



Universidad de Valladolid

FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJO FIN DE GRADO

Grado en Física

ESTUDIO AERODINÁMICO DE SUPERFICIES CON DISTINTA GEOMETRÍA: ARRASTRE Y SUSTENTACIÓN

Autor: Juan Celada Martínez

Tutores: Laura Palacio Martínez y Pedro Prádanos del Pico

Año 2025

Resumen: Este Trabajo Fin de Grado presenta un estudio experimental sobre el comportamiento aerodinámico de cuerpos con distintas geometrías expuestos a un flujo de aire controlado. Se analizan las fuerzas de arrastre y sustentación en función de parámetros como la superficie expuesta, el ángulo de ataque, la velocidad del flujo y la rugosidad de la superficie. Se determina la variación del coeficiente de arrastre con el número de Reynolds y se exploran fenómenos como la crisis de arrastre. Asimismo, se mide la distribución de presiones en alas gruesas y se analizan los efectos de borde en las mismas. Los resultados permiten validar conceptos teóricos fundamentales de la mecánica de fluidos y muestran cómo ciertas configuraciones geométricas optimizan el comportamiento aerodinámico, dando lugar a multitud de aplicaciones cotidianas como en el vuelo de aeronaves.

Palabras clave: aerodinámica, arrastre, sustentación, número de Reynolds, perfil de presiones, crisis de arrastre, flujo turbulento, ángulo de ataque.

Abstract: This work presents an experimental study on the aerodynamic behavior of bodies with different geometries exposed to a controlled airflow. Drag and lift forces are analyzed as functions of surface area, angle of attack, flow velocity, and surface roughness. The variation of the drag coefficient with the Reynolds number is examined, and phenomena such as drag crisis are explored. Additionally, pressure distribution over thick airfoils is measured, and edge effect are analysed. The results validate key theoretical concepts in Fluid Mechanics and demonstrate how certain geometric configurations enhance aerodynamic performance, leading to a wide range of practical applications such as aircraft flights.

Keywords: aerodynamics, drag, lift, Reynolds number, pressure profile, drag crisis, turbulent flow, angle of attack.

*El presente Trabajo de Fin de Grado se ha llevado a cabo gracias a la financiación de la **beca del Consejo Social de la Universidad de Valladolid**, destinada a la colaboración en tareas de investigación en departamentos universitarios. Así mismo, se ha desarrollado bajo el amparo del **Departamento de Física Aplicada** de la Universidad de Valladolid, el cual ha facilitado el uso de su laboratorio de máster y ha prestado su apoyo institucional y material durante toda la realización del trabajo.*

Índice general

Introducción	1
1. Fundamentos de aerodinámica	3
1.1. Generalidades de mecánica de fluidos	3
1.2. Fuerza aerodinámica: arrastre y sustentación	5
1.3. Teoría de la capa límite	7
1.4. Número de Reynolds	8
1.5. Paradoja de D'Alembert	9
2. Dispositivo y procedimientos experimentales	11
2.1. Fuerzas de arrastre y sustentación	13
2.1.1. Coeficiente de arrastre de un ala plana	14
2.1.2. Influencia de la velocidad del flujo y el área en la fuerza de arrastre	14
2.1.3. Fuerza de arrastre y geometría	15
2.1.4. Sustentación de un ala plana bajo cierto ángulo	16
2.1.5. Arrastre y sustentación: diagrama polar	16
2.2. Número de Reynolds y crisis de arrastre	17
2.3. Perfil de presiones en un ala gruesa	18
2.3.1. Presiones longitudinales	18
2.3.2. Presiones transversales	20
3. Resultados experimentales y discusión	21
3.1. Fuerzas de arrastre y sustentación	21
3.1.1. Coeficiente de arrastre de un ala plana	21
3.1.2. Influencia de la velocidad del flujo y el área en la fuerza de arrastre	22
3.1.3. Fuerza de arrastre y geometría	24
3.1.4. Sustentación de un ala plana bajo cierto ángulo	26
3.1.5. Arrastre y sustentación: diagrama polar	27
3.2. Número de Reynolds y crisis de arrastre	28
3.3. Perfil de presiones en un ala gruesa	32
3.3.1. Presiones longitudinales	32
3.3.2. Presiones transversales	35
4. Conclusiones	37
Lista de figuras	39
Lista de tablas	39
A. Cálculo de errores	43
A.1. Subsección 3.1.1	43
A.2. Subsección 3.1.2	43
A.3. Sección 3.2	44

Bibliografía**45**

Introducción

La aerodinámica, rama de la mecánica de fluidos centrada en el estudio del movimiento del aire y su interacción con los cuerpos inmersos en él, ocupa un papel central en múltiples disciplinas científicas y tecnológicas. Desde el diseño de aeronaves hasta la ingeniería civil, pasando por aplicaciones en el deporte, la medicina y la industria automotriz, comprender cómo se comportan los fluidos en movimiento es esencial para optimizar el rendimiento, reducir el consumo energético y garantizar la seguridad de sistemas en movimiento.

En este contexto, dos de los fenómenos más relevantes son la fuerza de arrastre, que representa la oposición del fluido al desplazamiento de un cuerpo, y la fuerza de sustentación, responsable de mantener objetos en el aire, como es el caso de las alas de un avión. Ambas fuerzas dependen de múltiples factores, entre los que destacan la geometría del objeto, el ángulo de ataque, la velocidad del flujo y características físicas del fluido como su viscosidad y densidad. A pesar de la existencia de modelos teóricos que intentan describir estos fenómenos, la complejidad de las ecuaciones involucradas (como las de Navier-Stokes) y las condiciones no ideales presentes en la realidad obligan a recurrir a la experimentación como herramienta fundamental para la obtención de resultados fiables.

El presente trabajo se enmarca en ese espíritu experimental. Se ha diseñado y llevado a cabo un estudio sistemático en laboratorio con el objetivo de analizar cómo varían las fuerzas de arrastre y sustentación en función de distintos parámetros físicos y geométricos. Se han utilizado distintos perfiles aerodinámicos (planos, circulares, curvos, esféricos, con diferentes rugosidades), expuestos a un flujo de aire controlado mediante un generador de flujo de aire y medidos con ayuda de un tubo de Pitot, dinamómetros, manómetros, etc.

Los objetivos principales del estudio han sido tres:

1. Determinar experimentalmente las fuerzas de arrastre y sustentación en diversos perfiles, explorando su relación con la superficie expuesta, la velocidad y el ángulo de incidencia del flujo.
2. Estudiar la dependencia del coeficiente de arrastre con el número de Reynolds, parámetro adimensional fundamental en mecánica de fluidos, y discutir fenómenos como la crisis de arrastre.
3. Analizar la distribución de presiones sobre alas gruesas, obteniendo perfiles de presión longitudinal y transversal que permiten inferir las regiones generadoras de sustentación.

Los resultados obtenidos muestran, entre otros aspectos, como geometrías más aerodinámicas y superficies lisas tienden a reducir el arrastre, como el aumento del ángulo de ataque potencia la sustentación hasta cierto límite, y como la rugosidad puede adelantar fenómenos de transición turbulenta. En su conjunto, este trabajo permite visualizar de manera tangible los principios de la aerodinámica y su aplicación

práctica, aportando además evidencia experimental de que modelos ideales como el propuesto por D'Alembert (según el cual el arrastre sería nulo en fluidos ideales) no son aplicables al caso real de flujos viscosos como el aire atmosférico.

Capítulo 1

Fundamentos de aerodinámica

La *aerodinámica* es la rama de la mecánica de fluidos que estudia el movimiento del aire u otros gases (en general, fluidos compresibles) y su interacción con los cuerpos que se mueven entre ellos. El flujo de aire alrededor de un cuerpo en su seno es un fenómeno de alta complejidad, que a menudo requiere de hipótesis simplificadoras. En este primer capítulo se sientan las bases de la aerodinámica, unas primeras definiciones y resultados que más tarde serán de utilidad en el trabajo y, en definitiva, el lenguaje y notación que se utilizará a lo largo del mismo.

1.1. Generalidades de mecánica de fluidos

En el estudio matemático de los fluidos resultan importantes los conceptos de línea de corriente, como curva que es tangente en cada instante de tiempo a la velocidad del fluido, y de flujo. Más formalmente se definen como sigue (como referencia para esta sección, se toma el primer capítulo de [1]).

Definición 1.1. Sea Ω un abierto de \mathbb{R}^3 , $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ un intervalo (eventualmente infinito) y $u : I \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ el campo de velocidades de un fluido. Se definen las *líneas de corriente* (en inglés, *streamlines*) como las curvas $r(t)$ solución del sistema de ecuaciones diferenciales

$$\frac{dr}{dt} = \frac{u(t, x)}{|u|},$$

donde $dr = |dr|$.

Observación 1.2. Dos líneas de corriente no pueden cortarse. De lo contrario, dicho fluido presentaría dos velocidades distintas en un mismo punto, lo cual no es físicamente posible.

Definición 1.3. En las condiciones de la definición 1.1, la aplicación $X : I \times \Omega \rightarrow \Omega$ dada por $X(t, a) = x(t)$, si x es la solución al problema de Cauchy

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u(t, x) \\ x(0) = a \end{cases},$$

se llama *flujo del campo de velocidades* v .

Observación 1.4. La aplicación X anterior representa la trayectoria seguida por una partícula inmersa en el seno del campo de velocidades u que parte del punto a .

Definición 1.5. En un instante de tiempo t , una *estela* es una curva que une todos los puntos materiales que han pasado (o pasarán) por un lugar determinado en ese tiempo.

Un resultado clave en física de fluidos es la *ecuación de continuidad*. Esta constituye la expresión matemática, en forma diferencial, del principio básico de conservación de la masa. Se puede caracterizar un fluido por una función densidad $\rho = \rho(t, \mathbf{x})$ de forma que la masa de una región $V = V(t)$ en el instante de tiempo t viene dada por la expresión

$$M(t) = \int_{V(t)} \rho(t, \mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (1.1)$$

Admitiendo que la masa se conserva por el flujo dado por la definición 1.3, del teorema de transporte de Reynolds (para más detalles, ver la sección 1.2.5 de [1] y la sección 4.2. de [2]), se sigue que

$$M'(t) = \int_{V(t)} \frac{\partial \rho}{\partial t}(t, \mathbf{x}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) d\mathbf{x} = 0.$$

Como $V = V(t)$ es un dominio arbitrario, se deduce que sólo puede ser

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0. \quad (1.2)$$

La ecuación 1.2 será llamada *ecuación de continuidad*, y es la primera de las ecuaciones de Navier-Stokes. Motiva, además, la siguiente definición.

Definición 1.6. Un fluido se dice que es *incompresible* si la densidad permanece constante a lo largo del flujo, i.e. $\rho = \text{const.}$

Observación 1.7. Es interesante notar que, en virtud de la ecuación de continuidad, para un fluido incompresible se tiene que $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$. Esto, en la jerga del análisis vectorial, equivale a decir que el campo \mathbf{u} es solenoidal.

Las fuerzas sobre un fluido vienen dadas por campos externos y fuerzas de contacto (o de superficie), como la presión y los esfuerzos de tensión por presión viscosa. Entre los campos externos que pueden afectar al fluido, se considera el caso del campo gravitatorio: $\mathbf{F} = -\rho \nabla \Phi = \rho \mathbf{g}$, donde Φ representa el potencial gravitatorio y \mathbf{g} , el campo. Para las fuerzas de contacto, se toma un fluido donde estas toman la forma $-\nabla p$, si p es el campo de presiones. Entre los esfuerzos de tensión destacan los debidos a la viscosidad del fluido, y que representan la oposición de este al movimiento. En el caso en el que la variación del esfuerzo sea lineal con el gradiente de la velocidad, se dice que el fluido es *newtoniano*, y los efectos viscosos adoptan la forma $\mu \Delta \mathbf{u}$. Aquí $\Delta \mathbf{u}$ representa el laplaciano de \mathbf{u} , mientras μ es el *coeficiente de viscosidad dinámica*.

Si con todas las fuerzas anteriores se escribe la segunda ley de Newton para un fluido incompresible, esta resulta en la otra ecuación de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nu \Delta \mathbf{u}, \quad (1.3)$$

donde se ha introducido el *coeficiente de viscosidad cinemática*,

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Ignorando los efectos de viscosidad, se llega a la *ecuación de Euler*:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g}, \quad (1.4)$$

que describe el movimiento de un fluido incompresible y no viscoso en el seno de

un campo gravitatorio. Esta ecuación es de gran utilidad en una gran mayoría de situaciones. Es por esto que se establece la siguiente definición.

Definición 1.8. Un fluido se dice que es *ideal* (*inviscid*, en inglés) si es incompresible y no viscoso.

Definición 1.9. Un fluido se dice que es *estacionario*, que está en *régimen estacionario* o que tiene *flujo estacionario* si se cumple que $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0$.

El resultado central de la dinámica de fluidos ideales es el *teorema de Bernoulli*, que establece una relación entre la presión (en realidad, la entalpía) del fluido y su velocidad en puntos a lo largo de una línea de corriente. Se enuncia como sigue, según se presenta en la sección 4.9 de [2].

Teorema 1.10 (*Teorema de Bernoulli*). Sea un fluido ideal, incompresible y en estado estacionario sobre el que actúa una fuerza conservativa de la forma $\mathbf{F} = -\rho \nabla \Phi$. A lo largo de una línea de corriente la función de Bernoulli

$$\mathcal{B} = \frac{p}{\rho} + \Phi + \frac{1}{2}u^2 \quad (1.5)$$

es constante.

Otro resultado central en la teoría clásica de mecánica de fluidos es el *principio de Arquímedes*, que se enuncia a continuación como corolario de un teorema más general.

Teorema 1.11. Sea V un cuerpo inmerso en el seno de un fluido y sea $A = \partial V$ el área periférica del cuerpo. La fuerza total ejercida por el fluido sobre V viene dada por la integral de superficie

$$\mathbf{F} = \int_A p \, d\mathbf{a}, \quad (1.6)$$

donde p es el campo de presiones del fluido.

