



---

# **Universidad de Valladolid**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**TRABAJO FIN DE GRADO**

**Grado en Estadística**

**EL CONTROL ESTADÍSTICO DE PROCESOS: ANÁLISIS  
POR SIMULACIÓN DE ALGUNAS HERRAMIENTAS  
SENCILLAS CLÁSICAS**

**Autor: Rafael Monedero Hernanz**

**Tutor: Alfonso Gordaliza Ramos**

**Año: 2025**

# Índice

Índice .....	1
Resumen .....	3
Abstract.....	3
Capítulo 1 .....	4
1.1.- Introducción .....	4
1.2.- Objetivo.....	5
1.3.- Estructura. ....	5
Capítulo 2 .....	6
2.1.- Control estadístico de la calidad.....	6
2.2.- Idea y evolución histórica. ....	6
2.2.1.- Fases.....	7
2.3.- Control de procesos.....	8
2.3.1.- Herramientas sencillas para el SPC.....	8
2.4.- Carta de Control. ....	12
2.4.1.- ¿Qué es una carta de control?.....	12
2.4.2.- Características de las cartas de control.....	12
2.4.3.- Reglas de Western Electric. ....	13
2.5.- Aplicación por fases de las Cartas de Control.....	16
2.5.1.- Construcción de la carta de la media con valores estándar.....	17
2.5.2.- Construcción de la carta del rango con valores estándar. ....	18
2.6.- Introducción a las curvas OC. ....	18
Capítulo 3 .....	21
3.1- Diseño del estudio de simulación Montecarlo. ....	21
3.2.- Escenificar con simulaciones el uso de las cartas. ....	22
3.2.1.- Simulaciones para la carta de la media. ....	22
3.2.2.- Simulaciones para la carta del rango.....	25
3.2.3.- Relación entre cartas de control para la media y el rango.....	28
3.3.- Plan de simulación para valorar propiedades de las cartas. ....	28
3.3.1.- Comparación de curvas OC con y sin reglas de Western Electric.....	28
3.4.- Análisis de los resultados. ....	30
3.5.- Curvas OC con la implementación de las reglas de Western Electric .....	31
Capítulo 4 .....	33
4.1.- Conclusiones y líneas futuras. ....	33
Anexo .....	34
Anexo códigos R .....	36

Listado de figuras .....	54
Listado de códigos R .....	55
Bibliografía.....	56

## Resumen

Este trabajo analiza el uso de herramientas clásicas del Control Estadístico de Procesos (SPC), en particular la Carta de Control para la media y el rango, mediante simulaciones diseñadas en R. Se evalúa su capacidad para detectar desviaciones en procesos productivos, comparando el rendimiento con y sin la aplicación de las reglas de Western Electric.

El estudio incluye el análisis de curvas Característica Operativa (curvas OC) para valorar la sensibilidad del sistema de control, con el objetivo de mejorar la detección temprana de anomalías y optimizar la gestión de calidad en entornos industriales.

**Palabras clave:** Control Estadístico de Procesos, Carta de Control, Reglas de Western Electric, Límites de control, Variabilidad, Simulación, Curva Característica Operativa.

## Abstract

This work analyzes the use of classical tools in Statistical Process Control (SPC), focusing on Control Charts for the mean and range, through simulations developed in R. The study evaluates their effectiveness in detecting process deviations by comparing performance with and without the application of Western Electric rules.

It also includes an analysis of Operating Characteristic (OC) curves to assess the sensitivity of the control system, aiming to improve early detection of anomalies and optimize quality management in industrial environments.

**Keywords:** Statistical Process Control, Control Chart, Western Electric Rules, Control limits, Variability, Simulation, Operating Characteristic Curve.

# Capítulo 1

## 1.1.- Introducción.

En el contexto actual de mercados globalizados y altamente competitivos, la calidad ha pasado de ser un aspecto diferenciador, a convertirse en un requisito esencial para la supervivencia de cualquier organización. La producción de bienes y servicios con un alto nivel de conformidad no solo mejora la satisfacción del cliente, sino que también optimiza los recursos, reduce los costes asociados a errores y refuerza la imagen corporativa. En este escenario, la estadística aplicada juega un papel clave al proporcionar herramientas que permiten monitorizar, diagnosticar y mejorar continuamente los procesos productivos. Una de las metodologías más destacadas dentro de este enfoque es el Control Estadístico de Procesos (SPC).

El desarrollo histórico del control de calidad ha pasado por distintas fases: desde la inspección del producto final hasta el control durante la producción y, finalmente, el diseño preventivo orientado a evitar la aparición de errores desde las primeras etapas. En las tres fases, los procedimientos utilizados son de naturaleza estadística: en la primera fase encontramos el muestreo de aceptación, la segunda fase engloba técnicas del SPC (conjunto de herramientas destinadas a mantener los estándares de calidad conseguidos a lo largo del proceso y evitar la degradación de este), y en la última se utilizan métodos de diseño de experimentos.

El SPC es un conjunto de técnicas orientadas a la supervisión y mejora de procesos mediante el análisis de datos recogidos a lo largo del tiempo. Su objetivo principal es distinguir entre variabilidad inherente a cualquier proceso (causas comunes) y aquellas variaciones atribuibles a factores específicos o inusuales (causas asignables), permitiendo intervenir de manera eficaz antes de que se comprometa la calidad del producto o servicio final. Esta distinción no solo permite optimizar el desempeño del proceso, sino que también minimiza intervenciones innecesarias que podrían generar inestabilidad. Entre las herramientas más utilizadas del SPC destaca la Carta de Control.

El presente trabajo se enmarca en este ámbito, abordando el análisis de las cartas de control de la media y el rango como herramientas de detección temprana de desviaciones en procesos industriales. En particular, se presta especial atención al impacto que tienen las reglas de Western Electric sobre la sensibilidad de estas cartas. Dichas reglas introducen criterios adicionales al esquema tradicional de límites de control  $\pm 3\sigma$  propuesto por Shewhart, con el fin de incrementar la capacidad de detección de pequeñas desviaciones que, de otro modo, podrían pasar desapercibidas. No obstante, la evaluación conjunta del impacto es difícil de evaluar en términos probabilísticos porque los sucesos que representan dichas reglas no son disjuntos ni independientes, con lo que los cálculos son muy complejos. Dado que existe esta dependencia, resulta más práctico recurrir a métodos de simulación, los cuales permiten estimar con gran precisión el comportamiento global del sistema aumentando el tamaño muestral del estudio.

Para poder evaluar rigurosamente estas herramientas y sus variantes, se recurre al uso de simulaciones estadísticas. El enfoque simulado permite generar datos bajo condiciones controladas, modificando deliberadamente parámetros como la media o la desviación estándar del proceso, para estudiar cómo responden las cartas de control ante distintos escenarios. Este método tiene la ventaja de evitar los costes y limitaciones asociados a la recogida de datos reales, a la vez que permite un análisis sistemático y replicable del comportamiento de los gráficos bajo estudio.

Además, se exploran conceptos fundamentales como las curvas Características Operativas (curvas OC), que permiten cuantificar la probabilidad de detección de cambios en el proceso y, por tanto, evaluar el rendimiento de los distintos sistemas de control. A través de ellas, se analiza la capacidad de estas cartas de identificar de forma fiable cuándo un proceso se encuentra fuera de control, minimizando tanto las falsas alarmas como los fallos de detección.

En resumen, este trabajo se sitúa en la intersección entre la estadística aplicada y la gestión de la calidad y tiene como propósito valorar la utilidad de algunas herramientas clásicas del SPC desde una perspectiva crítica y basada en evidencia empírica simulada. La finalidad última es ofrecer una visión clara y fundamental sobre las ventajas, limitaciones y condiciones de uso óptimas de estas herramientas, con el objetivo de contribuir a su aplicación eficiente en entornos industriales reales.

## 1.2.- Objetivo.

El objetivo de este trabajo es analizar el comportamiento y la efectividad de las cartas de control clásicas aplicadas al Control Estadístico de Procesos, mediante el uso de simulaciones. Se busca evaluar en qué medida estas herramientas permiten detectar desviaciones en un proceso bajo control, y cómo su rendimiento puede verse mejorado mediante la incorporación de reglas adicionales como las de Western Electric. Para ello, se desarrolla un estudio de comparación que permite observar la capacidad de respuesta de las cartas ante cambios en la media o en la variabilidad del proceso, así como cuantificar el impacto de estas modificaciones en términos de errores tipo I y tipo II.

El estudio se centra exclusivamente en cartas de control por variables, concretamente en las cartas de la media y el rango, debido a su amplia utilización en entornos de producción. Este análisis permitirá obtener conclusiones prácticas sobre la utilidad real de estas herramientas estadísticas en contextos industriales donde el control de calidad es fundamental. Las cartas de control por atributo no serán objeto de este trabajo por razones de extensión de este.

## 1.3.- Estructura.

La memoria del trabajo consta de 4 capítulos:

- **Capítulo 1:** Se presenta la introducción general al tema, los objetivos del estudio y la estructura del proyecto.
- **Capítulo 2:** Se expone el marco teórico del Control Estadístico de la Calidad, detallando la evolución del SPC, sus fases, herramientas principales y, en particular, las cartas de control y las reglas Western Electric. Se explican las curvas OC, su interpretación y su relevancia en la evaluación de sistemas de control estadístico.
- **Capítulo 3:** Se desarrolla la parte práctica del trabajo mediante simulaciones, incluyendo la generación de datos, construcción de cartas, curvas y análisis de resultados.
- **Capítulo 4:** Se presentan las conclusiones del estudio, resaltando las principales aportaciones y observaciones obtenidas.

# Capítulo 2

## 2.1.- Control estadístico de la calidad.

Para garantizar que un producto cumpla con las expectativas del cliente, es imprescindible que se fabrique mediante un proceso estable y repetible. Esto significa que el proceso debe funcionar con muy poca variabilidad en las dimensiones nominales u objetivo de las propiedades de calidad. El Control Estadístico de Procesos (SPC), ampliamente utilizado en la industria, proporciona un conjunto de herramientas muy eficaces para abordar problemas, siendo fundamental tanto para asegurar la estabilidad del proceso como para mejorar su capacidad a través de la reducción de variabilidad (Montgomery, 2004; Juran & Godfrey, 1999).

Es importante destacar que el SPC se puede aplicar en cualquier proceso, utilizando para ello siete herramientas esenciales, comúnmente conocidas como “Las siete magníficas”.

## 2.2.- Idea y evolución histórica.

A lo largo de la era industrial, la organización del trabajo ha incorporado nuevas perspectivas en relación con los productos, considerando aspectos como costos, tiempos de entrega, servicios postventa, seguridad y fiabilidad, entre otros.

La importancia asignada a cada uno de estos factores ha variado con el tiempo. En épocas donde la demanda superaba ampliamente la capacidad de producción, la gestión empresarial se enfocaba en maximizar la productividad. En cambio, cuando la oferta ha sido superior a la demanda, el enfoque ha cambiado hacia la satisfacción del cliente, dando mayor relevancia a la calidad del producto.

Actualmente, en un contexto de mercados saturados y altamente globalizados, la calidad es reconocida como un elemento estratégico fundamental para la competitividad industrial. A la par de esta evolución, también han cambiado las etapas del ciclo de desarrollo del producto en las que se busca garantizar su calidad. Estas etapas las vemos representadas en la figura 2.1 (Prat, 1997; Duncan, 1986).

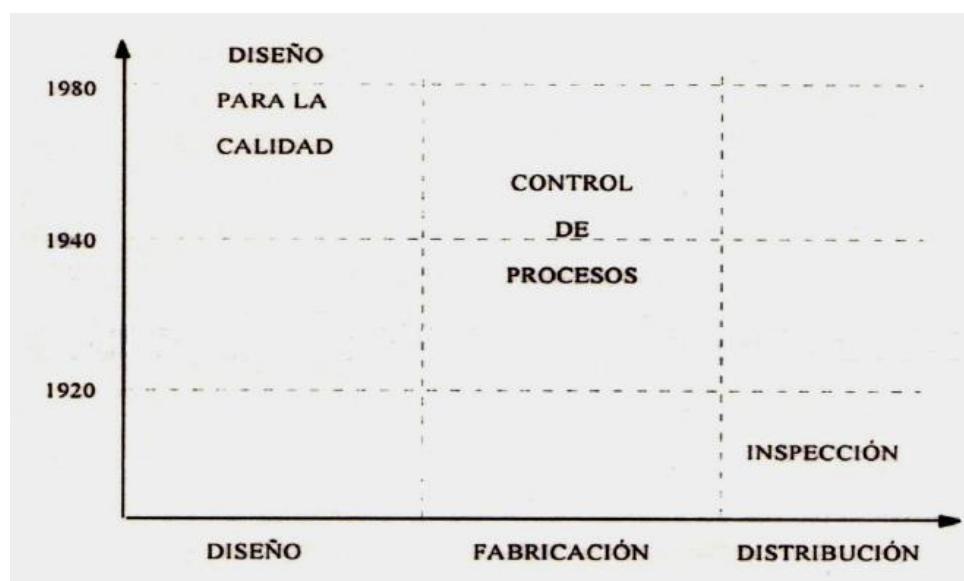


Figura 2.1: Historia del control de calidad

Este gráfico ilustra cómo el foco de atención sobre la calidad se ha ido desplazando “aguas arriba” en el proceso productivo.

En sus primeras etapas, la calidad se garantizaba al final del proceso, mediante la inspección del producto terminado. Con el tiempo, se comprendió que esperar hasta el final era ineficaz y costoso, ya que los productos defectuosos ya habían consumido recursos y no podían reutilizarse. Este enfoque fue sustituido progresivamente por el control estadístico de procesos durante la producción, y más adelante por la incorporación de la calidad en el diseño del producto y en la planificación del proceso.

En resumen, a medida que evolucionaban las prácticas de gestión de la calidad, el énfasis se desplazaba desde la detección de errores hacia su prevención, moviendo el control de calidad desde la inspección posterior hacia el origen de los problemas: el diseño, los métodos y los procesos de producción.

### **2.2.1.- Fases.**

#### **1. Inspección:**

Este enfoque de control de calidad se basa en inspeccionar los productos una vez finalizada su fabricación. Su objetivo principal es detectar y separar aquellos artículos que presenten defectos para repararlos, reprocesarlos o descartarlos. También cumple la función de alertar a los responsables del proceso cuando aparecen determinados fallos, permitiéndoles tomar medidas correctivas.

No obstante, este método tiene importantes limitaciones. No siempre garantiza la eliminación total de productos defectuosos, ya que la inspección del 100% de la producción es costosa, también puede generar fatiga en los inspectores y, en algunos casos, puede dar problemas de comunicación en la estructura de la empresa. Además, confiar exclusivamente en la inspección puede hacer que los operarios se desentiendan de la prevención de defectos.

Por otro lado, la inspección no agrega valor al producto, lo que implica un costo adicional para la empresa. Para desarrollar las tareas que conlleva la fase de inspección, se emplean herramientas estadísticas como el muestreo y el análisis de datos, que permiten tomar decisiones más eficientes del proceso (Prat, 1997).

#### **2. Control de procesos:**

El SPC comenzó a desarrollarse en la década de 1930 con W. Shewart y se consolidó en los años previos a la Segunda Guerra Mundial.

Su enfoque consiste en trasladar el aseguramiento de calidad a la etapa de fabricación, con el objetivo de reducir al mínimo la producción de unidades defectuosas. Para lograrlo, se busca detectar lo antes posible cualquier desviación del proceso y analizar sus causas para evitar que vuelvan a producirse.

Aunque la inspección sigue utilizándose para retirar productos defectuosos, este método por sí solo no promueve mejoras en la calidad, ya que se limita a mantener los estándares existentes sin fomentar la innovación. En cambio, el SPC además del muestreo y el análisis descriptivo, utiliza herramientas estadísticas como los gráficos de control, que permiten monitorear el comportamiento del proceso en tiempo real y tomar decisiones informadas para corregir y estabilizar la producción. Este control puede aplicarse no solo a las dimensiones o característica críticas de calidad del producto final, sino también a las operaciones

fundamentales que conforman el proceso. De hecho, es habitual la monitorización simultánea de múltiples características, lo que refuerza la capacidad del sistema para detectar y prevenir la aparición de causas asignables que comprometan la conformidad del producto o servicio (Prat, 1997; Montgomery, 2004).

### **3. Diseño para la calidad:**

En esta última fase de la evolución, la calidad no se deja al azar ni se corrige únicamente al final del proceso o durante su desarrollo, sino que se trabaja desde el inicio, tanto en la etapa de diseño del producto como en la de su fabricación. Para ello, es fundamental identificar las variables clave que afectan a la calidad y controlarlas de manera sistemática. Una herramienta clave en este proceso es el diseño de experimentos, que permite evaluar cómo distintos factores influyen en el producto final y ajustar las condiciones para optimizar su rendimiento y reducir la variabilidad del sistema. Cabe destacar que esta metodología no se limita únicamente al desarrollo del producto, sino que también se aplica al propio proceso productivo, contribuyendo así a su mejora continua y a la robustez del sistema en su conjunto.

Además, garantizar la calidad desde el diseño no solo implica cumplir con estándares internos, sino también enfocarse en las necesidades y expectativas del cliente. Un producto bien diseñado no solo debe ser funcional y eficiente, sino también competitivo y capaz de anticiparse a las demandas del mercado. Por ello, la gestión de la calidad deja de ser una tarea exclusiva de la empresa y pasa a ser un esfuerzo conjunto que involucra proveedores, distribuidores y consumidores, convirtiéndose en una estrategia clave dentro de la cadena de valor (Prat, 1997; Montgomery, 2009).

## **2.3.- Control de procesos.**

La enseñanza y uso rutinario de las siete herramientas principales del SPC son esenciales para identificar oportunidades de mejora, reducir la variabilidad y eliminar desperdicios. Estas herramientas fueron sistematizadas por el ingeniero japonés K. Ishikawa, una de las figuras más influyentes en la historia de la gestión de calidad. Ishikawa recopiló y promovió el uso de métodos como las plantillas para la recogida de datos, histogramas, diagramas de Pareto, diagramas de causa-efecto, diagramas bivariantes, estratificación y gráficos de control, por considerar que eran suficientemente accesibles como para ser aplicados directamente por el personal operativo, sin necesidad de formación especializada en estadística. Su enfoque impulsó una cultura de calidad participativa y asentó las bases para la mejora continua desde todos los niveles de la organización (Prat, 1997; Montgomery, 2004).

### **2.3.1.- Herramientas sencillas para el SPC.**

Estas técnicas, aunque sencillas, son extremadamente eficaces para identificar causas de variación, analizar problemas, tomar decisiones informadas y facilitar la mejora continua. Debido a su utilidad y accesibilidad, han sido llamadas también “Las siete magníficas”. A continuación, se describen estas herramientas esenciales para el análisis y solución de problemas en entornos industriales.

