



FACULTAD DE EDUCACIÓN DE PALENCIA

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

TÍTULO

ANÁLISIS CRÍTICO DE TAREAS DE SIMETRÍA EN LIBROS DE TEXTO DE
MATEMÁTICAS EN LA ETAPA DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TRABAJO FIN DE GRADO

EN EDUCACIÓN PRIMARIA

AUTOR/A:

Sandra Gómez Santos

TUTOR/A:

Matías Arce Sánchez

Palencia, 11 de julio de 2025

RESUMEN

En el presente Trabajo de Fin de Grado se hace una investigación sobre las actividades que ofrecen los libros de texto de matemáticas de tres editoriales. El contenido que se analiza en el trabajo es la simetría y se analiza a lo largo de toda la etapa de Educación Primaria. El objetivo es ofrecer un análisis según tres criterios: el currículum actual estatal y de Castilla y León; los niveles de demanda cognitiva de Smith y de Stein y, por último, los niveles de razonamiento de Van Hiele. Los resultados de la investigación muestran que si se considera el currículum estatal pero no el autonómico. En cuanto a los niveles de demanda cognitiva y los de razonamiento de Van Hiele se muestran los resultados y se deja a criterio del lector la opinión sobre estos.

PALABRAS CLAVE

Libros de texto, simetría, análisis, actividades.

ABSTRACT

This End of Degree Project offers an investigation about the activities that offer the textbooks of three different editorials. The topic to be analyzed is the symmetry throughout the primary stage. The principal object is to offer an analysis about 3 different criteria. The curriculum of Primary Education, the demand cognitive levels of Smith and Stein and the Van Hiele reasoning levels. The Results of the investigation show that the state curriculum is considered but not the autonomous curriculum. As for the opinion of demand cognitive levels of Smith and Stein and the Van Hiele reasoning levels is left to the reader's criterion.

KEY WORDS

Textbooks, symmetry, analysis, activities.

Índice

ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE DE FIGURAS.....	5
1. PRESENTACIÓN.....	1
2. JUSTIFICACIÓN	2
3. OBJETIVOS	4
3.1. OBJETIVOS GENERALES.....	4
3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	4
4. MARCO TEÓRICO.....	5
4.1. SIMETRÍA	6
4.1.1. CONCEPTO.....	6
4.1.2. CONCRECIÓN CURRICULAR	9
4.2. LIBROS DE TEXTO	11
4.3. NIVELES DE VAN HIELE	12
4.4. DEMANDA COGNITIVA	15
5. METODOLOGÍA.....	18
5.1. CURSOS ANALIZADOS	19
5.2. EDITORIALES ANALIZADAS	19
5.3. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN	19
6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	25
6.1. ACCIONES	26
6.2. NIVELES DE DEMANDA COGNITIVA DE SMITH Y DE STEIN.....	29
6.3. NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE.....	32
7. CONCLUSIONES	36
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	38

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Instrumento de evaluación	20
Tabla 2. Número de actividades que existen en cada curso y editorial.	25

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Ejemplo de Simetría axial.	8
Figura 2: Ejemplo de simetría Radial	8
Figura 3: Actividad con las tres acciones del curriculum.	21
Figura 4: Actividades ejemplo para los niveles de demanda cognitiva.	22
Figura 5: Actividades ejemplo para los niveles de Van Hiele	23
Figura 6: Número de actividades por curso y editorial	25
Figura 7: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Anaya	27
Figura 8: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Santillana	27
Figura 9: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Edebé.	28
Figura 10: Demanda Cognitiva Editorial Anaya.	29
Figura 11: Demanda Cognitiva Editorial Santillana	30
Figura 12: Demanda Cognitiva de la editorial Edebé	31
Figura 13: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Anaya.	32
Figura 14: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Santillana.	33
Figura 15: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Edebé.	34

1. PRESENTACIÓN

En el Trabajo de Fin de Grado (TFG) se ponen de manifiesto los conocimientos adquiridos a lo largo del desarrollo de un grado universitario. Consiste en la elección de un tema que esté en consonancia con los contenidos que se han ido adquiriendo en el grado de educación primaria, que es el que he cursado en la Universidad de Valladolid, en el Campus de La Yutera, Palencia.

En el presente trabajo se va a exponer un análisis empírico comparativo del contenido de la simetría que se muestra en los libros de texto de las editoriales más representativas en la enseñanza de Matemáticas en Castilla y León. Teniendo en cuenta que estos materiales escolares constituyen el eje de la práctica docente, examinamos cómo las actividades de simetría se organizan en cada editorial, valorando su fundamento curricular y su potencial para desarrollar el pensamiento geométrico.

La estructura del TFG es la siguiente: primeramente, se presenta el trabajo y se introduce el tema. Tras esta introducción, en la justificación exponemos la relevancia de la simetría como contenido básico del bloque del sentido espacial en Educación Primaria y su vinculación con el rendimiento matemático global, apoyándonos en investigaciones recientes. Asimismo, se plantean los objetivos que se pretenden conseguir con la realización de este estudio. En segundo lugar, he conformado un marco teórico haciendo un recorrido sobre las diferentes ideas que guardan relación directa con la simetría como contenido, comenzando desde su conceptualización hasta su concreción curricular según el Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. Se hace referencia al modelo Van Hiele y a la demanda cognitiva de las tareas para poder relacionarlo con el rendimiento matemático y los diferentes estudios, hasta llegar al trato que se le da en los libros de texto a la simetría. Una vez maquetada la fundamentación teórica, se encuentran los apartados referidos a la metodología que se ha llevado a cabo y a los resultados y discusión de éstos. Para finalizar, se presenta una conclusión general del trabajo, en la que se analiza y se valora si se han alcanzado los objetivos planteados. Por último se incorporan las referencias bibliográficas y los anexos.

2. JUSTIFICACIÓN

Mediante el presente trabajo pretendo dar respuesta al título del mismo pero no solo eso, sino también demostrar que tras estos años en la universidad de Valladolid he adquirido los objetivos que se pretenden con el grado con el cual se me titula.

La adquisición de los contenidos pertenecientes al área de matemáticas se ha convertido en un reto permanente para la mayoría de sistemas educativos, ya que los conocimientos que se pueden adquirir de ella son los más complejos para la mayoría del alumnado (Núñez et al., 2005). Siendo la simetría uno de los contenidos básicos y comunes en todos los cursos dentro del bloque de Sentido Espacial en Educación Primaria, este contenido se analiza en diferentes editoriales de libros de texto de matemáticas.

Según Núñez, et., al (2005) el rendimiento escolar, en cualquier etapa del sistema educativo, es una de las principales dimensiones en el proceso de enseñanza/aprendizaje, por lo que es normal que haya sido abordado desde varios puntos de vista, pues se trata de un tema que, debido a la relación que guarda con otros factores presentes en los alumnos/as: la actitud, la habilidad, el esfuerzo, el estado socioeconómico, las emociones, las circunstancias familiares o personales, se hace casi imposible no vincularlo con ninguno de ellos.

Además, en las últimas décadas se ha observado un creciente interés en analizar qué impacto pueden acarrear estos factores sobre el rendimiento escolar, por lo que se ha podido abordar como un fenómeno de estudio. Gracias al análisis de estos factores, demandado por un colectivo cada vez mayor, los expertos se han dado cuenta que la materia de matemáticas es la asignatura que más dificultades conlleva y que según se aumenta de curso más bajo es el rendimiento (Núñez, et., al. 2005).

No existen estudios directos que relacionen explícitamente el conocimiento de la simetría con el rendimiento escolar general. Las tareas de simetría requieren habilidades viso-espaciales de visualización geométrica por lo que se puede decir que un alumnado con una buena comprensión de la simetría contará con ventajas para abordar otros contenidos geométricos.

De esta forma llegamos al problema que nos atañe en este trabajo: analizar el contenido de la simetría en libros de texto de la etapa de educación primaria de diferentes editoriales, por ser un recurso de uso habitual en las aulas y lo que conlleva el dominio de la simetría, que es una habilidad geométrica que puede favorecer el rendimiento global en matemáticas y contribuir al desarrollo del razonamiento matemático general.

La presentación del contenido de la simetría y las actividades que se proponen para su aprendizaje será el eje discursivo de este trabajo. En este caso se han elegido tres editoriales que utilizan los centros en la etapa de educación primaria. Para esto he necesitado algunas competencias que he ido adquiriendo a lo largo de mi etapa universitaria; han sido bastantes pero en este caso solo mencionaré las más significativas escritas por la Universidad de Valladolid para el grado de educación primaria:

- Dominio de las TIC
- Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio –la Educación-
- Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos esenciales (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas esenciales de índole social, científica o ética.
- Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

La elección de la temática del presente trabajo fue gracias a la persona que lo tutoriza, los temas me eran completamente indiferentes pero es un referente para mí en cuanto a docencia, esfuerzo, pasión por su campo y dedicación a su profesión y a los alumnos que hemos pasado por sus clases. Esta fue la principal razón por la cual este trabajo trata sobre la simetría en los libros de texto.

3. OBJETIVOS

3.1. OBJETIVOS GENERALES

Los objetivos generales que se pretenden alcanzar con la realización de este trabajo son los siguientes:

- Detectar las características mayoritarias de las tareas propuestas para el aprendizaje de la simetría en los libros de matemáticas de diferentes editoriales en la etapa de educación primaria.
- Exponer un análisis empírico comparativo y conceptual del contenido de la simetría que se muestra en los libros de texto de las editoriales más representativas en la enseñanza de Matemáticas en Castilla y León.

De esta manera acotamos el campo de estudio sobre el que vamos a hacer nuestra revisión bibliográfica.

3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A partir del objetivo general desglosamos los objetivos más específicos en los que nos centraremos:

- Conceptualizar la simetría atendiendo a diferentes fuentes y sus tipos.
- Realizar una revisión bibliográfica sobre la conceptualización y el trato dado al contenido de la simetría en la etapa de educación primaria.
- Comprobar la adecuación de las tareas que se proponen en relación con el currículum de la etapa de educación primaria.
- Valorar la adecuación de los ejercicios de libros de texto de las editoriales escogidas en relación con los niveles de Van Hiele (Van de Walle et al., 2022), la demanda cognitiva de Smith y Stein (1998) el currículum del curso y las tareas a desarrollar.

4. MARCO TEÓRICO

Los informes TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) están organizados por la IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement), y se trata de estudios internacionales de tendencias en Matemáticas y Ciencias. Se iniciaron en 1995 para evaluar las competencias en las áreas mencionadas. Inicialmente, esta prueba la realizaban los alumnos de 4º de Primaria y 2º de la ESO, pero hoy en día, en España, únicamente la realizan estudiantes de 4º curso de la etapa de Educación Primaria. Los informes TIMSS utilizan como modelo el currículo como estructura principal, y presenta tres elementos diferenciados en las pruebas de evaluación: el currículo previsto, el currículo implementado y el currículo alcanzado. Además, complementan el estudio con cuestionarios de contexto para analizar variables sociodemográficas y pedagógicas.