Corolario 1.12 (*Principio de Arquímedes*). La fuerza ejercida por un fluido en equilibrio estático sobre un cuerpo sumergido en él es vertical y hacia arriba y tiene el valor del peso del fluido desalojado.

1.2. Fuerza aerodinámica: arrastre y sustentación

El desarrollo teórico de la presente sección se basa en el primer capítulo de [3]. Se supone para empezar un cuerpo, digamos una aeronave como la de la figura 1.1, sumergido en el aire. Se denota por \mathbf{W} el peso del cuerpo, vertical y hacia abajo, y por \mathbf{w} el empuje sufrido por este según el principio de Arquímedes (corolario 1.12). La suma vectorial resultante se presenta en la figura como $\mathbf{W} + \mathbf{w}$, y será de magnitud $W - w$. Además, actuará independientemente de que el cuerpo esté en movimiento o en reposo.

En caso de que el cuerpo se mueva a velocidad constante y horizontal \mathbf{V} , deberá existir una fuerza \mathbf{T} que mantenga este movimiento uniforme - por ejemplo, los motores propulsores de la aeronave. En consecuencia, por la 1ª ley de Newton, deberá existir una fuerza adicional, \mathbf{A} , tal que $\mathbf{T} + \mathbf{W} + \mathbf{w} + \mathbf{A} = \mathbf{0}$ para que la aeronave avance a velocidad constante. Esta fuerza \mathbf{A} es la llamada *fuerza aerodinámica* ejercida sobre el cuerpo. Uno de los grandes problemas de la aerodinámica es la investigación y estudio de esta fuerza.

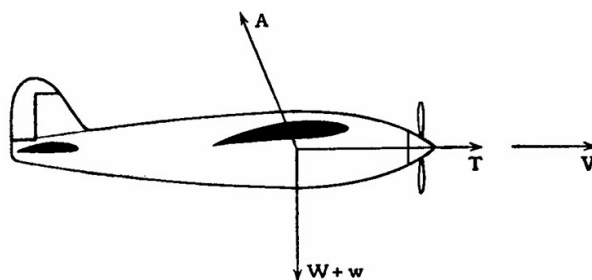


Figura 1.1: Diagrama de fuerzas sobre una aeronave. Adaptado de [3].

La fuerza aerodinámica puede expresarse en términos de dos componentes: una perpendicular a la velocidad, L , y otra opuesta a ella, D , como en la figura 1.2. Si se denota por γ el ángulo entre la fuerza aerodinámica y la vertical (conocido como *ángulo de planeo*), resulta que los módulos de estas fuerzas vienen dados en términos del módulo de A y de γ según las expresiones:

$$L = A \cos(\gamma) \quad \text{y} \quad D = A \sin(\gamma).$$

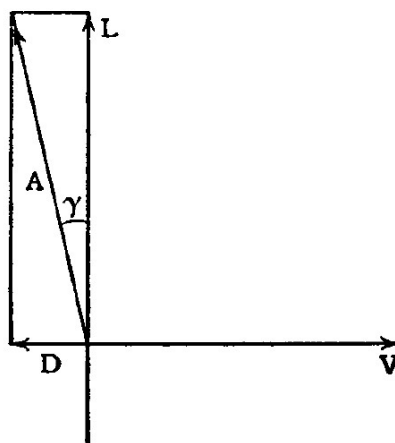


Figura 1.2: Componentes de la fuerza aerodinámica. Adaptado de [3].

Además, la relación entre ellas viene descrita por

$$\tan(\gamma) = \frac{D}{L}. \quad (1.7)$$

De este estudio se desprende la siguiente definición.

Definición 1.13. Se llama *arrastre* o *resistencia al avance* (en inglés, drag) a la componente de la fuerza aerodinámica opuesta al sentido de movimiento. Se llama *sustentación* (en inglés, lift) a la componente de la fuerza aerodinámica perpendicular a la dirección de movimiento.

Observación 1.14. Por convenio, se considera que la sustentación es positiva cuando se opone a la atracción gravitatoria, como en la figura 1.2.

A la hora de evaluar la fuerza que ejerce un fluido, por ejemplo el aire, sobre un cuerpo en su seno, se recurre a la expresión dada en el teorema 1.11. Esta es la fuerza aerodinámica cuyas componentes son la sustentación y el arrastre establecidas en la definición 1.13.

Para el cálculo de las fuerzas de arrastre y sustentación, es preciso reescribir el integrando de la ecuación 1.6 de una forma más manejable, que incluya magnitudes más fácilmente medibles de cara a facilitar la experimentación. En virtud del teorema de Bernulli (teorema 1.10), en dos puntos, 1 y 2, a lo largo de una línea de corriente del flujo se cumple que

$$\frac{p_1}{\rho} + \Phi_1 + \frac{1}{2}u_1^2 = \frac{p_2}{\rho} + \Phi_2 + \frac{1}{2}u_2^2.$$

En caso de que los potenciales gravitatorios sean iguales (alturas iguales), y de que la velocidad en, por ejemplo, el punto 2 sea nula (*punto de estancamiento*), se tiene que

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 = \frac{p_2}{\rho} \quad \text{o bien} \quad p_2 - p_1 = \frac{1}{2}\rho u^2.$$

Esto se reescribe en términos de la presión dinámica,

$$q = \frac{1}{2}\rho u^2,$$

y asumiendo que en el punto 1 la presión es la atmosférica, p_0 , según la expresión

$$q = p - p_0. \quad (1.8)$$

Con esta reescritura, la evaluación de la integral en la ecuación 1.6 es inmediata en términos del área típica, f_p , del cuerpo (esta es el área de la sección transversal del objeto inmerso en el fluido). Proyectando según la figura 1.2, se obtienen las expresiones para el arrastre y la sustentación según

$$D = C_D f_p q = C_D f_p (p - p_0), \quad (1.9)$$

$$L = C_L f_p q = C_L f_p (p - p_0). \quad (1.10)$$

En las expresiones anteriores C_D y C_L son los correspondientes coeficientes de arrastre y sustentación. Estos son coeficientes adimensionales que se definen como el cociente entre la respectiva fuerza (arrastre o sustentación) dividido por la energía cinética del fluido y por el área típica del objeto, y dependen de los distintos perfiles aerodinámicos, a los que caracterizan, y son clave a la hora de llevar a cabo su estudio.

1.3. Teoría de la capa límite

En el estudio del movimiento de fluidos viscosos, la teoría de la capa límite, introducida por Ludwig Prandtl en 1904, representa un avance fundamental en la comprensión del comportamiento de los fluidos cerca de las superficies sólidas. Esta teoría establece que, cuando un fluido viscoso se mueve sobre una superficie, se forma una delgada región adyacente a dicha superficie, denominada *capa límite*, en la que los efectos de la viscosidad son predominantes. Dentro de esta capa, el gradiente de velocidad es considerable y la velocidad del fluido varía desde cero (debido a la condición de no deslizamiento en la pared) hasta valores cercanos a la velocidad del flujo externo no perturbado (para mayor detalle sobre la derivación matemática, ver la sección 5.3.1 de [4]).

Fuera de la capa límite, en contraste, las fuerzas viscosas se vuelven despreciables, y el movimiento del fluido puede describirse adecuadamente mediante la ecuación de Euler (ecuación 1.4). Esta disgregación del flujo permite simplificar significativamente el análisis de muchos problemas prácticos en dinámica de fluidos, al acoplar una solución viscosa en la región cercana a la pared con una solución no viscosa en el

exterior.

Uno de los fenómenos más relevantes asociados a esta teoría es la *separación* de la capa límite. Esta ocurre cuando, debido a un gradiente adverso de presión, las partículas del fluido en las proximidades de la pared pierden su cantidad de movimiento hasta detenerse, incluso llegando a revertir su sentido de movimiento. Como resultado, la capa límite se desprende de la superficie sólida, formando una región de flujo separado caracterizada por la aparición de remolinos o vórtices y turbulencia.

La separación de la capa límite da lugar a la formación de la estela, con presencia de vórtices y pérdidas de presión significativas. Este fenómeno tiene un impacto directo sobre el aumento de la resistencia aerodinámica y es determinante en el diseño de perfiles aerodinámicos y otras geometrías en ingeniería.

La introducción del concepto de capa límite no sólo resolvió las contradicciones entre la teoría existente del flujo potencial y los experimentos, sino que también permitió describir fenómenos como el de la separación, la formación de zonas con vorticidad y la transición del flujo laminar al turbulento, todos ellos de importancia en aerodinámica.

1.4. Número de Reynolds

En mecánica de fluidos, los parámetros adimensionales juegan un importante papel a la hora de estudiar el comportamiento de los fluidos. Ya se han presentado en secciones anteriores los coeficientes de arrastre y sustentación, pero sin duda alguna el parámetro adimensional más importante cuando de estudiar un fluido se trata es el *número de Reynolds*. Este surge de forma natural al adimensionalizar la ecuación de Navier-Stokes, y da cuenta de la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas (ver la sección 4.1.3 de [1]). Así mismo, permite cuantificar cuándo los términos no lineales de la ecuación 1.3, $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$, son despreciables, o no, frente a los términos viscosos, $\nu \Delta \mathbf{u}$. Aquí se presenta la definición en el caso de que el fluido sea aire y el estudio verse sobre la dinámica de un cuerpo en su seno.

Definición 1.15. Sea un cuerpo de anchura característica L en el seno de un flujo de aire de velocidad v , densidad ρ , y viscosidad dinámica μ . Se define el número de Reynolds como

$$\text{Re} = \frac{vL\rho}{\mu}. \quad (1.11)$$

Observación 1.16. Se puede dar una definición equivalente del número de Reynolds en términos de la viscosidad cinemática, ν , que resulta ser $\text{Re} = \frac{vL}{\nu}$.

El número de Reynolds sirve, entre otras muchas aplicaciones, para caracterizar el régimen del fluido, según establece el siguiente resultado.

Teorema 1.17. Sea el flujo de un fluido y Re el número de Reynolds asociado. Se cumple que:

- Si $\text{Re} < 2300$, entonces el régimen es *laminar*.
- Si $\text{Re} > 4000$, entonces el régimen es *turbulento*.
- Si $2300 < \text{Re} < 4000$, el flujo es inestable, y puede alternar de régimen laminar a turbulento.

Observación 1.18. Se recuerda que se dice que un flujo es turbulento si es caótico y con presencia de remolinos. Es típico de flujos con velocidades altas y viscosidades bajas, como el aire. En caso contrario, se dice que es laminar.

Un objetivo del trabajo será determinar el régimen o regímenes del flujo estudiado, así como establecer una dependencia del coeficiente de arrastre con el número de Reynolds. En particular, para el caso de la esfera.

El coeficiente de arrastre de la esfera ha sido objeto de estudio durante bastante tiempo. En 1912, Eiffel y sus colaboradores, al medir la resistencia de esferas de diámetros variados, observaron que la fuerza de arrastre descendía en un cierto rango de velocidades, cuando la velocidad aumentaba. Este hecho se conoce como *crisis de arrastre*.

Actualmente, se conocen perfiles para el coeficiente de arrastre de la esfera lisa y rugosa como los mostrados en la figura 1.3.

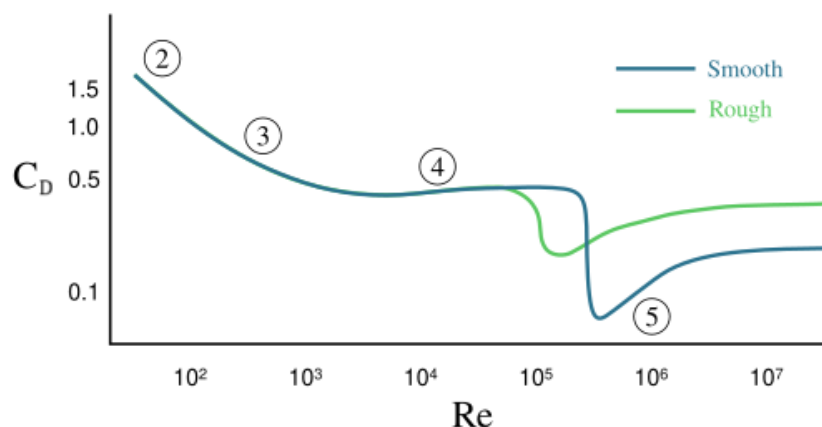


Figura 1.3: Tendencia de los coeficientes de arrastre de esferas lisas (smooth) y rugosas (rough) en función del número de Reynolds. Adaptado de [5].

Más aún, para el caso de esferas rugosas, se observa que esta crisis de arrastre sucede para valores del número de Reynolds inferiores a los correspondientes para la esfera lisa. Ello se justifica vía la teoría de la capa límite, introducida en la sección anterior. Para superficies rugosas, el fenómeno de la separación ocurre más tarde que en el caso liso, reduciendo el tamaño de la estela y, en consecuencia, la fuerza de arrastre.

1.5. Paradoja de D'Alembert

El resultado que se presenta en esta última sección introductoria es el que motivó la realización de este trabajo. Una buena referencia histórica sobre el mismo se puede encontrar en el artículo de Imperio de la Ciencia ([6]).

En 1752 el científico francés Jean le Rond D'Alembert demostró matemáticamente que los aviones no pueden volar. Más precisamente, el resultado establecido por D'Alembert fue el siguiente:

Teorema 1.19 (Paradoja de D'Alembert). En un flujo potencial, incompresible y no viscoso la fuerza de arrastre experimentada por un cuerpo sólido es nula.

Observación 1.20. Aunque no se ha entrado en detalles en este trabajo, la definición de flujo potencial está perfectamente definida en mecánica de fluidos. En pocas palabras, es aquel cuyo campo de velocidades es el gradiente de una función potencial escalar. La consecuencia fundamental de este hecho es que el flujo no presente vorticidad, que no es más que la tendencia a efectuar movimientos de rotación sobre sí

mismo. No se insiste más en ello, pues requiere de una teoría matemática más avanzada, y no se obtienen resultados mucho más interesantes que los que se presentarán a continuación.

