

PROBLEMAS DE INGENIERÍA FLUIDOMECÁNICA

(Última actualización: 18/03/2025)

I. Fluidoestática	1
II. Cinemática	31
III. Ecuaciones generales	33
IV. Redes hidráulicas y bombas	65

Área de Mecánica de Fluidos
Escuela de Ingenierías Industriales
Universidad de Valladolid

Ejercicios básicos

Ejercicio 1.1

Se tiene un manómetro como el de la figura 1.1 en que los depósitos superiores tienen un área A_1 y el tubo A_2 . En el equilibrio los dos líquidos inmiscibles ocupan la posición indicada, con la interfase a una distancia h de la superficie libre. Si se aplica una sobrepresión Δp en el depósito de la derecha, el nivel de dicho depósito baja una cantidad h_1 y la interfase correspondiente h_2 .

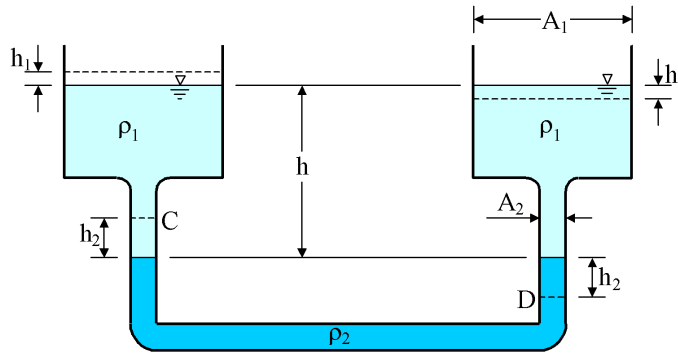


Figura 1.1: Manómetro con dos líquidos.

- 1º) Se pide calcular h_1 y h_2 como función de los datos anteriores y de las densidades ρ_1 y ρ_2 de los líquidos ($\rho_2 \geq \rho_1$).
- 2º) El objetivo de este manómetro es poder medir pequeños incrementos de presión con valores altos de h_2 . Manteniendo todos los otros datos constantes, ¿qué valor de ρ_2 sería el más conveniente para cumplir este objetivo?
- 3º) En el supuesto que las dos densidades fuesen iguales, comparar los resultados obtenidos con los que se obtendrían con un manómetro en el que todo el tubo fuese de sección constante $A_1 = A_2$.
- 4º) Si se quisiese apreciar un $\Delta p = 10^{-4}$ atm con un valor de $h_2 = 2$ cm ¿cuánto tendría que valer A_1/A_2 en el supuesto que $\rho_1 = \rho_2 = 1$ g/cm³.

Indicaciones:

- Tome superficies equipotenciales incluidas en el fluido con densidad ρ_2

Solución:

$$1^\circ) h_2 = \frac{\Delta p}{2g(\rho_2 - \rho_1 + \rho_1 \frac{A_2}{A_1})}$$

$$2^\circ) \rho_2 = \rho_1$$

$$3^\circ) h_2 = \frac{A_1}{A_2} h'_2, \text{ con } h'_2 \text{ el desplazamiento de la interfase en un manómetro de sección constante.}$$

$$4^\circ) \frac{A_1}{A_2} = 38,69$$

Ejercicio 1.2

Calcule la altura mínima h del depósito (distancia AB) para que no se derrame líquido cuando el depósito desliza por el plano inclinado de la figura 1.2 sin rozamiento.

Datos: $a = 0,5 \text{ m}$, $b = 1 \text{ m}$, $\theta = 30^\circ$

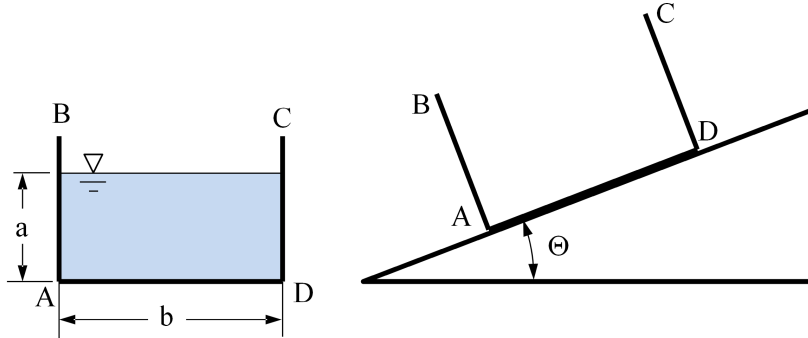


Figura 1.2: Depósito deslizando sobre plano inclinado.

Indicaciones:

- Calcule el ángulo que forma la superficie libre con la horizontal

Solución: No se proporciona

Ejercicio 1.3

Un recipiente cilíndrico de radio R está lleno con un líquido de densidad ρ hasta una altura H y cerrado con un pistón de peso W que se supone cierra herméticamente y sin rozamiento. El conjunto gira alrededor de su eje con una velocidad angular Ω . La presión ambiente es p_a .

- 1º) Hallar la presión en la base del recipiente para $\Omega = 0$.
- 2º) Calcular la distribución de presión en el líquido para $\Omega \neq 0$.
- 3º) ¿En qué punto se produce cavitación ($p_v = 0,2p_a$) y para qué velocidad de giro?
- 4º) ¿Qué punto de la base del recipiente tiene la misma presión cuando gira y cuando no gira?

Indicaciones:

- Necesitará plantear el equilibrio de fuerzas sobre el pistón.
- La cavitación se produce en el primer sitio en que la presión del líquido baje hasta la presión de vapor del fluido a su temperatura.

Solución:

$$1^\circ) p(r, -H) = p_a + \frac{W}{\pi R^2} + \rho g H \quad 2^\circ) p(r, z) = p_a + \frac{W}{\pi R^2} - \rho g z + \rho \frac{\Omega^2}{2} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right)$$

$$3^\circ) \Omega(0, -H) = \sqrt{\frac{3,2p_a}{\rho R^2} + \frac{4W}{\rho \pi R^4}} \quad 4^\circ) r = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

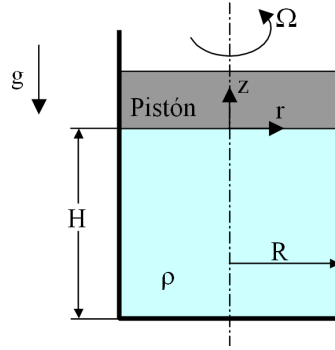


Figura 1.3: Pistón sobre líquido girando.

Ejercicio 1.4

En un recipiente cilíndrico sin tapa, de eje vertical, diámetro $D = 15$ cm y altura $H = 40$ cm, se vierten 3 litros de agua. El recipiente se hace rotar con velocidad angular constante ω de tal forma que la superficie libre sea tangente al fondo del recipiente.

- 1º) Determinar el régimen de giro y el ángulo que forma la superficie libre con la pared del recipiente.
- 2º) Repetir el problema cuando la altura del recipiente es $H = 30$ cm.

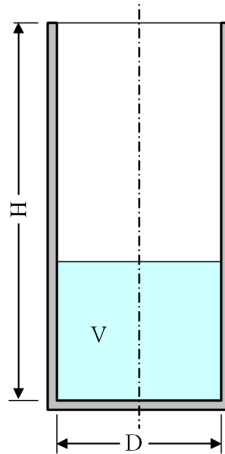


Figura 1.4: Recipiente semilleno girando.

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que es posible que se derrame líquido antes de que la superficie libre toque al fondo.

Solución:

$$1^\circ) \omega = 34,39 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \theta = 6^\circ 18' 17''$$

$$2^\circ) \omega = 32,33 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \theta = 7^\circ 7' 30''$$

Ejercicio 1.5

Un cubo de arista $a = 50$ cm y con una densidad relativa en su mitad inferior de ρ_1 y ρ_2

en su mitad superior se sumerge en un recipiente con dos fluidos inmiscibles, el líquido inferior con una densidad ρ_4 y el superior con una densidad ρ_3 ($\rho_1 > \rho_4 > \rho_3 > \rho_2$). Determine la altura que hay entre la parte superior del cubo y la interfase, h , suponiendo que el cubo está completamente sumergido.

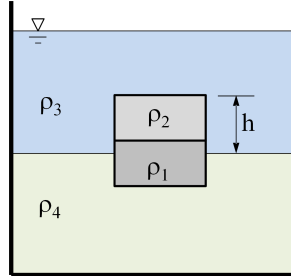


Figura 1.5: Cubo heterogéneo sumergido en líquido heterogéneo.

Indicaciones:

- La geometría del cuerpo es lo suficientemente simple como para que esta cuestión también pueda resolverse fácilmente sin usar el principio de Arquímedes.

Solución: $h = a \frac{\rho_4 - \frac{1}{2}(\rho_1 + \rho_2)}{\rho_4 - \rho_3}$

Ejercicio 1.6

Un bloque de hormigón de volumen $V = 1 \text{ m}^3$ que tiene una densidad $\rho_h = 2200 \text{ kg/m}^3$ se encuentra dentro de un bote que a su vez flota sobre una pequeña piscina rectangular de lados $a = 4 \text{ m}$ y $b = 10 \text{ m}$. Calcule la variación del nivel del agua de la piscina Δh cuando se tire el bloque al agua, indicando si aumenta o disminuye. Repita el ejercicio para un bloque de madera de densidad $\rho_m = 600 \text{ kg/m}^3$

Solución:

1º) Bloque de hormigón $\Delta h = -0,03 \text{ m}$

2º) No se proporciona

Ejercicio 1.7

Un balde cilíndrico abierto de diámetro exterior $D = 0,2 \text{ m}$ y altura exterior $H = 0,3 \text{ m}$ con peso de $P = 10 \text{ N}$ se sumerge lentamente en agua y con su extremo abierto hacia abajo como se indica en la figura 1.7. ¿A qué profundidad no retornará de nuevo a la superficie libre? Explique que pasa después de que esa profundidad haya sido excedida.

Datos: El espesor del metal del cilindro es $e = 2 \text{ mm}$. El aire y el agua se encuentran a $T_a = 20^\circ \text{C}$. El aire se comprime isotérmicamente. $\rho_{\text{agua}}(20^\circ \text{C}) = 998,2 \text{ kg/m}^3$

Indicaciones:

- Aunque el espesor sea pequeño no lo desprecie.

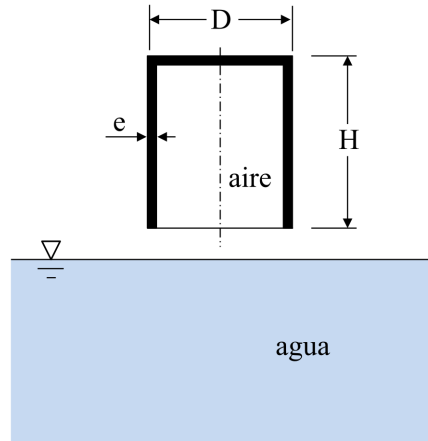


Figura 1.7: Balde con espesor que se sumerge boca abajo.

Solución: $h = 144,88 \text{ m}$

Ejercicio 1.8

Dos recipientes idénticos y con la misma cantidad de agua se colocan sobre sendos platillos de una balanza. Uno de ellos se introduce hasta la mitad una bola metálica hueca de diámetro $D = 5 \text{ cm}$ y masa $m = 15 \text{ g}$ sin que se derrame agua como se indica en la figura 1.8. ¿Cuál será el valor de la masa M que habría que colocar y sobre qué platillo para que el sistema permanezca equilibrado? ¿Daría igual si en lugar de colocar la pesa sobre el platillo se colocara en el interior del recipiente correspondiente a ese platillo? ¿Cómo variaría el problema si $m = 5 \text{ kg}$

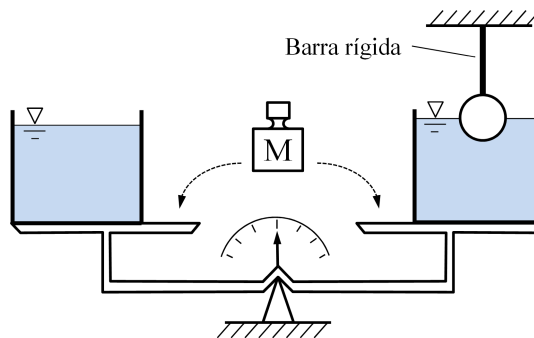


Figura 1.8: Balanza y principio de Arquímedes

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que la barra rígida puede trabajar a compresión o a tracción.

Solución: $M = 32,72 \text{ g}$

Ejercicio 1.9

Un globo de forma esférica de 5 m de radio está lleno de hidrógeno en las condiciones de presión 1 atm y temperatura 288 K. Considerando para la atmósfera que la temperatura permanece constante con la altura e igual a 15°C y que el valor de la gravedad es constante con la altura e igual a 9,8 m/s², determinar el peso de lastre adicional W_L si la estructura del globo pesa 2940 N para que dicho globo alcance una altura de 3.000 m.

Nota: Considerar el globo indeformable. PM(Aire) = 29 g/mol. PM(H₂) = 2 g/mol. La temperatura del H₂ permanece constante e igual a 288 K.

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que el peso del aire desalojado por el globo es diferente para cada altura.

Solución: $W_L = 1024 \text{ N}$

Ejercicio 1.10

Calcule el valor máximo de H que permite que la compuerta angular de la figura 1.10 de ancho a no gire alrededor de O . Desprecie la masa de la compuerta.

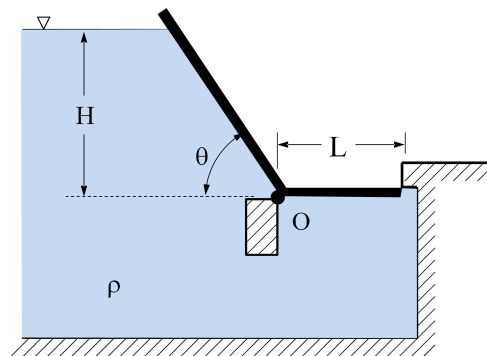


Figura 1.10: Compuerta angular

Solución: $H = \sqrt{3}L \sin \theta$

Ejercicio 1.11

Un azud fluvial está constituido por la compuerta rígida OAB de la figura 1.11, que es un cuarto de cilindro hueco que gira alrededor de O . ¿Cuál es el par (por unidad de anchura de compuerta) necesario para que la compuerta permanezca en la posición indicada en la figura 1.11? Desprecie el peso de la compuerta y el rozamiento en la articulación. Aplíquelo al caso $R = 2 \text{ m}$.

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que las líneas de acción de la presión sobre la parte curva pasan por el eje de giro de la compuerta.

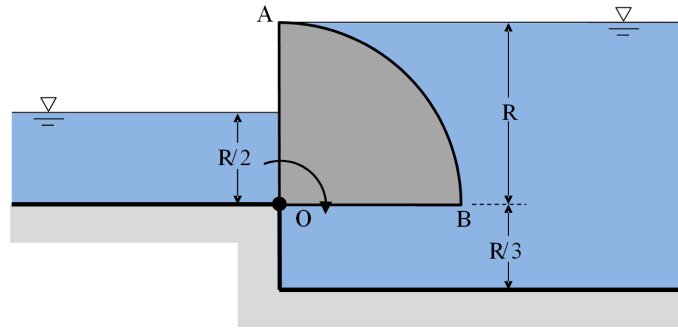


Figura 1.11: Compuerta cuarto cilindro

Solución: $M_0 = 3,7605 \times 10^4 \text{ Nm/m}$

Ejercicio 1.12

Determinar la fuerza total sobre la pared externa A del tanque cilíndrico de la figura, así como su punto de aplicación.

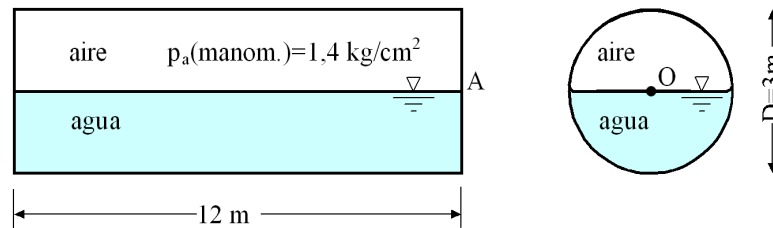


Figura 1.12: Tanque cilíndrico semilleno.

Indicaciones:

- Aunque la pared sobre la que se pide calcular la fuerza es plana, no es rectangular, por lo que aplicar el concepto de prisma de presiones no simplifica los cálculos.

Solución: $F = 9,92871 \times 10^5 \text{ N}$ $z = -1,964 \text{ cm}$

Ejercicio 1.13

Un dique tiene la forma que se indica en la figura 1.13. Tanto la superficie del agua como la de la parte exterior del dique están expuestas a la presión atmosférica, y su anchura es $a = 3 \text{ m}$. Calcule la fuerza horizontal en B necesaria para impedir que gire alrededor del pivote mostrado en A despreciando el peso del dique.

Solución: $F_B = 10,15335 \text{ kN}$

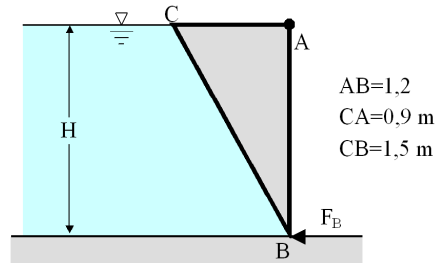


Figura 1.13: Compuerta triangular.

Ejercicio 1.14

La figura 1.14 representa un depósito paralelepípedo de 3×2 metros de superficie, lleno de un líquido de densidad 850 kg/m^3 hasta una altura de 2 m y abierto a la atmósfera por la parte superior. En la cara $ABCD$ existe una compuerta $EFCD$ que gira alrededor del eje EF .

- 1º) Determinar la fuerza ejercida sobre la compuerta, así como su punto de aplicación.
- 2º) En el caso de que además exista una aceleración vertical hacia arriba de 4 m/s^2 , ver como se modificarían los resultados anteriores.