En la edición TIMSS 2023, los alumnos españoles de 4.º de Primaria obtuvieron 498 puntos en matemáticas, lo que supone una ligera disminución frente a convocatorias previas (502 en la edición anterior). Aunque la diferencia es pequeña, este descenso reafirma la importancia de mejorar el aprendizaje matemático en la etapa básica. El informe también destaca que la brecha socioeconómica y de género sigue siendo relevante: en promedio, los chicos superan a las chicas en matemáticas en España, y el contexto socioeconómico continúa correlacionado con el rendimiento (Comisión de Educación de la RSME, 2024). En este informe España se encuentra en el nivel bajo de rendimiento solo encontrándose por debajo de este los siguientes países: Nueva Zelanda (490), Bélgica (489), Francia (484) y Chile (444). Esto nos deja en la cola de las puntuaciones frente a Corea (594) encabezando los resultados con un nivel alto (TIMSS 2023. *Estudio Internacional de Tendencias En Matemáticas y Ciencias. Informe Español*, s. f.).

Este apartado se basa en una revisión bibliográfica y está desglosado en varios apartados relacionados con el tema de este trabajo: un análisis empírico comparativo de las tareas que trabajan el contenido de la simetría que se muestra en los libros de texto de diferentes editoriales en la asignatura de matemáticas, por ser un importante instrumento para práctica docente diaria. Se ha realizado una conceptualización, descripción y concreción curricular del concepto que se pretende abordar. Y aplicando

los conocimientos que aportan según los niveles de Van Hiele, la demanda cognitiva que requieren, y las acciones que los alumnos deben desarrollar para un aprendizaje significativo.

4.1. SIMETRÍA

El concepto de simetría es uno de los primeros que se introducen en la Educación Infantil y Primaria. Los niños, mediante la observación, perciben en la naturaleza patrones simétricos; esto les permite acercarse al concepto sin definirlo formalmente. No obstante, a la hora de introducir el concepto de simetría, este puede presentar dificultades. Diferentes estudios demuestran que los alumnos pequeños (por ejemplo, de 5 años) “encuentran mayor dificultad cuando se enfrentan a la detección de los distintos ejes de simetría, en los casos en los que hay más de uno” (Berciano et al., 2021,p.1). Esto indica que reconocer un eje de simetría puede no resultar complicado —por ejemplo, usando la técnica de doblar el papel o un espejo—; sin embargo, la identificación de varios ejes en una misma figura requiere un razonamiento más avanzado.

El concepto de simetría está, además, relacionado con ideales de belleza, armonía, equilibrio y patrones recurrentes, lo cual permite relacionarlo con el entorno y enriquecer el aprendizaje del alumnado introduciendo otros conceptos como la mediatriz. Asimismo, al relacionarlo con el entorno, se contribuye a que el alumnado comprenda mejor el mundo que le rodea y, de esta manera, se construya un aprendizaje significativo en lugar de una colección de nociones sin conexión.

4.1.1. CONCEPTO

Según la RAE el concepto de simetría es la “Correspondencia exacta en la disposición regular de las partes o puntos de un cuerpo o figura con relación a un centro , un eje o un plano” Diccionario de la lengua española, 23.ªed., (versión 23.8 en línea) <<https://dle.rae.es>> (01/06/2025).

“La simetría axial es una transformación isométrica en la que a cada punto de la figura original se le asocia otro punto (llamado imagen)”. (Hernández. et al. 2018)

Esta definición nos indica que cada punto de una figura copia al que está a la misma distancia que él en el eje de simetría hacia el lado contrario. El eje de simetría en este caso nos encontramos que es una línea recta perpendicular a la línea que une un punto con su simétrico que pasa por el punto medio dejando una equidistancia y una inversión con respecto a la figura original.

Propiedad que presentan algunas figuras geométricas que consiste en una correspondencia en la forma, el tamaño y la secuencia de las partes que la componen respecto de una línea o punto. “El eje de simetría es la recta que divide a una figura geométrica en dos partes iguales que se pueden superponer una sobre la otra doblando la figura sobre esta recta. Por ejemplo, el cuadrado tiene cuatro ejes de simetría.” (Soto 2011)

En este diccionario ilustrado diferencia dos tipos de simetría, la axial, que tiene como eje una línea recta y la simetría radial, con un punto como centro de simetría, podemos encontrar este tipo de simetría en un polígono regular .

En definitiva, la simetría es una propiedad que poseen algunas figuras geométricas, hay dos tipos la axial, que es la más estudiada en primaria y, por otro lado, tenemos la radial que también se estudia pero en niveles más altos de la etapa de primaria.

La simetría axial se compone de una figura y un eje de simetría que divide esta en dos partes idénticas. Esto quiere decir que la parte que se encuentra a x distancia del eje debe ser igual a la parte que se encuentra a x distancia del eje hacia la dirección opuesta.

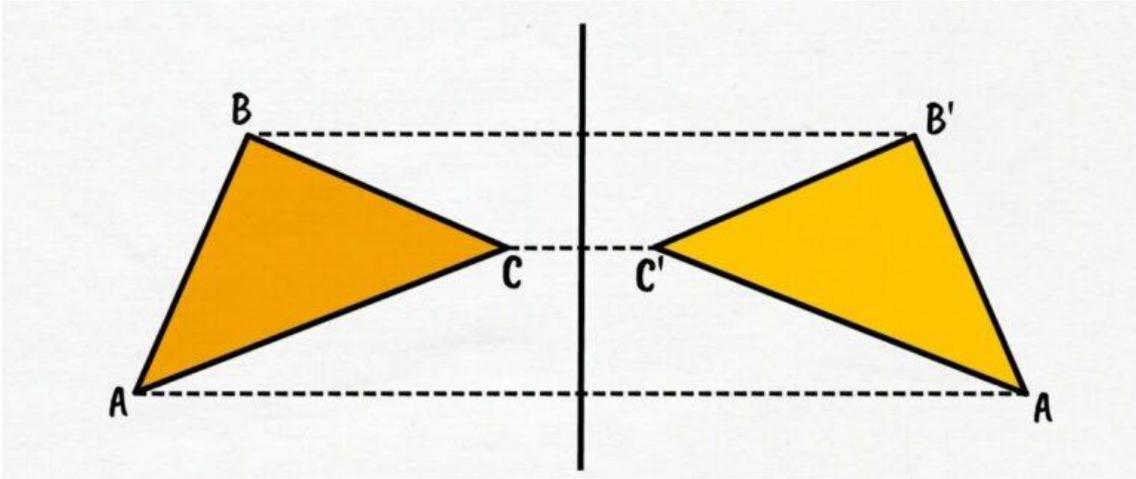


Figura 1: Ejemplo de Simetría axial.

Fuente: Alexander. (2023, 29 agosto). Qué es la simetría axial y cómo se representa. Bettas Exoticos. <https://www.todogeometria.com/que-es-la-simetria-axial-y-como-se-representa/>

En la simetría radial el eje es un punto y nos solemos encontrar simetría radial en los polígonos regulares puesto que tienen estructuras idénticas que se repiten alrededor de un eje.

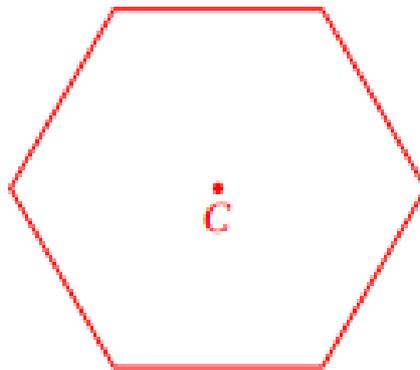


Figura 2: Ejemplo de simetría Radial

Fuente: Diccionario Ilustrado de Conceptos Matemáticos (Soto 2011) Página 147.

En la naturaleza también encontramos simetrías como pueden ser las hojas de las plantas con simetría axial o las flores nos pueden servir de ejemplo para la simetría radial.

4.1.2. CONCRECIÓN CURRICULAR

En este apartado se realiza la concreción curricular del contenido de la simetría dentro del área de las matemáticas en la etapa de Educación Primaria, dado que dicho bloque se considera una de las principales dimensiones en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León, incluye en el Bloque C. Sentido espacial la siguiente definición:

“Es fundamental para comprender y apreciar los aspectos geométricos del mundo. Está constituido por la identificación, representación y clasificación de formas, el descubrimiento de sus propiedades y relaciones, la descripción de sus movimientos y el razonamiento con ellas.” (Boletín Oficial de Castilla y León, 30 de septiembre de 2022, pág. 48 735).

De esta forma, el contenido de la simetría aparece en todos los niveles de la etapa de Educación Primaria:

1.º de Primaria:

3. Visualización, razonamiento y modelización geométrica.

- Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos.
- Relaciones geométricas: reconocimiento en el entorno.
- Identificación de regularidades y simetrías en figuras dadas.
- Reconocimiento y dibujo a mano alzada de triángulos, rectángulos y círculos.

2.º de Primaria:

3. Visualización, razonamiento y modelización geométrica.

- Modelos geométricos en la resolución de problemas relacionados con los otros sentidos.
- Relaciones geométricas: reconocimiento en el entorno.
- Reconocimiento de regularidades y simetrías.
- Traslaciones sencillas en cuadrícula.

- Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otros por composición y descomposición.

3.º de Primaria:

3. Movimientos y transformaciones.

- Identificación de figuras transformadas mediante traslaciones, giros y simetrías en situaciones de la vida cotidiana.
- Generación de figuras transformadas a partir de simetrías y traslaciones de un patrón inicial y predicción del resultado.

4.º de Primaria:

3. Movimientos y transformaciones

- Identificación de figuras transformadas mediante traslaciones, giros y simetrías en situaciones de la vida cotidiana.
- Generación de figuras transformadas a partir de simetrías y traslaciones de un patrón inicial y predicción del resultado.

5.º de Primaria:

3. Movimientos y transformaciones.

- Transformaciones mediante giros, traslaciones y simetrías en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras transformadas, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.
- Semejanza en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras semejantes, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.

6.º de Primaria:

3. Movimientos y transformaciones.

- Transformaciones mediante giros, traslaciones y simetrías en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras transformadas, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.

- Semejanza en situaciones de la vida cotidiana: identificación de figuras semejantes, generación a partir de patrones iniciales y predicción del resultado.

El contenido de la simetría a lo largo de los cursos presenta una evolución. En primero y segundo, puesto que solo pide la identificación de la simetría y regularidades, está metido en el bloque de visualización, razonamiento y modelización. A partir de tercero ya tiene un bloque dentro del apartado de geometría que se llama movimientos y transformaciones, donde se empieza a pedir no solo que se identifiquen las figuras sino también que se generen figuras simétricas a partir de un patrón inicial ya dado. En el último ciclo aumenta la dificultad con la predicción del resultado.

4.2. LIBROS DE TEXTO

Los libros de texto son una herramienta de uso habitual en la escuela actual. Para adaptarse a las reformas legales en constante cambio, las editoriales los reescriben continuamente. Por un lado, deben adaptarse al currículo vigente, y por otro, es necesario que cumplan con las demandas cognitivas y los diferentes niveles del alumnado, puesto que en un mismo grupo puede haber una gran diversidad. El profesorado utiliza los libros como herramienta e hilo conductor de los aprendizajes, pues estos materiales sirven de guía para la presentación de contenidos y para orientar las actividades de estudio y repaso.