La pregunta ahora podría ser: ¿está D'Alembert en lo cierto? La respuesta es inmediata e incontestable: no. Sin embargo, sus matemáticas eran impecables. ¿Qué ocurre entonces? Es sencillo, repasando las hipótesis del resultado, darse cuenta de que los flujos potenciales, incompresibles y no viscosos son una mera idealización. Estos permiten extraer conclusiones muy provechosas en muchos ámbitos de la mecánica de fluidos, pero no son adecuados para estudiar la teoría aerodinámica del arrastre y la sustentación.

En los subsiguientes capítulos de este trabajo se presentarán evidencias experimentales de que la hipótesis de D'Alembert sobre el vuelo de las aeronaves es categóricamente falsa, poniendo de manifiesto la existencia de fuerzas de resistencia al avance y de sustentación sobre cuerpos sólidos en el seno de un fluido viscoso como es el aire.

Capítulo 2

Dispositivo y procedimientos experimentales

Este capítulo se dedica a presentar y explicar cuidadosamente el material de laboratorio empleado, así como los métodos seguidos en cada una de las partes del trabajo para obtener los resultados experimentales. El dispositivo experimental lo conforman los siguientes materiales:

1. Fuente de alimentación y potenciómetro.
2. Generador de flujo de aire.
3. Tubo de Pitot de tipo Prandtl, con manómetro de precisión y líquido manométrico.
4. Tubos de goma (2).
5. Base soporte para 6 dispositivos.
6. Varilla roscada de 35 cm.
7. Varilla roscada de 10 cm.
8. Pesa para nivelar la balanza.
9. Soporte en U para la balanza.
10. Anclaje de la U a la base.
11. Varilla apuntada.
12. Pie para la varilla apuntada.
13. Barra para regular la altura de la varilla apuntada.
14. Polea.
15. Dinamómetros (2).
16. Varillas soporte para los dinamómetros (2).
17. Balanza y pesa.
18. Hilo y tijeras para cortarlo.
19. Nueces (4).

20. Varilla soporte de 1 m.
21. Conjunto de modelos aerodinámicos.
22. Alas perforadas (2).
23. Medidor de ángulo.
24. Termopar.
25. Barómetro.
26. Pie de rey.

En todas las etapas de la experiencia, el potenciómetro se utilizó para controlar la velocidad del flujo de aire expulsado por el generador de aire metálico (ver figura 2.1). Se empleó el tubo de Pitot para medir la presión dinámica del flujo de aire, dada por la ecuación 1.8, dando así cuenta de la velocidad del fluido. Para ello, se dispuso el Pitot enfrentado al generador de flujo de aire a una distancia aproximadamente igual a la que se encontrarían posteriormente los diferentes perfiles aerodinámicos.



Figura 2.1: Potenciómetro y generador de flujo de aire metálico.

A lo largo de los días en que se desarrolló el trabajo, se comprobaron las condiciones atmosféricas de presión y temperatura con el barómetro y el termopar. Debido a su escasa variación, se ha optado por asumir la hipótesis simplificadora de que ambas son constantes. La presión se aproximará por la atmosférica, $p_0 = 1 \text{ atm} = (1013,3 \pm 0,1) \text{ mbar}$, y la temperatura por $t = (20,0 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$. Para estas condiciones de presión y temperatura se conocen los datos del aire (ver [7]):

- Densidad del aire, $\rho = 1,205 \text{ kg/m}^3$
- Viscosidad dinámica del aire, $\mu = 1,82 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$.
- Viscosidad cinemática del aire, $\nu = 1,51 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Además, en todos los días que se desarrolló el trabajo, el manómetro arrojó el valor de $p_0 = 0,3 \text{ mbar}$ para la presión atmosférica, dato que permitiría, vía la ecuación 1.8, determinar la presión dinámica del flujo incidente.

En la gran parte de la experiencia, se utilizó la misma configuración experimental. Esta consistía en colocar en la base soporte la varilla soporte de 1 m y el soporte en U para la balanza. En uno de los extremos de la balanza se colocó una pesa móvil. En

el otro, las diferentes alas o perfiles aerodinámicos para el estudio. Para garantizar la fiabilidad de los resultados, la balanza se equilibró cuidadosamente previo a la toma de todas las medidas.

Se colgaron los dos dinamómetros en sus respectivas varillas, antes sujetas a la varilla soporte mediante nueces. Así mismo, se acopló a la balanza un transportador de ángulos que permitiría determinar el ángulo de incidencia del flujo de aire respecto al objeto.

La balanza se ató por un extremo a un trozo de hilo que, tras pasar por la polea (previamente fijada a la varilla soporte mediante varillas y nueces), se ató a uno de los dinamómetros. Este se utilizó para medir las fuerzas de arrastre, y se alternó entre el de 1 N y el de 100 mN, en función del rango de las fuerzas determinadas. El otro dinamómetro, suspendido de una varilla soporte en la vertical del extremo con el peso de la balanza, se ató a la balanza directamente vía otro trozo de hilo. Este serviría para determinar las fuerzas de sustentación, cuyo rango fue siempre apropiado para el uso del dinamómetro de 100 mN.

La configuración previamente descrita se muestra en la figura 2.2.

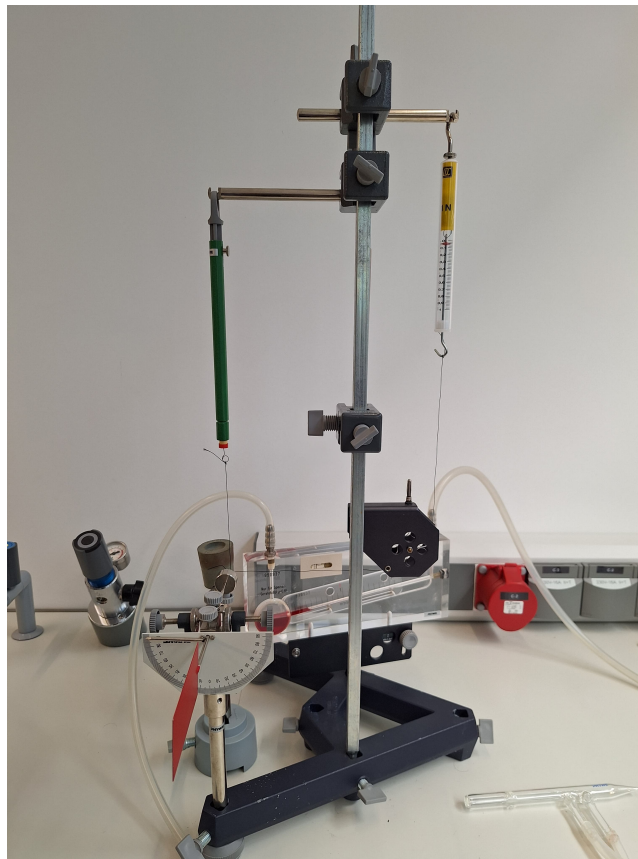


Figura 2.2: Montaje base para desarrollar los experimentos.

2.1. Fuerzas de arrastre y sustentación

En la primera parte del trabajo, se determinaron diversas fuerzas de arrastre y sustentación para diferentes áreas transversales, ángulos de ataque y velocidades de incidencia. Así mismo, se analizó la dependencia del arrastre con la geometría, y la relación entre ambas componentes aerodinámicas.

Previo a esto, se determinaron las áreas de las tres alas rectangulares y las tres alas circulares. Para las rectangulares, se utilizó el pie de rey para medir el alto y el ancho. En el caso de las circulares, se tomaron sucesivas medidas de los diámetros correspondientes. Las alas utilizadas se muestran en la figura 2.3.

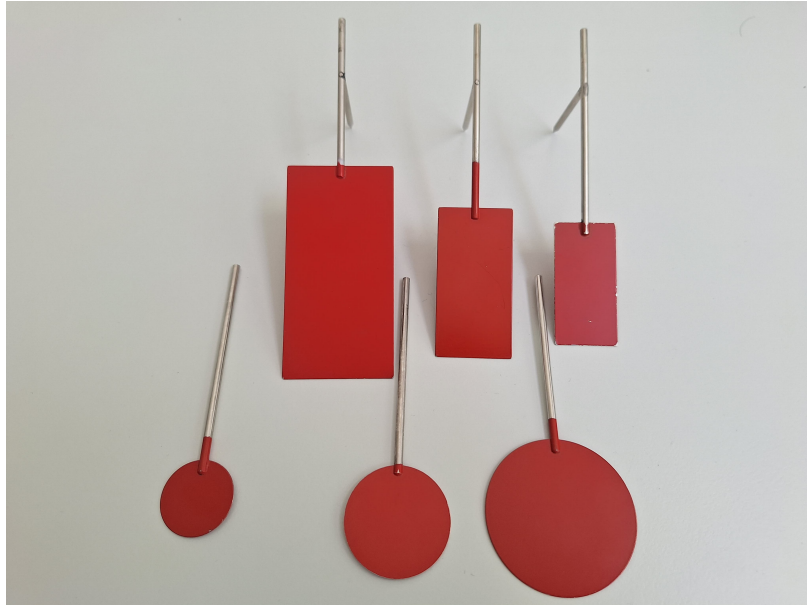


Figura 2.3: Alas planas, tres circulares y tres rectangulares.

2.1.1. Coeficiente de arrastre de un ala plana

En primer lugar, se colocó el ala rectangular de mayor tamaño en un extremo de la balanza, bajo ángulo de 90° (incidencia normal), y se hizo incidir un flujo de aire de velocidad variable. La presión asociada a dicha velocidad se midió con el tubo de Pitot. Para cada una de las velocidades, se determinó la fuerza de arrastre soportada por el ala con ayuda del dinamómetro.

Al incidir el chorro de aire sobre el ala, la balanza se desvía de su posición inicial de equilibrio (transversal al flujo). Para tomar la medida de la fuerza, se desplazó el dinamómetro cuidadosamente verticalmente y hacia arriba, de forma que el hilo tirara de la balanza hasta devolverla de nuevo a su posición de equilibrio; esto es, que el flujo de aire siguiera siendo perpendicular a la superficie del ala. Para marcar dicha posición, y facilitar la toma de las medidas, se utilizó la varilla apuntada, dispuesta paralelamente a la balanza al inicio de las medidas (ver figura 2.4). Esta forma de proceder para tomar la medida de la fuerza de arrastre (o sustentación, en su caso) se mantuvo durante todo el trabajo.

La representación de la fuerza de arrastre frente a la presión incidente arrojó el valor del coeficiente de arrastre para el ala plana, que se contrastó con el encontrado en la literatura.

2.1.2. Influencia de la velocidad del flujo y el área en la fuerza de arrastre

Para comprobar la dependencia de la fuerza de arrastre con la velocidad del flujo y la superficie del ala, se repitió la experiencia descrita en el apartado previo para las tres alas rectangulares y las tres alas circulares, y para dos valores distintos de la presión dinámica incidente. En todos los casos se eligió un ángulo incidente de 90° .



Figura 2.4: Alineación de la varilla apuntada con la balanza.

2.1.3. Fuerza de arrastre y geometría

Para discutir los valores de la fuerza de arrastre sobre elementos con distinta geometría se utilizó una colección de diferentes perfiles aerodinámicos, mostrados en la figura 2.5.

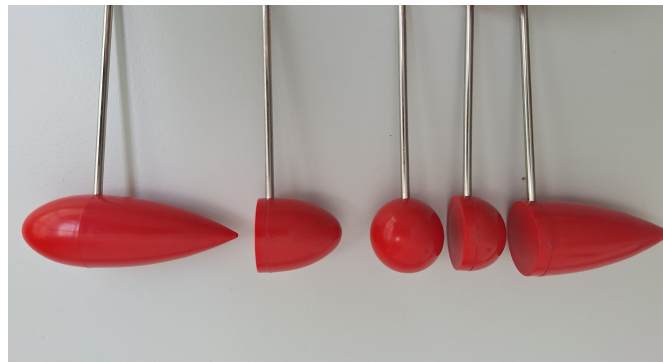


Figura 2.5: Perfiles aerodinámicos utilizados. De izquierda a derecha: curvo-pico, plano-curvo, esférico, plano-esférico, plano-pico.

De manera más precisa, la definición de perfil aerodinámico se corresponde con objetos en los que en el frente de ataque tengan geometrías redondeadas, su superficie varíe de forma muy suave en la dirección del flujo (esto es, tengan un radio de curvatura lo suficientemente grande), y deben terminar con un perfil afilado para que la estela generada sea lo más estrecha posible.

Se colocaron todos los perfiles mostrados, en uno y otro sentido, ante un flujo de presión incidente conocida, medida con ayuda del tubo de Pitot.

Al ser todos perfiles aerodinámicos, el arrastre se podía esperar pequeño, de forma que se utilizó el dinamómetro de 100 mN para medirlo. Comparando los resultados, se discute las posibilidades aerodinámicas de cada uno de los perfiles.

Además, mediante un perfil curvo-pico con un mayor grado de rugosidad que el inicial (ver figura 2.6), se analiza la influencia de la rugosidad de la superficie del ala sobre la fuerza de arrastre experimentada por esta.

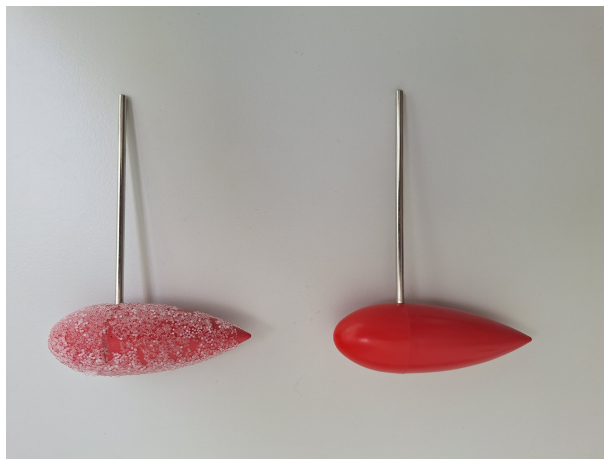


Figura 2.6: Perfiles curvo-pico rugoso y liso.