## 1. Histograma:

Gráfico de barras que muestra la distribución de frecuencias de los defectos agrupados en intervalos. Junto con la media muestral ( $\bar{x}$ ) y la desviación estándar muestral ( $S$ ), proporciona información sobre la capacidad del proceso. Alternativamente, puede utilizarse un diagrama de tallo y hoja.

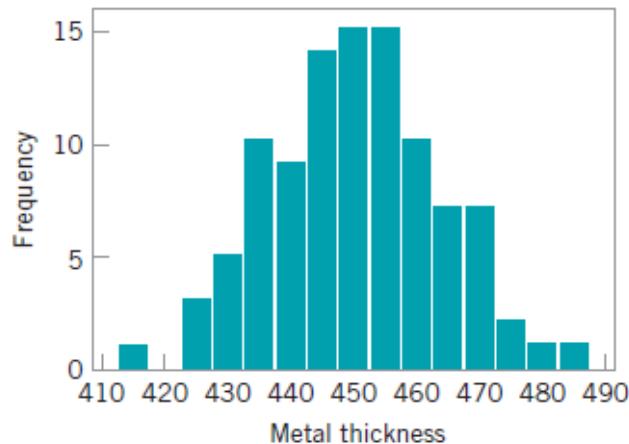


Figura 2.2: Ejemplo de Histograma

## 2. Hoja de verificación:

Herramienta utilizada para recopilar y organizar datos de manera estructurada, facilitando su análisis. Un resumen orientado en el tiempo es especialmente valioso para identificar tendencias y patrones importantes. Al diseñarla, es crucial especificar claramente el tipo de datos que se recopilarán.

CHECK SHEET DEFECT DATA FOR 2002–2003 YTD																		
Defect	2002												2003			Total		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	
Parts damaged	1	3	1	2	1	10	3	2	2	7	2	34						
Machining problems	3	3			1	8	3	8	3			29						
Supplied parts rusted	1	1	2	9								13						
Masking insufficient	3	6	4	3	1							17						
Misaligned weld	2											2						
Processing out of order	2										2	4						
Wrong part issued	1				2							3						
Unfinished fairing	3											3						
Adhesive failure	1					1		2		1	1	6						
Powdery alodine		1										1						
Paint out of limits			1						1			2						
Paint damaged by etching	1											1						
Film on parts		3	1	1								5						
Primer cans damaged			1									1						
Voids in casting				1	1							2						
Delaminated composite					2							2						
Incorrect dimensions					13	7	13	1	1	1	1	36						
Improper test procedure						1						1						
Salt-spray failure							4		2			4						
TOTAL	4	5	14	12	5	9	9	6	10	14	20	7	29	7	7	6	2	166

Figura 2.3: Ejemplo de Hoja de verificación

### 3. Gráfica de Pareto:

Distribución de frecuencia de datos de atributos ordenados por categoría. Se grafica la frecuencia total de la ocurrencia de cada tipo de defecto contra los diferentes tipos de defectos, permitiendo identificar visualmente aquellos que ocurren con mayor frecuencia.

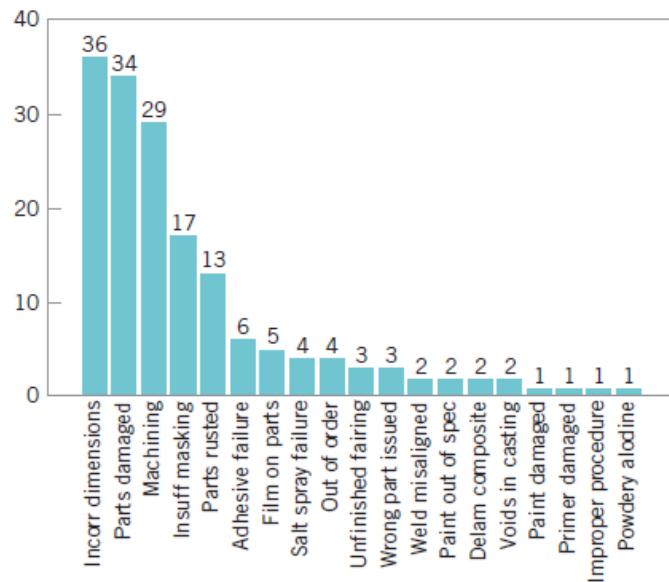


Figura 2.4: Ejemplo de Gráfica de Pareto

#### 4. Diagrama de causa-efecto:

Una vez identificado un defecto, error o problema, es necesario analizar las posibles causas de este efecto indeseable. En situaciones donde las causas no son evidentes, el diagrama de causa-efecto es útil para esclarecer las causas potenciales.

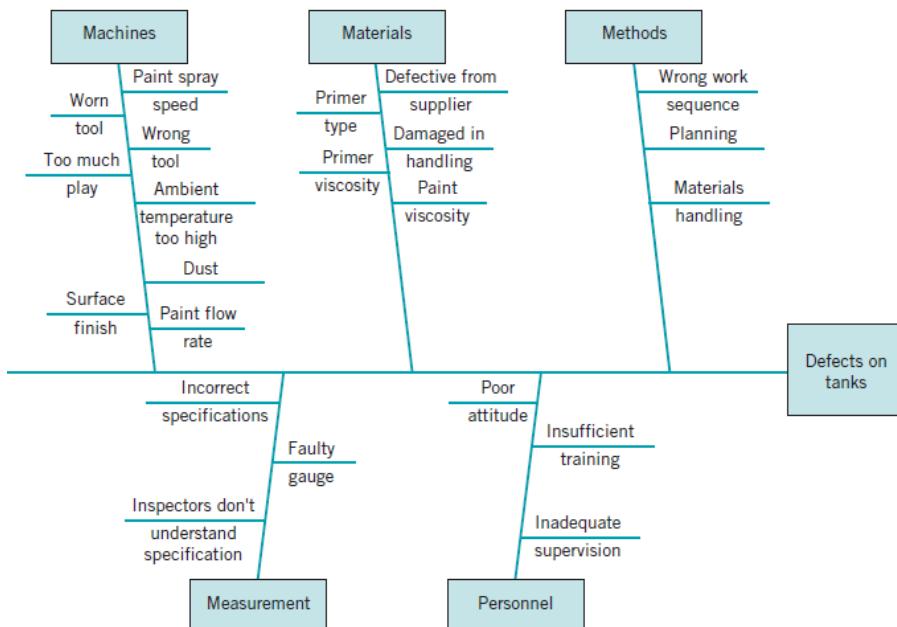


Figura 2.5: Ejemplo de Diagrama causa-efecto

## 5. Diagrama de concentración de defectos:

Dibujo de la unidad que muestra todas las vistas relevantes. Se marcan los diferentes tipos de defectos, y el diagrama se analiza para determinar si la localización de los defectos en la unidad proporciona información útil sobre las posibles causas de los defectos.

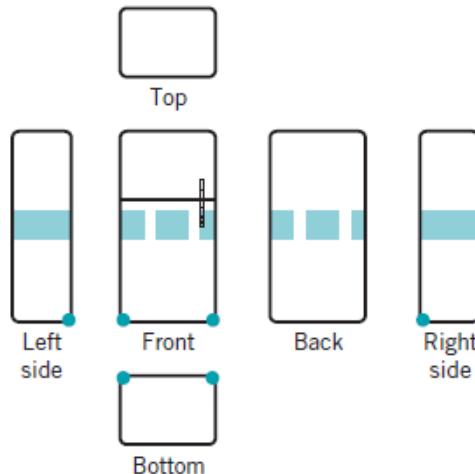


Figura 2.6: Ejemplo de Diagrama de concentración de defectos

## 6. Diagrama de dispersión:

Gráfico útil para identificar una relación potencial entre dos variables. Se recopilan datos en pares de variables  $(x,y)$  y se grafica cada  $y_i$  contra su correspondiente  $x_i$ . La forma del diagrama de dispersión suele indicar el tipo de relación que puede existir entre las dos variables.

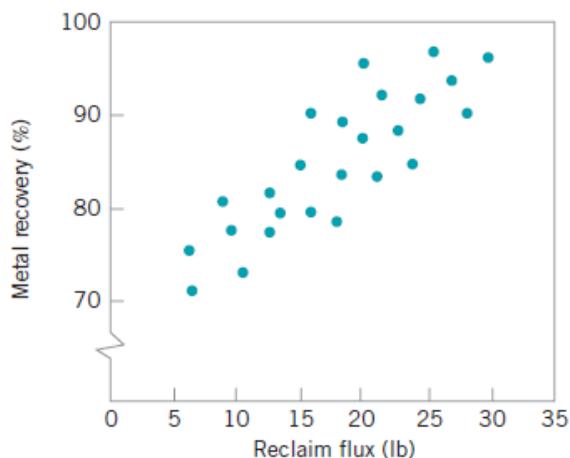


Figura 2.7: Ejemplo de Diagrama de dispersión

## 7. Carta de control:

Los procesos no operan naturalmente en un estado bajo control. La utilización de las cartas de control es un paso importante que debe darse temprano en un programa de SPC para eliminar causas asignables, reducir la variabilidad del proceso y estabilizar su desempeño. Las cartas de control son fundamentales en el cambio de enfoque de la administración.

## 2.4.- Carta de Control.

### 2.4.1.- ¿Qué es una carta de control?

Los gráficos de control son una herramienta fundamental en la gestión de la calidad. Básicamente sirven para vigilar cómo evoluciona un proceso a lo largo del tiempo y detectar a tiempo cualquier desviación que pueda suponer un problema. La forma de verlo es como la de un electrocardiograma de un proceso: si todo funciona bien, las variaciones serán normales, pero si hay algo fuera de lo común, el gráfico lo mostrará y permitirá antes de que el problema se agrave. Sin embargo, a diferencia de los gráficos de señales biomédicas, donde se esperan patrones periódicos regulares como signo de normalidad, en los gráficos de control lo correcto es no encontrar patrones, ya que estos pueden indicar una causa especial de variación que debe ser estudiada.

El objetivo principal de estos gráficos es diferenciar entre variabilidad aleatoria (causas comunes) y señales de alerta (causas asignables). Así, en lugar de hacer ajustes innecesarios que podrían empeorar la situación, se pueden tomar decisiones informadas para mejorar la estabilidad y calidad del proceso.

En una carta de control típica, el eje horizontal representa el tiempo o el número de muestras tomadas en orden cronológico, el eje vertical representa la medida de un estadístico que mide o estima la característica de calidad que se está tratando de monitorear, por último, cada punto representará una medición de la característica de calidad que se está monitoreando en un momento específico (Prat, 1997; Wheeler 1995).

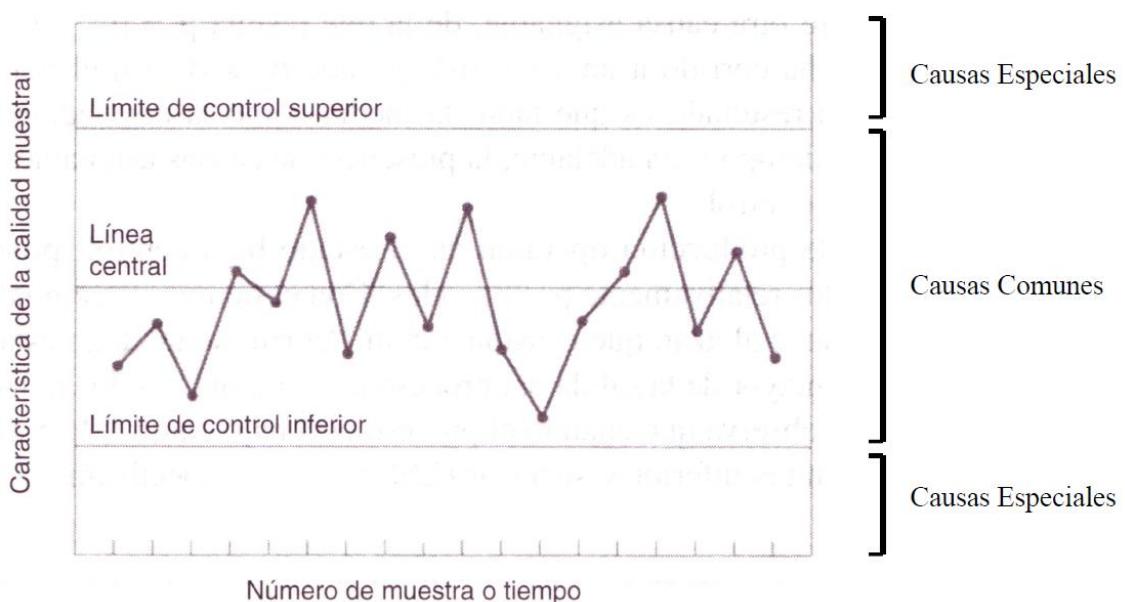


Figura 2.8: Esquema de una Carta de Control

### 2.4.2.- Características de las cartas de control.

- Tienen límites bien marcados:

Un gráfico de control no es solo una línea con puntos, sino que establece tres niveles clave:

- Límite superior de control (UCL): el valor máximo dentro del cual el proceso debería mantenerse.
- Límite central (CL): la media del proceso cuando está estable.
- Límite inferior de control (LCL): el valor mínimo dentro del cual el proceso debería mantenerse.

- Ayudan a diferenciar entre variaciones normales y problemas reales:

No todas las fluctuaciones en un proceso son preocupantes. Existen dos tipos principales de variación:

- Causas comunes: son los pequeños cambios inevitables en cualquier proceso y no requieren intervención.
- Causas asignables: son alteraciones anormales, como fallos en la maquinaria, errores humanos o materiales defectuosos.

Un gráfico de control permite detectar estas últimas y actuar a tiempo.

- Se puede ajustar según las necesidades:

Dependiendo del tipo de proceso que se quiera supervisar, hay gráficos específicos para distintos fines. Algunos ayudan a controlar la media (como el gráfico  $\bar{X}$ ), mientras que otros se centran en medir la variabilidad (gráficos  $R$  o  $S$ ).

- Son útiles para distintos tipos de procesos:

No importa si se trabaja con datos numéricos o con conteos de productos defectuosos, siempre hay un gráfico de control adecuado:

- Gráfico para variables: cuando se miden aspectos como peso, temperatura, tiempo...
- Gráfico para atributos: cuando se registra si un producto es defectuoso o no.

- Evitan falsas alarmas:

Para que no salten alertas sin motivo, los límites de control se establecen de manera que solo el 2.7% de los casos generan una falsa alarma. Esto se logra situando los límites a tres desviaciones estándar de la media.

- Deben revisarse y actualizarse cuando sea necesario:

Aunque los gráficos de control no cambian constantemente, si un proceso experimenta modificaciones significativas, es recomendable recalcular sus límites para adaptarse a la nueva realidad.

#### 2.4.3.- Reglas de Western Electric.

Las reglas de Western Electric son un conjunto de criterios diseñados para mejorar la sensibilidad de los gráficos de control, permitiendo detectar más rápidamente cambios en un proceso de producción. Fueron desarrolladas y difundidas en el *Western Electric Handbook* (manual de la empresa estadounidense de telecomunicaciones Western Electric) en la década de los años 1950 y han sido ampliamente utilizadas en la gestión de calidad industrial. Estas reglas constituyen, además, un ejemplo del enfoque aplicado propio de esta disciplina, donde muchas herramientas surgen inicialmente en contextos

industriales, y con el tiempo, son incorporadas al ámbito académico y formalizadas dentro del cuerpo teórico de la Estadística.

El propósito principal de estas reglas es identificar patrones no aleatorios en los gráficos de control que indiquen que un proceso está fuera de control. Mientras que la interpretación convencional de los gráficos de control se basa en la detección de puntos fuera de los límites de control tres sigmas, las reglas de Western Electric introducen criterios adicionales para mejorar la detección temprana de desviaciones sutiles (Montgomery, 2009; Wheeler, 1995).

Las zonas en las que se dividen estas reglas son las siguientes:

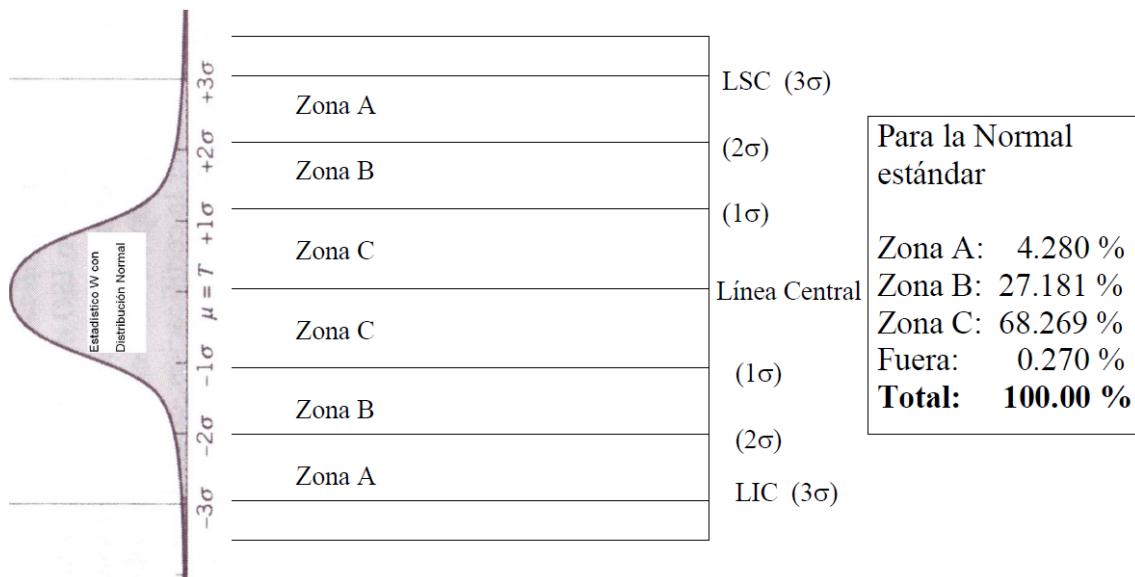


Figura 2.9: Disposición de las zonas para la aplicación de las reglas de Western Electric

Entre los criterios más destacados de estas reglas de sensibilidad para cartas de control de Shewart se encuentran:

1. Un punto fuera de los límites tres sigmas.  
( $P \leq 0.00135$  en cada lado: menos de 1 punto cada 740 para la distribución Normal.)

