinita. Médico de Enrique II de Francia era Fresnel, y en la ingeniosa medida de la longitud de un grado que hizo en

1550 hallando la distancia entre París y Amiens por las vueltas de las ruedas de un carruaje que un contador acusaba, nadie reparó, hasta que ya verificada la medición de Picard, fué desenterrado del olvido aquel antecedente; y á naciones muy cultas pertenecían el geómetra holandés Snell, que en 1615 midió un arco de meridiano por triangulación como Picard, y el inglés Norwood, que en 1635 midió los 2°. 5 que separan Londres de York, tendiendo y adelantando una cadena en espacios sucesivos; y esas mediciones también quedaron sin resonancia hasta después de realizada la de Picard.

Del fruto paulatino que la lectura de las obras de esos filósofos antiguos pudiera producir, tampoco cabe sacar consecuencia favorable á la propagación de sus ideas sobre la Tierra, en la sociedad en general y aun entre personas ilustradas. Cuando en tiempos no lejanos obras impresas de gran mérito—testigos Milton y Kant—tardaron no poco en circular y ser apreciadas, es de presumir que no fueran leídas por muchos obras manuscritas. Pudiera haberlo suplido, en verdad, la enseñanza oral; pero si esta dió resultados en Alejandría, es muy dudoso que los alcanzara en Roma, donde brillaron grandes políticos y legisladores, pero donde las ciencias tuvieron escasísimo ó ningún esplendor. Hasta los años de Plinio ningún romano se dedicó á la medicina, que era profesión de esclavos ó extranjeros: y jurisconsultos que entendían que el área de un triángulo equilátero era la mitad del cuadrado construído sobre uno de sus lados, lo cual equivalía á decir que la altura en tal triángulo era igual á la base, no daban gran muestra de poseer los conocimientos más elementales de la Geometría. Finalmente, si en opinión de muchos tenía la Tierra forma esférica y entre ellos se contaban personas de la más alta gerarquía, puede preguntarse porqué, asignando Eratóstenes 180° de Este á Oeste al mundo conocido, no se pensó en explorar los otros 180°; ó porqué, al menos, puesto que Posidonio era quien refería la historia del famoso Eudoxio de Cízico, no se trató de realizar la circunnavegación del Africa, cuando para ello podía el imperio disponer de numerosa flota en vez de los escasos medios con que contó aquel navegante. Pues nada de eso se hizo sencillamente, porque por uno que leyera á Eratóstenes ó Posidonio, mil ó muchísimos más leerían á Homero y Herodoto, y repitiendo las palabras de éste al hablar de la famosa expedición de los fenicios en torno del Africa: «Dijeron una cosa —refiriéndose á los que se lo contaban— que yo no creo, pero que otros tal vez creerán, á saber: que navegando al rededor de la Libia, vinieron á tener el Sol á la derecha;» asentirían á las de Homero, diciendo como él: «el mar inmenso, la Tierra infinita;» y tras de esos mil, la sociedad en general, que sin pruebas palpables no suele aceptar una idea nueva si se encuentra bien hallada con la antigua, rechazaría el fenómeno que se decía vieron los fenicios, y que nada tenía de extraño bajo el supuesto de la figura esférica de nuestra morada, y repetirían, respondiendo á su íntima y arraigada convicción: «el mar inmenso, la Tierra infinita.»

