



FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

**EL TESELADO COMO HERRAMIENTA
INTERDISCIPLINAR PARA LA ENSEÑANZA DE
LA GEOMETRÍA DEL PLANO EN PRIMARIA**

**TRABAJO FIN DE GRADO
EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

AUTOR: DANIEL PARDO RONCERO

TUTOR: MATÍAS ARCE SÁNCHEZ

Palencia, 19 de junio de 2025



RESUMEN

La Villa Romana de la Olmeda, conocida por sus famosos mosaicos, representa una clara huella del legado que los romanos dejaron en la península ibérica. En ella plasmaron su dominio del teselado, un concepto que va más allá de lo artístico y que trasciende al ámbito matemático, especialmente en la geometría. Este documento aborda una propuesta matemática basada en el teselado como medio de comprensión del plano desde edades tempranas. Para lograr este objetivo, se desarrolla una intervención transversal desde las áreas de Ciencias Sociales y Matemáticas, con la Villa Romana de la Olmeda como principal hilo conductor. Los resultados obtenidos señalan que el teselado del plano es un recurso eficaz para realizar conexiones entre conceptos matemáticos y elementos del patrimonio artístico-social. Por lo tanto, permite desarrollar la visualización geométrica del alumnado con el propósito de conocer y potencializar su razonamiento espacial.

PALABRAS CLAVE

Teselado, plano, razonamiento espacial, Villa Romana de la Olmeda, mosaico

ABSTRACT

The Roman Villa of la Olmeda, known for its famous mosaics, represents a clear trace of the legacy that the Romans left on the Iberian Peninsula. In it, they demonstrated their mastery of tessellation, a concept that goes beyond the artistic realm and extends into mathematics, especially geometry. This document presents a mathematical proposal based on tessellation as a means of understanding the plane from an early age. To achieve this objective, a transdisciplinary intervention from the areas of Social Sciences and Mathematics took place with the Roman Villa of La Olmeda as the main center of the proposition. The results obtained indicate that tessellation is an effective resource for establishing connections between mathematical concepts and artistic-social heritage. Therefore, it allows students to develop their geometric visualization, with the purpose of understanding and enhancing their spatial reasoning.

KEY WORDS

Tessellation, plane, spatial reasoning, Roman Villa of Olmeda, mosaic

ÍNDICE

1. Introducción.....	1
2. Objetivos.....	2
3. Justificación.....	3
3.1. Relación del TFG con las competencias de la titulación.....	4
4. El teselado en Ciencias Sociales.....	5
4.1. Contexto histórico: La Era de Roma.....	5
4.1.1. Arquitectura: La Villa Romana de la Olmeda.....	6
4.1.2. Simbología y costumbres romanas.....	7
4.2. Relación con el currículo.....	8
5. El teselado en Matemáticas.....	9
5.1. Fundamentos históricos.....	9
5.2. Fundamentos matemáticos.....	10
5.2.1. Ángulos.....	10
5.2.2. Polígonos.....	11
5.2.3. Tipos de teselados.....	13
5.2.4. Isometrías.....	14
5.2.4.1. Traslaciones.....	15
5.2.4.2. Simetrías.....	15
5.2.4.3. Giros.....	16
5.3. Fundamentos didácticos: Los niveles de Van Hiele.....	16
5.3.1. Nivel 1: Reconocimiento.....	16
5.3.2. Nivel 2: Análisis.....	17
5.3.3. Nivel 3: Clasificación.....	18
5.3.4. Nivel 4: Deducción formal.....	19
5.4. Relación con el currículo.....	19
6. El teselado en otras áreas.....	20
6.1. Pensamiento computacional y relación con el currículo.....	20
6.2. Expresión artística y relación con el currículo.....	21
7. Propuesta de intervención.....	23
7.1. Contexto.....	23
7.2. Temporalización.....	24

7.3. Objetivos de etapa.....	24
7.4. Objetivos didácticos.....	24
7.5. Saberes.....	25
7.6. Competencias específicas.....	28
7.7. Metodología.....	30
7.8. Recursos.....	31
7.9. Atención a la diversidad.....	32
7.10. Desarrollo.....	32
7.11. Evaluación.....	37
8. Exposición y análisis de los resultados.....	40
8.1. Análisis de las tareas.....	40
8.2. Evolución de los grupos.....	53
9. Análisis del alcance del trabajo y conclusión final.....	56
10. Referencias bibliográficas.....	59
11. Anexos.....	62
11.1. Recursos.....	62
11.2. Atención a la diversidad: Actividades de ampliación.....	68
11.3. Cronograma de las sesiones.....	69
11.4. Rúbrica de evaluación del alumnado.....	70

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Saberes de la situación de aprendizaje.....	25
Tabla 2: Criterios de evaluación (Matemáticas)	38
Tabla 3: Criterios de evaluación (Ciencias Sociales)	39
Tabla 4: Cronograma de la situación de aprendizaje.....	69
Tabla 5: Rúbrica de evaluación del alumnado.....	70

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Forma de las teselas.....	5
Figura 2: Mosaico Oecus.....	7
Figura 3: Mosaicos geométricos.....	7
Figura 4: Harmonices Mundi, Kepler.....	9
Figura 5: Suma de 360° de un mismo polígono en un mismo vértice.....	12
Figura 6: Teselado pitagórico.....	13
Figura 7: Teselados semirregulares.....	14
Figura 8: Mosaico de «El Cairo».....	14
Figura 9: Traslaciones.....	15
Figura 10: Isometrías.....	16
Figura 11: Van Hiele, nivel 1.....	17
Figura 12: Van Hiele, nivel 2.....	17
Figura 13: Van Hiele, nivel 3.....	18
Figura 14: Lizards.....	22
Figura 15: Las salamandras de Escher.....	22
Figura 16: Mapa de la Villa Romana de la Olmeda.....	33
Figura 17: Mosaico sesión 1.....	34
Figura 18: Mosaico sesión 4.....	36
Figura 19: Respuesta grupo 6 en la sesión 1.....	41
Figura 20: Mosaicos decorativos.....	42
Figura 21: Relaciones de área del grupo 6.....	42
Figura 22: Relaciones de área del grupo 1.....	42
Figura 23: Relaciones de lados y vértices del grupo 5.....	43

Figura 24: Teselado angular del plano.....	44
Figura 25: Estrategias pictóricas. [a) Respuesta del grupo 2; b) respuesta del grupo 6]	44
Figura 26: Respuesta del grupo 2 que no tesela el plano.....	45
Figura 27: Mosaicos de pentágonos regulares, realizado por los grupos 3, 4, 5 y 6.....	46
Figura 28: Pentágonos irregulares, grupo 4.....	47
Figura 29: Pentágonos irregulares, grupo 5.....	48
Figura 30: Pentágonos cóncavos, grupo 1.....	48
Figura 31: Trapecios rectángulos, grupo 4.....	49
Figura 32: Patrones, grupo 5.....	49
Figura 33: Mosaicos formados por polígonos cóncavos. [a) Respuesta grupo 1; b) respuesta grupo 3 (elaboración propia)]	50
Figura 34: Instrucciones para mosaico de hexágonos, grupo 2.....	51
Figura 35: Instrucciones para mosaico de triángulos equiláteros, grupo 5.....	51
Figura 36: Mosaicos ilustrativos.....	53
Figura 37: Carta de presentación, sesión 1.....	62
Figura 38: Pattern blocks.....	63
Figura 39: Escudo del grupo.....	63
Figura 40: Diario del taller, sesión 1.....	64
Figura 41: Diario del taller, sesión 2.....	65
Figura 42: Diario del taller, sesión 3.....	66
Figura 43: Diario del taller, sesión 4.....	67
Figura 44: Actividad de ampliación, respuesta grupo 4.....	68

1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia de la didáctica de las matemáticas, ha existido numerosas concepciones acerca de las matemáticas como una disciplina aislada e instrumental, en la que el alumnado no es más que un sujeto pasivo e imitador de procedimientos. Sin embargo, su enseñanza se apoya en metodologías activas que permiten no solo resolver problemas, sino también conocer el mundo que les rodea. Múltiples matemáticos añaden lo siguiente:

La actividad matemática es así una peculiar fusión de reconocimiento del orden presente en el universo y al mismo tiempo de creatividad, espontaneidad, libertad, belleza. En esto precisamente estriba su valor educativo más profundo, mucho más que en el mero dominio en las destrezas técnicas del oficio (Guzmán, 1995, p. 25).

A partir de esta premisa, las matemáticas se convierten en una disciplina activa, estética e interdisciplinar que posee un gran potencial educativo, porque permite conocer el patrimonio histórico-cultural que rodea al alumnado.

La Villa Romana de la Olmeda es uno de los principales restos del patrimonio romano en la provincia de Palencia, debido a sus famosos mosaicos construidos mediante teselas. En el ámbito matemático, el teselado está vinculado al concepto del plano y al razonamiento espacial, uno de los razonamientos fundamentales que comprende la geometría. Por lo tanto, desde las Matemáticas y las Ciencias Sociales, surge esta propuesta interdisciplinar con la Villa Romana de la Olmeda como principal hilo conductor, con el fin de trabajar el teselado como medio de comprensión del plano y la época romana.

Para su ejecución, el trabajo parte de una serie de objetivos, generales y específicos; una justificación, que defiende el teselado como recurso didáctico; y un marco teórico, que profundiza acerca de la noción del teselado desde el ámbito de las Ciencias Sociales, las Matemáticas y otras áreas. En el siguiente apartado se desarrolla una intervención interdisciplinar, consistente en una situación de aprendizaje adaptada curricularmente a la LOMLOE (2020) y realizada en un aula de 6.º de primaria. Finalmente, tiene lugar un análisis de los resultados, junto con la valoración de su alcance y conclusiones finales.

2. OBJETIVOS

A continuación, se presentan los objetivos generales y específicos correspondientes a la siguiente intervención de enseñanza-aprendizaje:

OG1: Diseñar e implementar una propuesta de intervención que recurra a las teselaciones como herramienta para potenciar el razonamiento espacial del alumnado del tercer ciclo de Educación Primaria.

- OE1.1: Desarrollar actividades que permitan identificar diferentes patrones del plano o conexiones presentes en el contexto cotidiano del alumnado.
- OE1.2: Analizar el nivel de razonamiento espacial del alumnado de 6.º de Educación Primaria.
- OE1.3: Estudiar la respuesta del alumnado ante las tareas, mediante la recogida y exposición de datos.

OG2: Proporcionar un enfoque interdisciplinar de las Matemáticas y las Ciencias Sociales, a partir del uso del mosaico romano.

- OE2.1: Contextualizar la historia Antigua del Imperio Romano, a partir de su arte, vida y costumbres.
- OE2.2: Fomentar la creatividad y el proceso de creación-artística mediante la construcción de mosaicos geométricos y figurativos.
- OE2.3: Concienciar acerca de la importancia de preservar el patrimonio cultural de la ciudad de Palencia.

3. JUSTIFICACIÓN

Durante mi periodo de prácticum, me percaté de que una rama tan importante de las matemáticas como puede llegar a ser la geometría, en múltiples ocasiones, era denigrada o limitada a concepciones simples, donde contenidos tan relevantes como los movimientos y el teselado quedaban relegados a un segundo plano o incluso anecdótico. Pero desde siempre el teselado del plano ha sido un contenido matemático que me ha fascinado. Yo he sido un niño aficionado a la historia y me encontraba en la Villa Romana de la Olmeda cuando por primera vez lo descubrí. Con el tiempo me di cuenta del gran potencial matemático que poseía, pero ningún docente fue capaz de demostrármelo.

El razonamiento espacial constituye uno de los pilares sobre los que se asienta el desarrollo cognitivo del alumnado en las primeras edades. Sin embargo, hoy en día el sentido espacial se ve eclipsado por la supremacía de los sentidos numéricos, de la medida y algebraico, porque presentan una perspectiva más instrumental y propia de las sociedades contemporáneas, donde generar una solución efectiva es más importante que recurrir a un pensamiento relacional y comprensivo, que es el que aborda en mayor medida el currículo de Educación Primaria.

La raíz de este problema yace en el ámbito académico. La educación es un mundo relacional compuesto por múltiples áreas interconectadas; no obstante, las Matemáticas tiende a darse como un bloque de conocimientos aislados, cuando en realidad puede ser el catalizador que permita alcanzar conocimientos propios de otras áreas, a partir de su aprendizaje significativo. Ante esta premisa, el área de Ciencias Sociales permite combinar metodologías ligadas al método inductivo con las de Matemáticas, buscando reforzar relaciones entre áreas y el desarrollo de sus capacidades deductivas e inductivas.

Por lo tanto, el propósito de este trabajo consiste en el planteamiento del teselado como un medio óptimo de trabajar el sentido espacial, para comprender las propiedades geométricas y sus relaciones entre figuras, desarrollando el pensamiento lógico, la identificación de posibles patrones, la resolución de problemas y la creatividad. En consecuencia, fomenta la competencia de reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, el pensamiento computacional, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas de la vida cotidiana. Pero a su vez supone una

alternativa interdisciplinar para trabajar el patrimonio histórico-cultural de Palencia, a partir de conocimientos de la Historia Antigua, con la Villa Romana de la Olmeda como principal hilo conductor. En definitiva, el teselado no solo ayuda a conocer el plano, sino también el mundo que nos rodea y el que nuestros antepasados dejaron atrás.

3.1. RELACIÓN DEL TFG CON LAS COMPETENCIAS DE LA TITULACIÓN

Este documento permite culminar mi formación como docente, mediante el desarrollo de las competencias fundamentales del grado de Educación Primaria.

Primero, favorece la adquisición de la competencia de conocer, participar y reflexionar en el día a día del aula. Esto es posible a partir de una correcta gestión y colaboración entre los diferentes sectores de la comunidad educativa, como es el caso del tutor, con el fin de coordinar una propuesta de intervención que implique diferentes recursos, espacios, tiempo y procedimientos. Por lo tanto, permite al docente identificar, planificar, intervenir y valorar la práctica educativa, garantizando así el control y seguimiento del proceso educativo mediante la ejecución de una serie de técnicas y metodologías inductivas y deductivas. Además, requiere conocer los elementos del currículo, para realizar una programación adecuada al contexto del aula, curso 6.º de primaria, adaptada a las características del alumnado y comprometida con la atención a la diversidad.

Segundo, promueve la comprensión de conocimientos, proporcionando un enfoque multidisciplinar, desde el área de Ciencias Sociales y Matemáticas. Esto permite aplicar los saberes adquiridos durante mi formación, mediante la resolución de problemas. Trabaja el razonamiento espacial, por lo que facilita conocer las características psicológicas del alumnado. Asimismo, el docente es investigador: investiga e innova acerca del teselado en el ámbito educativo, de forma creativa y con espíritu emprendedor; e interpreta la información y los argumentos del alumnado, motivándoles a reflexionar.

Por último, fomenta la competencia de saber hacer, la propuesta implica procesos matemáticos y pensamiento crítico; y el saber ser, el docente es modelo: transmite valores y desarrolla la personalidad del alumnado, mediante la equidad y la inclusión. También requiere de competencias comunicativas y sociales que propicien la comprensión del plano y los términos históricos, y la adquisición de hábitos de autonomía y cooperación.

4. EL TESELADO EN CIENCIAS SOCIALES

Aunque el teselado es un concepto vinculado principalmente al ámbito matemático, desde sus orígenes ha mantenido una estrecha relación con la historia de la Edad Antigua: el Imperio Romano. Este conjunto de conocimientos forma parte del área de Ciencias Sociales y se caracteriza por abarcar un amplio escenario histórico.

4.1. CONTEXTO HISTÓRICO: LA ERA DE ROMA

Los historiadores coinciden en que el gobierno de Roma se divide en tres épocas: la Monarquía, la República y el Imperio. Según Sáinz (2010), la Monarquía surgió en el 753 a. C., año en que Rómulo fundaría Roma, una ciudad-estado localizada en la región del Lacio, gobernada bajo supremacía militar por un Rey, primero latinos y luego etruscos, elegidos por el Senado; la República data del 510-509 a. C., fecha en la que los patricios expulsarían al último rey etrusco, durante esta etapa el poder delegaría en dos cónsules y tendría lugar la gran expansión de Roma por el Mediterráneo; y el Imperio, del 27 a. C. - 476 d. C., dividido en dos fases: el Principado o Diarquía (27 a. C. – 284 d. C.) y el Imperio Absoluto o Autocracia (284 d. C. – 476 d. C.). Ambas fases se caracterizarían por la presencia de un emperador que concentraría el poder político, militar y religioso.

Sin embargo, la llegada oficial del teselado en Roma no tendrá lugar hasta la época de la República, con la conquista del mundo helenístico. «Cuando los romanos conquistaron Grecia y Asia en el transcurso del siglo -II, el mosaico debía de ser común en todo el mundo de habla griego. De aquí pasó a Roma» (García, 1972, p. 156). Durante esta etapa se asentaría el mosaico romano. «Esta palabra viene del latín *mosaicum* y hace referencia a una obra inspirada por las musas» (Gutiérrez y Vela, 2023, p. 10). Tal como señala García (1972), para su construcción recurrían a *tessellae* (del griego *téssara* = cuatro) piedras cúbicas de mármoles de colores, que también podían ser irregulares y circulares.



Figura 1: Forma de las teselas (Gutiérrez y Vela, 2023)

4.1.1. Arquitectura: La Villa Romana de la Olmeda

Los mosaicos eran composiciones lujosas que solo las clases más altas se podían permitir, por ello se localizaban principalmente en los pavimentos de las domus y villas de los patricios. Existen numerosas fuentes históricas que respaldan esta información:

Los más antiguos mosaicos de Italia son los que nos han llegado de Pompeya. Todos obedecen a las diversas corrientes griegas entonces preponderantes. De ellos destaca, con mucho, el famoso de Alejandro. Este decoraba un suelo de la casa de Fauno, una de las más viejas y aristocráticas de Pompeya (García, 1972, p. 159).

Sin embargo, también existen otras fuentes de igual relevancia histórica que se encuentran a miles de kilómetros de la ciudad que un día un gran imperio vio nacer. Un claro ejemplo es la Villa Romana de la Olmeda, un gran bien patrimonial y cultural, localizado en Pedrosa de la Vega, provincia de Palencia. Desde su descubrimiento en 1968, la famosa villa rural del siglo IV ha sido objeto de estudio de numerosos arqueólogos. Como señalan Abásolo y Martínez (2012), «la Olmeda ocupa un lugar destacado en el panorama arqueológico español debido a la existencia de un importante conjunto de mosaicos» (p. 11). No obstante, también destaca por sus numerosas estancias, donde en cada una de ellas se desempeñaba una función específica, lo que a su vez permite conocer en mayor medida el estilo de vida y costumbres romanas. A continuación, se comentan algunas de las secciones más relevantes según Abásolo y Martínez (2012):

- Pars urbana: palacio organizado en torno a un patio central porticado. Entre sus estancias destacan sus peristilos, el vestíbulo y el *oecus*, salón donde el señor de la casa o *dominus* recibía a clientes y familiares. Otras salas son los *cubiculum* o dormitorios y los *procoeton*, residencia de los siervos.
- Baños (*balnea*): se encuentran al oeste, posee un corredor o *palaestra*, *propnigeum* o almacén de combustible. Entre sus zonas se distinguen el *caldarium* (sala caliente), el *sudatorium* (sauna), *tepidarium* (sala templada), una sala de descanso y un *apodyterium* o vestuario.
- Necrópolis: tumba del *dominus*, una sección rectangular descubierta en 2010.