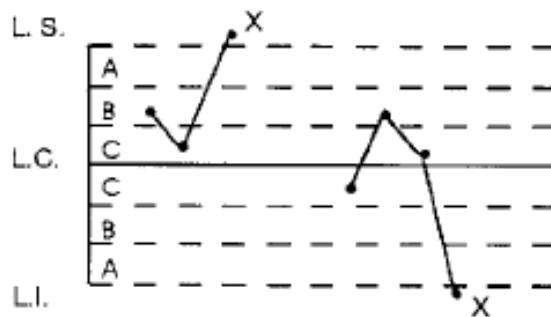


Figura 2.10: Patrón I

2. Dos de tres puntos consecutivos fuera de los límites de dos sigma.  
 $(P \leq 0.00134 = 3 \cdot 0.0214^2 \cdot 0.9759)$ : menos de 1 punto cada 746 para la distribución Normal.)

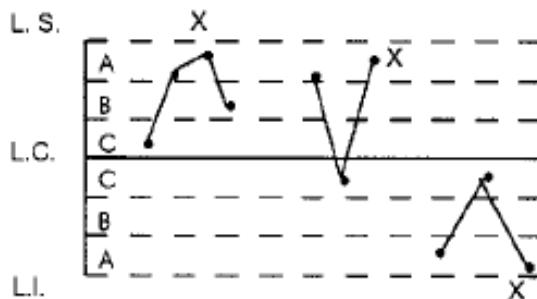


Figura 2.11: Patrón II

3. Cuatro de cinco puntos consecutivos más allá de una desviación estándar de la línea central.  
 $(P \leq 0.0026 = 5 \cdot 0.1573^4 \cdot 0.84)$ : menos de 1 punto cada 388 para la distribución Normal.)

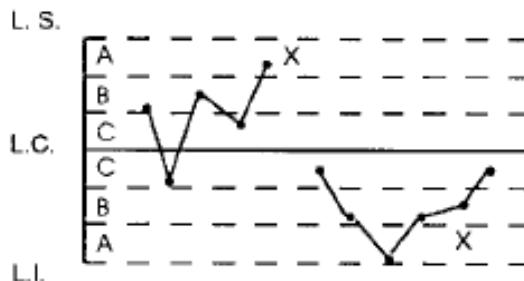


Figura 2.12: Patrón III

4. Ocho puntos consecutivos en un solo lado de la línea central.  
 $(P \leq 0.0038 = 0.4987^8)$  en cada lado: menos de 1 punto cada 264 para la distribución Normal.)

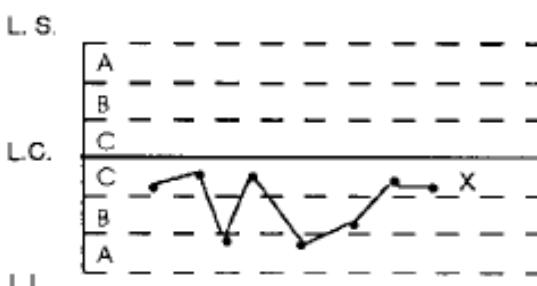


Figura 2.13: Patrón IV

Además de las anteriores cuatro reglas de Western Electric, existen otras reglas aplicables para estas cartas de control:

5. Seis puntos seguidos que se incrementan o se decrementan de manera sostenida.
6. Quince puntos seguidos entre en la zona C (tanto arriba como debajo de la línea central).
7. Catorce puntos alternándose arriba y abajo.

8. Ocho puntos seguidos en ambos lados de la línea central, pero ninguno de ellos en la zona C.
9. Un patrón inusual o no aleatorio en los datos.
10. Uno o más puntos cerca de un límite de control o de advertencia.

Estas reglas se aplican individualmente a cada lado de la línea central del gráfico de control. Es decir, un punto que se ubique por encima del límite de advertencia superior y otro inmediatamente después por debajo del límite de advertencia inferior no se considera un indicador de fuera de control (Montgomery, 2004).

El uso de estas reglas ayuda a las empresas a detectar pequeños desplazamientos en el proceso con mayor rapidez, lo que facilita la implementación de correcciones antes de que se produzcan defectos o pérdidas significativas. Sin embargo, también es importante utilizarlas con precaución, ya que su aplicación simultánea puede aumentar la probabilidad de falsas alarmas.

Más adelante, en la representación gráfica de las simulaciones utilizaremos el color rojo para señalar la aparición del evento de la primera regla, el color naranja para la segunda regla, el color verde para la tercera regla y el azul para la cuarta regla.

## 2.5.- Aplicación por fases de las Cartas de Control.

En el Control Estadístico de Procesos, las Cartas de Control permiten distinguir entre la variabilidad natural inherente al sistema y la variabilidad especial atribuible a causas asignables. La aplicación de estas herramientas se divide habitualmente en dos fases, cada una con objetivos y características distintas: la fase I (estudio inicial) y la fase II (monitoreo del proceso estabilizado).

### 1. Fase I: Cartas en Estudio Inicial.

Durante la fase I, se analiza retrospectivamente un conjunto de datos del proceso que aún no ha sido estabilizado. En esta etapa, los parámetros poblacionales, como la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ), no se conocen con certeza, por lo que deben estimarse a partir de subgrupos muestrales. Se construyen cartas de control basadas en estadísticas como el promedio y el rango o la desviación estándar de los subgrupos. Dado que estos estimadores están sujetos a error, los límites de control presentan mayor variabilidad, lo que afecta a su precisión.

El objetivo principal de esta fase es doble: por un lado, depurar el proceso identificando y eliminando causas especiales de variación; por otro, estimar de forma fiable los parámetros del sistema para su uso futuro. Este proceso puede requerir varias iteraciones, donde se ajustan los límites, se investigan los puntos fuera de control y se refina el modelo estadístico hasta obtener un comportamiento estable.

Las cartas de Shewhart son particularmente útiles en esta etapa debido a su facilidad de interpretación y su capacidad para detectar desviaciones importantes o valores atípicos, típicos en procesos inestables. Sin embargo, el análisis en fase I no se enfoca en métricas como la longitud media de racha, sino en la probabilidad de identificar correctamente causas asignables.

### 2. Fase II: Cartas a Estándar.

Una vez alcanzada la estabilidad estadística en la fase I, se inicia la fase II, cuyo objetivo principal es el monitoreo continuo del proceso bajo condiciones controladas. En esta etapa se asume que el sistema opera bajo condiciones

normales, cuyos límites se establecen a partir de parámetros conocidos o estimados de forma fiable, ya sea mediante normativas técnicas, históricos del proceso o datos depurados de la fase anterior. A diferencia de la fase I, estos límites permanecen constantes y no dependen de la variabilidad muestral, lo que mejora significativamente la sensibilidad para detectar pequeñas desviaciones que podrían indicar un inicio de pérdida de control.

Comprender esta distinción es crucial para implementar un sistema de control estadístico eficaz. Usar cartas a estándar cuando el proceso aún no está bajo control puede llevar a interpretaciones erróneas, como la falsa sensación de estabilidad. Por otro lado, mantener cartas de estudio inicial de forma prolongada puede reducir la capacidad del sistema para detectar desviaciones reales, disminuyendo su efectividad como herramienta de monitoreo. Para el estudio con simulaciones del siguiente capítulo, utilizaremos cartas a estándar con parámetros conocidos (Montgomery, 2009; Wadsworth, 2002).

### 2.5.1.- Construcción de la carta de la media con valores estándar.

La carta de control para la media, conocidas también como gráficos de control de la media ( $\bar{x}$ -chart), constituyen una herramienta fundamental dentro del SPC. Estas cartas permiten monitorear la estabilidad de un proceso a lo largo del tiempo, detectando desviaciones en la media que puedan ser indicativas de cambios en el sistema productivo.

Cuando se asume que la población sigue una distribución normal, no es necesario recurrir al Teorema Central del Límite (TCL) para justificar el uso de estas cartas. Sin embargo, en situaciones donde la población no es normal pero su distribución no se aleja significativamente de la normalidad, el promedio de un número pequeño de observaciones tiende a aproximarse a una distribución normal, lo que puede respaldar el uso del gráfico  $\bar{X}$ .

Por tanto, el uso del TCL cobra mayor importancia cuando no se puede asumir la normalidad de la población, y las muestras son lo suficientemente grandes como para que la distribución de las medias muestrales se aproxime a la normal. En cualquier caso, los límites de control se establecen en función de la media y la variabilidad del proceso. Bajo condiciones de control estadístico, cualquier fluctuación dentro de estos límites es atribuible a variaciones naturales del proceso, mientras que la presencia de puntos fuera de los límites o ciertos patrones sistemáticos (como los descritos en el apartado anterior) puede indicar la existencia de causas asignables de variabilidad (Montgomery, 2004, Wheeler, 1995; Rice, 2006).

Matemáticamente, los límites de control se calculan como:

- Límite superior de control (UCL):  $\mu + A\sigma$
- Línea central (CL):  $\mu$
- Límite inferior de control (LCL):  $\mu - A\sigma$

Donde  $\mu$  representa la media del proceso,  $\sigma$  la desviación estándar del proceso,  $n$  el tamaño de la muestra y  $A = \frac{3}{\sqrt{n}}$ , es una constante que depende de  $n$ . La simulación de estas cartas se estudiará con un tamaño de muestra de 5 unidades, por lo que el valor de  $A$  será de 1.342 (podemos comprobar este valor en la tabla A1.1 del anexo).

## 2.5.2.- Construcción de la carta del rango con valores estándar.

Las cartas de control para el rango, conocidas también como gráficos de control de rango (*R-chart*), son otra herramienta fundamental dentro del SPC. Al igual que las cartas de la media, permiten monitorear la estabilidad de un proceso en el largo plazo, salvo que, detectando cambios en la variabilidad del proceso que puedan indicar problemas en el sistema productivo.

El principio fundamental de las cartas de control para el rango radica en la medición de la dispersión dentro de un conjunto de datos para evaluar la variabilidad dentro de cada muestra. La variabilidad es un componente clave en el control de la calidad, ya que un aumento en la dispersión puede ser un indicio de inestabilidad en el proceso de producción (Montgomery, 2004; Wheeler, 1995; Rice, 2006).

Matemáticamente, los límites de control se calculan como:

- Límite superior de control (UCL):  $d_2\sigma + 3d_3\sigma$
- Línea central (CL):  $d_2\sigma$
- Límite inferior de control (LCL):  $d_2\sigma - 3d_3\sigma$

Donde  $\sigma$  representa la desviación estándar del proceso,  $d_2$  es la media de la distribución del rango relativo y  $d_3$  es la desviación estándar de la distribución del rango relativo.

Se acostumbra a definir las constantes:

- $D_1 = d_2\sigma - 3d_3$
- $D_2 = d_2\sigma + 3d_3$

Por tanto, los parámetros de la carta R con el valor estándar  $\sigma$  dado son:

- Límite superior de control (UCL):  $D_2\sigma$
- Línea central (CL):  $d_2\sigma$
- Límite inferior de control (LCL):  $D_1\sigma$

Para el tamaño de muestra seleccionado para el estudio ( $n = 5$ ), haciendo uso de la tabla A1.1 del anexo, tenemos que  $d_2 = 2.326$ ,  $d_3 = 0.864$ ,  $D_1 = 0$  y  $D_2 = 4.918$ .

Como  $D_1$  es igual a 0, el LCL siempre será 0 y por tanto no podrán existir puntos fuera de control por debajo de este límite. Los puntos fuera de control siempre estarán marcados por encima del UCL.

## 2.6.- Introducción a las curvas OC.

Las curvas Características Operativas (OC, por sus siglas en inglés) representan un recurso fundamental en el ámbito del control estadístico de la calidad, especialmente en la implementación de procedimientos de muestreo de aceptación. Estas curvas ofrecen una representación visual que permite analizar la probabilidad de que un lote de productos sea aceptado en función de su calidad real, la cual se mide a través de la proporción de unidades defectuosas presentes en el lote. Su importancia radica en que facilitan la toma de decisiones informadas, permitiendo equilibrar los riesgos tanto para el productor como para el consumidor, de acuerdo con los planes de muestreo preestablecidos.

En una curva OC típica, el eje vertical refleja la probabilidad de que dicho lote sea aceptado, mientras que el eje horizontal indica la desviación o aumento de la variabilidad

del proceso. En nuestro caso, este eje horizontal para la curva de la media vendrá representado por  $k$  la cual representa el número de desviaciones que se ha desplazado la media según la fórmula  $\mu_1 = \mu_0 + k \cdot \sigma$ .

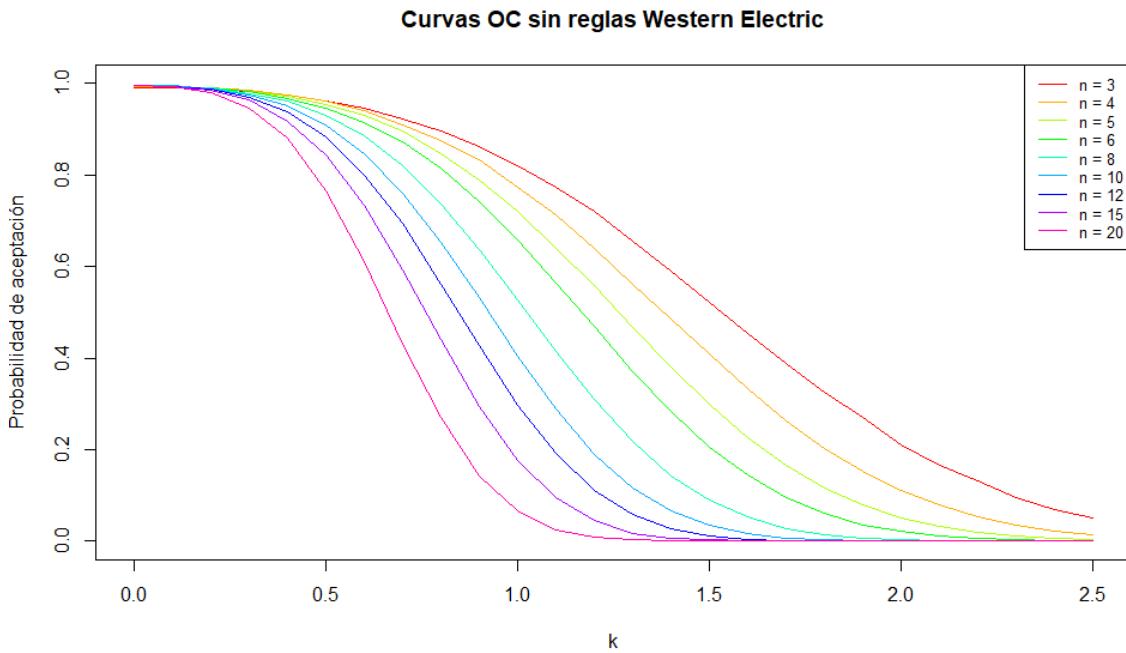


Figura 2.14: Curvas OC originales para la media

Para la curva del rango vendrá representado por  $\lambda$ , cuyo valor es el cociente de la desviación estándar nueva y la original del proceso ( $\sigma_1 / \sigma_0$ ).

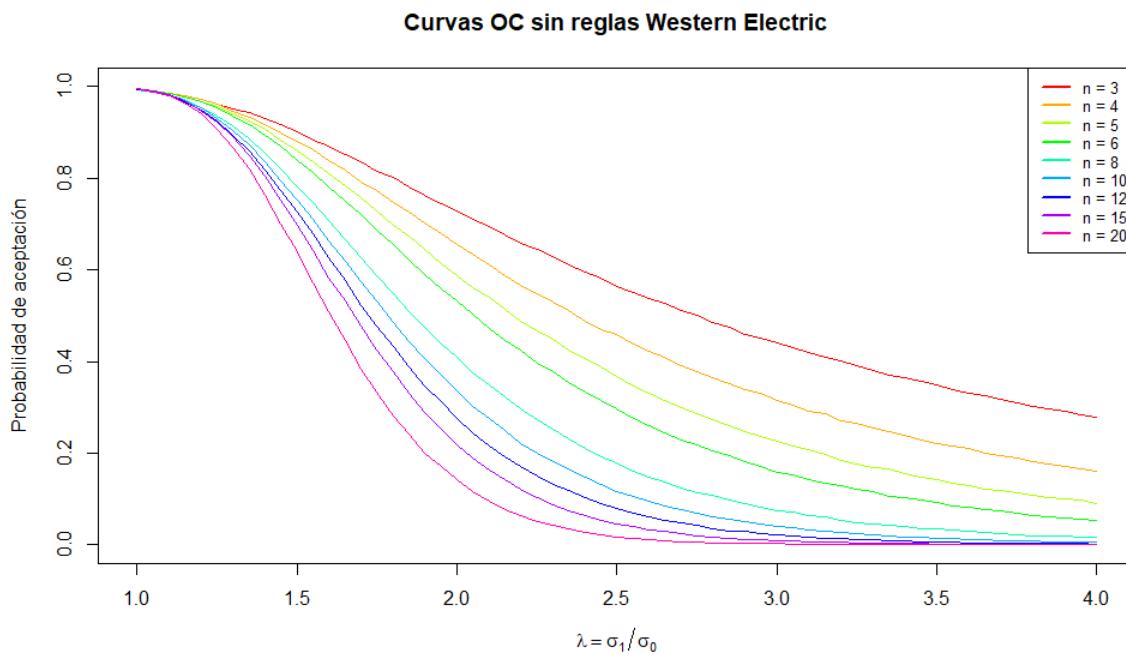


Figura 2.15: Curvas OC originales para el rango

La forma de la curva proporciona información clave sobre la eficacia del plan de muestreo empleado. Por ejemplo, una curva con una pendiente pronunciada sugiere que el plan es altamente sensible para diferenciar entre lotes de calidad aceptable y aquellos con defectos significativos, mientras que una pendiente más suave indica una menor capacidad discriminatoria.

La evaluación de los riesgos se expresa en términos de los riesgos de tipo I ( $\alpha$ ) y tipo II ( $\beta$ ). La clave es establecer niveles de riesgo aceptables tanto para el productor como para el consumidor y ajustar los parámetros del muestreo para minimizar estos riesgos sin comprometer la eficiencia del proceso.

El riesgo de falsa alarma se produce cuando la carta de control detecta una señal incorrecta fuera de control. Este error se controla con la elección de los límites de control. Esto puede deberse a la variabilidad inherente del proceso y puede derivar en ajustes innecesarios que generan sobrecostes y una gestión ineficiente.  $P(\text{ERROR I}) = \alpha$  es un valor pequeño, habitualmente se fija de antemano.