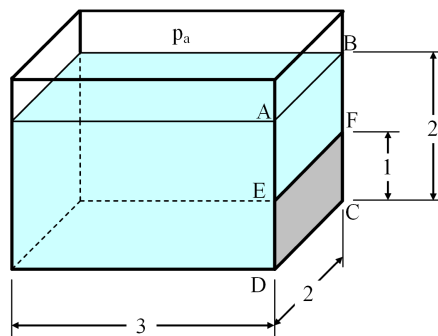


Figura 1.14: Depósito paralelepípedo.

Solución:

- 1º) $F = 2,499 \times 10^4 \text{ N}$; 0,555 m del eje de la compuerta.
- 2º) $F = 3,590 \times 10^4 \text{ N}$; mismo punto de aplicación.

Ejercicio 1.15

La compuerta de la figura 1.15 es cuadrada de 2 m de lado y está inclinada 30° respecto a la horizontal, pudiendo girar alrededor del eje O horizontal situado en el lado más alto de la compuerta. El fluido de la izquierda es aceite de densidad relativa $S = 0,8$ y el de la derecha es agua ($S = 1$). Sobre la superficie del aceite hay aire a una presión absoluta de $0,784 \times 10^5 \text{ Pa}$, mientras que sobre la superficie del agua el aire está a la presión atmosférica. Determinar el peso total que ha de actuar en el centro de la compuerta para que la misma esté en equilibrio.

Solución: $W = 220,672 \text{ kN}$

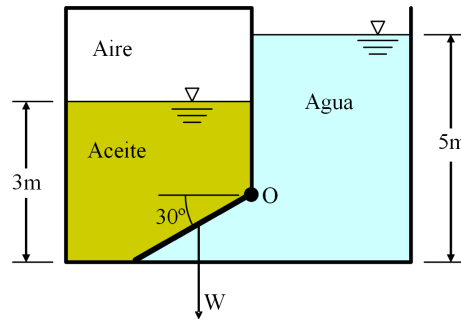


Figura 1.15: Compuerta de separación inclinada.

Ejercicio 1.16

Calcular el peso de la compuerta ABC de la figura 1.16 en el supuesto de que esté en equilibrio y que puede girar sin rozamiento alrededor de A. Hacer la aplicación a $h = 5$ m, $R = 1$ m y ancho 2,5 m.

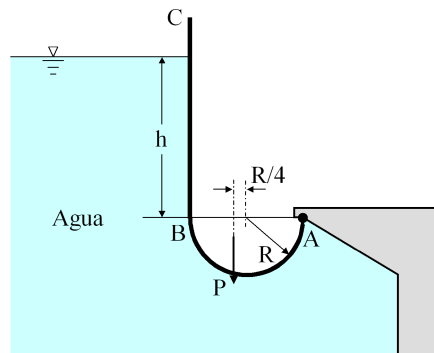


Figura 1.16: Compuerta curvada.

Solución: $P = 635,12$ kN

Ejercicio 1.17

En un estuario el agua dulce se mezcla con el agua salada, formando una mezcla en la que la densidad varía linealmente según la ley:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (H_1 - z)]$$

de tal manera que en la superficie libre la densidad es 1 g/cm^3 y en el fondo, a 3 metros de profundidad, el valor de la densidad es $1,1 \text{ g/cm}^3$. Una compuerta rectangular de altura $H = 2,5$ m y anchura $b = 1$ m, está situada a una profundidad $h=0,5$ m de la superficie, figura 1.17. Se pide calcular:

- 1º) la ley de variación de la presión hidrostática con la profundidad.
- 2º) la fuerza resultante sobre la compuerta.
- 3º) el punto de aplicación de esta fuerza.
- 4º) cómo se modifican estos resultados en el caso de que $\alpha = 0$ y $\rho = 1 \text{ g/cm}^3$.

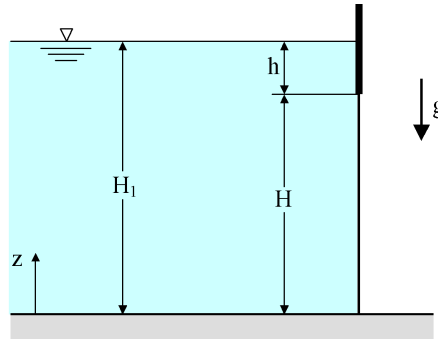


Figura 1.17: Compuerta en estuario.

Solución:

$$1^{\circ}) p = (30901 - 10791z + 163,5z^2) \text{ N/m}^2$$

$$2^{\circ}) F = 44383,4 \text{ N}$$

$$3^{\circ}) z_C = 0,9454 \text{ m}$$

$$4^{\circ}) F = 42918,75 \text{ N} ; z_C = 0,9523$$

Ejercicios para practicar

Ejercicio 1.18

Un recipiente de forma cilíndrica de altura $H = 4$ m y diámetro $D = 1$ m, abierto por su parte superior, está lleno de agua hasta la altura $h = 3$ m. Se pide:

- 1º) ¿cuánto vale la velocidad de giro ω para que se derrame un volumen de $0,5 \text{ m}^3$?
- 2º) ¿cuánto vale la velocidad de giro ω para que se derrame un volumen doble?
- 3º) determinar en ambos casos la superficie del fondo que queda al descubierto.

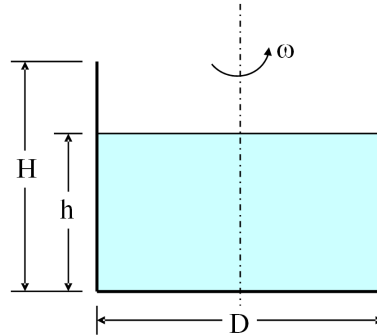


Figura 1.18: Recipiente cilíndrico girando.

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que el fondo puede quedar descubierto en alguna de las situaciones

Solución:

- 1º) $w_1 = 16,01 \text{ rad/s}$ 2º) $w_2 = 19,06 \text{ rad/s}$ 3º) $S_{01} = 0$; $S_{02} = 0,1074 \text{ m}^2$

Ejercicio 1.19

Un tubo en forma de U con los extremos abiertos a la atmósfera, como el indicado en la figura 1.19 tiene diámetro $D = 0,01$ m, anchura $L = 1$ m y lleno de agua hasta una altura $H = 1$ m está girando con velocidad angular $\omega = 15 \text{ rad/s}$ respecto a la vertical que pasa por el centro. La altura del tubo es suficiente para evitar el desbordamiento del fluido.

- 1º) Calcule en función de los datos suministrados, la distribución de presiones $p(z, r)$ respecto a los ejes indicados en la figura 1.19.
- 2º) Sabiendo que la presión de vapor del agua a temperatura ambiente es 2340 Pa , calcule la velocidad angular para la que aparecería cavitación incipiente indicando el lugar de aparición.
- 3º) Describir que ocurriría si la velocidad de giro superara la del apartado anterior.

Solución:

1º) $p(r, z) = p_a - \rho g(z - H) + \rho \frac{\omega^2}{2} \left(r^2 - \frac{L^2}{4} \right)$

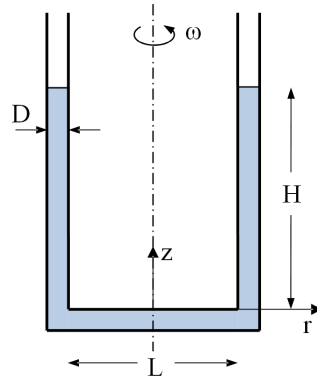


Figura 1.19: Tubo en U girando.

Ejercicio 1.20

Se tiene un cilindro de revolución de radio 1 m lleno de agua hasta una altura de 2 m quedando 20 cm de altura en contacto con la atmósfera por un agujero en la tapa. Se le comunica una rotación uniforme hasta que la línea de intersección de la superficie de separación agua aire con la tapa superior sea una circunferencia de radio 0,5 m. Hallar la velocidad de rotación ω , la distribución de presión en el líquido y la fuerza total que se ejerce sobre la tapa superior.

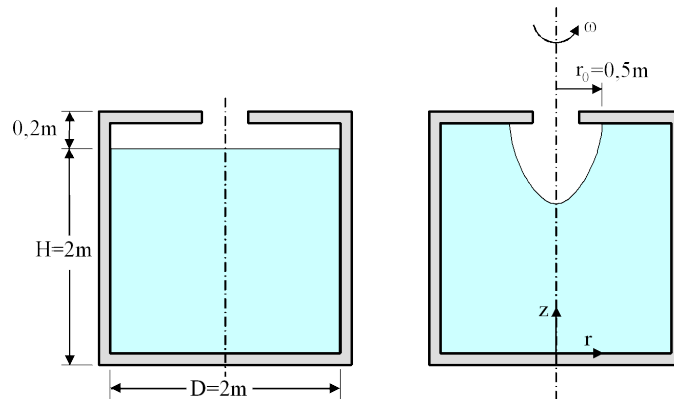


Figura 1.20: Cilindro cilíndrico con agujero girando.

Solución:

$$1^{\circ}) \Omega = 11,2 \text{ rad/s} \qquad 2^{\circ}) F = 55417,7 \text{ N}$$

Ejercicio 1.21

Un depósito cilíndrico abierto con diámetro interior $d = 0,8 \text{ m}$ y altura $h = 6,5 \text{ m}$ puede girar alrededor de su eje de revolución. En la parte baja tiene aire, encima un pistón que desliza sin rozamiento, sobre el pistón agua y sobre el agua aceite de densidad $0,8\rho_{\text{agua}}$. En reposo la altura del aire es $h_a = 0,5 \text{ m}$, la del agua $h_w = 4,0 \text{ m}$ y la del aceite $h_o = 1,2 \text{ m}$. El pistón tiene una masa $M = 80 \text{ kg}$ y un espesor $h_p = 0,1 \text{ m}$. Supuesta la expansión del aire isoterma, calcule:

1º) la velocidad de giro ω a la que empezaría a desbordar el aceite y la presión del aire a

esa velocidad de giro.

2º) la velocidad de giro ω' a la que empezaría a desbordar el agua, la presión y la altura del aire a esa velocidad de giro.

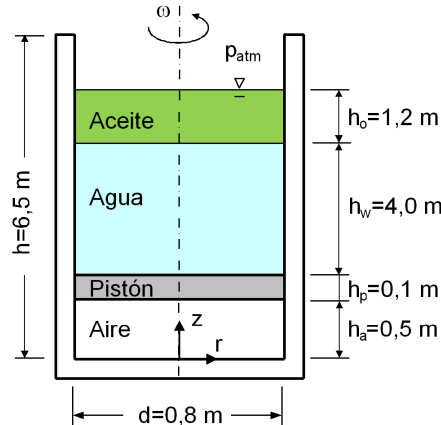


Figura 1.21: Pistón separador de varios fluidos.

Solución:

$$1^\circ) \omega = 13,10 \text{ rad/s} \quad , \quad p_a = (p_{atm} + 50168) \text{ Pa}$$

$$2^\circ) \omega' = 21,39 \text{ rad/s} \quad , \quad p_a = (p_{atm} + 40760) \text{ Pa} \quad , \quad h'_a = 0,533 \text{ m}$$

Ejercicio 1.22

Un globo aerostático esférico tiene una capacidad $V = 1000 \text{ l}$. La masa de la parte sólida es $m = 1 \text{ kg}$. El globo se llena completamente a cota cero con hidrógeno a presión y temperatura ambiente. Si se asume que el globo es indeformable y que la temperatura del hidrógeno es la misma que la del aire que lo rodea, determine la altura que alcanzará el globo si está inmerso en una atmósfera isoterma.

Datos: $PM_{aire} = 0,029 \text{ kg/mol}$, $PM_{H_2} = 0,002 \text{ kg/mol}$, $p_{aire}(z = 0 \text{ m}) = 1 \text{ atm}$, $T_{aire}(z = 0 \text{ m}) = 288 \text{ K}$

Solución: $z = 1040 \text{ m}$

Ejercicio 1.23

El bloque de madera paralelepédico A de base cuadrada de lado a y con altura b flota inclinado sobre el agua debido un bloque de hormigón B unido al bloque mediante un cable de masa despreciable como se indica en la figura 1.23. Si la densidad del bloque de hormigón es ρ_B y la del agua ρ_w , determine la densidad de A , ρ_A , y el volumen de B , V_B .

Indicaciones:

- Para calcular la resultante de las fuerzas hidrostáticas sobre el bloque de madera puede usar el concepto de empuje o directamente la distribución de presiones sobre

sus caras, pero no ambos simultáneamente ya que son dos formas de expresar lo mismo.

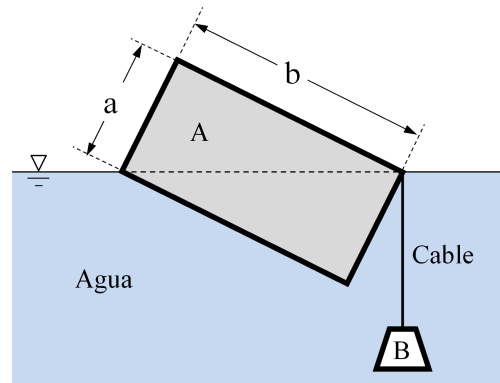


Figura 1.23: Bloque flotante inclinado

Solución:

$$\rho_A = \frac{\rho_w(2a^2+b^2)}{3(a^2+b^2)} \quad V_B = ba^2 \frac{\rho_w}{\rho_B - \rho_w} \frac{a^2+2b^2}{6(a^2+b^2)}$$

Ejercicio 1.24

Un canal navegable debe salvar una hondonada en el terreno para lo cual se emplea un perfil en U de hormigón apoyado sobre 5 pilares separados una distancia $L = 10$ m. Calcular el máximo incremento de fuerza de compresión que deben soportar los pilares cuando una de las barcazas cruza la hondonada si ésta pesa 5 toneladas y tiene una longitud de $L_b = 6$ m.

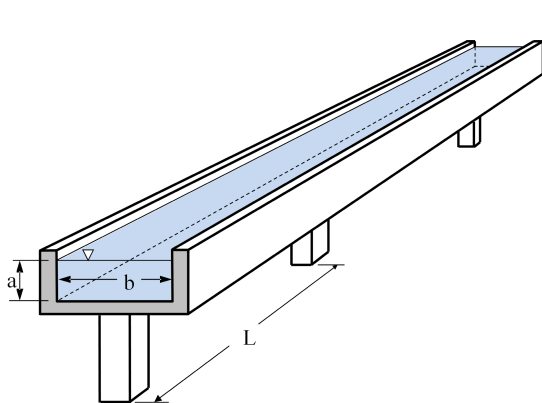


Figura 1.24: Tramo de canal navegable sobre pilares. Puente de Magdeburgo, Alemania.

Solución: No se proporciona

Ejercicio 1.25

Un tubo cilíndrico de 0,1 m de diámetro y 30 m de longitud se introduce verticalmente

en un lago (figura 1.25). El extremo superior del tubo se encuentra cerrado. En dicho extremo existe una válvula V que inicialmente se encuentra cerrada.

- 1º) Calcule la presión existente en la cámara de aire cuando el extremo superior del tubo se encuentra sumergido a 1 m de profundidad (figura a), si se supone un proceso de compresión isoterma.

Se abre la válvula V para evacuar todo el aire y a continuación se cierra. En ese momento se empieza a subir muy lentamente el tubo con velocidad constante (figura b).

- 2º) Determine cuál será la altura del extremo superior sobre el nivel del lago a la que aparece cavitación.
- 3º) Sabiendo que la masa del tubo es de 600 kg, determine la fuerza sobre el cable que soporta al tubo justo cuando aparece cavitación.

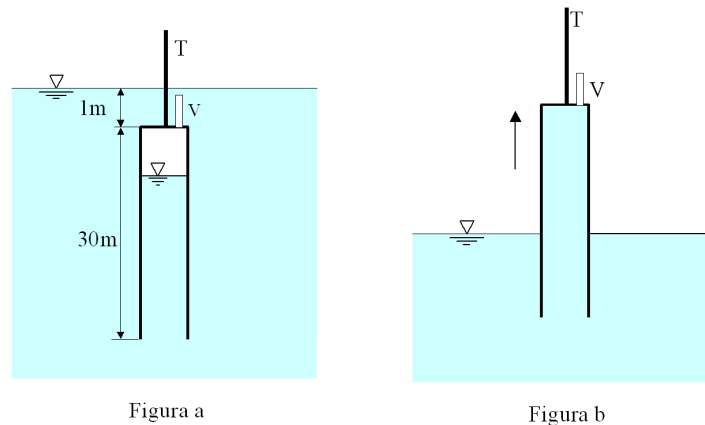


Figura 1.25: Tubería cilíndrica sumergida con un extremo cerrado.

Indicaciones:

- La primera parte es semejante al ejercicio 1.7
- Para la segunda parte tenga en cuenta cuál es la presión límite en la parte superior del tubo.

Solución:

$$1^\circ) p_m = 1,35534 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$2^\circ) h = 10,34 \text{ m}$$

$$3^\circ) T = 6675,8 \text{ N}$$

Ejercicio 1.26

Un cilindro presenta una distribución heterogénea de densidades tal y como se muestra en la figura 1.26.

- 1º) Determinar la densidad máxima del líquido exterior ρ_L para que el cilindro sea estable en posición vertical.

- 2º) Si $L = 30$ cm, determinar la profundidad h a la que se encuentra el centro del cilindro para que éste quede en posición vertical de equilibrio si la densidad del líquido exterior aumenta con la profundidad de acuerdo a la expresión $\rho_L = \rho_{H_2O} + 30h$, con h expresada en metros.

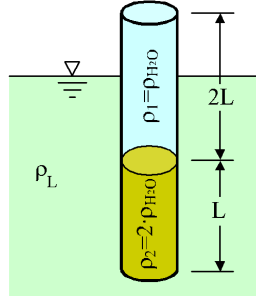


Figura 1.26: Cilindro flotante.