Las armas, el celo religioso y el afán de aventuras unido á la avidez del comercio abren vasto campo á las noticias geográficas en la Edad media así que se pierde el rumor de las pisadas de los bárbaros. Arabes y normandos parecen las corrientes atmosféricas producidas por el aire caldeado en el ecuador, que se eleva y dirige hacia los polos, y el aire de las regiones frías que se encamina á encontrarse con aquél. Las armas hacen extender á aquéllos su dominio por el Asia hasta el Indo, el Thibet y el Mar Caspio, del lado opuesto por el Egipto y el Africa septentrional, y corriéndose más al Norte por España, algo de Francia, Cerdeña y Sicilia; mientras la política y los intereses comerciales los llevan á la China, al interior de la India, á las islas de la Sonda y las Molucas, y á las costas del Africa oriental, donde fundan ciudades como Melinda, Mombaza, Sofala, cuyos nombres recuerdan su origen. En Cantón establecen un agente comercial y el istmo de Suez les sirve para pasar á Europa los productos de las regiones más apartadas. Los segundos, intrépidos como guerreros, no son menos osados como navegantes; si obligan á Francia á cederles varios pedazos de su territorio hasta conseguir toda la Normandía, si logran en Italia el reino de Nápoles y Sicilia, el Ducado de Pulla y el principado de Cápua; si hacen proezas en las cruzadas y someten Inglaterra á tiránico dominio; arrostran á la vez los hielos de las regiones polares, descubren las islas Feróe, visitan y colonizan Islandia, y frecuentan las costas de Groenlandia y el actual país del Labrador y la isla de Terranova, aunque ignorando que habían puesto el pié en América, así como los árabes ignoraban que habían entrado en la Oceanía. Levántase por entonces en Asia un poder formidable que conmueve también á Europa: sus príncipes, temerosos de aquellos tártaros que habían llevado la devastación á Polonia, Silesia y Hungría, quieren conocer las tierras de donde arranca aquel movimiento; los religiosos Ascelino, Carpi y Rubruquis, mandados como embajadores, los dos primeros por el pontífice Inocencio IV y el último por el rey de Francia San Luis, penetran en el país de los Mogoles; y de sus noticias se trazan luego dos itinerarios de la Gran Tartaria para uso de los misioneros.

Los viajes particulares del judío Benjamín de Tudela, del noble veneciano Marco Polo, del sabio marroquí Ibn Batuta, del mercader italiano Pegoletti, uniendo á ellos el del misionero Odérico y los que con caracter de embajada despachada por Don Enrique III de Castilla á la corte de Tamorlan hicieron Sotomayor y Palazuelos, y en una segunda Fr. Alonso Pérez de Santa María, Clavijo y Gómez de Salazar, acabaron de descubrir el Asia, contribuyendo también mucho á este adelanto los repetidos viajes por tierra que en esta época se hacían á Pekin. Los genoveses y venecianos verificaban el comercio de India y China en caravanas por dos rutas diferentes, una de las cuales marca puntualmente Pegoletti. Teníase, pues, en Europa, al comenzar el siglo xv, conocimiento de la extensión considerable, abundancia y riqueza del Asia, de las muchas y grandes islas inmediatas y de los mares que las bañan; mas era muy penoso ir por tierra á regiones tan lejanas, y el instinto comercial, unido á la misma curiosidad humana, aguijoneada por los relatos de las maravillas del Catay, ó China, y del Cipango, ó Japón, sugirieron de nuevo la idea de que el Africa era muy posible estuviese aislada como habían opinado antiguos geógrafos y navegantes, y costeándola, se pudiese hallar rumbo que enlazara los dos extremos del mundo conocido.

Pero si con tales noticias y presunciones debió formarse, sin duda alguna, de la tierra como continente, idea más exacta que en la antigüedad, es muy problemático que en la sociedad en general hubiera relativamente muchos que comprendieran y aceptaran la figura que tierra y agua afectan en conjunto. No se renuncia sin tenaz resistencia á ideas arraigadas de antiguo, y para confirmarlo basta añadir el siguiente ejemplo á otros ya citados. En el siglo xiii floreció en Castilla un príncipe insigne, historiador admirable, hablista elocuente, poeta fecundo, geómetra y astrónomo como un griego y legislador como un romano. Si los Ptolomeos en la edad pasada se habían complacido en reunir en Egipto á los sabios griegos más famosos, concediéndoles eficaz protección y grandes recompensas; y si en época más próxima, en el siglo ix de nuestra era, Abdalla Almamun, califa de Bagdad, obtenía del emperador de Oriente Miguel III que pudieran buscar delegados suyos por toda Grecia las obras de sus filósofos para traducirlas al árabe, y ordenaba, además, que los astrónomos de su país comprobaran la longitud atribuída por

