



Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Trabajo Fin de Grado

Grado en Administración y

Dirección de Empresas

Reparto de Escaños

Presentado por:

Marta Lambás Vivancos

Valladolid, 21 de julio de 2025

RESUMEN

En este trabajo se establece lo que se entiende por sistema electoral, así como los elementos determinantes del mismo. A continuación, se aborda el estudio de los métodos de reparto de escaños, un aspecto fundamental en el diseño y funcionamiento de los sistemas electorales.

Posteriormente, se simula el reparto de escaños entre los diferentes partidos políticos en las Elecciones Generales celebradas en España en julio de 2023 utilizando los principales métodos de reparto estudiados, y se analiza la desproporcionalidad que se observa con la aplicación de cada una de sus reglas.

Palabras clave: sistema electoral, método de reparto de escaños, divisor, desproporcionalidad.

ABSTRACT

This project establishes what is understood by electoral system, as well as its determining elements. The study then focuses on the methods for allocating seats, a fundamental aspect in the design and functioning of electoral systems.

Subsequently, a simulation is conducted of the distribution of seats among the different political parties in the General Elections held in Spain in July 2023 using the main allocation methods studied, and the disproportionality observed with the application of each of these rules is analyzed.

Key words: electoral system, seat allocation method, divisor, disproportionality.

ÍNDICE

1.	INTRODUCCIÓN	5
2.	SISTEMAS ELECTORALES.....	6
2.1.	Definición y tipos	6
2.1.1	<i>Sistema electoral Mayoritario</i>	<i>6</i>
2.1.2	<i>Sistema electoral proporcional</i>	<i>7</i>
2.1.3	<i>Sistema electoral mixto</i>	<i>8</i>
3.	ELEMENTOS DETERMINANTES DE UN SISTEMA ELECTORAL	9
3.1.	Circunscripción	10
3.2.	Umbral o barrera electoral.....	11
3.3.	Método de reparto	11
3.4.	Escaños compensatorios	12
4.	MÉTODOS DE REPARTO	13
4.1.	Cocientes y restos	14
4.1.1	<i>Método de Hamilton.....</i>	<i>15</i>
4.1.2	<i>Método de Lowndes</i>	<i>16</i>
4.1.3	<i>Método de RM-Droop.....</i>	<i>17</i>
4.1.4	<i>Paradojas de los métodos cocientes y restos.</i>	<i>17</i>
4.1.4.1	<i>Paradoja de Alabama</i>	<i>18</i>
4.1.2.4	<i>Paradoja de los votos</i>	<i>19</i>
4.2	Divisores.....	20
4.2.1	<i>Método de Jefferson o de D'Hondt.....</i>	<i>21</i>
4.2.2	<i>Método de Webster o Sainte- Laguë</i>	<i>22</i>
4.2.3	<i>Sainte-Laguë modificado</i>	<i>23</i>
4.2.4	<i>Método de Adams</i>	<i>24</i>
4.2.5	<i>Método de Dean</i>	<i>25</i>
4.2.6	<i>Método de Hill-Huntington.....</i>	<i>26</i>
4.3	Propiedades de los métodos	27
5.	SISTEMA ELECTORAL ESPAÑOL	29
5.1	Descripción	29
5.2	Caso práctico: Resultados de las Elecciones Generales 2023 aplicando distintos métodos.....	32
5.2.1	<i>Índices de desproporcionalidad electoral</i>	<i>32</i>
5.2.2	<i>Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método D'Hondt.....</i>	<i>33</i>

5.2.3 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Adams.....	35
5.2.4 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Hill-Huntington	36
5.2.5 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Sainte-Laguë.	37
6 CONCLUSIONES.....	39
BIBLIOGRAFIA	41

ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

Tabla 4.1 Ejemplo ficticio para cinco partidos y una circunscripción con nueve escaños.	15
Tabla 4.2 Reparto de escaños con método de Hamilton.	16
Tabla 4.3 Reparto de escaños con método de RM-Droop.	17
Tabla 4.4 Ejemplo ficticio para cuatro partidos, una circunscripción y trescientos veintitrés escaños.	18
Tabla 4.5 Reparto de escaños con paradoja de Alabama.	19
Tabla 4.6 Reparto de escaños con Paradoja de los Votos I.	19
Tabla 4.7 Reparto de escaños con Paradoja de los Votos II.	20
Tabla 4.8 Reparto de escaños con método de D'Hondt.	22
Tabla 4.9 Reparto de escaños con método Sainte-Laguë.	23
Tabla 4.10 Reparto de escaños con método de Sainte-Laguë modificado.	23
Tabla 4.11 Reparto de escaños con método de Adams.	25
Tabla 4.12 Reparto de escaños con método Dean.	26
Tabla 4.13 Reparto de escaños con método de Huntington-Hill.	27
Tabla 4.14 Propiedades de los métodos de reparto.	29
Tabla 5.1 Resultados electorales julio 2023 (D'Hondt).	34
Gráfico 5.1 Composición del Parlamento julio 2023 (D'Hondt).	34
Tabla 5.2 Resultados electorales julio 2023 (Adams).	35
Gráfico 5.2 Composición del Parlamento julio 2023 (Adams).	36
Tabla 5.3 Resultados electorales julio 2023 (Hill-Huntington).	37
Gráfico 5.3 Composición del Parlamento julio 2023 (Hill-Huntington).	37
Tabla 5.4 Resultados electorales julio 2023 (Sainte-Laguë).	38
Gráfico 5.4 Composición del Parlamento julio 2023 (Sainte-Laguë).	38

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas electorales constituyen el mecanismo a través del cual la ciudadanía selecciona, de manera libre, a quienes los representarán en las instituciones gubernamentales. Su funcionamiento se define principalmente por cuatro factores: la fórmula utilizada para traducir votos en escaños, el número de representantes que se elige en cada circunscripción, el umbral mínimo de votos necesario para obtener representación y la cantidad total de miembros en la asamblea. Estos elementos influyen directamente en aspectos como la posibilidad de que un solo partido alcance el poder, la formación de gobiernos de coalición y la presencia de partidos minoritarios en los órganos legislativos.

Este trabajo de fin de grado aborda de manera integral los sistemas electorales y, en particular, los diferentes métodos de reparto de escaños utilizados para transformar los votos en representación parlamentaria. En las Secciones 2 y 3, se presentan las principales tipologías de sistemas electorales—mayoritario, proporcional y mixto—y se analizan los elementos que los configuran, como la circunscripción, el umbral electoral, los métodos de reparto y la existencia de escaños compensatorios.

El núcleo del trabajo, Sección 4, se centra en los métodos de reparto, diferenciando entre los sistemas basados en cocientes y restos (como los métodos de Hamilton, Lowndes y RM-Droop) y los sistemas de divisores (como los métodos de D'Hondt, Sainte-Laguë y sus variantes, etc.). Se examinan sus fundamentos matemáticos, las paradojas que pueden generar y sus propiedades en términos de proporcionalidad y representación de minorías.

En la Sección 5, se estudia el caso concreto del sistema electoral español, describiendo su funcionamiento y aplicando distintos métodos de reparto a los resultados de las elecciones generales de 2023, incluyendo el análisis de la desproporcionalidad mediante índices específicos. Así, el trabajo ofrece una visión comparada y aplicada de cómo los distintos métodos de reparto influyen en la composición de los órganos representativos y en la calidad de la representación democrática.

Finalmente, el trabajo concluye con unas reflexiones finales y una recopilación de las referencias bibliográficas utilizadas para la elaboración y fundamentación de la información presentada.

2. SISTEMAS ELECTORALES

2.1. Definición y tipos

Un sistema electoral es un conjunto de normas y procedimientos establecidos para organizar el proceso de elecciones, determinando cómo se convierten los votos de los electores en cargos ocupados por candidatos o partidos.

Salvador Giner define el sistema electoral como el “conjunto de actos, momentos y operaciones regladas a través de las cuales se consiguen formar, mediante emisión del voto, órganos representativos que expresan las preferencias políticas de los ciudadanos” (Giner et al. 1998). Esta definición abarca todo el proceso, desde la campaña electoral hasta la conversión de los votos en escaños, mediante la aplicación de un método específico.

Los sistemas electorales pueden diferir ampliamente según diversos factores, como el tipo de fórmula electoral empleada, la estructura de la papeleta de votación, y la magnitud del distrito electoral. Estos componentes son claves para determinar cómo los votos se transforman en representación política.

El diseño de un sistema electoral tiene profundas implicaciones sobre la gobernabilidad y la representación política en un país.

Una primera clasificación de los sistemas electorales los agrupa en: mayoritario, proporcional o mixto (Fernández Esquer, 2024).

2.1.1 Sistema electoral Mayoritario

El sistema de pluralidad o mayoría está diseñado para asegurar que el partido que gane en unas elecciones obtenga una mayoría de escaños, lo que le permite implementar el mandato de sus votantes desde el gobierno. Un ejemplo de este sistema es el utilizado en España para las elecciones al Senado, aunque con una modificación que limita el voto.

Es sencillo, una vez que los votos se han emitido y contabilizado, el candidato o el partido con la mayor cantidad de votos es proclamado vencedor, aunque en algunos casos pueden aplicarse condiciones adicionales. Sin embargo, la forma en que se lleva a cabo

este proceso puede variar considerablemente, existen cinco variantes de los sistemas mayoritarios: A este respecto véase ACE Electoral Knowledge Network (s.f).