4.1.2. Simbología y costumbres romanas

De acuerdo con Gutiérrez y Vela (2023), los mosaicos de la Olmeda son composiciones figurativas que representan escenas concretas de la cultura romana, como pasajes mitológicos o elementos propios de sus costumbres. El mosaico *oecus* (ver Figura 2) es uno de los más destacados. Representa una cacería de animales exóticos, entre los cuales aparecen leones y perros de caza, mostrando la gran diversidad y romanización del mundo occidental. También predominan mosaicos mitológicos como la leyenda de Aquiles, una narración mitológica que representa el triunfo de los grandes héroes del pasado, y las cuatro estaciones, una composición que permite comprender los grandes lujos de la alta sociedad romana, su jerarquía social, estilo de vida y creencias.



Figura 2: Mosaico *Oecus* (Gutiérrez y Vela, 2023)

Aunque los mosaicos de la Olmeda principalmente son figurativos, también predominan numerosas composiciones protagonizadas por figuras geométricas: cuadrados, triángulos, etc. Todos ellos siguen unos principios de equilibrio y simetría a lo largo del plano. Esta labor es posible gracias a las teselas, pequeños patrones repetitivos que no solo contribuyen al acercamiento de las costumbres romanas, sino también a la geometría, desarrollando contenidos sociales y matemáticos, mientras al mismo tiempo interrelaciona diferentes áreas del currículo de Educación Primaria.



Figura 3: Mosaicos geométricos (Gutiérrez y Vela, 2023)

4.2. RELACIÓN CON EL CURRÍCULO

Según el artículo 18 de la LOMLOE (Ley 3/2020, de 29 de diciembre), el currículo de Educación Primaria de España se distribuye en torno a una serie de áreas orientadas al desarrollo competencial del alumnado, entre ellas se encuentra las Ciencias Sociales. La historia es una disciplina integrada dentro de esta área junto a muchas otras como la geografía, que tal como se establece en el Decreto 38/2022 (p. 48437) está ligada al saber de Sociedades y Territorios.

Por lo tanto, esta disciplina se convierte en un poderoso catalizador del proceso de aprendizaje de los niños desde edades tempranas, debido a su repercusión en su forma de comprender el mundo y fomentar el pensamiento crítico. Dewey (1933) define el pensamiento crítico como «el examen activo, persistente, y cuidadoso de toda creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sostienen y las conclusiones a las que tiende» (p. 8). De acuerdo con múltiples investigadores como Moreno (2018), la enseñanza de la historia permite desarrollar el pensamiento crítico a través de narraciones que presenten los problemas más relevantes de la sociedad, favoreciendo la comprensión y la capacidad de razonamiento y resolución del alumnado.

Existen numerosas metodologías que facilitan su adquisición como el Aprendizaje Basado en Proyectos, la Resolución de problemas, el Aprendizaje y Servicio y el Aprendizaje Basado en el Pensamiento, según quedan recogidos en el Decreto 38/2022. Entre este gran número de estrategias destaca el juego de rol, consistente en generar una determinada situación académica en la que los alumnos han de desempeñar diferentes tipos de funciones conforme a su papel, donde cada rol posee ciertas habilidades y conocimientos específicos que permiten diversificar la actividad y trabajar en equipo. Según los resultados del experimento didáctico realizado por Carbó y Pérez (2010), una ambientación adecuada proporciona al juego de rol una mayor utilidad didáctica para la enseñanza histórica. En consecuencia, la combinación del juego de rol y el teselado puede facilitar el aprendizaje de la historia.

5. EL TESELADO EN MATEMÁTICAS

El teselado es un concepto matemático que aparece en gran medida a lo largo del currículo de Educación Primaria. Sin embargo, su consolidación ha sido larga y duradera, siendo en los últimos siglos cuando realmente se ha abordado su auténtico potencial.

5.1. FUNDAMENTOS HISTÓRICOS

Desde sus orígenes, el teselado ha estado estrechamente vinculada a otro concepto matemático: el plano, el medio sobre el que se construye la geometría, un espacio que alberga 2 dimensiones con infinitos puntos y rectas, y una amplitud total de 360° , resultado del sistema sexagesimal de la civilización babilónica. Según Mata (1994), los babilonios en sus antiguas tablas astronómicas utilizaban el arco de un grado como unidad de medida, por lo que se dividía el círculo en 360° , porque aproximadamente creían que había 360 días. Además, tenían un sistema para medir los ángulos, cada grado se dividió en 60 minutos y a su vez cada minuto en 60 segundos.

No fue hasta los estudios de Kepler en 1619, con su obra *Harmonices Mundi*, que el teselado comenzó a tomar cierta relevancia en el panorama matemático. Alatorre (2018) traduce del latín cómo Kepler explica en su obra la congruencia del plano: «La congruencia es perfecta cuando los ángulos de las figuras que se juntan lo hacen de igual manera en todos los puntos de encuentro, por lo tanto, todos los puntos de encuentro son similares y el patrón de estos puntos puede continuarse indefinidamente».

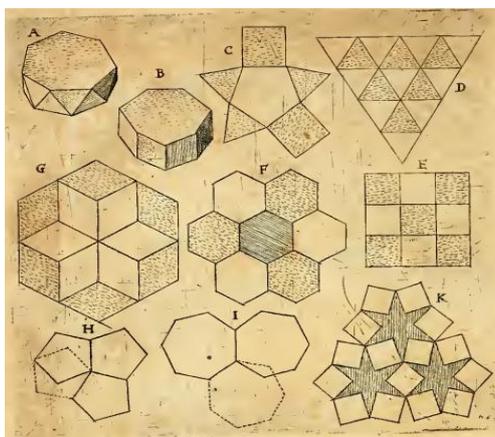


Figura 4: Harmonices Mundi (Kepler, 1619)

Cuando estos patrones se repiten constantemente formando figuras poligonales, tiene lugar un proceso de recubrimiento del plano que se rige bajo una serie de parámetros y condicionantes implícitos que permiten la congruencia perfecta de la que Kepler habla. A partir de esta premisa, siglos después, Penrose (1989) afirmó lo siguiente:

Como ejemplo final de un problema matemático que es no recursivo, consideremos la cuestión del recubrimiento del plano euclidiano con formas poligonales, en donde se nos da un número finito de formas diferentes y se pregunta si es posible recubrir completamente el plano, sin huecos ni solapamientos, con el mero empleo de estas formas. Una disposición de formas semejante se denomina una teselación del plano (p. 124).

Por lo tanto, aunque hayan pasado cientos de años desde Kepler hasta Penrose, ambos llegaron a la conclusión de que el teselado es un medio de definir el plano y el espacio, y al mismo tiempo de determinar sus propiedades.

5.1. FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

La geometría es una disciplina que estudia las propiedades y magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio (RAE, 2024). Pero también supone la base sobre la que se desarrolla la acción de teselar. Según Segovia et al (2011), teselar consiste en el cubrimiento de una superficie plana, a partir de la repetición de figuras geométricas, sin presentar huecos ni solapamientos. Para cumplir este requisito es fundamental conocer las propiedades y características de los elementos geométricos.

5.1.1. Ángulos

El teselado es una cuestión de ángulos. Mitchelmore y White (2000) proporcionan 3 definiciones distintas para este concepto: «región que comprende la intersección de 2 semiplanos; magnitud de rotación alrededor de un punto entre 2 líneas; y amplitud de un par de semirrectas que comparten un punto de origen común» (p. 209). Cada una de ellas otorga una mayor transcendencia a las diferentes facetas del ángulo dependiendo del contexto, ya sea como abertura, giro o región, garantizando su dominio abstracto.

Según Segovia et al. (2011), 2 semirrectas que tienen el mismo punto de origen determinan 2 semiplanos y al prolongarlas una queda en una parte cóncava, mide más de 180° o π radianes, y otra convexa, que mide menos de 180° o π radianes, determinando

que haya polígonos cóncavos o convexos. Dentro de esta clasificación existen diferentes tipos de ángulos según su amplitud. Se denomina ángulo recto aquel que mide 90° ; agudo, menor que un ángulo recto; y obtuso, mayor de 90° y menor de 180° . Además, si mide 180° se considera ángulo llano y si mide 360° completo.

5.2.2. Polígonos

Es cada uno de los motivos geométricos repetidos que compone el teselado. En los mosaicos predominan polígonos simples, definidos por Segovia et al. (2011) como aquellas figuras del plano delimitadas por una poligonal cerrada y simple. En cuanto a su clasificación, Carrillo et al. (2016) plantean la siguiente a partir de sus lados y ángulos:

- Cuadriláteros: son aquellos que poseen 4 lados y consecutivamente 4 vértices y 4 ángulos. Tradicionalmente se diferencia entre paralelogramos, cuyos lados opuestos son paralelos: cuadrado y rectángulo (énfasis en las desigualdades de los lados), rombo y romboide (énfasis en los ángulos); y no paralelogramos, lados opuestos no son paralelos: trapecio y trapezoide.
- Triángulos: son aquellos que poseen 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos. Se diferencian entre isósceles, tiene 2 lados iguales; equilátero, 3 lados iguales; y escaleno, 3 lados desiguales. Respecto a sus ángulos, pueden ser acutángulos, todos sus ángulos son agudos; rectángulo, un ángulo recto y obtusángulo, un ángulo obtuso.
- Resto de polígonos: polígonos que no son cuadriláteros ni triángulos. Segovia et al. (2011), señalan que son nombrados mediante prefijos griegos por su número de lados. Por ejemplo, el pentágono, 5 lados; el hexágono, 6; el heptágono, 7, etc. Se denomina regulares a aquellos que poseen todos los lados y ángulos iguales, e irregulares a los que no cumplen una de las 2 propiedades o ambas.

Aunque en la mayor parte de teselados se recurre a polígonos convexos, los polígonos cóncavos también pueden teselar el plano; siempre que cumplan la siguiente condición: la suma de los ángulos interiores de los diferentes polígonos coincidentes en un mismo vértice debe de ser 360° .

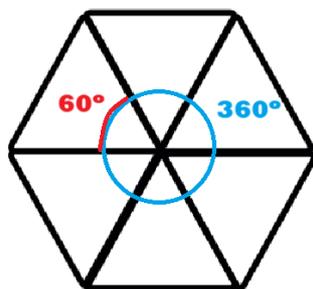


Figura 5: Suma de 360° de un mismo polígono en un mismo vértice (elaboración propia)

Ante esta premisa, Podestá (2022) afirma que los griegos fueron los primeros en hallar el motivo tras esta relación: partiendo de P_n , un polígono de n lados, este se divide en n triángulos, todos con vértice en el centro del polígono. Si cada triángulo suma 180° y si hay n triángulos, la suma de los ángulos equivale a $180^\circ \cdot n$. Todos los triángulos son congruentes en el centro del polígono, teniendo cada uno un ángulo en común que si lo suman equivale a 360° , un círculo completo. Sin embargo, esos 360° no forman parte de los ángulos interiores del polígono, por lo que hay que restar 360° a la suma total de ángulos.

$$\text{Suma de ángulos interiores} = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$$

En el caso particular de que sean polígonos regulares, todos sus ángulos son iguales, por lo que, si se simplifica y se divide la suma de ángulos interiores entre n , se obtiene la medida de cada ángulo interior, llegando a la siguiente ecuación:

$$\alpha_{\text{interior}}(P_n) = \left(\frac{180^\circ \cdot n - 360^\circ}{n} \right) = \frac{180^\circ (n - 2)}{n}$$

Consecuentemente el ángulo exterior de P_n equivale a 360° que es la suma de todos los ángulos exteriores que definen el plano dividido entre n .

$$\alpha_{\text{exterior}}(P_n) = 360^\circ - \left(\frac{(n - 2) \cdot 180^\circ}{n} \right) = \frac{360^\circ}{n}$$

Finalmente, Podestá (2022) concluye en que «si k es el número de polígonos congruentes a P_n coincidentes en un vértice, entonces debemos tener:

$$k = \frac{2n}{n-2} \gg (\text{p. 37}).$$

Esta ecuación solo permite 3 soluciones enteras $(k, n) = (6, 3)$, $(k, n) = (4, 4)$ y $(k, n) = (3, 6)$, representando los 6 triángulos, los 4 cuadrados y los 3 hexágonos por vértice. Por lo tanto, si se simula la construcción de un tramo de teselado a partir de triángulos equiláteros, cada ángulo de un triángulo equilátero es de 60° y al coincidir 6 triángulos en un mismo vértice, la suma de ángulos interiores en ese vértice es de 360° ; lo mismo ocurre con los cuadrados, en los que cada ángulo interior es de 90° , por lo que, al coincidir 4 cuadrados en cada vértice, la suma de los ángulos interiores de ese vértice es de 360° ; y también con los hexágonos regulares, cada ángulo mide 120° , y al coincidir 3 hexágonos en un mismo vértice, la suma es de 360° . En definitiva, solo aquellos polígonos que poseen un ángulo interior cuyo valor es divisor de 360° pueden teselar el plano.

5.2.3. Tipos de teselados

Se denomina teselado poligonal a aquellas teselaciones formadas por polígonos. Según el tipo de polígonos, Segovia et al. (2011) diferencian los siguientes tipos de teselados:

- Teselado regular: composiciones uniformes formadas por cuadrados, triángulos equiláteros y hexágonos regulares. Sin embargo, existen casos en los que se recurre a una misma figura regular, pero proporcionándole diferentes tamaños, que Podestá (2022) denomina *teselado pitagórico*, (ver figura 6) al estar formado por cuadrados de diferentes tamaños y posiciones.

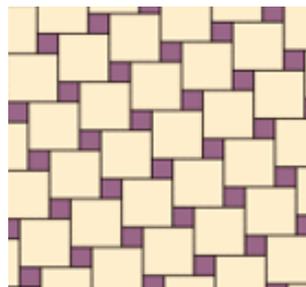


Figura 6: Teselado pitagórico (Baelde, 2012)

- Teselado semirregular: combinaciones formadas por varios tipos de figuras regulares. Aunque Segovia et al. (2011) señalan que solo existen 8 posibles combinaciones, Podestá (2022) afirma que algunas pueden llegar a considerarse un tipo propio, como el *snubtiling* (teselado del desaire), que recurre a cuadrados y triángulos equiláteros, y el teselado rombitrihexagonal, que utiliza triángulos equiláteros, cuadrados y hexágonos regulares.

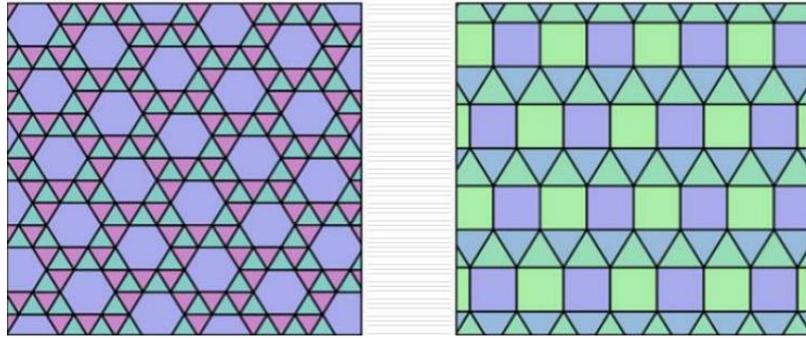


Figura 7. Teselados semirregulares (Linnane, 2014)

- Teselado irregular: combinación de polígonos irregulares capaces de teselar el plano. Por ejemplo, el pentágono regular no puede teselar el plano, al poseer un ángulo interior de 108° y no ser divisor de 360° , mientras que el irregular sí lo puede hacer, al sumar en el vértice coincidente 360° . Segovia et al. (2011) proporcionan el ejemplo del teselado de «El Cairo», que está compuesto por pentágonos de lados iguales, pero de ángulos diferentes. Su principal característica es que los pentágonos se combinan formando hexágonos irregulares.

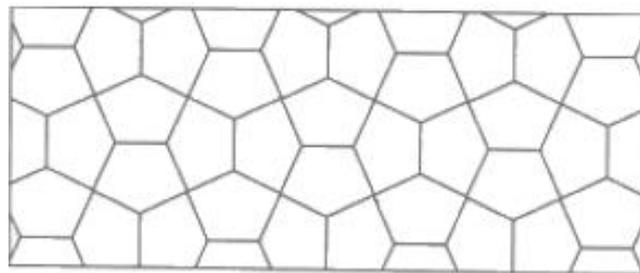


Figura 8: Mosaico de «El Cairo» (Segovia et al., 2011)

5.2.4. Isometrías

Múltiples matemáticos, entre ellos Galán y Rodríguez (2013), afirman que la acción de teselar proviene de un amplio proceso de iteración denominado isometría que la RAE (2024) define como «la relación entre 2 figuras que mantienen la distancia entre los puntos correspondientes». En consecuencia, mantienen la forma y el tamaño. Según Segovia et al. (2011), se dan 3 tipos de isometrías o movimientos en el plano:

5.2.4.1. Traslaciones

Como se muestra en la figura 9, la traslación consiste en el desplazamiento de los puntos del plano en una dirección fija, a partir de un vector libre que otorga dirección, sentido y longitud al movimiento. Según Carrillo et al. (2016), se denomina traslación del vector v a «la transformación del plano en sí mismo tal que, para todo punto P del plano de un mosaico, el punto P' es la imagen de P por dicha traslación si $PP' = v$ ». Como resultado de este proceso, «si a una figura la sometemos a traslaciones en una sola dirección obtenemos los frisos, y si la sometemos a dos traslaciones de direcciones distintas se obtienen los mosaicos». (Godino y Ruíz, 2002).

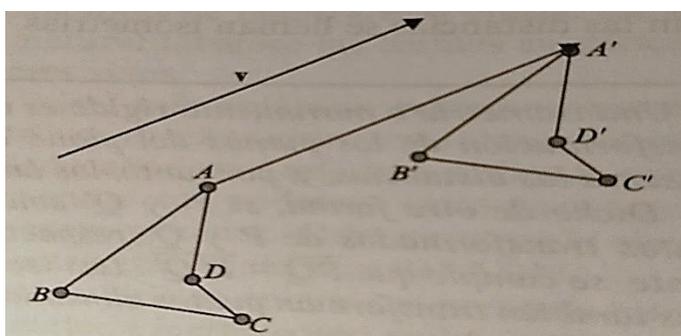


Figura 9: Traslaciones (Segovia et al, 2011)

5.2.4.2. Simetrías

Término que Godino y Ruíz (2002) definen como:

El movimiento rígido del plano que se produce fijando una recta r del plano y hallando para cada punto P otro punto P' de tal manera que la recta r es mediatriz del segmento PP' . Esto quiere decir que r es perpendicular a PP' y que pasa por el punto medio del segmento PP' (p. 531).

