



EJERCICIOS DE BIOLOGÍA EN EL ENTORNO DE PROGRAMACIÓN R

*Volumen 5: Estimación de densidad poblacional
mediante itinerario*

E. Jordán Muñoz-Adalia

2025



**Escuela Técnica Superior
de Ingenierías Agrarias Palencia**

EJERCICIOS DE BIOLOGÍA CON R

Volumen 5

Estimas de densidad poblacional mediante itinerario

E. Jordán Muñoz-Adalia

 **0000-0002-0900-6981**

2025



Índice

Introducción	3
Ejercicio 1. Estima de densidad mediante itinerario empleando el método de Hayne	4
Ejercicio 2. Estima de densidad mediante itinerario empleando el método de Burnham y Anderson	9
Bibliografía	13

Introducción

El presente material didáctico surge con la finalidad de proveer de una herramienta práctica para estudiantes de la asignatura de Gestión de Fauna Silvestre de los Grados en Ingenierías Agrarias, Biología, Ciencias Ambientales y afines. En este quinto volumen, se presenta una actividad de cómputo centrada en la estimación de densidades poblacionales basada en datos de itinerario, uno de los métodos más habituales para el estudio de la fauna.

Las cuestiones prácticas propuestas han sido diseñadas para ser resueltas en el entorno de programación R por usuarios sin experiencia previa en programación, pero que estén familiarizados con el uso de hojas de cálculo, navegación en sistema operativo Windows y que conozcan la interfaz de R y RStudio a nivel básico.

Los ejercicios cuentan con un planteamiento teórico breve, aportándose las bases de datos de ejemplo de un modo intuitivo para que el estudiante pueda utilizarlas y seguir el guion paso a paso hasta llegar a la respuesta solicitada. Se espera que el alumnado pueda repetir la actividad con bases de datos simuladas o reales facilitadas por el profesorado, para de este modo poner a prueba lo aprendido, observar diferencias entre bases de datos y comprender en mayor medida el significado de cada una de las líneas de comando requeridas.

En este sentido, se ha recurrido a una sintaxis sencilla para los comandos en R, a fin de facilitar su comprensión por parte de los usuarios sin experiencia previa. Así, cabe mencionar que los ejercicios tienen una finalidad didáctica y no pretenden servir de base para análisis complejos para investigación, existiendo para ello numerosos repositorios y bases de datos de entrenamiento que exceden la finalidad de este material.

Finalmente, se facilitan recursos bibliográficos de apoyo que podrán ayudar a los estudiantes a ampliar su conocimiento teórico y explorar otras formas de resolver los ejercicios propuestos en el entorno de R.

El autor, septiembre de 2025

Ejercicio 1. Estima de densidad mediante itinerario empleando el método de Hayne

Planteamiento

En una reserva regional de caza se están realizando censos de ciervo (*Cervus elaphus* L.) en dos zonas diferentes por el método de itinerario en vehículo a motor. Los datos recogidos tras recorrer 15 km de distancia de muestreo en la zona más oriental de la reserva se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Datos de censo en la zona este.

Ejemplar (n_i)	Distancia de avistamiento (r_i) (m)	Ángulos de avistamiento (θ_i) (°)
1	200	33
2	200	55
3	160	8
4	430	22
5	250	39
6	130	42
7	150	10
8	235	45
9	200	55
10	100	46
11	150	35
12	200	25

Como es habitual en los censos por itinerario, los ejemplares han sido avistados individualmente (n_i) y se han anotado las distancias entre el observador y el ejemplar (r_i), así como el ángulo de posición entre el observador y el animal (θ_i). En esta clase de muestreos se asume que los animales se mantienen en una posición natural y que la detectabilidad a ambos lados de la línea de muestreo es total.

Con estos datos, los gestores quieren conocer la densidad de población de ciervo en esta zona de la reserva y para ello desean utilizar el método de Hayne (1949). Según este método, los ángulos de observación tienden a presentar un valor medio de 32,7° (valor de referencia) y en base a esta asunción de partida, la densidad poblacional puede estimarse utilizando la ecuación 1, con una varianza definida por la ecuación 2. El error de la estimación se obtiene calculando la raíz cuadrada de la varianza.

$$D = n/2L \left[\frac{1}{n} \times \sum \frac{1}{r_i} \right] = 1/2L \times \sum \frac{1}{r_i} \quad (\text{Ecuación 1})$$

Dónde:

D: densidad poblacional estimada.

n: número de ejemplares avistados.