2.1.4. Sustentación de un ala plana bajo cierto ángulo

El siguiente paso de la experimentación fue investigar la sustentación en alas planas, como las de la figura 2.3. Para ello, dado que para un ángulo de ataque de 90° la sustentación apenas resultó apreciable, se optó por analizar la sustentación para las tres alas rectangulares y un ángulo de incidencia del flujo de 20° .

Como se observa en la figura 2.2, el transportador de ángulos permite inclinar el ala un cierto ángulo conocido de forma que el flujo incidente deje de ser normal a la superficie del ala, y forme un determinado ángulo con esta.

Para una presión de flujo incidente conocida, medida esta con el tubo de Pitot, se procedió a determinar la fuerza de sustentación ejercida en el ala por el flujo. Para ello se utilizó de nuevo el dinamómetro de 100 mN, dada la pequeña magnitud de estas fuerzas.

A la hora de tomar las medidas, se tuvieron las mismas precauciones anteriormente mencionadas sobre la alineación de la balanza con la varilla apuntada (ver figura 2.4). En este caso, se utilizó el dinamómetro vertical como principal herramienta de equilibrio de la balanza. No obstante, al aparecer también una fuerza de arrastre, fue necesario regular la altura del dinamómetro que pasaba por la polea para garantizar la estabilidad del perfil.

2.1.5. Arrastre y sustentación: diagrama polar

En esta última sección de la primera parte del trabajo, se estudió el arrastre y la sustentación ejercidos sobre el ala rectangular de mayor tamaño para diferentes ángulos de ataque y a una velocidad del flujo incidente fija. Los ángulos se variaron desde los 5° hasta los 90° , con paso de 5° . El resto del procedimiento y precauciones experimental se asemeja a las de los apartados anteriores, y no se insiste en ello.

Cabe destacar que, dada la limitada escala de los dinamómetros de 100 mN (y la falta de disponibilidad de dinamómetros de más amplia escala), ambas componentes

aerodinámicas debían ser pequeñas para poder medirse, y por ello se eligió utilizar velocidades incidentes bajas.

La representación de la fuerza de sustentación frente a la de arrastre dio lugar al clásico diagrama polar que relaciona ambas componentes.

2.2. Número de Reynolds y crisis de arrastre

En esta segunda parte del trabajo, se volvieron a medir fuerzas de arrastre sobre tres de los perfiles aerodinámicos utilizados en la primera parte. En particular, se utilizaron los perfiles de la figura 2.6 y el perfil esférico de la figura 2.5.

Para cada uno de ellos, se midió la evolución de la fuerza de arrastre con la velocidad incidente. Dadas las pequeñas fuerzas de arrastre encontradas en la parte anterior del experimento para estos perfiles aerodinámicos, se optó por refinar el aparato de medida. En lugar de emplear el dinamómetro de 100 mN, se utilizó una balanza digital y una pesa como medida de la fuerza (ver figura 2.7).



Figura 2.7: Dispositivo de medida de fuerzas de arrastre.

El extremo del hilo atado a la balanza del equipo se hizo pasar a través de la polea y se ató a una pesa cuya masa se determinó con la balanza digital. Según se fue aumentando la velocidad del flujo, se fueron determinando los distintos pesos aparentes de la pesa en la balanza digital. Posteriormente, se determinaron las fuerzas de arrastre en cada caso.

Conocidos todos los datos anteriores, se desarrollaron dos fases en el experimento. En la primera se determinó el régimen del fluido, a partir del cálculo del número de Reynolds en cada caso. A continuación, se representó el coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds. Se comparó los perfiles curvo-pico y pico-curvo rugosos y lisos, y se comparó la tendencia obtenida para el perfil esférico con resultados conocidos en

la literatura, presentados en el primer capítulo del trabajo.

2.3. Perfil de presiones en un ala gruesa

En esta última parte del trabajo, se utilizaron las dos alas gruesas perforadas para determinar la distribución de presiones sobre las caras superior e inferior de las mismas. También se estudiaron los efectos de borde en una de las alas. En este caso, se utilizó una disposición experimental distinta a la de los apartados anteriores.

En primer lugar, se dispuso el generador de flujo de aire en posición vertical, y se fijó una velocidad en el potenciómetro. Mediante el tubo de Pitot, se determinó experimentalmente la presión dinámica (la velocidad) del fluido. Esta se midió en distintos instantes de la experiencia para asegurar que permaneciese constante. A continuación, mediante las nueces y las varillas se fijó el ala en posición vertical sobre el tubo, con ángulo de ataque inicial de 0° (ver figura 2.8).



Figura 2.8: Dispositivo experimental para medir el perfil de presiones.

2.3.1. Presiones longitudinales

Para medir la presión sobre los puntos de la superficie del ala, se procedió como sigue. Uno de los tubos de goma se conectó al manómetro, dejando el otro extremo libre: a presión atmosférica. El otro tubo se conectó al manómetro por un extremo, mientras el otro se acercó a la superficie lateral del ala, cubriendo en su totalidad cada uno de los orificios perforados en ella (ver figura 2.9a). Para facilitar la adhesión, y por tanto garantizar la fiabilidad de la medida, se utilizó un adaptador cilíndrico de goma (ver figura 2.9b).

Cada uno de los orificios mostrados en la figura 2.9 se corresponden con los orificios practicados sobre la superficie real del ala (ver figura 2.10). La distancia entre



(a) Medida de la presión en ala gruesa.



(b) Adaptador cilíndrico.

Figura 2.9: Medida de la presión en una ala gruesa.

dichos orificios se midió haciendo uso del pie de rey, tomando como referencia el punto de estancamiento (frontal del ala).



Figura 2.10: Orificios perforados en la superficie del ala gruesa.

El extremo adherido a la superficie del ala se fue desplazando longitudinalmente, cubriendo todos los orificios perforados en su cara y determinando la presión dinámica mediante el manómetro. El mismo procedimiento se llevó a cabo en la cara inferior del ala. A través de las diferencias de presiones en las caras, fue posible estimar la fuerza de sustentación sufrida por el ala.

Una vez medidas las presiones para ángulos de 0° , se repitió la experiencia para

ángulos de ataque de 10° , 20° , 30° , 40° y 50° , y los correspondientes ángulos negativos (ver figura 2.11). Así mismo, en segunda instancia se cambió la velocidad del flujo de aire, lo que permite discutir la dependencia de la fuerza de sustentación.



Figura 2.11: Posible elección de ángulo en ala gruesa.

2.3.2. Presiones transversales

En una segunda fase de la experiencia, se utilizó otra ala gruesa para estudiar los efectos de borde. La configuración experimental es la misma que la recién descrita. No obstante, en este caso, el movimiento de la goma adherida al ala fue transversal a la dirección del flujo. Así se cubrieron los cuatro orificios practicados en perpendicular a la dirección longitudinal del ala (y del flujo, ver los orificios en el óvalo de la figura 2.12). De nuevo, la distancia entre ellos se midió haciendo uso del pie de rey.



Figura 2.12: Orificios transversales para el estudio de los efectos de borde.

Capítulo 3

Resultados experimentales y discusión

Este capítulo se dedica a la presentación y análisis y discusión de los resultados obtenidos en las distintas fases del experimento desarrollado. Se organizará acorde a los tres objetivos del trabajo presentados en el capítulo anterior, y cuyos métodos experimentales ya han sido desarrollados. Para no sobrecargar el capítulo con cuentas matemáticas, se ha optado por segregar el cálculo de errores de las diferentes magnitudes involucradas. El tratamiento del error se describe con precisión en el apéndice A.

3.1. Fuerzas de arrastre y sustentación

Esta sección se conforma a partir de cinco partes bien diferenciadas, pero todas ellas giran en torno a los conceptos de fuerza de arrastre y sustentación, su determinación experimental, y su posterior análisis.

3.1.1. Coeficiente de arrastre de un ala plana

Tal y como se explicó en el capítulo de métodos experimentales, en primer lugar se determina el coeficiente de arrastre para un ala plana, vía la medida de la fuerza de arrastre sufrida por dicha ala. En este caso, se eligió el ala plana más grande, de dimensiones $a = (4,180 \pm 0,001)$ cm y $b = (8,375 \pm 0,001)$ cm, resultando ser su área total $A = 35,01 \pm 0,06$ cm².

$p \pm 0,1$ / mbar	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
$D \pm 20$ / mN	120	200	260	280	300	340	380

Tabla 3.1: Fuerzas de arrastre para distintos valores de la presión incidente.

Los datos experimentales se representan gráficamente en *Excel* obteniéndose la representación de la figura 3.1.

Se observa un comportamiento lineal dado por la línea de tendencia señalada en rojo en el gráfico. Los valores de la fuerza de arrastre, además del error de escala del dinamómetro presente en la tabla 3.2, llevan asociados otros errores de tipo accidental y sistemático que no se han tenido en cuenta para no alargar el trabajo planteado. Ello se manifiesta en la desviación de alguno de los puntos de la recta de ajuste de la figura (para $p = 0,6$ mbar o $p = 0,8$ mbar). Esta tiene ecuación $y = mx + n$, donde $m = C_D f_p$, tras la identificación de términos en la expresión en ecuación 1.9.

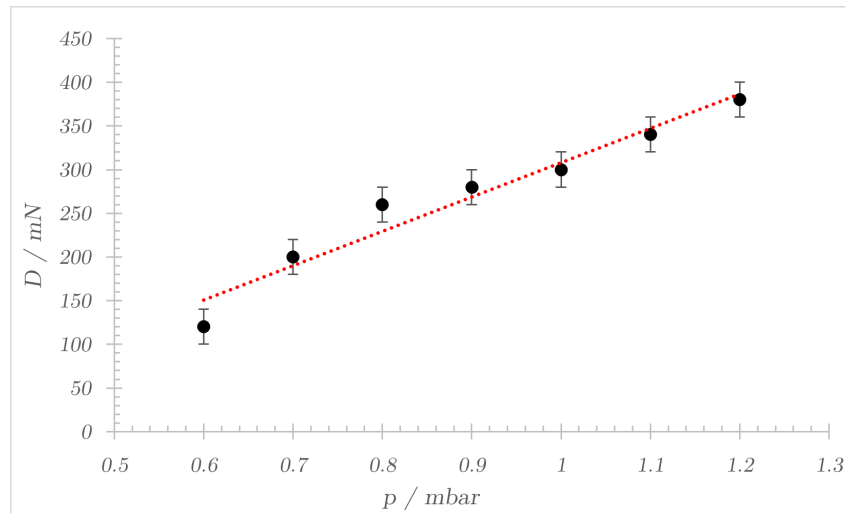


Figura 3.1: Fuerza de arrastre frente a presión incidente.

El correspondiente ajuste lineal por el método de mínimos cuadrados arroja un valor de $m = (390 \pm 100) \text{ mN/mbar} = \frac{390 \pm 100}{10} \text{ cm}^2 = (39 \pm 10) \text{ cm}^2$.

En este caso, el área típica será la propia área del rectángulo, A , de forma que se despeja el coeficiente de arrastre como

$$C_D = \frac{m}{f_p} = 1,1 \pm 0,3.$$

El coeficiente de arrastre teórico atribuido a alas planas rectangulares es 1,12 (ver [8]), luego el resultado obtenido resulta plenamente satisfactorio. De hecho, el error relativo en la magnitud encontrada es

$$\epsilon_{\text{rel}} = \frac{1,12 - 1,1}{1,12} = 0,018 \rightarrow 1,8\%.$$

3.1.2. Influencia de la velocidad del flujo y el área en la fuerza de arrastre

Se pasa ahora a estudiar la dependencia de la fuerza de arrastre con la velocidad del flujo incidente, y con la superficie del ala sobre el que incide. Para ello, se eligieron las velocidades asociadas a presiones manométricas $p_1 = (0,8 \pm 0,1) \text{ mbar}$ y $p_2 = (1,0 \pm 0,1) \text{ mbar}$. Para cada una, el estudio sobre tres alas rectangulares y tres alas circulares arrojó los resultados de la tabla 3.2.

A / cm^2	$F_1 \pm 20 / \text{mN}$	$F_2 \pm 20 / \text{mN}$
35,01	260	360
17,42	160	220
11,68	120	180
21,2	160	220
9,82	100	140
4,93	80	100

Tabla 3.2: Fuerza de arrastre para dos velocidades incidentes y para cada sección.

Las tres primeras secciones transversales en la tabla se corresponden con las tres alas rectangulares planas. El cálculo de su área viene dado de manera análoga a como

se ha procedido en la subsección anterior, con las dimensiones en centímetros:

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 \cdot b_1 = 4,180 \cdot 8,375 = (35,01 \pm 0,06) \text{ cm}^2 \quad (\text{rectangular mayor}), \\ A_2 &= a_2 \cdot b_2 = 2,950 \cdot 5,905 = (17,42 \pm 0,04) \text{ cm}^2 \quad (\text{rectangular mediana}), \\ A_3 &= a_3 \cdot b_3 = 2,410 \cdot 4,845 = (11,68 \pm 0,04) \text{ cm}^2 \quad (\text{rectangular pequeña}). \end{aligned}$$

Para las alas circulares, se tomaron tres medidas de los respectivos diámetros y se promediaron:

$$\begin{aligned} A_4 &= \frac{\pi}{4} d_4^2 = 21,2 \pm 0,5 \text{ cm}^2 \quad (\text{circular mayor}), \\ A_5 &= \frac{\pi}{4} d_5^2 = 9,82 \pm 0,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{circular mediana}), \\ A_6 &= \frac{\pi}{4} d_6^2 = 4,93 \pm 0,04 \text{ cm}^2 \quad (\text{circular menor}). \end{aligned}$$

En la figura 3.2 se presenta una representación gráfica de la fuerza de arrastre frente al área del perfil sobre el que incide el flujo de aire. Se utilizan marcadores cuadrados para designar los datos correspondientes a las alas rectangulares, y marcadores circulares para las alas circulares.