Según Cabero et al. (1995) el libro no es un medio en cuestión, sino un mediador entre el docente y el currículum de la etapa ofreciendo recursos y orientación tanto al alumnado como al docente. Para que el proceso de enseñanza aprendizaje sea enriquecedor, necesitamos que los libros de texto tengan recursos que se adapten a toda nuestra diversidad de alumnos que no es poca. Sin embargo, también en ocasiones, es un lastre que nos ancla puesto que las familias ya que lo han comprado quieren que se use. Esto es comprensible pero también nuestra labor como docentes es demostrar que aunque el libro de texto no se siga a pies juntillas el aprendizaje está ocurriendo y evidenciarlo.

Para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje, los libros de texto deben presentar ciertas características comunes y esenciales. Según Monterrubio Pérez (2011), en su

“Modelo exhaustivo de análisis y valoración de textos escolares de Matemáticas”, estas características son:

- **Contenidos claros y ejemplificaciones:**
Es de gran utilidad acompañar los contenidos teóricos con ejemplos que ayuden a ilustrarlos. La explicación debe ser clara y concisa para después poder ir ampliando el concepto y entenderlo mejor.
- **Ejercicios graduados con diferentes niveles de complejidad:**
Para construir un aprendizaje significativo, los ejercicios deben ir aumentando de dificultad tanto a lo largo del curso como entre cursos, de modo que el alumnado interiorice los conceptos de manera progresiva y pueda aplicarlos en diferentes contextos.
- **Uso de fotografías y recursos gráficos como apoyo o motivación:**
El empleo de imágenes, mapas conceptuales, esquemas, etc., favorece la motivación del alumnado, entender conceptos y poder aplicar los contenidos al mundo real.
- **Actividades complementarias:**
Algunos libros incluyen juegos, problemas, enlaces externos y muchas más propuestas para fomentar un aprendizaje activo, que desarrolle otras competencias como la creatividad, el pensamiento crítico y la curiosidad.
- **Desarrollo de competencias:**
Deben diseñarse actividades que permitan al alumnado poner en práctica las competencias clave (como la comunicación matemática, el razonamiento y la resolución de problemas) a través de tareas que integren la simetría en contextos significativos.

4.3. NIVELES DE VAN HIELE

El modelo de Van Hiele es un referente didáctico para comprender cómo progresan los estudiantes en el razonamiento geométrico. Propone una jerarquía de niveles secuenciales mediante la cual los alumnos avanzan en su comprensión de la geometría

(Van Hiele, citado en Van de Walle, Karp y Bay-Williams, 2022). Cada nivel representa un tipo de pensamiento geométrico distinto, desde la percepción global de las figuras hasta el uso de razonamientos formales. Los niveles comúnmente aceptados son:

- **Nivel 1 – Visualización (Reconocimiento):**

Los estudiantes reconocen figuras por su aspecto general, distinguen formas (círculo, triángulo, cuadrado, etc.) pero se centran en características visuales globales. Describen figuras por sus propiedades perceptibles (color, forma en bruto) y no identifican relaciones o propiedades internas ni partes de la figura (Van de Walle et al., 2022). Por ejemplo, un niño en este nivel puede decir “esto es un triángulo” observando su forma sin mencionar sus ángulos o simetrías. En cuanto a la simetría, en esta etapa los alumnos pueden ver que una figura “parece simétrica” pero aún no comprenden el concepto de eje como elemento definitorio.

- **Nivel 2 – Análisis:**

Los estudiantes pueden señalar propiedades y elementos de las figuras. Identifican elementos geométricos (lados, vértices, ángulos) y algunas de sus propiedades (dos lados iguales, ángulo recto, etc.) (Van de Walle et al., 2022). Perciben las propiedades aisladas y las clasificaciones que hacen son de atendiendo a una característica, no son capaces de mezclar propiedades y clasificar en base a varias. Además, las definiciones que hacen tienden a ser informales y suelen ser listados de propiedades.

Con respecto a la simetría, en este nivel los alumnos ya pueden reconocer un eje de simetría concreto (por ejemplo, la línea divisoria de un cuadrado) al observar, pero suele necesitar ejemplos concretos para entenderlo además para facilitar su comprensión se deberían usar materiales manipulativos, ya sea doblando la figura o usando espejos.

- **Nivel 3 – Deducción informal (Clasificación):**

Aquí los estudiantes entienden que algunas propiedades se deducen de otras y pueden clasificar figuras por familias según sus características y relacionarlas (Van de Walle et al., 2022). Reconocen la importancia de definiciones

matemáticas precisas y comienzan a enunciar definiciones formales sabiendo las propiedades que lo caracterizan y las que no, sin que sobren ni falten propiedades, ya dejan de ser listados de propiedades. Pueden comprender explicaciones y demostrar propiedades sencillas dadas por el docente o en un texto. En términos de simetría, en este nivel el alumnado comprende el concepto de eje de simetría de forma más abstracta y puede resolver problemas del estilo “¿cuántos ejes de simetría tiene esta figura?” sin necesidad de manipulativos, así como iniciar tareas de construcción (por ejemplo, dibujar la simetría de una figura dada y explicar el procedimiento por el cual ha pasado).

- **Nivel 4 – Deducción formal:**

En este nivel los estudiantes usan un lenguaje geométrico preciso y aplican razonamientos deductivos rigurosos (Van de Walle et al., 2022). Pueden demostrar teoremas, deducir consecuencias lógicas y formalizar propiedades. Un alumno en este nivel puede, por ejemplo, demostrar por qué un pentágono regular tiene cinco ejes de simetría y explicar la generalización a polígonos regulares. Para la simetría, implica razonar con definiciones y teoremas. Por ejemplo, si un cuadrilátero es un rombo y tiene un eje de simetría, ese eje es una de sus diagonales.

En la práctica docente, este modelo sugiere que las actividades deben estar adaptadas al nivel Van Hiele de los alumnos. Se recomienda diagnosticar el nivel del grupo y ofrecer secuencias de aprendizaje que permitan avanzar gradualmente. Por ejemplo, se inicia en primaria con actividades visuales y manipulativas en los dos primeros cursos de primaria (nivel 1 transicionando al 2), luego se introducen definiciones de simetría y traslaciones en tercero y cuarto (nivel 2), y progresivamente se plantean problemas de construcción y análisis más abstractos ya en algunos alumnos de los últimos cursos de la etapa (nivel 3) no todos le alcanzan, en algunos casos este nivel 3 se alcanza ya en la etapa de secundaria.

Diseñar tareas según estos niveles ayuda a evitar saltos conceptuales bruscos y a consolidar la comprensión geométrica desde lo concreto a lo abstracto (Van de Walle et al., 2022). En cuanto al nivel 4, por su grado de abstracción no se llega en la etapa de

primaria sino que se alcanza en niveles superiores como el Bachillerato en la mayoría o incluso en carreras universitarias relacionadas con las matemáticas.

4.4. DEMANDA COGNITIVA

La demanda cognitiva de una tarea matemática mide la complejidad del razonamiento que el estudiante debe emplear para resolverla. No debe confundirse con la carga cognitiva en sentido de teoría del aprendizaje; en este contexto se refiere a qué tan elaborado es el pensamiento requerido. En general, las tareas de baja demanda (o rutinarias) implican aplicar directamente un procedimiento conocido o extraer información explícita de datos dados. En cambio, las de alta demanda exigen al alumno analizar, relacionar información y reflexionar más profundamente. Como apunta Cruz et al. (2020), “las tareas matemáticas de alta demanda cognitiva implican ejercer habilidades para analizar, inferir, relacionar y reflexionar sobre la información aritmética, geométrica y estadística” (p. 1). Por ejemplo, un problema sencillo de bajo nivel podría ser “calcula el área de este rectángulo”, mientras que uno de alta demanda podría pedir “encuentra todas las figuras simétricas posibles dentro de este rompecabezas y justifica cómo se obtienen”.

En el análisis de tareas escolares, clasificar según la demanda cognitiva permite planificar actividades que potencien el aprendizaje profundo. Las tareas de baja demanda cognitiva suelen presentar todos los datos relevantes claros (por ejemplo, “suma estos números” con un procedimiento fijo). En contraste, las de alta demanda requieren que el alumno organice la información, extraiga relaciones implícitas y use conceptos en contextos nuevos. Por ello, al estudiar geometría y simetría, los docentes deben incluir problemas que inviten a descubrir propiedades (como diseñar su propio eje de simetría) en lugar de limitarse a ejercicios mecánicos.

Ejemplo:

- Una tarea de baja demanda podría ser “dibuja el eje de simetría en cada figura dada”.
- Una de alta demanda sería “crea una figura nueva que tenga exactamente dos ejes de simetría distintos, y explica por qué cumple esa propiedad”.

La segunda tarea fuerza al alumnado a combinar ideas de geometría (propiedades de poliedros, rotaciones) y a ejercitar el razonamiento espacial, elevando la demanda cognitiva.

Esta distinción es relevante en geometría porque las habilidades geométricas avanzadas requieren pensamiento analítico y relacional. Incluir tareas de alta demanda promueve un aprendizaje más significativo, ya que estimula la conexión de conceptos, fomenta la creatividad y prepara al alumno para resolver problemas complejos en el futuro. En cambio, abusar de tareas rutinarias puede limitar la comprensión. Es más demandante hacer un problema mediante dos procesos diferentes que hacer dos problemas que impliquen un único proceso.

Autores como Smith y Stein (1998) definen la demanda cognitiva como el tipo de pensamiento que la tarea tiene el potencial de provocar en el estudiante; ellos elaboraron un artículo con niveles en el cual se clasifica desde menos demandante en el nivel 1 y más hasta el nivel 4:

Nivel 1: Tareas de memorización. Se trata de escribir definiciones, hechos reglas o bien procesos que ya han sido aprendidos con anterioridad. En estos casos no hay interrelación entre unos conceptos y otros. Un ejemplo de esto sería: “Define eje de simetría:” a lo que el alumno respondería la definición que el docente o el libro de texto haya propuesto.

Nivel 2: Tareas de procedimientos sin conexiones. Se reclama la utilización de un procedimiento de una manera muy evidente, su demanda cognitiva es limitada y el objetivo es la producción de respuestas correctas más que el desarrollo de la comprensión. Estas tareas no solicitan explicaciones, solo en ocasiones una descripción del procedimiento utilizado. Además el enunciado del propio ejercicio suele indicar cómo resolver el ejercicio. Un ejemplo de esto podría ser: dibuja los ejes de simetría en las figuras que sean simétricas. Nos está diciendo con el enunciado que las hay y lo que el alumno ha de hacer.

Nivel 3: Tareas de procedimientos con conexiones. Estas tareas se centran en hacer comprender un concepto o un procedimiento y tienen el objetivo de desarrollar la comprensión de conceptos e ideas matemáticas. Estas tareas sí tienen conexiones con el significado o las representaciones de un concepto y al

establecer las relaciones de ideas conceptuales es la razón por la cual ya requieren cierto nivel de demanda cognitiva. Por ejemplo completar un dibujo para que sea simétrico.