L: longitud del itinerario.

r_i : distancia de avistamiento del ejemplar i.

$$Var(D) = D^2 \left[\frac{var(n)}{n^2} + \frac{\sum \left(\frac{1}{r_i} - R \right)^2}{R^2 \times n(n-1)} \right] \quad (\text{Ecuación 2})$$

$$R = \left(\frac{1}{n} \times \sum \frac{1}{r_i} \right) \quad (\text{Ecuación 3})$$

Dónde:

Var(D): varianza de D.

D: densidad poblacional estimada.

n: número de ejemplares avistados.

var(n): varianza de n [puede aproximarse a n de acuerdo con Krebs (2014)].

r_i : distancia de avistamiento del ejemplar i.

R: media de las distancias recíprocas de avistamiento (ecuación 3).

Así pues, se pide:

1) Calcular la estimación de densidad poblacional indicando el error de la misma.

Solución

Para proceder con la estimación de densidad poblacional por el método de Hayne recurriremos al uso del entorno de programación R (R Core Team, 2020).

a. Establecer el directorio de trabajo y cargar la base de datos

Todo usuario debe tener previamente instalado en su ordenador el *software* R (<https://www.r-project.org/>) y se recomienda contar también con RStudio

(<https://www.rstudio.com/>) de modo que se pueda seguir fácilmente la línea de comandos dispuesta y anotada a continuación.

En primer lugar, se carga el directorio de trabajo, en este caso una carpeta ubicada en la unidad C del PC denominada "CursoBio". En esta carpeta habremos depositado el fichero de datos previamente.

```
setwd("C:/CursoBio")
```

A continuación, se cargan los datos, los cuales estarán disponibles como archivo en extensión ".csv" en el repositorio de recursos docentes de la Universidad de Valladolid donde se depositará asimismo el presente manual. Llamaremos a nuestros datos `datos1`, como elemento de R.

```
datos1<-read.csv2(file.choose(), header=T)
```

se abrirá una ventana en el navegador (barra de tareas inferior en Windows) y tendremos que navegar hasta la carpeta que contenga el archivo de trabajo para seleccionarlo. El archivo original lleva por nombre "*Datos_ciervos_Hayne.csv*". Con el comando "`header=T`" estamos indicando que los datos tienen encabezados por lo que la primera línea del archivo ".csv" se incorporará de este modo en R.

```
view(datos1)
```

visualizamos la base de datos

```
str(datos1)
```

comprobamos que todas las variables son numéricas.

```
#
```

```
'data.frame': 12 obs. of 3 variables:
 $ ni      : int  1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
 $ ri      : int  200 200 160 430 250 130 150 235 200 100 ...
 $ thetai  : int  33 55 8 22 39 42 10 45 55 46 ...
```

```
#
```

A continuación, se genera el objeto L donde se asignará la longitud recorrida por los observadores en el itinerario. Es esencial que las unidades de este valor sean las mismas que las de las distancias r_i , de lo contrario se generará un error de unidades desde el principio que se arrastrará durante todo el ejercicio.

```
L1<- 15000
```

Posteriormente generamos un objeto que contenga el valor de n mediante un conteo de columnas y, con ello, calculamos el valor de la variable R (media de recíprocas) de la ecuación 3.

```
n1 <- nrow(datos1)
```

```
n1 # 12
```

```
R1 <- (1 / n1) * sum(1 / datos1$ri)
```

```
R1 # 0,005654712
```

Finalmente se calcula el ángulo medio de observación.

```
theta_medial <- mean(datos1$thetai)
```

```
theta_medial # 34,58333°
```

b. Verificación de asunciones

Como se ha comentado anteriormente, el modelo de Hayne asume que la media de ángulos de observación de los ejemplares es similar a 32,7°. Por tanto, antes de comenzar con los cálculos, es esencial verificar que esta asunción es aceptable. Para ello, se calcula el valor del estadístico z (ecuación 4) que nos indicará si se acepta o rechaza dicha asunción. Siempre que el valor obtenido de z para el caso de estudio quede recogido entre los valores -1,96 y 1,96, se podrá aceptar la asunción de Hayne, en caso contrario habría que utilizar una versión modificada del modelo para no incurrir en errores graves de estimación (ver ejercicio 2).

$$Z = \frac{\sqrt{n} \times (\theta_{med} - 32,7)}{21,56} \quad (\text{Ecuación 4})$$

Dónde:

z: valor crítico calculado.

n: número de ejemplares avistados.