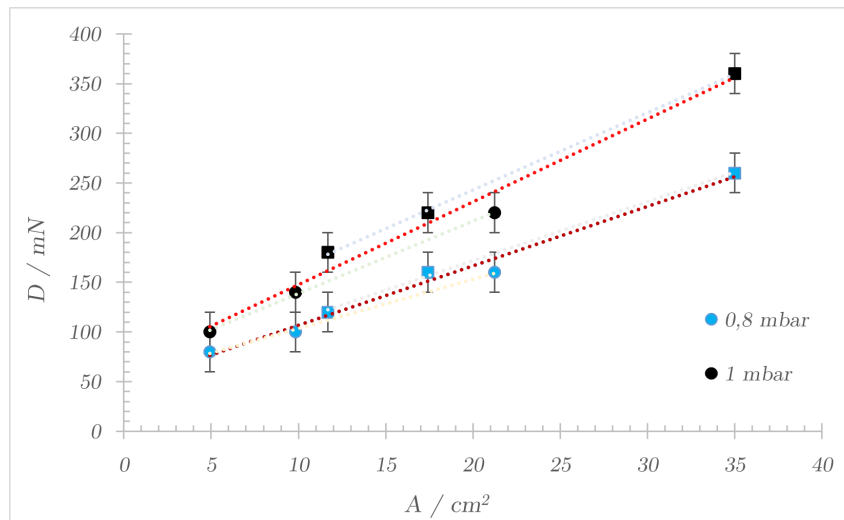


Figura 3.2: Fuerza de arrastre frente al área típica para dos velocidades incidentes.

Se observa que la fuerza de arrastre aumenta tanto con la sección transversal como con la velocidad incidente, como ya sugería la expresión dada en la ecuación 1.9. Además, en la gráfica se presentan diferentes ajustes lineales.

Los ajustes de color más intenso, rojo y granate, se corresponden a los ajustes lineales globales para cada una de las velocidades: 0,8 mbar y 1,0 mbar, respectivamente. Así mismo, para la velocidad de 0,8 mbar se presentan dos ajustes más: uno grisáceo y otro amarillo. El primero ajusta los tres valores de fuerza de arrastre para las alas rectangulares a esa velocidad, mientras el segundo hace lo propio para las circulares. Análogamente para la velocidad de 1,0 mbar se presentan el ajuste azul, para las alas rectangulares, y el verde, para las circulares.

Se observa que, mientras para los ajustes globales existe una cierta desviación de los valores experimentales de la línea de tendencia, para los ajustes particulares para cada geometría (rectangular o circular), los puntos ajustan significativamente mejor a la recta. Esto se debe a la diferencia en los efectos de borde en sendos perfiles, rectangular

y circular, que, si bien es pequeña, se evidencia de forma clara en la experimentación.

3.1.3. Fuerza de arrastre y geometría

Para esta parte del experimento, se fijó la velocidad del flujo incidente de forma que la presión medida en el manómetro resultó ser de $p = 1,0 \pm 0,1$ mbar. Para los diferentes perfiles aerodinámicos disponibles, se estimó la fuerza de arrastre sufrida con el dinamómetro de 100 mN. Todos ellos presentaban área típica igual a la del ala circular menor, estudiada en la sección anterior: $f_p = 4,93 \text{ cm}^2$. Ello hace que las diferencias entre las distintas fuerzas de arrastre entre los distintos perfiles dependan única y exclusivamente de la geometría, reflejado esto en los valores de los coeficientes de arrastre correspondientes. En virtud de la ecuación 1.9, C_D se calcula como

$$C_D = \frac{D}{f_p(p - p_0)},$$

donde, si D se expresa en mN y $p - p_0 = 1,0 - 0,3 = 0,7$ mbar, aparece un factor 10 en el denominador para ajustar las unidades

$$C_D = \frac{D/\text{mN}}{4,93 \text{ cm}^2 \cdot 0,7 \text{ mbar} \cdot 10}.$$

Los resultados se muestran en la tabla 3.3.

Geometría	$D \pm 1/\text{mN}$	C_D
Esférica	20	0,58
Plano-esférica	51	1,48
Esfero-plana	22	0,64
Plano-curva	47	1,36
Curvo-plana	18	0,52
Plano-pico	36	1,04
Pico-plana	15	0,43
Pico-curva	15	0,43
Curvo-pico	5	0,14

Tabla 3.3: Fuerza y coeficiente de arrastre para las distintas geometrías disponibles.

Primeramente, se observa en todos los resultados una sustancial disminución de la fuerza de arrastre sufrida por el sólido, en comparación a los 100 mN que sufría el ala circular de igual área típica (ver tabla 3.2).

Además, los resultados obtenidos muestran que perfiles de incidencia con una cara plana presentan fuerzas de arrastre mayores. De hecho, si la cara sobre la que incide el flujo de aire resulta plana, resulta que el arrastre aumenta considerablemente. La explicación reside en el hecho de que, en esos casos, todas las líneas de corriente del flujo inciden perpendicularmente a la superficie del objeto. Así, la transferencia de momento del fluido al sólido es casi completa. Si la superficie de incidencia del flujo no es perpendicular, como en el resto de perfiles, la transferencia de momento resultará menos efectiva.

Dentro de los perfiles con alguna de sus superficies planas, el arrastre disminuye con la aerodinámica del resto del cuerpo, condicionado por el ancho de la estela dado por la separación, que se produce en distinto punto para cada uno. Para el plano-esférico, la línea de separación está condicionada por el cambio de pendiente brusco, y depende de la velocidad (ver [4]). En la plano-curva, el cambio de pendiente es menos

brusco, luego se retrasa la separación, la estela es más estrecha, y el arrastre menor. Para el perfil plano-pico, el cambio en la pendiente es mucho menos brusco, acabando el perfil en un punto, lo que hace que la estela sea muy estrecha y el arrastre mucho menor.

En el caso de la geometría esférica, la separación ocurre en el borde, independientemente de la velocidad. En general, para los cuerpos con frente no plano, se compensan los efectos de pérdida de momento incidente y formación de la estela. Aunque los perfiles pico-plano y pico-curvo dan el mismo valor, lo esperable es que tenga menor resistencia el pico-curvo. Esta desviación se trata, con alta probabilidad, de imprecisiones experimentales, pues la velocidad no se antoja lo suficientemente alta como para que la estela se desprenda tan rápidamente en el caso pico-curvo.

En general, las geometrías curvas o esféricas dan lugar a fuerzas de arrastre menores. De hecho, la combinación de un perfil curvo con uno acabado en pico resulta ser la más adecuada para minimizar el arrastre sufrido por el ala, según lo discutido anteriormente. En efecto, se comprueba como los perfiles aerodinámicos minimizan la transferencia de momento del fluido al sólido, disminuyendo el arrastre experimentado por este. Además, como se ha comentado, cuando el cuerpo sólido termina de forma afilada, se disminuye el grosor de la estela, y con ello el arrastre. Esta geometría coincide con muchos de los proyectiles de artillería (que pretenden un alcance máximo), aunque en estos casos en su diseño se añaden unas aletas al final del proyectil para estabilizar el vuelo. También se explica así la típica forma de las turbinas de los aviones, como la de la figura 3.3.



Figura 3.3: Turbinas de una aeronave usual. Adaptado de [9].

Para un perfil esférico liso, en [10] se da un valor de $C_D = 0,57$, muy cercano al obtenido en la experimentación. Para los perfiles plano-esférico y esfero-plano, en la literatura se dan valores de 1,42 y 0,38. Se observa una sobreestimación del coeficiente de arrastre para el perfil esfero-plano. También, para el perfil curvo-pico, el más aerodinámico de todos, la bibliografía arroja un valor de C_D de 0,06. De nuevo se ha cometido una gran desviación en la determinación de esta magnitud.

Una estimación del error de escala para el coeficiente de arrastre en este último caso viene dada por

$$\varepsilon(C_D) = \frac{1}{10f_p(p-p_0)}\varepsilon(D) + \frac{D}{10f_p^2(p-p_0)}\varepsilon(f_p) + \frac{D}{10f_p(p-p_0)^2}\varepsilon(p) = 0,05.$$

Obviamente, existen otras fuentes de error de tipo accidental y sistemático propios del proceso de experimentación que no se está teniendo en cuenta. Las sensibilidades de dinamómetro y manómetro son limitadas, introduciendo fuentes de error importantes en la medida que podrían justificar la desviación de los datos.

Para un perfil de ala pico-curva con un cierto grado de rugosidad también se midió la fuerza de arrastre experimentada para la misma velocidad incidente. Los resultados comparativos se muestran en la tabla 3.4.

$D \pm 1 / \text{mN}$		
LISA	Pico-curva	15
	Curvo-pico	5
RUGOSA	Pico-curva	18
	Curvo-pico	7

Tabla 3.4: Comparativa de arrastre en superficies con y sin rugosidad.

Los resultados muestran que la rugosidad es otro factor que influye sustancialmente en la fuerza de arrastre. Como se explica en [11], una superficie rugosa origina mayores turbulencias en el flujo de aire incidente, aumentando la fricción con el ala y, en consecuencia, el arrastre sufrido por esta. No obstante, como se comentará más adelante, la rugosidad puede hacer que la crisis de arrastre en objetos similares aparezca a menores números de Reynolds, reduciendo el coeficiente de arrastre.

3.1.4. Sustentación de un ala plana bajo cierto ángulo

Como ya se ha explicado, se eligió un ángulo de ataque de 20° y se fijó la presión del flujo incidente en $p = 0,6 \pm 0,1$ mbar. No se eligió una presión mayor dada la escasa sensibilidad de los dinamómetros disponibles. Los resultados se muestran en la tabla 3.5.

A / cm^2	$L \pm 1 / \text{mN}$
35,01	67
17,42	41
11,68	29

Tabla 3.5: Fuerza de sustentación para alas planas con $p = 0,6$ mbar.

La representación de los datos experimentales se ofrece en la figura 3.4.

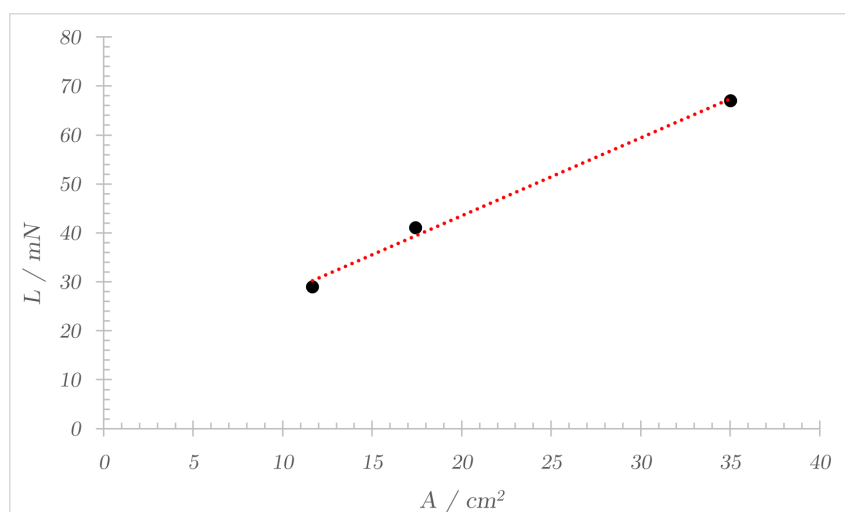


Figura 3.4: Fuerza de sustentación frente al área del ala.

Se observa como la fuerza de sustentación se incrementa con el área, como sugería la ecuación 1.10. Además, este incremento parece ocurrir de manera lineal, aunque

un ajuste de mínimos cuadrados con tan solo tres puntos experimentales no se antoja como ningún paradigma, y por eso no se insiste en ello.

Como se apreciaba en la figura 2.3, solo las tres áreas rectangulares cuentan con una varilla metálica indicadora del ángulo en el transportador. En caso de contar las circulares con esa misma varilla, el análisis podría hacerse mucho más exhaustivo, como se hizo para el caso del arrastre.

También en este caso es posible determinar el arrastre que aparece sobre las alas, y comprobar así su dependencia con el ángulo de ataque. No obstante, se prefiere posponer esta comprobación hasta el siguiente apartado, donde se efectuará de manera mucho más completa.

3.1.5. Arrastre y sustentación: diagrama polar

Se fijó una velocidad incidente tal que la presión medida con el manómetro resultó de 0,5 mbar. El pequeño valor de la velocidad elegido ya se discutió en la sección correspondiente del capítulo del procedimiento experimental.

Los resultados obtenidos al medir el arrastre y la sustentación para cada ángulo se presentan en la tabla 3.6.

Ángulo / °	$D \pm 1$ / mN	$L \pm 1$ / mN	Ángulo / °	$D \pm 1$ / mN	$L \pm 1$ / mN
5	1	7	50	72	63
10	4	26	55	76	59
15	12	43	60	82	51
20	21	62	65	84	41
25	29	72	70	87	36
30	38	74	75	88	23
35	44	73	80	89	13
40	54	70	85	90	9
45	64	67	90	90	3

Tabla 3.6: Arrastre y sustentación para $p = 0,5$ mbar en función del ángulo de ataque.

La representación gráfica de ambas fuerzas en función del ángulo de ataque da lugar a la gráfica de la figura 3.5.