Nivel 4: Tareas que requieren “hacer matemáticas”. Son tareas que necesitan pensamientos complejos y no algorítmicos como en niveles anteriores, no tienen un camino marcado ni sugieren una ruta definida. En estas tareas se pide la exploración, comprensión e interrelación de los conceptos de las matemáticas y por tanto esto conlleva un alto nivel de demanda cognitiva y tienen una naturaleza impredecible puesto que necesitan de la investigación del propio alumno para la resolución. Necesitan acceder y seleccionar los conocimientos necesarios y experiencias que sean relevantes para el análisis de las estrategias de resolución.

5. METODOLOGÍA

Para el desarrollo de este apartado nos fijamos en el trabajo de Espin (2002) en su trabajo: El análisis de contenido: una técnica para explorar y sistematizar información. En este trabajo describe las fases para llevar a cabo la metodología de análisis:

- Preanálisis: para este apartado se seleccionan los documentos que se van a analizar y los indicadores o unidades de análisis a lo que se les va a someter. Formulamos el objetivo que se persigue y elaboramos los indicadores: en este caso vamos a analizar los libros de tres editoriales de primero a sexto con el contenido de simetría y el instrumento es la tabla 1.
- Elección de las unidades de análisis: en este caso que ya tenemos el material que vamos a analizar escogemos dónde hay contenido de simetría puesto que en algunos cursos las editoriales no recogen ejercicios de simetría.
- Explotación del material: En este caso el material que vamos a analizar es el libro de texto de primero hasta sexto de primaria y consiste en llevar a cabo el análisis de las páginas seleccionadas en el apartado anterior.
- Sistematización e interpretación de los resultados: el objetivo es que los datos obtenidos sean interpretados y elaborar tablas, gráficos, etc para facilitar la interpretación.

Tras las tutorías pertinentes con mi tutor decidí escoger el tema de la simetría para analizar. Me recomendó artículos y libros que también me facilitó para poder efectuar mi instrumento de análisis e ir elaborando el marco teórico del trabajo. Estos artículos una vez leídos me dieron pie al siguiente paso.

Elegimos entre los diferentes libros de texto que nos podía ofrecer el área de Didáctica de la Matemática que es al que pertenece. Entre las editoriales que se encontraban en el departamento se eligieron editoriales diferentes puesto que había varios proyectos de una misma editorial, el abanico de posibilidades era relativamente amplio pero puesto que mi análisis iba a ser a lo largo de toda la etapa entonces decidí escoger solo 3.

Tras un recuento continuo de actividades, encasillamientos en niveles, acciones, etc usando mi instrumento de evaluación e insertando los recuentos en las tablas de excel a

las cuales van vinculadas las actividades, he llegado a la parte de el análisis y la discusión exponiendo los resultados obtenidos.

5.1. CURSOS ANALIZADOS

Los cursos a analizar serán todos en los cuales haya contenido de simetría en Educación Primaria, es decir, si alguna editorial en algún curso decide no tratar el contenido entonces no se analizará ese curso de esa editorial por falta de material a analizar. No obstante las editoriales tienen por currículum que tratar este tema obligatoriamente a lo largo del ciclo por lo que aunque no esté en un curso debe estarlo en el ciclo. A continuación veremos si efectivamente esta condición se cumple o no se cumple en el apartado 6.

5.2. EDITORIALES ANALIZADAS

Podemos analizar numerosas actividades de muchas editoriales que ofrecen libros para educación primaria además de recursos para el docente como libro interactivo digital. Los libros que se analizarán en este caso son algunos de los cuales tiene la biblioteca del área de matemáticas a las que se me ha permitido tener acceso. Estas, tienen una gran presencia en el mercado de los libros de texto en nuestro país y son bastante usadas por los centros educativos. Las editoriales son Anaya Operación Mundo (2022), Santillana Proyecto Construyendo Mundos (2023) y Edebé de Otra Manera (2023).

5.3. INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN

En este caso tras definir anteriormente los límites de cada nivel y con ellos en una hoja reviso los libros actividad por actividad y pongo la página en la que están y el número de la actividad.

Para esta tarea he construido un instrumento que es una tabla para hacer mucho más visual la organización de la información:

Tabla 1: Instrumento de evaluación

Acción	1°	2°	3°	4°	5°	6°
Identificar						
Generar						
Predecir						
Demanda Cognitiva de Smith y Stein						
Tarea de memorización						
Tarea de proceso sin conexiones						
Tarea de proceso con conexiones						
Tarea de Hacer matemáticas						
Nivel de Razonamiento de Van Hiele						
Nivel 1: reconocimiento						
Nivel 2: análisis						
Nivel 3: deducción informal o clasificación						
Nivel 4: deducción formal						

Fuente: elaboración propia

Debido a que las gráficas van a ser independientes de acciones, demanda cognitiva y los niveles de razonamiento hice cada recogida de datos por separado y no de manera conjunta. Es decir, primero hice todas las acciones que conllevan todas las actividades de todos los cursos de la editorial Anaya, a continuación Santillana y por último Edebé. Una vez acabé con esto, hice lo mismo con la demanda cognitiva y acabé con los niveles de razonamiento.

A continuación se presenta un ejemplo para mostrar e ilustrar el proceso de análisis de cada uno de los tres aspectos considerados. La actividad de la Figura 3 se toma como ejemplo para ilustrar el análisis de las acciones a realizar en la tarea.:

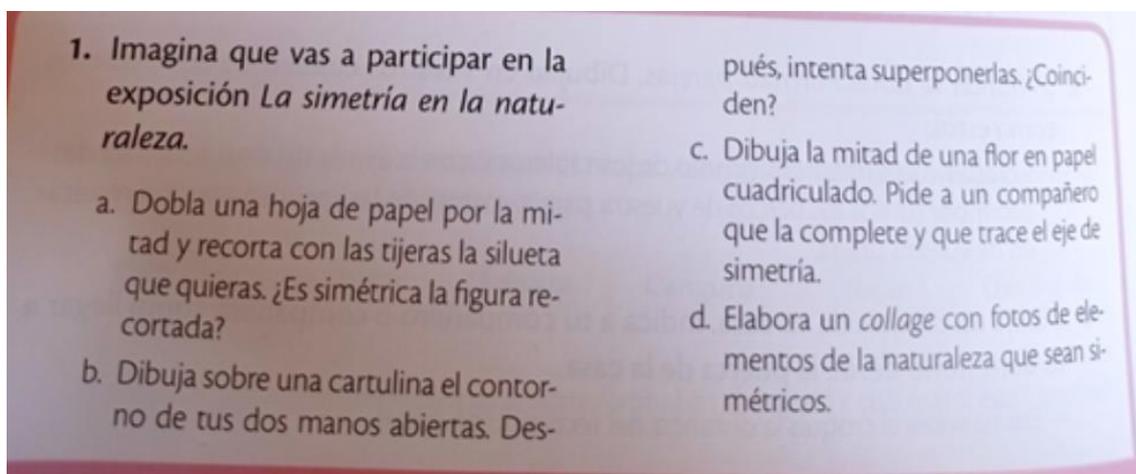


Figura 3: Actividad con las tres acciones del currículum.

Fuente: Edebé 2022. *Matemáticas de otra manera 3º*. Edebé (p.204)

En este libro de tercero, nos encontramos una actividad que incluye las tres acciones:

- Reconocimiento: en el apartado a.) y b.),
- Generación: apartado c.) puesto que pide hacer una media flor y completar la de otro compañero
- Predicción: apartado d.) antes de tener en sus manos la revista para hacer el collage tiene que pensar en elementos simétricos y buscarles en el material que se le facilite y quizás se sorprenda y encuentre más o los elementos que pensaba que eran simétricos no lo son como por ejemplo la copa de un árbol.

Esta actividad aunque sea una, al tener las 3 acciones será clasificada en las tres, es decir, siendo la actividad uno, se encasilla en los tres apartados puesto que implica las 3 acciones.

Para los niveles de demanda cognitiva utilizaremos como ejemplo la figura 4

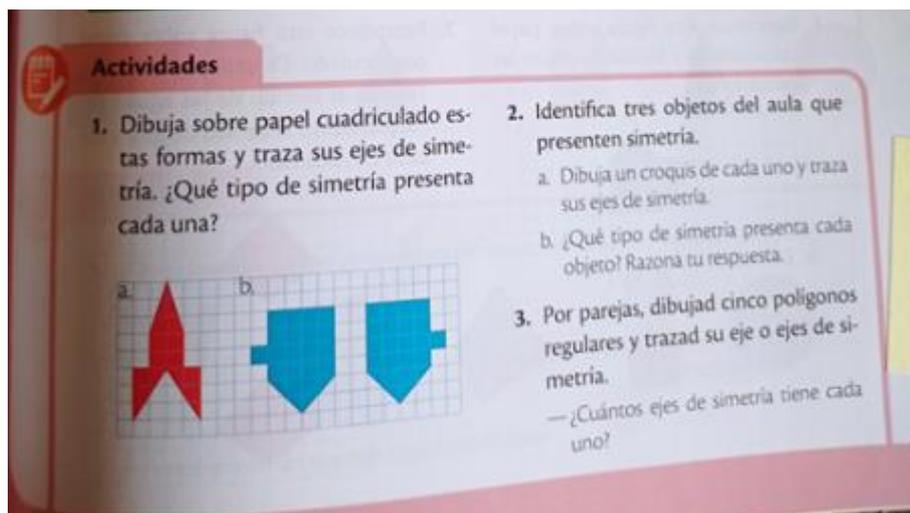


Figura 4: Actividades ejemplo para los niveles de demanda cognitiva.

Fuente: Edebé 2022. *Matemáticas de otra manera 4º*. Edebé (p.305)

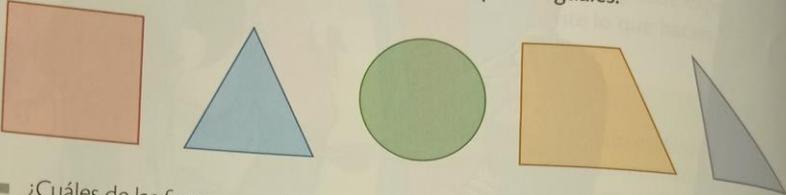
En la figura 4 nos encontramos unas tareas compuestas de diferentes niveles de demanda cognitiva. La tarea uno consiste en marcar el eje por lo que sería aplicar una definición que han aprendido no requiere explicación alguna por lo tanto es un caso de proceso sin conexiones.

El segundo ejercicio es un ejemplo de proceso con conexiones, necesitan extrapolar lo aprendido al entorno que les rodea para encontrar simetría pero además pide explicación de esto mismo, un razonamiento lógico y fundamentado en la información que previamente les han dado.