- **Mayoría simple o relativa o "first past the post":** El candidato que consiga más votos que los demás es el que se declara ganador, sin necesidad de alcanzar una mayoría absoluta. Este modelo se utiliza en países como Reino Unido, Estados Unidos, Canadá e India.
- **Voto en bloque:** Este sistema se aplica en distritos pluripersonales o distritos de representación múltiple donde los votantes tienen tantos votos como escaños a elegir, y los candidatos que obtienen los mayores índices de votación son los que consiguen los escaños, independientemente de la proporción exacta de votos que reciban.
- **Voto en bloque por partido:** En este caso, los votantes eligen listas de partidos en lugar de candidatos individuales. Los escaños se asignan a los partidos que obtienen la mayor cantidad de votos.
- **Voto alternativo:** Este sistema se utiliza para garantizar que el ganador obtenga una mayoría absoluta. Los electores colocan a los candidatos por orden de preferencia. Si ningún candidato alcanza más del 50% de las primeras preferencias de los votantes, se utilizan los votos de segunda preferencia para determinar al vencedor. Este sistema es utilizado en países como Australia.
- **Doble ronda:** Este sistema asegura que el candidato ganador obtenga una mayoría absoluta. Si en la primera vuelta ningún candidato consigue esa mayoría, se realiza una segunda vuelta, normalmente, entre los dos candidatos más votados, y el ganador se decide por mayoría relativa.

2.1.2 Sistema electoral proporcional

Los sistemas de representación proporcional son aquellos en los que los escaños asignados a las candidaturas se distribuyen de forma proporcional a los votos obtenidos. En este caso hablamos de fracciones que hay que aproximar a cantidades enteras, y ahí es donde aplicamos los distintos métodos de reparto. Esta relación directa entre los

votos y los escaños incentiva a los partidos a participar activamente en el sistema electoral.

Según Salvador Giner “a los sistemas proporcionales se les atribuye la facultad de llevar al parlamento una representación sin distorsiones de las corrientes de opinión en la sociedad, al contar todos los partidos con las mismas oportunidades de obtener representación parlamentaria” (Giner et al. 1998).

Tienen la ventaja de asignar los escaños de manera más precisa según el porcentaje de votos obtenidos, lo que contribuye a una representación más equitativa y evita los resultados distorsionados que suelen presentarse en los sistemas mayoritarios. Estos sistemas son especialmente beneficiosos en países con democracias en desarrollo y sociedades con fuertes divisiones.

Sin embargo, cabe destacar que estos sistemas favorecen la creación de coaliciones políticas que pueden dar lugar a bloqueos legislativos, así como la fragmentación del sistema de partidos, lo que otorga una influencia excesiva a los partidos pequeños. Pueden dar espacio a partidos extremistas y resultar más complejos de comprender y aplicar debido a sus características técnicas.

Los sistemas proporcionales son los más utilizados en las elecciones más relevantes en España, tales como las del Congreso de los Diputados (art. 68.3 CE y art. 162 LOREG)¹, las Asambleas Autonómicas (art. 152.1 CE), las elecciones municipales (art. 180 LOREG) y al Parlamento Europeo (art. 214 LOREG).

Existen una infinidad de métodos posibles de reparto proporcional, pero si nos limitamos a los que más se usan en la práctica cabe destacar el de D'Hondt y el de Saint-Laguë.

2.1.3 Sistema electoral mixto

Los sistemas electorales mixtos buscan combinar los beneficios de los sistemas

¹ CE: Constitución Española
LOREG: Ley Orgánica del Régimen Electoral General

mayoritarios con los sistemas proporcionales. En estos sistemas, coexisten dos modalidades de elecciones que emplean diferentes fórmulas, de manera que los votantes contribuyen a la elección de los representantes bajo ambos métodos.

Existen dos tipos principales de sistemas mixtos: representación proporcional personalizada y sistemas paralelos.

En los sistemas de representación proporcional personalizada, los resultados de las elecciones bajo los dos tipos de sistemas están vinculados. La distribución de escaños en el sistema proporcional depende de los resultados obtenidos en los distritos mayoritarios, compensando cualquier desajuste en la asignación de escaños. Este tipo de sistema tiende a producir resultados más proporcionales.

En los sistemas paralelos las dos modalidades electorales operan de manera independiente sin que los resultados de uno afecten al otro. En estos sistemas el grado de proporcionalidad resultante suele ubicarse en un punto intermedio entre los sistemas de mayoría y los proporcionales.

Los sistemas de representación proporcional personalizada y los sistemas paralelos se han adoptado ampliamente en democracias emergentes de África y de los antiguos países de la Unión Soviética. Ejemplos de sistemas paralelos son los utilizados en Japón hasta 1993, en Rusia hasta 2007 y en Corea del Sur. Países como Alemania y Nueva Zelanda emplean sistemas de representación proporcional personalizada.

Estos modelos electorales han generado un considerable interés académico debido a la creencia de que logran un equilibrio entre los aspectos positivos de los sistemas proporcionales y mayoritarios, ofreciendo una representación más equilibrada y justa (ACE Electoral Knowledge Network, s.f.).

3. ELEMENTOS DETERMINANTES DE UN SISTEMA ELECTORAL

Según Ramírez y López (2012) las variables fundamentales de un sistema electoral son las circunscripciones, el umbral o la barrera electoral y los métodos de asignación de

escaños tanto a las circunscripciones como a los partidos políticos. También juegan un papel importante en los sistemas electorales, los escaños compensatorios.

3.1. Circunscripción

Se puede definir como el conjunto de ciudadanos o de electores agrupados generalmente sobre una base territorial a partir de cuyos votos se procede a distribuir los escaños de un parlamento a los partidos o a las coaliciones.

Las circunscripciones suelen crearse a partir de divisiones administrativas preexistentes en el país, aunque en algunos casos su trazado responde a factores geográficos.

La magnitud de una circunscripción se refiere al número de escaños que se asignan a cada una. Los sistemas electorales con una única circunscripción son poco comunes. Normalmente, el territorio se divide en varias circunscripciones a las cuales se les asignan escaños en función del número de electores o habitantes.

Las circunscripciones deben abarcar todo el territorio sin solaparse, aunque en algunos casos existen excepciones. En algunos países se crean circunscripciones específicas para representar a minorías étnicas, donde el territorio nacional se considera una única circunscripción para estas comunidades. Esto sucede en Polonia, donde a los partidos que representan a la minoría alemana se les asigna una circunscripción única en todo el país, mientras que la distribución de escaños a los demás partidos se realiza en circunscripciones separadas.

En España las provincias que eran importantes antes de la Constitución de 1978 y la instauración del Estado de las Autonomías, fueron utilizadas como circunscripciones para las primeras elecciones al Congreso de los Diputados en 1977. Más tarde la Constitución de 1978 las estableció nuevamente como circunscripciones para futuras elecciones, por lo que hoy en día tenemos 52 circunscripciones en el Congreso que son las 50 provincias junto con las ciudades autónomas de Ceuta y Melilla.

3.2. Umbral o barrera electoral

La barrera electoral, también denominada umbral electoral, es una cláusula de exclusión o tope electoral a partir de la cual se establece el porcentaje mínimo de votos que debe conseguir una candidatura para poder participar en el reparto de los escaños que están en juego. Tal y como manifiesta Ríos Rull (1997), se puede determinar que la barrera electoral es “aquel límite, impuesto por la legislación electoral, establecido en un determinado porcentaje de votos que impide a las candidaturas que no lo superen el acceso al reparto de escaños, según el modo de escrutinio proporcional adoptado”.

En otras palabras, se utiliza para evitar que un gran número de partidos políticos obtengan representación en el parlamento y así evitar una excesiva fragmentación. Son especialmente útiles cuando las circunscripciones son grandes y más aún cuando la asignación de escaños se basa en el total de votos obtenidos por los partidos. Por ejemplo, en Suecia para las elecciones parlamentarias los partidos deben superar un umbral del cuatro por ciento de los votos a nivel nacional para participar en la distribución de escaños, o bien obtener al menos el doce por ciento de los votos en una circunscripción concreta. Este tipo de barreras suele generar injusticias y falta de equidad en el sistema (Álvarez Conde & García Couso, 2001).

En España de acuerdo con la Ley del Régimen Electoral en las elecciones generales no se tienen en cuenta las candidaturas que hayan obtenido menos del 3% de los votos válidos (incluyendo los votos en blanco) en una circunscripción. Este umbral varía en el caso de las elecciones municipales y autonómicas: en los comicios municipales las candidaturas quedan excluidas del reparto por debajo del 5% de votos válidos, y en el caso de las autonómicas, depende de la legislación electoral de cada comunidad.

3.3. Método de reparto

También es conocido con el nombre de fórmula electoral, tiene como objetivo aproximar las cuotas o proporciones exactas de escaños que le corresponden a cada partido a través de cantidades enteras.

El sistema que se utiliza en España para distribuir los escaños es el método de la Ley D'Hondt, un sistema que favorece a las listas más votadas, pero que asegura una cierta proporcionalidad entre los votos y los escaños obtenidos.

Como mencionan Ramírez y López (2012, p. 32), existen métodos de reparto de escaños que se consideran imparciales. Los métodos imparciales buscan evitar que los partidos más grandes obtengan ventajas adicionales en el reparto de escaños, intentan garantizar que la probabilidad de que un partido sea beneficiado o perjudicado sea igual, independientemente de su tamaño.

Uno de los ejemplos más conocidos de un método imparcial es el método de Sainte-Laguë. A diferencia de la Ley D'Hondt, el sistema de Sainte-Laguë aplica divisores más altos. Este método ajusta el reparto de escaños de forma que el apoyo a partidos más pequeños se refleja más proporcionalmente en el número de escaños obtenidos, en lugar de favorecer desproporcionadamente a los partidos grandes (Moser & Scheiner, 2012). Otro sistema que busca la imparcialidad es el método de Hamilton, también conocido como el método de los restos mayores. Según este método, no hay un exceso de representación para los partidos más grandes, lo que garantiza un reparto más justo, aunque también puede dar lugar a un parlamento más fragmentado y menos estable. Sin embargo, tienen sus propios inconvenientes. Tienden a favorecer la fragmentación política, lo que puede dificultar la formación de gobiernos estables (Congleton et al., 2019).