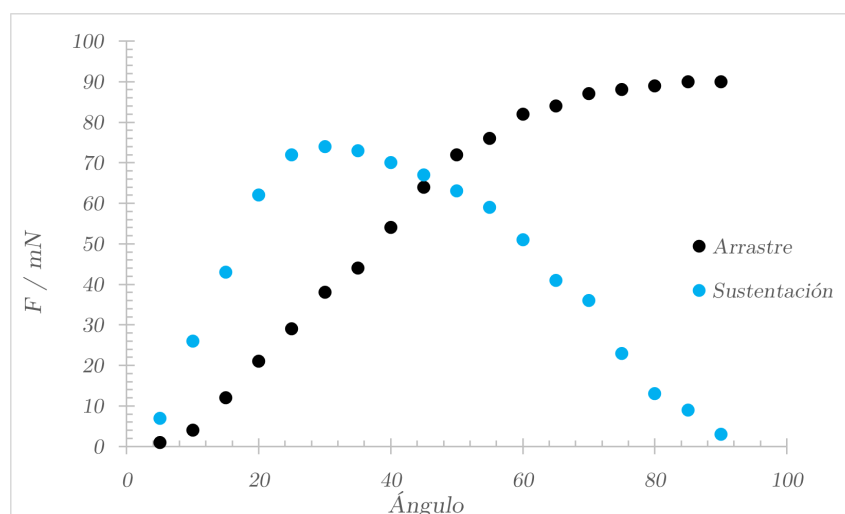


Figura 3.5: Arrastre y sustentación como función del ángulo de ataque.

Se observa que para ángulos bajos la sustentación domina sobre el arrastre. No

obstante, según el ángulo aumenta la sustentación va disminuyendo hasta hacerse prácticamente nula a incidencia normal (90°). Se comprueba que el arrastre aumenta progresivamente con el ángulo de ataque, tendiendo hasta un máximo en incidencia normal.

Es natural analizar las fuerzas de arrastre y sustentación a partir de lo que se conoce como *diagrama polar*. Este consiste en representar la fuerza de sustentación como función de la fuerza de arrastre. Es el que se presenta en la figura 3.6.

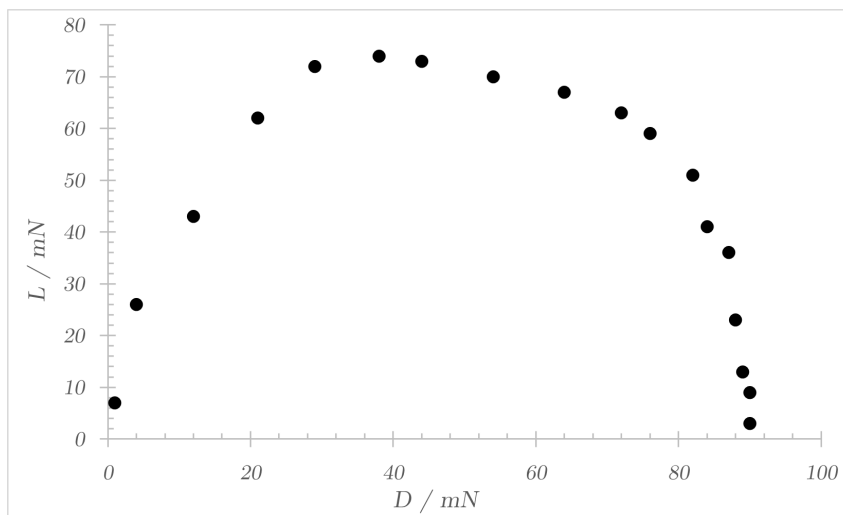


Figura 3.6: Fuerza de sustentación frente fuerza de arrastre.

La pendiente en cada punto del diagrama polar es la inversa de la tangente del ángulo de planeo dado en la ecuación 1.7. En este sentido, a mayor pendiente en el diagrama, menor tangente y, por tanto, menor ángulo. Ello implica que la fuerza aerodinámica es prácticamente toda sustentación, como ocurre para ángulos bajos.

A medida que aumenta el ángulo de ataque, la sustentación cae dramáticamente, de forma que la pendiente del diagrama se vuelve casi infinita. En tal caso, el ángulo de planeo se acerca a 90° , y la fuerza aerodinámica es esencialmente arrastre.

El punto óptimo, para el que la sustentación es máxima, coincide aproximadamente con el máximo valor de la fuerza de arrastre. A partir de este punto, las líneas de corriente de flujo se desprenden de la cara superior del ala disminuyendo rápidamente la sustentación y entrando en una pérdida de velocidad (*stalling*).

3.2. Número de Reynolds y crisis de arrastre

Para velocidades incidentes con presiones manométricas asociadas, p , desde 0,5 hasta 1,3 mbar se determina el régimen del fluido en cada caso, vía la expresión de la ecuación 1.11. Se tiene en cuenta, que la longitud característica L es en cada caso el diámetro más grueso del perfil considerado. Así mismo, la velocidad se relaciona con la presión incidente vía la expresión de la presión dinámica (ecuación 1.8). De esta forma, se tiene que

$$\text{Re} = \frac{vL\rho}{\mu} = \frac{L\rho}{\mu} \cdot \sqrt{\frac{2(p - p_0)}{\rho}},$$

donde ρ , μ y p_0 se establecieron en el capítulo de métodos experimentales y L y p son las correspondientes en cada caso.

La medida con el pie de rey arroja valores para los diámetros del perfil esférico y del curvo-pico liso de $2,500 \pm 0,005$ cm y para el curvo-pico rugoso de $2,530 \pm 0,005$

cm. Resulta ahora evidente el efecto de los cristales adheridos a su superficie que le dan el aspecto de rugosidad. Para el análisis del régimen del flujo, no se distingue entre la esfera lisa y el perfil curvo-pico liso, pues ambos tienen la misma anchura característica (diámetro), dando lugar al mismo valor del número de Reynolds. Los resultados para el número de Reynolds en cada caso se presentan en la tabla 3.7.

$p \pm 0,1$ / mbar	Re	
	Liso	Rugoso
0,5	$9,54 \cdot 10^3$	$9,65 \cdot 10^3$
0,6	$1,17 \cdot 10^4$	$1,18 \cdot 10^4$
0,7	$1,35 \cdot 10^4$	$1,36 \cdot 10^4$
0,8	$1,51 \cdot 10^4$	$1,53 \cdot 10^4$
0,9	$1,65 \cdot 10^4$	$1,67 \cdot 10^4$
1,0	$1,78 \cdot 10^4$	$1,81 \cdot 10^4$
1,1	$1,91 \cdot 10^4$	$1,93 \cdot 10^4$
1,2	$2,02 \cdot 10^4$	$2,05 \cdot 10^4$
1,3	$2,13 \cdot 10^4$	$2,16 \cdot 10^4$

Tabla 3.7: Número de Reynolds para cada velocidad incidente en los casos liso y rugoso.

Dada la mínima diferencia en los diámetros de los perfiles lisos y el rugoso, los números de Reynolds resultan muy similares en ambos casos, para una velocidad dada. Se observa que en todos los casos $Re > 4 \cdot 10^3$, luego el régimen será siempre turbulento. En efecto, como ya se ha explicado, esto es típico de fluidos con velocidades altas y viscosidades bajas, y se ha presentado el valor de la viscosidad dinámica del aire en condiciones atmosféricas como $\mu = 1,82 \cdot 10^{-5}$ Pa·s.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos sobre la fuerza de arrastre medida con la balanza.

En primer lugar, la masa de la pesa resulta ser $m = 153,37 \pm 0,16$ g. A medida que la fuerza de arrastre aumenta, el hilo que pasa por la polea tira de la masa verticalmente y hacia arriba, reduciendo su masa aparentemente para la balanza digital. La tensión de la cuerda es precisamente la fuerza de arrastre, que equilibrará al peso, de forma que se cumplirá

$$P - D = m^*g,$$

donde m^* es la masa aparente que marque la balanza. De esta forma, se puede despejar la fuerza de arrastre como

$$D = P - m^*g = mg - m^*g = (m - m^*)g.$$

Los resultados obtenidos de masa aparente m^* y fuerza de arrastre para los cuatro perfiles de la figura 2.6 se muestran en la tabla 3.8.

A continuación, se representa la dependencia del coeficiente de arrastre con el número de Reynolds. En realidad, se representa un valor proporcional al coeficiente de arrastre. Recuperando la expresión dada en la ecuación 1.9, se tiene que

$$D = C_D f_p q = \left(\frac{1}{2} \rho f_p C_D \right) v^2,$$

luego se puede determinar

$$\frac{1}{2} \rho f_p C_D = \frac{D}{v^2}.$$

En consecuencia, se representa el coeficiente $\rho f_p C_D / 2$ frente al número de Reynolds.

Pico-curvo liso			Pico-curvo rugoso	
$p \pm 0,1/\text{mbar}$	$m^* \pm 0,001/\text{g}$	$D \pm 0,020/\text{mN}$	$m^* \pm 0,001/\text{g}$	$D \pm 0,020/\text{mN}$
0,5	153,297	0,715	153,214	1,529
0,6	153,297	0,715	153,040	3,234
0,7	152,987	3,753	153,011	3,518
0,8	152,917	4,439	152,708	6,488
0,9	152,775	5,831	152,680	6,762
1,0	152,654	7,017	152,564	7,899
1,1	152,469	8,830	152,432	9,192
1,2	152,248	10,996	152,264	10,839
1,3	152,184	11,623	152,212	11,348

Curvo-pico liso			Curvo-pico rugoso	
$p \pm 0,1/\text{mbar}$	$m^* \pm 0,001/\text{g}$	$D \pm 0,020/\text{mN}$	$m^* \pm 0,001/\text{g}$	$D \pm 0,020/\text{mN}$
0,5	153,191	1,754	153,151	0,539
0,6	153,190	1,764	152,864	2,489
0,7	153,187	1,793	152,407	4,057
0,8	153,058	3,057	152,225	4,998
0,9	152,986	3,763	151,82	6,262
1,0	152,930	4,312	151,530	7,487
1,1	152,836	5,233	151,29	9,771
1,2	152,703	6,537	150,992	10,496
1,3	152,703	6,537	150,829	11,152

Tabla 3.8: Masas aparentes y fuerzas de arrastre para 4 perfiles.

Es decir, D/v^2 frente a Re . Para el caso del perfil pico-curvo se tiene la representación de la figura 3.7.

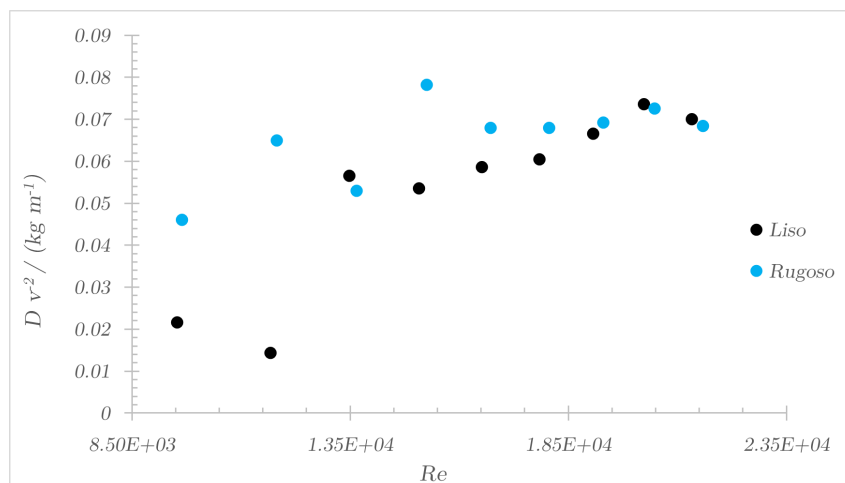


Figura 3.7: Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil pico-curvo. Comparativa de superficie lisa y rugosa.

Se corrobora lo comprobado en apartados anteriores sobre el efecto de la rugosidad. En este caso, el coeficiente de arrastre aumenta, dando lugar a mayor fuerza de arrastre, como se esperaba. La representación para el perfil curvo-pico se ofrece en la figura 3.8.

De nuevo se obtienen los resultados esperados: el perfil rugoso posee un coeficiente de arrastre mayor, produciéndose una mayor fuerza de arrastre sobre él. La desviación

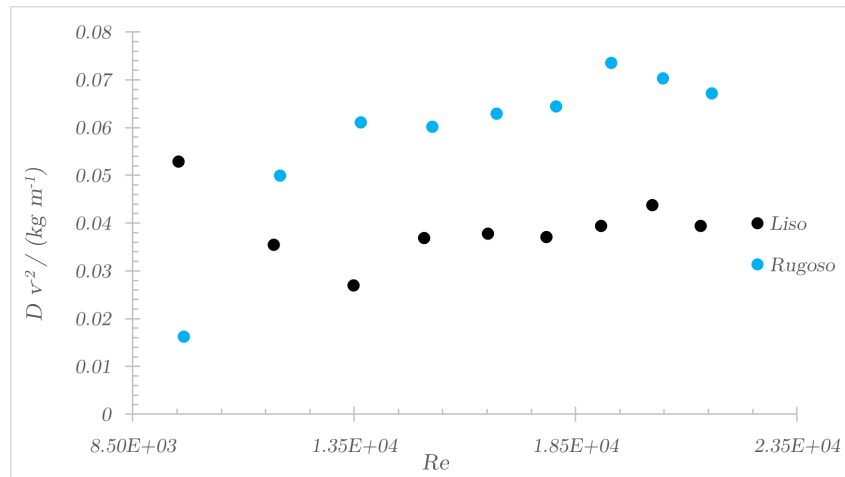


Figura 3.8: Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil curvo-pico. Comparativa de superficie lisa y rugosa.

de los dos primeros puntos para el perfil liso, si bien podría deberse a que el flujo sea aún cuasi-laminar, con alta probabilidad es debido a errores experimentales.

En el caso del curvo-pico (figura 3.8), que es la posición más aerodinámica, la estela se forma en ambos casos en el extremo afilado al final del objeto y resulta siempre estrecha. La diferencia entre ambos objetos estaría debida a la rugosidad: el más rugoso presenta mayor resistencia.

En el caso de pico-curvo (figura 3.7), la estela se forma en la parte curva y su ancho depende de donde se produce la línea de separación. El hecho de que a partir de un determinado número de Reynolds, la rugosa y la lisa coincidan puede deberse a que en el caso de la rugosa esta rugosidad adelante la crisis de arrastre (estreche la estela) de forma que se reduzca el coeficiente de arrastre y, en consecuencia, el arrastre.