Dentro de este tipo se dan las simetrías en deslizamiento como se puede observar en la figura 10d, que es el resultado de una simetría y una traslación al vector paralelo al eje de la figura.

5.2.4.3. Giro

Según Segovia et al. (2010), un giro o rotación es una isometría directa determinada por punto fijo del plano O y un ángulo orientado α . Por lo tanto, el giro $G(O, \alpha)$ de centro O y ángulo de giro α equivale a la transformación del plano en la que un punto cualquiera P se transforma en otro punto P' de manera que la distancia de los puntos P y P' al punto O es la misma: $\overline{OP} = \overline{OP'}$ y, además, el ángulo formado por $POP' = \alpha$. Godino y Ruíz (2002) enfatizan que el giro es positivo cuando se realiza en el sentido contrario a las agujas del reloj y negativo cuando se hace en el sentido de las agujas del reloj (ver figura 10b).

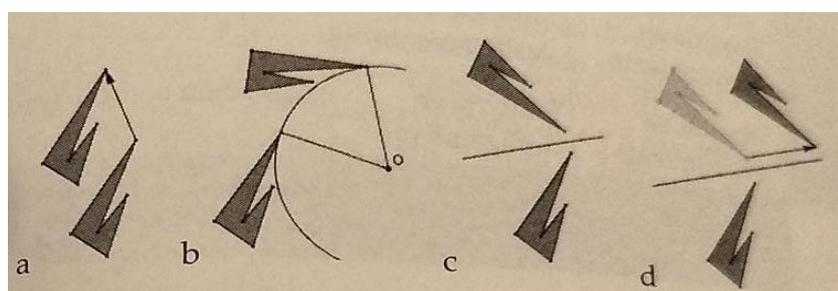


Figura 10: Isometrías (Carrillo et al, 2016, p 261)

5.3. FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS: LOS NIVELES DE VAN HIELE

Van Hiele (1986, citado en Carrillo et al, 2016, p. 39) fue uno de los primeros matemáticos en percatarse de que el razonamiento espacial de los niños variaba a lo largo de las diferentes etapas de su vida, debido a su desarrollo cognitivo. Durante sus investigaciones, concluyó en que existen diferentes niveles de pensamiento a la hora de resolver los problemas de geometría.

5.3.1. Nivel 1: Reconocimiento

En esta etapa, el alumnado se caracteriza por presentar una percepción global de las figuras geométricas, por lo que no identifica de forma específica cada una de sus partes. Además, al definir figuras sus descripciones se basan en propiedades físicas y visuales de poca relevancia, como la posición, el tamaño y el color; y las clasifican de acuerdo con su nombre o apariencia. Tampoco generalizan, sino que consideran los elementos de forma individual, ni demuestran propiedades.

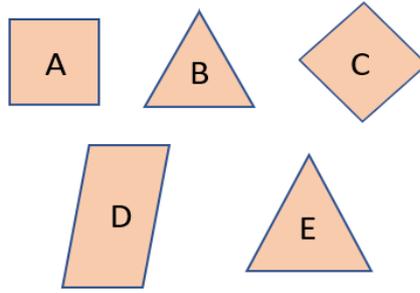


Figura 11: Van Hiele, nivel 1 (elaboración propia)

Por ejemplo, en los dos siguientes casos se puede llegar a la conclusión de que el niño se encuentra en un nivel 1 de razonamiento geométrico:

- 1) «La figura C es un rombo porque está girado». Por lo tanto, identifica a la figura por su posición.
- 2) «La figura B es un triángulo, porque se parece a un trozo de pizza». Aunque la identificación no es la adecuada, asocia por la similitud global de las formas el triángulo con el sector circular.

5.3.2. Nivel 2: Análisis

Se caracteriza por identificar a las figuras de forma explícita, citando sus partes y propiedades, pero sin establecer relaciones matemáticas entre ellos. Además, al definir las proporciona un listado de propiedades aprendidas de memoria, clasificándolas de forma generalizada en grupos disjuntos, a partir de alguna propiedad matemática, que demuestra desde un razonamiento empírico y apoyado en la manipulación de ejemplos.

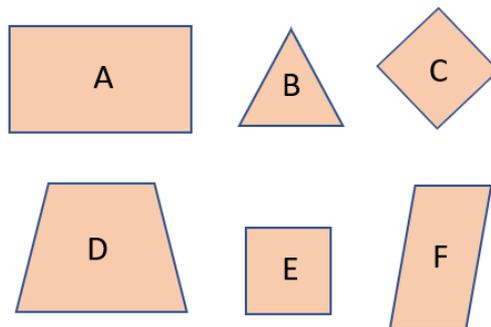


Figura 12: Van Hiele, nivel 2 (elaboración propia)

Por ejemplo, en los dos siguientes casos se puede llegar a la conclusión de que el niño se encuentra en un nivel 2 de razonamiento geométrico:

- 1) «Las figuras A, C, D, E y F son cuadriláteros porque tienen 4 lados y a la figura B un triángulo, porque tiene 3 lados». Clasifica a las figuras en grupos disjuntos porque conoce la propiedad del número de lados.
- 2) «La figura B es un triángulo, porque he medido los ángulos con un transportador y miden 60° cada uno, en total 180° , por lo que es un triángulo». Recurre a la manipulación para demostrar propiedades.

5.3.3. Nivel 3: Clasificación

El alumnado situado en este nivel, a diferencia del 2, se caracteriza por relacionar las diferentes partes y propiedades de las figuras para poder llegar a establecer definiciones, a partir de sus elementos característicos. En cuanto a la clasificación, realiza distinciones lógicas de familias de objetos matemáticos, mediante clasificaciones disjuntas e inclusivas, utilizando correctamente las partículas lógicas habituales. También comienzan a desarrollar pequeñas demostraciones aplicando la deducción abstracta, el razonamiento lógico y la manipulación.

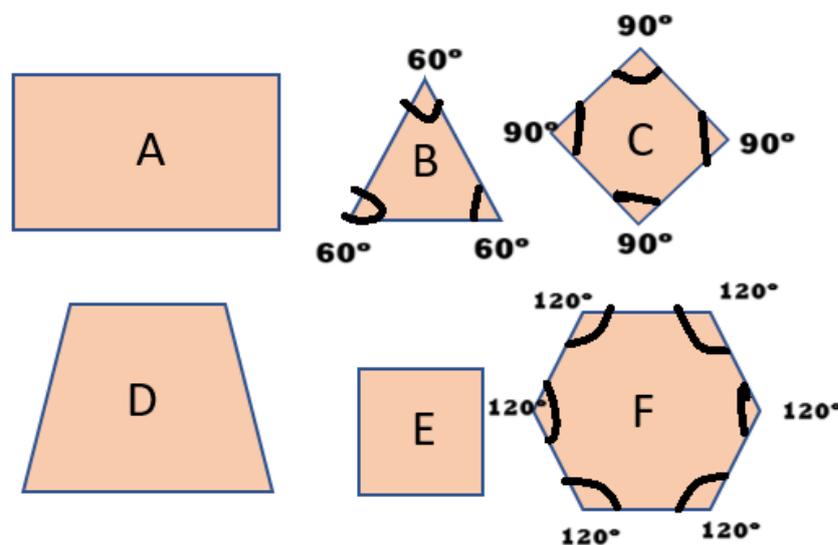


Figura 13: Van Hiele, nivel 3 (elaboración propia)

Por ejemplo, en los dos siguientes casos se puede llegar a la conclusión de que el estudiante se encuentra en un nivel 3 de razonamiento geométrico:

- 1) «La figura C es un cuadrado, pero como también puede definirse rombo como paralelogramo con 4 lados iguales, la figura también es un rombo».

- 2) «La figura F es un hexágono regular, porque tiene 6 lados, con ángulos interiores de 120° ». También es consciente de que un hexágono está formado por 6 triángulos equiláteros como la figura B, por lo que al sumar los ángulos interiores de un triángulo sin contar con el central suman 120° , amplitud coincidente con los ángulos interiores del hexágono, y al multiplicarlo por 6 equivale a 720° la suma de los ángulos interiores del hexágono.

5.3.4. Nivel 4: deducción formal

Parte del razonamiento deductivo y la estructura axiomática de las matemáticas. En este nivel el individuo recurre a demostraciones formales, explicadas paso a paso, y entiende que pueden existir varias definiciones equivalentes (o no) para un mismo concepto.

5.4. RELACIÓN CON EL CURRÍCULO

El área de Matemáticas es una de las principales áreas troncales que componen el actual currículo de Educación Primaria, según queda dictaminado por la LOMLOE (2020).

Dentro de sus numerosos conocimientos, engloba diferentes disciplinas como es el caso de la geometría, que múltiples autores como Ballester y Gamboa (2010) argumentan que es fundamental en la formación académica y cultural del alumnado, al desarrollar el razonamiento lógico y deductivo, así como la intuición, resolución de problemas y representación. Sin embargo, en el ámbito académico la geometría con el paso del tiempo se ha quedado olvidada. Según las investigaciones de Abrate et al. (2006), se limita principalmente a actividades cerradas, prototípicas que no invitan a la reflexión y ligadas al razonamiento algorítmico, con escasez de procedimientos heurísticos.

Ante estas circunstancias, el currículo de Educación Primaria de España tiene el objetivo de desarrollar los 6 sentidos matemáticos básicos que garantizan el dominio de las capacidades de los niños en distintos contextos lógico-matemáticos. Entre ellos se encuentra el sentido espacial, al que la geometría se vincula particularmente, y como indica el Decreto 38/2022 «es fundamental para comprender y apreciar los aspectos geométricos del mundo. Está constituido por la identificación, representación y clasificación de formas, el descubrimiento de sus propiedades y relaciones, la descripción de sus movimientos y el razonamiento con ellas» (p. 48735).

Desde una perspectiva competencial, el sentido espacial favorece el desarrollo de las 8 competencias específicas que conforman el área de Matemáticas, en mayor medida las 4 primeras que aparecen mencionadas en la LOMLOE (2020): uno, interpretar situaciones de la vida cotidiana; dos, resolver situaciones problematizadas; tres, explorar, formular y comprobar conjeturas sencillas; y cuatro, utilizar el pensamiento computacional (véase relación del pensamiento computacional con el currículo en 6.1.). Por lo tanto, es fundamental el desarrollo de metodologías que faciliten su adquisición: «Las técnicas principales que se deberían utilizar en esta área son el estudio de casos, la resolución de problemas, la demostración, el descubrimiento, el estudio dirigido o representación de roles» (Decreto 28/2022, p. 48737). En definitiva, recurre a métodos activos en los que el alumnado es el principal agente del proceso de aprendizaje, apoyándose en la deducción para favorecer el desarrollo de estrategias, procedimientos y manipulación de materiales, como es el caso del teselado mediante pattern blocks.

6. EL TESELADO EN OTRAS ÁREAS

El teselado se encuentra presente en numerosos contenidos transversales del currículo y ámbitos de la vida cotidiana.

6.1. PENSAMIENTO COMPUTACIONAL Y RELACIÓN CON EL CURRÍCULO

Aunque se trata de uno de los 6 sentidos que conforma el área de Matemáticas, el pensamiento computacional es fundamental para el teselado del plano y el resto de áreas. Wing (2006) fue la principal figura en consolidar el término en el panorama internacional, definiéndolo como «un conjunto de habilidades que permiten resolver problemas, diseñar sistemas y comprender el comportamiento de los seres humanos, basándose en los conceptos fundamentales de la informática» (p. 33). Así, desde las ciencias computacionales, contribuye al desarrollo progresivo del pensamiento lógico-matemático y la automatización de tareas en numerosos contextos cotidianos.

Según Calvo et al. (2022), el pensamiento computacional involucra un amplio número de competencias fundamentales y transversales para el desarrollo del alumnado:

- Cognitivas: adquisición de vocabulario técnico que facilite la comunicación.
- Instrumentales: involucra los pasos necesarios para descomponer un problema real, mediante la representación, identificación y evaluación de datos.
- Actitudinales: motivación por la claridad, sencillez y eficiencia.
- Transversales: capacidad de autoorganización, planificación, análisis y síntesis.

En consecuencia, en un contexto como el teselado, el pensamiento computacional constituye una alternativa con gran potencial educativo, al facilitar la identificación y abstracción de patrones, garantizando el diseño de un producto final. Sin embargo, de acuerdo con las investigaciones realizadas por Bueno et al. (2022), existe un desconocimiento generalizado sobre este tema entre los estudiantes de las facultades de educación, asociándose al uso de dispositivos tecnológicos. Ante esta situación, el Decreto 38/ 2022 determina que el pensamiento computacional es una capacidad más esencial que nunca en esta sociedad, porque permite lograr que lo aprendido funcione en tiempo real, generando nuevos productos, desde lo general a lo particular, basados en el uso del lenguaje técnico y la programación de patrones.

6.2. EXPRESIÓN ARTÍSTICA Y RELACIÓN CON EL CURRÍCULO

El mosaico consiste en un medio interdisciplinar de explotar la creatividad del alumnado. A lo largo de la historia ha sido considerada una fuente artística destinada a satisfacer las necesidades estéticas humanas. Ya fuese a partir de motivos geométricos o abstractos, numerosos fueron los artistas que lo perfeccionaron, siendo el artista holandés M. C. Escher su máximo exponente. Según Cadena et al. (2018), «su correspondencia geométrica ha sido muy útil a la hora de estudiar las distintas propiedades de una figura geométrica» (p. 194). Escher recurría a polígonos como base de sus obras (ver figura 14), creando mosaicos a partir de giros, traslaciones o simetrías de un motivo inicial.



Figura 14: Lizards (Escher, 1942)

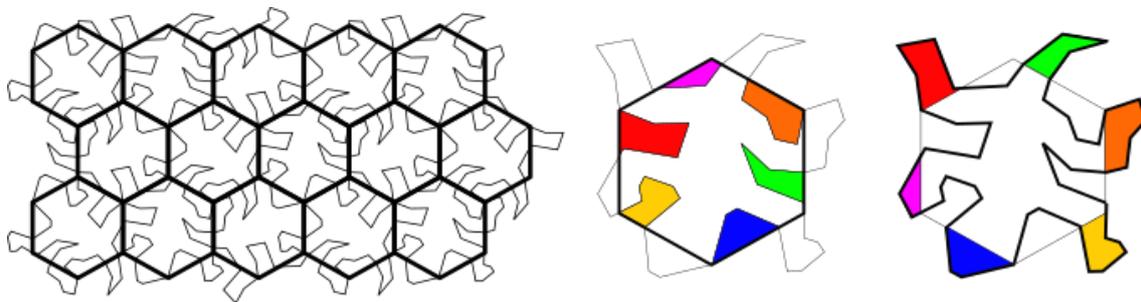


Figura 15: Las salamandras de Escher (MMACA, 2023)

Como se muestra en la figura 15, Escher partió de un hexágono al cual sometió a una traslación y un conjunto de giros de algunas partes para quitarlas del interior y llevarlas al exterior para generar el contorno de una salamandra, patrón base de su composición. Aunque la posición de sus puntos cambie, sigue manteniendo el mismo área, por lo que el autor trasladó y rotó de forma repetida el patrón, con el fin de que se solapase las unas con las otras y teselasen el plano. Por lo tanto, Escher aprovechó las características del plano para generar mosaicos geométricos y figurativos.

De acuerdo con la LOMLOE (2020), es fundamental proporcionar un enfoque interdisciplinar que garantice una educación de inclusión y calidad. La creatividad es uno de los principales ejes transversales que permite alcanzar este objetivo. Según la presente ley debe ser trabajada en todas las áreas, desarrollando el proceso de creación-artística. Hilden et al. (2012) afirman que la labor de los mosaicos de M. C. Escher puede ayudar a ilustrar la concepción del teselado matemático, consistiendo en una alternativa para trabajar la traslación, la rotación y la simetría; demostrando que las Matemáticas también poseen un gran potencial artístico y motivador.

7. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

El diseño de la siguiente propuesta de intervención tiene el objetivo de poner en práctica todos los fundamentos teóricos analizados en el apartado anterior. Su desarrollo parte de la siguiente situación de aprendizaje, un término que aparece por primera vez mencionado en el Artículo 2 del Real Decreto 157/2022, definido como «el conjunto de situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas y que contribuyen a la adquisición y desarrollo de las mismas».

El título de la situación es «Los Mosaicos de la Olmeda» y tiene el cometido de crear un mosaico como producto final, convirtiéndose en una herramienta óptima para transmitir la enseñanza del teselado del plano, garantizando una educación de inclusión y de calidad. Con el fin de lograr dicho objetivo, se toma como referencia la estructura del currículo, recogida en el actual marco legislativo, LOMLOE (2020).

7.1. CONTEXTO

Esta intervención tuvo lugar en el CEIP Sofía Tartilán, un centro público localizado en el noroeste de la ciudad de Palencia, en concreto, en el Barrio de San Juanillo, un barrio periférico habitado por la clase trabajadora y un porcentaje moderado de etnias y población migrante. El colegio se caracteriza por impartir enseñanza bilingüe y ser línea 3 en todos los cursos, salvo en 3.º de primaria donde dispone de línea 4, convirtiéndose así en el colegio público con mayor número de alumnado matriculado en toda la ciudad, ascendiendo la cifra a 634 alumnos.

La clase en la que se desarrolló la propuesta fue la de 6.º A, que posee un total de 24 alumnos, 11 niñas y 13 niños, con una edad promedio entre 11 y 12 años. Se trata de un aula muy espaciosa lo que facilita la movilidad del alumnado y el cambio de agrupamientos. Además, posee un rincón TIC, con portátiles y una pizarra digital.

En cuanto al grupo, se caracteriza por presentar un buen rendimiento académico y alta motivación, lo que les lleva a veces a ser ruidosos. Además, se encuentran en una etapa de grandes cambios por la pubertad: a nivel cognitivo, mejoran en la resolución y creación de problemas; y a nivel social, adquieren autonomía. También se caracterizan por

presentar gran curiosidad e interés acerca de la historia. Por lo tanto, este es el punto de partida de la propuesta de intervención: un alumno había visitado la Villa romana de la Olmeda y se quedó fascinado por los mosaicos, preguntando a los docentes: ¿cómo los romanos fueron capaces de crearlos? Lo que llevó a esta situación de aprendizaje.

7.2. TEMPORALIZACIÓN

La temporalización de «Los Mosaicos de la Olmeda» se desarrolla a finales del 2.º trimestre, del 7 al 11 de abril del curso 2024-2025. Consta de un total de 5 sesiones, una sesión por día, de una hora de duración cada una, empleadas en las sesiones de Ciencias Sociales y Matemáticas. Para comprender la organización temporal de esta propuesta, véase el cronograma en anexo 11.3.