Un análisis más detallado de los métodos de reparto se hará en la Sección 4.

3.4. Escaños compensatorios

Es importante considerar la posibilidad de implementar escaños compensatorios como una alternativa para mejorar la proporcionalidad y la representatividad del sistema.

Los escaños compensatorios son una característica que se puede encontrar en algunos sistemas electorales mixtos, no solo de los países europeos más avanzados sino también

en algunos países iberoamericanos con democracias relativamente recientes, con el objeto de corregir los desajustes entre los votos que obtiene un partido político y los escaños que le son asignados. Este método tiene como objetivo principal evitar la fragmentación parlamentaria excesiva y facilitar la gobernabilidad, al tiempo que mantiene un grado de proporcionalidad en la representación.

La implementación de escaños compensatorios podría abordar algunas de las debilidades del sistema electoral español, como por ejemplo la falta de equidad y la sobrerrepresentación de partidos más fuertes. Sin embargo, es crucial considerar las implicaciones de cualquier cambio en el sistema electoral, ya que estos pueden tener efectos significativos en la representación política y la estabilidad gubernamental.

4. MÉTODOS DE REPARTO

El problema del reparto de escaños constituye un desafío central en los sistemas electorales, especialmente cuando se busca asignar escaños a partidos o candidatos de manera que el reparto se acerque lo más posible a la proporción de votos obtenidos por cada uno de ellos.

Para ilustrar este problema y describir los distintos métodos propuestos para su solución, comenzaremos especificando la notación que vamos a utilizar:

- n número de formaciones políticas.
- v_i número de votos que recibe el partido i .
- s_i número total de escaños asignados al partido i .
- $V = v_1 + v_2 + \dots + v_n$ número total de votos emitidos.
- $S = s_1 + s_2 + \dots + s_n$ número total de escaños a repartir.
- $q_i = \frac{S}{V} v_i$ cuota del partido i .

La cuota en los sistemas electorales proporcionales es un valor numérico que

determina la cantidad de escaños que correspondería a cada partido en un reparto proporcional. Este valor numérico tiene una parte decimal y una parte entera, llamamos cuota inferior a la parte entera ($\lfloor q_i \rfloor$) y cuota superior a la parte entera más uno ($\lceil q_i \rceil$).

Puesto que el número de escaños asignados a cada partido debe ser un número entero, el problema de reparto consiste en encontrar números enteros $s_1, s_2, \dots, s_n$ de tal manera que:

1. Cada s_i sea lo más cercano posible a q_i .
2. $s_1 + s_2 + \dots + s_n = S$, es decir, la suma de los escaños asignados a todos los partidos sea igual al total de escaños disponibles.

Este problema es complejo porque en los sistemas electorales proporcionales, el reparto de escaños debe ser lo más justo y representativo posible, pero las cuotas no son números enteros, lo que limita la exactitud de la distribución proporcional. Según Lijphart (1994), "el desafío principal del reparto proporcional es que, aunque el principio de la proporcionalidad busca que el número de escaños asignados a cada partido sea cercano al número de votos obtenidos, los sistemas de reparto de escaños a menudo tienen que hacer sacrificios para garantizar que los escaños sean distribuidos en números enteros".

Los sistemas electorales, intentan resolver este problema mediante diversas fórmulas y ajustes. Concretamente, para resolver el mismo se han propuesto dos familias de métodos: métodos de los cocientes y restos y método de los divisores.

4.1. Cocientes y restos

En estos métodos de reparto se fija un cociente o cifra repartidora, que va a determinar la cantidad mínima de votos necesaria para obtener un escaño. Lo que diferencia a un método de otro es el tipo de cociente que usan. Una vez calculado dicho cociente, los partidos obtienen un número de escaños igual a la parte entera que resulta de dividir el número de votos recibidos entre la cifra repartidora. Una vez hecho esto si nos

quedasen escaños por cubrir, los vacantes se pueden asignar de distintas formas dependiendo del método aplicado.

Dentro de estos métodos vamos a describir tres: método de Hamilton, método de Lowndes y método de RM-Droop.

4.1.1 Método de Hamilton

El método de Hamilton es el más utilizado de todos los métodos de cocientes y restos. Se conoce también con el nombre de Restos Mayores o de Hare-Niemeyer.

Este método utiliza como cifra repartidora lo que se conoce como “cociente natural” o “cociente de Hare”, que se define como $\frac{V}{S}$, es decir, total de votos emitidos válidos entre el total de escaños a repartir. Cada partido conseguirá tantos escaños como veces tenga ese cociente, es decir, la parte entera de q_i .

Después de asignar esos escaños iniciales cabe la posibilidad de que no se hayan repartido todos los escaños disponibles debido a la división entera. Por eso se asignan los escaños vacantes entre los partidos que tienen el mayor resto, mayor número de votos no utilizados. El resto de cada partido se calcula como el resto de la división del total de votos entre el cociente de Hare.

Este método se utiliza en Grecia y Bélgica, entre otros.

En la Tabla 4.1 se muestran los datos del ejemplo que vamos a utilizar para ilustrar los diferentes métodos.

Tabla 4.1 Ejemplo ficticio para cinco partidos y una circunscripción con nueve escaños.

Partidos	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000

La Tabla 4.2 muestra el reparto de escaños para los datos de la Tabla 3.1 si se utiliza la regla de Hamilton con restos mayores.

En este caso el cociente natural es:

$$\frac{780.000}{9} = 86.666,6$$

Tabla 4.2 Reparto de escaños con método de Hamilton.

	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos / cociente de Hare	3,46	1,62	1,56	1,12	0,69	0,55
Escaños iniciales	3	1	1	1	0	0
Ajuste de escaños	0	1	1	0	1	0
Total escaños	3	2	2	1	1	0

Fuente: Elaboración propia

4.1.2 Método de Lowndes

Este método fue propuesto en 1822 por el político estadounidense William Lowndes, y es un refinamiento del de Hamilton al reconocer que la misma fracción pesa más para un partido más pequeño que para un partido más grande. Beumer (2010) explica que, por ejemplo, un resto de 0.4 es bastante sustancial para un partido que solo tiene un escaño, mientras que es de relativamente menos importancia para un partido que ya tiene cuarenta y cinco escaños. Por lo tanto, el método de Lowndes ajusta las fracciones restantes según el tamaño de los partidos políticos.

En este método se empieza como en el de Hamilton, dando a cada partido el número entero en su cuota. Posteriormente, el total de votos de cada partido se divide por su cuota inferior para obtener la fracción restante ajustada. Esto mide la circunscripción promedio por escaño otorgada hasta ese momento. Los partidos con el mayor promedio están menos representados y reciben los escaños restantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, el método de Lowndes asigna a cada partido los escaños de su cuota inferior. Si la cuota inferior para el partido i es 0, establece $s_i = 1$. Para cada partido calcula la fracción restante ajustada: $m_i = \frac{v_i}{[q_i]}$, excluyendo a aquellos partidos para los cuales $[q_i] = 0$. Los escaños restantes se reparten a los partidos con las fracciones restantes ajustada más grandes.

Probablemente debido al sesgo indeseable hacia los partidos más pequeños, el método

de Lowndes nunca se ha utilizado en la práctica y no se conoce con ningún otro nombre.

4.1.3 Método de RM-Droop

El método de RM-Droop utiliza como cifra repartidora lo que se conoce como “cociente de Droop” que hace referencia al número total de votos emitidos entre el número de escaños a repartir más 1.

$$\text{Cociente de Droop} = \frac{V}{S + 1}$$

Los escaños vacantes al igual que en el método de Hamilton se otorgan a los partidos que tienen un mayor número de votos no utilizados.

La Tabla 4.3 muestra el reparto de escaños para los datos de la Tabla 4.1 si se utiliza la cuota de Droop.

En esta situación tenemos que:

$$\text{Cociente de Droop} = \frac{780.000}{(9 + 1)} = 78.000$$

Tabla 4.3 Reparto de escaños con método de RM-Droop.

	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos / cociente de Droop	3,85	1,79	1,73	1,24	0,77	0,62
Escaños iniciales	3	1	1	1	0	0
Ajuste de escaños	1	1	0	0	1	0
Total escaños	4	2	1	1	1	0

Fuente: Elaboración propia

Este método favorece más a los partidos grandes que el método de los Restos Mayores.

4.1.4 Paradojas de los métodos cocientes y restos.

Hay dos desventajas principales con todos los métodos de cocientes y restos que han hecho que los mismos reciban muchas críticas. Estos dos inconvenientes reciben el nombre de Paradoja de Alabama y Paradoja de los votos. Ilustramos estas paradojas

para el método de Hamilton, pero también se produce con los restantes.

4.1.4.1 Paradoja de Alabama

Nace del incumplimiento de la monotonía respecto al número de escaños: al aumentar el número de escaños a repartir, manteniéndose todo lo demás constante, algún partido puede recibir menos escaños.

Se da porque al aumentar el tamaño de la Cámara, la cuota de todos los partidos aumenta en la misma proporción, pero no en los mismos términos absolutos (Beumer, 2010).

Consideramos el ejemplo recogido en la Tabla 4.4. En este caso el cociente natural o cociente de Hare es:

$$\frac{10.000}{323} = 30,96$$

Tabla 4.4 Ejemplo ficticio para cuatro partidos, una circunscripción y trescientos veintitrés escaños.

	A	B	C	D
Nº votos	5.670	3.850	420	60
Votos / cociente de Hare	183,14	124,35	13,56	1,93
Escaños iniciales	183	124	13	1
Ajuste de escaños	0	0	1	1
Total escaños	183	124	14	2

Fuente: Friki wiki ²

Supongamos ahora que en la circunscripción se reparte un escaño más (324 en vez de 323), manteniéndose constante lo demás. En este caso el cociente de Hare es:

$$\frac{10.000}{324} = 30,864$$

Los resultados se recogen en la Tabla 4.5.