Para terminar, se estudia el caso análogo para el perfil esférico liso. Los resultados de masas aparentes y fuerzas de arrastre se muestran en tabla 3.9.

$p \pm 0,1 / \text{mbar}$	$m^* \pm 0,001/\text{g}$	$D \pm 0,020/\text{mN}$
0,5	153,151	2,146
0,6	152,864	4,959
0,7	152,407	9,437
0,8	152,225	11,221
0,9	151,825	15,141
1,0	151,530	18,032
1,1	151,292	20,364
1,2	150,992	23,304
1,3	150,829	24,909

Tabla 3.9: Masas aparentes y fuerzas de arrastre para el perfil esférico.

La representación del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds tiene como resultado la gráfica de la figura 3.9.

En el rango de velocidades trabajado, correspondiente a un número de Reynolds de aproximadamente entre $9,5 \cdot 10^3$ y $2,1 \cdot 10^4$, la figura 1.3 muestra un ligero aumento del coeficiente de arrastre para la esfera lisa, como se ha corroborado con la experimentación.

Si fuese posible disponer de un generador de flujo de aire con mayor potencia y se lograra alcanzar un número de Reynolds cercano a 10^5 , sería posible observar el

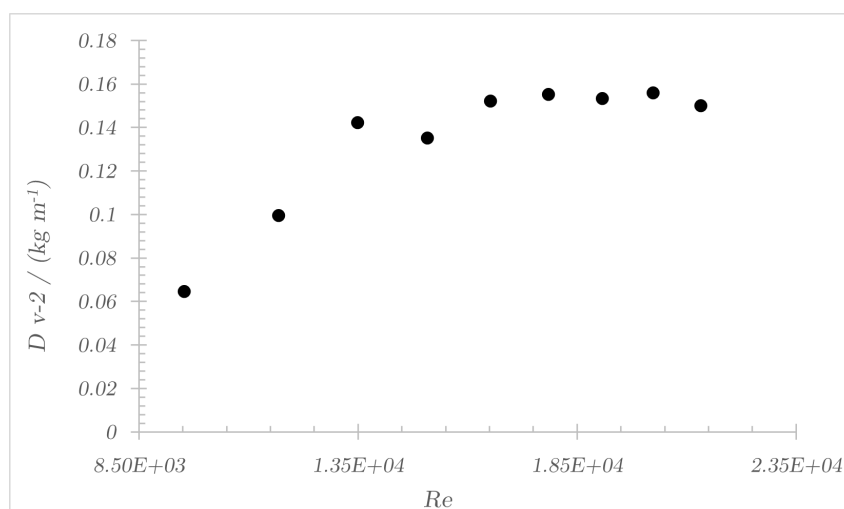


Figura 3.9: Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil esférico.

fenómeno de la crisis de arrastre descrito por Eiffel.

3.3. Perfil de presiones en un ala gruesa

La última parte del trabajo se dedica a presentar los resultados obtenidos para los perfiles de presiones en alas gruesas, en función del ángulo de ataque y de la velocidad incidente, su relación con la sustentación del ala, y su aplicación al modelaje de los despegues y aterrizajes de aeronaves.

El análisis de resultados se desglosa en dos partes. Una de ellas, el grueso de la sección, dedicada al estudio del perfil de presiones sobre la dirección longitudinal del ala (paralela a la dirección de incidencia del flujo de aire sobre ella). La otra, más breve, se dedica al estudio de los efectos de borde en dirección transversal a la del flujo incidente.

3.3.1. Presiones longitudinales

La experimentación se llevó a cabo según se ha indicado en el capítulo anterior. Se eligieron dos velocidades para fijar en el generador de flujo de aire. Una de ellas asociada a una presión manométrica $p_1 = (1,4 \pm 0,1)$ mbar y la otra a $p_2 = (1,1 \pm 0,1)$ mbar. Se presentan en la tabla 3.10 las presiones obtenidas a una distancia d del punto de estancamiento para cada ángulo en la cara superior e inferior del ala para el caso de la presión p_1 .

Las presiones indicadas como < 0 resultaron ser lo suficientemente inferiores a la atmosférica como para no poder determinar su valor haciendo uso del manómetro en la configuración dispuesta. Si bien podrían haberse intercambiado los tubos de goma conectados al manómetro y medir presiones negativas sobre la atmosférica, or falta de tiempo en el desarrollo del trabajo no se presentan dichos resultados. Ello no supone problema alguno en el análisis de los resultados, pues se siguen extrayendo conclusiones interesantes de los datos obtenidos.

Los resultados obtenidos permiten, por ejemplo, analizar en primera aproximación la dinámica de vuelo en los instantes de despegue y aterrizaje. En efecto, un aumento del ángulo de ataque se traduce en el instante en que el avión levanta el morro en el despegue, y viceversa para el aterrizaje.

PARTE	$d \pm 0,05/\text{mm}$	Ángulo / °											
		-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	
SUPERIOR	0,00	0,3	0,2	0,4	0,6	0,7	1,0	1,1	1,0	0,3	< 0	0,3	
	22,75	1,2	1,0	0,8	0,6	0,3	0,1	< 0	< 0	< 0	< 0	0,3	
	33,05	1,0	0,8	0,5	0,3	0,0	0,0	< 0	< 0	< 0	< 0	0,3	
	70,45	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,3	
	116,05	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	
INFERIOR	0,00	0,3	0,2	0,4	0,6	0,7	1,0	1,1	1,0	0,3	< 0	< 0	
	21,80	0,3	0,3	0,3	0,2	< 0	0,2	0,3	0,5	0,8	1,0	1,1	
	32,20	0,3	0,3	0,3	0,2	< 0	0,2	0,3	0,4	0,7	0,9	1,0	
	73,75	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	
	115,25	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	

Tabla 3.10: Presiones en mbar en la cara superior e inferior del ala para $p_1 = 1,4$ mbar.

Se observa que para un ángulo de 0° la presión en la cara inferior coincide prácticamente con la atmosférica, mientras que en la superior es algo menor que esta. El punto de estancamiento es un punto de presión elevada, por encima de la atmosférica, como podía preverse a partir del teorema de Bernoulli. Esta situación simularía el proceso de aceleración del avión en la pista de despegue antes de iniciar el vuelo.

La presión en la cara inferior del ala aumenta con el ángulo de ataque respecto de la situación horizontal. Por su parte, en la cara superior disminuye drásticamente en casi su totalidad (con la salvedad, quizá, del orificio más alejado del punto de estancamiento). Esto se traduce en un aumento de la sustentación y, a la postre, en la elevación de la aeronave necesaria en un despegue exitoso.

Cabe destacar que para ángulos grandes, la disminución de presión en la cara superior no resulta tan significativa, ni siquiera a distancias cortas del punto de estancamiento. Por ello, el ángulo de ataque óptimo para el despegue de una aeronave resulta ser no demasiado elevado. En la literatura se encuentran valores de entre 8 y 20 grados (ver [12]), que encajan a la perfección con los resultados experimentales obtenidos.

Una situación simétrica ocurre para los ángulos de ataque negativos (simulando el descenso de la aeronave). En este caso, la presión en la cara inferior del ala permanece constante para ángulos grandes, e igual a la presión atmosférica. Para ángulos pequeños, en las proximidades del punto de estancamiento, la presión es sustancialmente menor que en el caso horizontal. Por su parte, en la cara superior la presión se incrementa respecto de la situación horizontal. Este gradiente de presiones provoca una sustentación negativa que ayuda a que la aeronave descienda.

Finalmente, en la tabla 3.11 se presentan resultados análogos con la velocidad del flujo asociada a la presión manométrica p_2 .

En primer lugar, cabe destacar el descenso a la mitad en el número de presiones fuera del rango de lectura del manómetro (7 frente a 13). Ello es debido a que una presión dinámica incidente más baja, $q_2 < q_1$ da lugar a distribuciones de presiones sobre el ala menos dispersas respecto de la presión atmosférica.

En segundo lugar, las tendencias descritas en el caso anterior para los ángulos de ataque positivos se mantienen en este de nuevo. No obstante, dada la menor dispersión de la distribución de presiones respecto de la atmosférica, en este caso los gradientes de presiones, a ángulo fijo, entre las cara superior e inferior del ala resultan menores, lo que se traduce en una disminución significativa de la sustentación. Esto es un reflejo, por ejemplo, de la necesidad de una velocidad mínima en las aeronaves para ser capaces de despegar. En efecto, en caso de no alcanzar tal velocidad, la sustenta-

		Ángulo / °											
PARTE	$d \pm 0,05/\text{mm}$	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	
SUPERIOR	0,00	0,3	0,3	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	0,8	0,3	< 0	0,3	
	22,75	0,9	0,8	0,7	0,5	0,3	0,1	< 0	< 0	< 0	< 0	0,3	
	33,05	0,8	0,7	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,3	
	70,45	0,5	0,4	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	
	116,05	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	
INFERIOR	0,00	0,3	0,3	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9	0,8	0,3	< 0	0,3	
	21,80	0,3	0,3	0,3	0,5	< 0	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	0,9	
	32,20	0,3	0,3	0,3	0,3	0,0	0,2	0,3	0,4	0,5	0,8	0,8	
	73,75	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,6	0,7	
	115,25	0,3	0,3	0,3	0,2	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	

Tabla 3.11: Presiones en mbar en la cara superior e inferior del ala para $p_2 = 1,1$ mbar.

ción generada no será capaz de vencer al peso y el despegue resultará insatisfactorio (recordar los diagrama de fuerzas de la figura 1.1 y la figura 1.2).

Para terminar, se propone aquí un cálculo efectivo de la sustentación para el ángulo de 0° . Conocido los perfiles de presiones transversales a lo largo de la caras superior e inferior resulta que la fuerza de sustentación por unidad de longitud transversal se estima como

$$L = \left(\int_{C_{\text{inf}}} p \, dr - \int_{C_{\text{sup}}} p \, dr \right),$$

siendo C_{sup} y C_{inf} las líneas superior e inferior a lo largo de las cuales efectuar la integración. Considerando la partición de la línea superior

$$P_{\text{sup}} = \{l_i^{\text{sup}}\}_{i=0}^5 = \{0,00 < 22,75 < 33,05 < 70,45 < 116,05 < l_f\},$$

y la de la línea inferior

$$P_{\text{inf}} = \{l_i^{\text{inf}}\}_{i=0}^5 = \{0,00 < 21,80 < 32,20 < 73,75 < 115,25 < l_f\},$$

con $l_f = 156,75$ mm la longitud total del ala gruesa.

Entonces la sustentación se puede hallar utilizando las sumas de Riemann asociadas a las particiones:

$$L \approx w \cdot \left(\sum_{i=1}^5 p_i l_i^{\text{inf}} - \sum_{i=1}^5 p_i l_i^{\text{sup}} \right),$$

donde p_i es la presión manométrica medida en cada punto.

Para la presión incidente de $p_1 = 1,4$ mbar, se obtiene

$$L_1 \approx 5,57 \text{ N/m}.$$

Para $p_2 = 1,1$ mbar, resulta

$$L_2 \approx 2,18 \text{ N/m}.$$

En ambos casos, se observa que la sustentación para ángulo de 0° no es, en absoluto, nula, como sí ocurría para el caso de un ala plana. Además, se confirma que para una presión incidente más alta, $p_1 > p_2$, la fuerza de sustentación ejercida sobre el ala es mayor, $L_1 > L_2$.

3.3.2. Presiones transversales

Para finalizar, tal y como se ha explicado en la sección sobre el procedimiento experimental, se trató de discutir los posibles efectos de borde de la distribución de presiones sobre el ala.

Se emplearon las mismas velocidades dinámicas que en la parte longitudinal, que se corresponden con las presiones manométrica del flujo de aire $p_1 = 1,4 \pm 0,1$ mbar, $p_2 = 1,1 \pm 0,1$ mbar, medidas con el tubo de Pitot. Se obtuvieron los resultados mostrados en la tabla 3.12, donde $p^{(i)}$ denota la presión manométrica medida en cada orificio de la cara superior del ala para la presión de flujo incidente p_i . Las distancias vienen medidas desde el centro del ala al borde de la misma.

$d \pm 0,05$ / mm	$p^{(1)} \pm 0,1$ / mbar	$p^{(2)} \pm 0,1$ / mbar
0,00	0,7	0,5
19,10	0,5	0,4
34,20	0,4	0,4
44,40	0,4	0,3

Tabla 3.12: Presión transversal a la dirección del flujo.

Se observa cómo al alejarse del centro del ala, la presión sobre la superficie decrece hasta asemejarse cada vez más a la atmosférica (recuérdese que $p_0 = 0,3$ mbar respecto del manómetro). Además, a velocidades de flujo más bajas (caso de la columna $p^{(2)}$ en la tabla 3.12) se iguala antes la presión a lo largo de la superficie del ala a la presión atmosférica. En una aeronave esto se traduce en la estabilidad del ala. De no cumplirse este equilibrio en el borde de la misma, podría resultar que la diferencia de presión ocasionara la rotura del ala.

Para evitar estos problemas, las alas van disminuyendo en profundidad a lo largo de su envergadura. Además, las curvaturas al final de las alas, conocidas como *winglets* (o *sharklets*, en la terminología de Airbus), ayudan a reducir el consumo de combustible (ver [13] y figura 3.10).



Figura 3.10: Winglet de una aeronave. Adaptado de [13].

Aunque la idea fue desarrollada inicialmente en entornos militares y teóricos desde los años 70, Airbus popularizó su uso comercial con el A320neo mediante sus *sharklets*, y luego otros fabricantes como Boeing y Embraer también los incorporaron en sus modelos. Estas estructuras reducen los vórtices en la punta del ala, disminuyendo la resistencia inducida y mejorando la eficiencia aerodinámica.

Los efectos de borde aquí presentados, junto con el hecho de que las alas de las aeronaves tienden a estrecharse y acabar en punta, o en winglets, complicarían el cálculo exacto de la sustentación real sobre el ala tal y como se ha presentado al final de la sección previa. Así, no se profundiza en el cálculo más exhaustivo de esta fuerza de sustentación, pues las estimaciones anteriores resultan adecuadas para completar el análisis.