Ptolomeo al grado de meridiano, haciendo, al efecto, una medición en la llanura de Sindgiar, cerca de las riberas del Mar Rojo: medición más laudable por el pensamiento que por el éxito; D. Alfonso X hacía traducir en romance obras de importancia, reunía personas doctas en leyes para que formaran un código, y llamando á reputados astrónomos árabes y de otras naciones, se complacía en dirigir los trabajos que dieron por fruto los *Libros del saber* y las *Tablas Alfonsinas*, códices que constituían un tratado de Astronomía práctica, cuyos datos antiguos enriquecían ó rectificaban. Pero si las célebres *Partidas*, código superior á todos los de la Edad media, fué menester que transcurrieran tres reinados ó casi un siglo, para que recibieran fuerza y autoridad de leyes, y esto parcial é imperfectamente, de su biznieto Alfonso Onceno, bien puede preguntarse cuántos nobles y procuradores de ciudades, cuántos voceros, alcaldes de la villa, adelantados de los alfoces, alcaldes del rey y merinos participarían de los conocimientos astronómicos del monarca. Es verdad que los sabios de entonces, no muchos en número, pero algunos muy eminentes, nutridos todos en los libros de Aristóteles, aceptarían la idea de la figura esférica de la Tierra, que este filósofo defendía; es verdad también que en algunos de tantos viajeros que peregrinaban por paises extraños, el espectáculo ofrecido con la variación de aspecto de la bóveda celeste y otros varios hechos infundirían esa misma idea; pero la inmensa mayoría de las gentes en los pueblos civilizados aún permanecería apegada á la opinión de Homero, y bajo una ú otra forma, aún creería que en los confines del horizonte se elevaban columnas para sustentar los cielos, que bajo el suelo, á gran profundidad, rujía el Tártaro y que por fuera de todo se agitaba el Caos, mezcla informe de la vida y de la nada.

Mas comienza la Edad moderna. Ya los portugueses desde 1415, en que conquistada Ceuta por D. Juan I fué nombrado gobernador de aquella plaza su hijo el infante D. Enrique, célebre por su entusiasmo por los descubrimientos geográficos, habían emprendido la exploración de la costa occidental del Africa, más allá del cabo de Non, frente de las Canarias, en el cual terminaban los viajes anteriores; y la isla de Madera, la de Santa María en el extremo austral del archipiélago de las Azores, el cabo Bojador, el cabo Blanco y algunas islas del archipiélago de Cabo Verde, y finalmente, Sierra Leona, habían señalado la serie de sus descubrimientos. Proseguidos éstos, en 1480 tenían los portugueses recorridos también los golfos de Guinea y Biafra, descubiertas las islas de Fernando Póo, Príncipe, Santo Tomás, Corisco y rebasada la línea equinoccial, la isla de Annobon. En 1486 Bartolomé Díaz dobla el cabo que llamó de las Tormentas, y de Buena Esperanza su rey D. Juan II, y en 1497 Vasco de Gama costea el mismo cabo, asciende por la costa oriental del continente tocando en Sofala, Mozambique y Melinda, desde donde torciendo el rumbo hacia Oriente, se dirige á la India abordando á Calicut en la costa malabar. El velo que ocultó tantos siglos una parte del mundo, quedó descorrido: el mar de las Indias no era un mar interior como en la antigüedad muchos pensaban, creyéndole rodeado por las costas asiáticas y africanas, sino un oceano que por un lado se unía con el Atlántico y por otro lado con los mares de la China y con otro mucho más vasto que bañaba las islas de Sumatra, Borneo y las Molucas, á donde pocos años después llegaron también los portugueses. Y recorriendo aquellos mares y costas podía contemplarse á placer el brillante Oriente que recordaba los viajes de Pitágoras, las conquistas de Alejandro y las proezas de las Cruzadas.