² Fuente: https://es.friki.wiki/wiki/Paradoxe_de_l%27Alabama

Tabla 4.5 Reparto de escaños con paradoja de Albama.

	A	B	C	D
Nº votos	5.670	3.850	420	60
Votos / cociente de Hare	183,7	124,74	13,6	1,94
Escaños iniciales	183	124	13	1
Ajuste de escaños	1	1	0	1
Total escaños	184	125	13	2

Fuente: Friki wiki

Se produce la Paradoja de Alabama ya que, al aumentar el número de escaños a repartir, el partido D pierde un escaño.

4.1.2.4 Paradoja de los votos

Nace del incumplimiento de la monotonía respecto al número de votos. Al variar el número de votantes, un partido puede perder un escaño a favor de otro, incluso si el número de votantes del primer partido crece más que el del segundo.

Para ilustrar esta paradoja consideramos el ejemplo de la Tabla 4.6 que recoge el reparto de escaños con el método de Hamilton para una circunscripción en la que se reparten 12 escaños y en la que se han presentado tres partidos A, B y C que obtienen 400.000, 330.000 y 117.000 votos respectivamente.

En este caso el cociente natural es:

$$\frac{847.000}{12} = 70.583,33$$

Tabla 4.6 Reparto de escaños con Paradoja de los Votos I.

	A	B	C
Nº votos	400.000	330.000	117.000
Votos / cociente de Hare	5,667	4,675	1,658
Total escaños	6	5	1

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 4.7 recoge los escaños obtenidos por cada partido cuando se cambian los votos de los partidos, manteniéndose constante lo demás:

Tabla 4.7 Reparto de escaños con Paradoja de los Votos II.

	A	B	C
Nº votos	500.000	340.000	107.000
Votos / cociente de Hare	6,336	4,308	1,356
Escaños iniciales	6	4	1
Ajuste de escaños	0	0	1
Total escaños	6	4	2

Fuente: Elaboración propia

C ha perdido 10.000 votos y B los ha ganado. Pero aun así C gana un escaño y B lo pierde.

4.2 Divisores

El procedimiento genérico que utilizan todos los métodos de los divisores es el siguiente (Beumer, 2010):

1. Determinar el divisor ideal $\lambda = \frac{V}{S}$
2. Calcular la cuota exacta: $q_i = \frac{v_i}{\lambda}$ para cada partido.
3. Obtener la cuota redondeada $[q_i]$. Este es el punto en el que son diferentes los métodos, pues cada uno sigue un criterio de redondeo concreto.
4. En caso de que $\sum_i [q_i] \neq S$, habrá que realizar ajustes al divisor: si $\sum_i [q_i] > S$ será necesario aumentarlo y si $\sum_i [q_i] < S$ habrá que reducirlo. Posteriormente, se debe volver a calcular la cuota redondeada para cada partido con el nuevo divisor.

Estos métodos tienen varias ventajas como que son monótonos respecto a los escaños y al número de votos, y por tanto invulnerables a la paradoja de Alabama y a la paradoja de los votos.

Utilizar cada uno de esos métodos es equivalente a considerar una sucesión de divisores, y dividir los votos conseguidos por cada partido entre dichos divisores. Luego se adjudican los escaños a los partidos con los cocientes más altos. Lo que varía de un método a otro son los divisores que utiliza, pero la mecánica de todos es la misma. Normalmente es así como se utilizan en la práctica.

A continuación, describiremos los seis métodos de divisores más importantes.

4.2.1 Método de Jefferson o de D'Hondt

Esta regla fue introducida por Thomas Jefferson para el reparto de los escaños del congreso de los Estados Unidos en 1794 y redescubierta en Europa en 1882 por Victor D'Hondt. Este método es el que usamos en nuestro sistema electoral y también en Colombia, Ecuador, Finlandia, Estonia, Polonia, Serbia, Escocia, Portugal, Gales y Turquía, entre otros.

Calcula $[q_i]$ redondeando a q_i a $[q_i]$. Equivale a utilizar el siguiente criterio divisor:

$$d(s) = s + 1, \quad s = 0, \dots, S - 1$$

Es decir, utilizar como divisores los números naturales excluyendo al cero: 1, 2, 3, ...

El método D'Hondt presenta algunas deficiencias como la de sobrerrepresentar a los partidos grandes en detrimento de los partidos medianos y pequeños.

A continuación, mostramos un ejemplo de aplicación de este método utilizando los datos del ejemplo recogido en la Tabla 4.1. Ordenamos los partidos de mayor a menor según el número de votos que hayan recibido. Luego dividimos el número de votos de cada partido entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Ahora se asignan los escaños por orden de mayor a menor de estos cocientes. La Tabla 4.8 recoge los resultados, obteniendo 4 escaños el partido A, 2 el B, 2 el C y 1 el D.

Podemos decir que el partido que más ha aprovechado sus votos es el C que es el partido político que ha recibido el ultimo escaño con 67.500 votos por escaño. Y por el contrario el más perjudicado sería el partido D con una ratio de votos por escaño de 97.000.

El método D'Hondt presenta deficiencias ya que sobrerrepresenta a los partidos más grandes. Fomenta la aparición de coaliciones y la desaparición de partidos pequeños.

Tabla 4.8 Reparto de escaños con método de D'Hondt.

	A	B	C	D	E	F
Votos/ 1	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 2	150.000	70.000	67.500	48.500	30.000	24.000
Votos/ 3	100.000	46.666,67	45.000,00	32.333,33	20.000	16.000
Votos/ 4	75.000	35.000	33.750	24.250	15.000	12.000
Votos/ 5	60.000	28.000	27.000	19.400	12.000	9.600
Votos/ 6	50.000	23.333,33	22.500	16.166,67	10.000	8.000
Votos/ 7	42.857,14	20.000	19.285,71	13.857,14	8.571,43	6.857,14
Votos/ 8	37.500	17.500	16.875	12.125	7.500	6.000
Votos/ 9	33.333,33	15.555,56	15.000	10.777,78	6.666,67	5.333,33
Total escaños	4	2	2	1	0	0

Fuente: Elaboración propia

4.2.2 Método de Webster o Sainte- Laguë

Este método es uno de los cinco métodos de división clásicos creados por la Cámara de Representantes en los EE. UU y fue introducido en Europa por el matemático francés André Sainte-Laguë en 1910. Este autor sugirió que cuando fuera posible, se debería adoptar la idea más intuitiva de todas: simplemente redondear las cuotas a los números enteros más cercanos (Beumer,2010).

Por tanto, este método, calcula $[q_i]$ redondeando al alza si $q_i \geq [q_i] + \frac{1}{2}$, y a la baja en caso contrario.

Equivale a utilizar el siguiente criterio divisor:

$$d(s) = s + 0.5, \quad s = 0, \dots, S - 1$$

Luego los divisores son 0.5, 1.5, 2.5, ... Esos divisores pueden ser sustituidos por los números naturales impares: 1, 3, 5, 7, ... sin afectar al resultado.

El método Webster también se conoce como “Fracciones Principales”, “Método de St. Laguë” o método de los divisores impares.

En la Tabla 4.9 recoge el reparto de escaños que resulta de aplicar este método a los datos del ejemplo contenido en la Tabla 4.1.

Tabla 4.9 Reparto de escaños con método Sainte-Laguë.

	A	B	C	D	E	F
Votos/ 1	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 3	100.000	46.666,67	45.000	32.333,33	20.000	16.000
Votos/ 5	60.000	28.000	27.000	19.400	12.000	9.600
Votos/ 7	42.857,14	20.000	19.285,71	13.857,14	8.571,43	6.857,14
Votos/ 9	33.333,33	15.555,56	15.000	10.777,78	6.666,67	5.333,33
Total escaños	3	2	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia

Este método hace que el partido que ha utilizado de manera más eficiente sus votos sea F. Respecto a los resultados con el método D'Hondt se puede notar que A y C pierden un escaño cada uno, que se asigna a E y F. El método de Sainte-Laguë es más proporcional y tiende a reducir la sobrerrepresentación de los partidos grandes, favoreciendo a los partidos más pequeños y medianos (Balinski & Young, 2001,1975; Cox, 2005,1997).

El método se utiliza en países como Alemania, Noruega y Letonia.

4.2.3 Sainte-Laguë modificado

En el método de Sainte-Laguë modificado la asignación de escaños se efectúa dividiendo el total de votos de cada partido por 1,4, 3, 5, 7, 9 y así sucesivamente. Es decir, la diferencia con el no modificado es únicamente el primer divisor. Esta modificación con respecto al método de Sainte-Laguë hace que obtener el primer escaño sea más difícil. La Tabla 4.10 recoge los resultados.

Tabla 4.10 Reparto de escaños con método de Sainte-Laguë modificado.

	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 1.4	214.286	100.000	96.429	69.286	42.857	34.286
Votos/ 3	100.000	46.666,67	45.000	32.333,33	20.000	16.000
Votos/ 5	60.000	28.000	27.000	19.400	12.000	9.600
Votos/ 7	42.857,14	20.000	19.285,71	13.857,14	8.571	6.857
Total escaños	4	2	2	1	0	0

Fuente: Elaboración propia

En nuestro ejemplo, la distribución de escaños es la misma que la obtenida con el método de D'Hondt. Sin embargo, se observa que, por un pequeño margen de votos, A

obtiene el último escaño en lugar de E. Esta variante del método de Sainte-Laguë se emplea en las elecciones de Suecia, entre otras.

4.2.4 Método de Adams

Este método fue propuesto por John Quincy Adams, estadista, diplomático, abogado y cronista estadounidense que desempeñó el cargo de sexto presidente de los Estados Unidos, en la década de 1830. John se preocupó por el sesgo que se producía con el método utilizado por el Congreso en ese momento.