Por otro lado, el riesgo de estar fuera de control sin ser detectado ocurre cuando un cambio significativo en la media o en la variabilidad del proceso pasa desapercibido. Este error se controla con la elección del tamaño muestral. Un sistema de control con un alto error de tipo II permite que los defectos persistan hasta que impacten en la calidad final del producto.  $P(\text{ERROR II}) = \beta$  es una función del parámetro del proceso y se representa en las curvas OC, si  $1 - \beta$  es alto, significa que el sistema tiene una alta capacidad para detectar cambios en el proceso y rechazar lotes defectuosos (Montgomery, 2004; Montgomery, 2009; Wadsworth, 2002).

# Capítulo 3

## 3.1- Diseño del estudio de simulación Montecarlo.

Para el análisis de las cartas de control en este trabajo, se han generado datos mediante simulación de Montecarlo (técnica que permite analizar el comportamiento de sistemas complejos mediante la generación repetida de datos aleatorios bajo condiciones controladas), en el entorno de programación R, utilizando RStudio como interfaz de desarrollo. R es un lenguaje ampliamente utilizado en estadística y análisis de datos, mientras que RStudio proporciona un entorno integrado que facilita su uso (R Core Team, 2023).

El objetivo de estas simulaciones es proporcionar un conjunto de datos representativo de un proceso bajo control, permitiendo evaluar la eficacia de las herramientas estadísticas en la detección de variaciones y el control de calidad. La simulación de datos permite analizar distintos escenarios sin necesidad de recopilar información del mundo real, lo que reduce costes y facilita la experimentación con distintas configuraciones y parámetros del proceso productivo (Ross, 2014).

La simulación se ha diseñado bajo los siguientes parámetros:

- Número de muestras:

Se han generado un total de 100 muestras con el fin de obtener una cantidad suficiente de datos para un análisis representativo. Este número permite evaluar la estabilidad del proceso y detectar tendencias en la variabilidad de la producción.

- Tamaño de cada muestra:

Cada muestra está compuesta por 5 observaciones. Esta elección es habitual en el SPC, ya que un tamaño de muestra reducido facilita la detección de cambios en el proceso sin generar un volumen excesivo de datos a analizar.

- Media del proceso:

Se ha establecido una media poblacional de 10, representando el valor nominal esperado del proceso simulado. Este valor simula una producción estándar donde la variabilidad se encuentra dentro de los límites de control.

- Desviación estándar:

Se ha definido una desviación estándar de 1, lo que representa la variabilidad inherente del proceso en condiciones normales. La desviación estándar es un parámetro clave en el análisis de estabilidad de un proceso, ya que permite determinar el grado de dispersión de los datos alrededor de la media esperada.

- Número de réplicas:

Para asegurar la estabilidad de los resultados y evaluar la variabilidad en distintas ejecuciones, el proceso se ha replicado un total de 1000 veces. Esto permite obtener estimaciones más precisas y robustas de las métricas de desempeño del procedimiento.

La generación de datos se ha realizado a partir de una distribución normal, con los parámetros especificados anteriormente, siguiendo la expresión:

$$X_{ij} \sim N(\mu, \sigma^2)$$

Donde:

- $X_{ij}$  representa la i-ésima observación dentro de la j-ésima muestra.
- $\mu = 10$  es la media del proceso.
- $\sigma = 1$  es la desviación estándar del proceso.

La distribución normal es ampliamente utilizada en estudios de control de calidad porque muchos procesos industriales siguen esta distribución en condiciones de estabilidad. Al generar datos bajo esta distribución, se puede evaluar cómo fluctúa el proceso en torno a su media esperada y analizar el impacto de variaciones en los parámetros de control.

Este enfoque permite replicar el comportamiento de un proceso estable y evaluar cómo las cartas de control responden a pequeñas desviaciones. En apartados posteriores, se utilizarán estos datos para simular diferentes escenarios, incluyendo la introducción de cambios en la media y la variabilidad del proceso, con el fin de evaluar la sensibilidad y efectividad de la carta de control. Adicionalmente, se explorará cómo diferentes valores de la media y la desviación estándar pueden afectar la detección temprana de anomalías en la producción, proporcionando información valiosa sobre la eficiencia de las cartas de control utilizadas en la industria.

### 3.2.- Escenificar con simulaciones el uso de las cartas.

#### 3.2.1.- Simulaciones para la carta de la media.

Las cartas de la media son herramientas esenciales para supervisar la estabilidad de un proceso y detectar variaciones significativas en su tendencia central. Si un proceso se encuentra bajo control, sus valores medios deberían mantenerse dentro de los límites de control establecidos, como podemos ver en la siguiente carta (Montgomery, 2004).

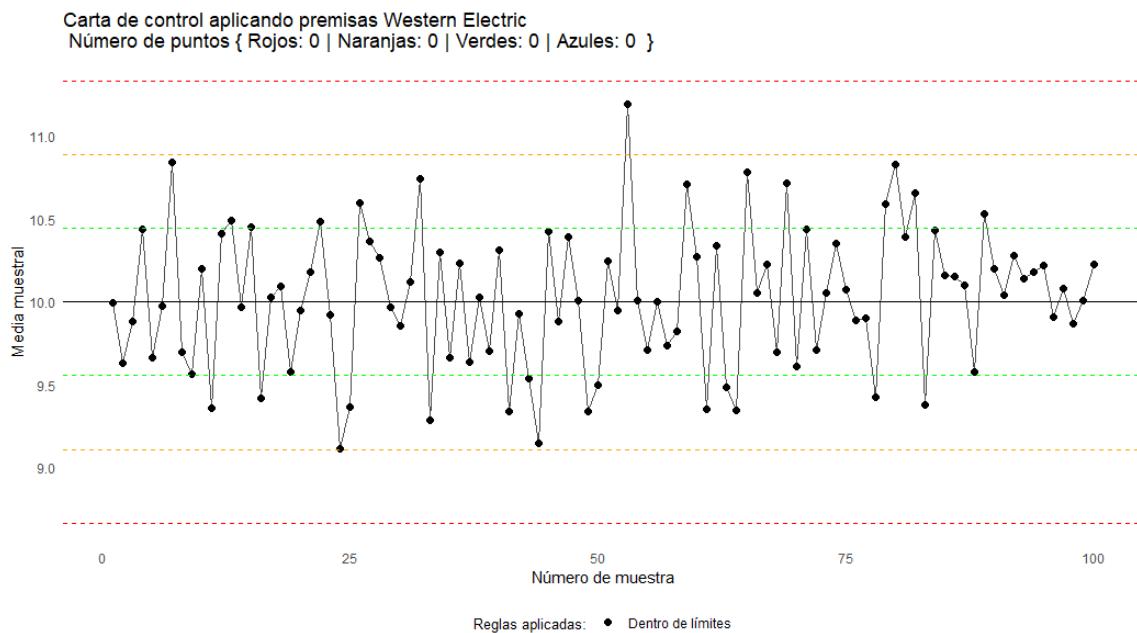


Figura 3.1: Ejemplo de Carta de Control de la media de un proceso bajo control

Sin embargo, factores como el desgaste de la maquinaria, cambios en las condiciones ambientales o modificaciones en la materia prima pueden provocar alteraciones en la media del proceso.

Cuando estas desviaciones ocurren, la carta de la media permite identificarlas rápidamente, brindando la oportunidad de aplicar medidas correctivas antes de que afecten a la calidad del producto.

A continuación, vamos a modificar ligeramente la media de las simulaciones en 0.2 unidades desde 10 hasta 10.6 para observar cómo a medida que la media actual se desvía de la media original del proceso, las señales de alerta y de sistema fuera de control aumentan progresivamente.

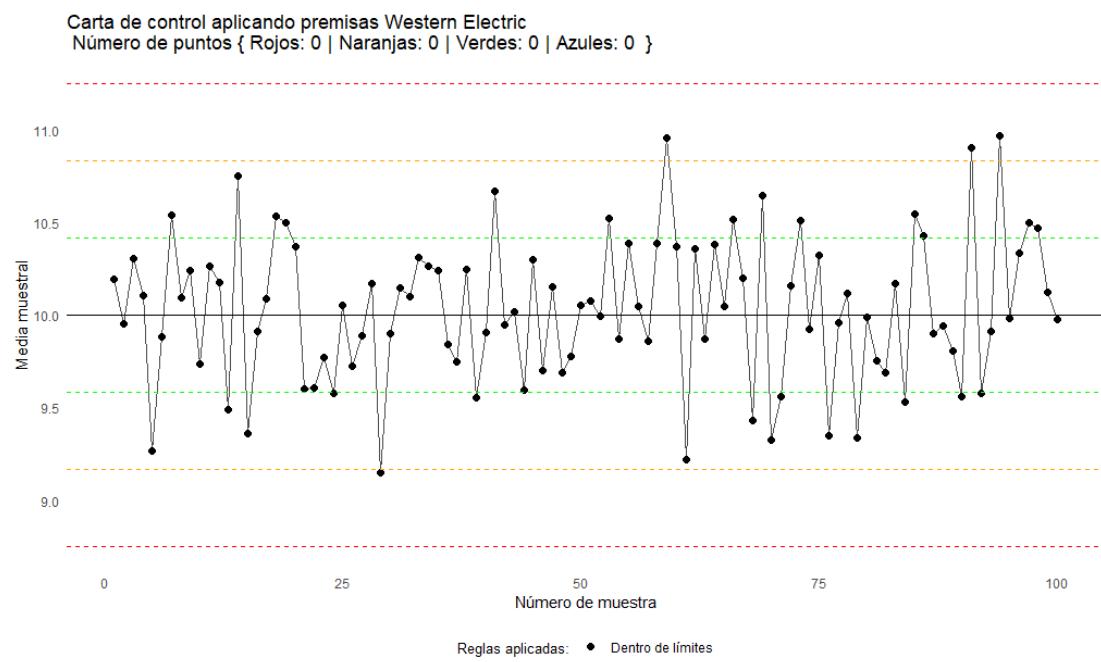


Figura 3.2: Carta de Control de la media con  $\mu$  igual a 10

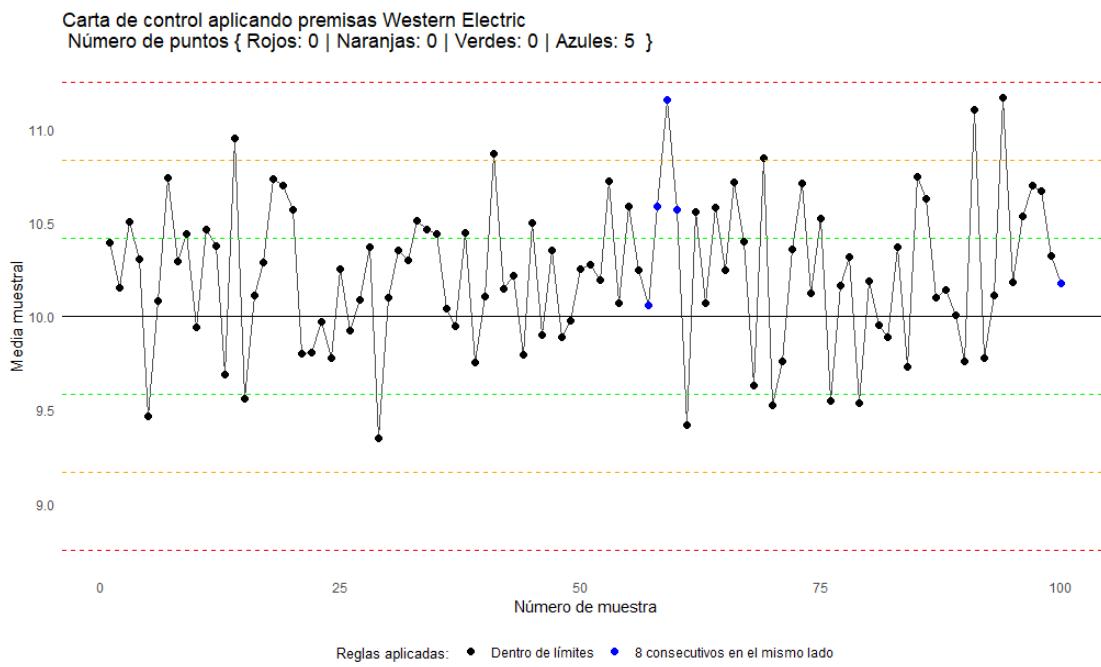


Figura 3.3: Carta de Control de la media con  $\mu$  igual a 10.2

Al haber aumentado la media de 10 a 10.2, ya podemos observar cómo con una leve desviación tanto el número de alertas como de eventos fuera de control aumentan significativamente.

Seguidamente vamos a ver cómo se comportan las cartas aumentando más la diferencia.

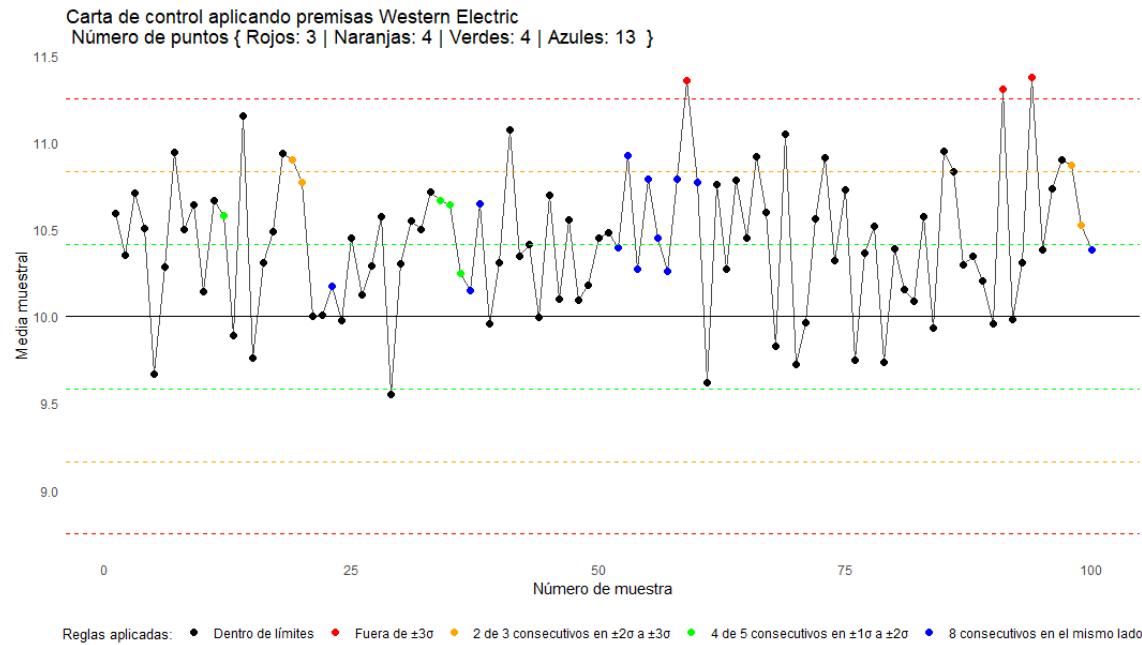


Figura 3.4: Carta de Control de la media con  $\mu$  igual a 10.4

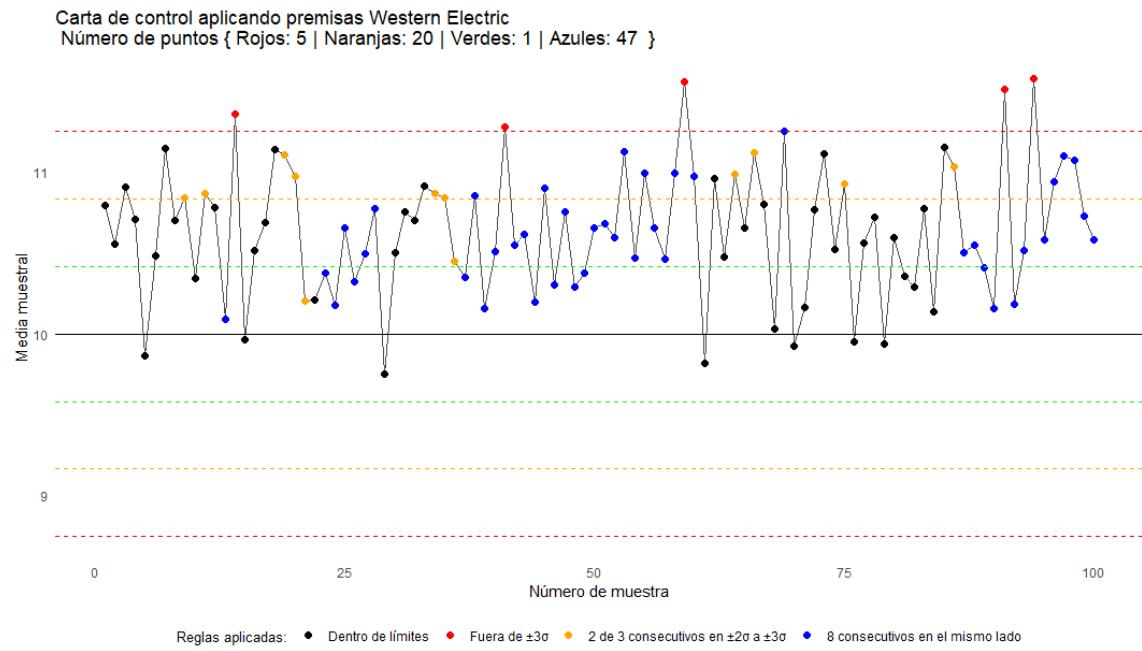


Figura 3.5: Carta de Control de la media con  $\mu$  igual a 10.6

Aumentando la media en 0.4 y 0.6 unidades, las gráficas evidencian cómo descuidar el proceso de producción puede generar variabilidad excesiva en el sistema. Este aumento, aunque puede llegar a ser insignificante, puede hacer que un número considerable de productos se salgan de las especificaciones establecidas, lo que afecta directamente a la calidad y uniformidad del resultado final. A medida que la media del proceso se aleja de

su valor óptimo, la proporción de unidades de los límites de tolerancia crece, incrementando la cantidad de unidades defectuosas que deben ser descartadas. Esto aumenta la tasa de defectos, y eleva los costes operativos debido al desperdicio generado y el tiempo adicional requerido para corregir errores. A largo plazo, la falta de control impacta negativamente en la calidad del producto y, por tanto, en la satisfacción del cliente.

### 3.2.2.- Simulaciones para la carta del rango.

Las cartas del rango son particularmente eficaces para identificar cambios en la variabilidad del proceso, lo que resulta fundamental para garantizar la estabilidad de la producción y la calidad del producto final. A diferencia de las cartas de la media, que detectan variaciones en la tendencia central del proceso, las cartas de rango permiten monitorear la dispersión de los datos y asegurar que la variabilidad no se incremente de manera inesperada, como podemos ver en la siguiente carta (Montgomery, 2004).