7.3. OBJETIVOS DE ETAPA

De acuerdo con el RD 157/2022, el desarrollo de una situación de aprendizaje debe contribuir a la adquisición de unos objetivos de etapa a lo largo de la etapa escolar. A continuación, aparecen ordenados según su grado de relevancia en esta propuesta:

g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

h) Conocer los aspectos fundamentales de las Ciencias de la Naturaleza, las Ciencias Sociales, la Geografía, la Historia y la Cultura.

b) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.

j) Utilizar diferentes representaciones y expresiones artísticas e iniciarse en la construcción de propuestas visuales y audiovisuales.

7.4. OBJETIVOS DIDÁCTICOS

La siguiente situación de aprendizaje presenta los siguientes objetivos didácticos:

- Identificar diferentes patrones y relaciones entre figuras geométricas en el plano.

- Conocer las propiedades del plano y las figuras geométricas.
- Crear mosaicos mediante la repetición de isometrías en el plano.
- Desarrollar el pensamiento computacional.
- Conocer la Villa Romana de la Olmeda: contexto, principales características, religión, cultura y costumbres.
- Participar en equipo mediante la interacción oral.

7.5. SABERES

Tabla 1: Saberes de la situación de aprendizaje (seleccionados del Decreto 38/2022)

ÁREA	SABERES
MATEMÁTICAS	A. Sentido numérico
	3. Sentido de las operaciones: Elaboración y uso de estrategias de cálculo mental con números naturales, fracciones y decimales aplicándolas a la resolución de problemas.
	B. Sentido de la medida
	1. Magnitud. – Unidades convencionales del Sistema Métrico Decimal (longitud y superficie), tiempo y grado (ángulos) en contextos de la vida cotidiana: selección y uso de las unidades adecuadas. 2. Medición. – Instrumentos (analógicos) y unidades adecuadas para medir longitudes, objetos, ángulos y tiempos: selección y uso. – Operaciones con medidas de magnitudes. 3. Estimación y relaciones. – Estimación de medidas de ángulos por comparación.

C. Sentido espacial

1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones

- Figuras geométricas en objetos de la vida cotidiana: identificación y clasificación atendiendo a sus elementos y relaciones entre ellos.
- Vocabulario geométrico: descripción verbal de los elementos y las propiedades de figuras geométricas.
- Propiedades de figuras geométricas: exploración mediante materiales manipulables.
- Los ángulos y sus elementos. Tipos de ángulos. Comparación y clasificación.

2. Localización y sistemas de representación

- Localización y desplazamientos en planos

3. Movimientos y transformaciones

- Transformaciones mediante giros, traslaciones y simetrías en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras transformadas, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.
- Semejanza en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras semejantes, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.

4. Visualización, razonamiento y modelización geométrica.

- Las ideas y las relaciones geométricas en el arte, las ciencias y la vida cotidiana.

D. Sentido algebraico

1. Patrones

	<p>– Creación de patrones recurrentes a partir de regularidades o de otros patrones utilizando números, figuras o imágenes.</p> <p>4. Pensamiento computacional</p> <p>– Estrategias para la interpretación, formulación, modificación y creación de algoritmos sencillos representaciones computacionales, programación por bloques, robótica educativa...).</p>
	<p>E. Sentido socioafectivo</p>
	<p>1. Creencias, actitudes y emociones propias</p> <p>– Flexibilidad cognitiva, adaptación y cambio de estrategia en caso necesario. Valoración del error como oportunidad de aprendizaje.</p> <p>2. Trabajo en equipo, inclusión, respeto y diversidad.</p> <p>– Respeto por las emociones y experiencias de los demás.</p>
<p>CCSS</p>	<p style="text-align: center;">F. Sociedades y territorios</p> <p>3. Sociedades en el tiempo</p> <p>– Temas de relevancia en la Historia Antigua, el papel representado por los sujetos históricos, acontecimientos y procesos. Características sociales, políticas, económicas y culturales en la Edad Antigua.</p> <p>– El patrimonio natural y cultural. Los espacios protegidos, culturales y naturales. El legado cultural romano en Castilla y León.</p> <p><i>*Conviene hacer un breve inciso en los saberes de este apartado de CCSS, pues se tratan de saberes curriculares propios de 4.º de primaria, pero a lo largo del curso escolar en el grupo de 6.º A se ha desarrollado varias situaciones de aprendizaje con la Historia Antigua como principal temática, otorgando al currículo un sentido de continuidad y progresión entre etapas escolares.</i></p>

7.6. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS

Según el Decreto 38/2022, las competencias específicas determinan el grado de desempeño del alumnado en el desarrollo de actividades mediante la aplicación de saberes básicos, garantizando así la adquisición de las competencias clave a lo largo de la etapa escolar. A continuación, se muestran por áreas las principales competencias específicas de esta situación de aprendizaje:

Matemáticas

1. Interpretar situaciones de la vida cotidiana, proporcionando una representación matemática de las mismas mediante conceptos, herramientas y estrategias, para analizar la información más relevante.

Principalmente desarrolla la competencia clave en competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería al involucrar conceptos y procedimientos matemáticos esenciales para comprender las características del plano y cómo este puede llegar a ser teselado. Pero esta propuesta también posee una base pragmática cuyo objetivo es proporcionar a las matemáticas una funcionalidad para conocer el entorno del alumnado y fomentar su competencia emprendedora, al jerarquizar y analizar la información con un propósito.

2. Resolver situaciones problematizadas, aplicando diferentes técnicas, estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder, obtener soluciones y asegurar su validez desde un punto de vista formal y en relación con el contexto planteado.

El teselado presenta un formato diferente de resolución de problemas al que el alumnado está acostumbrado a trabajar en el aula, recurriendo a una serie de estrategias o herramientas que permiten reforzar el razonamiento espacial del alumnado.

4. Utilizar el pensamiento computacional, organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, generalizando e interpretando, modificando y creando algoritmos de forma guiada, para modelizar y automatizar diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Aunque el pensamiento computacional se trate de una habilidad vinculada originalmente a la competencia digital; las Matemáticas también favorecen el razonamiento espacial del alumnado mediante la repetición de instrucciones, debido a que los mosaicos se construyen a partir de la repetición de isometrías. Para su correcta ejecución, es fundamental adquirir un vocabulario matemático que permita expresar patrones y procedimientos, por lo que depende en gran medida de la competencia lingüística.

5. Reconocer y utilizar conexiones entre las diferentes ideas matemáticas, así como identificar las matemáticas implicadas en otras áreas o en diversas situaciones de la vida cotidiana, interrelacionando conceptos y procedimientos, para interpretar situaciones y contextos diversos.

El teselado del plano permite reconocer patrones en numerosos contextos, como los mosaicos, que constituyen un recurso interdisciplinar que permite realizar conexiones entre diferentes áreas, como las Matemáticas con las Ciencias Sociales e incluso la Educación Plástica y Visual, desarrollando conceptos y competencias propias de otras áreas, como la competencia en conciencia y expresión culturales.

7. Desarrollar destrezas sociales, reconociendo y respetando las emociones, las experiencias de los demás y el valor de la diversidad y participando activamente en equipos de trabajo heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.

La competencia personal, social y de aprender a aprender fomenta el trabajo individual, mediante el desarrollo de la autonomía; y en parejas y grupo, a partir del trabajo cooperativo, con el propósito de llegar a acuerdos y aprender a trabajar en equipo. Ante esta premisa, el juego de rol es clave para alcanzar todos los objetivos didácticos mediante la interacción oral y el diálogo. En definitiva, promueve la competencia lingüística.

Ciencias Sociales

3. Identificar las características de los diferentes elementos o sistemas del medio social y cultural, analizando su organización y propiedades y estableciendo relaciones entre los mismos, compartiendo e intercambiando la información obtenida, para reconocer el valor del patrimonio cultural, conservarlo, mejorarlo,

y emprender acciones para su uso responsable y contribuir a una cultura para la sostenibilidad.

Esta competencia específica está vinculada a la competencia clave en conciencia y expresión culturales, al ser la Villa Romana de la Olmeda el principal hilo conductor de esta propuesta. Por lo tanto, es un medio de contextualizar la Historia de la Edad Antigua y concienciar acerca del patrimonio histórico-cultural.

5. Observar, comprender e interpretar continuidades y cambios del medio social y cultural, analizando relaciones de causalidad, simultaneidad y sucesión, para explicar y valorar las relaciones entre diferentes elementos y acontecimientos y asumir un compromiso responsable frente a retos futuros.

Las Ciencias Sociales se convierten en un medio de reflexión y crítica que permite el análisis consensuado de las causas y consecuencias del contexto en el que se ubica la Villa Romana de la Olmeda, siendo una vía de crítica, expresión oral y producción escrita, y una gran oportunidad emprendedora de pensar en retos futuros.

7.7. METODOLOGÍA

La siguiente intervención emplea una metodología interdisciplinar basada en los principios pedagógicos de las áreas de Ciencias Sociales y Matemáticas. Se caracteriza por recurrir a las principales fortalezas de cada respectiva área. Parte de una metodología inductiva propia de Ciencias Sociales, apoyada en las preguntas y el descubrimiento guiado; que avanza hacia métodos más lógico-deductivos propios de las Matemáticas, como la representación y la demostración en la resolución de problemas.

El juego de rol es la principal metodología de esta situación de aprendizaje. Toma como referencia el contexto histórico de la Edad Antigua y simula que los alumnos son un grupo de mosaiquistas de la época, cuyo objetivo principal es crear un mosaico para la Villa Romana de la Olmeda, por lo que tienen que trabajar en grupo para superar las pruebas. En cuanto a su agrupamiento, la clase se divide en 6 grupos de 4 integrantes, donde cada miembro desempeña una función específica que se turnarán a lo largo de las 5 sesiones. A continuación, se enuncian sus principales roles y responsabilidades:

- **Maestro del taller:** portavoz del grupo, coordinador y lector de las tareas.

- **Escriba:** realiza anotaciones y documenta los datos históricos.
- **Artesano:** manipulación y cuidado de los materiales.
- **Arquitecto:** plasma los dibujos y el planteamiento de las respuestas.

Esta metodología se presenta a lo largo de las 5 sesiones junto con una serie de fases o momentos clave: repaso, actividades, puesta en común y reflexión en gran grupo.

El momento de repaso es una de las fases más importantes, porque recurre al aprendizaje significativo (Ausubel, 1963), al recordar conocimientos que el alumnado previamente ya conoce, para aprender otros nuevos enlazando sesiones.

El momento de trabajo se divide en 3 fases: una etapa individual, donde cada individuo investiga acerca de las cuestiones otorgadas, posteriormente una en parejas en la que comenta la información con su pareja para llegar a acuerdos y por último, una grupal con el fin de resolver las actividades y adquirir las competencias mínimas.

Finalmente, tiene lugar una puesta en común para corregir las actividades y una etapa de reflexión en gran grupo con el objetivo de analizar los resultados y realizar las conclusiones clave. En consecuencia, es un medio de reflexión y de diario personal.

7.8. RECURSOS

Para llevar a cabo esta situación de aprendizaje, se requiere de los siguientes recursos:

- Recursos humanos: el alumnado y docentes encargados de coordinar la actividad.
- Recursos espaciales: el aula de 6.º de primaria.
- Recursos didácticos: se divide en recursos TIC, la pizarra digital; materiales fungibles, entre los que se encuentran las fichas de actividades (véase anexo 11.1), folios y goma Eva; y materiales no fungibles, tijeras, transportador, regla, lápices y bolígrafos, por lo que se trata de una opción económica al no recurrir a una gran cantidad de gastos. Entre los recursos manipulativos destacan el uso de pattern blocks como se puede observar en la figura 38 en anexo 11.1, que consisten en teselas de triángulos equiláteros, rombos, romboides, cuadrados, trapecios y hexágonos. Esto los convierte en el material imprescindible para el desarrollo de las sesiones 2, 3 y 4, al ser la base de los mosaicos.

7.9. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

De acuerdo con la LOMLOE (2020), el currículo de Educación Primaria debe garantizar un proceso de enseñanza-aprendizaje común, apoyado en la educación inclusiva y la equidad. Por lo tanto, las actividades de la intervención son lo suficientemente flexibles, como para atender a las características del alumnado, atendiendo a su diversidad al permitir un amplio número de estrategias y soluciones. Además, al tratarse de un grupo que presenta un buen rendimiento académico en las Matemáticas, se ha planteado una serie de actividades de ampliación para aquellos que terminen antes de tiempo, localizadas en anexos 11.2.

7.10. DESARROLLO

La situación de aprendizaje consta de un total de 5 sesiones. Cada una presenta una serie de tareas con el nombre de «*Misiones del diario*», cuya resolución garantiza la adquisición de los objetivos didácticos propuestos. Respecto a las fases de trabajo, son las mismas que aparecen en el apartado metodología 7.8.

Sesión 1: El vestíbulo

El principal objetivo didáctico de esta sesión es conocer la Villa Romana de la Olmeda: contexto, principales características, religión, cultura y costumbres.

Los primeros 15 minutos de la sesión 1 están dirigidos a presentar la propuesta. El docente entrega a cada grupo una carta, localizada en anexo 11.1., con el propósito de contextualizar la intervención. Esta anuncia que el patricio Decio Valerio ha contratado a los 6 mejores talleres de artesanos de toda Hispania para crear un conjunto de mosaicos para su nueva villa. Por lo que la clase de 6.º A será la encargada de ayudar a Decio a diseñar ese mosaico, pero antes han de superar una serie de pruebas con las que aprenderán a dominar el oficio de las teselas.

Primero se entrega un mapa de la villa donde vienen marcadas las zonas en las que se localizan los mosaicos romanos que se van a trabajar por sesión. También se les da un folio con un escudo, en el que cada grupo tiene que diseñar un símbolo y un nombre de grupo. A continuación, se les otorga el diario del taller que consiste en una serie de fichas que el grupo ha de rellenar a lo largo de las sesiones (véase anexo 11.1.). Además, sirven como producto final.



Figura 16: Mapa de la Villa Romana de la Olmeda (creación propia, extraído de VRO, 2025)

Se procede con la intervención a través de una serie de preguntas abiertas para contextualizar la época romana.

- 1) ¿Qué es una villa?
- 2) ¿Qué partes posee? ¿Cuál creéis que es su función?

Decio Valerio les enseña el vestíbulo, donde se encuentran con el primer mosaico de la Olmeda y les encomienda la misión de plasmar en su diario toda la información sobre la villa y sus mosaicos.

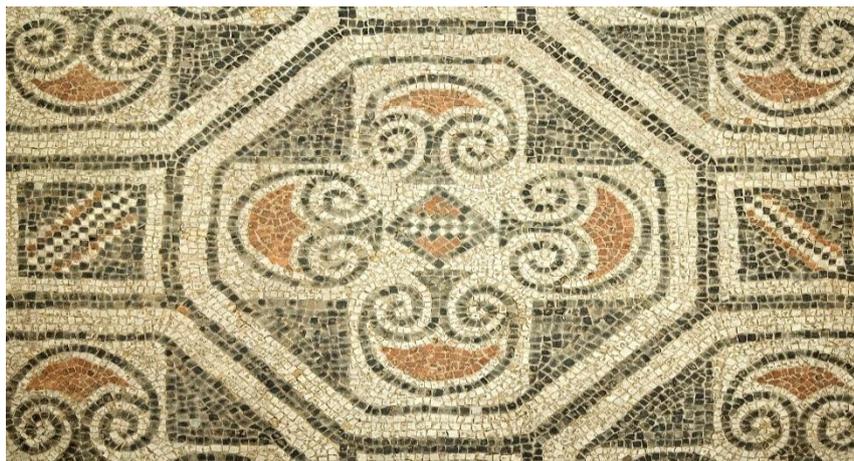


Figura 17: Mosaico sesión 1 (VRO, 2025)

Preguntas del diario, localizadas en anexo 11.1:

- ¿Qué era el vestíbulo? ¿Por qué crees que se pondría aquí un mosaico?
- ¿De qué material crees que están hechas las teselas?
- ¿Qué forma tienen? ¿Por qué crees que los romanos usaban esa forma?
- ¿Qué figuras identificas en el mosaico? ¿Alguna geométrica?
- Desde un punto de vista matemático, ¿por qué crees que se utilizan cuadrados?
- ¿Crees que se podrían construir mosaicos con otro tipo de teselas? ¿Con cuáles?

(Proporcionar pattern blocks para experimentar con más ejemplos de teselas):

- ¿Qué relaciones existen entre las figuras?

Sesión 2: Los baños (parte 1)

Los principales objetivos de esta sesión son conocer las propiedades del plano y las figuras geométricas, e identificar diferentes patrones y relaciones entre estas. Asimismo, conocer la Villa Romana de la Olmeda: contexto, principales características, religión, cultura y costumbres.

Antes de realizar las actividades (véase fichas de actividades en anexo 11.1.), primero se hace un repaso de lo visto en la sesión anterior. El mosaico que se toma como punto de partida de esta sesión se encuentra en los baños. Ante lo que surgen estas preguntas:

- ¿En qué zona de la casa se encuentra el siguiente mosaico?
- ¿Cuál era la función de este lugar? ¿Cómo eran las medidas de higiene romanas?

Ahora Decio quiere 3 mosaicos nuevos para el hipocaustum, pero insiste en que todas las figuras geométricas sean iguales.

- Diseña un mosaico con cuadrados, otro con triángulos equiláteros y otro con hexágonos regulares (uso de pattern blocks. Se proporcionará a 2 grupos cuadrados, a 2 triángulos y a 2 hexágonos). Una vez construido, ¿qué medida poseen los ángulos interiores de cada figura? ¿Existe alguna relación entre ellos?

Finalmente, los grupos que terminen estas actividades podrán realizar una actividad de ampliación localizada en anexo 11.2., en la que tendrán que diseñar un mosaico compuesto por diferentes tipos de polígonos.

Sesión 3: Los baños (parte 2) / Crea tu propia tesela

Comparte los mismos objetivos que la sesión anterior, pero la participación en equipo mediante la interacción oral toma un rol crucial. Parte del siguiente enunciado (véase ficha de actividades en anexo 11.1):

Tras pensarlo mejor, Decio Valerio ha cambiado de idea y ha encargado diseñar una serie de primeros bocetos a cada grupo para los nuevos mosaicos de las termas, pues quiere asentar un nuevo precedente entre los patricios de la zona. Está cansado de la tesela prototípica y quiere probar con otras formas.

- Diseña un mosaico con pentágonos regulares (se les proporcionará goma Eva para ello). ¿Qué medida posee los ángulos interiores de cada figura? ¿Teselan el plano? ¿Por qué? ¿Y un pentágono irregular?
- Diseña un mosaico diferente con cada una de estas características:
 - Un polígono cóncavo
 - Uno de sus ángulos interiores mide 45°
- ¿Qué requisitos ha de poseer una figura geométrica para poder teselar el plano?

Sesión 4: El peristilo / El listado

Presenta los siguientes objetivos didácticos: crear mosaicos mediante la repetición de isometrías en el plano, desarrollar el pensamiento computacional y participar en equipo de forma oral.

En esta sesión, Decio enseña a los artesanos los mosaicos del peristilo, quedándose asombrados ante la belleza de este lugar.

- ¿Dónde nos encontramos? ¿Cuál creéis que era la función de este sitio?
- ¿Hay simetría, giro o traslación en alguna de las figuras geométricas presentes?