Colón en 1492 arranca el secreto del Atlántico al oeste. España que en siglos lejanos auxilió á Eudoxio de Cízico, cuando otros le abandonaban, escuchó á Colón, á quien otros no quisieron oir; y secundado por nuestra patria, el célebre piloto genovés pudo llevar á cabo su memorable empresa, nunca bastante celebrada; porque los viajes anteriores, por arriesgados y gloriosos que fueran, se realizaron costeando más ó menos, y Colón se internó en pleno mar, buscando el oriente por occidente. Un nuevo mundo, del cual descubrió las Antillas y parte del continente, fué la recompensa, no de casual acierto, sino de su genio y perseverancia. Vasco Nuñez de Balboa en 1513 trepa en esas nuevas regiones á las cimas de Darien y contempla con inmenso júbilo el mar del Sur ó Pacífico, que ocho años adelante saluda también Hernán Cortés desde las costas occidentales de Méjico. Del otro lado de ese mar estaban los portugueses, y es digna de notarse la armonía del valor de unos y otros con la naturaleza del suelo que pisaban. Una línea volcánica ciñe el Pacífico, formando un círculo de fuego, cuya actividad es mayor en los dos puntos en que le cruza la línea transversal de la misma índole que rodea el globo, coincidiendo con la de dislocación de su corteza en la zona del Mediterráneo y del golfo de Méjico. Portugueses y españoles, herederos del arrojo de los fenicios y cartagineses, procedían de esta línea transversal y habían ido á colocarse los unos en las islas de la Sonda y los otros en la América Central, allí donde la energía volcánica es más poderosa, como si el fuego de la Tierra atrajera el de sus pechos que á empresas tan temerarias los arrojara.

Atrévese, finalmente, Magallanes, portugués naturalizado en España, á conducir una flota á las Molucas, caminando siempre por el oeste y buscando paso para ello en las regiones meridionales de América; sale al efecto de España en 1519, encuentra en aquella parte el estrecho que conserva su nombre, penetra en el mar Pacífico, y llega á las Marianas y Filipinas, pereciendo en estas últimas cuando la dificultad mayor del intento se había vencido; mas su segundo Sebastián del Cano, de origen vasco y no menos animoso que su jefe, á pesar de la reducida tripulación que le quedaba, continua el rumbo hacia occidente, y doblado el Cabo de Buena Esperanza, regresa á su patria, dando término á la primera circunnavegación del mundo, en la cual se invirtió poco más de tres años y tres meses. Diónos esta memorable empresa la gloria de ser, si es lícito expresarse así, los primeros geodestas por mar, abarcando la circunferencia entera del globo, si no con la exactitud necesaria para deducir con precisión sus dimensiones, al menos con aproximación bastante para fijar un límite á apreciaciones exageradas. La redondez de la Tierra contó desde entonces con un dato incontrovertible, al alcance de las inteligencias menos versadas en las reglas de la geometría. Y el espíritu humano pudo rendirse á la evidencia, no obstante su amor á lo infinito, porque éste no hizo otra cosa que cambiar de sitio. La Astronomía, tomando por base medidas exactas de las dimensiones terrestres, sondeó el Cielo, y las distancias de los astros que alcanzó á medir, sirvieron para comprender, ó vislumbrar mejor dicho, la inmensidad de lo que nos envuelve y rodea: el infinito huyó de la Tierra, pero reapareció en el Cielo.

Terminé mi tarea: si pequé de largo, perdóneseme que no tuve tiempo de ser breve. Pero algo, siquiera poco, he de decir aún como complemento de lo anterior. Los estudios teóricos y prácticos relativos á la figura de nuestro globo fueron en realidad académicos. Muchos problemas concernientes á la atracción respondían á temas de premios ofrecidos por las Academias de París y Berlín ú objeto de memorias publicadas por éstas ó por la Real Sociedad de Lóndres, ó por la Academia de San Petersburgo. En esos premios y memorias figuraban nombres tan ilustres como Maclaurin, Euler, Bernouilli, D'Alembert y otros. Ya dije repetidas veces la poderosa iniciativa que en las mediciones de la Tierra llevó la academia de París. No cabe por tanto negar el provechoso influjo de esas sabias corporaciones. En España no faltan ejemplos tampoco de estudios varios, fomentados por las Academias. Mas para que aquí fueran poderosas á más grandes empeños, convendría que sus individuos fuesen en mayor número y quizá que se contaran entre ellos, no á título de correspondientes, sino como efectivos, muchas personas que no tengan en Madrid su residencia ordinaria; porque en esta nuestra edad en que el vapor reduce las distancias, el telégrafo las anula y lo impreso en un punto se lee breves horas ó instantes después en otro muy apartado, corporaciones que no viven de la discusión oral y de momento, sino del examen detenido de impresos ó manuscritos, no deben de necesitar, al revés de lo que en el siglo anterior sucedía, que todos sus individuos habiten en un mismo punto. De esa otra manera vendrían á constituir una especie de Congresos, con comisión residente y con juntas generales en determinadas épocas; darían más amplitud á sus trabajos y formarían poderoso lazo nacional.