Recibe el nombre alternativo de método de los divisores más pequeños. El método de Adams es la imagen especular de la regla de los divisores más grandes, es decir, del método de Jefferson (Beumer, 2010).

A diferencia del método de Jefferson que redondea $[q_i]$ hacia abajo, Adams calcula $[q_i]$ redondeando a q_i hacia arriba.

Equivale a utilizar el siguiente criterio divisor es: $d(s) = s$, $s = 0, \dots, S - 1$.

Luego, los divisores son: 0, 1, 2, 3, ...

En este método, al incluir el cero entre los divisores, la primera división es siempre infinito. Esto implica que si el número de partidos es menor que el número de escaños a repartir todos los partidos reciben al menos un escaño. La Tabla 4.11 recoge los resultados obtenidos al aplicar este método a los datos recogidos en la Tabla 4.1.

En el reparto con Adams en cada circunscripción se beneficia a los pequeños partidos. No ha sido utilizado para asignar escaños a los partidos, pero podría ser interesante usarlo para distribuir los escaños de la Cámara entre las circunscripciones electorales.

Tabla 4.11 Reparto de escaños con método de Adams.

	A	B	C	D	E	F
Votos/ 0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Votos/ 1	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 2	150.000	70.000	67.500	48.500	30.000	24.000
Votos/ 3	100.000	46.666,67	45.000	32.333,33	20.000	16.000
Votos/ 4	75.000	35.000	33.750	24.250	15.000	12.000
Votos/ 5	60.000	28.000	27.000	19.400	12.000	9.600
Votos/ 6	50.000	23.333,33	22.500	16.166,67	10.000	8.000
Votos/ 7	42.857,14	20.000	19.285,71	13.857,14	8.571,43	6.857,14
Votos/ 8	37.500	17.500	16.875	12.125	7.500	6.000
Votos/ 9	33.333,33	15.555,56	15.000	10.777,78	6.666,67	5.333,33
Total escaños	3	2	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia

4.2.5 Método de Dean

James Dean fue profesor de astronomía y matemáticas en la Universidad de Vermont a principios del siglo XIX. Dean formuló un algoritmo que se basa en usar la media armónica como umbral para redondear las cuotas. El método Dean, hasta donde se sabe, no se ha utilizado nunca y no tiene ningún otro nombre.

Como hemos señalado, este método para distribuir los escaños se emplea la media armónica, que calcula una relación entre los votos obtenidos por cada partido y la cantidad de escaños que han sido asignados hasta ese punto. La media armónica es un tipo de promedio ponderado que otorga más relevancia a los valores más pequeños, como los votos de los partidos con menos representación. Esto difiere de la media aritmética, que favorecería a los valores más altos, los votos de los partidos más grandes. El método Dean trata de reducir este sesgo, aunque no lo elimina completamente.

Calcula $[q_i]$ tomando la media armónica como umbral. Es decir, redondea hacia arriba si $q_i \geq \frac{[q_i] * [q_i]}{([q_i] + [q_i])}$ y redondea hacia abajo de lo contrario.

El criterio divisor con el que corresponde este método es:

$$d(s) = \frac{s(s+1)}{s+0.5}, s = 0, \dots, S-1$$

Luego los divisores son 0, 1.33, 2.4, 3.43, ...

La Tabla 4.12 recoge los resultados obtenidos al aplicar este método al ejemplo de la Tabla 4.1.

Tabla 4.12 Reparto de escaños con método Dean.

	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Votos/ 1.33	225.564	105.263	101.504	72.932	45.113	36.090
Votos/ 2.4	125.000	58.333	56.250	40.417	25.000	20.000
Votos/ 3.43	87.464	40.816	39.359	28.280	17.493	13.994
Votos/ 4.44	67.568	31.532	30.405	21.847	13.514	10.811
Votos/ 5.45	55.046	25.688	24.771	17.798	11.009	8.807
Votos/ 6.46	46.440	21.672	20.898	15.015	9.288	7.430
Votos/ 7.47	40.160,64	18.741,63	18.072,29	12.985,27	8.032,13	6.425,70
Votos/ 8.47	35.419	16.529	15.939	11.452	7.084	5.667
Votos/ 9.47	31.678,99	14.783,53	14.255,54	10.242,87	6.335,80	5.068,64
Total escaños	3	2	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia

4.2.6 Método de Hill-Huntington

Este método ha sido utilizado en la Cámara de Representantes de los Estados Unidos desde 1940, y fue introducido por el matemático estadounidense Joseph A. Hill, quien investigó el tema y llegó a la sorprendente conclusión de que lo más adecuado no eran los números consecutivos, ni la media aritmética o armónica de estos, sino la media geométrica de los números consecutivos. Es también conocido como método de proporciones iguales.

La media geométrica se obtiene calculando la raíz cuadrada del producto de los números. Junto con la media aritmética y la armónica, la media geométrica forma lo que se conoce como las medias pitagóricas, un concepto conocido desde la época de Pitágoras.

Calcula $[q_i]$ tomando la media geométrica como umbral. Es decir, redondear hacia arriba si $q_i \geq \sqrt{[q_i] * [q_i]}$ y hacia abajo en caso contrario.

El criterio divisor correspondiente con este método es:

$$d(s) = \sqrt{s(s+1)}, \quad s = 0, \dots, S-1$$

Luego los divisores son 0, 1.41, 2.45, 3.46, ...

La Tabla 4.13 recoge los resultados aplicando Huntington-Hill.

Tabla 4.13 Reparto de escaños con método de Huntington-Hill.

	A	B	C	D	E	F
Nº votos	300.000	140.000	135.000	97.000	60.000	48.000
Votos/ 0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Votos/ 1.41	212.766	99.291	95.745	68.794	42.553	34.043
Votos/ 2.45	122.449	57.143	55.102	39.592	24.490	19.592
Votos/ 3.46	86.705	40.462	39.017	28.035	17.341	13.873
Votos/ 4.47	67.114	31.320	30.201	21.700	13.423	10.738
Votos/ 5.48	54.745	25.547	24.635	17.701	10.949	8.759
Votos/ 6.48	46.296	21.605	20.833	14.969	9.259	7.407
Votos/ 7.48	40.106,95	18.716,58	18.048,13	12.967,91	8.021,39	6.417,11
Votos/ 8.49	35.336	16.490	15.901	11.425	7.067	5.654
Votos/ 9.49	31.612,22	14.752,37	14.225,50	10.221,29	6.322,44	5.057,96
Total escaños	3	2	1	1	1	1

Fuente: Elaboración propia

Podemos observar que el total de escaños repartidos queda igual que con el método de Dean y el de Adams, debido a que es un ejemplo con un reparto de 9 escaños entre seis partidos. Si lo hiciésemos con más escaños se apreciarían más las diferencias.

Pero se puede seguir observando que gracias a tener como divisor el cero aseguramos que todos los partidos tendrán al menos 1 escaño.

4.3 Propiedades de los métodos

Según Beumer (2010), las propiedades que un método de reparto “justo” debería cumplir son:

- *Monotonía*: Para cualquier par de partidos, el que tenga menos votos no puede obtener más escaños que el otro.
- *Monotonía respecto de los votos*: al cambiar el número de votantes (manteniéndose lo demás constante), si los votos de un partido crecen más que los de otro, no puede ocurrir que el primero pierda un escaño a favor del segundo.

- *Monotonía respecto al número de escaños*: si aumenta el número de escaños a repartir (manteniéndose constante lo demás) ningún partido puede recibir menos escaños. La violación de esta propiedad da lugar a la conocida la Paradoja de Alabama.
- *Sesgo*: no hay una tendencia sistemática a favorecer a los partidos grandes o pequeños.
- *Cuota*: ninguna parte puede obtener más escaños de los definidos por su cuota superior o menos escaños de los que ganaría según lo estipulado por la cuota inferior.
- *Cuota inferior*: ningún partido puede obtener menos escaños que los establecidos por su cuota inferior.
- *Cuota superior*: ningún partido puede obtener más escaños que los establecidos por su cuota superior.
- *Cercanía a la cuota*: ninguna transferencia de escaños de un partido a otro puede acercar a ambos simultáneamente a su cuota.
- *Aditividad*:
 - *Super-aditividad*: un partido formado por la unión de dos, debería obtener al menos un número de escaños igual a la suma de los escaños que se habrían asignado a cada partido por separado.
 - *Sub-aditividad*: un partido formado por la unión de dos, debería obtener como máximo un número de escaños igual a la suma de los escaños que se habrían asignado a cada partido por separado.

En caso de aditividad, el comportamiento deseado a menudo depende de consideraciones específicas con respecto al contexto político en el que se utiliza el método de reparto.

La Tabla 4.14 recoge las propiedades que los métodos analizados en la Sección 4.1 y 4.2

cumplen.

Tabla 4.14 Propiedades de los métodos de reparto.

Métodos de reparto	Monotonicidad	M. votos	M. escaños	Sesgo	Cuota superior	Cuota inferior	Cercanía a la cuota	Aditividad
Hamilton	✓	x	x	o	✓	✓	✓	o
Lowndes	✓	x	x	+	✓	✓	✓	o
D'Hondt	✓	✓	✓	-	x	✓	x	+
Sainte-Laguë	✓	✓	✓	o	x	x	✓	o
Hill	✓	✓	✓	+	x	x	x	?
Dean	✓	✓	✓	+	x	x	x	?
Adams	x	✓	✓	+	✓	x	x	-

Fuente: Beumer 2010

En la Tabla 4.14:

- ✓ indica que el método verifica la propiedad.
- X indica que el método no verifica la propiedad.
- + en el sesgo indica una tendencia a favorecer a los partidos más pequeños.
- o indica ser neutral

5. SISTEMA ELECTORAL ESPAÑOL

5.1 Descripción

La evolución del sistema electoral español ha sido un proceso largo y complejo que refleja los cambios políticos y sociales del país a lo largo de más de dos siglos.