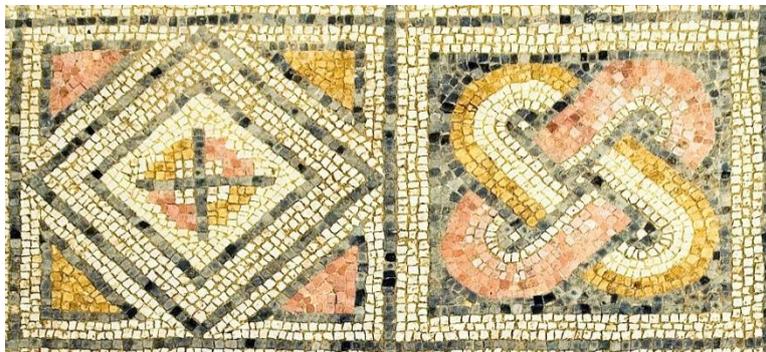


Figura 18: Mosaico sesión 4 (VRO, 2025)

Decio ha quedado fascinado con los diseños de los mosaicos regulares del otro día y ahora quiere tener las instrucciones por escrito para construirlos. Para ello encomienda a cada grupo la creación de un mosaico, pero a partir del polígono que el docente les otorgará: el grupo 1 y 2 trabajará con hexágonos regulares, el 3 y el 6 con cuadrados, el 4 y el 5 con triángulos equiláteros (véase actividades en anexo 11.1). Luego tiene lugar una segunda fase con una actividad de ampliación en la que el alumnado tiene que trabajar con varios tipos de polígonos en un mismo mosaico (véase anexo 11.2.).

En ambas actividades, cada grupo se coloca en su respectivas mesas y un alumno apuntará los pasos que sigue el resto para construir el mosaico: giros, simetrías y traslaciones. Luego los grupos se turnarán de mesas y a partir de los diferentes pasos según el orden indicado han de construir el mosaico del otro grupo a partir de las instrucciones que les han dejado por escrito. Posteriormente verificarán si el resultado es el correcto.

Sesión 5: El oecus / El mosaico

El objetivo principal de la sesión es conocer la religión, cultura y costumbres romanas. Para el desarrollo de esta actividad, se les hace entrega de una serie de mosaicos localizados en el Oecus o gran salón y han de responder a las siguientes preguntas (véase anexo 11.1.):

- ¿Dónde se encuentran estos mosaicos?
- ¿Qué representan?
- ¿Cómo creéis que era el estilo de vida romano? ¿Y sus costumbres?

El gran momento ha llegado. Decio otorgará a cada miembro de los grupos la oportunidad de crear un mosaico con todos los conocimientos aprendidos. Podrán dibujar sus propias teselas y recurrir a traslaciones, giros y simetrías. Sin embargo, quiere que los mosaicos de cada grupo traten de un mito específico, pintando las teselas.

- Grupo 1 y 4: Rómulo y Remo
- Grupo 2 y 5: Los trabajos de Hércules
- Grupo 3 y 6: El laberinto del Minotauro

7.11. EVALUACIÓN

La evaluación debe ser continua, formativa e integradora. Los instrumentos de evaluación utilizados son la observación directa, las fichas de actividades y la rúbrica, localizada en anexo 11.4. Esta rúbrica se estructura en torno a una serie de ítems: participación, patrimonio, razonamiento espacial y pensamiento crítico y computacional; cuyo grado de adquisición en el alumnado se registra mediante una escala de insuficiente-sobresaliente.

Según el Decreto 38/2022, la evaluación debe partir de unos criterios de evaluación que sirvan como referencia para valorar la adquisición de las competencias específicas. En esta situación se trabajan los siguientes criterios de evaluación:

Tabla 2: Criterios de evaluación (Matemáticas) (seleccionados de Decreto 38/2022)

MATEMÁTICAS	
COMPETENCIA ESPECÍFICA	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
Competencia Específica 1	1.1 Comprender problemas de la vida cotidiana a través de la reformulación de la pregunta, de forma verbal y gráfica. (CCL2, STEM1, STEM2, STEM4, CE3)
Competencia específica 2	2.1 Seleccionar entre diferentes estrategias para resolver un problema, justificando la elección y extrayendo conclusiones. (CCL2, STEM1, STEM2, CPSAA5) 2.2 Obtener posibles soluciones de un problema, seleccionando entre varias estrategias conocidas de forma autónoma. (STEM1, CPSAA4, CE1, CE3) 2.3. Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, reflexionando sobre los resultados y los procedimientos realizados desarrollando el pensamiento crítico. (CCL2, STEM1, STEM2, CPSAA4, CPSAA5, CE3)
Competencia específica 4	4.1 Modelizar diferentes situaciones de la vida cotidiana utilizando, de forma pautada, principios básicos del pensamiento computacional (STEM1, STEM2, STEM3, STEM4, CD3, CC2)
Competencia específica 5	5.1 Utilizar conexiones entre diferentes elementos matemáticos movilizand o conocimientos y experiencias propios. (STEM1, STEM3, CD3, CPSAA4, CC2, CC4) 5.2. Utilizar las conexiones entre las matemáticas, otras áreas y la vida cotidiana para resolver problemas en contextos no matemáticos. (STEM1, STEM3, CD3, CPSAA4, CC2, CCEC1)

Competencia específica 8	<p>8.1 Trabajar en equipo activa, respetuosa y responsablemente, mostrando iniciativa, comunicándose de forma efectiva y valorando la diversidad (CCL1, CCL5, CP3, STEM3, CPSAA3, CC2, CC3, CE3)</p> <p>8.2 Participar activamente y colaborar en el reparto de tareas, asumiendo y respetando las responsabilidades individuales asignadas y empleando estrategias de trabajo en equipo (STEM3, CPSAA1, CC2, CC3, CE3)</p>
--------------------------	---

Tabla 3: Criterios de evaluación (Ciencias Sociales) (seleccionados de Decreto 28/2022)

CIENCIAS SOCIALES	
COMPETENCIA ESPECÍFICA	CRITERIOS DE EVALUACIÓN
Competencia Específica 3	3.3 Valorar, proteger, y mostrar actitudes de conservación y mejora del patrimonio cultural, apropiándose del mismo y a través de propuestas y acciones que reflejen compromisos y sostenibilidad. (CCL4, STEM5, CC3, CC4, CE1, CCEC1)
Competencia específica 5	<p>5.1 Analizar con actitud crítica relaciones de causalidad, simultaneidad y sucesión social y cultural desde la Edad Moderna hasta la actualidad. (CCL3, STEM2, STEM4, CPSAA4, CC1)</p> <p>5.2 Conocer personas, grupos sociales relevantes y formas de vida de las sociedades desde la Edad Antigua hasta la actualidad, situándolas cronológicamente e identificando rasgos significativos sociales en distintas épocas de la historia, explorando diferentes fuentes y recursos. (CCL3, STEM4, CPSAA4, CC1, CC3, CE2, CCEC1)</p> <p>5.4 Diseñar y elaborar producciones artísticas de forma creativa y colaborativa, relacionadas con la Edad Antigua. (STEM4, CD2, CPSAA3, CCEC4)</p>

8. EXPOSICIÓN Y ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Una vez realizada la intervención, tuvo lugar una fase de estudio y exposición de los resultados. Estos datos se han extraído mediante la observación directa, las fichas y las notas de campo recogidas durante el desarrollo de las actividades, con el fin de llegar a una serie de conclusiones que determinen la efectividad de esta propuesta de intervención. Para su ejecución, se recurre a 2 tipos de análisis, uno generalizado de las tareas y otro longitudinal de la evolución de cada grupo.

8.1. ANÁLISIS DE LAS TAREAS

La primera sesión se caracteriza por tener una funcionalidad más introductoria. La temática de las Ciencias Sociales predomina en mayor medida a lo largo de las Misiones de la sesión 1, y las respuestas observadas son correctas en todos los grupos haciendo referencia a la estancia del vestíbulo, a través de un vocabulario técnico. Un aspecto interesante es que predominan datos anecdóticos, demostrando que son los que captan en mayor medida la atención del alumnado. Por ejemplo, les llama la atención el origen etimológico de las palabras, como vestíbulo que proviene de la diosa Vesta a la que estaba dedicada este lugar, respuesta mayoritaria en todos los grupos.

En cuanto al ámbito matemático, la actividad consistía en identificar las figuras presentes en el mosaico. Los grupos han resuelto correctamente la actividad: primero han analizado elementos figurativos como arcos, espirales, flores y figuras abstractas; luego motivos geométricos, donde los dominantes han sido los rombos y los octógonos. Otros grupos como el 1, 2, 3 y 6 han identificado triángulos y cuadrados, como los que se encuentran en los extremos laterales del mosaico. En resumen, se centran en los elementos más figurativos con los que poseen ciertas conexiones en su día a día.

Las estrategias utilizadas por los grupos se limitan a la identificación de las figuras geométricas centrales y más grandes, clasificándolas según su número de lados, ángulos y vértices, apoyándose en el conteo. Sin embargo, el grupo 6 fue el único que recurrió a instrumentos como la regla para medir los lados de los aparentes cuadrados laterales, llegando a la conclusión (desde una clasificación exclusiva de los paralelogramos) de que

se trataba de un rectángulo, demostrando que los lados eran iguales 2 a 2. Por lo tanto, se encuentran en un nivel 2 de Van Hiele: identifica la figura de forma explícita, citando sus partes, propiedades y elementos matemáticos, y además, demuestra una propiedad de forma empírica apoyándose en la manipulación de un instrumento. Aunque también es reseñable considerar que el alumnado reconoció cuadrados, cuando no es una figura geométrica presente en el mosaico, una característica más propia del nivel 1 de Van Hiele al basarse en el reconocimiento y visualización global de figuras, sin atender a sus partes y propiedades.

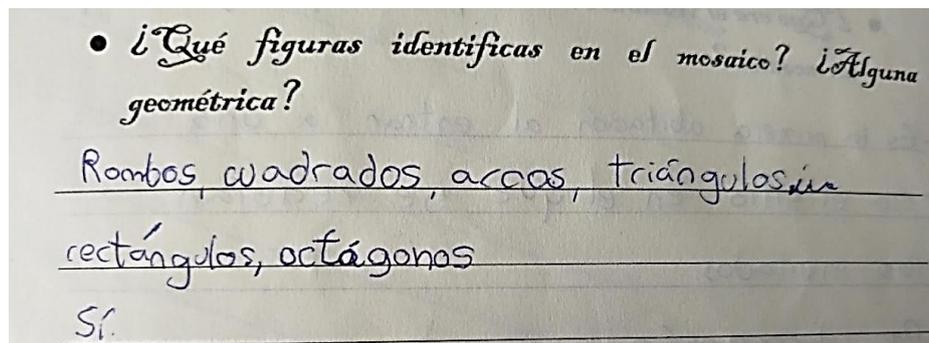


Figura 19: Respuesta grupo 6 en la sesión 1 (elaboración propia)

Otro aspecto interesante es que el alumnado se limita a identificar polígonos convexos, mientras que los cóncavos como el dodecágono central no han sido identificados por ningún grupo, por lo que las relaciones angulares no es un concepto que tengan del todo interiorizado, al tratarse en mayor medida de un razonamiento abstracto o que no conocen ejemplos suficientes de polígonos cóncavos, limitándose a los polígonos convexos y regulares, prototípicos de los libros escolares a lo que están más acostumbrados.

En definitiva, esta sesión ha servido para tener unas primeras nociones del nivel de razonamiento espacial del alumnado, para así anticiparse a las posibles dificultades o fortalezas que el alumnado pueda presentar en el desarrollo de las siguientes sesiones.

La sesión 2 tuvo unos resultados positivos. El alumnado respondió correctamente a las actividades de Ciencias Sociales, diferenciando las funciones de cada zona de los baños mediante diversos ejemplos y utilizando terminología específica, como tepidarium, hipocaustum, etc. La segunda mitad de la sesión está destinada a que el alumnado conozca las relaciones entre los elementos que componen el plano y los motivos por los que

pueden llegar a teselar el plano. Por lo tanto, deben hallar las relaciones entre teselas a partir de los pattern blocks. Para ello recurrieron a las siguientes estrategias en orden cronológico:

- 1) Creación de mosaicos: comenzaron realizando mosaicos, sin dejar huecos libres, con una función principalmente figurativa y decorativa.

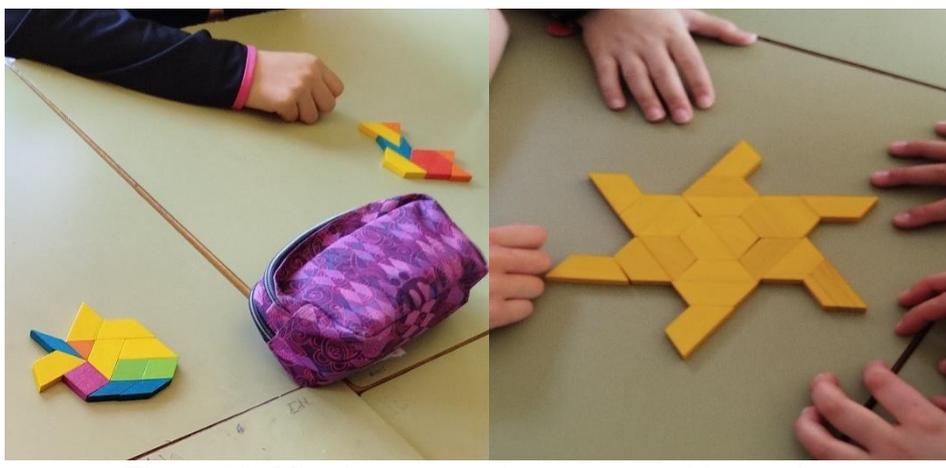


Figura 20: Mosaicos decorativos (elaboración propia)

- 2) Relaciones de áreas: se basaron en la manipulación y en la superposición de figuras para observar equivalencias de áreas entre polígonos.

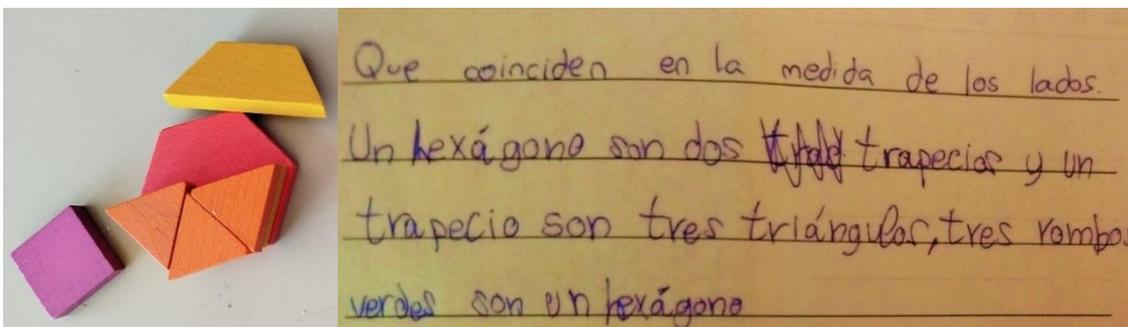


Figura 21: Relaciones de área del grupo 6 (elaboración propia)

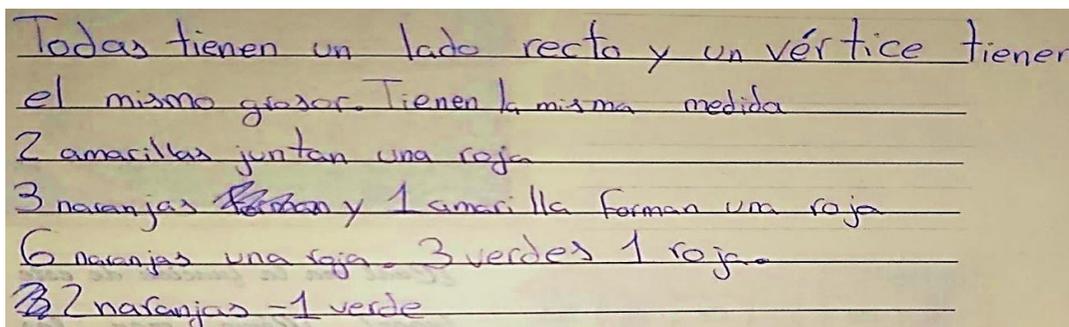


Figura 22: Relaciones de área del grupo 1 (elaboración propia)

Como se puede observar en las siguientes figuras, las relaciones de área han sido las grandes protagonistas de esta actividad; sin embargo, un aspecto importante es que el grupo 1 diferencia a los polígonos por colores y no por su nombre, lo que es más propio del nivel 1 del modelo de Van Hiele.

- 3) Lados y vértices: algunos alumnos llegaron a la conclusión de que un requisito para teselar el plano es que los polígonos han de poseer lados rectos, de la misma medida y vértices coincidentes. Algunos grupos como el 5 (figura 23) lo demostraron comparando polígonos regulares.

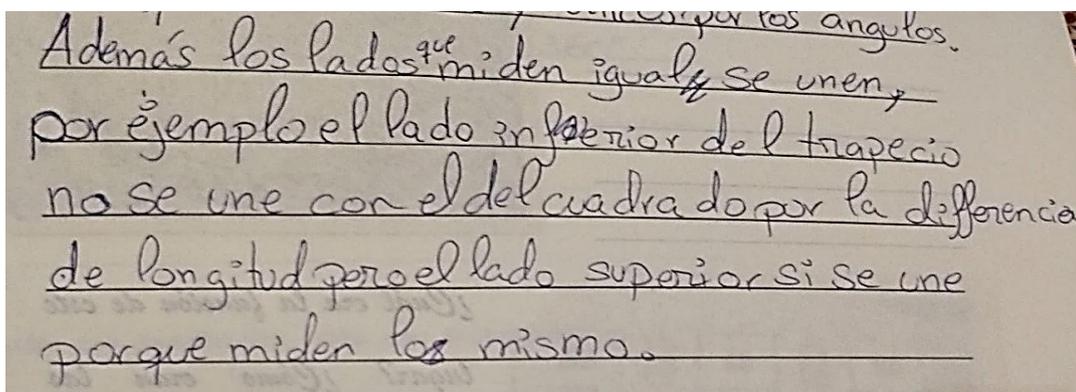


Figura 23: Relaciones de lados y vértices del grupo 5 (elaboración propia)

- 4) Ángulos: solo los grupos 2, 4 y 6 fueron capaces de encontrar las relaciones angulares entre polígonos, sin embargo, el resto de grupos analizaron los ángulos de los pattern blocks a partir de la segunda pregunta, focalizada en la medida de los ángulos interiores de los polígonos, siendo una variable didáctica que orienta el aprendizaje y facilita que los alumnos encuentren la última relación.

Las estrategias que los grupos desarrollaron fueron variadas: algunos utilizaron el transportador para medir los ángulos de cada polígono y otros como el grupo 3 colocaron los polígonos en la disposición de la figura 24, para comparar los ángulos de diferentes polígonos. Ambos grupos llegaron a la conclusión de que los ángulos de los polígonos coincidentes en un mismo vértice han de sumar 360° .