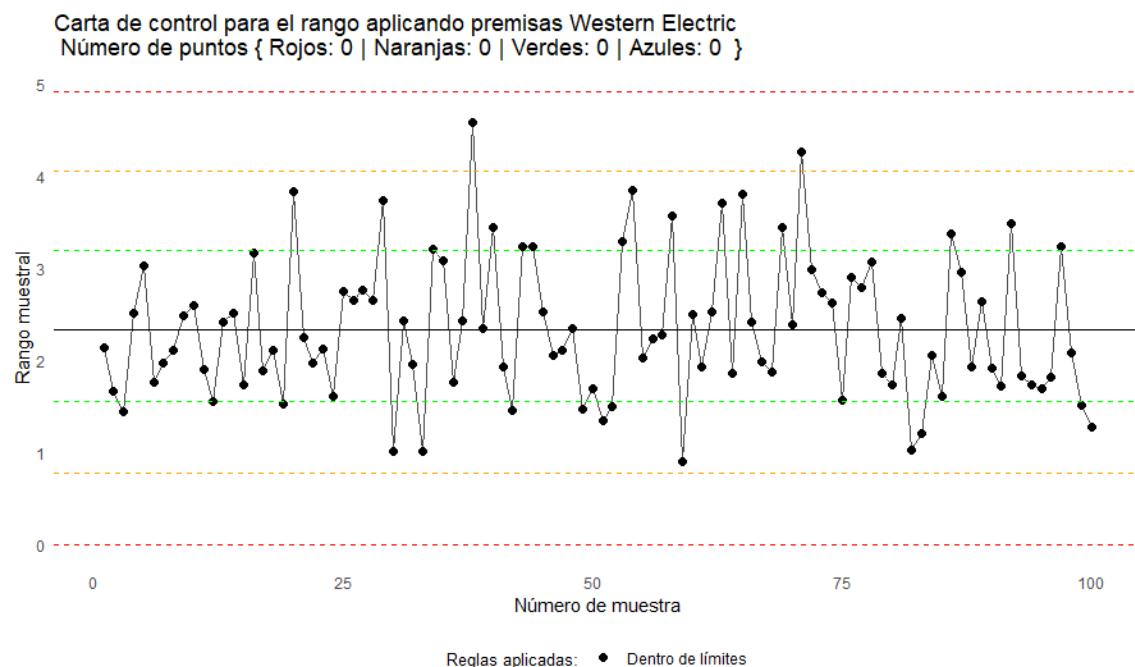


Figura 3.6: Ejemplo de Carta de Control del rango de un proceso bajo control

A continuación, vamos a modificar ligeramente la desviación de las simulaciones en 0.1 unidades por encima y por debajo de la desviación estándar base establecida empezando con una desviación de una unidad hasta llegar a una desviación de 1.3 desviaciones típicas para observar cómo a medida que la desviación actual se aleja de una desviación típica, las señales de alerta y de sistema fuera de control aumentan progresivamente.

Carta de control para el rango aplicando premisas Western Electric  
Nº de puntos: { Rojos: 0 | Naranjas: 0 | Verdes: 0 | Azules: 0 }

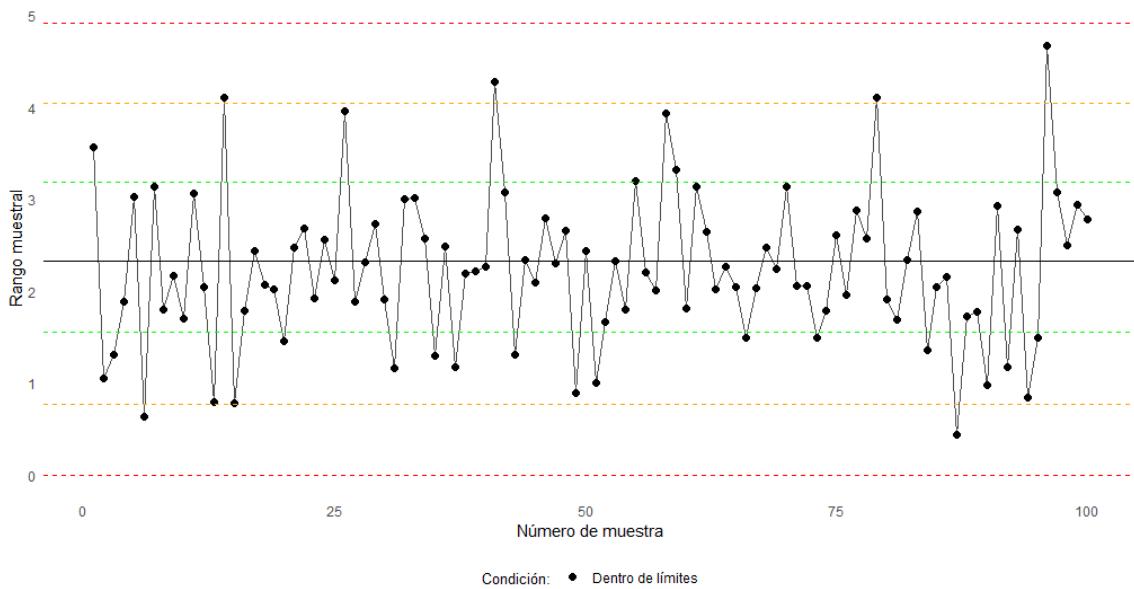


Figura 3.7: Carta de Control del rango con  $\sigma$  igual a 1

Carta de control para el rango aplicando premisas Western Electric  
Nº de puntos: { Rojos: 1 | Naranjas: 0 | Verdes: 0 | Azules: 0 }

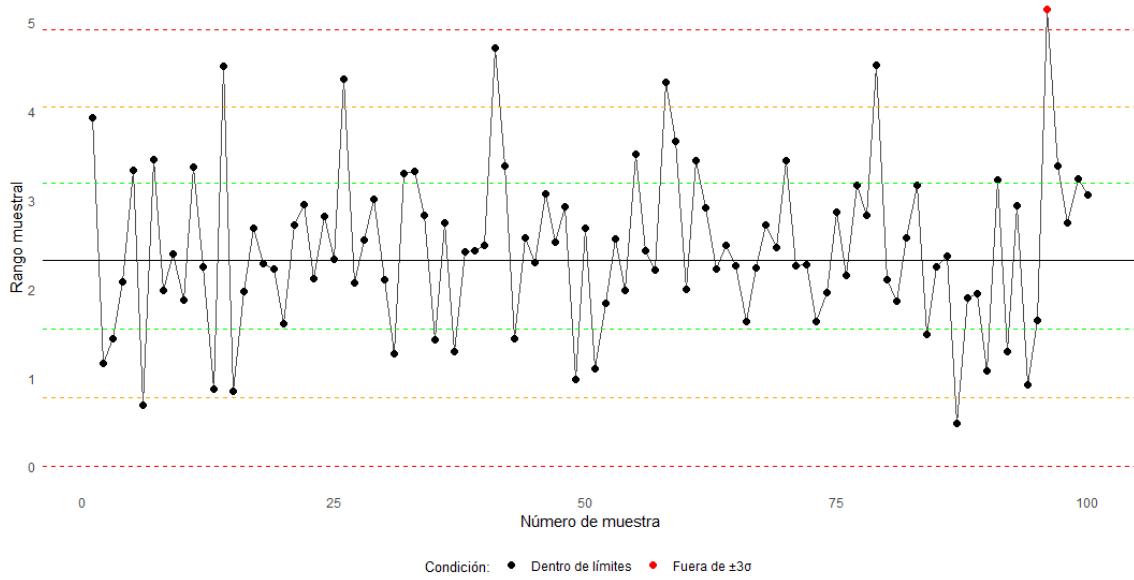


Figura 3.8: Carta de Control del rango con  $\sigma$  igual a 1.1

A la vista de la carta con una dispersión de una desviación típica contra una carta con una desviación típica de 1.1 unidades, se observa que empieza a aparecer algún evento que da lugar a señales de fuera de control.

A continuación, vamos a observar el comportamiento de las cartas aumentando aún más la dispersión.

Carta de control para el rango aplicando premisas Western Electric  
Nº de puntos: { Rojos: 4 | Naranjas: 0 | Verdes: 0 | Azules: 0 }

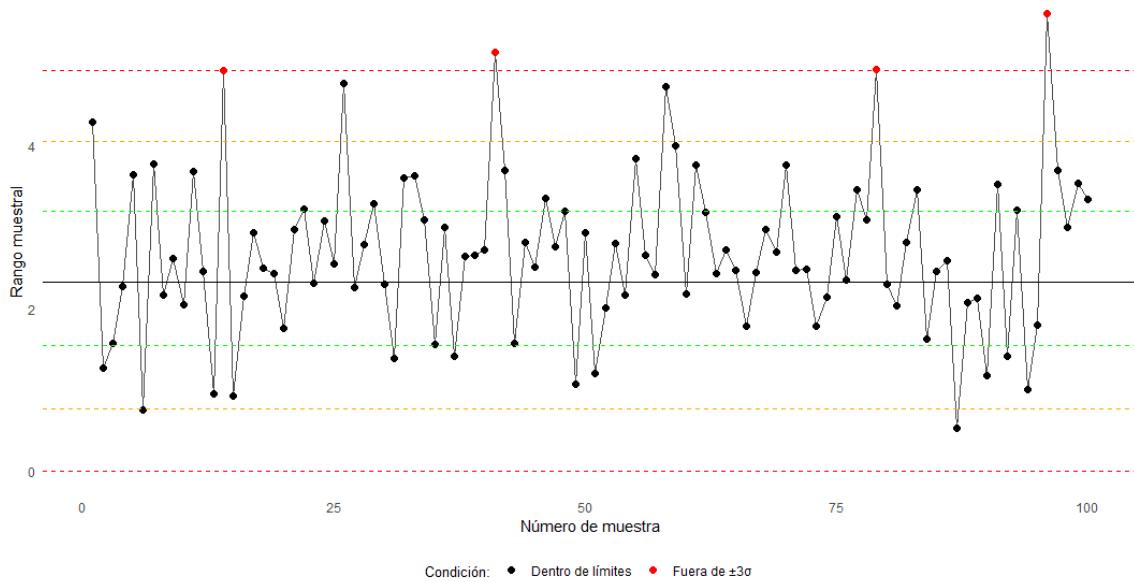


Figura 3.9: Carta de Control del rango con  $\sigma$  igual a 1.2

Carta de control para el rango aplicando premisas Western Electric  
Nº de puntos: { Rojos: 6 | Naranjas: 3 | Verdes: 1 | Azules: 9 }

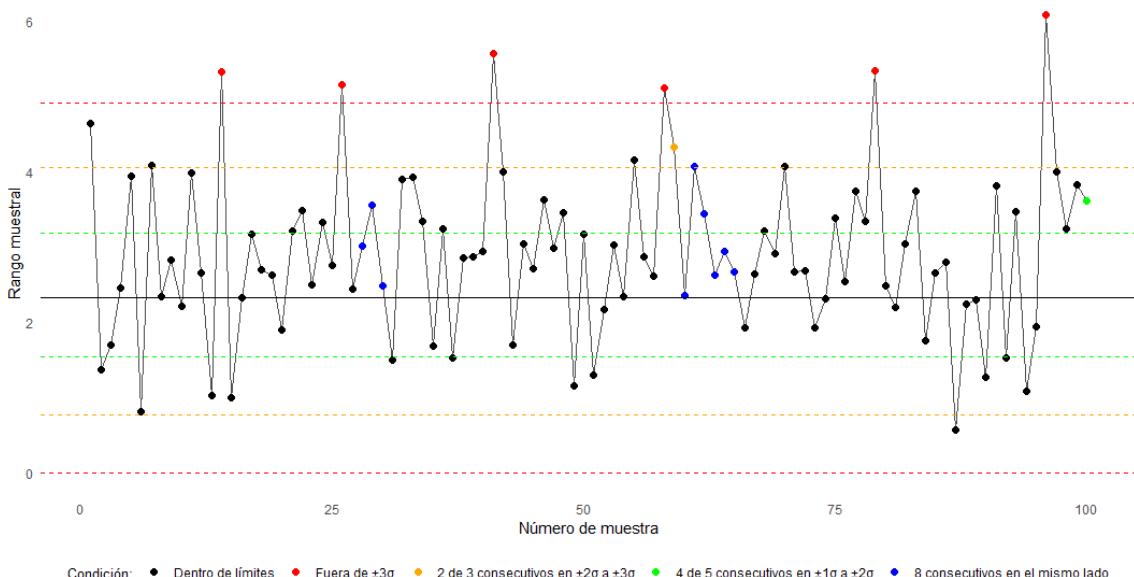


Figura 3.10: Carta de Control del rango con  $\sigma$  igual a 1.3

Aumentando la desviación a 1.2 y después a 1.3 unidades las gráficas reflejan cómo descuidar el proceso de producción puede generar variabilidad excesiva, provocando que los productos no cumplan con las especificaciones establecidas, podemos ver cómo el número de eventos fuera de control aumenta, pero sobre todo debemos fijarnos también en el aumento del número de señales de alerta que van ocurriendo con los cambios en las condiciones de estudio.

El aumento en la variabilidad de un proceso puede deberse a múltiples factores, como el desgaste progresivo de los equipos, variaciones en la materia prima, condiciones ambientales fluctuantes o errores en la calibración de los instrumentos de medición.

Cuando la variabilidad no se controla adecuadamente, el proceso puede volverse inestable, aumentando la probabilidad de producir unidades fuera de las especificaciones requeridas.

Un proceso con alta variabilidad puede provocar problemas significativos en la calidad del producto final. Si bien la media del proceso puede permanecer dentro de los límites de control, una dispersión elevada en los datos implica que algunas unidades estarán por debajo o por encima de los rangos aceptables, lo que puede derivar en un aumento de defectos, desperdicio de materiales y costos adicionales de retrabajo o rechazo de productos.

### **3.2.3.- Relación entre cartas de control para la media y el rango.**

Las cartas de control para la media y el rango están diseñadas para complementarse y proporcionar una visión integral del comportamiento de un proceso productivo. Mientras que la carta de la media permite identificar cambios en el valor central del proceso, la carta del rango se enfoca en monitorear la dispersión de las mediciones dentro de cada muestra.

El uso conjunto de ambas herramientas permite diferenciar entre variabilidad debida a causas comunes y variabilidad generada por factores específicos del proceso. Si solo se empleara la carta de la media, un aumento progresivo en la variabilidad podría pasar desapercibido hasta que afecte de manera evidente el producto final. De manera similar, la carta del rango, por sí sola, no detecta pequeños desplazamientos en la media del proceso que pueden comprometer la estabilidad a largo plazo (Wadsworth, 2002).

## **3.3.- Plan de simulación para valorar propiedades de las cartas.**

### **3.3.1.- Comparación de curvas OC con y sin reglas de Western Electric.**

Para la aplicación de esta estrategia de control se contrastan dos enfoques:

1. Aplicando los límites tradicionales:

Basados en el método de Shewhart, este enfoque utiliza límites fijos (media  $\pm 3\sigma$ ) para determinar si el proceso se encuentra dentro de los parámetros de control. La detección de un punto fuera de dichos límites sugiere que el proceso estaría fuera de control.

2. Aplicando las reglas de Western Electric:

Se incorporan criterios adicionales que permiten detectar patrones específicos que pueden señalar desviaciones sutiles. Este método aumenta la sensibilidad del sistema, aunque a costa de potencialmente incrementar el número de falsas alarmas.

A continuación, se presentan dos gráficos que ilustran la diferencia en las curvas OC según el tipo de reglas aplicadas, para el tamaño de muestra utilizado  $n = 5$ .

Primero, tenemos las curvas OC para la media donde se observa la comparación de la probabilidad de detección de cambios en la media del proceso.

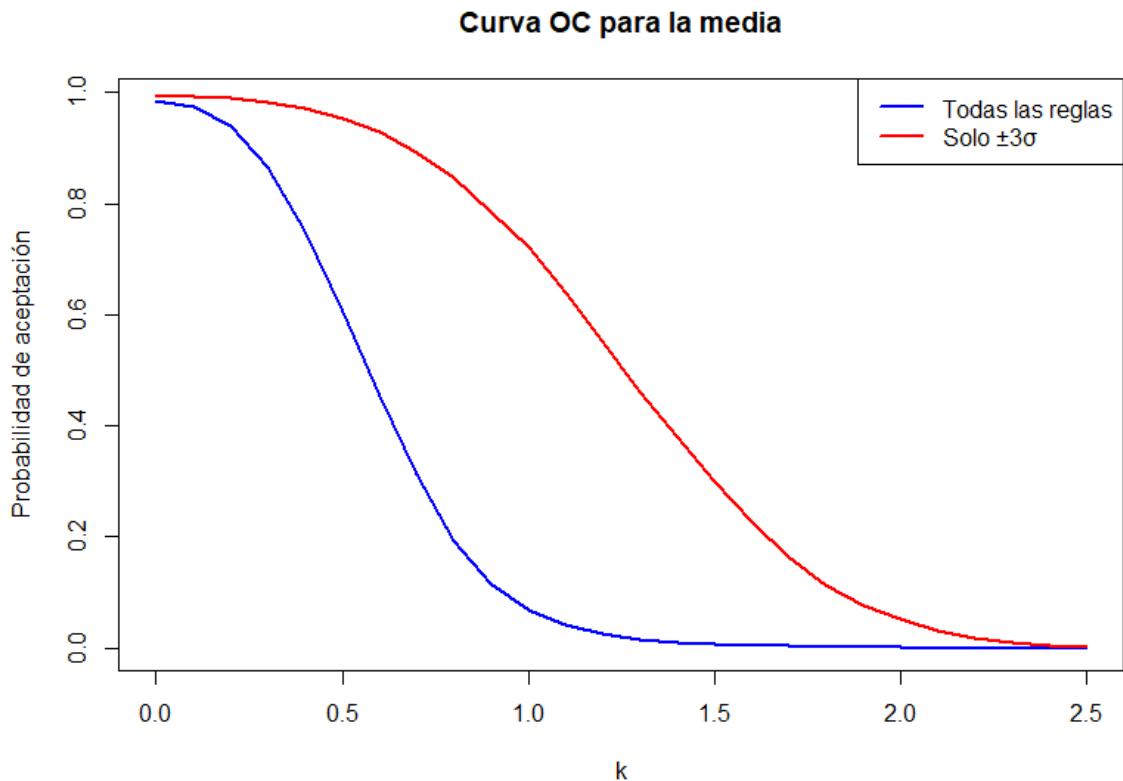


Figura 3.11: Curvas OC de la media

Segundo, tenemos las curvas OC para el rango donde podemos ver el desempeño de las cartas de control en la detección de cambios en la variabilidad del proceso.