Solución:

1º) $\rho_L \leq \frac{8}{5}\rho_{H_2O}$ 2º) $h = 11,1$ m

Ejercicio 1.27

Se dispone de dos globos llenos con una masa m de gas ligero. Uno de los globos es rígido y el otro flexible y en ambos se desprecia el peso de la estructura. Al soltar el globo rígido, éste alcanza el equilibrio en una altura de 2000 m. Al soltar el globo flexible se observa que asciende con una aceleración $a = 0,4g$ (se asume que la fuerza de arrastre es despreciable). Considerando que la atmósfera conserva la temperatura constante e igual a 20°C, determinar:

- 1º) El volumen del globo rígido en función de la masa m .
- 2º) La evolución del volumen del globo flexible hasta $z = 2000$ m en función de la masa m y la altura z
- 3º) Cuando el globo flexible alcanza la altura de equilibrio del rígido, ambos se enganchan y ascienden juntos. En este caso, determinar la altura de equilibrio.

Solución:

1º) $V_R = [1,047 m] \text{ m}^3$ 2º) $V_F = 1,167 m e^{(1,166 \times 10^{-4} z)} \text{ m}^3$ 3º) $z = 6339,5$ m

Ejercicio 1.28

Un globo de helio se ata al suelo de un vehículo con ayuda de un cordel de longitud $L = 0,5$ m y otro globo idéntico pero lleno de aire se ata al techo con un cordel de la misma longitud. Determine los ángulos que formarán ambos cordeles con la vertical cuando:

- 1º) el vehículo frena con una deceleración de $0,5 \text{ m/s}^2$.

2º) el vehículo aumenta su velocidad con una aceleración de $0,25 \text{ m/s}^2$.

3º) el vehículo toma una rotonda de radio $R = 5 \text{ m}$ a 40 km/h

Datos: radio de los globos $R_g = 0,2 \text{ m}$, presión dentro de ambos globos $p_g = 1,11 \text{ Pa}$, presión ambiente $p = 1,01 \text{ Pa}$, masa del globo vacío $m_g = 1 \text{ g}$, $\text{PM}(\text{Aire}) = 29 \text{ g/mol}$, $\text{PM}(\text{He}) = 4 \text{ g/mol}$, $T = 288,16 \text{ K}$.

Indicaciones:

- Al plantear el equilibrio de fuerzas sobre los globos tenga en cuenta la dirección del empuje.
- <https://www.youtube.com/watch?v=JDjA6oiXXJQ#t=45>
<https://www.youtube.com/watch?v=mjb-D2doH1I>

Solución:

1º) No se proporciona

2º) No se proporciona

3º) $0,4119 \text{ rad}$

Ejercicio 1.29

Un cubo de lado L lleno de líquido de densidad ρ y con un pequeño orificio en la esquina C desciende por un plano inclinado sin rozamiento. Determine la distribución de presiones, fuerza resultante y punto de aplicación sobre las caras AB , DC y AD .

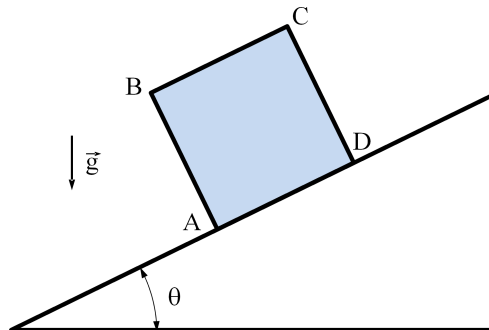


Figura 1.29: Cubo sobre plano inclinado

Indicaciones:

- Recordar el ejercicio 1.2.

Solución:

$F_{AB} = \frac{1}{2} \rho g L^3 \cos \theta$ normal a la cara AB , hacia abajo y a una distancia $L/3$ de A .

$F_{CD} = \frac{1}{2} \rho g L^3 \cos \theta$ normal a la cara CD , hacia arriba y a una distancia $L/3$ de D .

$F_{AD} = \rho g L^3 \cos \theta$ normal a la cara AD , hacia abajo y a en medio de la cara.

Ejercicio 1.30

La compuerta semicilíndrica de la figura 1.30 está articulada en el eje A y tiene una masa $M(\text{kg/m})$ por unidad de longitud y un diámetro D . Calcular la fuerza horizontal por unidad de longitud $F(\text{N/m})$ que hay que aplicar en B para mantener la compuerta en la posición indicada así como la reacción en el apoyo A .

Indicaciones:

- Calcule previamente las componentes horizontal y vertical de las fuerzas hidrostáticas a cada lado de la compuerta así como sus líneas de acción.
- Utilice los ejes indicados en la figura
- Si es preciso repase la parte de teoría donde se explica cómo calcular las componentes de la fuerza hidrostática sobre superficies curvas.

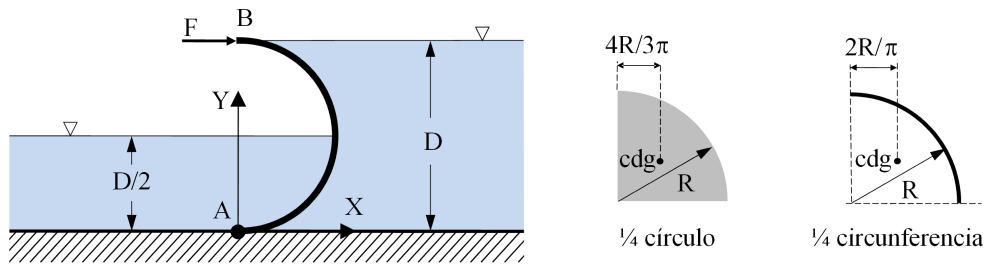


Figura 1.30: Compuerta semicilíndrica

Solución: $F = \frac{3}{16}\rho g D^2 - \frac{Mg}{\pi}$ $R = \left(\frac{3}{16}\rho g D^2 + \frac{Mg}{\pi}\right) \vec{i} + \left(Mg - \frac{\pi}{16}\rho g D^2\right) \vec{j}$

Ejercicio 1.31

Un recipiente cilíndrico de diámetro D y altura H cerrado herméticamente contiene un líquido de densidad ρ hasta una altura h , estando el resto ocupado por gas a presión ambiente. El recipiente se deja caer libremente con su eje en posición vertical a la vez que gira con una velocidad angular ω entorno al eje. Calcule la fuerza que ejerce el líquido sobre la pared lateral del cilindro.

Indicaciones:

- Determinar la distribución de presiones le ayudará a llegar a la solución.
- Analice lo que ocurriría si el cilindro contuviera aire y dos líquidos inmiscibles.

Solución: $F = \frac{\pi}{8}\rho D^3 h \omega^2$

Ejercicio 1.32

Una compuerta maciza tiene forma de prisma triangular recto siendo su base un triángulo equilátero de lado L . La compuerta se encuentra anclada al fondo permitiéndose solamente

el giro entono al eje O . Calcule la densidad del material ρ_c de la compuerta para que se encuentre en equilibrio en la posición indicada en la figura 1.32 cuando la altura del agua a la derecha de la compuerta es $H = 3L/4$.

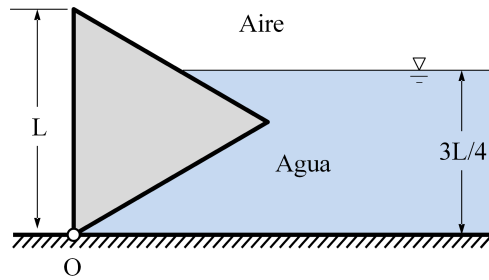


Figura 1.32: Compuerta prismática triangular

Indicaciones:

- Este problema se puede resolver por más de un procedimiento.

Solución: $\rho_c = \frac{3}{2}\rho_w$

Ejercicio 1.33

Una compuerta rectangular de peso P (N/m) por unidad de ancho y articulada en O cambia su inclinación a medida que el agua va subiendo su nivel H desde cero hasta R . Asuma que la compuerta consigue la estanqueidad sin rozamiento y determine:

- 1º) la expresión que liga el nivel de agua H con el ángulo α girado por la compuerta.
- 2º) el peso por unidad de ancho de la compuerta para que cuando el nivel de agua H sea $R/2$ el ángulo girado por la compuerta sea de 45° siendo $R = 1\text{ m}$.

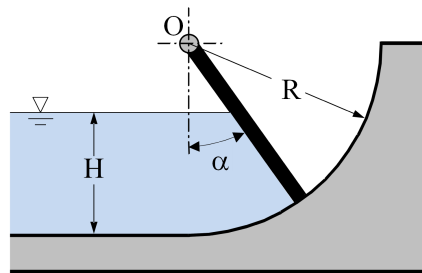


Figura 1.33: Compuerta giratoria.

Solución:

$$1^\circ) PR \tan \alpha = \frac{1}{3}\rho g \left(R - \frac{R-H}{\cos \alpha}\right)^2 \left(2R + \frac{R-H}{\cos \alpha}\right) \quad 2^\circ) P = 758,63\text{ N/m}$$

Ejercicio 1.34

Una presa consta de una sección en forma de parábola cuyo vértice O está a 170 m de la

superficie libre. El eje vertical de la parábola, OT , corta a la superficie del agua a 42 m de la pared según se indica en la figura 1.34. Calcular la fuerza horizontal y vertical, así como la resultante y la inclinación de ésta. El centroide de la sección OBT se encuentra a 15,75 m del eje OT .

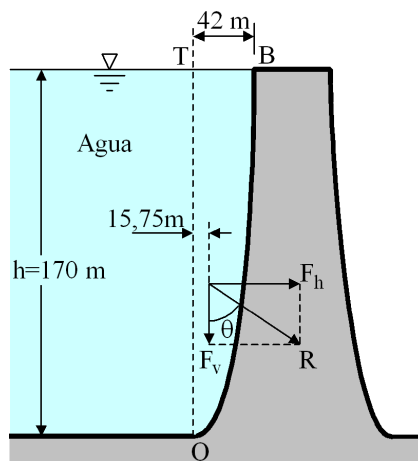


Figura 1.34: Presa parabólica.

Solución:

$$F_H = 141,61 \times 10^6 \text{ N/m a } 56,67 \text{ m del fondo}$$

$$F_V = 46,648 \times 10^6 \text{ N/m a } 15,75 \text{ m de } OT$$

$$R = 149,0955 \times 10^6 \text{ N/m ; } \theta = 71,77^\circ$$

Ejercicio 1.35

Dos depósitos idénticos, de dimensiones las indicadas en la figura 1.35 y de una anchura de 1 m en dirección normal al papel, se encuentran sometidos a una aceleración horizontal de $4,9 \text{ m/s}^2$, y están separados por una placa vertical AB . El agua antes de acelerar los depósitos está a un nivel de 2 m por encima del fondo. Supuesto el fluido en reposo respecto a los depósitos, se pide:

- 1º) Inclinación de la superficie libre.
- 2º) Distribución de presiones.
- 3º) Fuerza sobre la placa AB y punto de aplicación.

Si ahora se cierran los depósitos por la parte superior a 2,5 m del fondo y se comunican por su parte inferior, tal como indica la figura, se establece una nueva configuración fluidoestática. Suponer que el aire está inicialmente a una presión de 1 atm y que se expande y comprime isotérmicamente.

- 4º) Calcular las dimensiones a , b , c y d indicadas en la figura 1.35 y las presiones p_1 y p_2 en cada depósito.

Indicaciones:

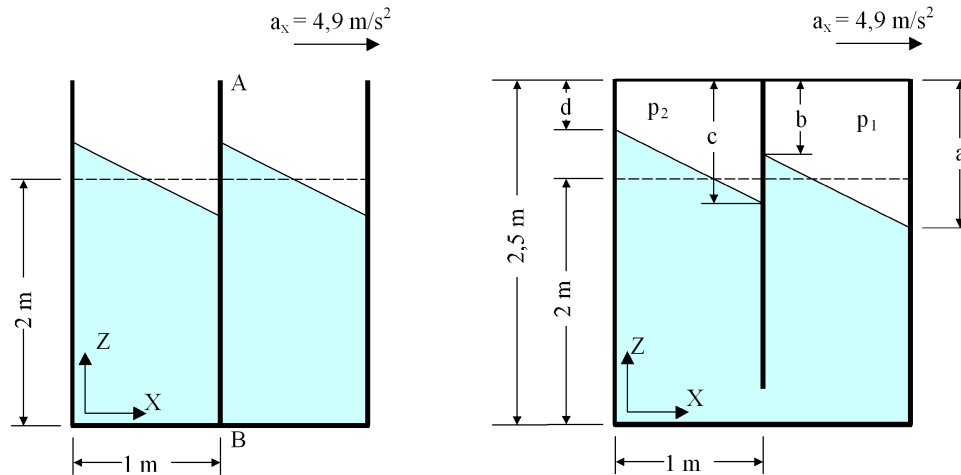


Figura 1.35: Tanque con dos compartimentos.

- El aire en el depósito de la derecha se expande algo y el de la izquierda se comprime, compensando la diferencia de presiones que se originaría a causa de los diferentes niveles de líquido a ambos lados de la placa.

Solución:

1º) $26,56^\circ$

2º) $p = p_{atm} + 22050 - 4,900x - 9,800z$

3º) $F = 9800 \text{ N}$; $z = 1,005 \text{ m}$

4º) $a = 0,762 \text{ m}$; $b = 0,262 \text{ m}$; $c = 0,738 \text{ m}$ $d = 0,238 \text{ m}$; $p_1 = 99051,9 \text{ N/m}^2$ y $p_2 = 103730,6 \text{ N/m}^2$

Ejercicio 1.36

Un tanque de 1 m de anchura (dimensión perpendicular al papel) con dos compartimentos comunicados por su parte inferior posee agua y aceite de densidad $\rho_0 = 0,7\rho_{agua}$, alcanzando el mismo nivel en los dos compartimentos.

- Determinese la fuerza resultante sobre el tabique AB y punto de aplicación (figura 1.36a).
- ¿Qué presión indicará el manómetro si el tanque de la figura 1.36a se mueve hacia la izquierda con una aceleración $a = g/2$?
- Si antes de acelerar el tanque se cierra el compartimento de la izquierda (figura 1.36b) ¿a qué aceleración se puede someter al tanque sin que se contamine de aceite el manómetro? Para esa aceleración, ¿cuál sería la distribución de presiones sobre el fondo del tanque?

Nota: Suponer procesos isotermos y que la presión de vapor del aceite es nula a la temperatura que se desarrolla el problema.

Indicaciones:

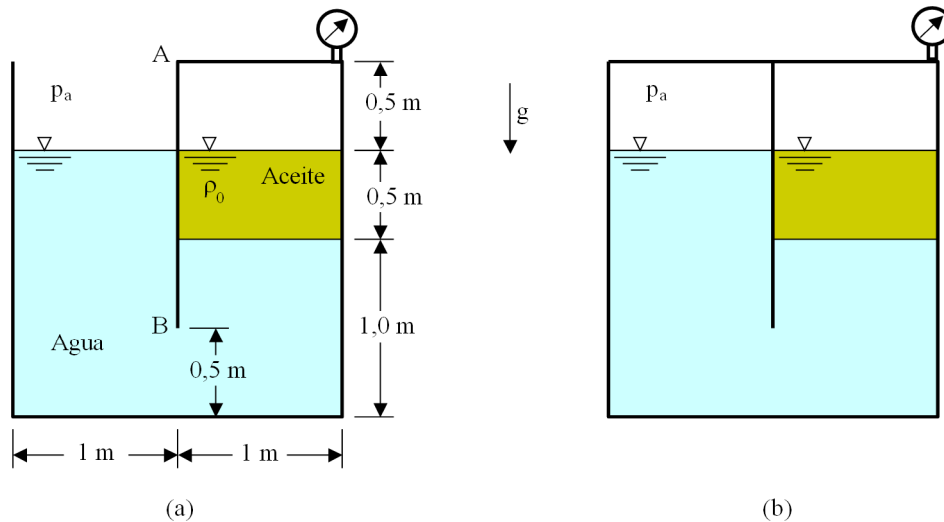


Figura 1.36: Tanque con dos compartimentos y dos líquidos.

- Se aconseja hacer antes el ejercicio 1.35.

Solución:

$$1^{\text{o}}) F = 1102,5 \text{ N} ; x_F = 1,111 \text{ m}$$

$$2^0) \quad p = 5753,12 \text{ Pa}$$

$$3^o) \quad a = 9,37 \text{ m/s}^2 ; p(x, 0) = 106882,49 + 9371,7 x$$

Ejercicio 1.37

Un depósito con forma cilíndrica contiene dos fluidos. El de densidad ρ_1 se encuentra en la periferia del depósito mientras que el de densidad ρ_2 se encuentra en el centro del mismo. Ambos fluidos están separados por una pared interior y una tapa cilíndrica M . Determina:

- 1º) La masa mínima que debería tener la tapa M para que ambos fluidos estén separados.
- 2º) La velocidad mínima de giro del sistema respecto del eje de simetría para que el líquido de densidad ρ_2 no moje la tapa M . Suponer que no se descubre el fondo del depósito interior.
- 3º) Si el régimen de giro es $\omega = 15 \text{ rad/s}$, la masa mínima que debe tener la tapa M para que ambos fluidos estén separados.

Datos: $D_1 = 1,0\text{ m}$; $D_2 = 0,4\text{ m}$; $D_3 = 0,3\text{ m}$; $H_1 = 1,2\text{ m}$; $H_2 = 0,5\text{ m}$; $h_3 = 0,1\text{ m}$; $h_4 = 0,2\text{ m}$; $\rho_1 = 1000\text{ kg/m}^3$; $\rho_2 = 700\text{ kg/m}^3$. Efectos de tensión superficial despreciables.