θ_{med} : valor de la media aritmética de los ángulos de avistamiento registrados.

Se introducen los valores de referencia:

```
valor_esperado <- 32.7
```

```
desviacion <- 21.56
```

Se procede al cálculo:

```
z1<- (sqrt(n1) * (theta_medial - valor_esperado)) / desviacion
```

```
z1 # 0,3026001
```

El valor z queda comprendido en el intervalo $(-1,96, 1,96)$ por lo que se acepta la asunción del modelo de Hayne y se puede seguir utilizando las ecuaciones comentadas anteriormente.

c. Cómputo de densidad poblacional y error de la estimación

A continuación, se introduce en R las ecuaciones que rigen tanto la densidad como su varianza (ecuaciones 1 y 2), después se obtiene el error de la estimación.

```
D_H <- (1 / (2 * L1)) * (R1*n1)
```

```
D_H # 2,261885 x 10-6 individuos / m2
```

Transformamos a una unidad de densidad a escala paisaje (por convenio, individuos por hectárea):

```
D_H_ha <- D_H * 10000
```

```
D_H_ha # 0,02261885 individuos / ha
```

Procedemos con la varianza y el error:

Parte 1 del término dentro del corchete de la ecuación 2.

```
term1H <- n1 / (n1^2)
```

Parte 2 del término dentro del corchete.

```
term2H_numerador1 <- sum((1 / datos1$ri - R1)^2)
```

```
term2H_denominador1 <- R1^2 * n1 * (n1 - 1)
```

```
term2H <- term2H_numerador1 / term2H_denominador1
```

Varianza de D_H.

```
Var_H <- D_H^2 * (term1H + term2H)
```

Error estándar en unidades de paisaje (hectáreas).

```
error_H <- (Var_H)^0.5
```

```
error_H_ha <- error_H * 10000
```

```
error_H_ha # 0,0069165 individuos / ha
```

Con estos resultados, se puede concluir que en la zona oriental de la reserva se estima una densidad poblacional de $0,022 \pm \sim 0$ ciervos / hectárea.

Ejercicio 2. Estima de densidad mediante itinerario empleando el método de Burnham y Anderson

Planteamiento

El segundo censo de ciervo realizado en la reserva de caza ha tenido un recorrido de 15 km y se ha realizado en la zona oeste del territorio al mismo tiempo que el censo del ejercicio 1 para evitar dobles conteos de ejemplares. Los resultados se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Datos de censo en la zona oeste.

Ejemplar (n_i)	Distancia de avistamiento (r_i) (km)	Ángulos de avistamiento (θ_i) ($^\circ$)
1	0,220	54
2	0,130	61
3	0,230	22
4	0,100	32
5	0,050	22
6	0,080	65
7	0,220	90
8	0,120	67
9	0,050	69
10	0,135	55

Como en el caso anterior, se pide:

- 1) Calcular la estimación de densidad poblacional indicando el error de la misma.
- 2) Comparar las densidades de población obtenidas en ambas zonas de muestreo.

Solución

a. Cargar la base de datos

```
datos2<-read.csv2(file.choose(), header=T) # el archivo original se titula
"Datos_ciervos_Burnham_y_Anderson.csv".
```

```
str(datos2) # comprobamos que todas las variables son numéricas.
```

```
#
```

```
'data.frame': 10 obs. of 3 variables:
 $ ni : int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
 $ ri : num 0.22 0.13 0.23 0.1 0.05 0.08 0.22 0.12 0.05 0.135
 $ thetai: int 54 61 22 32 22 65 90 67 69 55
```

```
#
```

Cargamos el resto de los datos en las unidades correspondientes (la longitud del recorrido, en este caso, en kilómetros, para mantener la coherencia con las unidades de r_i de la Tabla 2).

```
L2<- 15
```

```
n2 <- nrow(datos2)
```

```
n2 # 10
```

```
R2 <- (1 / n2) * sum(1 / datos2$ri)
```

```
R2 # 9,937178
```

Finalmente se calcula el ángulo medio de observación:

```
theta_media2 <- mean(datos2$thetai)
```

```
theta_media2 # 53,70°
```

b. Verificación de asunciones

El primer paso requiere calcular el valor del estadístico z.

```
z2<- (sqrt(n2) * (theta_media2 - valor_esperado)) / desviacion
```

```
z2 # 3,080141
```