Por último el ejercicio 3 es de hacer matemáticas puesto que les pide que tienen ellos mismos que fabricar y analizar su propio instrumento; es decir, tienen que recurrir a la imaginación para elaborar polígonos regulares que eso implica simetría implícitamente, dibujarles, trazar sus ejes y argumentar por qué razón tienen esos ejes e incluso poder establecer relaciones entre los ejes y el número de lados. Esto conlleva un pensamiento complejo para el alumno y conlleva la exploración de conceptos, procesos y relaciones matemáticas.

Interpretamos simetrías

1 Indica las figuras que pueden dividirse en dos partes iguales:



- ¿Cuáles de las figuras anteriores son simétricas?
- Dibuja los ejes de simetría en los casos en los que sea posible. ¿Todas las figuras tienen un único eje de simetría? ¿Por qué?

2 Observad a esta patinadora. Dibujad en vuestro cuaderno un croquis de la imagen que se verá reflejada en el espejo:



- ¿En qué dirección y en qué sentido levanta el brazo izquierdo esta patinadora? ¿Mostrará exactamente la misma imagen, el espejo?

Una figura es **simétrica** cuando puede doblarse por la mitad por una línea y las dos partes que se obtienen coinciden. Esta línea se llama **eje de simetría**.

NUMERACIÓN: Simetría
p. 305

Figura 5: Actividades ejemplo para los niveles de Van Hiele

Fuente: Edebé 2022. *Matemáticas de otra manera 4º*. Edebé (p.278)

En la figura 5, podemos observar que en la actividad uno tenemos superado el nivel de reconocimiento, puesto que lo que pide es que a través de el análisis ven si tienen la simetría o

no aunque no pide todavía una descripción de las características. tendríamos una tarea del segundo nivel, .

En la segunda actividad encontramos el tercer nivel (clasificación), el libro se apoya en el espejo que muestra para deducir la característica del espejo y cómo sería ese reflejo y aunque no harán el dibujo igual deben fijarse dónde tendrá el brazo. Si en clase hay un espejo podrán incluso ayudarse de él los que lo necesiten; sin embargo, el uso del manipulativo (espejo que pudiera haber en clase) nos haría bajar al nivel inferior. La actividad les da una ayuda a los alumnos para comprender los pasos del razonamiento lógico formal de la simetría. Como hay clases que tienen espejo y clases que no, clasifiqué esta actividad como que no hubiera espejo en ninguna y por lo tanto sería de nivel 3.

6. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este apartado se va a hablar sobre los datos obtenidos mediante el análisis de los libros de texto de 1° de primaria a 6° acotado a las 3 editoriales ya mencionadas anteriormente.

Primero comenzaremos por el número de actividades que tenemos por curso y editorial como muestro a continuación en la tabla 2:

Tabla 2. Número de actividades que existen en cada curso y editorial.

	1° Primaria	2° Primaria	3° Primaria	4° Primaria	5° Primaria	6° Primaria	Total
Anaya	0	9	2	7	9	0	27
Santillana	4	0	3	0	6	4	17
Edebé	4	2	2	4	0	8	20

Fuente: elaboración propia

1° primaria, 2° primaria, 3° primaria, 4° primaria, 5° primaria...

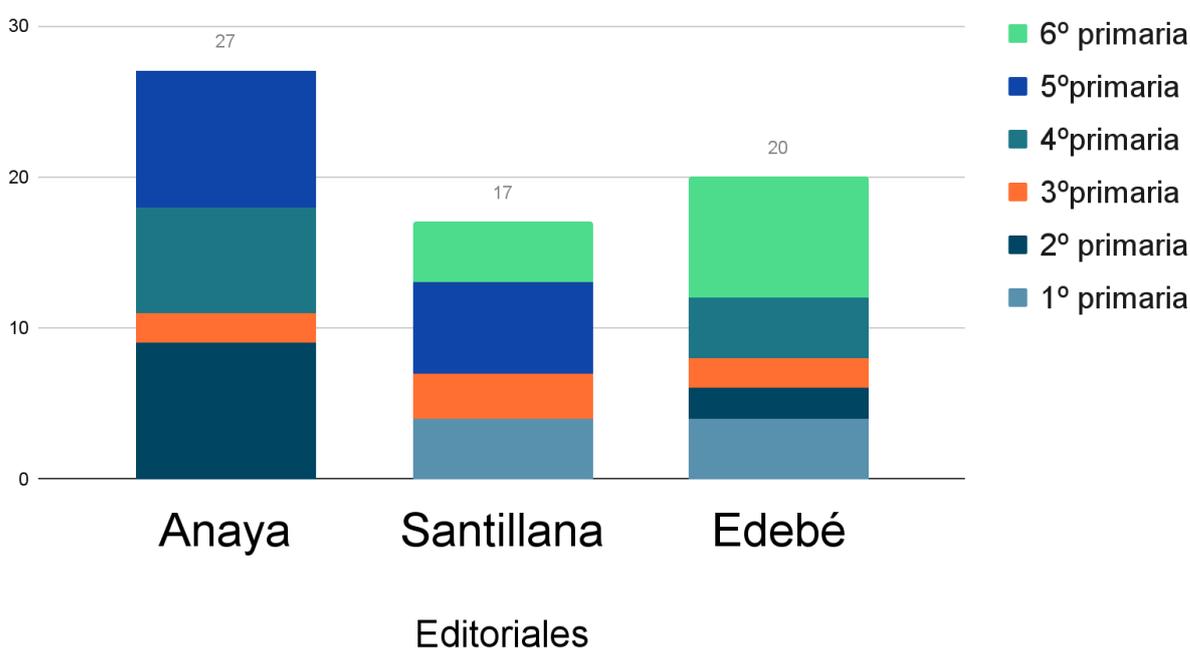


Figura 6: Número de actividades por curso y editorial

Fuente: elaboración propia

Teniendo presente la figura 6 se observa una clara superioridad en cuanto a cantidad de actividades en total por parte de la editorial Anaya repartidas a lo largo de 4 cursos. Esta

superioridad se debe a que adjunto al libro lleva un cuadernillo de actividades complementarias. En segundo lugar nos encontramos Edebé con un total de 20 actividades repartidas en 5 cursos y el último lugar estaría Santillana con 17 actividades a lo largo de 4 cursos.

Debido a que es un tema que el currículum de Estatal lo abarca por ciclos y no por curso da la libertad a las autonomías de poder tratarlo una vez por ciclo. Sin embargo el currículum impuesto por Castilla y León recoge material de simetría para todos los cursos y por lo tanto así deberían aplicar las editoriales. Como hemos visto en la Figura 4 esto no es real puesto que hay editoriales que recogen material de simetría en 4 cursos y la que más (Edebé) en 5 pero ninguna lo hace el todos. Si que es verdad que en los tres casos se cumple el currículum estatal pero en ninguno el autonómico.

6.1. ACCIONES

En este caso puesto que en el currículum trata las acciones por ciclos en las posteriores figuras he decidido hacerlo de la misma manera. En algunas ocasiones no cuadran las actividades con el gráfico de la Figura 6 puesto que hay actividades que cuentan doble o triple debido a que requieren más de una acción y por tanto se incluyen en ambas acciones. Puesto que en este caso ninguna editorial cumple el currículum de Castilla y León entonces pasaré a tratar estas acciones por ciclos debido a que cada ciclo, curricularmente lleva asociada una acción. En el primer ciclo solo se pide identificar, en el segundo generar y en el tercer ciclo predecir.

Acciones Anaya

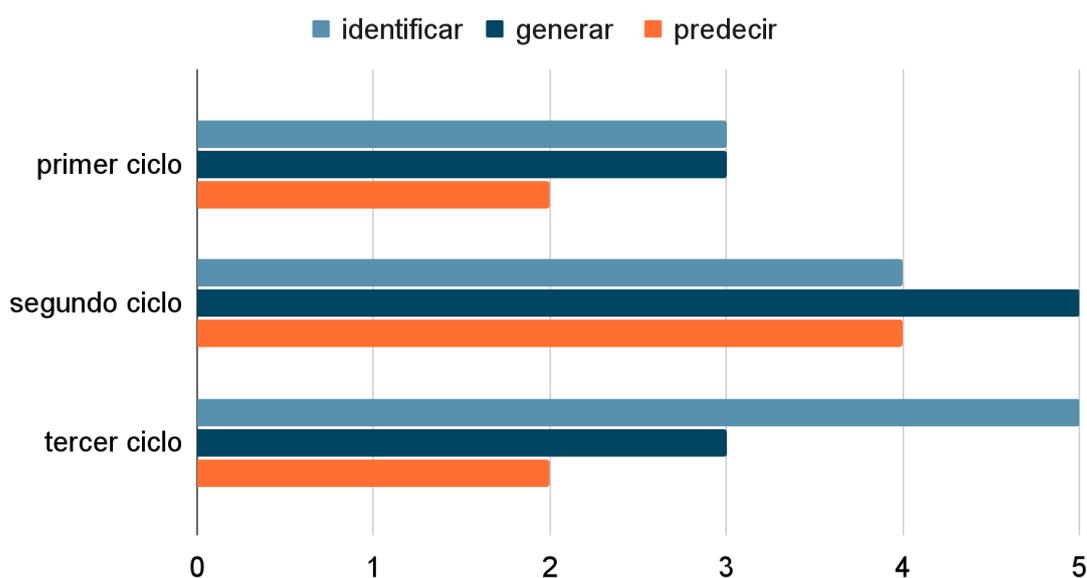


Figura 7: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Anaya

Fuente: elaboración propia

Nos encontramos que lo exigido curricularmente en el primer ciclo es identificar, seguido de generar en el segundo ciclo y en el tercero incluye las predicciones. En este caso nos encontramos en los tres ciclos las tres acciones.

Acciones Santillana

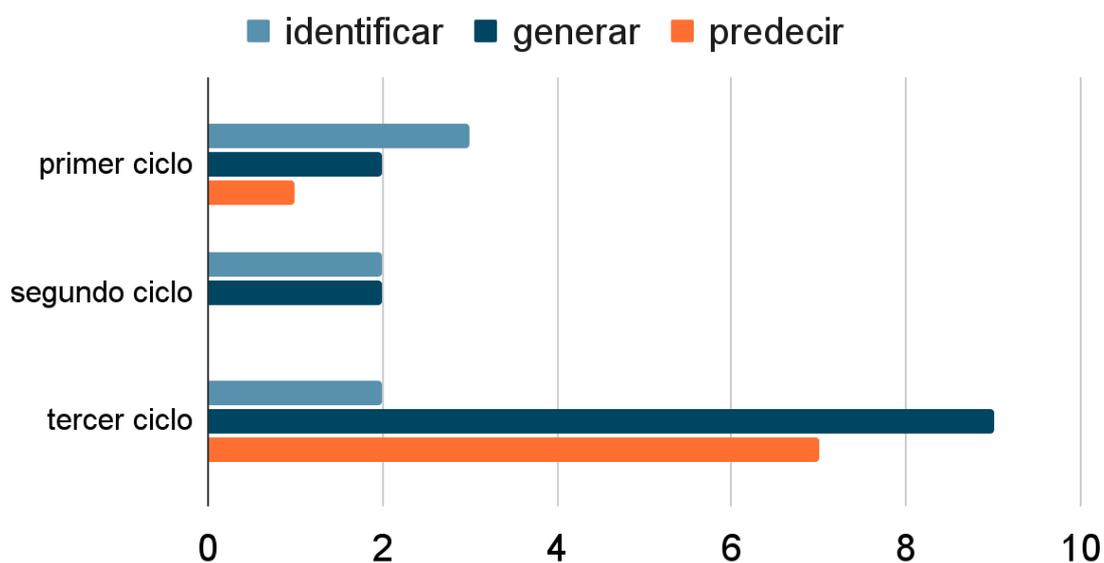


Figura 8: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Santillana

Fuente: elaboración propia

En el caso de la editorial Santillana el primer ciclo incluye las tres acciones: identificar, generar y predecir. En el segundo desaparecen las predicciones y en el tercero vuelven a aparecer con

más actividades.