Solución:

$$1^{\circ}) \quad M = 64,68 \text{ Kg}$$

2^o) $\omega = 8,1435 \text{ rad/s}$

3^o) $M = 0 \text{ Kg}$

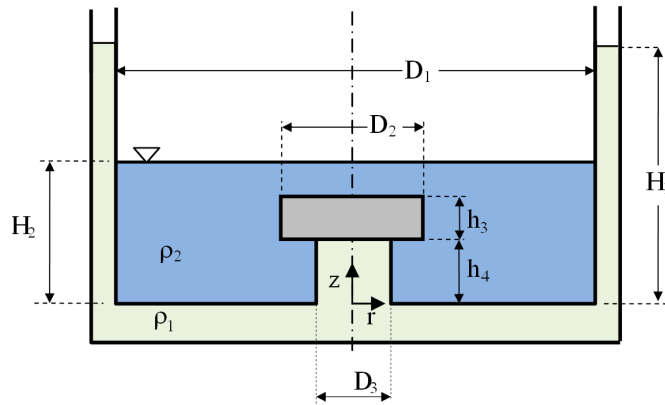


Figura 1.37: Tapa sumergida.

Ejercicio 1.38

La cápsula semiesférica de la figura pesa 100 N, está llena de agua y sujeta al suelo por seis tornillos equiespaciados. ¿Qué fuerza soporta cada tornillo? Despreciar los posibles efectos de la tensión superficial.

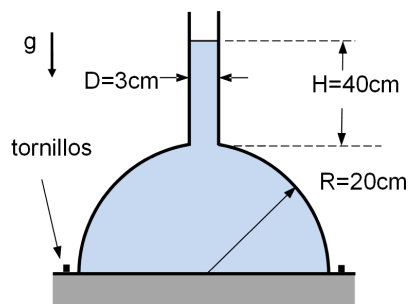


Figura 1.38: Cápsula semicilíndrica.

Solución: $F = 78,65 \text{ N}$

Ejercicios avanzados

Ejercicio 1.39

Un tanque cilíndrico está lleno de aceite de densidad ρ_o y en su interior se ha fijado un tubo en U con mercurio ρ_{Hg} tal como se indica en la figura 1.39. El conjunto gira como sólido rígido. Determinar la velocidad de giro que corresponde a la posición de equilibrio indicada en la figura 1.39.

Datos: $h_1 = 0,475 \text{ m}$, $h_2 = 1,2 \text{ m}$, $R = 0,4 \text{ m}$, $\rho_o = 750 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{Hg} = 13000 \text{ kg/m}^3$

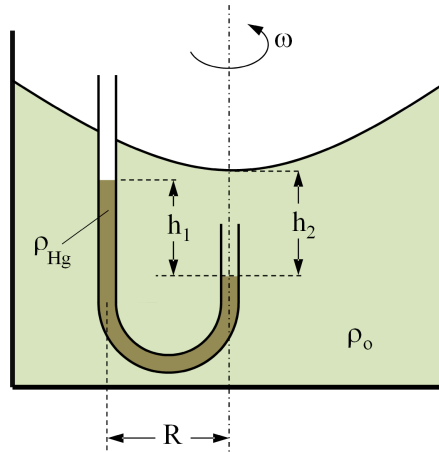


Figura 1.39: Tubo en U girando sumergido.

Indicaciones:

- El diámetro del tubo en U es suficientemente grande como para que no sea necesario tener en cuenta la tensión superficial
- Tenga en cuenta que aunque los dos extremos del tubo en U están abiertos, uno está dentro del aceite mientras que el otro está comunicado con la atmósfera.

Solución:
$$\omega = \frac{1}{R} \sqrt{2g \left(h_1 - \frac{\rho_o}{\rho_{Hg}} h_2 \right)}$$

Ejercicio 1.40

Dos depósitos cilíndricos concéntricos comunicados entre si (ver figura 1.40), están llenos de agua hasta una altura R y abiertos a la atmósfera. Suponiendo que para la ω dada no se descubre el fondo ni se derrama líquido,

- 1º) calcular la distribución de presiones sobre el fondo cuando el conjunto gira a ω rad/s sobre su eje de simetría y
- 2º) plantear las ecuaciones necesarias para resolver el apartado anterior en el caso de que se hubiera tapado los depósitos antes de hacerlos girar.

Solución:

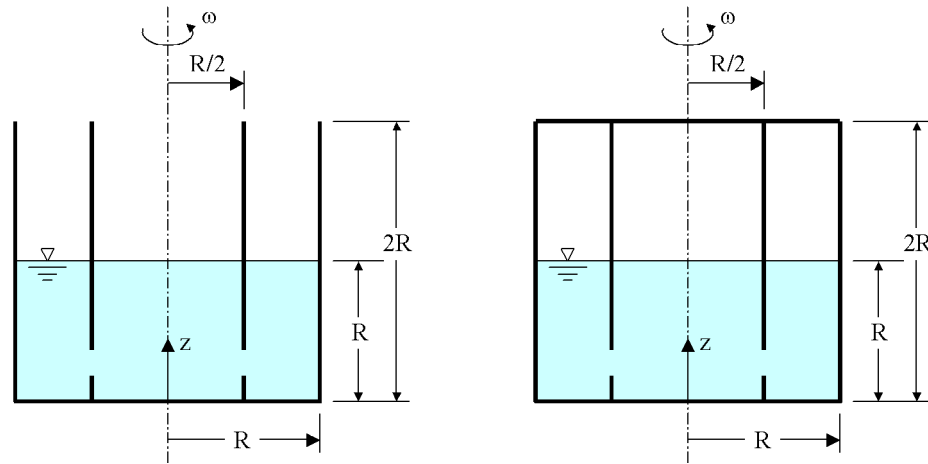


Figura 1.40: Depósitos cilíndricos concéntricos

$$1^{\circ}) p(r, 0) = p_{atm} + \rho g R \left(1 - \frac{\omega^2}{4g} R \right) + \rho \omega^2 \frac{r^2}{2}$$

$$2^{\circ}) \frac{1}{p_1} + \frac{3}{p_2} = \frac{4}{p_a} \quad ; \quad \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = R p_a \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right) - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

siendo p_1 y p_2 las presiones del aire en cada cámara

Ejercicio 1.41

Se tiene un recipiente cilíndrico de diámetro $D = 20$ cm y altura $H = 40$ cm totalmente lleno de agua y cerrado por dos tapas unidas al cuerpo cilíndrico por seis pernos cada una. En el centro de la tapa superior existe un pequeño orificio. Si el recipiente gira alrededor de su eje, como indica la figura, a una velocidad de 300 r.p.m.

- 1º) Obtener la expresión de la distribución de presión en el agua y dibujar las superficies de presión constante, indicando la localización de los puntos de presión máxima y mínima.
- 2º) Calcular la fuerza de tracción que soporta cada perno de la tapa superior.
- 3º) Calcular la fuerza de tracción que soporta cada perno de la tapa inferior.
- 4º) Responder todas las preguntas anteriores en el caso en que, además de girar, el cilindro se deja caer libremente.

Solución:

$$1^{\circ}) p(z, r) = 105245 - 9800 z + 493480 r^2$$

$$2^{\circ}) F = 12,91 \text{ N}$$

$$3^{\circ}) F = 33,44 \text{ N}$$

$$4^{\circ}) p(z, r) = 101325 + 493480 r^2 \quad ; \quad F = 12,91 \text{ N} \quad ; \quad F = 12,91 \text{ N}$$

Ejercicio 1.42

Una esfera de radio R y densidad ρ se sumerge en un tanque como el de la figura 1.42.

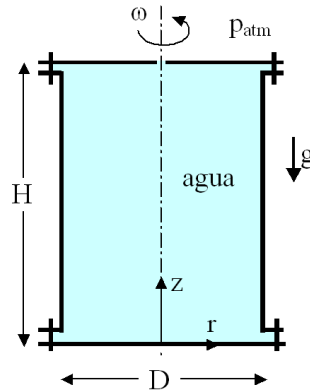


Figura 1.41: Cilindro completamente lleno con tapas

Sabiendo que $\rho_o < \rho < \rho_w$ determine la expresión que relaciona la posición h del centro de la esfera en función del resto de parámetros cuando la esfera se estabiliza.

Indicaciones:

- Necesitará calcular el volumen de un casquete esférico.
- Si bien es semejante al ejercicio 2.5 en este caso sólo es aconsejable hacerlo por un método.

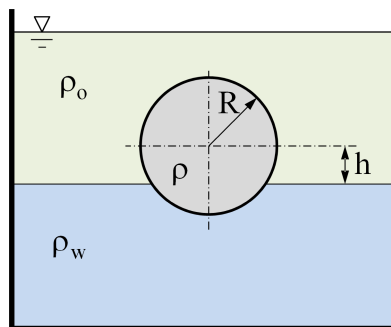


Figura 1.42: Esfera entre dos aguas.

Solución:
$$\frac{2R^3}{3} \frac{2\rho - \rho_o - \rho_w}{\rho_w - \rho_o} = h \left(\frac{h^2}{3} - R^2 \right)$$

Ejercicio 1.43

Una boya de señalización marítima con sección constante S y una longitud total L tiene su mitad superior de plástico con una densidad relativa ρ_p y su mitad inferior de una aleación metálica de densidad ρ_m desconocida.

- 1º) Sabiendo que la boya flota en agua salada de densidad relativa ρ_a sobresaliendo una longitud h por encima del nivel del agua calcule la densidad de la aleación metálica.
- 2º) Si la boya anterior embarranca en una roca a una profundidad h_0 , ¿cuál será en ángulo θ que formará el eje de la boya supuesto que la roca no ejerza momento sobre la boya?

Indicaciones:

- Se puede despreciar la sección transversal S de la boya

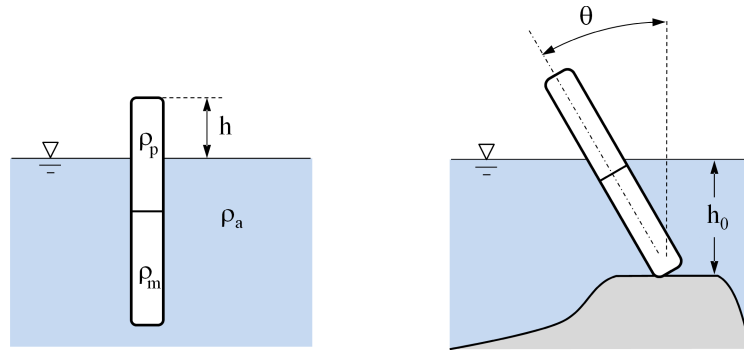


Figura 1.43: Boya varada

Solución:

a) $\rho_m = \frac{2(L-h)}{L} \rho_a - \rho_p$

b) $\cos^2 \theta = \frac{4h_0^2 \rho_a}{(3\rho_p + \rho_m)L^2}$

Ejercicio 1.44

Una barra de densidad relativa al agua ρ_b menor que uno y de sección circular con diámetro $D = 5 \text{ cm}$ y longitud $L = 100 \text{ cm}$ puede girar libremente en torno al punto O que se encuentra a una altura H de la superficie del agua.

- 1º) Determine el ángulo de equilibrio y si $\rho_b = 0,9$ y $H = 40 \text{ cm}$
- 2º) Determine el ángulo de equilibrio y si $\rho_b = 0,9$ y $H = 70 \text{ cm}$

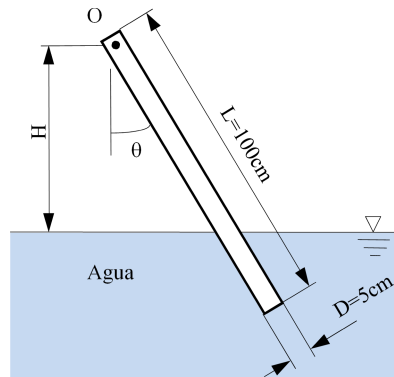


Figura 1.44: Barra ¿inclinada?

Indicaciones:

- Se puede despreciar el diámetro de la barra a efectos de cálculos de los centros de gravedad.
- Cómo casi siempre es preferible no sustituir valores numéricos hasta el final pero tenga en cuenta que al simplificar una identidad se pueden perder soluciones.

- Analice las soluciones de ambos apartados y establezca el criterio para obtener una u otra

Solución:

a) $\theta = 18^\circ 26'$

b) $\theta = 0^\circ$

Ejercicio 1.45

Los globos sonda aerostáticos se hinchan parcialmente con un gas de menor densidad que el aire y se cierran. Como la presión atmosférica disminuye con la altura, el gas interior se expande a medida que asciende hasta hinchar completamente el globo. Mientras está parcialmente hinchado la presión y temperatura del gas interior son iguales a las del exterior, pero una vez alcanzado el volumen máximo sólo son iguales las temperaturas.

Un globo cuyo volumen máximo corresponde a una esfera de 6 m de radio se lanza desde el nivel del mar a la atmósfera parcialmente hinchado con 30 kg de hidrógeno. La masa total del globo, es decir, material constituyente, instrumentos, incluido el hidrógeno, es de 150 kg. En la troposfera ($0 \text{ m} < z < 11000 \text{ m}$) la temperatura es $T = T_0 - 0,0065z$, con temperatura a nivel del suelo de 15°C . En la estratosfera ($11000 \text{ m} < z < 35000 \text{ m}$) la atmósfera es isoterma, manteniendo la temperatura el valor que tenía a los 11000 m. A nivel del mar la densidad del aire es de $1,24 \text{ kg/m}^3$ y la del hidrógeno de $0,082 \text{ kg/m}^3$. Se pide hallar:

- 1º) la variación de la presión atmosférica con la altura tanto en la troposfera como en la estratosfera,
- 2º) la altura a partir de la cual el globo ya está completamente hinchado y
- 3º) la altura de equilibrio del globo.

Datos: $R_{\text{Aire}} = 287 \text{ Nm/kgK}$, $R_{H_2} = 4155 \text{ Nm/kgK}$

Solución:

$$1^\circ) \quad p = 1,1932 \times 10^{-8} (288,16 - 0,0065z)^{5,2586} \quad \text{para} \quad 0 \leq z \leq 11000 \text{ m}$$

$$p = 22889,12 \exp[-1,576 \times 10^{-4} (z - 11000)] \quad \text{para} \quad 11000 \text{ m} \leq z \leq 35000 \text{ m}$$

2º) $z = 8856,14 \text{ m}$

3º) $z = 16061,31 \text{ m}$

Ejercicio 1.46

Un contenedor cilíndrico alberga en su interior dos depósitos concéntricos como los mostrados en la figura. El depósito interior está destinado a un fluido de densidad $\rho_2 = 750 \text{ kg/m}^3$, mientras que en el depósito exterior la densidad del fluido es $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$. Los fluidos están separados por un tapón de forma cónica cuyo semiángulo es de 45° . Determinar el mínimo peso del tapón que garantizaría la estanqueidad de ambos depósitos para los siguientes casos:

- 1º) Cuando el depósito está en reposo.
- 2º) Cuando está girando respecto de su eje de simetría con una velocidad $\omega = 50$ rpm. Suponiendo que la altura del depósito garantiza el no desbordamiento del líquido de su interior.

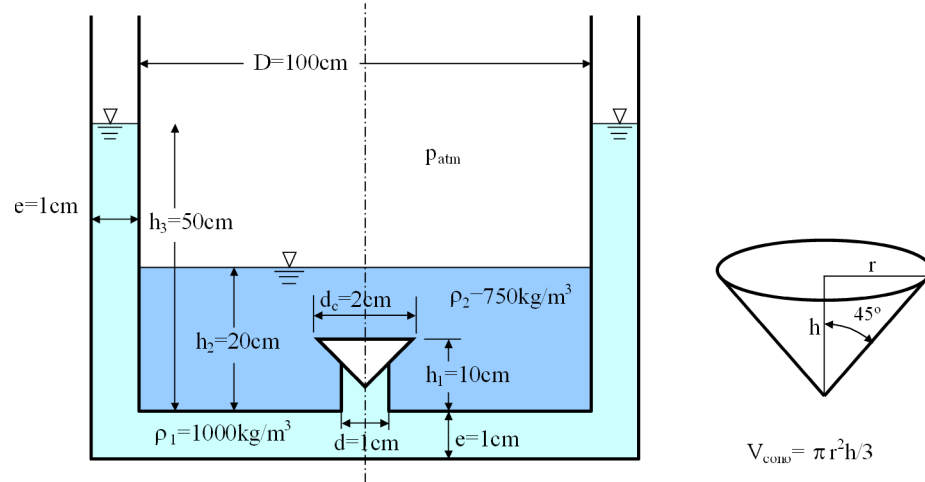


Figura 1.46: Tapón cónico sumergido.

Indicaciones:

- Compruebe si con el giro queda al descubierto el tapón cónico.

Solución:

- 1º) 0,259 N 2º) 0,038 N

Ejercicio 1.47

Un depósito cilíndrico abierto tiene un diámetro interior $d = 80$ cm y una altura $b = 6,5$ m. En la parte baja tiene aire, encima tiene un pistón desplazable sin rozamiento y sobre el pistón hay agua. En reposo, la altura del aire es $a = 0,5$ m y la del agua $h_1 = 5,36$ m. El pistón tiene una masa $M = 80$ kg y un espesor $e = 9$ cm. Calcular:

1º) la velocidad de giro máxima del depósito alrededor de su eje de revolución para que no desborde el agua.

2º) la distribución de presiones en el agua.

3º) la fuerza del líquido sobre el pistón.

Si el depósito gira a $\omega = 20$ rad/s parte del agua desborda. Suponiendo la evolución del aire isoterma, calcular:

4º) la altura del aire.

5º) el volumen de agua que desborda.

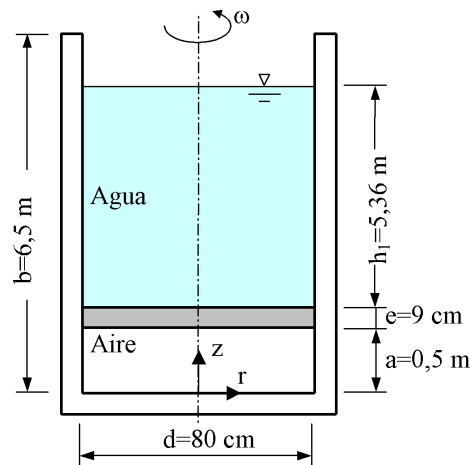


Figura 1.47: Pistón separador aire agua.