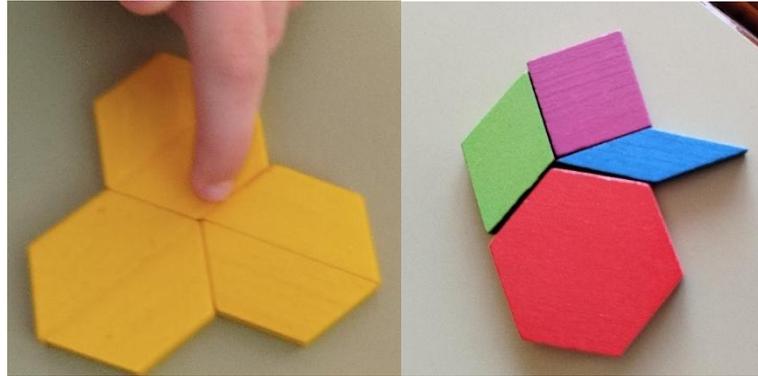


Figura 24: Teselado angular del plano (elaboración propia)

También se basaron en estrategias manipulativas. El grupo 5 se apoyó en la descomposición. Por ejemplo, conocen que el área de los rombos equivale al de 2 triángulos equiláteros. Al ser los ángulos interiores de cada triángulo de 60° , los del rombo han de ser el doble, es decir, 120° , siendo 3 necesarios para teselar el plano, 360° . Además, añadieron que el vértice da una vuelta completa, lo que demuestra la abstracción que poseen del término ángulo y del teselado del plano, lo que es fundamental para no dejar huecos ni superposiciones. Otros grupos como el 1 y el 5 determinaron que los ángulos rectos son condicionantes para teselar el plano e indicaron que esta razón se debe a que 90 es un divisor de 360. En cambio, grupos como el 2 y el 6 recurrieron a estrategias pictóricas donde representan los ángulos del rombo estrecho y el trapecio.

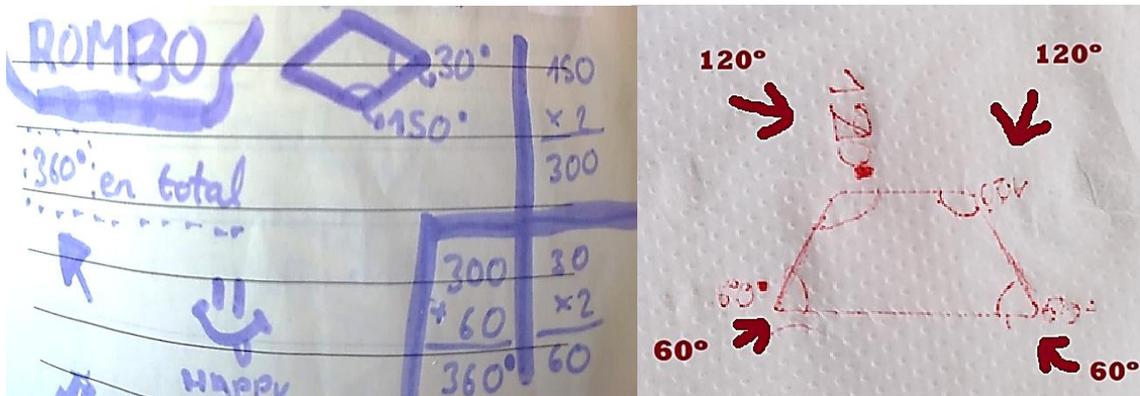
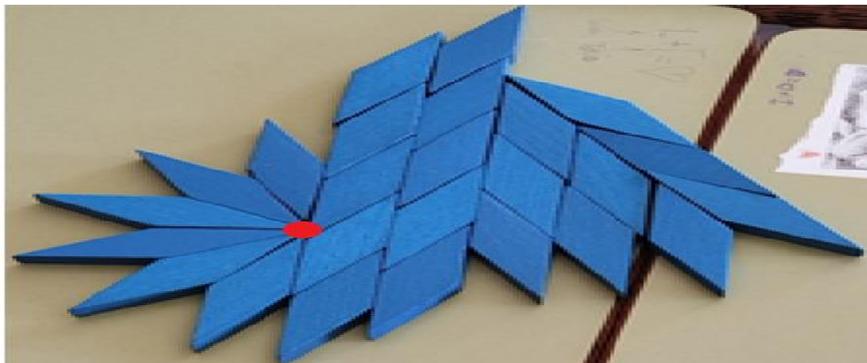


Figura 25: Estrategias pictóricas. [a) Respuesta del grupo 2; b) respuesta del grupo 6 (elaboración propia)]

Sin embargo, un error frecuente en algunos grupos fue la tendencia a generalizar que para teselar el plano solo es necesario que en un vértice la suma de los ángulos coincidentes sea 360° , pero ha de ser en la totalidad de todos los vértices que componen el mosaico y, por lo tanto, el plano. Por ejemplo, el grupo 2 cometió este error, como se puede observar

en la figura 26 realizaron un mosaico compuesto por rombos estrechos azules. Aunque cumple la condición de sumar 360° en el vértice rojo el patrón de repetición en la que se encuentran distribuidos los rombos no tesela el plano.



*Figura 26: Respuesta del grupo 2 que no tesela el plano
(elaboración propia)*

En definitiva, en comparación con la sesión 1, en la que el alumnado se limitó a identificar figuras a partir de una rápida visualización, en esta hubo una gran evolución del razonamiento espacial de los grupos, debido al extenso análisis de características y propiedades de los elementos del plano. Por lo tanto, desarrollaron su sentido de la medida, numérico y espacial. Además, recurrieron a estrategias de comparación, dibujo y manipulación demostrando que poseen un razonamiento espacial apto para su edad.

La sesión 3 consta de 2 actividades: en la primera, se ordena a los grupos crear teselas pentagonales, primero regulares y luego irregulares. En la segunda, se pide crear polígonos con características concretas, como que sean cóncavos o que tengan ángulos con cierta medida. En ambas los resultados fueron óptimos y superaron las expectativas.

En la primera pregunta, los grupos primero necesitaban conocer la medida del ángulo interior de cada pentágono regular, que es 108° , con el fin de crear un teselado regular.

Las estrategias utilizadas fueron las siguientes:

- utilizar transportador para medir un ángulo.
- dividir 540° entre 5, debido a que algunos alumnos conocían la suma de los ángulos interiores del pentágono (5 lados).

La acción de medir los ángulos con transportador fue la estrategia más utilizada, sin embargo, algunos grupos utilizaron de forma errónea el instrumento y obtuvieron medidas diferentes a 108° . Por ejemplo, el grupo 1 obtuvo un valor diferente (140° y 150°), un aspecto imposible al ser un polígono regular, porque todas las figuras han de poseer la misma medida. Por lo tanto, estos grupos muestran características propias de una etapa de transición entre nivel 1 y 2 de Van Hiele: no son capaces de aplicar propiedades, pero identifican partes y se apoyan en la manipulación.

No obstante, algunos grupos realizaron la suma total de ángulos del pentágono regular, que es 540° , que el alumnado previamente conocía, y la dividieron entre 5 para obtener la medida de cada ángulo interior. La solución es que cada ángulo mide 108° . Esta opción es más propia del nivel 3 de Van Hiele, porque demuestra que el alumnado posee un razonamiento lógico-deductivo que le permite aplicar las propiedades del polígono regular, para deducir el valor del ángulo interior.

El siguiente paso de la actividad consiste en diseñar un pentágono regular que pueda teselar el plano. La estrategia mayoritaria fue crear una plantilla, por lo que recurrieron a reglas y transportador. Sin embargo, los grupos 1 y 2 tuvieron más dificultades a la hora de dibujar con la regla y el transportador, al estar poco habituados a ellos.

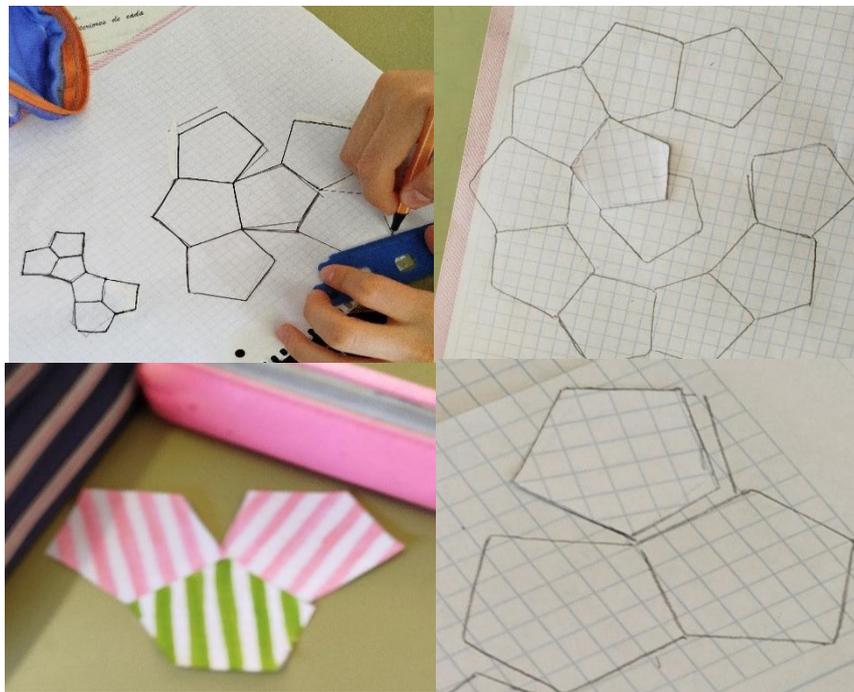


Figura 27: Mosaico de pentágonos regulares, realizado por los grupos 3, 4, 5 y 6 (elaboración propia)

Como se observa en la figura 27, los alumnos llegaron a la conclusión de que no se puede teselar el plano con un pentágono regular porque quedan huecos. Ante esta situación, el grupo 1 y 3 consideraron que esto debía tratarse de un error, porque entonces no existiría la actividad. Esta premisa es una clara muestra del contrato didáctico en el aula, que es aquel comportamiento esperado por parte de los estudiantes de que una tarea de matemáticas siempre tiene solución, porque es lo que lo que esperan por parte del docente. Por lo tanto, esperaban crear un mosaico que se pudiese teselar, lo que les produjo cierta frustración, que rápidamente superaron al comprobar que la suma de los ángulos interiores coincidentes de 3 pentágonos en un mismo vértice es 324° y no 360° . Algunos grupos, como el 4, justificaron que el hueco que sobraba eran los 36° restantes, reforzando la noción de teselado del plano que poseían, a través de casos en los que este no se da.

Posteriormente diseñaron un pentágono irregular, por lo que repitieron la estrategia de dibujar una plantilla. Esta actividad obtuvo unos resultados positivos, mostrando un claro proceso de mejora. Las estrategias más utilizadas fueron las siguientes:

- Partir de 2 ángulos de 90° : suman 180° , por lo que si restan 180° a los 540° totales, el resultado es 360° , igual a la suma de los 3 ángulos restantes, que han de ser divisores de 360° para teselar el plano. Esto muestra que saben aplicar las propiedades de los polígonos, algo propio del nivel 2 de Van Hiele, aunque no den demostraciones. El patrón más repetitivo fue el de la siguiente figura:

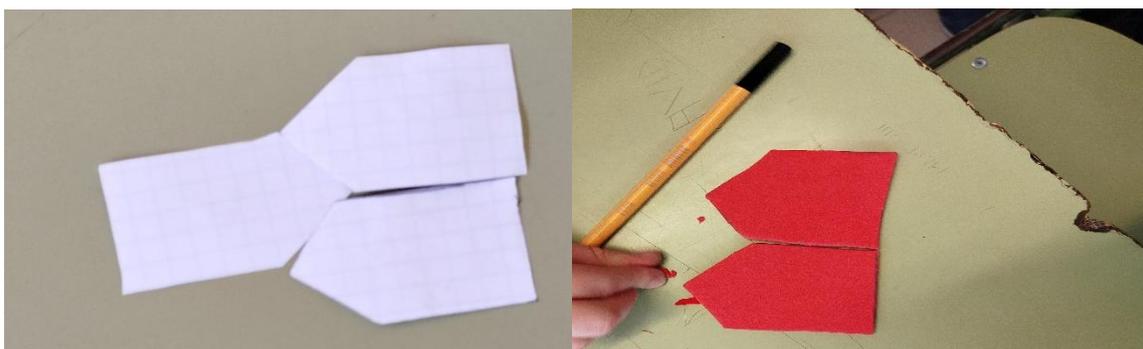


Figura 28: Pentágonos irregulares, por grupo 4 (elaboración propia)

- Partir de la suma 540° : algunos grupos realizaron el pentágono con 5 ángulos cuya suma fuese 540° , pero sin ser 108° uno de ellos; para ello tuvieron que recurrir al transportador para ajustar los ángulos coincidentes en un mismo vértice, para que la suma fuese de 360° . Esta estrategia fue realizada por el grupo 4 y 5.

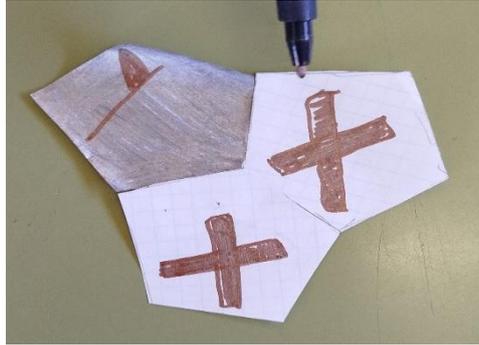


Figura 29: Pentágonos irregulares, grupo 5 (elaboración propia)

El gran problema de recurrir a esta última estrategia se observa en la figura 29, y es que, en ocasiones, no tesela el plano. Como se ha comentado anteriormente, no solo debe sumarse 360° en el vértice donde coinciden los polígonos, sino que, además, ese patrón de repetición debe teselar el plano en toda su totalidad no solo en un fragmento.

- Polígono cóncavo: el alumnado se apoyó en las características de los polígonos cóncavos vistos en la sesión 1, por lo que crearon polígonos cóncavos capaces de teselar el plano, mostrando la comprensión progresiva de conocimientos que han adquirido. Algunos grupos como el 1 utilizaron esta estrategia.

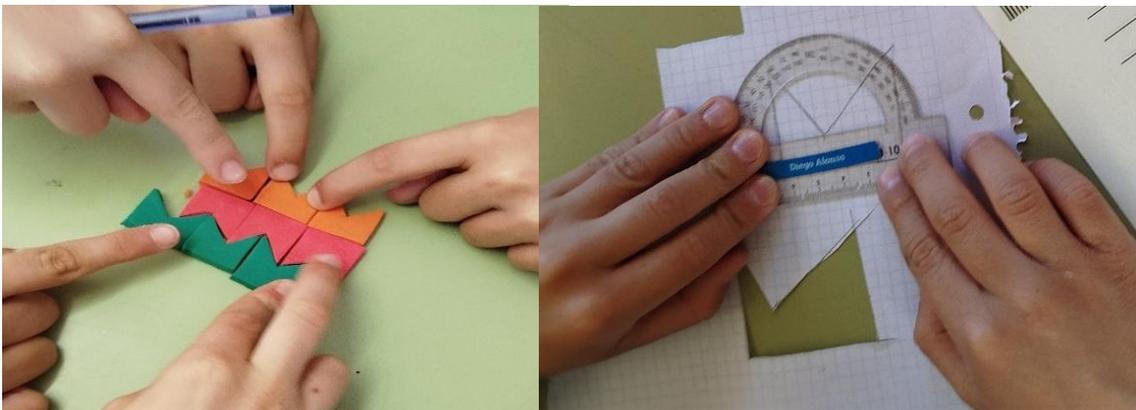


Figura 30: Pentágonos cóncavos, grupo 1 (elaboración propia)

La segunda mitad de la sesión se destinó a crear teselados irregulares formados por polígonos cóncavos o que tuviesen un ángulo interior de 45° . Todos los grupos realizaron correctamente la actividad, porque ya tenían la noción de teselado del plano asimilada. Las estrategias más comunes fueron las siguientes:

- Diseñar un trapecio rectángulo: el trapecio rectángulo es un polígono convexo capaz de teselar el plano y cumple la propiedad de que uno de sus ángulos puede medir 45° , la mitad de un ángulo recto. Además, si se realiza una simetría horizontal, 2 trapecios equivalen a un pentágono irregular (polígono cóncavo). Esta estrategia demuestra que el alumnado comprende y aplica las propiedades de los cuadriláteros, llegando a encontrar y conocer las de otros polígonos. Algo propio del nivel 2 de Van Hiele e incluso superiores.

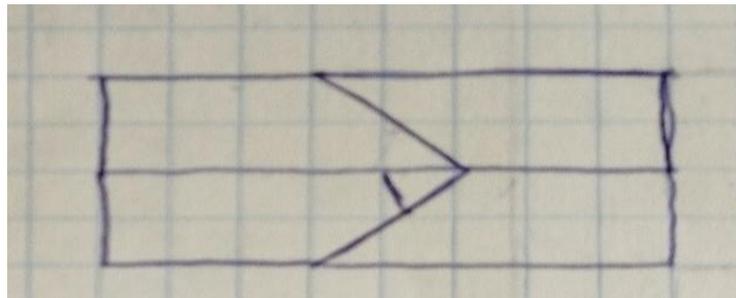


Figura 31: Trapecios rectángulos, grupo 4 (elaboración propia)

- Patrones de su día a día: algunos grupos como el 5 recurrieron a conexiones con patrones presentes en su día a día y los plasmaron en formato de mosaico.

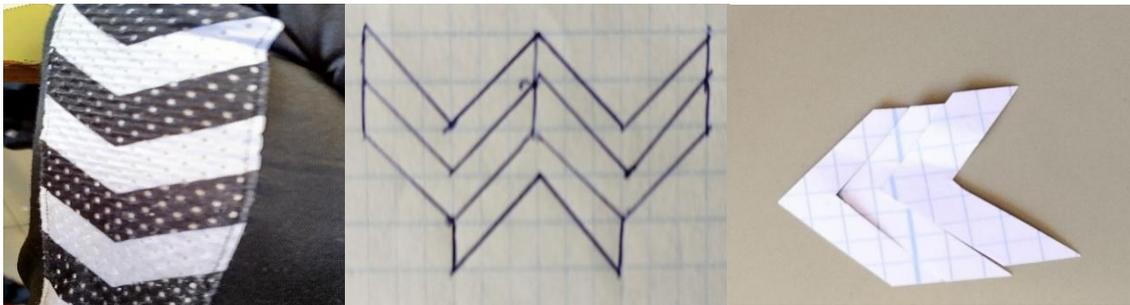


Figura 32: Patrones, grupo 5 (elaboración propia)

- Composición y descomposición de otros polígonos: los alumnos diseñaron diferentes polígonos cóncavos. Algunos compuestos por otros que ya de por sí podían teselar el plano. Por ejemplo, en la figura 33a se puede observar un mosaico formado por teselas que equivalen a tres cuadrados, mientras que en la 33b los integrantes del grupo 3 explicaron que cada flecha equivale a un cuadrado y un triángulo equilátero.