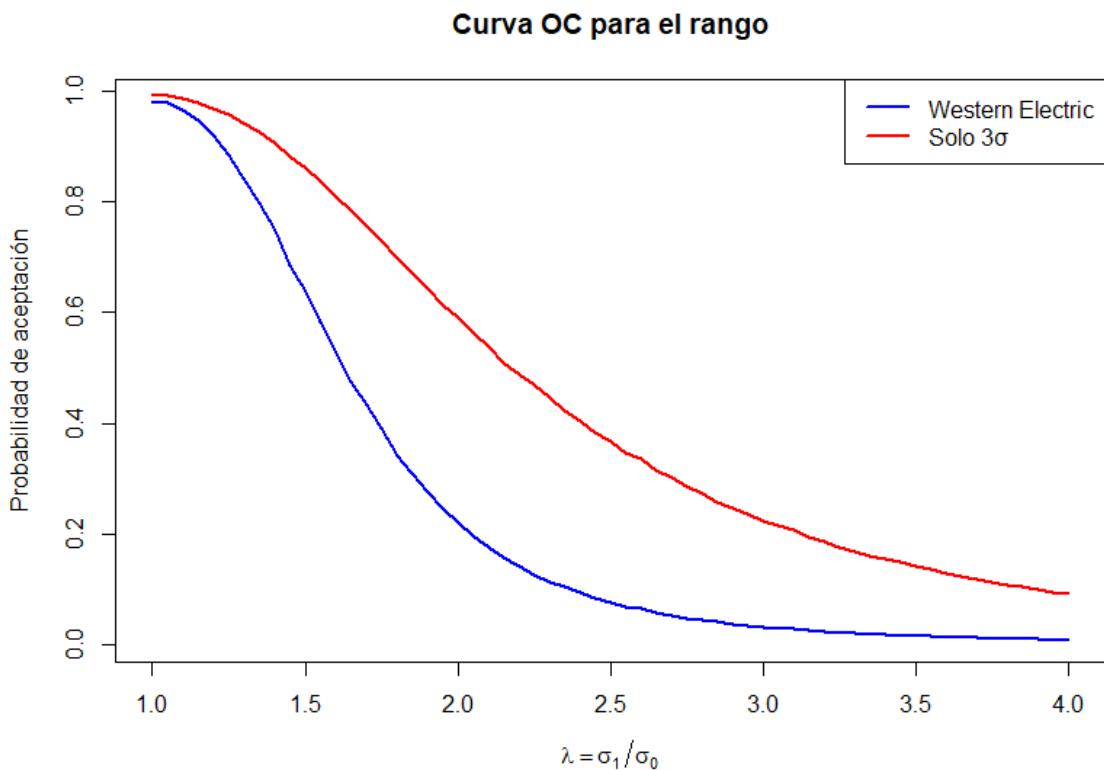


Figura 3.12: Curvas OC del rango

El desarrollo de la simulación permite obtener dos conjuntos de curvas OC correspondientes a cada estrategia de control.

Sin la aplicación de las reglas de Western Electric, el sistema está basado exclusivamente en los límites tradicionales y tiende a presentar una mayor tasa de error tipo II, ya que las desviaciones leves pueden no ser detectadas de forma oportuna. Este enfoque favorece la estabilidad operativa, reduciendo falsas alarmas, pero a costa de una menor capacidad para identificar cambios sutiles.

Con la aplicación de las reglas de Western Electric, la incorporación de criterios adicionales mejora la capacidad de detección temprana de desviaciones, lo que se traduce en una reducción del error tipo II. Como se observa en las figuras A2.1 y A2.2 para  $n = 5$ , aplicar estas reglas reduce ligeramente la probabilidad de aceptación inicial, pero mejora notablemente la sensibilidad del sistema. Sin embargo, este incremento en la sensibilidad se asocia con un mayor riesgo de falsas alarmas, lo que puede derivar en intervenciones superfluas y en la generación de sobrecostes.

La comparación entre ambos métodos evidencia la necesidad de encontrar un equilibrio adecuado. Un sistema excesivamente sensible puede generar numerosas señales erróneas, mientras que uno demasiado estricto podría pasar por alto desviaciones relevantes en el proceso.

### **3.4.- Análisis de los resultados.**

Los resultados obtenidos a partir de las Cartas de Control permiten visualizar el comportamiento del proceso en función de su estabilidad y capacidad para detectar variaciones. Se observó que, en general, las cartas responden adecuadamente a los cambios en condiciones del proceso, reflejando tanto variabilidad natural como las señales de posibles desviaciones. La sensibilidad de cada método de control varía según los parámetros utilizados, lo que influye en la frecuencia y el tipo de señales generadas.

En cuanto a las curvas Características Operativas, se puede apreciar cómo la probabilidad de aceptación varía en función del tamaño del cambio del proceso. Se identificó que, según las normas aplicadas, ciertos esquemas de control presentan una mejor capacidad para detectar desviaciones pequeñas, mientras que otros ofrecen una mayor estabilidad reduciendo falsas alarmas. Esto evidencia la importancia de seleccionar criterios adecuados según los requisitos específicos del procedimiento y la tolerancia al riesgo de cada sistema.

Para el caso estudiado de  $n = 5$ , podemos ver en las salidas del anexo A2.1 y A2.2 que, con la aplicación de las reglas de Western Electric, la probabilidad de error tipo I se ve incrementada. En cambio, si se desvía la media en 0.5 puntos de la media, la sensibilidad es mayor aplicando las reglas de Western Electric, cayendo la probabilidad de aceptación de esta simulación hasta el 60% mientras que, sin aplicar estas reglas, la probabilidad se mantiene en el 95% y, para conseguir la sensibilidad anterior tras la aplicación de las reglas de Western Electric, tendríamos que aumentar la desviación de la media en 1.1 puntos para alcanzar esta misma sin la aplicación de las reglas. Del mismo modo, con el rango, si aumentamos la dispersión en 0.5 puntos, aplicando las reglas, la probabilidad de aceptación cae hasta el 64% mientras que, sin aplicarlas, esta probabilidad baja hasta el 86% y, para igualar la sensibilidad anterior conseguida con la aplicación de los criterios adicionales tendríamos que aumentar la desviación de sigma en 0.9 puntos (casi el doble de la desviación original de la simulación) para alcanzar esta misma sin la aplicación de las premisas.

En conjunto, la combinación de Cartas de Control y curvas OC proporciona un marco de referencia útil para evaluar el desempeño de los métodos de monitoreo. La interpretación conjunta de estos resultados permite tomar decisiones fundamentadas sobre la necesidad de ajuste en los parámetros de control, optimizando así la detección de variaciones sin comprometer la estabilidad del sistema.

### 3.5.- Curvas OC con la implementación de las reglas de Western Electric

La aplicación de las reglas de Western Electric en la representación de las curvas OC permite evaluar el impacto que estas normas tienen sobre la capacidad de detección de desviaciones en un proceso bajo control estadístico. A continuación, tenemos la representación de las nuevas curvas para los distintos tamaños de  $n$  tanto para la media como para el rango a partir de la aplicación de estas reglas:

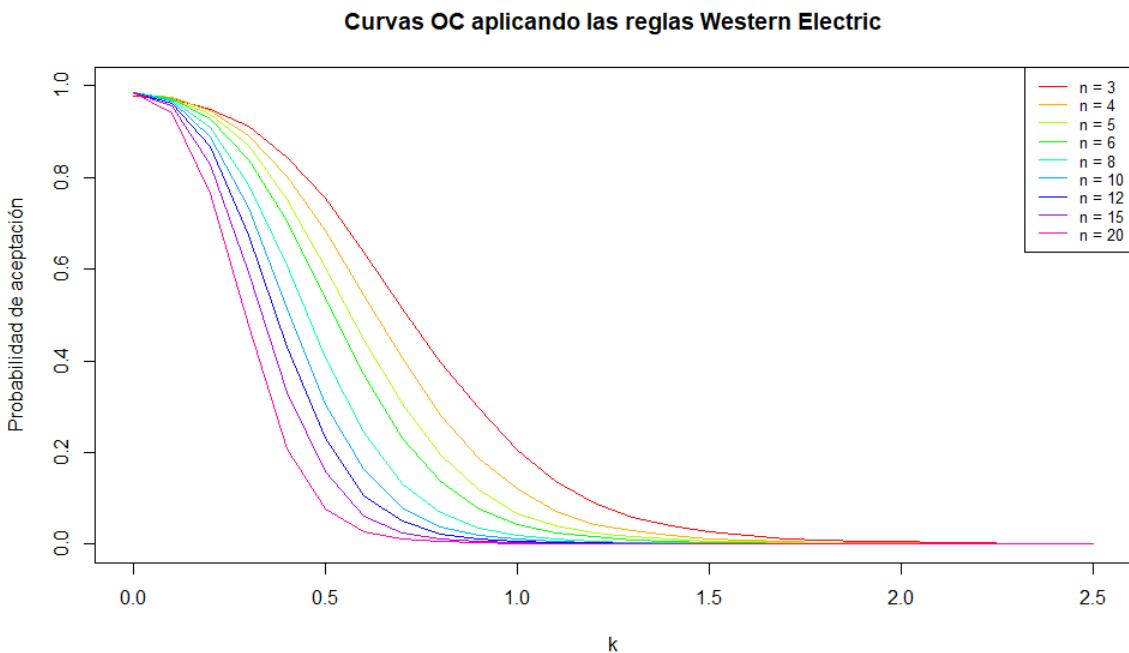


Figura 3.13: Curvas OC de la media con la aplicación de las reglas de W.E.

Si comparamos la figura 2.14 con las curvas OC originales para la media con la figura 3.13, al incorporar las reglas Western Electric, las curvas OC se vuelven más empinadas en la proximidad de la media original. Esta mayor pendiente refleja una mejora en la capacidad de detección temprana de cambios sutiles en el valor central del proceso. Así, para un mismo desplazamiento de la media, la probabilidad de detección es significativamente más alta con la aplicación de las reglas adicionales.

### Curvas OC aplicando las reglas Western Electric

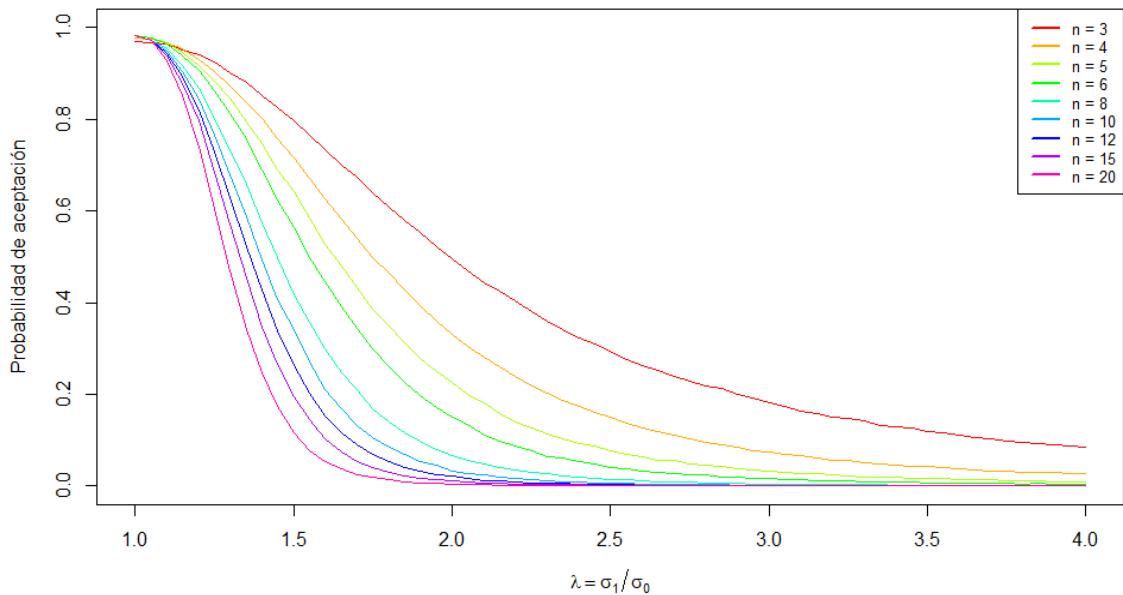


Figura 3.14: Curvas OC del rango con la aplicación de las reglas de W.E.

Del mismo modo, si comparamos la figura 2.15 con las curvas OC originales para el rango con la figura 3.14, con la aplicación de reglas adicionales, las curvas OC del rango se vuelven más pronunciadas, lo que indica una mejora notable en la detección de variaciones en la desviación estándar del proceso. La probabilidad de aceptación cae más rápidamente a medida que aumenta la variabilidad, reflejando una mayor capacidad para distinguir entre procesos estables y aquellos que han incrementado su dispersión.

El análisis conjunto de las curvas OC para la media y el rango demuestra que la incorporación de las reglas de Western Electric incrementa la capacidad de las curvas para detectar pequeños cambios, tanto en su tendencia central como en su dispersión. Esto se traduce en una reducción significativa del error tipo II, especialmente en los casos donde los desplazamientos son leves y podrían pasar desapercibidos bajo un esquema de control tradicional.

Sin embargo, esta mayor sensibilidad también implica un aumento del error tipo I, lo cual puede derivar en una gestión más exigente del proceso, con potenciales intervenciones innecesarias. Por tanto, la elección de un sistema de control más conservador o uno más sensible debe basarse en un equilibrio entre los costes de las falsas alarmas y los riesgos asociados a no detectar desviaciones a tiempo.

# Capítulo 4

## 4.1.- Conclusiones y líneas futuras.

El análisis realizado mediante simulación ha permitido evaluar de manera detallada el desempeño de las Cartas de Control y las curvas OC en distintos escenarios.

Se ha comprobado que la elección de un sistema de control estadístico debe considerar el equilibrio entre la sensibilidad y estabilidad operativa, dependiendo de las necesidades del proceso productivo.

En términos de control de calidad, las reglas de Western Electric han demostrado ser una herramienta útil para la detección temprana de desviaciones en el proceso, reduciendo el error tipo II. Sin embargo, su implementación también incrementa el riesgo de falsas alarmas, lo que puede derivar en acciones correctivas innecesarias y mayores costes operativos. Por otro lado, el uso exclusivo de límites tradicionales de Shewart minimiza estas falsas alarmas, pero puede hacer que ciertas desviaciones en el proceso lleguen a pasar desapercibidas.

Los resultados obtenidos subrayan la importancia de adaptar el sistema de control a las condiciones específicas del proceso y sus requerimientos de calidad. La combinación adecuada de métodos y criterios puede optimizar la detección de cambios sin comprometer la efectividad.

Finalmente, este estudio refuerza la relevancia del Control Estadístico de Procesos (SPC) como una metodología clave en la gestión de calidad. La aplicación de herramientas estadísticas bien fundamentadas permite tomar decisiones informadas, mejorar la estabilidad de los procesos y contribuir a la excelencia en la producción industrial.

Como líneas de trabajo futuras, se propone ampliar este estudio mediante la incorporación de gráficos de control alternativos como los gráficos CUSUM (Cumulative Sum Control Chart) y EWMA (Exponentially Weighted Moving Average), los cuales presentan una mayor sensibilidad para la detección de cambios pequeños o graduales en los parámetros del proceso difíciles de detectar con métodos clásicos. Estas herramientas, pueden complementar o mejorar el desempeño de los métodos tradicionales en contextos donde la detección temprana resulta crítica. De igual modo, sería de interés trasladar el enfoque del presente análisis al ámbito de las cartas de control por atributos, evaluando el efecto de la aplicación de las reglas de Western Electric en las cartas  $p$  y  $np$ , asociadas a proceso de tipo Bernoulli, así como las cartas  $c$  y  $u$ , correspondientes a procesos modelados mediante distribuciones de Poisson. Esta línea permitiría contrastar los resultados obtenidos en variables continuas con aquellos derivados del control de datos discretos.