Acciones Edebé

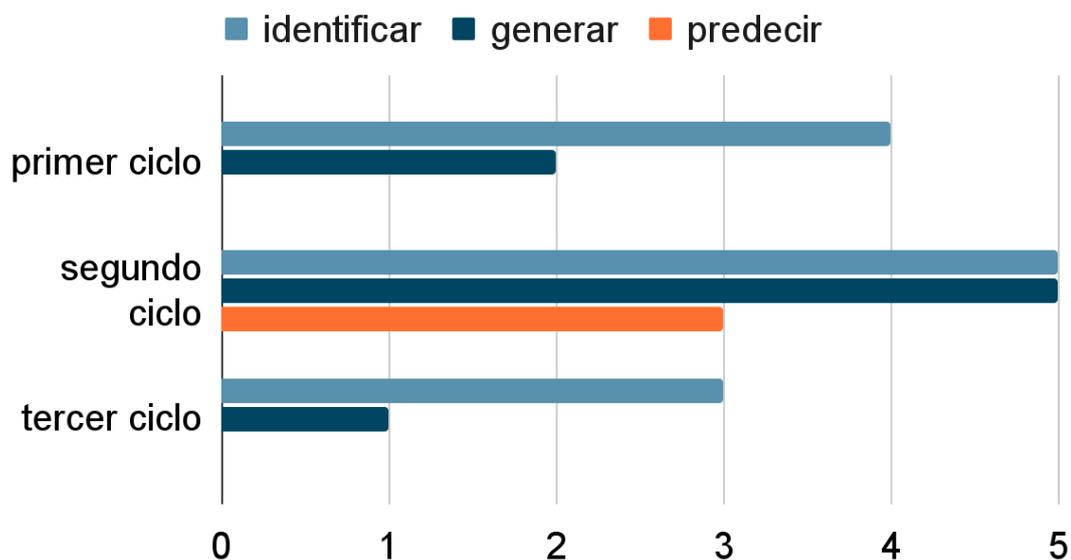


Figura 9: Acciones que se desempeñan en las actividades de simetría de la editorial Edebé.

Fuente: elaboración propia

En este caso las acciones de identificar y predecir se incluyen en todos los cursos, sin embargo en el segundo ciclo aparece la acción de predecir y en el tercero no encontramos ningún ejercicio con respecto a ello.

Tras una revisión sobre las 3 editoriales escogidas podemos decir que solo Anaya y Santillana se adaptan al currículum puesto que Edebé en el tercer ciclo no incluye ninguna acción en sus actividades que implique predecir. Destacar que las tres incluyen en los tres ciclos el proceso de identificar es el primer paso para el aprendizaje de la simetría.

En las tres editoriales nos encontramos las tres acciones, sin embargo Edebé no incluye predecir en el tercer ciclo, esto implica que no cumple el currículum de la etapa.

En cuanto a la editorial Santillana: sigue cumpliendo con lo exigido en el currículum aunque quizás sea un poco ilógico meter una acción en los primeros cursos, quitarla en los segundos en lugar de reforzar, para por último añadirla en el tercer ciclo llevando dos años sin hacer una práctica de ello, creo que todo lo bueno que se siembra en el primer curso se echa a perder no reforzando esos saberes en el segundo ciclo.

Las editoriales Anaya y Santillana cumplen el currículum y con la repetición de las acciones que solicita el currículum asientan el concepto de simetría generando un aprendizaje automatizado en el cual ya no es siquiera necesario pensar el proceso para resolver los problemas que se plantean o realizar posibles predicciones de: cómo va a ser esta figura si viene dada la mitad.

6.2. NIVELES DE DEMANDA COGNITIVA DE SMITH Y DE STEIN.

Para que este apartado sea posible elaboraré tres gráficos como vemos a continuación, ver figuras 10, 11 y 12 para ver la recopilación de datos y la demanda cognitiva que implican las actividades de los libros.

Demanda Cognitiva Anaya

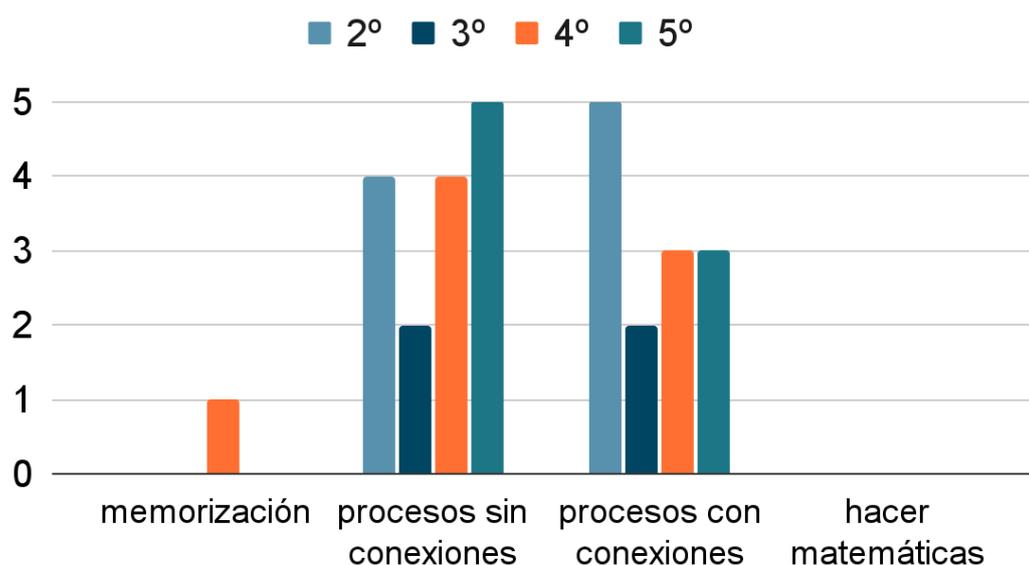


Figura 10: Demanda Cognitiva Editorial Anaya.

Fuente: elaboración propia

En este gráfico podemos ver que la mayoría de actividades que nos encontramos son de procesos con conexiones y de procesos sin conexiones, escasamente de memorización en 4º de primaria y de hacer matemáticas ninguna. Encontramos un máximo de 5 actividades por nivel de demanda en cada curso; este se alcanza en tareas de procesos sin conexiones en quinto y tareas de procesos con conexiones en 2º.

Demanda Cognitiva Santillana

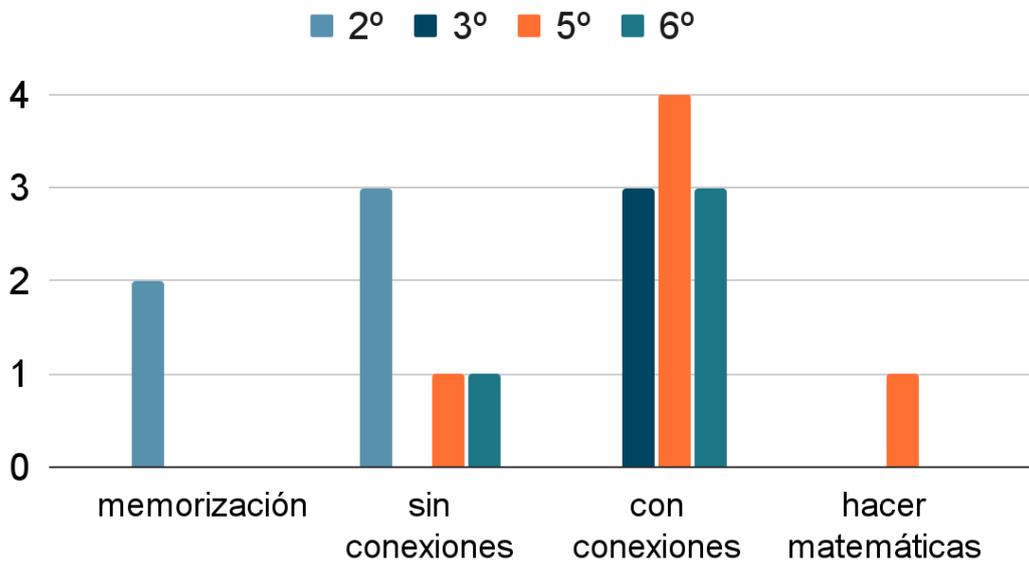


Figura 11: Demanda Cognitiva Editorial Santillana

Fuente: elaboración propia

En este caso nos encontramos que la mayoría de actividades nos las encontramos en las tareas de procesos con conexiones exceptuando en 2° con 2 de memorización y 3 de procesos con conexiones, en 3° encontramos 3 actividades de procesos con conexiones, 5° abarca una tarea sin conexiones, 4 tareas con conexiones y de hacer matemáticas y, por último, 6° que 1 tarea no implica conexiones y las restantes 3 sí son tareas con conexiones. Encontramos un máximo de 4 actividades por nivel de demanda y curso que se alcanza en el nivel de tareas con conexiones en sexto.

Demanda Cognitiva Edebé

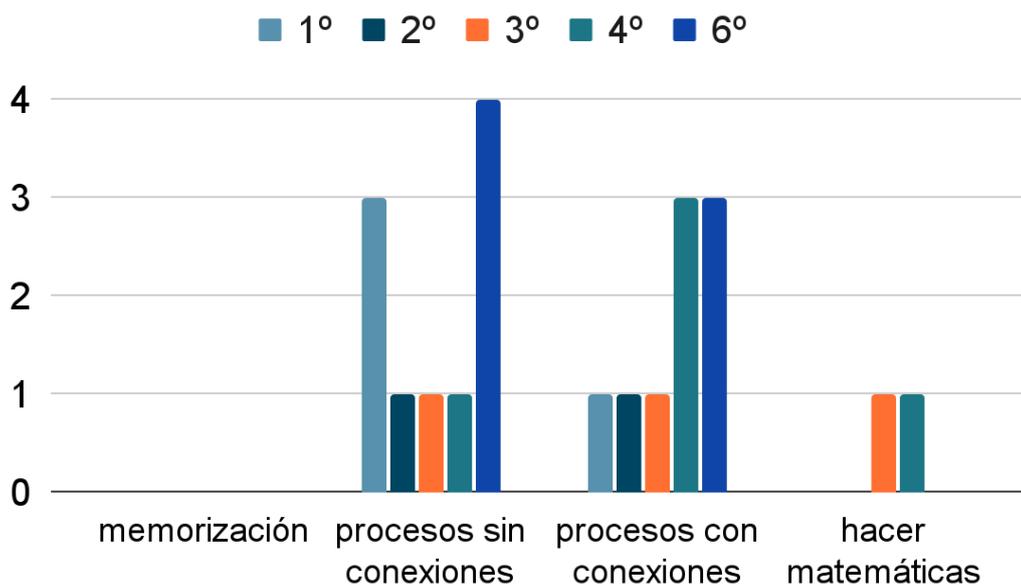


Figura 12: Demanda Cognitiva de la editorial Edebé

Fuente: elaboración propia

No encontramos ningún ejercicio de memoria en ningún curso, los procesos sin conexiones abundan en 1° y en sexto con 3 y 4 ejercicios respectivamente. En cuanto a las tareas de procesos con conexiones nos las encontramos en todo los cursos que se trata el contenido de la simetría con una actividad en 1°, 2° y 3° ; y con 3 en 5° y 6°. Por último en 3° y en 4° nos encontramos con una tarea de hacer matemáticas en cada curso. Encontramos un máximo de 4 actividades por curso y nivel solo alcanzado en 6° en el nivel de tareas de procesos sin conexiones.