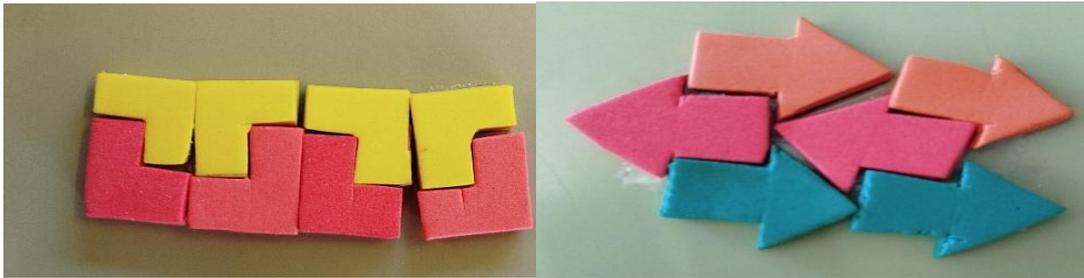


Figura 33: Mosaicos formados por polígonos cóncavos. [a) Respuesta grupo 1; b) respuesta grupo 3 (elaboración propia)]

El único error que se cometió lo tuvo el grupo 1 que consideró que para teselar el plano todas las teselas han de ser iguales; sin embargo, el resto de grupos dictaminaron que no es una condición necesaria, tal y como se puede contemplar en la actividad de ampliación del anexo 11.2. se puede recurrir a más de un tipo de polígono diferente.

La sesión 4 consta de una parte de Ciencias Sociales, con la temática del peristilo, que tuvo excelentes resultados. El alumnado realizó comparaciones entre las partes de la villa y la de las estancias propias de las viviendas actuales, estableciendo conexiones entre el legado romano y la influencia que tuvo en la cultura y sociedad actual. Asimismo, conocieron un nuevo lugar de la villa, junto a sus funciones y las costumbres romanas. Esto permitió desarrollar su pensamiento crítico y social. Respecto a la parte matemática, esta sesión se caracterizó por resultar la más compleja en cuanto su desarrollo, debido a que antes fue preciso realizar un repaso de los movimientos del plano. Por lo tanto, la sesión duró una hora y media, en lugar de una hora como estaba inicialmente planteada.

En la parte de pensamiento computacional, las estrategias principales seleccionadas se basan en comenzar con un polígono central y realizar traslaciones hacia dirección izquierda o derecha. Pero para rellenar la parte superior o inferior del mosaico recurren a 2 tipos de estrategias que son las simetrías horizontales o los giros que permiten cambiar la dirección y de esa forma trasladar las teselas hacia el norte y sur. En general utilizan un lenguaje técnico propio del pensamiento computacional, pero algunos grupos como el 2 utilizan un vocabulario más simple que hace mención a los movimientos, pero de forma más sencilla y eficaz, adaptado a su forma de comprender el mundo, que es más propio del nivel 1 de Van Hiele por utilizar un lenguaje poco preciso e informal.

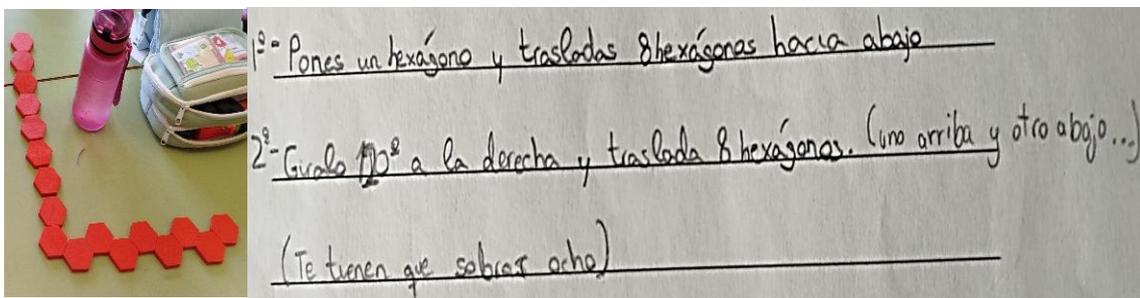


Figura 34: Instrucciones para mosaico de hexágonos, grupo 2 (elaboración propia)

Aunque la sesión obtuvo unos buenos resultados, el alumnado presentó algunos errores:

Traslaciones: son vectores, por lo que es necesario que expliquen hacia dónde y cuánto se desplaza un punto. Por ejemplo, ningún grupo ha determinado cuánto se desplaza la tesela, sin señalar la unidad o la medida del lado. Además, algunos directamente no indican la dirección, dándola por sobrentendida, en este caso hacia la derecha. Este error es más propio de un nivel 1 de Van Hiele que no reconoce las características de los polígonos como llega a ser la medida de sus lados.

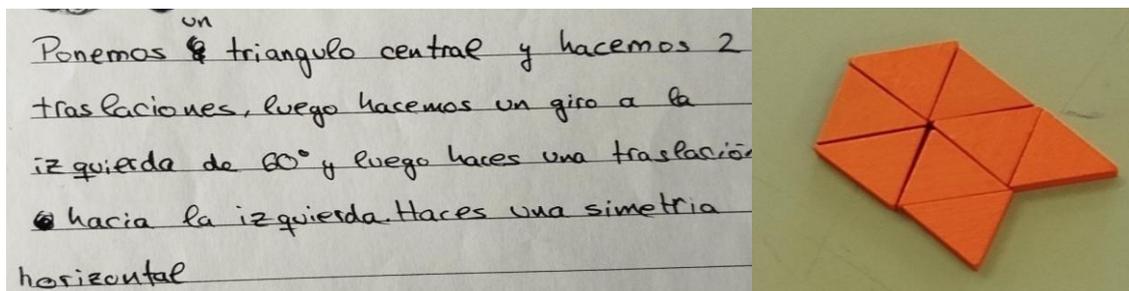


Figura 35: Instrucciones para mosaico de triángulos equiláteros, grupo 5 (elaboración propia)

Giros: todos los grupos han realizado giros con la amplitud correcta de cada respectivo polígono. Por ejemplo, en el caso de los hexágonos han realizado giros de 120° , con los cuadrados de 90° y triángulos de 60° . También han indicado correctamente la dirección, sin embargo, un error que se puede observar en el ejemplo anterior es que realizan los giros sin tomar en cuenta el punto de referencia.

Simetrías: las dominan a la perfección.

En definitiva, presentaron un gran dominio de las propiedades del plano y de sus isometrías. Demostraron tener un gran conocimiento sobre traslaciones, giros y simetrías, desarrollando el pensamiento computacional y reflejando una constante evolución.

En la sesión 5 el alumnado generó mosaicos figurativos a partir de una plantilla de teselado, destinada a pintar unos polígonos base con el fin de recrear la escena mitológica encargada a cada grupo. Los alumnos comprendieron un gran número de aspectos y costumbres sobre la vida romana gracias a los mitos, debido a que es un recurso que constituye una narración clara que entretiene al alumnado y capta su atención, pero sobre todo porque cuentan historias basadas en la fantasía (seres sobrenaturales, dioses, etc.). Especialmente les llamó la atención el mito de Rómulo y Remo, porque se aleja del ámbito fantástico, lo que les permitió conocer mejor las costumbres de Roma, el ejército, la sociedad y la cultura.

Durante el desarrollo de la sesión, el alumnado que utilizó la plantilla de base cuadrada tuvo una mayor facilidad para realizar el mosaico, debido a que es una composición más simple y fácil de centrar; además, están acostumbrados a visualizar el cuadrado en numerosos elementos de su día a día como en videojuegos. El triángulo también supone una composición simple, junto con el hexágono; sin embargo, el rombo fue la más desafiante, porque no posee ejes rectos tradicionales, por limitaciones prácticas y exige un mayor control visual. En resumen, los alumnos disfrutaron mucho realizando la actividad y aprendieron acerca de los mitos, la cultura y religión romana, desarrollando su creatividad. Algunos errores que cometieron fue no limitarse a la plantilla y sobrepasar los polígonos base, sin seguir los patrones de las teselas.

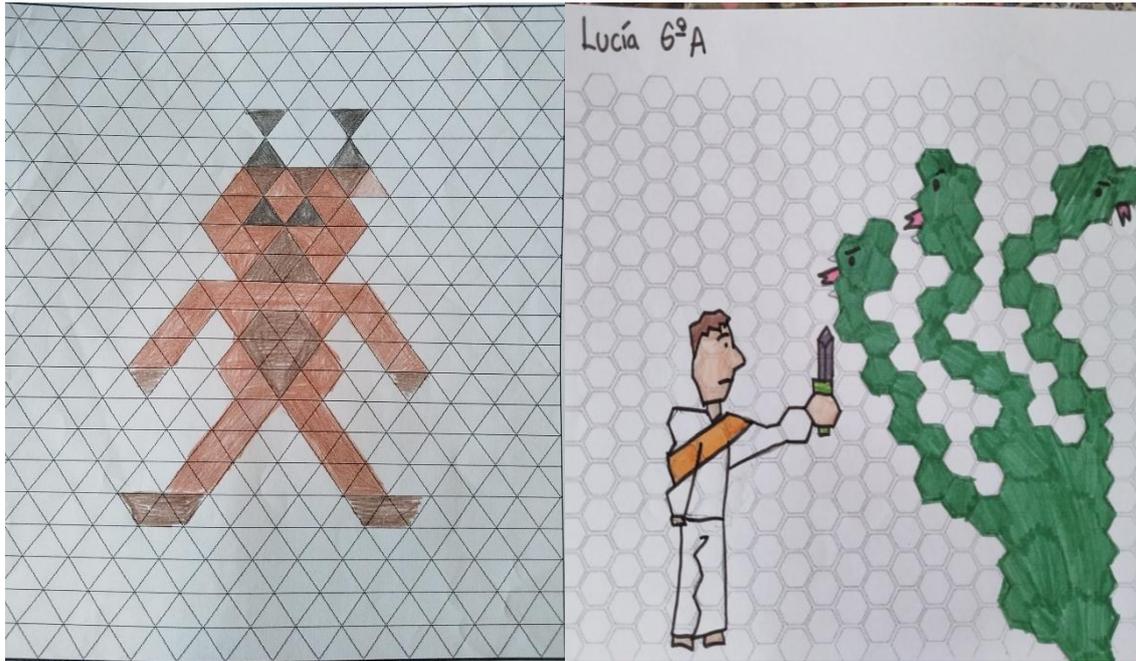


Figura 36: Mosaicos ilustrativos (creación propia)

8.2. EVOLUCIÓN DE LOS GRUPOS

Esta situación de aprendizaje demostró ser una alternativa óptima para la enseñanza de saberes propios de las áreas de Ciencias Sociales. Aunque al principio no dominaban conocimientos acerca de la Historia Antigua, tras esta intervención han adquirido muchos conocimientos sobre la vida romana, fomentado su interés. En cuanto al ámbito matemático, la situación ha resultado un buen catalizador del razonamiento espacial del alumnado como se puede observar a lo largo del análisis de cada grupo:

El grupo 1 se caracteriza por estar formado por 4 amigos muy ruidosos, motivo por el que a veces estuvieron desconcentrados. Comenzaron la primera sesión con respuestas pobres y poco elaboradas, como se puede observar en la figura 22. Sin embargo, a partir de la segunda pregunta de la sesión 2 en la que se incita a la manipulación, demostraron tener una mayor motivación elaborando respuestas con mayor riqueza matemática. Por lo tanto, manifestaron tener un buen nivel de razonamiento espacial, al ser el primer grupo en diseñar un pentágono irregular cóncavo y el que presentó una mayor evolución.

El grupo 2 presentó también un ritmo de evolución constante. En la sesión 2 fue el primer grupo en ser consciente de que la suma de los ángulos de diferentes polígonos

coincidentes en un mismo vértice ha de ser 360° , aunque generalizó esta idea y pensó que solo con un vértice era necesario, pero este patrón debe repetirse a lo largo de toda la secuencia del plano. A partir de este error consiguieron aprender y realizar el resto de actividades de creación de teselas, obteniendo unos resultados positivos.

El grupo 3 se caracteriza por tener 2 alumnos con buen nivel académico, razón por la que toleraban peor el error y se frustraban en mayor medida. Sin embargo, conocían un amplio número de propiedades de los polígonos, que les permitió comprender el motivo por el que tesela el plano. Pero al apoyarse en un pensamiento instrumental, basado en memorizar fórmulas, procedimientos y propiedades, tuvieron más dificultades en el desarrollo de la tarea del pentágono regular, porque consideraban que el polígono regular debía teselar siempre el plano. Este ejemplo demuestra la tendencia a generalizar, por lo que tuvieron dificultades para avanzar en la actividad de creación de teselas. Finalmente, realizaron el resto de sesiones correctamente con respuestas con gran riqueza matemática.

El grupo 4 obtuvo unos resultados óptimos durante toda la situación. Se caracterizó por crear respuestas creativas alejadas de las prototípicas. Aunque comenzaron encontrando pocas relaciones entre polígonos, tras conocer la variable de los ángulos, demostraron comprender el concepto de teselado con una gran abstracción, apoyándose en mayor medida en la composición y descomposición de figuras. El único error que cometieron fue al diseñar pentágonos irregulares que, aunque utilizaron estrategias aceptables, el ejemplo que diseñaron no podía teselar el plano, porque no habían repetido el patrón lo suficiente. Sin embargo, en las tareas de creación de mosaicos diseñaron numerosos mosaicos y patrones capaces de teselar el plano, demostrando una gran evolución de su razonamiento espacial. Además, fue de los pocos grupos que realizó la actividad de ampliación de la sesión 2 obteniendo unos resultados positivos (véase anexo 11.2).

El grupo 5 fue el que identificó una mayor cantidad de conexiones. En el ámbito de Ciencias Sociales compararon las costumbres romanas con las de su día a día. En la sesión 2 encontraron todas las relaciones posibles entre polígonos, recurriendo a todas las estrategias mencionadas. En la sesión 3 fueron capaces de encontrar patrones de su día a día y transferirlos a sus mosaicos. Solo mostraron complicaciones en la actividad de

pensamiento computacional, pues no comprendieron que las traslaciones poseen una dirección y una medida de distancia, y en los giros una unidad de referencia.

El grupo 6 logró un desarrollo óptimo de las actividades reflejando un claro proceso de evolución y aprendizaje. Este grupo se caracterizó por encontrarse en el nivel 2 de Van Hiele: comprobaron los resultados utilizando diferentes estrategias, como la manipulación de teselas para comprobar relaciones matemáticas o el uso de instrumentos para conocer la medida de los ángulos de los polígonos. También mostraron indicios de niveles superiores de razonamiento geométrico: se apoyaron en la lógica para aplicar las propiedades de algunos polígonos mediante la descomposición en otros polígonos más simples. Por lo tanto, elaboraron respuestas con gran riqueza matemática, siendo uno de los grupos que mostró mayor curiosidad a lo largo de las actividades.

9. ANÁLISIS DEL ALCANCE DEL TRABAJO Y CONCLUSIÓN FINAL

Esta propuesta explora un tema tan extenso como llega a ser la comprensión del plano y su teselado, combinado con la desafiante meta de trabajar el mundo romano, propio del área de las Ciencias Sociales. Por lo tanto, se apoya en una amplia fundamentación teórica basada en el ámbito social y matemático que aborda desde las concepciones históricas que los romanos, griegos y Kepler poseían acerca del plano, hasta las nociones matemáticas fundamentales que lo explican hoy en día: ángulos, teselas, polígonos, etc. Una opción transversal con un gran alcance que permite trabajar conocimientos de áreas como Educación Plástica y Visual con los mosaicos de Escher.

Esta intervención interdisciplinar es una gran oportunidad de trabajo de metodologías innovadoras, alejadas de la enseñanza tradicional, como puede ser el trabajo en equipo y el juego de rol. Su desarrollo consta de actividades variadas en las que se recurre a numerosos recursos manipulativos que se caracterizan por su precio económico, porque, a pesar de que los pattern blocks constituyen la base manipulativa de la intervención y poseen un precio económico moderado, existen alternativas económicas como llega a ser las teselas de cartulina.

En cuanto a las actividades, una de sus principales fortalezas es que pueden adaptarse a numerosos contextos, debido a que no dependen de elementos TIC, ni de un elevado número de recursos, al ser en mayor parte manipulativo. Además, potencia la atención a la diversidad, mediante el trabajo en equipo y la adaptación de actividades, porque existen actividades de ampliación, con el fin de catalizar su razonamiento espacial. Por lo tanto, posee un nivel de dificultad progresivo, que permite a todo el alumnado participar en el desarrollo de la actividad, indiferentemente de su rendimiento académico.

La principal limitación de la actividad son los pattern blocks, porque pueden incrementar el nivel de ruido de la clase y, en ocasiones, dificultar la concentración del alumnado durante las explicaciones. También es importante considerar que actividad está diseñada en el contexto de un aula espaciosa que requiere de un mínimo de movilidad, en

específico, en la sesión 4 que presenta desplazamientos y cambios de agrupamiento. No obstante, la intervención resultó un éxito y una gran oportunidad para desarrollar la visualización geométrica y la comprensión del plano, con el fin de conocer el razonamiento geométrico del alumnado.

En definitiva, esta intervención podría trasladarse a las aulas y tener una recepción igual de positiva en diferentes tipos de contexto. Aunque esté diseñada para cursos de primaria, también puede replantearse en aulas de secundaria, demostrando que el conocimiento no está segregado, ni limitado por cursos, obteniendo resultados igual de interesantes y estrategias que puedan proporcionar un estudio con gran potencial educativo.

A partir de este trabajo ha sido posible llegar a una serie de conclusiones que han determinado que la intervención haya resultado un éxito a nivel cognitivo y funcional, alcanzando todos los objetivos propuestos.

En primer lugar, el uso de las teselas desarrolló la visualización geométrica, que posee una finalidad imprescindible para conocer y analizar el razonamiento lógico y espacial del alumnado. Esta alternativa concluyó en que la mayor parte del alumnado de 6.º de primaria se localiza en un nivel 2 de razonamiento espacial de Van Hiele, porque recurre a un amplio número de estrategias: pictóricas, instrumentos, manipulación, superposición, descomposición, etc. Todas con el objetivo de encontrar una solución.

También se realizó un extensivo análisis de los resultados, demostrando que, aunque el alumnado conozca los elementos del plano, esto no implica que comprenda realmente su significado. Por lo tanto, es fundamental realizar conexiones, de tal forma que el alumnado genere vínculos e identifique diferentes patrones presentes en su día a día que les ayude a comprender cómo se tesela, fomentando el pensamiento computacional.