Según Ortega Álvarez y Santaolaya Machetti (1996), los orígenes del sistema electoral español se remontan a 1810, con la Instrucción del 1 de enero, que estableció las primeras normas electorales. Este periodo inicial se caracterizó por un sufragio indirecto en tres grados, consagrado en la Constitución de 1812.

El sistema electoral experimentó cambios significativos con el Estatuto Real y la Constitución de 1837. El Real Decreto de 20 de mayo de 1834 introdujo un sistema de elección indirecto de dos grados, mientras que la Constitución de 1837 y la Ley electoral de 20 de julio del mismo año establecieron el sufragio censitario directo, limitando el derecho al voto a una pequeña parte de la población basándose en criterios

económicos.

La Constitución de 1845 mantuvo el sufragio censitario, aunque la Ley de 18 de julio de 1865 amplió ligeramente el cuerpo electoral. Sin embargo, fue durante el Sexenio Revolucionario (1868-1874) cuando se produjeron cambios más radicales. El Decreto de 9 de noviembre de 1868 estableció por primera vez el sufragio universal masculino, un principio que fue consolidado por la Constitución de 1869 y la Ley de 23 de junio de 1870.

Durante la Restauración (1874-1931), la Constitución de 1876 y las leyes electorales posteriores mantuvieron formalmente el sufragio universal masculino, aunque en la práctica el sistema estaba plagado de corrupción y caciquismo. La Ley electoral de 8 de agosto de 1907 intentó abordar estos problemas, aunque con éxito limitado.

La Segunda República (1931-1939) trajo consigo cambios revolucionarios en el sistema electoral. El Decreto de 8 de mayo de 1931 modificó la Ley Electoral de 1907, reduciendo la edad de voto a 23 años. Más significativamente, la Constitución de 1931 introdujo por primera vez el sufragio universal para ambos sexos, un hito en la historia electoral española.

Tras el régimen franquista, la Transición a la democracia marcó el inicio del sistema electoral actual. La Ley para la Reforma Política de 1976 estableció un sistema bicameral con representación proporcional para el Congreso. Estos principios fueron consolidados por la Constitución de 1978, cuyo artículo 68 indica principalmente lo siguiente:

- El Congreso debe estar compuesto por un mínimo de 300 y un máximo de 400 diputados, elegidos por sufragio universal, igual, directo y secreto, donde la mayoría de edad se establece en los 18 años (art. 68.1 CE).
- La circunscripción electoral son 50 provincias y dos ciudades autónomas de Ceuta y Melilla que recibirán 1 diputado independientemente de su población. Se distribuyen los escaños fijando un mínimo inicial a cada circunscripción y repartiendo los demás en proporción a la población (art. 68.2 CE).

- Las elecciones se realizarán utilizando un sistema de representación proporcional (art. 68.3 CE).
- El Congreso es elegido por cuatro años (art. 68.4 CE).

Finalmente, la Ley Orgánica 5/1985, del Régimen Electoral General, desarrolla estos principios constitucionales y regula en detalle el sistema electoral español actual, completando así un largo proceso de evolución que ha llevado a España desde un sistema de sufragio restringido e indirecto a uno de sufragio universal directo y representación proporcional. Los aspectos más relevantes aparecen regulados en los artículos 161-163:

- El Congreso debía tener un tamaño de 350 diputados.
- Se fija un mínimo inicial de 2 escaños por provincias y 1 escaño para cada una de las ciudades de Ceuta y Melilla. Por tanto, 50 circunscripciones por 2 escaños cada una, más 2 de las dos ciudades autónomas, da un total de 102 escaños fijos.
- El resto de los escaños, 248, se reparten entre las 50 provincias del territorio nacional en función de su población, utilizando el método de los Restos Mayores.
- El método de D'Hont se utiliza para distribuir los escaños entre los diferentes partidos políticos en proporción a los votos obtenidos en cada circunscripción.
- Esta ley fija una barrera electoral del 3%, es decir, un partido político debe conseguir al menos un 3% de los votos en cada circunscripción para optar al reparto de escaños.

La formación del gobierno se produce tras las elecciones. El Congreso celebra una sesión de investidura donde el candidato a presidente expone su programa y busca la confianza de la cámara.

Si obtiene mayoría absoluta en primera votación o mayoría simple en segunda, es nombrado presidente por el Rey.

5.2 Caso práctico: Resultados de las Elecciones Generales 2023 aplicando distintos métodos.

En este apartado, nos centraremos en las Elecciones Generales celebradas en España en 2023 y vamos a calcular cuál hubiese sido la composición del Parlamento después de las mismas utilizando algunos de los métodos de reparto que hemos analizado en la Sección 4. Para analizar los resultados obtenidos con cada método, utilizaremos índices de desproporcionalidad. Estos son una herramienta métrica utilizada en las ciencias políticas para analizar los sistemas electorales y sus efectos en los sistemas de partidos.

Empezaremos describiendo los índices para a continuación centrarnos en los resultados con los diferentes métodos.

5.2.1 Índices de desproporcionalidad electoral

La desproporcionalidad se refiere a la diferencia existente entre el porcentaje de escaños obtenidos y el porcentaje de votos recibidos por un partido político en unas elecciones. Esta discrepancia surge debido a la manera en que se estructuran los distintos componentes que integran un sistema electoral. Para evaluar el nivel de proporcionalidad de un sistema electoral, se emplean los índices de desproporcionalidad electoral, que buscan explicar las diferencias entre la voluntad popular, expresada mediante el porcentaje de votos que cada partido recibe, y la representación parlamentaria, reflejada en el porcentaje de escaños asignados a cada partido en la cámara legislativa (Palencia & Seijas, 2016).

En la bibliografía especializada, se han desarrollado varios índices para cuantificar la desproporcionalidad. En este estudio se abordarán los dos índices más comúnmente utilizados (Oñate y Ocaña, 1999).

- Índice de desproporcionalidad de Loosemore y Hanby (LH)

Este índice fue propuesto por Loosemore y Hanby (1971). Consiste en sumar las diferencias absolutas entre los porcentajes de los votos y escaños de cada partido y

dividir esa suma entre dos:

$$LH = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |V_i - E_i|,$$

donde V_i y E_i , representan respectivamente, el porcentaje de votos y escaños del partido i -ésimo.

Este índice, por tanto, no refleja la desproporcionalidad individual de cada partido político, sino de las elecciones en su conjunto. Sin embargo, si existieran muchos partidos pequeños con poco apoyo electoral, el indicador estaría sesgado a una mayor desproporcionalidad.

- Índice de desproporcionalidad de cuadrados mínimos de Gallagher

Este índice fue propuesto por Gallagher (1991). Al igual que el anterior, refleja la desproporcionalidad en el conjunto de las elecciones, sin embargo, se centra en mayor medida en las grandes diferencias que puedan existir entre votos y escaños que en las pequeñas desviaciones. Gallagher agrupó todos los partidos que no obtienen representación parlamentaria en una misma categoría (otros) considerándolos a todos como un mismo partido. Se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$Gcm = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_i - E_i)^2}{2}}$$

donde V_i y E_i , representan respectivamente, el porcentaje de votos y escaños del partido i -ésimo.

Utilizaremos este índice para el análisis de los datos de los resultados de las elecciones de julio del 2023 a los que aplicamos los distintos métodos de reparto de escaños.

5.2.2 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método D'Hondt

La Tabla 5.1 y el Gráfico 5.1 recoge los resultados de las Elecciones Generales de julio

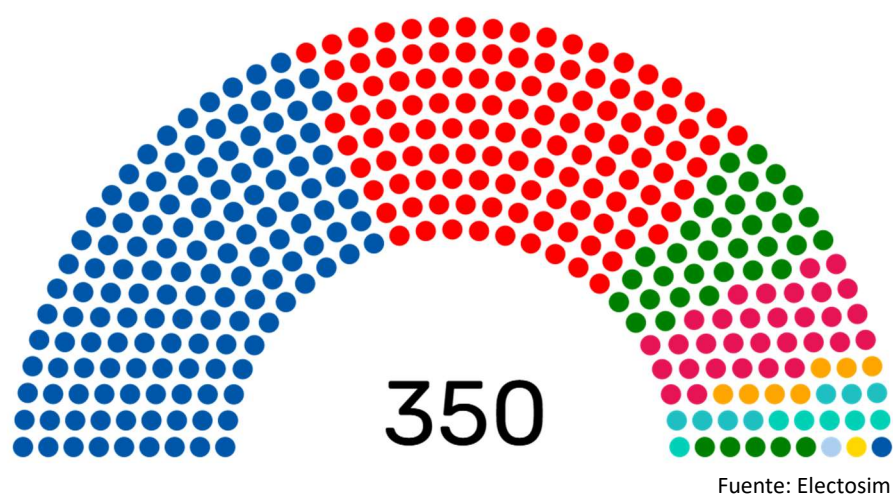
de 2023 con el método utilizado en la actualidad³.

Tabla 5.1 Resultados electorales julio 2023 (D’Hondt).

Candidatura	Votos	% votos	Escaños	% escaños	$V_i - E_i$	$(V_i - E_i)^2$
PARTIDO POPULAR	8.160.837	33,06%	137	39,14%	-6,08%	0,3697%
PARTIDO SOCIALISTA OBRERO ESPAÑOL	7.821.718	31,68%	121	34,57%	-2,89%	0,0835%
VOX	3.057.000	12,38%	33	9,43%	2,95%	0,0870%
SUMAR	3.044.996	12,33%	31	8,86%	3,47%	0,1204%
ESQUERRA REPUBLICANA DE CATALUNYA	466.020	1,89%	7	2,00%	-0,11%	0,0001%
JUNTS PER CATALUNYA - JUNTS	395.429	1,60%	7	2,00%	-0,40%	0,0016%
EUSKAL HERRIA BILDU	335.129	1,36%	6	1,71%	-0,35%	0,0012%
EUZKO ALDERDI JELTZALEA-PARTIDO NACIONALISTA VASCO	277.289	1,12%	5	1,43%	-0,31%	0,0010%
BLOQUE NACIONALISTA GALEGO	153.995	0,62%	1	0,29%	0,33%	0,0011%
COALICIÓN CANARIA	116.363	0,47%	1	0,29%	0,18%	0,0003%
UNION DEL PUEBLO NAVARRO	52.188	0,21%	1	0,29%	-0,08%	0,0001%
OTROS	606.450	3,28%	0	0,00%	3,28%	0,1076%

Fuente: Elaboración propia, datos de Electosim

Gráfico 5.1 Composición del Parlamento julio 2023 (D’Hondt).