Solución:

1º) $\omega = 11,6$ rad/s

2º) $p = p_{atm} + 52920 - 9800 z + 67375 r^2$

3º) $F = 26403,45$ N

4º) $V_{derramado} = 0,5633$ m³

5º) $a = 0,538$ m

Ejercicios básicos

Problema 2.1

Para un flujo hipotético, la velocidad desde $t = 0$ s hasta $t = 10$ s es $u = 2$ m/s y $v = 0$ m/s. Desde $t = 10$ s hasta $t = 15$ s la velocidad es $u=3$ m/s y $v=-4$ m/s. Dibujar: la senda de una partícula que pasó por el punto $A (0,0)$ en $t = 0$ s. Las líneas de corriente para $t = 15$ s. La traza del punto A en $t = 15$ s.

Problema 2.2

Para un fluido dado, la velocidad para todo el campo es $u = 5$ m/s y $v = -2t$ m/s (con t en segundos). Una partícula se suelta en $t = 0$ s en el origen de coordenadas. Obtener las ecuaciones de la trayectoria, senda, líneas de corriente y la línea de traza en $t=5$ s. Dibujar los resultados.

Solución:

$$\begin{array}{ll} \text{Trayectoria: } x = 5t ; y = -t^2 & \text{Senda: } y = -\frac{x^2}{25} \\ \text{Líneas de corriente: } y = -2x + k & \text{Traza: } y = \frac{x^2}{25} - 2x \end{array}$$

Problema 2.3

Dado el siguiente campo de velocidades $\vec{v} = 2t\vec{i} - 2x^2t\vec{j}$ determinar:

- 1º) La ecuación de la trayectoria de la partícula fluida que en $t = 0$ s está en el punto de coordenadas (x_0, y_0) .
- 2º) La ecuación de la línea de corriente que en $t = 1$ s pasa por el punto de coordenadas (x_1, y_1) .

Solución:

$$1^\circ) \begin{cases} x = t^2 + x_0 \\ y = \frac{-t^6}{3} - x_0 t^4 - x_0^2 t^2 + y_0 \end{cases} \quad 2^\circ) y = y_1 + \frac{x_1^3 - x^3}{3}$$

Problema 2.4

Un campo fluido es periódico de forma que las líneas de corriente son paralelas en intervalos definidos. El primer segundo el fluido se mueve hacia arriba a 45° (hacia la derecha), el segundo hacia abajo a 45° (hacia la derecha), etc. La velocidad es constante e igual a 10 m/s. Dibujar la senda de una partícula que en $t = 0$ s pasa por el punto A , de coordenadas $(0,0)$. Si se inyecta tinta en dicho punto A , ¿cuál será la traza en $t = 2,5$ s?

Problema 2.5

Para el campo de velocidades dado por la ecuación $\vec{v} = \frac{x}{t}\vec{i} + y\vec{j} + 0\vec{k}$ calcular la línea de traza del punto (x_1, y_1, z_1) en el instante de tiempo t_1 .

Solución:

$$\left. \begin{aligned} y &= y_1 \exp \left[t_1 \left(1 - \frac{x_1}{x} \right) \right] \\ z &= z_1 \end{aligned} \right\}$$

Problema 2.6

El movimiento de un fluido viene dado por la ecuación: $\vec{v} = (x+t)\vec{i} + (y+t)\vec{j} + \vec{k}$ calcular:

1º) la ecuación de la línea de corriente que, en el instante $t = 1$, pasó por el origen de coordenadas.

2º) la senda seguida por una partícula que en $t = 0$ se encuentra en el origen de coordenadas.

Indicaciones:

- Se aconseja hacer el cambio de variable $\alpha = x + t$, $\beta = y + t$.

Solución:

$$\left. \begin{aligned} 1^\circ) \quad x+t &= y+t \\ y+t &= e^z \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} 2^\circ) \quad x+z+1 &= e^z \\ y+z+1 &= e^z \end{aligned} \right\}$$

Ejercicios básicos

Ejercicio 3.1

Para el sistema de la figura 3.1 y suponiendo que el fluido que circula está formado por gases perfectos cuyos pesos moleculares son distintos a la entrada y salida, calcular la velocidad de salida.

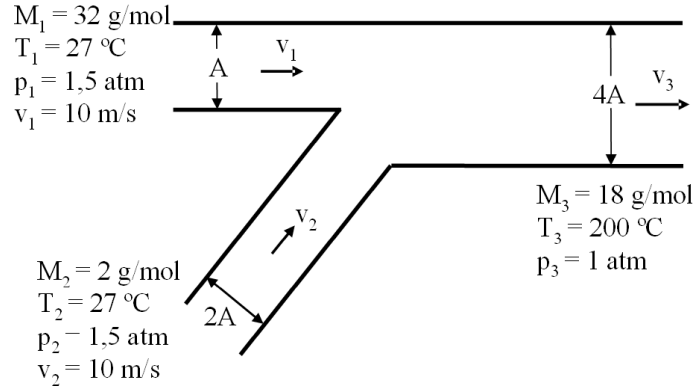


Figura 3.1: Mezcla de dos corrientes gaseosas.

Indicaciones:

- Usar la ecuación de conservación de la masa.

Solución: $v_3 = 10,823 \text{ m/s}$

Ejercicio 3.2

Dado el campo de velocidades de un líquido $\vec{v} = 2t\vec{i} - 2x^2t\vec{j}$ compruebe que se verifica la ecuación de conservación de la masa en forma integral para el volumen de control de la figura 3.2. El volumen de control es no deformable y se mueve con velocidad constante $\vec{v} = v_0\vec{i}$

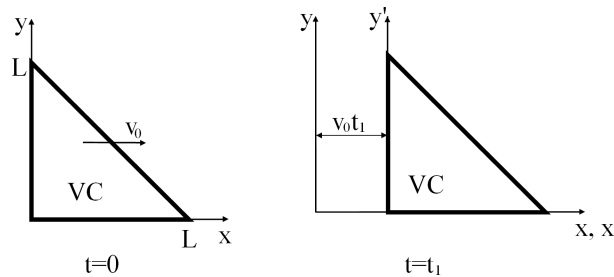


Figura 3.2: Volumen de control.

Indicaciones:

- Como dice el enunciado aplique la ecuación de la masa al VC indicado. Se recomienda usar el sistema de referencia fijo indicado.

- Verifique que el término temporal es nulo.
- Descomponga el término convectivo en suma de tres integrales, una para cada superficie (línea, en este caso).

Ejercicio 3.3

Calcular el tiempo que tarda en vaciarse hasta la mitad un depósito cilíndrico como el representado en la figura 3.3 cuando la altura inicial del agua es 1 m.

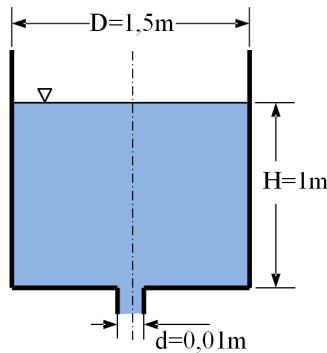


Figura 3.3: Vaciado de un depósito.

Indicaciones:

- Para calcular la velocidad de salida necesitará sumir la hipótesis de flujo ideal.

Solución: 2977 s

Ejercicio 3.4

En una conducción de diámetro D_1 por la que circula un gas en régimen incompresible se dispone de un tubo de Venturi de diámetro D_2 junto con un manómetro de líquido para determinar el caudal a partir de la lectura h del manómetro. Se desea sustituir el tubo de Venturi por un medidor de tubo de Pitot. Calcular la altura h' que marcará el manómetro en este caso cuando circule el mismo caudal en función de D_1 , D_2 y h .

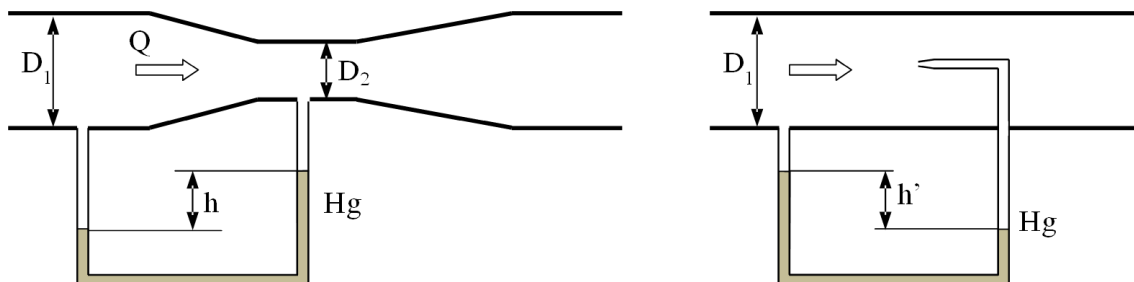


Figura 3.4: Venturi y Pitot.

Solución: $h' = \frac{h}{\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1}$

Ejercicio 3.5

Un ventilador toma aire de la atmósfera a través de un conducto de 350 mm de diámetro y lo descarga a la atmósfera a través de un conducto de 150 mm de diámetro a una velocidad de 20 m/s. Suponiendo que el rendimiento del ventilador es la unidad calcular la potencia que consume.

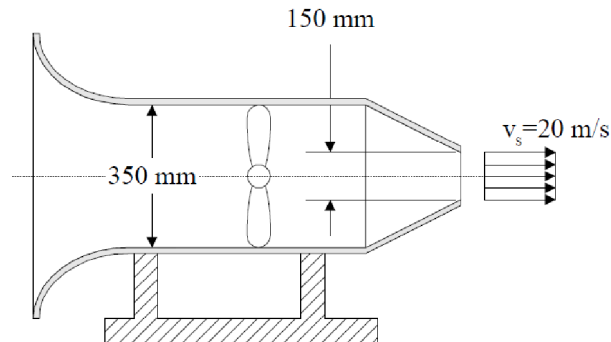


Figura 3.5: Ventilador confinado.

Indicaciones:

- Tenga en cuenta que en un ventilador no hay cambios de densidad del gas.
- Puede tomar un VC con la sección de entrada inmediatamente aguas arriba del ventilador y la sección de salida inmediatamente aguas abajo del ventilador.
- Para calcular las condiciones del flujo en una sección inmediatamente aguas arriba del ventilador puede aplicar flujo ideal entre el ambiente en reposo y esta sección. Análogamente para la sección aguas abajo del ventilador y la sección de salida.

Solución: 84,82 W

Ejercicio 3.6

La tubería acodada de la figura 3.6 toma fluido a la presión p_1 y lo expulsa a la presión p_2 . La mitad superior de la tubería está a presión p_a y la inferior a p_2 , estando ambos ambientes separados por un tabique T . La sección del conducto que cruza el tabique es A. En la entrada la velocidad es v_1 , la densidad ρ_1 y el área A_1 . En la salida la velocidad es v_2 y el área A_2 . El movimiento es permanente, las condiciones a la entrada y salida son uniformes y se desprecian las fuerzas másicas.

Se pide calcular la densidad a la salida ρ_2 y la fuerza total que ejerce el fluido tanto exterior como interior sobre el conducto.

Aplicación numérica: $\rho_1 = 1,2 \text{ kg/m}^3$; $v_1 = 50 \text{ m/s}$; $A_1 = 30 \text{ cm}^2$; $p_1 = 0,95 \text{ kg/cm}^2$; $v_2 = 100 \text{ m/s}$; $A_2 = 20 \text{ cm}^2$; $p_2 = 0,8 \text{ kg/cm}^2$; $A = 25 \text{ cm}^2$; $p_a = 1 \text{ kg/cm}^2$

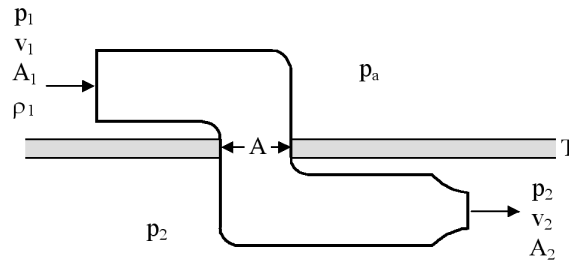


Figura 3.6: Conducto pasa tabique.

Indicaciones:

- Puede tomar una SC bordeando el exterior del tubo acodado.
- Tenga presente las diferentes presiones alrededor de la SC.

Solución:

$$\rho_2 = 0,9 \text{ kg/m}^3 \quad ; \quad F'_y = (-23,7\vec{i} - 49,0\vec{j}) \text{ N}$$

Ejercicio 3.7

Un chorro de agua de caudal $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ y velocidad de salida 20 m/s incide sobre el cuerpo de la figura de tal modo que el caudal se divide en dos partes iguales como se indica en la figura. Determinar, despreciando las fuerzas másicas, la fuerza que el chorro ejerce sobre el cuerpo en los casos siguientes:

- 1º) El cuerpo está en reposo.
- 2º) El cuerpo se acerca al chorro a una velocidad de 10 m/s .
- 3º) El cuerpo se aleja del chorro a una velocidad de 10 m/s .

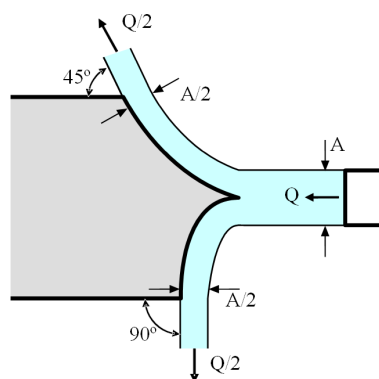


Figura 3.7: Chorro dividido en dos partes.

Indicaciones:

- Una posible opción es tomar el VC solidario al cuerpo y un SR también solidario al cuerpo. Con esta elección la resolución de los dos últimos apartados es muy parecida a la resolución del primero.

Solución:

$$1^{\circ}) F' = (-1292,9\vec{i} + 292,89\vec{j}) \text{ N} \quad 2^{\circ}) F' = (-2909\vec{i} + 659\vec{j}) \text{ N}$$

$$3^{\circ}) F' = (-323,2\vec{i} + 73,22\vec{j}) \text{ N}$$

Ejercicio 3.8

Un álabe en reposo defleca 60° un chorro de agua de 50 mm de diámetro. A causa de la fricción en la superficie del álabe, el agua que abandona el álabe ha perdido el 15 % de su energía cinética original. Calcular el caudal de agua necesario para producir una fuerza hidrodinámica de 2000 N sobre el álabe.

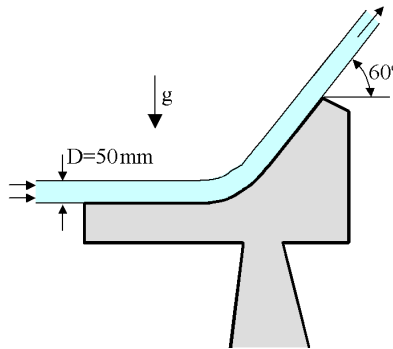


Figura 3.8: Chorro deflectado por una álabe.

Indicaciones:

- No olvide aplicar la ecuación de conservación de la masa.

Solución: $Q = 0,0638 \text{ m}^3/\text{s}$

Ejercicio 3.9

La figura 3.9 muestra un conducto donde se mezclan dos corrientes de aire. La corriente superior (1) tiene una velocidad $v_1 = 100 \text{ m/s}$, una temperatura $T_1 = 10^\circ\text{C}$, una presión manométrica de $p_1 = 2 \text{ bar}$ y un área $A_1 = 0,5 \text{ m}^2$; la corriente inferior (2) tiene una $v_2 = 100 \text{ m/s}$, una temperatura $T_2 = 20^\circ\text{C}$, una presión manométrica de $p_2 = 3 \text{ bar}$ y un área $A_2 = 0,5 \text{ m}^2$. Calcular la presión p_3 .

Sabiendo que la presión en una sección 4, muy aguas abajo ($L_{34} \gg L_{13}$), $p_4 = 1,5 \text{ bar}$ y que la temperatura $T_3 = T_4$, calcular la fuerza F del tubo sobre el fluido en el tramo 3-4 y el calor que hay que comunicar o extraer del fluido en ese tramo de tubo.

Solución: $p_3(\text{man}) = 253422 \text{ Pa} \quad F = -85578,1 \text{ N} \quad \dot{Q} = 2,1469 \text{ MW}$

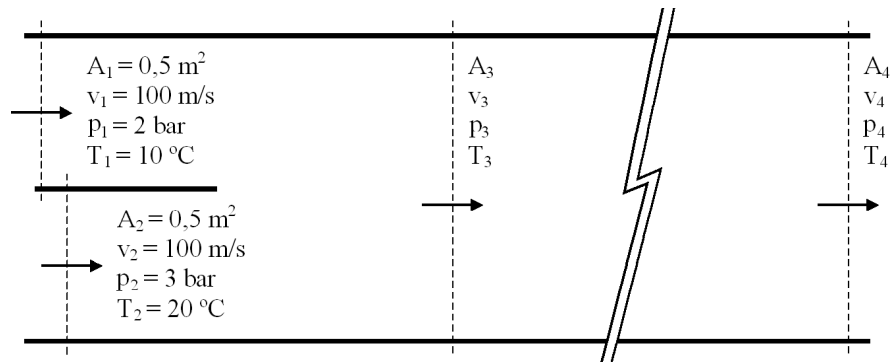


Figura 3.9: Mezcla de dos corrientes de aire.

Ejercicio 3.10

Un vertedero descarga sobre un canal horizontal de anchura constante, de tal manera que la corriente llega verticalmente al canal. Se observa que entre el manto de agua y el vertedero, el agua alcanza una altura a . Suponiendo que se pueden aplicar las ecuaciones de la fluidestática en la pared vertical del vertedero (aguas abajo), se pide:

- 1º) Calcular la fuerza que ejerce el agua sobre la cara vertical aguas abajo del vertedero.
- 2º) Suponiendo que se desprecian las fuerzas de fricción entre el fluido y la pared horizontal y que la velocidad del fluido aguas abajo es v_0 , calcular la altura h aguas abajo.

Aplicación: $a = 2 \text{ m}$; $v_0 = 3 \text{ m/s}$.