Tras haber expuesto los resultados en las tres editoriales sobre los niveles de demanda cognitiva observamos lo siguiente:

- El nivel de memorización se practica escasamente. En Anaya con 2 actividades, en Santillana 1 y Edebé no lo contempla y en las que sí lo hacen en un único curso.
- El nivel de tareas de procesos sin conexiones está más presente puesto que es el paso previo al siguiente nivel y por tanto está en todas las editoriales en casi todos los cursos exceptuando el tercer curso de la editorial Santillana.
- El nivel de procesos con conexión aparece en las tres editoriales en casi todos los cursos donde se trata el contenido exceptuando en 2° de primaria en la editorial Santillana.
- el nivel de hacer matemáticas lo trata Santillana en 5° y Edebé en 3° y 4° .

Como conclusión expondré que Santillana es la única editorial que pasa por los cuatro niveles de demanda cognitiva por lo que podríamos decir que está ordenado el aprendizaje. Por otro lado, vemos que el nivel más alto lo trata en quinto pero no en sexto por lo que tampoco creo que ofrezca un aprendizaje efectivo una vez finalizada la etapa. Lo mismo pasa en Edebé propone tareas de hacer matemáticas pero solo en el segundo ciclo por lo que no profundizará eficazmente a lo largo de toda la etapa y lo vería más eficiente si estuvieran también incluidas en los cursos más altos de la etapa de Primaria.

Por otro lado: también cabe percatarse de que lo cierto es que siempre hay una progresión en las tareas, es decir los primeros cursos tienen tareas de una demanda cognitiva más baja que van in crescendo a medida que avanzan en la etapa de educación primaria.

6.3. NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

Los niveles de Van Hiele son 5 pero en la etapa de primaria solo es posible llegar a los 3 primeros puesto que el cerebro hasta una edad más avanzada no es lo suficientemente maduro para llegar a los dos últimos niveles.

Esto quiere decir que en las Figuras 13,14 y 15 que encontramos a continuación no se contemplan niveles superiores al nivel tres puesto que resulta inútil.

Anaya nivel de razonamiento de Van Hiele

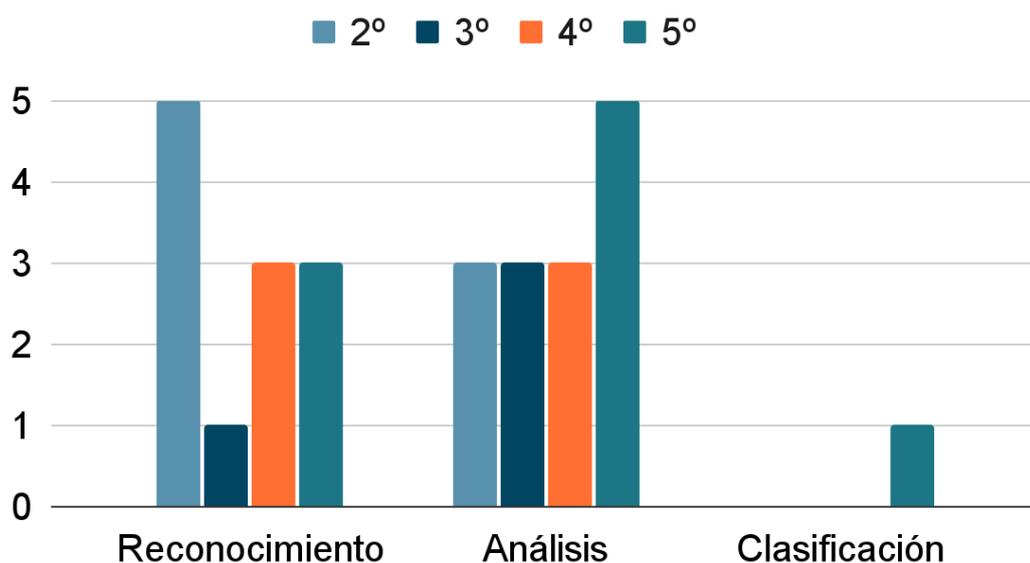


Figura 13: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Anaya.

Fuente: elaboración propia.

Según se aprecia en la figura 13, en todos los cursos tenemos el nivel 1 de reconocimiento, en segundo sobre todo con mayor volumen de ejercicios, el nivel 2 de análisis también lo encontramos en todos los cursos especialmente reforzado en 5° y por último el de clasificación que solo lo encontramos en 5° por ser el curso más alto donde encontramos contenido de simetría. El máximo de actividades que hay por nivel y curso son 5.

Santillana nivel de razonamiento de Van Hiele

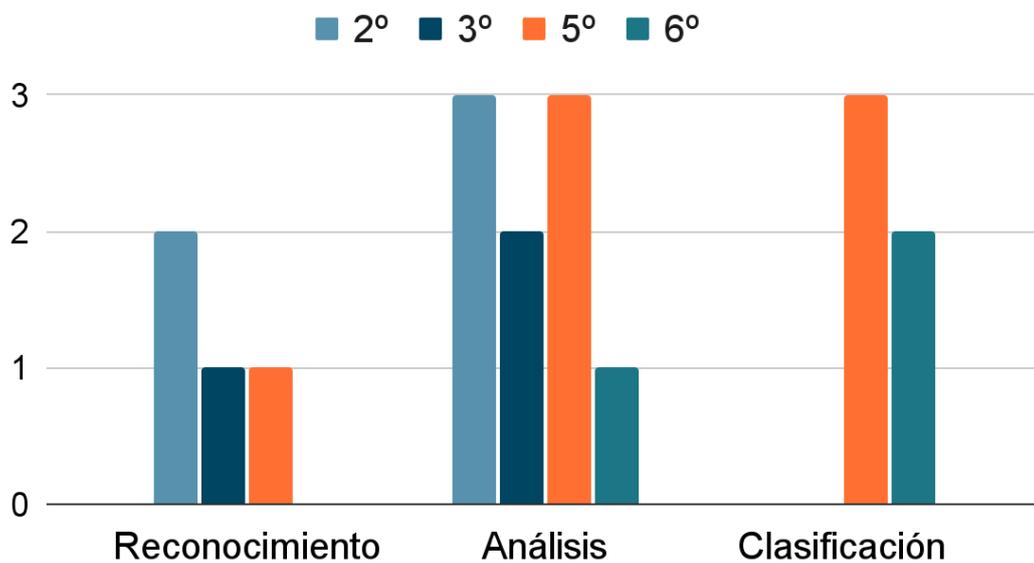


Figura 14: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Santillana.

Fuente: elaboración propia.

En la figura 14 podemos observar que el primer nivel lo encontramos en 2°, 3° y 5°, el segundo nivel está presente en todos los cursos y por último encontramos el nivel 3 de clasificación solo en los dos últimos cursos. con un máximo de 3 actividades por nivel y curso.

Edebé nivel de razonamiento de Van Hiele

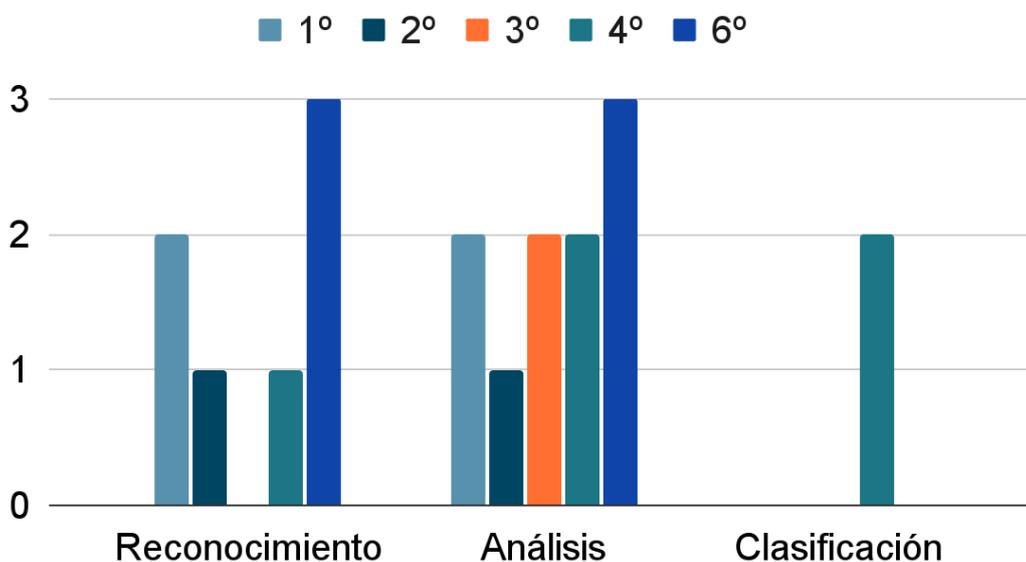


Figura 15: Número de veces que se repite el nivel de razonamiento de Van Hiele por cursos en la editorial Edebé.

Fuente: elaboración propia.

En la figura 15 podemos observar que todos los cursos exceptuando 3º de primaria incluyen ejercicios de nivel 1, en el segundo nivel sí está presente en todos con 3º incluido y actividades de nivel 3 solo encontramos en 4º de primaria con 2 actividades. El número máximo de actividades por nivel y curso es de 3 que solo se alcanzan en 6º en los dos primeros niveles puesto que carecemos de ejercicios de mas nivel en este curso.

A continuación haré algunas observaciones que he realizado en las editoriales analizadas:

- Todas las editoriales tienen el nivel dos en todos los cursos sin embargo no en todos los cursos encontramos nivel de reconocimiento.
- Todas tienen actividades de nivel 3 en algún curso sin embargo Edebé las incluye en 4º y no en 6º mientras que las otras dos, Anaya y Santillana las incluyen en los últimos cursos de la etapa y no en el segundo ciclo

El tercer nivel es un nivel que es posible abarcar en los últimos cursos pero quizá sea un poco complicado en 4° de primaria y para esa actividad se necesite la intervención del docente marcando según qué pautas. Por otro lado considero que los dos primeros niveles deberían estar presentes en todos los cursos puesto que no podemos adquirir un nivel sin haber pasado por el anterior y en la editorial Edebé esto en el tercer curso no ocurre y solo existen las actividades del nivel de análisis; también lo encontramos en la editorial Santillana en 6°, no incluye ejercicios del primer nivel, comprendo que porque lo darán por asentado, sin embargo en 5° sí lo incluyen. También creo que es poco lógico que la editorial Edebé incluya tareas del nivel de clasificación en cuarto y no en sexto.