Y puesto un pié en el estribo de las reformas, también indicaré de paso otra, si no de presente, para lo futuro, á saber, que respetando la oposición como regla de la provisión de cátedras, en ciertos casos, sin embargo, con gran sobriedad y tratándose de personas de grandes y muy probados merecimientos, pudiera hacerse elección á propuesta de los claustros universitarios ó de dichas Academias. Consigna una inscripción en la Universidad de Edimburgo que Maclaurín fué nombrado profesor de ella por recomendación de N wton, *ipso Newtono suadente,* y en verdad que Escocia entera pudo estar ufana de semejante profesor. Ni aún hallo inconveniente en ir más lejos, concediendo que la designación para algún puesto en nuestras Universidades, en casos muy justificados, repito, pudiera recaer en alguna celebridad extranjera; cosa que no debía lastimar en lo más mínimo el más acendrado patriotismo, pues Francia llamó para empresas científicas, cuando lo estimó conveniente, en tiempos pasados, á Cassini, italiano, y á Roemer, danés; y en época más próxima, Cauchy, francés, enseñó en Italia; y si estos antecedentes no se creyeran de valor, recuérdese que un genovés nos llevó á América y un portugués al Mar Pacífico, sin que por ello dejáramos de probar cuánto era nuestro valor y nuestro arrojo. Pero acaso respondan estas ideas á mejor deseo que á conocimiento de la realidad de las cosas; y en tal caso, expuestas están, pero como sueños queden.

¿Qué he de decir, en conclusión, para estimular al estudio á los alumnos que me escuchan, que no digan con más elocuencia los mismos nombres de los sabios ilustres en este discurso citados, que á su perseverancia y trabajo debieron su fama y el respeto con que la posteridad conserva su memoria? Si algo debiera añadir, dos frases célebres lo dirían en compendio. Preguntándole á Newton cómo había llegado á saber tanto, él contestaba: *estudiando siempre;* y Buffon decía repetidas veces: *el ingenio no es más que una cierta disposición á la paciencia;* frase esta última que indica que aun en los casos donde la inspiración tiene mayor dominio, el estudio continuado es el estímulo principal de ella. Lléguense, pues, esas jóvenes inteligencias á sus profesores con verdadero afán de saber, que éstos por su parte no perdonarán atención ni fatiga por enseñarles, atentos á aquella ley de las Partidas en que el Rey Sabio dice: «bien é lealmente deben los Maestros mostrar sus saberes á los escolares leyendo los libros é faciéndoselo entender lo mejor que ellos pudieren.» Ningún objeto más digno que el estudio de las ciencias ó letras. Cuando éstas florecen, la patria vive. En el enlace geodésico de España y Argelia hubo una escena conmovedora: una noche los colonos españoles que vivían cerca de M'Sabiha comenzaron á reunirse sin poder dominar su alegría: se veían brillar sobre Tetica y Mulhacén las luces eléctricas, señales dirigidas á los geodestas franceses. «España, España,» decían los colonos entregándose á bulliciosa fiesta, porque veían algo perteneciente á su patria desde el otro lado del Estrecho. Pues eso mismo sucede cuando un país cuenta con obras científicas ó lit rarias cuyo resplandor alumbra desde lejos. ¡Bien hayan las ciencias y letras que así dan vida al noble sentimiento de la patria!