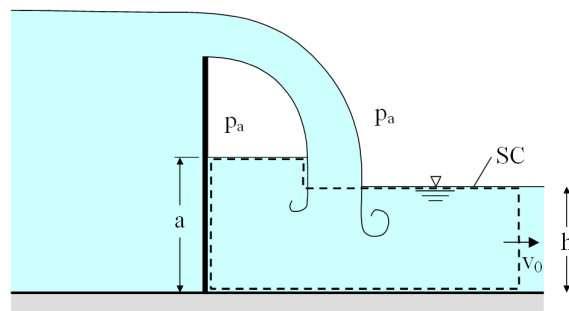


Figura 3.10: Vertedero.

Indicaciones:

- Tome un VC limitado por la SC fija e indeformable de la figura 3.10 y tenga en cuenta que en el canal la presión varía con la profundidad.
- Para el segundo apartado use la conservación de cantidad de movimiento

Solución:

$$1^\circ) F_1 = \frac{\rho g a^2}{2} = 19600 \text{ N/m}$$

$$2^\circ) h = \frac{-v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 + g^2 a^2}}{g} = 1,2824 \text{ m}$$

Ejercicios para practicar

Ejercicio 3.11

Un depósito con forma de cono circular de altura $H = 0,5 \text{ m}$ está abierto a la atmósfera e inicialmente lleno de agua hasta el borde (figura 3.11). A partir de un determinado instante se inicia el vaciado del depósito a través de un orificio situado en su fondo, siendo el caudal de salida constante $Q = 50 \text{ litros/h}$.

1º) Calcular el tiempo que tardaría en alcanzarse un nivel de agua $H/2$.

2º) Calcular el tiempo que tardaría en alcanzarse un nivel de agua $H/2$ si llueve con una intensidad de 2 litros de agua por hora y metro cuadrado ($q_{lluvia} = 2,0 \text{ l h}^{-1} \text{ m}^{-2}$).

3º) Plantear la ecuación diferencial que permitiría calcular la evolución del nivel de agua en el depósito en un día soleado si la tasa de evaporación es de 0,5 litros por hora y metro cuadrado de superficie libre de agua ($q_{evap.} = 0,5 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-2}$).

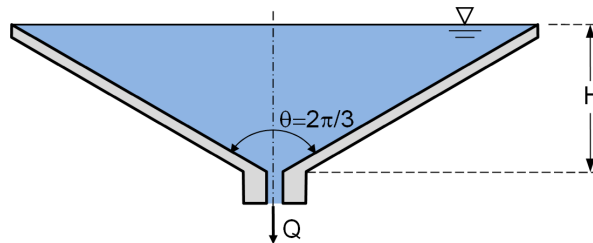


Figura 3.11: Descarga de un depósito cónico.

Solución:

$$1^\circ) t = 6,87 \text{ h} \quad 2^\circ) t = 7,587 \text{ h} \quad 3^\circ) 3\pi h^2 \frac{dh}{dt} + Q + 3\pi h^2 q_{evap.} = 0$$

Ejercicio 3.12

Una habitación de volumen V ha sido contaminada con vapor de tolueno. Para eliminarlo se introduce un caudal Q de aire a la habitación a través de una rejilla y se extrae el mismo caudal a través de otra rejilla hacia la atmósfera. Considerando que el fluido en la habitación se encuentra mezclado completamente en cada instante, que no existe ningún tipo de reacción química y que la masa inicial de tolueno en la habitación es de 300 g, se pide calcular:

1º) La ecuación diferencial que rige la variación de la masa de tolueno en la habitación con el tiempo.

2º) El tiempo necesario para que la masa de tolueno en la habitación se reduzca a 3 gramos

Datos: $V = 30 \text{ m}^3$; $Q = 40 \text{ m}^3/\text{h}$

Solución: $t = 12434 \text{ s}$

Ejercicio 3.13

Un émbolo, perforado por N orificios de diámetro D_0 y cuyo eje tiene un diámetro D_e ,

se desplaza con velocidad constante v_e dentro de un cilindro de diámetro D . El cilindro está totalmente lleno de agua que sale a través de un orificio de diámetro D_s situado en el lado opuesto al eje. Calcular la velocidad del agua a la salida del cilindro (v_s) y el caudal de agua que atraviesa el émbolo.

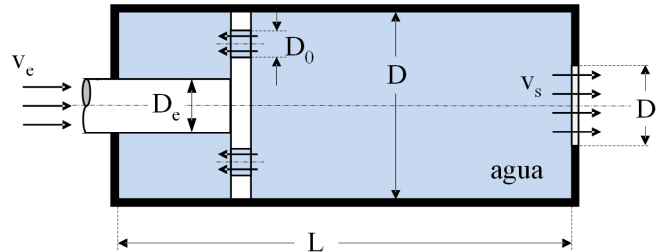


Figura 3.13: Émbolo perforado.

Indicaciones:

- Para calcular la velocidad a la salida tome un VC deformable que coincida con el líquido.
- Para calcular el caudal que atraviesa el émbolo tome el VC de la derecha del émbolo o el de la izquierda.

Solución:

$$1^{\circ}) v_s = \left(\frac{D_e}{D_s} \right)^2 v_e \quad 2^{\circ}) Q_{emb} = \frac{\pi}{4} (D^2 v_e - D_s^2 v_s)$$

Ejercicio 3.14

Un conducto de sección S por el que fluye aire se divide en dos de secciones S_1 y S_2 . En la sección S se coloca un tubo de Pitot conectado a un manómetro de agua y entre las secciones S_1 y S_2 se realiza una medida de presión diferencial con ayuda de otro manómetro de agua. Calcular el caudal que circula por cada conducto suponiendo propiedades uniformes en cada sección transversal y flujo ideal.

Datos: $S = 100 \text{ cm}^2$, $S_1 = 40 \text{ cm}^2$, $S_2 = 60 \text{ cm}^2$, $h = 5 \text{ cm}$, $h_{12} = 20 \text{ cm}$

Solución: $Q = 0,287 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_1 = 0,0546 \text{ m}^3/\text{s}$, $Q_2 = 0,233 \text{ m}^3/\text{s}$

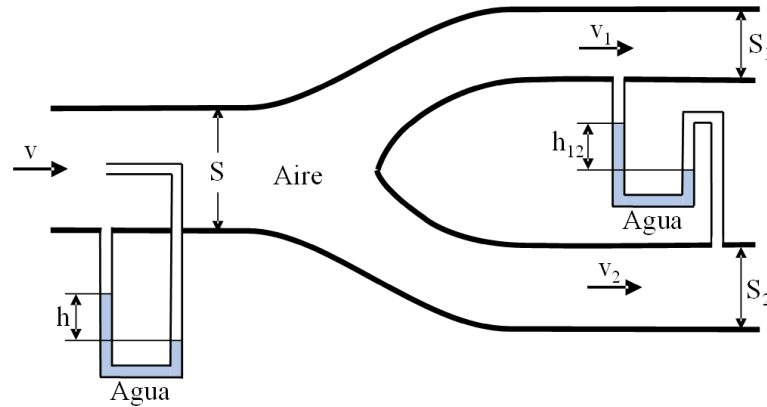


Figura 3.14: Bifurcación y manómetros.

Ejercicio 3.15

Una piscina de agua salada tiene un fondo rectangular de 20×10 m y una profundidad de 4,5 m. Está llena de agua hasta los 4 m. Sabiendo que la densidad del agua salada varía linealmente desde 1000 kg/m^3 en la superficie libre hasta 1004 kg/m^3 en el fondo de la piscina. Se pide:

- 1º) Hallar la fuerza hidrostática que actúa sobre la pared de 10 m.
- 2º) Calcular la variación del nivel de la piscina suponiendo que llueve verticalmente, que las gotas caen con una velocidad de $0,5 \text{ m/s}$, son esferas de diámetro 2 mm y que su concentración es de 45000 gotas/m^3 .
- 3º) Calcular la fuerza que la lluvia ejerce sobre la superficie de la piscina.

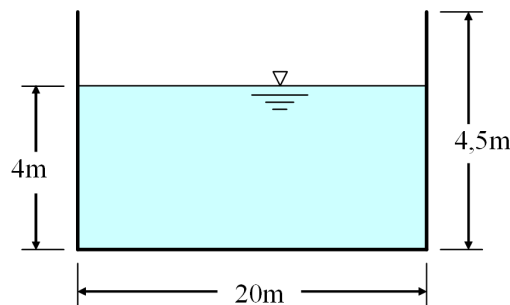


Figura 3.15: Piscina bajo la lluvia.

Solución:

$$1^\circ) F = 785045,33 \text{ N} \quad 2^\circ) h = 4 + 9,4 \times 10^{-5} \cdot t \quad 3^\circ) F = -9,425 \text{ N}$$

Ejercicio 3.16

Se trata de relacionar la fuerza F que ejerce una corriente uniforme sobre un obstáculo bidimensional con el defecto de velocidad o sombra que se produce en la parte posterior del mismo. En la figura 3.16 se representa un modelo simple de la configuración del campo fluido, aunque desde luego no corresponde a una corriente real. Suponer que el ancho de la estela es δ y que en ella la velocidad es $u_1 = u - \Delta u$. Tomar un volumen de control

$ABCD$, suficientemente alejado del cuerpo para que en primera aproximación en toda la superficie del volumen la presión sea la ambiente p_a y la velocidad sea aproximadamente u , excepto en la estela. BC y AD son líneas de corriente.

Calcular:

- 1º) La diferencia entre $\overline{CD}$ y $\overline{AD}$.
- 2º) Calcular la fuerza F por unidad de ancho sobre el obstáculo como función de δ , u , ρ e Δu . Hacer la aplicación a $\delta = 1$ m, $u = 5$ m/s, $\rho = 1,25$ kg/m³ e $\Delta u = 0,5$ m/s.
- 3º) Aguas abajo la estela se ensancha, en un sitio donde el ancho sea 2δ calcular lo que valdría u_1 . Despreciar las fuerzas másicas.

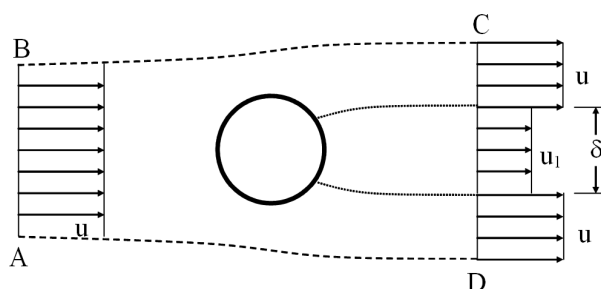


Figura 3.16: Fuerza de arrastre sobre un cilindro.

Solución:

- 1º) $\overline{CD} - \overline{AB} = 0,1$ m
- 2º) $F = 2,81$ N/m
- 3º) $u_1 = 4,764$ m/s

Ejercicio 3.17

Un líquido de densidad ρ fluye por un conducto bidimensional de ancho h_0 incidiendo sobre una placa plana EF como muestra la figura 3.17. La presión y la velocidad en una sección aguas arriba de la placa son p_0 y v_0 . Si la velocidad v_0 es suficientemente alta, se observa que detrás de la placa se forma una cavidad de vapor a la presión de vapor, p_v . El líquido fluye con velocidad v_1 por dos capas laterales de espesor h_1 donde la presión es uniforme e igual a p_v . Suponiendo despreciables las fuerzas de fricción sobre el conducto y la densidad del vapor frente a la del líquido, calcular la velocidad del líquido aguas abajo v_1 y la fuerza sobre la placa en función de p_0 , v_0 , ρ , h_1 , y h_0 . Se sugiere tomar como volumen de control $ABCDEFGH$.

Aplicación numérica:

$p_0 = 0,75$ atm (abs.); $p_v = 0,05$ atm (abs.); $v_0 = 5$ m/s; $h_0 = 5$ cm; $h_1 = 1$ cm; $\rho = 1$ g/cm³

Solución:

$$v_1 = 12,5 \text{ m/s} \quad ; \quad F'_x = 1671,37 \text{ N/m}$$

Ejercicio 3.18

Se tiene un tubo de sección constante como el de la figura 3.18, por cuya parte central

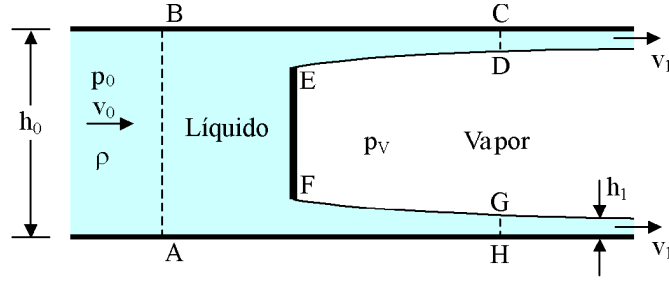


Figura 3.17: Cavidad de vapor.

se inyecta un líquido de densidad $\rho_1 = 2\rho_2$, siendo la ρ_2 la densidad del otro líquido que circula por el resto de la sección del tubo. El fluido en la sección 1 tiene una velocidad $v_1 = 3v_2$, siendo v_2 la velocidad en la sección 2. La sección de salida del fluido 1 es la mitad de la total del tubo, y por tanto igual a la sección 2. Aguas abajo, en una sección 3, se mezclan los dos fluidos con una velocidad v_3 y densidad ρ_3 , ambas uniformes. Se pide:

- 1º) Suponiendo $v_3 = 2v_2$, calcular la densidad ρ_3 aguas abajo.
- 2º) Calcular la diferencia de presiones ($p_3 - p_e$) mediante la aplicación de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento. Suponer despreciables la fuerza del tubo sobre el fluido y las fuerzas másicas. Suponer que en la entrada la presión es uniforme $p_2 = p_1 = p_e$.
- 3º) Calcular la temperatura a la salida T_3 , suponiendo conocidos, además de los datos anteriores, las temperaturas a la entrada T_1 y T_2 .

Datos: $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$, $v_2 = 10 \text{ m/s}$, $A = 1,5 \text{ dm}^2$, $p_e = 1 \text{ atm}$, $T_1 = 15^\circ\text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$ y $c = 1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$ para los dos líquidos.

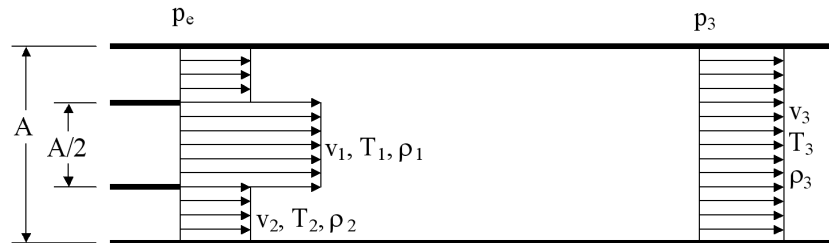


Figura 3.18: Mezcla de dos corrientes concéntricas de líquido.

Solución:

$$1^\circ) \rho_3 = \frac{7}{4}\rho_2 = 875 \text{ kg/m}^3$$

$$2^\circ) p_3 - p_e = \frac{5}{2}\rho_2 v_2^2 = 125000 \text{ N/m}^2$$

$$3^\circ) T_3 = \frac{1}{7}T_2 + \frac{6}{7}T_1 + \frac{v_2^2}{2c} = 15,73^\circ\text{C}$$

Ejercicio 3.19

Un depósito de anchura 1 m tiene en su lado izquierdo una pared que bascula sin rozamiento respecto del punto A. Para mantenerla con un ángulo de inclinación $\theta = 30^\circ$ respecto de la horizontal, se emplea un chorro de agua situado a una altura $h = 3 \text{ m}$, el cual se deflecta en la dirección de la pared.

Determinar:

- 1º) La velocidad del chorro si el nivel de agua en el depósito es $h_0 = 5$ m.
- 2º) Fuerza aplicada en el punto B .

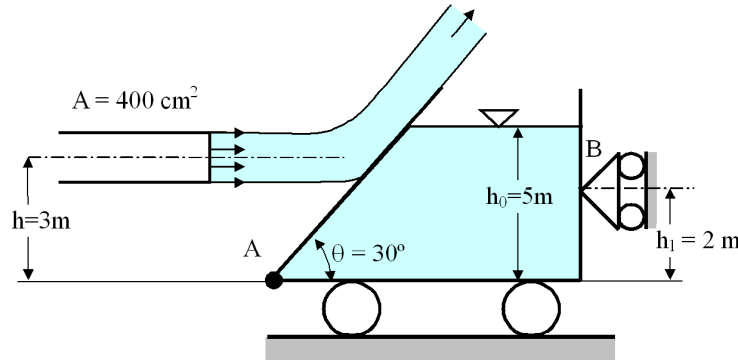


Figura 3.19: Depósito con pared articulada.

Solución:

- 1º) $v = 82,49$ m/s
- 2º) $F_B = 36470,86$ N

Ejercicio 3.20

Un cuerpo con forma de cuarto de toro con centro en A y de sección transversal cuadrada está sumergido en una solución salina en la que la densidad varía linealmente desde $\rho = 1$ gr/cm³ en la superficie libre hasta $\rho = 1,1$ gr/cm³ a 50 cm de profundidad. Dicha solución ejerce una fuerza hidrostática sobre las caras del cuerpo produciendo un momento total sobre el punto A . Dicho momento se equilibra con el producido por la fuerza de un chorro que golpea sobre un deflector como indica la figura 3.20. La manguera por la que sale el chorro se mueve hacia la placa con una velocidad $u = 1$ m/s. Cuando el depósito está vacío y no existe chorro todo el sistema mecánico está en equilibrio.

- 1º) Calcular el momento respecto de A producido por el líquido del depósito sobre el cuerpo.
- 2º) Debido a la disipación viscosa en el deflector, entre la entrada y la salida de éste, se pierde un 5 % de la energía cinética de entrada. Calcular el caudal de agua que sale por la manguera para que equilibre el momento del apartado anterior. La manguera tiene una sección de 50 cm². Suponer que la fuerza del chorro se aplica en el punto B .