Otro de los objetivos alcanzados fue generar un enfoque interdisciplinar, con la Villa Romana de la Olmeda como principal hilo conductor. Esta perspectiva permite trabajar el área de Ciencias Sociales y retroalimentar otras como la Educación Plástica y Visual, desarrollando la creatividad. El alumnado adquirió conocimientos acerca del pasado romano: vida, religión y costumbres. Pero, sobre todo, conoció un gran bien cultural presente en la provincia de Palencia, patrimonio protegido y fuente de motivación para numerosas intervenciones didácticas.

Para realizar esta intervención, fue necesario una rigurosa investigación acerca de las nociones del plano, debido a que el teselado no es un término muy frecuente en las aulas, sin embargo, como docente me ha permitido formarme en un ámbito que me interesaba, descubriendo recursos eficaces que apenas figuran en el currículo. Por lo tanto, este trabajo me ha permitido diseñar una situación de aprendizaje, ajustada a la actual legislación, y comprender cómo funciona el razonamiento espacial del alumnado de tercer ciclo, siendo posible gracias a la estancia en un centro durante las prácticas. Esto supuso una oportunidad para utilizar metodologías inductivas y deductivas, demostrando que complementar metodologías de diferentes áreas es un gran catalizador del aprendizaje.

A nivel personal, supuso una oportunidad enriquecedora que me ha permitido combinar mis dos pasiones: la Historia y las Matemáticas, mostrando que ambas son compatibles y proporcionándome una perspectiva nueva de la geometría, que de niño hubiese deseado algún día tener, una geometría lúdica e interactiva, apoyada en la manipulación; y una Historia Antigua viva, no basada en la comprensión de términos o visualización de imágenes. Un aspecto que descubrí es que esta línea no debe limitarse solo a la Edad Antigua, sino extenderse a otras épocas históricas, por ejemplo, la Edad Media, con los azulejos de la Alhambra o la Edad Contemporánea con obras abstractas. En conclusión, este trabajo me ha ayudado a redescubrir el razonamiento espacial, mediante el juego y el arte, y me ha permitido mejorar como docente, en la forma de explicar y estimular al alumnado.

10. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abásolo, J. A. y Martínez, R. (2012). *Villa Romana de la Olmeda: guía arqueológica*. Diputación de Palencia.
- Abrate, R. S., Delgado, G. I. y Pochulu, M. D. (2006c). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 39(1), 1-9. <https://doi.org/10.35362/rie3912598>
- Alatorre, D. (2018). *Sobre el problema del Einstein*. Motivos matemáticos. <https://motivos.matem.unam.mx/vol1/num2/artest.html>
- Ausubel, D. P. (1963). *The Psychology of Meaningful Verbal Learning: An Introduction to school learning*. Grune & Stratton.
- Bueno, A., Olmo, J., Tirado, S., Cózar, R. y González, J. A. (2022) Primeras Ideas de los Futuros Docentes Sobre el Pensamiento Computacional. *Escenarios y recursos para la enseñanza con tecnología: desafíos y retos*, 1, 30-38
- Cadena, I.M., Delgado, M. y Vergel, J.A. (2018). Patrones en mosaicos y teselados desde composiciones geométricas. *Revista Logos Ciencia & Tecnología*, 10(2). <https://doi.org/10.22335/rlct.v10i2.569>
- Calvo, P., Jiménez, E. y Servetto, A. (2022) Experiencias de educación virtual en tecnología: algoritmia y programación para carreras de ingeniería. *Escenarios y recursos para la enseñanza con tecnología: desafíos y retos*, 1, 162-169
- Carbó, J.R. y Pérez, I. (2010). Fuentes históricas de los juegos de rol: un experimento para la didáctica de la historia antigua. *Education in the Knowledge Society (EKS)*, 11(3), 149-167. <https://doi.org/10.14201/eks.7454>
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Montes, M. A., Escudero, D. I., y Flores, E. (2016). *Didáctica de las Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Ediciones Paraninfo.
- DECRETO 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación primaria en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León, núm. 190, de 30 de septiembre de 2022. <https://bocyl.jcyl.es/boletines/2022/09/30/pdf/BOCYL-D-30092022-2.pdf>

- Dewey, J. (1933). *How we think*. Lexington, MA: Heath.
- Galán, G. y Rodríguez, Y. (2013). Dibujando la realidad usando las Isometrías en el plano bidimensional. *Educación científica y tecnológica*, 2, 709. <https://doi.org/10.14483/23448350.7757>
- Gamboa, A. R. y Ballesteros A. E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*.14(2), 125-142. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=194115606010>
- García, A. (1972). *Arte romano. Enciclopedia clásica I*. Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
- Godino, J.D. y Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. <https://hdl.handle.net/10481/95698>
- Gutiérrez, J. y Vela, C. (2023). *Teselas más que piedras*. La Olmeda Minor. Diputación de Palencia.
- Guzmán, M. (1994, abril). *Impactos de la matemática sobre la cultura*. La ciencia ante el siglo XXI. Ciclo de conferencias de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Madrid, España. <https://dialnet.unirioja.es/ejemplar/644686>
- Hilden, H., Montesinos, J., Tejada, D. y Toro, M. (2012). Impresión de diseños simétricos en la obra de Escher. *Tecné Episteme y Didaxis TED*, 32. <https://doi.org/10.17227/ted.num32-1862>
- Kepler, J. (1619). *Harmonices mundi libri V*. <https://doi.org/10.5479/sil.135810.39088002800316>
- Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, de modificación de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, Boletín Oficial del Estado, núm. 340, de 30 de diciembre de 2020. <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3>
- Mata, A. (1994). *Ángeles y Genios en la Astrología Caldea: Su utilización en la Interpretación y en la Magia*. Libros Yutaka.
- Mitchelmore, M. y White, P. (2000). Development of Angle Concepts by Progressive Abstractions and Generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209-238. <https://doi.org/10.1023/A:1003927811079>

- Moreno, J. R. (2018). El pensamiento crítico en la enseñanza de la historia a través de temas controvertidos. *Actualidades Pedagógicas*, 72, 15-28. <https://doi.org/10.19052/ap.5215>
- Penrose, R. (1989). *La mente nueva del emperador*. Oxford University Press.
- Podestá, R. A. (2022). Teselando el plano con polígonos convexos. *Revista de Educación Matemática*, 37(1), 31-60. <https://doi.org/10.33044/revem.37469>
- Real Academia Española. (2024). Geometría. En Diccionario de la Lengua Española. Recuperado en 30 de mayo de 2025. <https://dle.rae.es/tesela>.
- Real Academia Española. (2024). Isometría. En Diccionario de la Lengua Española. Recuperado en 30 de mayo de 2025. <https://dle.rae.es/isometr%C3%ADa>
- Real Decreto 132/2010, de 12 de febrero, por el que se establecen los requisitos mínimos de los centros que impartan las enseñanzas del segundo ciclo de la educación infantil, la educación primaria y la educación secundaria. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 62, de 12 de marzo de 2010. <https://www.boe.es/eli/es/rd/2010/02/12/132>
- Segovia, I. y Rico, Luis. (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Pirámide, S.A.
- Wing, J. M. (2006). Computational thinking. *Communications Of The ACM*, 49(3), 33-35. <https://doi.org/10.1145/1118178.1118215>

11. ANEXOS

11.1 RECURSOS

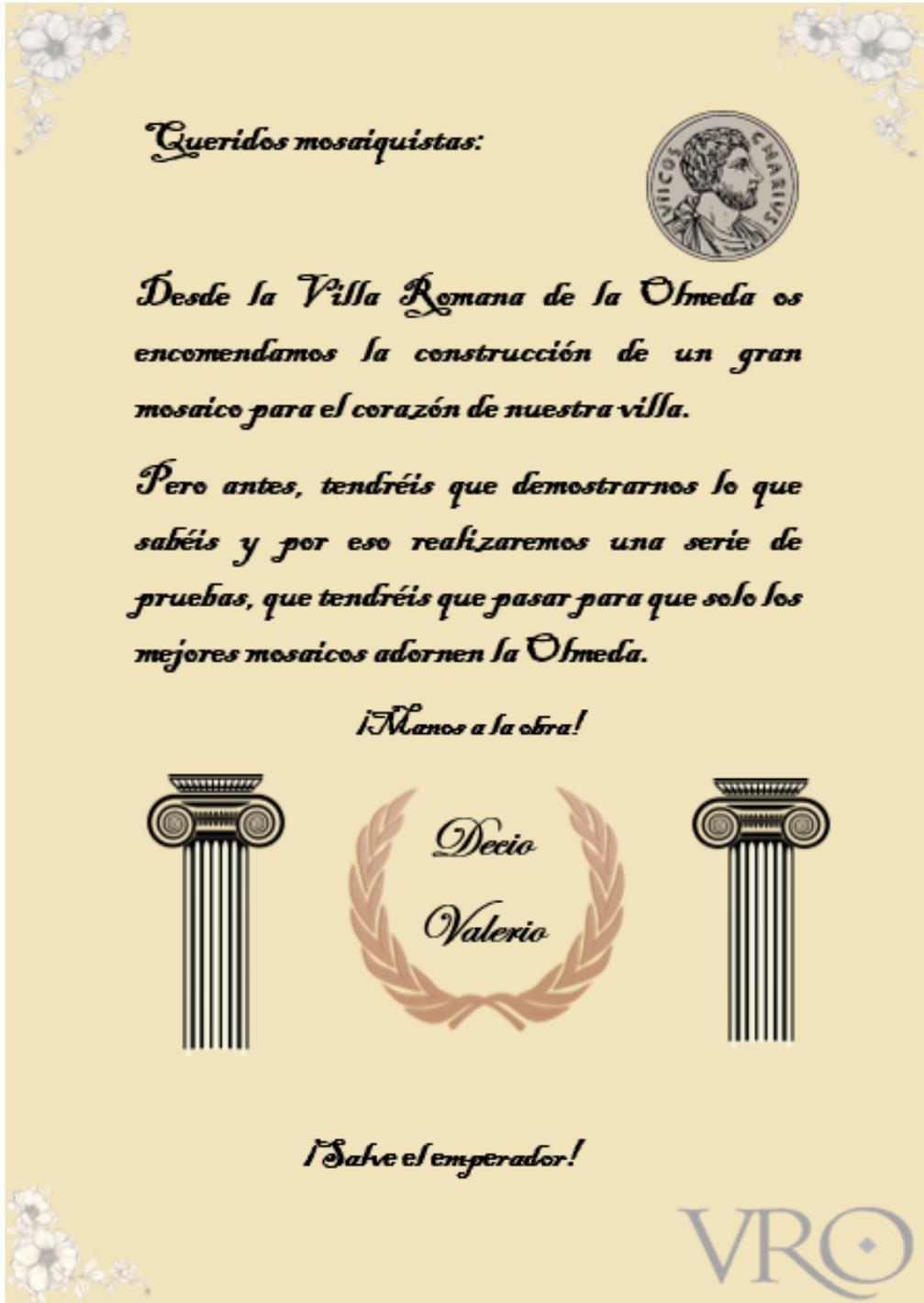


Figura 37: Carta de presentación, sesión 1 (elaboración propia)



Figura 38: Pattern blocks (elaboración propia)



Figura 39: Escudo del grupo (elaboración propia)

LA VILLA



- ¿Qué era el vestíbulo? ¿Por qué creéis que se pondría aquí un mosaico?

- ¿De qué material crees que están hechas las teselas?

- ¿Qué forma tienen? ¿Por qué crees que los romanos usaban esa forma?

- ¿Qué figuras identificas en el mosaico? ¿Alguna geométrica?

Figura 40: Diario del taller, sesión 1 (elaboración propia)

CONOCEMOS LAS TESELAS

¿En qué zona de la casa se encuentra el siguiente mosaico?



¿Cuál era la función de este lugar? ¿Cómo eran las medidas de higiene romanas?

VRO

Decio Valerio que es un gran coleccionista de teselas. Entrega una serie de teselas a cada gremio. ¿Existe alguna serie de relaciones entre ellas a la hora de hacer mosaicos?

Diseña un mosaico con cuadrados, otro con triángulos y otro con hexágonos. ¿Qué medida poseen los ángulos interiores de cada figura? ¿Existe alguna relación entre ellos?

VRO

Figura 41: Diario del taller, sesión 2 (elaboración propia)

EL MANUAL DEL GREMIO



¿Qué era el peristilo? ¿Por qué creéis que se pondría aquí un mosaico?

¿Hay simetría, giro o traslación en alguna de las figuras geométricas presentes?

Decio ha quedado fascinado con los diseños y ahora quiere tener las instrucciones por escrito. Para ello cada grupo se encargará de la creación de un mosaico, anotarán los pasos seguidos y después tratarán de reconstruir el del resto.

Figura 43: Diario del taller, sesión 4 (elaboración propia)

11.2. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD: ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN

Sesión 2: Crea un mosaico combinando dos tipos de teselas. ¿Es posible? ¿Y con tres? ¿Por qué crees que puede o no teselarse?

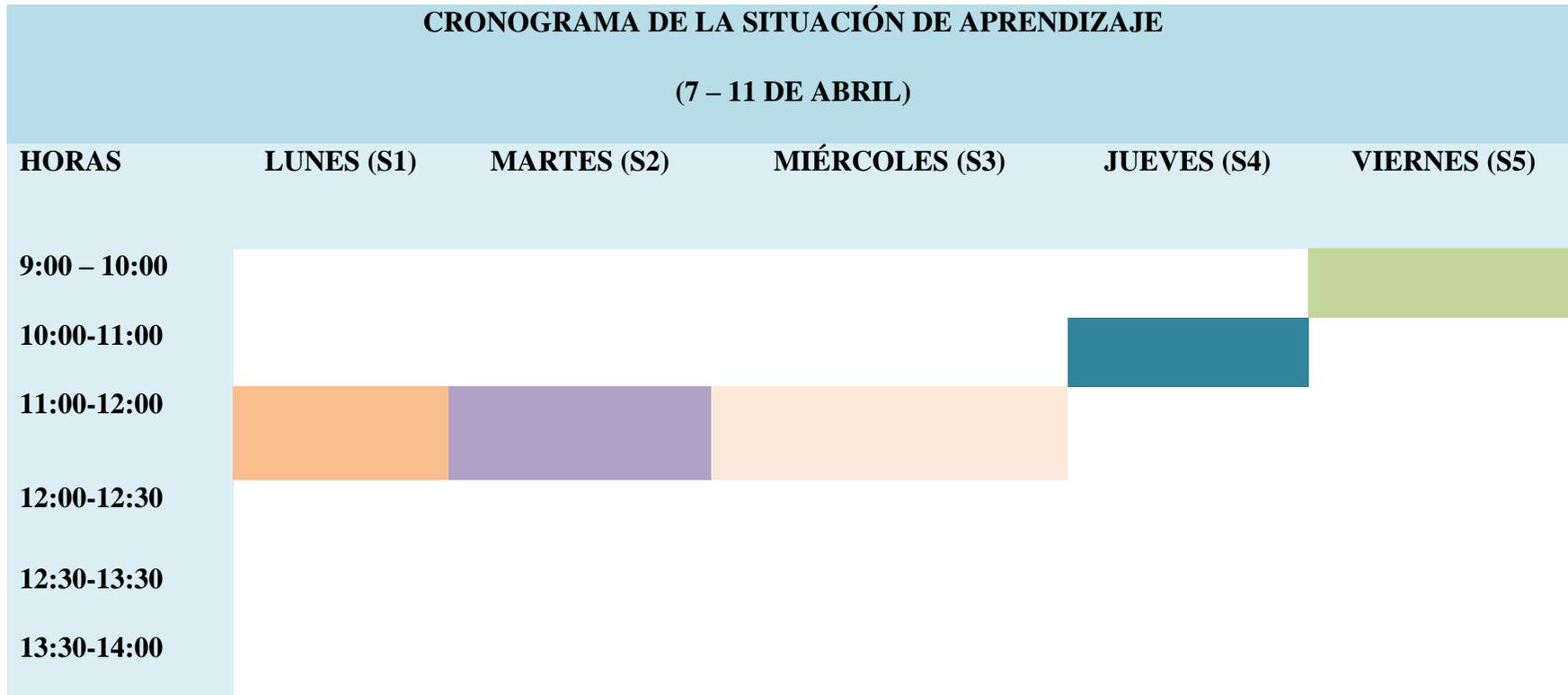


Figura 44: Actividad de ampliación, respuesta del grupo 4 (elaboración propia)

Sesión 4: Escribe los pasos necesarios para construir un mosaico con cuadrados, triángulos y hexágonos. Haz giros, movimientos y traslaciones.

11.3. CRONOGRAMA DE LAS SESIONES

Tabla 4: Cronograma de la situación de aprendizaje



11.4. TABLA 5: RÚBRICA DE EVALUACIÓN DEL ALUMNADO

RÚBRICA DE EVALUACIÓN DEL ALUMNADO				
CRITERIO	Insuficiente	Suficiente	Notable	Sobresaliente
Participación en equipo	No muestra interés, ni participa en el desarrollo de las actividades.	Participa y muestra interés, pero, en ocasiones, se distrae.	Participa a partir de la interacción oral, el diálogo y la escucha.	Participa activamente en el desarrollo de las actividades, muestra constante interés y utiliza un vocabulario técnico para expresarse..
Patrimonio histórico-cultural	No muestra interés por el patrimonio histórico-artística, ni por el pasado romano.	Conoce el contexto histórico de la época romana y sus principales elementos anecdóticos.	Conoce el contexto, vida y costumbres de la Época Romana, y las partes y funciones de la Villa Romana.	Conoce el contexto, vida y costumbres de la Época Romana, y las partes y funciones de la Villa Romana, junto con gran cantidad de elementos anecdóticos.
Razonamiento espacial	Posee un nivel 1 de Van Hiele en el razonamiento geométrico: percibe de forma global las figuras geométrica y no identifica de forma específica cada una de sus partes.	Posee un nivel 2 de razonamiento geométrico, pero en ocasiones muestra indicios del nivel 1: identifica las figuras geométricas y utiliza estrategias de manipulación, pero en ocasiones no identifica sus partes.	Posee un nivel 2 de razonamiento geométrico: identifica las figuras de forma explícita, citando sus partes y propiedades, pero sin establecer relaciones matemáticas entre ellas. Además, recurre a un amplio número de estrategias.	Posee un nivel 2 de razonamiento geométrico y muestra indicios de niveles superiores: identifica las figuras, citando sus partes y propiedades, llegando a establecer relaciones matemáticas entre ellas y logra abstraer e interiorizar algunos conceptos.
Pensamiento computacional	No reconoce patrones, ni	Reconoce patrones y elementos reconocibles,	Reconoce patrones en el día a día y es capaz de	Reconoce patrones en el día a día y es capaz de construir mosaicos utilizando un

	elementos repetitivos.	aunque, en ocasiones, utiliza un vocabulario pobre e impreciso.	construir mosaicos utilizando isometrías.	amplio número variado de isometrías, utilizando un vocabulario técnico.
Pensamiento crítico	No piensa con criterio y tampoco se cuestiona la información.	Se cuestiona la información, con evidencias y argumentos, pero poco fundamentados.	Analiza argumentos, evalúa evidencias y toma decisiones acertadas.	Analiza argumentos, evalúa evidencias, toma decisiones y se adapta a numerosos contextos.