Para acabar, las tres editoriales tienen un volumen de actividades correcto pero cabe destacar que esto muchas veces no es suficiente sino que hay que tener en cuenta cómo son estas actividades, qué provocan en las cabezas del alumnado y cómo se puede hacer para mejorar y adaptarlas mejor a los niveles que existen en la clase por ejemplo con materiales manipulativos si es necesario o haciendo adaptaciones a las mismas actividades para que sea el aprendizaje más enriquecedor.

7. CONCLUSIONES

Una vez concluido el análisis de este trabajo procedo a conocer si los objetivos principales planteados en el inicio se han cumplido o no es así.

Los objetivos generales eran los siguientes:

- Detectar las características mayoritarias de las tareas propuestas para el aprendizaje de la simetría en los libros de matemáticas de diferentes editoriales en la etapa de educación primaria.
- Exponer un análisis empírico comparativo y conceptual del contenido de la simetría que se muestra en los libros de texto de las editoriales más representativas en la enseñanza de Matemáticas en Castilla y León.

En relación al primero considero que he podido detectar las características mayoritarias y plasmarlas en las diferentes figuras que he ido exponiendo y comentando además me ha ayudado a tener una opinión formada y formal de las características que tienen o deben tener los libros para que el aprendizaje de los alumnos y por tanto el futuro de este mundo.

Otro aspecto a destacar es que tras elaborar las gráficas me he ido dando cuenta de cómo debería ser la perfecta bajo mi punto de vista. Esto me ha servido para darme cuenta de ninguna es la perfecta para mi y entiendo que estas gráficas probablemente sean extrapolables a otras editoriales de libros de texto; entonces esto me lleva a darme cuenta de lo importante que es la labor del docente en estos casos aportando actividades complementarias para poder llegar a un avance y aprendizaje eficiente. Un ejemplo de estas podría ser efectuar una salida de campo para encontrar simetrías en la naturaleza y explorar el mundo que les rodea con el objetivo de el aprendizaje de la simetría a través de lo que la naturaleza les ofrece.

También entiendo que solo analizando la simetría, no puedo hablar de todos los ámbitos, pero presupongo que así será en general en la mayoría de libros y que haya libros de texto, mejores y peores, unos cojearán de un aspecto y serán mejores de otro y viceversa. Es ahí donde es fundamental la labor del docente una vez más. Es importante que los docentes tengan también criterios para poder valorar las oportunidades que

ofrecen los libros pero también las carencias de estos y poder suplirlas con materiales complementarios.

En cuanto a los objetivos más específicos planteados creo haber conceptualizado la simetría atendiendo a diferentes fuentes creando una definición lo más completa posible y sin dar lugar a confusiones.

El instrumento de evaluación elaborado me ha servido de gran ayuda para poder llevar a cabo las gráficas conscientemente y además hacerlo de una manera sencilla y visual. Además teniendo en cuenta las acciones que marca el currículum de la etapa de educación primaria, y los demás aspectos. Como docente a mi me gusta el papel y el bolígrafo, este instrumento ha sido dibujado en mi cuaderno para poder tachar, emborronar y reescribir todo lo necesario hasta quedarme conforme con la relación entre la conceptualización y el análisis realizado.

Establecer relaciones entre los libros de texto de las editoriales escogidas en comparación con los niveles de Van Hiele, la demanda cognitiva de Smith y Stein el currículum estatal y las tareas a desarrollar. Antes de valorarlo he investigado sobre ellos y me he informado leyendo artículos libros trabajos realizados por otros compañeros los cuales me han servido de inspiración.

En cuanto a los objetivos han sido alcanzados por lo que estoy satisfecha con el trabajo y en lo que respecta a los libros esperaba otros resultados. En cuanto a los libros respecta creo que en ocasiones pasan desapercibidos según que aspectos importantes para los que los elaboran como por ejemplo el currículum y en ocasiones tratan el tema pero no como se pide. Esto me parece bastante negativo puesto que no tiene sentido que tu como docente confíes en un proyecto para enseñar a los alumnos y resulte no cumplir con lo establecido por la ley.

Las editoriales tienen gran variedad de ofertas que hacer, pero nosotros como docentes debemos saber lo que elegimos o nos eligen y las carencias y fortalezas que tiene este material. Esto es importantísimo para llevar a cabo una buena labor docente.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexander. (2023, 29 agosto). *Qué es la simetría axial y cómo se representa*. Bettas Exoticos. <https://www.todogeometria.com/que-es-la-simetria-axial-y-como-se-representa/>
- Balderas, E. R., Salazar, C. A. G., & Reyes, J. C. C. (2018). Prototipos geométricos en el aprendizaje de ejes de simetría. tercer grado de primaria. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades, SOCIOTAM*, 28(2).
- Berciano, A., Jiménez-Gestal, C., & Salgado, M. (2021). Detección de dificultades en el proceso de aprendizaje del concepto de simetría en educación infantil. *Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática*, 6(2), 24-46. <https://doi.org/10.34179/revisem.v6i2.16006>
- Boletín Oficial del Ministerio de Educación y Formación Profesional año 2019. Actos Administrativos. Números del 1 al 4.* (s. f.). libreria.educacion.gob.es. https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/boletin-oficial-del-ministerio-de-educacion-y-formacion-profesional-ano-2019-actos-administrativos-numeros-del-1-al-4_183288/
- Cabero, J., Duarte, A., y Romero, R. (1995). *Los libros de texto y sus potencialidades para el aprendizaje*. En J. Cabero y L.M Villar (Eds.), Aspectos críticos de una reforma educativa. Universidad de Sevilla. Secretariado de publicaciones.
- Comisión de Educación de la Real Sociedad Matemática Española. (2024). *Algunas reflexiones sobre el informe TIMSS 2023*. <https://www.rsme.es/2024/12/comision-de-educacion-algunas-reflexiones-sobre-el-informe-timss-2023/>
- Cruz, M. D. B. D. L., Holguin-Alvarez, J., & Villa-Córdova, G. M. (2020). Provocación por desafíos: Experiencia optimizadora del abordaje de tareas matemáticas con alta demanda cognitiva. *Revista Electrónica Educare*, 24(3), 179-207.

- Decreto 38/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad de Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*, 30 de septiembre, D-30092022-2.
- Espín, J.V. (2002). El análisis de contenido: una técnica para explorar y sistematizar información. *Revista de educación*, 4, 95-105.
- Hernández, N, Meneses Casas, N, Sánchez Castillo, Y y Montealegre, G. (2018). Simetría axial en figuras planas. Uniandes. Disponible en: <https://hdl.handle.net/1992/34415>
- Junta de Castilla y León, Empresas. (s. f.). *Informe PISA 2022 | Empresas | Junta de Castilla y León*. <https://empresas.jcyl.es/web/es/talento/territorio-calidad-vida/informe-pisa-2022.html>
- LOMLOE. (2020). Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 30 de diciembre, BOE-A-2020-17264.
- Meneses-Patiño, Y. P. ., y Ardila, L. . (2019). El Método Singapur como estrategia didáctica para el fortalecimiento de la competencia de resolución de problemas aditivos en estudiantes de básica primaria. *Eco Matemático*, 10(1), 28–41. <https://doi.org/10.22463/17948231.254>
- Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas. *PNA*, 5(3), 105-127..
- Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Álvarez, L., González, P., González-Pumariega, S., Roces, C., Castejón, L., Solano, P., Bernardo, A., & García, D. (2005). Las actitudes hacia las matemáticas: perspectiva evolutiva. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y Educación*, 2(2), 389–396. <http://www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/documentos/congreso/viiicongreso/pdfs/291.pdf>
- OCDE. (2023). *PISA 2022 results: Insights and interpretations*. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/aa90bd20-en>

- Orden EDU/1563/2020, de 28 de diciembre, por la que se regula la evaluación individualizada de tercer curso de Educación Primaria en Castilla y León. *Boletín Oficial de Castilla y León*, 29 de diciembre, D-28122020-3.
- Palop, M. P. F., & García, P. Á. C. (2017). El libro de texto como objeto de estudio y recurso didáctico para el aprendizaje: fortalezas y debilidades. *Revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado*, 20(1), 201-217.
- RSME Comisión de Educación. (2024). *Algunas reflexiones sobre el informe TIMSS 2023*. Real Sociedad Matemática Española. <https://www.rsme.es/2024/12/comision-de-educacion-algunas-reflexiones-sobre-el-informe-timss-2023/>
- Ramos Palacios, L. E., & Vásquez Vásquez, D. I. (2014). La simetría central como herramienta implícita para el aprendizaje del área de superficies planas. http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/315/1/Ramos_Palacios_Luis.pdf
- Smith, MS, y Stein, MK (1998). Reflexiones sobre la práctica: Selección y creación de tareas matemáticas: De la investigación a la práctica. *Enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria*, 3 (5), 344-350..
- SOTO, E. (2011). Diccionario Ilustrado de Conceptos Matemáticos. Consultado el 14 de junio de 2025 de: <http://www.aprendematematicas.org.mx/>
- TIMSS 2023. Estudio internacional de tendencias en matemáticas y ciencias. Informe español. (s.f.).libreria.educacion.gob.es. https://www.libreria.educacion.gob.es/libro/timss-2023-estudio-internacional-de-tendencias-en-matematicas-y-ciencias-informe-espanol_184942/
- UNESCO. (2001). *Aprender a vivir juntos: ¿hemos fracasado?* Oficina Internacional de Educación, UNESCO.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2022). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (11th.^a ed.). Pearson.
- Valle, A., Pan, I., Núñez, J. C., Rosário, P., Rodríguez, S., & Regueiro, B. (2015). Deberes escolares y rendimiento académico en Educación Primaria. *Anales de*

Referencias de libros de texto:

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 1º*. Anaya

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 2º*. Anaya

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 3º*. Anaya

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 4º*. Anaya

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 5º*. Anaya

Anaya. (2022). *Operación mundo. Matemáticas 6º*. Anaya

Santillana. (2023). *Construyendo Mundos 1º*. Santillana

Santillana. (2023). *Construyendo Mundos 2º*. Santillana

Santillana. (2023). *Construyendo mundos 3º*. Santillana

Santillana. (2023). *Construyendo mundos 4º*. Santillana

Santillana. (2023). *Construyendo Mundos 5º*. Santillana

Santillana. (2023). *Construyendo Mundos 6º*. Santillana

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 1º*. Edebé

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 2º*. Edebé

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 3º*. Edebé

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 4º*. Edebé

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 5º*. Edebé

Edebé. (2022). *Matemáticas de otra Manera 6º*. Edebé