## Anexo

Observations in Sample, $n$	Chart for Averages						Chart for Standard Deviations						Chart for Control Limits					
	Factors for Control Limits			Factors for Center Line			Factors for Control Limits			Factors for Center Line			Factors for Control Limits			Factors for Center Line		
	$A$	$A_2$	$A_3$	$c_4$	$1/c_4$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$d_2$	$1/d_2$	$d_3$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	$D_4$		
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	1.2533	0	3.267	0	2.606	1.128	0.8865	0.853	0	3.686	0	3.267		
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	1.1284	0	2.568	0	2.276	1.693	0.5907	0.888	0	4.358	0	2.574		
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	1.0854	0	2.266	0	2.088	2.059	0.4857	0.880	0	4.698	0	2.282		
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	1.0638	0	2.089	0	1.964	2.326	0.4299	0.864	0	4.918	0	2.114		
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	1.0510	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.3946	0.848	0	5.078	0	2.004		
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	1.0423	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.3698	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924		
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	1.0363	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.3512	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864		
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	1.0317	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.3367	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816		
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	1.0281	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.3249	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777		
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	1.0252	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.3152	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744		
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	1.0229	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.3069	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717		
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	1.0210	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.2998	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693		
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	1.0194	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.2935	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672		
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	1.0180	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.2880	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653		
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	1.0168	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.2831	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637		
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	1.0157	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.2787	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622		
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	1.0148	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.2747	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608		
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	1.0140	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.2711	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597		
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	1.0133	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.2677	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585		
21	0.655	0.173	0.663	0.9876	1.0126	0.523	1.477	0.516	1.459	3.778	0.2647	0.724	1.605	5.951	0.425	1.575		
22	0.640	0.167	0.647	0.9882	1.0119	0.534	1.466	0.528	1.448	3.819	0.2618	0.720	1.659	5.979	0.434	1.566		
23	0.626	0.162	0.633	0.9887	1.0114	0.545	1.455	0.539	1.438	3.858	0.2592	0.716	1.710	6.006	0.443	1.557		
24	0.612	0.157	0.619	0.9892	1.0109	0.555	1.445	0.549	1.429	3.895	0.2567	0.712	1.759	6.031	0.451	1.548		
25	0.600	0.153	0.606	0.9896	1.0105	0.565	1.435	0.559	1.420	3.931	0.2544	0.708	1.806	6.056	0.459	1.541		

For  $n > 25$ .

$$A = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad A_3 = \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \quad c_4 \equiv \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

$$B_3 = 1 - \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}} \quad B_4 = 1 + \frac{3}{c_4 \sqrt{2(n-1)}}$$

$$B_5 = c_4 - \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}} \quad B_6 = c_4 + \frac{3}{\sqrt{2(n-1)}}$$

Figura A1.1: Factores para construir cartas de control para variables

Media desviada: 10	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.98431	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.99448
Media desviada: 10.1	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.97348	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.99392
Media desviada: 10.2	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.942	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.99031
Media desviada: 10.3	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.86733	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.98413
Media desviada: 10.4	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.75965	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.97272
Media desviada: 10.5	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.60571	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.95457
Media desviada: 10.6	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.45107	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.92983
Media desviada: 10.7	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.31262	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.89293
Media desviada: 10.8	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.19938	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.84913
Media desviada: 10.9	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.11759	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.78919
Media desviada: 11	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.06868	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.71781
Media desviada: 11.1	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.04029	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.64229
Media desviada: 11.2	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.02541	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.5535
Media desviada: 11.3	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.01633	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.46707
Media desviada: 11.4	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.01002	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.3798
Media desviada: 11.5	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00749	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.29786
Media desviada: 11.6	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00522	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.22826
Media desviada: 11.7	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00332	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.16507
Media desviada: 11.8	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00205	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.11457
Media desviada: 11.9	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00151	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.07673
Media desviada: 12	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00092	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.04916
Media desviada: 12.1	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00064	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.03204
Media desviada: 12.2	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00034	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.01856
Media desviada: 12.3	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00021	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.01016
Media desviada: 12.4	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00014	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.0056
Media desviada: 12.5	Probabilidad aceptación (western Electric): 0.00011	Probabilidad aceptación (solo 3σ): 0.00288

Figura A2.1: Probabilidades de aceptación para la curva OC de la media

Figura A2.2: Probabilidades de aceptación para la curva OC del rango

# Anexo códigos R

## Carta de la media

```
set.seed(123)

##### CARTA MEDIA #####
n_muestras <- 100
tamano_muestra <- 5
media <- 10
media_desv <- 10 #Modificar para desviar media
desviacion_base <- 1

total_rojos <- 0
total_naranjas <- 0
total_verdes <- 0
total_azules <- 0

muestras <- replicate(
  n_muestras,
  rnorm(
    tamano_muestra,
    mean = media_desv,
    sd = desviacion_base
  )
)

resultados <- data.frame(
  muestra_id = 1:n_muestras,
  media_muestral = apply(muestras, 2, mean),
  desviacion_estimada = apply(muestras, 2, sd)
)

sigma_estimada <- mean(resultados$desviacion_estimada) / sqrt(tamano_muestra)
limite_superior <- media + 3 * sigma_estimada
limite_inferior <- media - 3 * sigma_estimada

resultados$fuera_limites <- with(resultados, media_muestral > limite_superior | media_muestral < limite_inferior)

# 2 de 3 consecutivos en la zona B
zona_B_superior <- media + 2 * sigma_estimada
zona_B_inferior <- media - 2 * sigma_estimada

resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
for (j in 1:(nrow(resultados) - 2)) {
  consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 2)]
  if (sum(consecutivos > zona_B_superior | consecutivos < zona_B_inferior) >= 2) {
    if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media)) {
      resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos[j + 2] <- TRUE
    }
  }
}
```

```

        }

# 4 de 5 consecutivos en La zona C
zona_C_superior <- media + sigma_estimada
zona_C_inferior <- media - sigma_estimada

resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
for (j in 1:(nrow(resultados) - 4)) {
  consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 4)]
  if (sum(consecutivos > zona_C_superior & consecutivos <= zona_B_superior |
    consecutivos < zona_C_inferior & consecutivos >= zona_B_inferior) >= 4) {
    if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media)) {
      resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos[j + 4] <- TRUE
    }
  }
}

# 8 puntos consecutivos en el mismo Lado de la media
resultados$por_encima_media <- resultados$media_muestral > media
resultados$consecutivos_8_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
for (j in 1:(nrow(resultados) - 7)) {
  if (all(resultados$por_encima_media[j:(j + 7)]) || all(!resultados$por_encima_media[j:(j + 7)])) {
    resultados$consecutivos_8_eventos[j + 7] <- TRUE
  }
}

resultados$categoría <- ifelse(
  resultados$fuera_limites, "1",
  ifelse(
    resultados$consecutivos_8_eventos, "4",
    ifelse(
      resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos, "2",
      ifelse(
        resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos, "3",
        "0"
      )
    )
  )
)

contar_eventos <- function(vector) {
  sum(vector)
}

n_rojos <- sum(resultados$fuera_limites)
n_naranjas <- contar_eventos(resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos)
n_verdes <- contar_eventos(resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos)

```

```

n_azules <- contar_eventos(resultados$consecutivos_8_eventos)

total_rojos <- total_rojos + n_rojos
total_naranjas <- total_naranjas + n_naranjas
total_verdes <- total_verdes + n_verdes
total_azules <- total_azules + n_azules

library(ggplot2)
print(
  ggplot(resultados, aes(x = muestra_id, y = media_muestral)) +
    geom_line(color = "black", alpha = 0.7) +
    geom_point(aes(color = categoria), size = 2) +
    geom_hline(yintercept = c(media, limite_superior, limite_inferior),
               linetype = c("solid", "dashed", "dashed"),
               color = c("black", "red", "red")) +
    geom_hline(yintercept = c(media + 2 * sigma_estimada, media - 2 * sigma_estimada),
               linetype = 2,
               color = "orange") +
    geom_hline(yintercept = c(media + sigma_estimada, media - sigma_estimada),
               linetype = 2,
               color = "green") +
  labs(
    title = paste(
      "Carta de control aplicando premisas Western Electric\n",
      "Número de puntos { Rojos: ", n_rojos,
      " | Naranjas: ", n_naranjas,
      " | Verdes: ", n_verdes,
      " | Azules: ", n_azules, " }"
    ),
    x = "Número de muestra",
    y = "Media muestral",
    color = "Reglas aplicadas:"
  ) +
  scale_color_manual(
    values = c(
      "0" = "black",
      "1" = "red",
      "2" = "orange",
      "3" = "green",
      "4" = "blue"
    ),
    labels = c(
      "0" = "Dentro de límites",
      "1" = "Fuera de  $\pm 3\sigma$ ",
      "2" = "2 de 3 consecutivos en  $\pm 2\sigma$  a  $\pm 3\sigma$ ",
      "3" = "4 de 5 consecutivos en  $\pm 1\sigma$  a  $\pm 2\sigma$ ",
      "4" = "8 consecutivos en el mismo lado"
    ),
    drop = FALSE
  )
)

```

```

+
  theme_minimal() +
  theme(
    panel.background = element_blank(),
    panel.grid.major = element_blank(),
    panel.grid.minor = element_blank(),
    legend.position = "bottom",
    legend.title = element_text(size = 10),
    legend.text = element_text(size = 9)
  )
)

```

## Carta del rango

```

set.seed(12)

#####
# CARTA RANGO #####
n_muestras <- 100
tamano_muestra <- 5
media <- 10
sigma <- 1
sigma2 <- 1 #Modificar para desviar sigma

muestras <- replicate(
  n_muestras,
  rnorm(tamano_muestra,
        mean = media,
        sd = sigma2
      )
)
rangos <- apply(muestras, 2, function(x) max(x) - min(x))

d2 <- 2.326
D1 <- 0
D2 <- 4.918

CL <- d2 * sigma
LCL <- D1 * sigma
UCL <- D2 * sigma

resultados <- data.frame(
  muestra_id = 1:n_muestras,
  rango_muestral = rangos
)

resultados$fuera_limites <- with(resultados, rango_muestral > UCL | rango_muestral < LCL)

# 2 de 3 consecutivos en la zona B
zona_B_sup <- CL + (UCL - CL) * 2 / 3
zona_B_inf <- CL - (CL - LCL) * 2 / 3

```

```

resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
})
for (i in 1:(nrow(resultados) - 2)) {
  consecutivos <- resultados$rango_muestral[i:(i + 2)]
  if (sum(consecutivos > zona_B_sup | consecutivos < zona_B_inf) >= 2)
  {
    if (all(consecutivos > CL) || all(consecutivos < CL)) {
      resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos[i + 2] <- TRUE
    }
  }
}

# 4 de 5 consecutivos en La zona C
zona_C_sup <- CL + (UCL - CL) / 3
zona_C_inf <- CL - (CL - LCL) / 3

resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
)
for (i in 1:(nrow(resultados) - 4)) {
  consecutivos <- resultados$rango_muestral[i:(i + 4)]
  if (sum((consecutivos > zona_C_sup & consecutivos <= zona_B_sup) |
    (consecutivos < zona_C_inf & consecutivos >= zona_B_inf)) >=
4) {
    if (all(consecutivos > CL) || all(consecutivos < CL)) {
      resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos[i + 4] <- TRUE
    }
  }
}

# 8 puntos consecutivos en el mismo Lado de la media
resultados$por_encima_promedio <- resultados$rango_muestral > CL
resultados$consecutivos_8_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
for (i in 1:(nrow(resultados) - 7)) {
  if (all(resultados$por_encima_promedio[i:(i + 7)]) || all(!resultados$por_encima_promedio[i:(i + 7)])) {
    resultados$consecutivos_8_eventos[i + 7] <- TRUE
  }
}

contar_eventos <- function(vector) sum(vector)

n_rojos <- contar_eventos(resultados$fuera_limites)
n_naranjas <- contar_eventos(resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos)
n_verdes <- contar_eventos(resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos)
n_azules <- contar_eventos(resultados$consecutivos_8_eventos)

resultados$categoría <- ifelse(
  resultados$fuera_limites, "1",
  ifelse(
    resultados$consecutivos_8_eventos, "4",
    ifelse(
      resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos, "2",
      ifelse(

```

```

        resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos, "3",
        "0"
    )
)
)
)
)

library(ggplot2)
ggplot(resultados, aes(x = muestra_id, y = rango_muestral)) +
  geom_line(color = "black", alpha = 0.7) +
  geom_point(aes(color = categoria), size = 2) +
  geom_hline(yintercept = c(CL, UCL, LCL),
              linetype = c("solid", "dashed", "dashed"),
              color = c("black", "red", "red")) +
  geom_hline(yintercept = c(zona_B_sup, zona_B_inf),
              linetype = 2, color = "orange") +
  geom_hline(yintercept = c(zona_C_sup, zona_C_inf),
              linetype = 2, color = "green") +
  labs(
    title = paste(
      "Carta de control para el rango aplicando premisas Western Elect
ric\n",
      "Nº de puntos: { Rojos:", n_rojos,
      "| Naranjas:", n_naranjas,
      "| Verdes:", n_verdes,
      "| Azules:", n_azules, " }"
    ),
    x = "Número de muestra",
    y = "Rango muestral",
    color = "Condición:"
  ) +
  scale_color_manual(
    values = c(
      "0" = "black",
      "1" = "red",
      "2" = "orange",
      "3" = "green",
      "4" = "blue"
    ),
    labels = c(
      "0" = "Dentro de límites",
      "1" = "Fuera de  $\pm 3\sigma$  ",
      "2" = "2 de 3 consecutivos en  $\pm 2\sigma$  a  $\pm 3\sigma$ ",
      "3" = "4 de 5 consecutivos en  $\pm 1\sigma$  a  $\pm 2\sigma$ ",
      "4" = "8 consecutivos en el mismo lado"
    ),
    drop = FALSE
  ) +
  theme_minimal() +
  theme(
    panel.grid.major = element_blank(),
    panel.grid.minor = element_blank(),
    panel.background = element_blank(),

```

```

        legend.position = "bottom",
        legend.title = element_text(size = 10),
        legend.text = element_text(size = 9)
    )

```

## Curvas OC para la media

```

#####
##### CURVAS OC ORIGINALES DE LA MEDIA #####
#####

n_muestras <- 100
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000
valores_media <- seq(10, 12.5, by = 0.1)
valores_n <- c(3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20)
colores <- rainbow(length(valores_n))

curvas_OC <- list()

for (idx in seq_along(valores_n)) {
  tamano_muestra <- valores_n[idx]
  probabilidades_aceptacion <- c()

  for (media_desv in valores_media) {
    total_eventos <- 0

    for (i in 1:n_replicaciones) {
      muestras <- replicate(
        n_muestras,
        rnorm(
          tamano_muestra,
          mean = media_desv,
          sd = desviacion_base
        )
    )

    resultados <- data.frame(
      media_muestral = apply(muestras, 2, mean),
      desviacion_estimada = apply(muestras, 2, sd)
    )

    sigma_estimada <- mean(resultados$desviacion_estimada) / sqrt(tamano_muestra)
    limite_superior <- media + 3 * sigma_estimada
    limite_inferior <- media - 3 * sigma_estimada

    resultados$fuera_limites <- with(resultados, media_muestral > limite_superior | media_muestral < limite_inferior)

    n_eventos <- sum(resultados$fuera_limites)
    total_eventos <- total_eventos + n_eventos
  }

  total_puntos_generados <- n_muestras * n_replicaciones
}

```

```

    prob_aceptacion <- 1 - (total_eventos / total_puntos_generados)
    probabilidades_aceptacion <- c(probabilidades_aceptacion, prob_aceptacion)
  }

  curvas_OC[[idx]] <- probabilidades_aceptacion
}

plot(
  valores_media-10,
  curvas_OC[[1]],
  type = "l",
  col = colores[1],
  xlab = "k",
  ylab = "Probabilidad de aceptación",
  ylim = c(0, 1),
  main = "Curvas OC sin reglas Western Electric"
)

for (idx in 2:length(valores_n)) {
  lines(valores_media-10, curvas_OC[[idx]], col = colores[idx])
}

legend("topright", legend = paste("n =", valores_n), col = colores, lt
y = 1, cex = 0.8)

```

## Curvas OC para el rango

```

#####
##### CURVAS OC ORIGINALES DEL RANGO #####
tamanos_muestra <- c(3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20)

n_muestras <- 100
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000
niveles_desviacion <- seq(1, 4, by = 0.05)

colores <- rainbow(length(tamanos_muestra))

factores <- list(
  "3" = c(1.693, 0, 4.358),
  "4" = c(2.059, 0, 4.698),
  "5" = c(2.326, 0, 4.918),
  "6" = c(2.534, 0, 5.078),
  "8" = c(2.847, 0.204, 5.204),
  "10" = c(3.078, 0.547, 5.393),
  "12" = c(3.232, 0.811, 5.535),
  "15" = c(3.417, 1.203, 5.741),
  "20" = c(3.620, 1.549, 5.921)
)

plot(NA,
  xlim = range(niveles_desviacion),
  ylim = c(0, 1),
  xlab = expression(lambda == sigma[1]/sigma[0]),

```

```

    ylab = "Probabilidad de aceptación",
    main = "Curvas OC sin reglas Western Electric "
)

for (index in seq_along(tamanos_muestra)) {
  tamano_muestra <- tamanos_muestra[index]
  D1 <- factores[[as.character(tamano_muestra)]][2]
  D2 <- factores[[as.character(tamano_muestra)]][3]

  limite_superior <- D2 * desviacion_base
  limite_inferior <- D1 * desviacion_base

  probabilidades_aceptacion <- matrix(0, nrow = length(niveles_desviacion), ncol = n_replicaciones)

  for (iteracion in 1:n_replicaciones) {
    for (i in seq_along(niveles_desviacion)) {
      desviacion_actual <- niveles_desviacion[i]
      muestras_simuladas <- replicate(
        n_muestras,
        rnorm(tamano_muestra, mean = media, sd = desviacion_actual)
      )
      rangos_simulados <- apply(muestras_simuladas, 2, function(x) max(x) - min(x))

      fuera_limites <- rangos_simulados > limite_superior | rangos_simulados < limite_inferior
      aceptadas <- sum(!fueras_limites)

      probabilidades_aceptacion[i, iteracion] <- aceptadas / n_muestras
    }
  }

  probabilidad_promedio <- rowMeans(probabilidades_aceptacion)

  lines(niveles_desviacion, probabilidad_promedio, col = colores[index], lwd = 1)
}

legend("topright", legend = paste("n =", tamanos_muestra),
       col = colores, lty = 1, lwd = 2, cex = 0.8)

```

## Curvas OC simuladas de la media para n=5

```

#####
##### CURVAS MEDIA SIMULACION #####
n_muestras <- 100
tamano_muestra <- 5
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000

probabilidades_aceptacion_todas_reglas <- c()
probabilidades_aceptacion_limite_3sigma <- c()

```

```

for (media_desv in seq(10, 12.5, by = 0.1)) {
  total_eventos_todas_reglas <- 0
  total_eventos_limite_3sigma <- 0

  for (i in 1:n_replicaciones) {
    muestras <- replicate(
      n_muestras,
      rnorm(
        tamano_muestra,
        mean = media_desv,
        sd = desviacion_base
      )
    )

    resultados <- data.frame(
      media_muestral = apply(muestras, 2, mean),
      desviacion_estimada = apply(muestras, 2, sd)
    )

    sigma_estimada <- mean(resultados$desviacion_estimada) / sqrt(tamano_muestra)
    limite_superior <- media + 3 * sigma_estimada
    limite_inferior <- media - 3 * sigma_estimada

    resultados$fuera_limites <- with(resultados, media_muestral > limite_superior | media_muestral < limite_inferior)

    total_eventos_limite_3sigma <- total_eventos_limite_3sigma + sum(resultados$fuera_limites)

    zona_B_superior <- media + 2 * sigma_estimada
    zona_B_inferior <- media - 2 * sigma_estimada
    resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
    for (j in 1:(nrow(resultados) - 2)) {
      consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 2)]
      if (sum(consecutivos > zona_B_superior | consecutivos < zona_B_inferior) >= 2) {
        if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media)) {
          resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos[j + 2] <- TRUE
        }
      }
    }

    zona_C_superior <- media + sigma_estimada
    zona_C_inferior <- media - sigma_estimada
    resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
    for (j in 1:(nrow(resultados) - 4)) {
      consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 4)]
      if (sum(consecutivos > zona_C_superior & consecutivos <= zona_B_superior |
        consecutivos < zona_C_inferior & consecutivos >= zona_B_