Capítulo 4

Conclusiones

A lo largo de este Trabajo Fin de Grado se ha llevado a cabo un estudio experimental sobre el comportamiento aerodinámico de cuerpos con distintas geometrías, analizando de forma cuantitativa las fuerzas de arrastre y sustentación bajo diferentes configuraciones físicas y geométricas. Los resultados obtenidos permiten extraer diversas conclusiones relevantes tanto desde el punto de vista académico como aplicado.

En primer lugar, se ha comprobado empíricamente la validez de los modelos clásicos de la mecánica de fluidos en lo que respecta a la dependencia del arrastre y la sustentación con parámetros como la velocidad del flujo, el área expuesta, el ángulo de ataque y la rugosidad de la superficie. En particular, se ha verificado que tanto el arrastre como la sustentación crecen con el área del cuerpo sobre el que inciden y con el cuadrado de la velocidad del flujo, tal como predice el desarrollo teórico.

Asimismo, la experimentación ha puesto de manifiesto el papel crucial de la geometría del perfil en la eficiencia aerodinámica. Se ha evidenciado que cuerpos con frentes de ataque redondeados y extremos afilados —similares a los perfiles curvo-pico o pico-curvo— presentan fuerzas de arrastre significativamente menores que los de geometría plana o abrupta. Este resultado coincide con el diseño de estructuras aerodinámicas modernas, como proyectiles, perfiles alares o turbinas, en las que se busca minimizar la estela generada y, con ello, el consumo energético.

En cuanto a la rugosidad, se ha demostrado que esta influye notablemente en el comportamiento aerodinámico. Superficies rugosas aumentan inicialmente el arrastre debido a una mayor fricción y turbulencia en la capa límite. No obstante, también se ha discutido que, en algunos casos, la rugosidad puede inducir una transición anticipada a flujo turbulento, provocando la crisis de arrastre a menores valores del número de Reynolds, reduciendo así el coeficiente de arrastre global.

Por otro lado, los estudios sobre ángulo de ataque han revelado que la sustentación aumenta hasta alcanzar un máximo, a partir del cual decrece bruscamente debido a la separación del flujo en la cara superior del perfil. Este comportamiento reproduce el fenómeno conocido como pérdida de sustentación (stalling), habitual en aeronaves, y se ha reflejado de manera clara en el diagrama polar obtenido.

En relación con el número de Reynolds, se ha constatado su utilidad como parámetro adimensional fundamental para determinar el régimen del flujo. En todas las configuraciones experimentales se ha trabajado en el régimen turbulento, como corresponde al comportamiento típico del aire a velocidades medias y bajas viscosidades. Los gráficos obtenidos de representar el coeficiente de arrastre, C_D , frente al número de Reynolds reproducen fielmente las tendencias conocidas de la literatura, a pesar de no evidenciar la caída brusca del coeficiente de arrastre en ciertos perfiles (crisis de arrastre).

Por último, el análisis del perfil de presiones sobre alas gruesas ha permitido observar empíricamente la distribución no uniforme de presiones entre las caras superior e inferior del ala, origen de la fuerza de sustentación. Las mediciones han demostrado como el aumento del ángulo de ataque intensifica la diferencia de presiones hasta cierto punto, tras el cual la inversión de gradientes y los efectos de borde reducen la eficacia del perfil.

En conjunto, los resultados obtenidos confirman tanto cualitativa como cuantitativamente los fundamentos teóricos de la aerodinámica. Este trabajo ha servido para ilustrar experimentalmente conceptos fundamentales, cuestionar modelos idealizados como el de D'Alembert, y mostrar como pequeñas modificaciones geométricas o superficiales pueden tener un impacto significativo en el comportamiento aerodinámico de un cuerpo. Estas conclusiones encuentran aplicación directa en campos como la ingeniería aeronáutica, el diseño de vehículos, la optimización energética y la física aplicada al deporte.

Índice de figuras

1.1. Diagrama de fuerzas sobre una aeronave. Adaptado de [3].	6
1.2. Componentes de la fuerza aerodinámica. Adaptado de [3].	6
1.3. Tendencia de los coeficientes de arrastre de esferas lisas (smooth) y rugosas (rough) en función del número de Reynolds. Adaptado de [5].	9
2.1. Potenciómetro y generador de flujo de aire metálico.	12
2.2. Montaje base para desarrollar los experimentos.	13
2.3. Alas planas, tres circulares y tres rectangulares.	14
2.4. Alineación de la varilla apuntada con la balanza.	15
2.5. Perfiles aerodinámicos utilizados. De izquierda a derecha: curvo-pico, plano-curvo, esférico, plano-esférico, plano-pico.	15
2.6. Perfiles curvo-pico rugoso y liso.	16
2.7. Dispositivo de medida de fuerzas de arrastre.	17
2.8. Dispositivo experimental para medir el perfil de presiones.	18
2.9. Medida de la presión en una ala gruesa.	19
2.10. Orificios perforados en la superficie del ala gruesa.	19
2.11. Posible elección de ángulo en ala gruesa.	20
2.12. Orificios transversales para el estudio de los efectos de borde.	20
3.1. Fuerza de arrastre frente a presión incidente.	22
3.2. Fuerza de arrastre frente al área típica para dos velocidades incidentes.	23
3.3. Turbinas de una aeronave usual. Adaptado de [9].	25
3.4. Fuerza de sustentación frente al área del ala.	26
3.5. Arrastre y sustentación como función del ángulo de ataque.	27
3.6. Fuerza de sustentación frente fuerza de arrastre.	28
3.7. Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil pico-cuvo. Comparativa de superficie lisa y rugosa.	30
3.8. Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil curvo-pico. Comparativa de superficie lisa y rugosa.	31
3.9. Tendencia del coeficiente de arrastre frente al número de Reynolds para un perfil esférico.	32
3.10. Winglet de una aeronave. Adaptado de [13].	35

Índice de tablas

3.1. Fuerzas de arrastre para distintos valores de la presión incidente.	21
3.2. Fuerza de arrastre para dos velocidades incidentes y para cada sección.	22
3.3. Fuerza y coeficiente de arrastre para las distintas geometrías disponibles.	24
3.4. Comparativa de arrastre en superficies con y sin rugosidad.	26
3.5. Fuerza de sustentación para alas planas con $p = 0,6$ mbar.	26
3.6. Arrastre y sustentación para $p = 0,5$ mbar en función del ángulo de ataque.	27
3.7. Número de Reynolds para cada velocidad incidente en los casos liso y rugoso.	29
3.8. Masas aparentes y fuerzas de arrastre para 4 perfiles.	30
3.9. Masas aparentes y fuerzas de arrastre para el perfil esférico.	31
3.10 Presiones en mbar en la cara superior e inferior del ala para $p_1 = 1,4$ mbar.	33
3.11 Presiones en mbar en la cara superior e inferior del ala para $p_2 = 1,1$ mbar.	34
3.12 Presión transversal a la dirección del flujo.	35
A.1. Diámetros de alas circulares	44

Apéndice A

Cálculo de errores

El presente apéndice se dedica a mostrar el análisis del error en los resultados obtenidos en el cuerpo principal del trabajo. Se indicará la sección correspondiente a la que se esté haciendo referencia en cada caso.

A.1. Subsección 3.1.1

El error en el área del ala de mayor tamaño viene dado por el error de escala en las medidas de los lados del rectángulo, a y b . Como $\varepsilon(a) = \varepsilon(b) = 0,005$ y $A = a \cdot b$, se calcula el error como

$$\varepsilon(A) = b\varepsilon(a) + a\varepsilon(b) = 0,06 \text{ cm}^2.$$

El error en la pendiente del ajuste lineal viene dado por

$$\varepsilon(m) = t_{0,05}(5) \cdot s(m) = 2,5706 \cdot 40,280 = 100$$

donde $t_{0,05}(5)$ es el valor de la distribución de Student para una confianza del 95 % y 5 grados de libertad.

El error en el coeficiente de arrastre resultará ser

$$\varepsilon(C_D) = \frac{1}{A}\varepsilon(m) + \frac{m}{A^2}\varepsilon(A) = 0,3.$$

A.2. Subsección 3.1.2

El error en la superficie de las tres alas rectangulares se calcula de forma análoga al de la subsección anterior:

$$\varepsilon(A_1) = b_1\varepsilon(a_1) + a_1\varepsilon(b_1) = 0,06 \text{ cm}^2,$$

$$\varepsilon(A_2) = b_2\varepsilon(a_2) + a_2\varepsilon(b_2) = 0,04 \text{ cm}^2,$$

$$\varepsilon(A_3) = b_3\varepsilon(a_3) + a_3\varepsilon(b_3) = 0,04 \text{ cm}^2,$$

Para las áreas circulares, se determinaron las medidas de la tabla A.1 para cada uno de los diámetros:

El área se calcula como

$$A_i = \pi \left(\frac{\bar{d}_i}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \bar{d}_i^2,$$

Ala i	$d_{i1} \pm 0,005$ / cm	$d_{i2} \pm 0,005$ / cm	$d_{i3} \pm 0,005$ / cm	\bar{d}_i / cm
1	5,250	5,150	5,200	5,200
2	3,535	3,540	3,535	3,537
3	2,500	2,505	2,510	2,505

Tabla A.1: Diámetros de alas circulares

con error asociado igual a la suma de los errores de escala y accidental:

$$\varepsilon(A_i) = \varepsilon_{\text{esc}}(A_i) + \varepsilon_{\text{acc}}(A_i) = \frac{\pi}{2} \bar{d}_i \varepsilon_{\text{esc}}(\bar{d}_i) + 1,96 \frac{\pi}{2} \bar{d}_i \varepsilon_{\text{acc}}(\bar{d}_i),$$

donde el coeficiente 1,96 es el valor de la distribución de Student para infinitos grados de libertad y 5 % de nivel de confianza (lo común para una medida indirecta). Los cálculos arrojan los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\varepsilon(A_1) &= 0,5 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon(A_2) &= 0,05 \text{ cm}^2, \\ \varepsilon(A_3) &= 0,04 \text{ cm}^2.\end{aligned}$$

A.3. Sección 3.2

La masa de la pesa se midió 5 veces, dando los valores siguientes:

$$\begin{aligned}m_1 &= 153,401 \pm 0,001 \text{ g}, \\ m_2 &= 153,332 \pm 0,001 \text{ g}, \\ m_3 &= 153,568 \pm 0,001 \text{ g}, \\ m_4 &= 153,249 \pm 0,001 \text{ g}, \\ m_5 &= 153,300 \pm 0,001 \text{ g}.\end{aligned}$$

El error en el promedio tendrá dos componentes, una de escala y otra accidental:

$$\varepsilon(\bar{m}) = \varepsilon_{\text{esc}}(\bar{m}) + \varepsilon_{\text{acc}}(\bar{m}) = 10^{-3} + 2,7765 \cdot s(\bar{m}) = 0,001 + 2,7765 \cdot 0,0553 = 0,1545,$$

siendo el coeficiente 2,7765 el valor de la distribución de Student para 4 grados de libertad (5 medidas experimentales) y una confianza del 95 %. En consecuencia, se tiene que

$$\bar{m} = 153,37 \pm 0,16 \text{ g}.$$

El error en la fuerza de arrastre calculada a partir de las medidas de la masa inicial y la masa aparente viene dado por

$$\varepsilon(D) = g\varepsilon(m) + g\varepsilon(m^*),$$

donde $\varepsilon(m) = \varepsilon(m^*) = 10^{-3}$ g. De aquí, $\varepsilon(D) = 19,6 \cdot 10^{-3} = 1,96 \cdot 10^{-2}$ mN.

Bibliografía

- [1] J.H.Spurk y N.Askel. *Fluid Mechanics*. Springer, 2008.
- [2] P.K.Kundu, I.M.Cohen y D.R.Dowling. *Fluid Mechanics*. Academic Press, 2012.
- [3] L.M.Milne-Thomson. *Theoretical Aerodynamics*. Dover, 1966.
- [4] S. P. Kiselev, E. V. Vorozhtsov y V. M. Fomin. *Foundations of Fluid Mechanics with Applications*. Springer, 1999.
- [5] Wikipedia. *Crisis de arrastre*. Accedido el 16 de junio de 2025. URL: https://es.wikipedia.org/wiki/Crisis_de_arrastre.
- [6] Imperio de la Ciencia. *Porque los aviones no vuelan: la paradoja de D'Alembert*. Accedido el 16 de junio de 2025. URL: <https://imperiodelaciencia.wordpress.com/2012/05/02/porque-los-aviones-no-vuelan-la-paradoja-de-dalembert/>.
- [7] Nikolaos D. Katopodes. *Free-Surface Flow*. Butterworth-Heinemann, 2019, pág. 88.
- [8] F.M. White. *Mecánica de Fluidos*. McGrawHill, 1983.
- [9] One Air Aviación. *Motores de aviones*. Accedido el 15 de junio de 2025. URL: <https://www.oneair.es/motores-de-aviones/>.
- [10] S.F. Horner. *Fluid-Dynamic Drag*. American Institute of Aeronautics y Astronautics, 1965.
- [11] FasterCapital. *Fuerza de arrastre*. Accedido el 15 de junio de 2025. URL: <https://www.oneair.es/motores-de-aviones/>.
- [12] Federal Aviation Administration. *Airplane Flying Handbook*. US Department of Transportation, 2021. Cap. 6.
- [13] Flightline Weekly. *The Evolution of Winglets*. Accedido el 18 de junio de 2025. URL: <https://www.flightlineweekly.com/post/the-evolution-of-winglets>.
- [14] L.D.Landau y E.M.Lifshitz. *Mecánica De Fluidos*. Reverté, 2001.
- [15] G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- [16] J.D. Anderson y C. P. Cadou. *Fundamentals of Aerodynamics*. Mc Graw Hill, 2024.