Fuente: Electosim

Con el método actual el índice de Gallagher toma un valor de 6,22%.

Cuanto más alejado esté el valor del índice de 0, mayor es la desproporcionalidad. En términos prácticos, un índice de Gallagher moderado indica que, aunque existen diferencias entre el porcentaje de votos y el de escaños obtenidos por los partidos,

³ Para el reparto de escaños con los diferentes métodos se ha utilizado el programa Electosim: <https://www.electosim.com/>

estas no son extremas. Por ejemplo, el Partido Popular obtuvo un 33,06% de los votos un 39,14% de los escaños, sin embargo, más pequeños obtuvieron porcentajes de votos y escaños bastante cercanos. La presencia de partidos con votos significativos, pero sin escaños contribuye también a cierta desproporcionalidad.

5.2.3 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Adams.

La Tabla 5.2 y el Gráfico 5.2 recogen la composición del Parlamento español tras las elecciones de julio de 2023 en el que caso de que se hubiese utilizado como método de reparto Adams en vez de D'Hondt.

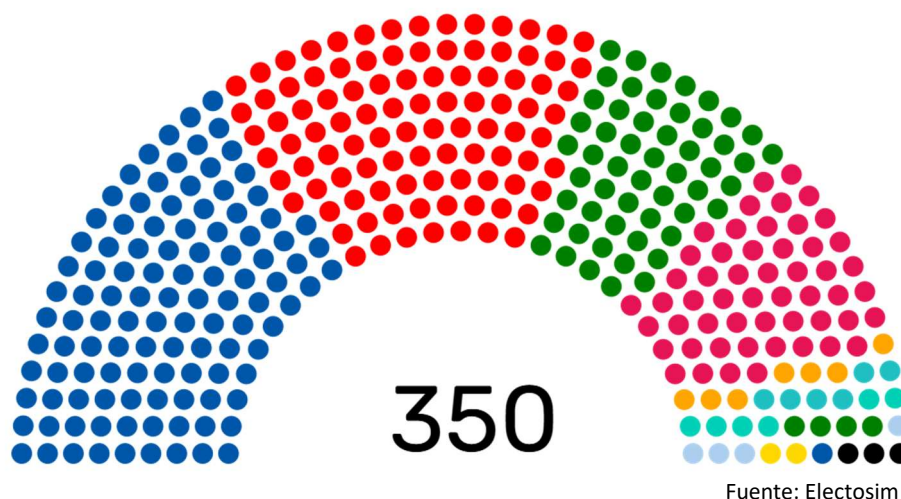
Se observa como este método favorece a los partidos más pequeños, a diferencia del método de D'Hondt, que favorece a los partidos grandes. Con Adams, la desproporcionalidad medida por el índice de Gallagher disminuye, en este caso es de 4,45%, ya que al ser la asignación de escaños más favorable a partidos con menor porcentaje de votos se reduce la sobrerrepresentación de los grandes partidos.

Tabla 5.2 Resultados electorales julio 2023 (Adams)

Candidatura	Votos	% votos	Escaños	% escaños	$V_i - E_i$	$(V_i - E_i)^2$
PARTIDO POPULAR	8.160.837	33,06%	111	31,71%	1,35%	0,0182%
PARTIDO SOCIALISTA OBRERO ESPAÑOL	7.821.718	31,68%	99	28,29%	3,39%	0,1149%
VOX	3.057.000	12,38%	54	15,43%	-3,05%	0,0930%
SUMAR	3.044.996	12,33%	53	15,14%	-2,81%	0,0790%
ESQUERRA REPUBLICANA DE CATALUNYA	466.020	1,89%	7	2,00%	-0,11%	0,0001%
JUNTS PER CATALUNYA - JUNTS	395.429	1,60%	6	1,71%	-0,11%	0,0001%
EUSKAL HERRIA BILDU	335.129	1,36%	6	1,71%	-0,35%	0,0012%
EUZKO ALDERDI JELTZALEA-PARTIDO NACIONALISTA VASCO	277.289	1,12%	4	1,14%	-0,02%	0,0000%
BLOQUE NACIONALISTA GALEGO	153.995	0,62%	4	1,14%	-0,52%	0,0027%
COALICIÓN CANARIA	116.363	0,47%	2	0,57%	-0,10%	0,0001%
UNION DEL PUEBLO NAVARRO	52.188	0,21%	1	0,29%	-0,08%	0,0001%
NUEVA CANARIAS - BLOQUE CANARISTA	45.595	0,18%	1	0,29%	-0,11%	0,0001%
UNIÓN DEL PUEBLO LEONÉS	23.201	0,09%	1	0,29%	-0,20%	0,0004%
ARAGÓN EXISTE - COALICIÓN EXISTE	20.440	0,08%	1	0,29%	-0,21%	0,0004%
OTROS	517.214	2,93%	0	0,00%	2,93%	0,0858%

Fuente: Elaboración propia, datos de Electosim

Gráfico 5.2 Composición del Parlamento julio 2023 (Adams).



5.2.4 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Hill-Huntington

La Tabla 5.3 y el Gráfico 5.3 recogen la composición del Parlamento tras las elecciones de julio de 2023, si se hubiese utilizado como método de reparto Hill-Huntington. Con este método, el índice de Gallagher y la desproporcionalidad electoral tiene características específicas.

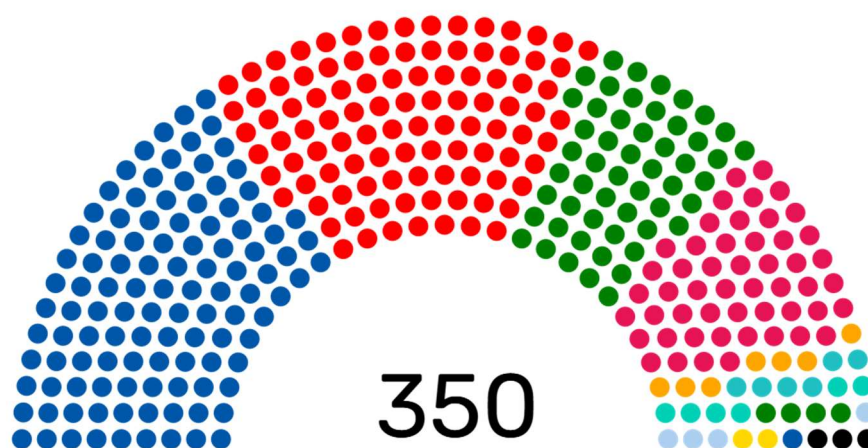
El método Hill-Huntington es un sistema que asigna escaños basándose en la media geométrica, buscando minimizar las diferencias relativas en la representación proporcional. Es por esto por lo que el índice de Gallagher al aplicar este método se reduce notablemente, a un 3,87%. Esto implica que la traducción de votos a escaños sería más fiel a la distribución real de votos, con menos sobrerrepresentación de los grandes partidos y una mejor inclusión de partidos minoritarios o regionales.

Tabla 5.3 Resultados electorales julio 2023 (Hill-Huntington).

Candidatura	Votos	% votos	Escaños	% escaños	$V_i - E_i$	$(V_i - E_i)^2$
PARTIDO POPULAR	8.160.837	33,06%	111	31,71%	1,35%	0,0182%
PARTIDO SOCIALISTA OBRERO ESPAÑOL	7.821.718	31,68%	102	29,14%	2,54%	0,0645%
VOX	3.057.000	12,38%	53	15,14%	-2,76%	0,0762%
SUMAR	3.044.996	12,33%	51	14,57%	-2,24%	0,0502%
ESQUERRA REPUBLICANA DE CATALUNYA	466.020	1,89%	7	2,00%	-0,11%	0,0001%
JUNTS PER CATALUNYA - JUNTS	395.429	1,60%	6	1,71%	-0,11%	0,0001%
EUSKAL HERRIA BILDU	335.129	1,36%	6	1,71%	-0,35%	0,0012%
EUZKO ALDERDI JELTZALEA-PARTIDO NACIONALISTA VASCO	277.289	1,12%	4	1,14%	-0,02%	0,0000%
BLOQUE NACIONALISTA GALEGO	153.995	0,62%	4	1,14%	-0,52%	0,0027%
COALICIÓN CANARIA	116.363	0,47%	2	0,57%	-0,10%	0,0001%
UNION DEL PUEBLO NAVARRO	52.188	0,21%	1	0,29%	-0,08%	0,0001%
NUEVA CANARIAS - BLOQUE CANARISTA	45.595	0,18%	1	0,29%	-0,11%	0,0001%
UNIÓN DEL PUEBLO LEONÉS	23.201	0,09%	1	0,29%	-0,20%	0,0004%
ARAGÓN EXISTE - COALICIÓN EXISTE	20.440	0,08%	1	0,29%	-0,21%	0,0004%
OTROS	517.214	2,93%	0	0,00%	2,93%	0,0858%

Fuente: Elaboración propia, datos de Electosim

Gráfico 5.3 Composición del Parlamento julio 2023 (Hill-Huntignton).