Haciendo uso de la ecuación 4, se comprueba que el valor z en este caso supera notablemente el umbral superior de 1,96, por lo que no es posible asumir las bases de cálculo del modelo de Hayne. En estos casos se debe recurrir al modelo desarrollado por Burnham y Anderson (1976) que ajusta las estimaciones de Hayne mediante un factor de corrección c (ecuación 5), permitiendo obtener la estimación de densidad poblacional empleando la ecuación 6 y su varianza mediante la ecuación 7. El error se obtiene asimismo como la raíz cuadrada de la varianza.

$$c = 1,9661 - (0,02954 \times \theta_{med}) \quad (\text{Ecuación 5})$$

$$D' = c \times n/2L \left[\frac{1}{n} \times \sum \frac{1}{r_i} \right] = c/2L \times \sum \frac{1}{r_i} \quad (\text{Ecuación 6})$$

$$Var(D') = D'^2 \left\{ \frac{var(n)}{n^2} + \frac{0,000876}{c^2} \left[\frac{\sum (\theta_i - \theta_{med})^2}{n(n-1)} \right] + \frac{\sum (1-r_i) - R^2}{n(n-1) \times R^2} \right\} \quad (\text{Ecuación 7})$$

Dónde:

c: factor de corrección.

D': densidad poblacional estimada.

n: número de ejemplares avistados.

L: longitud del itinerario.

r_i : distancia de avistamiento del ejemplar i.

θ_i : ángulo de avistamiento del ejemplar i.

θ_{med} : valor de la media aritmética de los ángulos de avistamiento registrados.

Var(D'): varianza de D'.

var(n): varianza de n (puede aproximarse a n).

R: ver ecuación 3.

c. Cómputo de densidad poblacional y error de la estimación

Procedemos a calcular c y la densidad según este modelo:

```
c<-1.9661 -(0.02954*theta_media2)
```

```
c # 0,379802
```

```
D_BA <- c * (1 / (2 * L2)) * (R2*n2)
```

```
D_BA # 1,258053 individuos / km²
```

```
D_BA_ha <- D_BA/100
```

```
D_BA_ha # 0,01258053 individuos / ha
```

A continuación, seguimos con el cálculo de la varianza y el error:

Término 1 dentro del corchete de la ecuación 7.

```
term1 <- n2 / (n2^2)
```

Término 2.

```
term2_numerador <- sum((datos2$thetai - theta_media2)^2)
```

```
term2_denominador <- n2 * (n2 - 1)
```

```
term2 <- (0.000876 / c^2) * (term2_numerador / term2_denominador)
```

Término 3.

```
term3_numerador <- sum(1 - datos2$ri) - R2^2
```

```
term3_denominador <- n2 * (n2 - 1) * R2^2
```

```
term3 <- term3_numerador / term3_denominador
```

Cálculo de la varianza.

```
Var_BA <- D_BA^2 * (term1 + term2 + term3)
```

Cálculo del error y transformación del error a individuos por hectárea.

```
error_BA <- (Var_BA)^0.5
```

```
error_BA # 0,7818412 individuos / km2
```

```
error_BA_ha <- error_BA / 100
```

```
error_BA_ha # 0,007818412 individuos / ha
```

La densidad de población en la zona oeste se estima en $0,012 \pm \sim 0$ ciervos / hectárea. Esto implica que la densidad estimada es aproximadamente 1,8 veces superior en la zona oriental. En ambos casos, la densidad poblacional podría considerarse baja según los valores mencionados por Lucio (1998) para la zona central y sur de España.

En este punto, se invita al lector a repetir este último ejercicio empleando las ecuaciones del método de Hayne. De este modo, podrá comprobar cómo se desvía la estimación respecto de la aportada por Burnham y Anderson y podrá valorar la importancia de comprobar si es pertinente aceptar las asunciones del método antes de comenzar con los cálculos.

Bibliografía

- Burnham K.P. & Anderson D.R. 1976. Mathematical Models for Nonparametric Inferences from Line Transect Data. *Biometrics*, 32, 325–336.
- Hayne D.W. 1949. An examination of the strip census method for estimating animal populations. *The Journal of Wildlife Management*, 13, 145–157.
- Krebs C.J. 2014. *Ecological methodology*. University of British Columbia. 745 pp.
- Lucio A.J. 1998. *Datos biológicos básicos de las especies cinegéticas ibéricas*. Ediciones Universidad de Valladolid. 42 pp.
- R Core Team. 2020. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna. <https://www.R-project.org/>