```

```

inferior) >= 4) {
  if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media)) {
    resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos[j + 4] <- TRUE
  }
}

resultados$por_encima_media <- resultados$media_muestral > media
resultados$consecutivos_8_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
for (j in 1:(nrow(resultados) - 7)) {
  if (all(resultados$por_encima_media[j:(j + 7)]) || all(!resultados$por_encima_media[j:(j + 7)])) {
    resultados$consecutivos_8_eventos[j + 7] <- TRUE
  }
}

n_eventos_todas_reglas <- sum(
  resultados$fuera_limites |
  resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos |
  resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos |
  resultados$consecutivos_8_eventos
)

total_eventos_todas_reglas <- total_eventos_todas_reglas + n_eventos_todas_reglas
}

total_puntos_generados <- n_muestras * n_replicaciones
prob_aceptacion_todas_reglas <- 1 - (total_eventos_todas_reglas / total_puntos_generados)
prob_aceptacion_limite_3sigma <- 1 - (total_eventos_limite_3sigma / total_puntos_generados)

probabilidades_aceptacion_todas_reglas <- c(probabilidades_aceptacion_todas_reglas, prob_aceptacion_todas_reglas)
probabilidades_aceptacion_limite_3sigma <- c(probabilidades_aceptacion_limite_3sigma, prob_aceptacion_limite_3sigma)

cat("\nMedia desviada:", media_desv,
  " - Prob. aceptación (todas reglas):", prob_aceptacion_todas_reglas,
  " - Prob. aceptación (solo 3σ):", prob_aceptacion_limite_3sigma,
  "\n")
}

plot(
  seq(0.0, 2.5, by = 0.1),
  probabilidades_aceptacion_todas_reglas,
  type = "l",
  col = "blue",
  xlab = "k",
  ylab = "Probabilidad de aceptación",
  main = "Curva OC para la media",
  lwd = 2
)

```

```

)
lines(
  seq(0.0, 2.5, by = 0.1),
  probabilidades_aceptacion_limite_3sigma,
  col = "red",
  lwd = 2
)

legend("topright", legend = c("Todas las reglas", "Solo  $\pm 3\sigma$ "), col = c
("blue", "red"), lwd = 2)

```

## Curvas OC simuladas del rango para n=5

```

#####
##### CURVAS RANGO SIMULACIÓN #####
n_muestras <- 100
tamano_muestra <- 5
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000

niveles_desviacion <- seq(1, 4, by = 0.05)

probabilidades_aceptacion_total <- matrix(0, nrow = length(niveles_desviacion), ncol = n_replicaciones)
probabilidades_aceptacion_3sigma <- matrix(0, nrow = length(niveles_desviacion), ncol = n_replicaciones)

d2 <- 2.326
D1 <- 0
D2 <- 4.918

limite_superior <- D2 * desviacion_base
limite_inferior <- D1 * desviacion_base
linea_central <- d2 * desviacion_base

for (iteracion in 1:n_replicaciones) {
  for (i in seq_along(niveles_desviacion)) {
    desviacion_actual <- niveles_desviacion[i]

    muestras_simuladas <- replicate(
      n_muestras,
      rnorm(tamano_muestra, mean = media, sd = desviacion_actual)
    )
    rangos_simulados <- apply(muestras_simuladas, 2, function(x) max(x) - min(x))

    fuera_limites <- rangos_simulados > limite_superior | rangos_simulados < limite_inferior
    aceptadas_3sigma <- sum(!fueras_limites)
    probabilidades_aceptacion_3sigma[i, iteracion] <- aceptadas_3sigma / n_muestras

    zona_B_superior <- linea_central + (limite_superior - linea_central) * i / n_replicaciones
  }
}

```

```

1) * 2 / 3
  zona_B_inferior <- linea_central - (linea_central - limite_inferior) * 2 / 3

  consecutivos_2_zona_B <- rep(FALSE, n_muestras)
  for (j in 1:(n_muestras - 2)) {
    consecutivos <- rangos_simulados[j:(j + 2)]
    if (sum(consecutivos) > zona_B_superior | consecutivos < zona_B_inferior) >= 2) {
      if (all(consecutivos > linea_central) || all(consecutivos < linea_central)) {
        consecutivos_2_zona_B[j + 2] <- TRUE
      }
    }
  }

  zona_C_superior <- linea_central + (limite_superior - linea_central) / 3
  zona_C_inferior <- linea_central - (linea_central - limite_inferior) / 3

  consecutivos_4_zona_C <- rep(FALSE, n_muestras)
  for (j in 1:(n_muestras - 4)) {
    consecutivos <- rangos_simulados[j:(j + 4)]
    if (sum(consecutivos) > zona_C_superior & consecutivos <= zona_B_superior | consecutivos < zona_C_inferior & consecutivos >= zona_B_inferior) >= 4) {
      if (all(consecutivos > linea_central) || all(consecutivos < linea_central)) {
        consecutivos_4_zona_C[j + 4] <- TRUE
      }
    }
  }

  por_encima_central <- rangos_simulados > linea_central
  consecutivos_8 <- rep(FALSE, n_muestras)
  for (j in 1:(n_muestras - 7)) {
    if (all(por_encima_central[j:(j + 7)]) || all(!por_encima_central[j:(j + 7)])) {
      consecutivos_8[j + 7] <- TRUE
    }
  }

  aceptadas <- sum(!(fuera_limites | consecutivos_2_zona_B | consecutivos_4_zona_C | consecutivos_8))
  probabilidades_aceptacion_total[i, iteracion] <- aceptadas / n_muestras
}

probabilidades_promedio <- rowMeans(probabilidades_aceptacion_total)
probabilidades_3sigma <- rowMeans(probabilidades_aceptacion_3sigma)

```

```

for (i in seq_along(niveles_desviacion)) {
  cat(
    "Desviación estándar:", niveles_desviacion[i],
    "| Prob. aceptación (Western Electric):", round(probabilidades_promedio[i], 4),
    "| Prob. aceptación (3σ):", round(probabilidades_3sigma[i], 4), "\n"
  )
}

plot(
  niveles_desviacion, probabilidades_promedio, type = "l", col = "blue",
  lwd = 2,
  xlab = expression(lambda == sigma[1] / sigma[0]), ylab = "Probabilidad de aceptación",
  main = "Curva OC para el rango"
)
lines(niveles_desviacion, probabilidades_3sigma, col = "red", lwd = 2)
legend("topright", legend = c("Western Electric", "Solo 3σ"), col = c("blue", "red"), lwd = 2)

```

## Curvas OC para la media con reglas W.E.

```
##### CURVAS OC PARA LA MEDIA CON PREMISAS W.E.#####
```

```

n_muestras <- 100
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000
valores_media <- seq(10, 12.5, by = 0.1)
valores_n <- c(3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20)
colores <- rainbow(length(valores_n))

curvas_OC <- list()

for (idx in seq_along(valores_n)) {
  tamano_muestra <- valores_n[idx]
  probabilidades_aceptacion <- c()

  for (media_desv in valores_media) {
    total_eventos <- 0

    for (i in 1:n_replicaciones) {
      muestras <- replicate(
        n_muestras,
        rnorm(
          tamano_muestra,
          mean = media_desv,
          sd = desviacion_base
        )
    )

    resultados <- data.frame(
      media_muestral = apply(muestras, 2, mean),

```

```

        desviacion_estimada = apply(muestras, 2, sd)
    )

    sigma_estimada <- mean(resultados$desviacion_estimada) / sqrt(ta
mano_muestra)
    limite_superior <- media + 3 * sigma_estimada
    limite_inferior <- media - 3 * sigma_estimada

    resultados$fuera_limites <- with(resultados, media_muestral > li
mite_superior | media_muestral < limite_inferior)

    zona_B_superior <- media + 2 * sigma_estimada
    zona_B_inferior <- media - 2 * sigma_estimada
    resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos <- rep(FALSE, nrow(resu
ltados))
    for (j in 1:(nrow(resultados) - 2)) {
        consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 2)]
        if (sum(consecutivos > zona_B_superior | consecutivos < zona_B
_inferior) >= 2) {
            if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media))
{
                resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos[j + 2] <- TRUE
            }
        }
    }

    zona_C_superior <- media + sigma_estimada
    zona_C_inferior <- media - sigma_estimada
    resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos <- rep(FALSE, nrow(resu
ltados))
    for (j in 1:(nrow(resultados) - 4)) {
        consecutivos <- resultados$media_muestral[j:(j + 4)]
        if (sum(consecutivos > zona_C_superior & consecutivos <= zona_
B_superior |
            consecutivos < zona_C_inferior & consecutivos >= zona_
B_inferior) >= 4) {
            if (all(consecutivos > media) || all(consecutivos < media))
{
                resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos[j + 4] <- TRUE
            }
        }
    }

    resultados$por_encima_media <- resultados$media_muestral > media
    resultados$consecutivos_8_eventos <- rep(FALSE, nrow(resultados))
)
    for (j in 1:(nrow(resultados) - 7)) {
        if (all(resultados$por_encima_media[j:(j + 7)]) || all(!result
ados$por_encima_media[j:(j + 7)])) {
            resultados$consecutivos_8_eventos[j + 7] <- TRUE
        }
    }

    n_eventos <- sum(

```

```

        resultados$fuera_limites |
        resultados$consecutivos_2_zona_B_eventos |
        resultados$consecutivos_4_zona_C_eventos |
        resultados$consecutivos_8_eventos
    )

    total_eventos <- total_eventos + n_eventos
}

total_puntos_generados <- n_muestras * n_replicaciones
prob_aceptacion <- 1 - (total_eventos / total_puntos_generados)
probabilidades_aceptacion <- c(probabilidades_aceptacion, prob_aceptacion)
}

curvas_OC[[idx]] <- probabilidades_aceptacion
}

plot(
  valores_media-10,
  curvas_OC[[1]],
  type = "l",
  col = colores[1],
  xlab = "k",
  ylab = "Probabilidad de aceptación",
  ylim = c(0, 1),
  main = "Curvas OC aplicando las reglas Western Electric"
)

for (idx in 2:length(valores_n)) {
  lines(valores_media-10, curvas_OC[[idx]], col = colores[idx])
}

legend("topright", legend = paste("n =", valores_n), col = colores, lty = 1, cex = 0.8)

```

## Curvas OC para el rango con premisas W.E.

```

#####
##### CURVAS OC PARA EL RANGO APLICANDO REGLAS W.E.#####
tamanos_muestra <- c(3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20)
n_muestras <- 100
media <- 10
desviacion_base <- 1
n_replicaciones <- 1000
niveles_desviacion <- seq(1, 4, by = 0.05)

colores <- rainbow(length(tamanos_muestra))

factores <- list(
  "3" = c(1.693, 0, 4.358),
  "4" = c(2.059, 0, 4.698),
  "5" = c(2.326, 0, 4.918),
  "6" = c(2.534, 0, 5.078),
  "8" = c(2.847, 0.204, 5.204),
  "10" = c(3.078, 0.408, 5.486),
  "12" = c(3.247, 0.616, 5.763),
  "15" = c(3.464, 0.824, 6.071),
  "20" = c(3.726, 1.032, 6.408)
)

```

```

"10" = c(3.078, 0.547, 5.393),
"12" = c(3.232, 0.811, 5.535),
"15" = c(3.417, 1.203, 5.741),
"20" = c(3.620, 1.549, 5.921)
)

plot(NA,
      xlim = range(niveles_desviacion),
      ylim = c(0, 1),
      xlab = expression(lambda == sigma[1]/sigma[0]),
      ylab = "Probabilidad de aceptación",
      main = "Curvas OC aplicando las reglas Western Electric"
)

for (index in seq_along(tamanos_muestra)) {
  tamano_muestra <- tamanos_muestra[index]
  d2 <- factores[[as.character(tamano_muestra)]][1]
  D1 <- factores[[as.character(tamano_muestra)]][2]
  D2 <- factores[[as.character(tamano_muestra)]][3]

  linea_central <- d2 * desviacion_base
  limite_superior <- D2 * desviacion_base
  limite_inferior <- D1 * desviacion_base

  probabilidades_aceptacion_total <- matrix(0, nrow = length(niveles_desviacion), ncol = n_replicaciones)

  for (iteracion in 1:n_replicaciones) {
    for (i in seq_along(niveles_desviacion)) {
      desviacion_actual <- niveles_desviacion[i]
      muestras_simuladas <- replicate(
        n_muestras,
        rnorm(tamano_muestra, mean = media, sd = desviacion_actual)
      )
      rangos_simulados <- apply(muestras_simuladas, 2, function(x) max(x) - min(x))

      fuera_limites <- rangos_simulados > limite_superior | rangos_simulados < limite_inferior

      zona_B_superior <- linea_central + (limite_superior - linea_central) * 2 / 3
      zona_B_inferior <- linea_central - (linea_central - limite_inferior) * 2 / 3
      consecutivos_2_zona_B <- rep(FALSE, n_muestras)
      for (j in 1:(n_muestras - 2)) {
        consecutivos <- rangos_simulados[j:(j + 2)]
        if (sum(consecutivos > zona_B_superior | consecutivos < zona_B_inferior) >= 2) {
          if (all(consecutivos > linea_central) || all(consecutivos < linea_central)) {
            consecutivos_2_zona_B[j + 2] <- TRUE
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

```

    }

    zona_C_superior <- linea_central + (limite_superior - linea_central) / 3
    zona_C_inferior <- linea_central - (linea_central - limite_inferior) / 3
    consecutivos_4_zona_C <- rep(FALSE, n_muestras)
    for (j in 1:(n_muestras - 4)) {
        consecutivos <- rangos_simulados[j:(j + 4)]
        if (sum(consecutivos > zona_C_superior & consecutivos <= zona_B_superior |
                consecutivos < zona_C_inferior & consecutivos >= zona_B_inferior) >= 4) {
            if (all(consecutivos > linea_central) || all(consecutivos < linea_central)) {
                consecutivos_4_zona_C[j + 4] <- TRUE
            }
        }
    }

    por_encima_central <- rangos_simulados > linea_central
    consecutivos_8 <- rep(FALSE, n_muestras)
    for (j in 1:(n_muestras - 7)) {
        if (all(por_encima_central[j:(j + 7)]) || all(!por_encima_central[j:(j + 7)])) {
            consecutivos_8[j + 7] <- TRUE
        }
    }

    aceptadas <- sum(!fuera_limites | consecutivos_2_zona_B | consecutivos_4_zona_C | consecutivos_8)
    probabilidades_aceptacion_total[i, iteracion] <- aceptadas / n_muestras
}

probabilidades_promedio <- rowMeans(probabilidades_aceptacion_total)

lines(niveles_desviacion, probabilidades_promedio, col = colores[index], lwd = 1)
}

legend("topright", legend = paste("n =", tamanos_muestra),
       col = colores, lty = 1, lwd = 2, cex = 0.8)

```

# Listado de figuras

Figura 2.1: Historia del control de calidad .....	6
Figura 2.2: Ejemplo de Histograma.....	9
Figura 2.3: Ejemplo de Hoja de verificación.....	9
Figura 2.4: Ejemplo de Gráfica de Pareto .....	10
Figura 2.5: Ejemplo de Diagrama causa-efecto.....	10
Figura 2.6: Ejemplo de Diagrama de concentración de defectos .....	11
Figura 2.7: Ejemplo de Diagrama de dispersión .....	11
Figura 2.8: Esquema de una Carta de Control.....	12
Figura 2.9: Disposición de las zonas para la aplicación de las reglas de W.E. .....	14
Figura 2.10: Patrón I.....	14
Figura 2.11: Patrón II .....	15
Figura 2.12: Patrón III .....	15
Figura 2.13: Patrón IV .....	15
Figura 2.14: Curvas OC originales para la media .....	19
Figura 2.15: Curvas OC originales para el rango .....	19
Figura 3.1: Ejemplo de Carta de Control de la media de un proceso bajo control.....	22
Figura 3.2: Carta de Control de la media con $\mu$ igual a 10 .....	23
Figura 3.3: Carta de Control de la media con $\mu$ igual a 10.2 .....	23
Figura 3.4: Carta de Control de la media con $\mu$ igual a 10.4 .....	24
Figura 3.5: Carta de Control de la media con $\mu$ igual a 10.6 .....	24
Figura 3.6: Ejemplo de Carta de Control del rango de un proceso bajo control .....	25
Figura 3.7: Carta de Control del rango con $\sigma$ igual a 1 .....	26
Figura 3.8: Carta de Control del rango con $\sigma$ igual a 1.1 .....	26
Figura 3.9: Carta de Control del rango con $\sigma$ igual a 1.2 .....	27
Figura 3.10: Carta de Control del rango con $\sigma$ igual a 1.3 .....	27
Figura 3.11: Curvas OC de la media .....	29
Figura 3.12: Curvas OC del rango.....	29
Figura 3.13: Curvas OC de la media con la aplicación de las reglas de W.E. .....	31
Figura 3.14: Curvas OC del rango con la aplicación de las reglas de W.E. ....	32
Figura A1.1: Factores para construir cartas de control para variables .....	34
Figura A2.1: Probabilidades de aceptación para la curva OC de la media .....	35
Figura A2.2: Probabilidades de aceptación para la curva OC del rango .....	35

# Listado de códigos R

Carta de la media .....	36
Carta del rango.....	39
Curvas OC para la media.....	42
Curvas OC para el rango .....	43
Curvas OC simuladas de la media para n=5.....	44
Curvas OC simuladas del rango para n=5 .....	47
Curvas OC para la media con reglas W.E. .....	49
Curvas OC para el rango con premisas W.E. .....	51

# Bibliografía

- Duncan, A.J. (1986). *The Certified Quality Engineer Handbook* (3<sup>a</sup> ed.). ASQ Quality Press.
- Grant, E.L. & Leavenworth, R.S. (1996). *Statistical Quality Control* (7<sup>a</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Ishikawa, K. (1985). *What is Total Quality Control? The Japanese Way* (1<sup>a</sup> ed.). Prentice Hall.
- Juran, J.M., & Godfrey, A.B. (1999). *Juran's Quality Handbook* (5<sup>a</sup> ed.). McGraw-Hill.
- Montgomery, D.C. (2004). *Introducción al Control Estadístico de la Calidad* (3<sup>a</sup> ed.). Limusa Wiley.
- Montgomery, D.C. (2009). *Introduction to Statistical Quality Control* (6<sup>a</sup> ed.). John Wiley & Sons.
- Prat, A., Tort-Martorell, X., Grima, P., & Pozueta, L. (1997). *Métodos Estadísticos de Control y Mejora de la Calidad* (1<sup>a</sup> ed.). Ediciones UPC
- R Core Team. (2023). *RStudio: A Language and Environment for Statistical Computing* [Software]. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Rice, J.A. (2006). *Mathematical Statistics and Data Analysis* (3<sup>a</sup> ed.). Cengage Learning.
- Ross, S.M. (2014). *Introduction to Probability and Statistics for Engineers and Scientists* (5<sup>a</sup> ed.). Academic Press.
- Shewart, W.A. (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. D. Van Nostrand Company
- Wadsworth, H.M., Stephens, K.S., & Godfrey, A.B. (2002) *Modern Methods for Quality Control and Improvement* (2<sup>a</sup> ed.). Jhon Wiley & Sons.
- Western Electric Company. (1956). *Statistical Quality Control Handbook*. Western Electric Company, Inc.
- Wheeler, D.J. (1995). *Advanced Topics in Statistical Process Control: The Power of Shewhart's Charts* (1<sup>a</sup> ed.). SPC Press.