Fuente: Electosim

5.2.5 Resultados de las Elecciones Generales de 2023 con aplicación del método Sainte-Laguë.

La Tabla 5.4 y el Gráfico 5.4 recogen la composición del Parlamento tras las elecciones de julio de 2023, si se hubiese utilizado como método de reparto de Sainte-Laguë, es uno de los métodos que mayor proporcionalidad entre votos y

escaños consigue y esto se ve en los resultados. En este caso, se obtiene un índice de Gallagher de 3,46%.

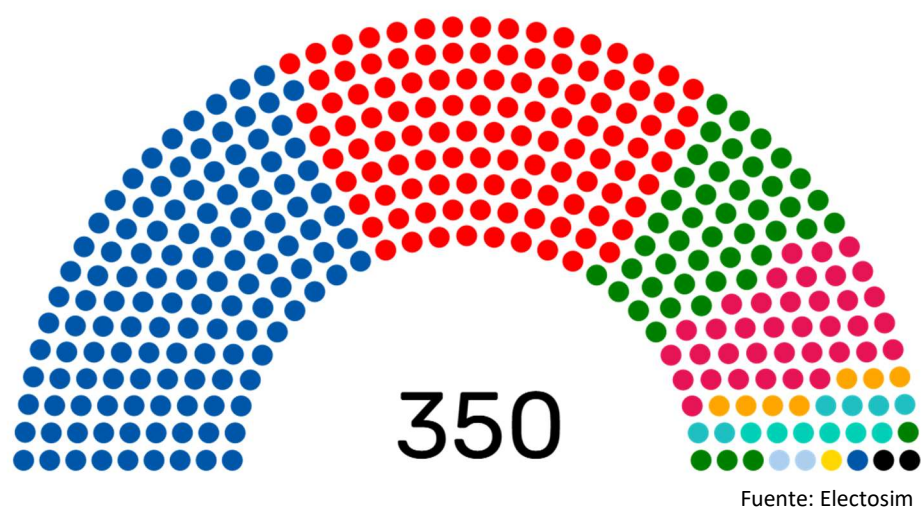
Por lo que tras aplicar los distintos métodos podemos concluir que Sainte-Laguë es el método que mayor proporcionalidad consigue y que D’Hondt, el método actualmente utilizado en España es el más desproporcional.

Tabla 5.4 Resultados electorales julio 2023 (Sainte-Laguë).

Candidatura	Votos	% votos	Escaños	% escaños	$V_i - E_i$	$(V_i - E_i)^2$
PARTIDO POPULAR	8.160.837	33,06%	127	36,29%	-3,23%	0,1043%
PARTIDO SOCIALISTA OBRERO ESPAÑOL	7.821.718	31,68%	114	32,57%	-0,89%	0,0079%
VOX	3.057.000	12,38%	43	12,29%	0,09%	0,0001%
SUMAR	3.044.996	12,33%	37	10,57%	1,76%	0,0310%
ESQUERRA REPUBLICANA DE CATALUNYA	466.020	1,89%	7	2,00%	-0,11%	0,0001%
JUNTS PER CATALUNYA - JUNTS	395.429	1,60%	6	1,71%	-0,11%	0,0001%
EUSKAL HERRIA BILDU	335.129	1,36%	6	1,71%	-0,35%	0,0012%
EUZKO ALDERDI JELTZALEA-PARTIDO NACIONALISTA VASCO	277.289	1,12%	4	1,14%	-0,02%	0,0000%
BLOQUE NACIONALISTA GALEGO	153.995	0,62%	2	0,57%	0,05%	0,0000%
COALICIÓN CANARIA	116.363	0,47%	1	0,29%	0,18%	0,0003%
UNION DEL PUEBLO NAVARRO	52.188	0,21%	1	0,29%	-0,08%	0,0001%
NUEVA CANARIAS - BLOQUE CANARISTA	45.595	0,18%	1	0,29%	-0,11%	0,0001%
ARAGÓN EXISTE - COALICIÓN EXISTE	20.440	0,08%	1	0,29%	-0,21%	0,0004%
OTROS	540.415	3,02%	0	0,00%	3,02%	0,0912%

Fuente: Elaboración propia, datos de Electosim

Gráfico 5.4 Composición del Parlamento julio 2023 (Sainte-Laguë).



Fuente: Electosim

6 CONCLUSIONES

A lo largo de este proyecto me he sumergido en el complejo universo de la distribución de escaños, una cuestión que, aunque suele asociarse únicamente con los procesos electorales, encierra una riqueza matemática y social mucho más amplia. El estudio de los distintos modelos electorales —ya sean mayoritarios, proporcionales o mixtos— ha evidenciado cómo la selección de un sistema concreto puede modificar de manera significativa la representación política y, en consecuencia, impactar en la fortaleza democrática de una sociedad.

Al analizar los factores clave que configuran un sistema electoral, como la delimitación de circunscripciones, la existencia de umbrales y la introducción de escaños compensatorios, he comprobado que cada aspecto técnico tiene efectos prácticos de gran importancia. Así, la elección de un método de reparto puede inclinar la balanza hacia una mayor estabilidad gubernamental o, por el contrario, fomentar una representación más diversa dentro de los órganos legislativos.

El estudio de los métodos de reparto —desde los cocientes y restos hasta los divisores— no solo me ha permitido entender las fórmulas matemáticas detrás de la asignación de escaños, sino también descubrir las paradojas y limitaciones de cada uno. Casos como la paradoja de Alabama o la paradoja de los votos demuestran que la matemática electoral está llena de matices y desafíos, lo que la convierte en un campo de estudio apasionante y de gran relevancia.

La aplicación práctica de estos métodos al sistema electoral español y el análisis de los resultados de las Elecciones Generales de 2023 con diferentes métodos de reparto han puesto de manifiesto cómo pequeñas variaciones en la fórmula pueden alterar significativamente la composición del Congreso y la desproporcionalidad en el reparto de los escaños. El índice de desproporcionalidad electoral es una herramienta clave para medir la justicia y eficacia de cada sistema, y su análisis comparativo ha enriquecido mi visión crítica sobre la realidad política

de nuestro país.

Sin embargo, lo más enriquecedor ha sido descubrir que los métodos de reparto no se limitan al ámbito electoral. Estas técnicas tienen aplicaciones en la vida real tan diversas como la asignación de recursos en empresas, la distribución de presupuestos, la organización de turnos laborales o incluso el reparto de premios y becas. Haber aprendido estos métodos me proporciona una herramienta versátil y poderosa para abordar problemas de asignación justa y eficiente en cualquier contexto profesional o personal.

En definitiva, este trabajo no solo me ha permitido comprender en profundidad el reparto de escaños, sino que también me ha dotado de una perspectiva crítica y práctica sobre la importancia de la matemática en la toma de decisiones colectivas. La intersección entre teoría y realidad, entre fórmulas y consecuencias sociales, es el verdadero valor de este aprendizaje, que sin duda me acompañará en mi futuro académico y profesional.

BIBLIOGRAFIA

- ACE Electoral Knowledge Network. (s.f.). *Sistemas electorales: Sistemas de representación proporcional*. Recuperado de <https://aceproject.org/ace-es/topics/es/esd/esd02/esd02b>
- Álvarez Conde, E., & García Couso, S. (2001). La barrera electoral. *Revista de Derecho Político*, 52, 179-204.
- Balinski, M. L., & Young, H. P. (1975). The quota method of apportionment. *The American Mathematical Monthly*, 82(7), 701–730.
- Balinski, M. L., & Young, H. P. (2001). *Fair representation: Meeting the ideal of one man, one vote*. Yale University Press.
- Beumer, M. (2010). *Apportionment in theory and practice* [Master's thesis, Universiteit van Amsterdam]. ILLC Prepublications. <https://eprints.illc.uva.nl/id/eprint/832/>
- Cox, G. W. (2005). *The efficient secret: The cabinet and the development of political parties in nineteenth-century England*. Cambridge University Press.
- Cox, G. W. (1997). *Making Votes Count: Strategic Coordination in the World's Electoral Systems*. Cambridge University Press.
- Fernández Esquer, C. (2024, 25 de septiembre). *Sistemas electorales*. Blog de Derecho y Constitución. Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED). Recuperado de <https://blogs.uned.es/derechoyconstitucion/sistemas-electorales/>
- Congleton, R. D., Grofman, B. N., & Voigt, S. (Eds.). (2019). *The Oxford Handbook of Public Choice* (Vols. 1-2). Oxford University Press.
- Lijphart, A. (1994). *Electoral systems and party systems: A study of twenty-seven democracies, 1945–1990*. Oxford University Press.
- Oñate, P., & Ocaña, F. A. (1999). Índices e indicadores del sistema electoral y del sistema de partidos: Una propuesta informática para su cálculo. *Revista Española de Investigaciones Sociológicas*, 86, 223-245.

- Ortega Álvarez, L. & Santaolaya Machetti, P. (1996). Evolución histórica del sistema electoral español. *Revista de las Cortes Generales*, 37, 65-107. <https://doi.org/10.33426/rcg/1996/37/784>
- Palencia, V., & Seijas, J. (2016). Matemáticas electorales: Buscando la proporcionalidad. *Rect@*, 17 (2), 117-148.
- Moser, R.G y Scheiner, E. (2012). *Electoral Systems and Political Context: How the Effects of Rules Vary Across New and Established Democracies*. Cambridge University Press.
- Ramírez González, V. & López Carmona, A. (2012). Sistemas electorales basados en la representación proporcional. *eXtoikos*, 6, 29-39.
- Ríos Rull, F. (1997). Barreras de exclusión en los sistemas electorales de las Comunidades Autónomas. En IV Jornadas de Derecho Parlamentario: reflexiones sobre el régimen electoral (pp. 719-739). Madrid.
- Giner, S., Lamo de Espinosa, E., & Torres, C. (1998). *Diccionario de sociología*. Alianza Editorial.