Solución:

- 1º) $M = 5,3$ Nm (Sentido horario)
- 2º) $Q = 6,68$ l/s

Ejercicio 3.21

Una tobera de longitud $L = 10$ cm, diámetro de entrada $D_e = 50$ cm, salida $D_s = 10$ cm y 10 kg de masa, genera un chorro vertical ascendente de agua que se supone evoluciona idealmente en aire en reposo. La presión que mide el manómetro es de $p_m = 500000$ Pa,

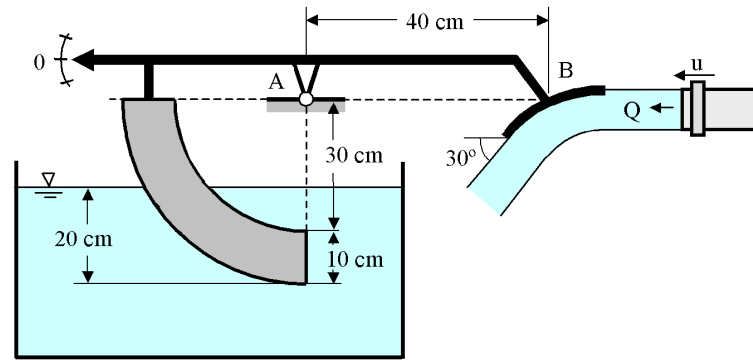


Figura 3.20: Cuarto de toro.

estimándose la energía disipada en la tobera del 10 % de la energía cinética en la salida. La tobera está sujeta al extremo de la tubería con 6 tornillos.

- 1º) Calcular la fuerza que debe soportar cada tornillo.
- 2º) Calcular la altura máxima que alcanzará el chorro.
- 3º) Si este chorro se hace incidir de forma axilsimétrica sobre un deflector circular de diámetro $D_f = 50$ cm, masa 200 kg y ángulo de deflexión $\theta = 20^\circ$, ¿A qué altura z_0 permanecerá suspendido el deflector?

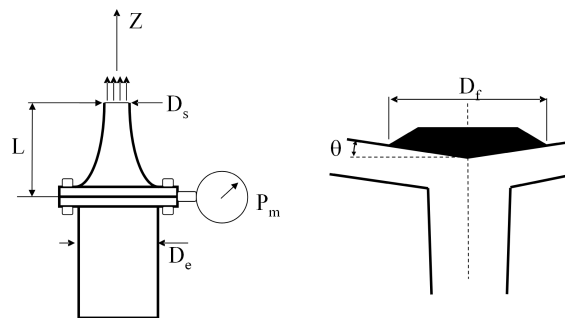


Figura 3.21: Chorro vertical.

Solución:

- 1º) $F = 2534,05$ N 2º) $h = 46,37$ m 3º) $z_0 = 38,30$ m

Ejercicio 3.22

En la instalación de la figura determinar el máximo diámetro de salida D_s para que no aparezca cavitación. Presión de vapor del agua $p_v = 7000$ Pa a 20°C . La densidad del aceite es 800 kg/m³ ¿se mejorará el comportamiento de la instalación frente a la cavitación aumentando la presión en la cámara de aire? Justifica la respuesta.

Solución: $D_s = 23$ mm

Ejercicio 3.23

Un depósito D_1 de sección cuadrada de 1 m de lado está lleno de agua hasta un altura

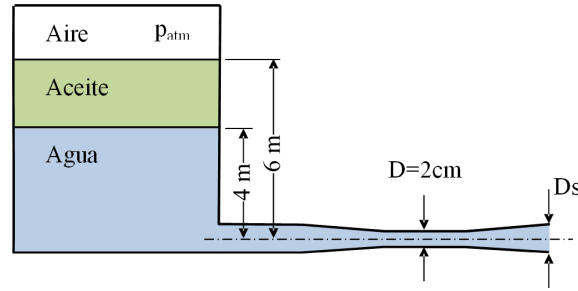


Figura 3.22: Cavitación en Venturi.

$H_0 = 10 \text{ m}$ y descarga a través de un tubo T_1 de sección circular, longitud $L = 5 \text{ m}$, diámetro $D = 0,01 \text{ m}$ y pérdida de carga por disipación viscosa equivalente al 20 % de la energía cinética en (1).

El líquido que sale por (2) es deflected por una placa guía ABC en reposo, que divide el caudal incidente en dos partes iguales. Como consecuencia de los efectos disipativos, el flujo saliente desviado por la placa ABC posee una energía cinética un 10 % menor que la que poseía el flujo en la sección (2). Determine, despreciando las fuerzas másicas alrededor de la placa ABC y suponiendo flujos uniformes en todas las secciones:

- 1º) la velocidad del flujo en la sección (2).
- 2º) la fuerza realizada por el flujo sobre la placa ABC
- 3º) el tiempo que tarda en vaciarse la mitad del depósito

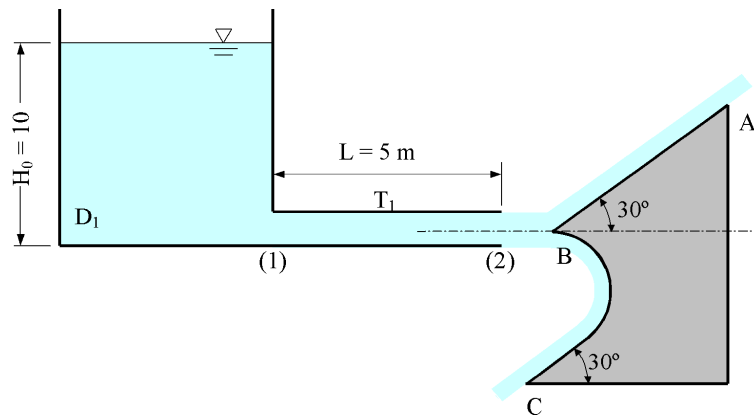


Figura 3.23: Descarga de depósito sobre deflector.

Solución:

$$1^\circ) v_2 = 12,79 \text{ m/s} \quad 2^\circ) \vec{F} = (12,828\vec{i} + 0\vec{j}) \text{ N} \quad 3^\circ) t = 5830 \text{ s}$$

Ejercicio 3.24

El agua del depósito 1 de área A_d y grandes dimensiones, descarga sin pérdidas a través del orificio de área A . Si en el instante inicial el nivel del agua es H_{01} .

- 1º) determine la evolución temporal del nivel de agua en el depósito 1.

El chorro impacta sobre una placa de peso despreciable que cubre un orificio con la misma área A en un segundo depósito cuyo nivel de líquido es H_2 . Encuentre el nivel mínimo de líquido H_1 para el cual la fuerza del chorro equilibra la placa evitando la salida de agua del depósito 2 si:

2º) la placa es plana (Figura 3.24a)

3º) la placa es curvada y deflecta el chorro hacia atrás (Figura 3.24b)

En el caso de que el chorro impacte sobre un elemento deflector cónico, como se muestra en la figura 3.24c:

4º) calcula el semiángulo de cono para que la fuerza del chorro sobre el deflector evite la salida de líquido del depósito 2, cuando ambos niveles coinciden, $H_1 = H_2$.

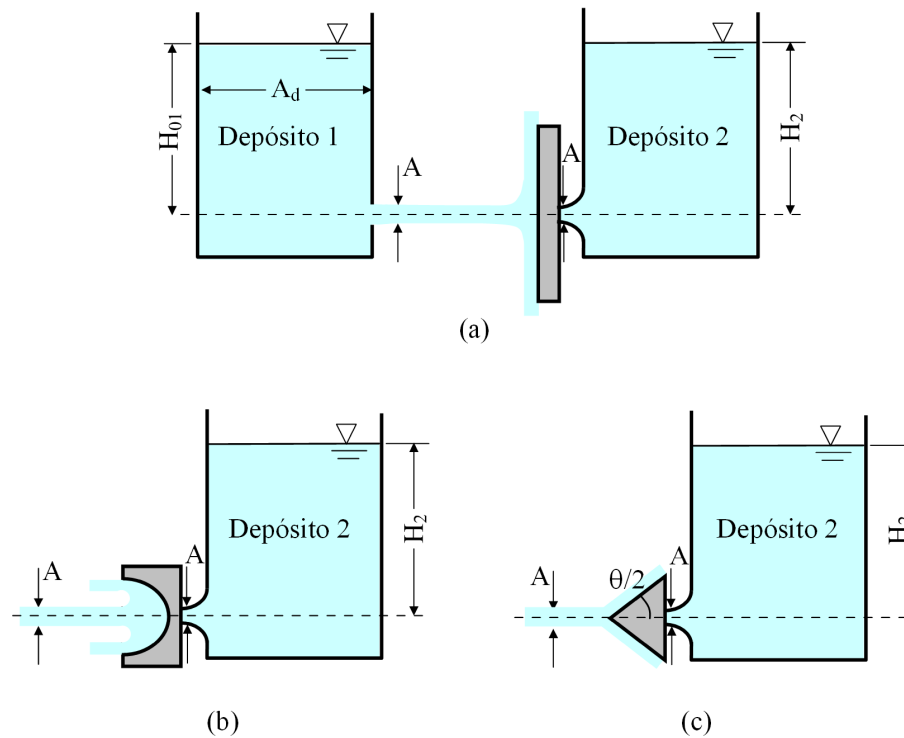


Figura 3.24: Placas.

Solución:

$$1^\circ) \sqrt{H} = \sqrt{H_{01}} - \left(\frac{A}{A_d} \sqrt{\frac{g}{2}} \right) t \quad 2^\circ) H_1 = H_2/2 \quad 3^\circ) H_1 = H_2/4 \quad 4^\circ) \theta/2 = 60^\circ$$

Ejercicio 3.25

En la figura 3.25 se representa un depósito de grandes dimensiones lleno de agua hasta una altura $H = 7,5$ m, que tiene en su parte superior una cámara de aire a una presión manométrica de $p = 0,25$ kg/cm² y en su parte inferior un orificio de $A_s = 1$ cm² de área por el que sale el agua con una velocidad de $v_s = 10$ m/s. Suponiendo que la variación de nivel del agua es lo suficientemente pequeña como para que la presión en el fondo del depósito se pueda suponer constante, calcular:

- 1º) la fuerza que el chorro que sale del depósito ejerce sobre éste.
- 2º) la potencia perdida por disipación viscosa al atravesar el agua el orificio de salida del depósito y el incremento de temperatura que sufriría ésta.

El chorro incide sobre un deflector en reposo. Los efectos viscosos se suponen despreciables en la sección de entrada [1] y de salida [2] del deflector, pero no en el flujo intermedio donde son importantes. Debido a la disipación viscosa entre la entrada y salida del deflector hay un incremento en la temperatura del agua de una milésima de grado centígrado.

- 3º) Despreciando las variaciones de energía potencial y por tanto las fuerzas másicas, calcular la velocidad en la sección de salida [2] del deflector.
- 4º) Calcular las componentes de la fuerza sobre el deflector.

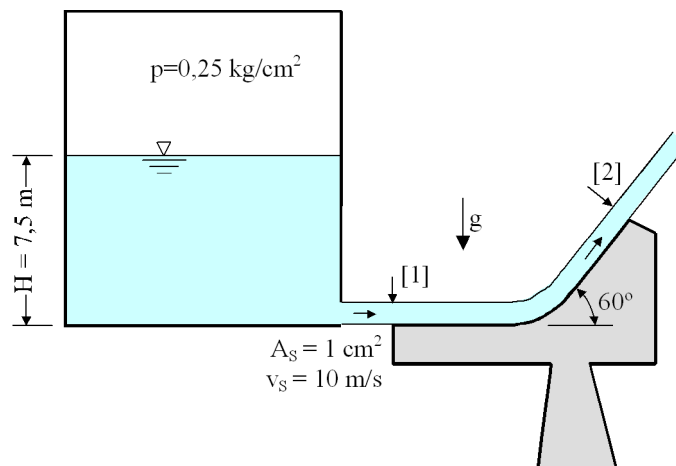


Figura 3.25: Depósito descarga sobre deflector con pérdidas.

Solución:

- 1º) $F_x = -10$ N
- 2º) $\Phi_v = 46$ W; $\Delta T = 0,0115$ °C
- 3º) $v_2 = 9,57$ m/s
- 4º) $F = (5,22\vec{i} - 8,28\vec{j})$ kN

Ejercicio 3.26

Por un canal de 3 m de anchura circula un caudal de agua Q . La profundidad de la corriente en la sección 1 es de 9 cm. Aguas abajo de esta sección el fondo del canal se eleva 6 cm tal como se indica en la figura y la superficie libre del agua se eleva en 9 cm. Suponiendo que la velocidad de la corriente es uniforme en las secciones 1 y 2, y despreciando los efectos viscosos, calcular:

1º) Caudal de agua Q .

2º) Fuerza horizontal del agua sobre el elemento AB del fondo del canal

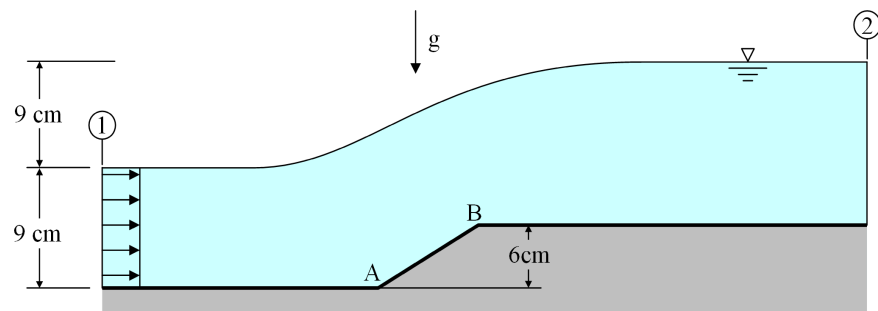


Figura 3.26: Resalto.

Solución:

1º) $Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ 2º) $F_x = 180,2 \text{ N}$

Ejercicio 3.27

Un chorro líquido bidimensional de anchura h y velocidad v incide con un ángulo α sobre una placa horizontal. Se asume que las fuerzas másicas y de fricción son despreciables, además se conoce que la densidad del líquido es ρ . Se pide determinar las anchuras h_1 y h_2 de los dos chorros resultantes en función de los datos del problema.

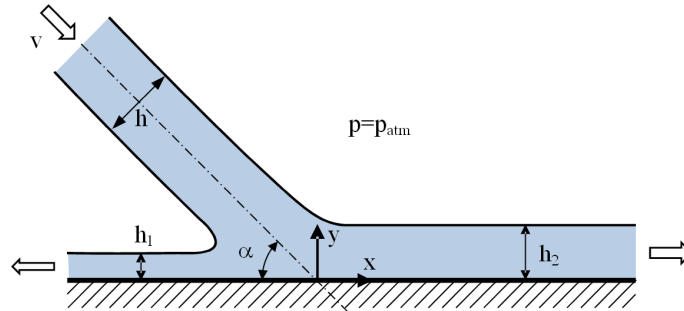


Figura 3.27: Chorro sobre placa.

Solución:

$$h_1 = \frac{h}{2} (1 - \cos \alpha) \quad h_2 = \frac{h}{2} (1 + \cos \alpha)$$

Ejercicio 3.28

Desde un embalse cuyo nivel puede suponerse constante, se alimenta de agua a una turbina hidráulica a través de una tubería de 300 mm de diámetro, bajo una altura geométrica de 20 m tal como se indica en la figura 3.28.

- 1º) Si para un caudal turbinado de 500 l/s, las pérdidas por viscosidad en la tubería equivalen a una altura de 2,5 m ($= \Phi_v / G g$) determinar la presión manométrica y la velocidad a la entrada de la turbina (sección 1).
- 2º) Si en la sección 2 del tubo difusor de 600 mm de diámetro, situado a 1,5 m por debajo de la cota de implantación de la turbina, la presión manométrica es de $p_2 = -0,306 \text{ kg/cm}^2$, calcular el salto neto H_n , las pérdidas hidráulicas en la turbina H_L (en el supuesto de considerar un rendimiento hidráulico $\eta_h = 0,9$ y despreciables las pérdidas en el difusor) y la potencia intercambiada entre el fluido y el rodete W .
- 3º) Obtener la potencia suministrada por la turbina en el supuesto de considerar un rendimiento global de la turbina $\eta_t = 0,85$.

Solución:

$$1^\circ) p_1 - p_a = 14,95 \text{ mca} ; v_1 = 7,07 \text{ m/s}$$

$$2^\circ) H_n = 21,9 \text{ m} ; H_p = 2,19 \text{ m} ; W = 96579 \text{ W}$$

$$3^\circ) W = 91213,5 \text{ W}$$

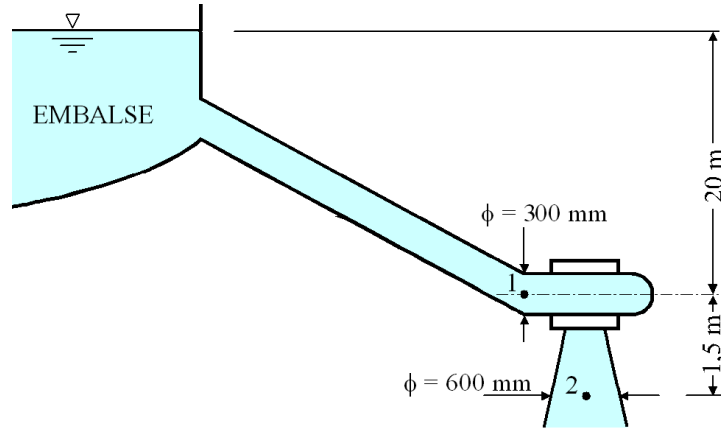


Figura 3.28: Turbina.

Ejercicio 3.29

Se tiene un tubo como el de la figura 3.29 de sección constante y por el que circula un gas. En la sección de entrada del tubo la presión es dos veces la atmosférica y en la salida la atmosférica, que es también la ambiente. Se supone que el gas se mantiene en el tubo a la temperatura ambiente T_a , que es por tanto la temperatura a la entrada y la salida. El gas es perfecto y caloríficamente perfecto. Tomando como datos la temperatura ambiente T_a , la temperatura ambiente p_a , la velocidad del gas a la entrada u_1 , y las constantes del gas R_g y γ , calcular:

- 1º) la velocidad en la salida u_2 ,
- 2º) el calor que recibe el gas a través de las paredes del tubo por unidad de tiempo y
- 3º) la fuerza sobre el tubo en magnitud y dirección.

Suponer propiedades constantes en las secciones de entrada y salida del tubo. Despreciar las fuerzas másicas. Despreciar los esfuerzos viscosos y la conducción de calor en las secciones de entrada y salida. No hay adición de calor al gas por radiación ni por reacción química.

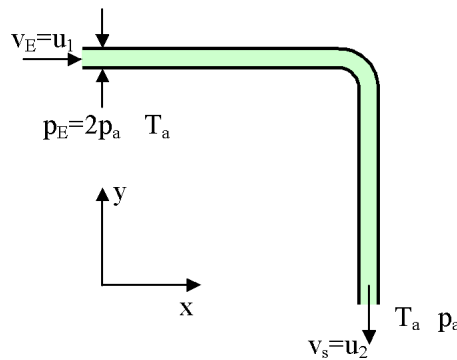


Figura 3.29: Tubo acodado.

Solución:

$$1^\circ) v_s = 2v_e \quad 2^\circ) \dot{Q} = \frac{3p_a A v_e^3}{R_g T_a} \quad 3^\circ) F = \left(1 + \frac{2v_e^2}{R_g T_a}\right) p_a A \vec{i} + \frac{4v_e^2}{R_g T_a} p_a A \vec{j} \quad \text{Ejercicio 3.30}$$

Una bomba está alimentando un depósito como el de la figura 3.30 del que el agua sale por un orificio. Se supone un estado permanente, esto es, que el nivel de agua en el depósito no varía con el tiempo. La bomba consume una potencia W , con un rendimiento η . El orificio tiene un área de salida A_s con un coeficiente de descarga C_d . La bomba tiene el mismo nivel a la entrada y a la salida y el agua se supone a la entrada de la bomba a la presión ambiente. Despreciando la energía cinética a la entrada y a la salida de la bomba, se pide:

- 1º) Calcular el nivel de agua H_1 en el depósito. Hacer la aplicación al caso: $W = 2 \text{ kW}$, $\eta = 0,9$, $C_d = 0,8$, $A_s = 10 \text{ cm}^2$.

Se supone que la bomba tiene una curva característica a revoluciones fijas (que es cómo funciona): $H = H_0 (1 - Q/Q_0)$, que relaciona en cada instante la altura que da la bomba con su caudal. Se pide:

- 2º) Estudiar la evolución del agua en el depósito desde que está vacío hasta que se alcanza la altura del apartado anterior, en el supuesto de que durante este proceso de llenado el orificio de salida está cerrado. El área transversal del depósito es A . H_0 y Q_0 son datos.

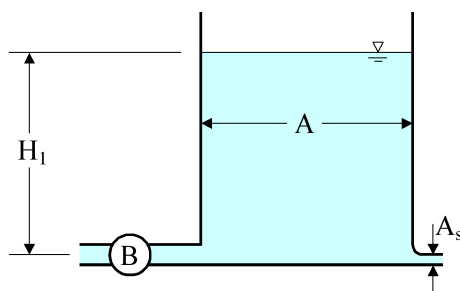


Figura 3.30: Depósito llenado con bomba.

Solución:

1º) $H_1 = 13,9 \text{ m}$

2º) $t_1 = \frac{AH_0}{Q_0} \ln \left(\frac{H_0}{H_0 - H_1} \right)$

Ejercicio 3.31

En un banco de ensayo de motores de aviación a presión atmosférica se está ensayando un motor a reacción, en unas condiciones de funcionamiento estacionarias en las que el gasto de combustible inyectado radialmente en la cámara de combustión, G_c , es del 3 % de gasto de aire que entra al motor, G_e . El poder calorífico del combustible es de $8,5 \times 10^6 \text{ cal/kg}$, su densidad 658 kg/m^3 y su calor específico de 2200 J/kgK . Si las pérdidas de calor a través de las paredes del motor son del 2 % del calor total generado, y de acuerdo a las condiciones uniformes de entrada y salida indicadas en la figura 3.31, calcular:

- 1º) Gastos de entrada G_e de aire, salida G_s de gas, y gasto de combustible inyectado G_c .
 2º) Densidad y temperatura de los gases de salida (su composición es aproximadamente la del aire).
 3º) Fuerza horizontal sobre el motor.

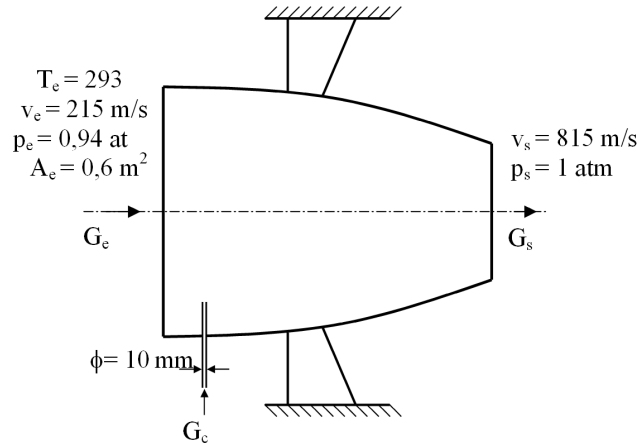


Figura 3.31: Banco de ensayo de motores.

Solución:

$$1^{\circ}) G_e = 145,87 \text{ kg/s} \quad ; \quad G_s = 154 \text{ kg/s} \quad ; \quad G_c = 4,37 \text{ kg/s}$$

$$2^{\circ}) T_s = 1003,87 \text{ K} \quad ; \quad \rho_s = 0,35 \text{ kg/m}^3$$

$$3^{\circ}) F_x = -94627 \text{ N}$$

Ejercicio 3.32

Un turbomotor se encuentra colocado en un túnel de viento como indica la figura 3.32, aspirando aire por la superficie (1). Las distribuciones de velocidad en las secciones (1) y (2) son uniformes, siendo el gasto de combustible introducido lateralmente el 3 % del flujo másico de aire introducido en el turbomotor. Las pérdidas por conducción se corresponden con el 2 % del calor generado por la combustión. Asumiendo que la composición de los gases de salida es aproximadamente la del aire, calcule:

1º) Los gastos másicos en (1), (2) y el gasto másico de combustible

2º) La fuerza ejercida por el turbomotor sobre el soporte de fijación

3º) El poder calorífico del combustible

Datos: Constante de los gases para el aire $287,68 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$; diámetro del inyector de combustible 2 cm; área de la superficie (1) $0,15 \text{ m}^2$

Indicaciones:

- En la salida el chorro está subespandido.

Solución:

$$1^{\circ}) G_1 = 24,44 \text{ kg/s} \quad ; \quad G_2 = 25,17 \text{ kg/s} \quad \quad 2^{\circ}) F = -13764,58 \text{ N} \quad \quad 3^{\circ}) \Delta H_c = 3,06 \times 10^7 \text{ J/kg}$$

Ejercicio 3.33

El funcionamiento de una hélice de barco puede idealizarse en la forma que se indica en

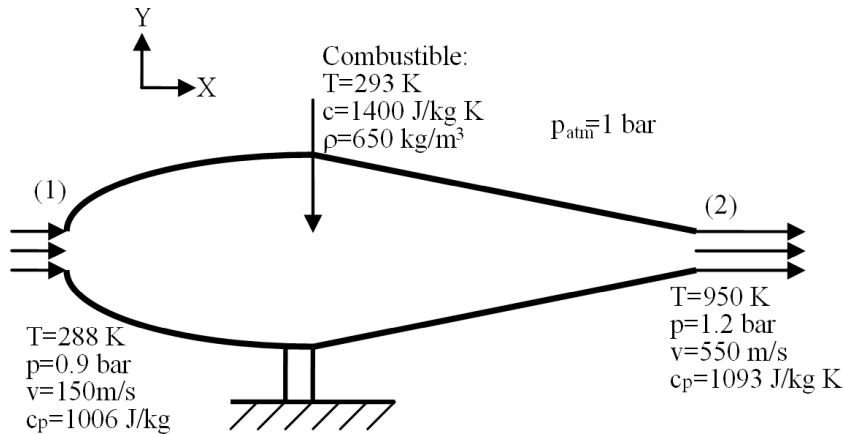


Figura 3.32: Turbomotor

la figura. El agua que atraviesa la hélice está separada del resto por una superficie de corriente axilsimétrica representada en la figura 3.33 por líneas discontinuas. Lejos de la hélice aguas arriba, en la sección 1 el agua sin perturbar tiene una velocidad $v_1 = 3\text{ m/s}$ y una presión de $p_1 = 1,2\text{ atm}$. A medida que nos movemos aguas abajo el agua se acelera hasta que suficientemente lejos aguas abajo de la hélice, en la sección 4, la presión es de $p_4 = 1,2\text{ atm}$ y la velocidad es $v_4 = 9\text{ m/s}$, superior a la del fluido sin perturbar. Suponer: funcionamiento de la hélice estacionario, nula la resultante de las fuerzas de presión sobre el volumen de control y despreciables las fuerzas viscosas y las de gravedad. Se pide:

- 1º) Sabiendo que $A_1 = 3\text{ m}^2$, calcular el área de salida A_4 .
- 2º) Calcular la fuerza del agua sobre la hélice indicando su sentido.
- 3º) Calcular la potencia comunicada por la hélice al fluido.
- 4º) Determinar el incremento de presión entre las secciones 2 inmediatamente anterior y 3 posterior a la hélice y el diámetro de la misma.

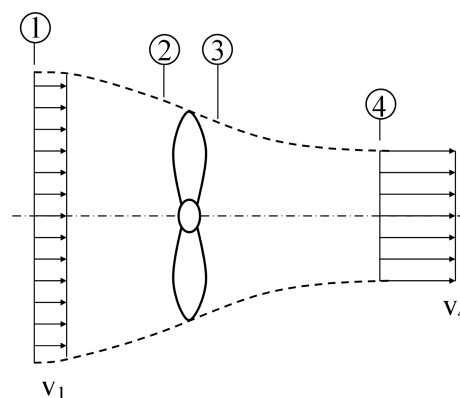


Figura 3.33: Hélice de barco.

Solución:

- 1º) $A_4 = 1\text{ m}^2$ 2º) $F_x = -54000\text{ N}$ 3º) $\dot{W} = 324\text{ kW}$ 4º) $\Delta p = 36000\text{ N/m}^2$, $D = 1,38\text{ m}$

Ejercicio 3.34

Un recipiente cilíndrico descarga un líquido a través de un orificio circular de longitud $L = 0,4 \text{ m}$ y diámetro $d = 0,06 \text{ m}$ practicado en el fondo. El recipiente tiene un diámetro interior $D = 3 \text{ m}$. La profundidad inicial del líquido es de $h_0 = 2,5 \text{ m}$. Al recipiente cilíndrico llega un caudal Q constante del mismo líquido desde un depósito de grandes dimensiones. Al cabo de cierto tiempo la profundidad del líquido se estabiliza en $h_0/2$. Despreciando las pérdidas y asumiendo proceso cuasiestacionario calcule:

1º) el caudal Q .

2º) el tiempo transcurrido hasta alcanzar la profundidad de $h_0/2$.

Datos: $\rho = 7,1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 1,5 \times 10^{-3} \text{ kg/ms}$

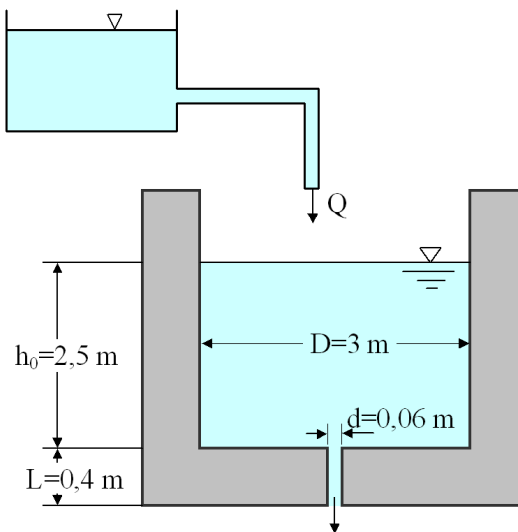


Figura 3.34: Depósitos en cascada.

Ejercicio 3.35

Un secador con simetría de revolución funciona de manera estacionaria proporcionando un gasto de aire $G = 0,15 \text{ kg/s}$ a una temperatura $T_s = 305 \text{ K}$. El aire entra normal a la superficie troncocónica de área total $A_e = 0,045 \text{ m}^2$ procedente de un ambiente donde la presión es $p_a = 98000 \text{ Pa}$ y la temperatura $T_a = 290 \text{ K}$. Primero un ventilador comunica al aire una potencia mecánica $\dot{W}$ y luego, una resistencia enroscada en el perímetro del conducto de salida proporciona al aire una potencia calorífica $\dot{Q}$ para calentarlo hasta $T_s = 305 \text{ K}$. Se supondrá que las propiedades físicas de aire son uniformes en cada sección, salvo la velocidad de salida que tiene una distribución de velocidad central v_s y otra anular más lenta $v_s/2$. Asimismo, se supondrán despreciables las pérdidas de energía mecánica. Primero se estudia el tramo inicial, el del ventilador. Si inmediatamente aguas abajo del ventilador la sección tiene un área $A_1 = 0,015 \text{ m}^2$ y la presión manométrica del aire es $p_1 = 1000 \text{ Pa}$, calcular:

1º) la velocidad del aire en la entrada v_e y en la sección inmediatamente aguas abajo del ventilador v_1 .

2º) la potencia mecánica proporcionada por el ventilador $\dot{W}$.

3º) la fuerza que soporta cada uno de los 4 pernos (no representados) que unen los dos tramos del secador si cuando el secador está parado los pernos no soportan fuerza.

Ahora se quiere estudiar el flujo en el tramo final, el de la resistencia. Si $D_s = 0,08$ m y $d_s = 0,06$ m, calcular:

4º) la velocidad v_s .

5º) la potencia calorífica comunicada por la resistencia $\dot{Q}$ si las paredes son adiabáticas.

Considerando ahora el secador en su conjunto, calcular:

6º) la fuerza (módulo y dirección) que habría que ejercer sobre la empuñadura para contrarrestar la fuerza ejercida por el aire a su paso por el secador.

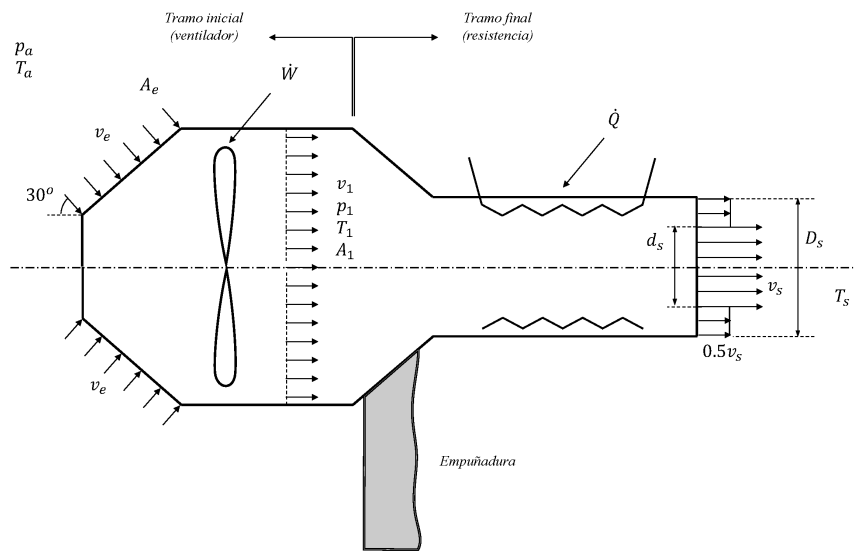


Figura 3.35: Secador de pelo.

Solución:

$$1^\circ) v_e = 2,832 \text{ m/s} \quad v_1 = 8,496 \text{ m/s} \quad 2^\circ) \dot{W} = 132,856 \text{ W} \quad 3^\circ) F = 4,0226 \text{ N}$$

$$4^\circ) v_s = 39,671 \text{ m/s} \quad 5^\circ) \dot{Q} = 2362,02 \text{ W} \quad 6^\circ) F_x = 5,3989 \vec{i} \text{ N}$$

6º) Conservación de cantidad de movimiento a todo el secador:

Ejercicios avanzados

Ejercicio 3.36

Una corriente bidimensional, gaseosa, uniforme, de presión, densidad, temperatura y velocidad p_1 , ρ_1 , T_1 y $\vec{v}_1 = v_1 \vec{i}$ respectivamente, incide sobre una cascada de álabes fija que distan entre sí una distancia L y sobre los que ejerce en cada uno de ellos una fuerza por unidad de profundidad: $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$. Se pide escribir las ecuaciones que permiten calcular las condiciones de la corriente aguas abajo de la cascada p_2 , ρ_2 , T_2 y $\vec{v}_2$, cuando dicha corriente se ha uniformizado. Suponer el gas calóricamente perfecto, condiciones estacionarias y los álabes aislados térmicamente.

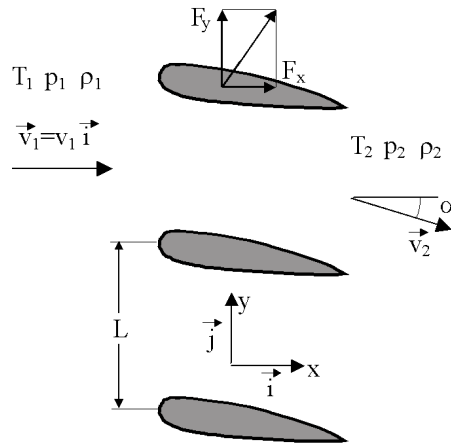


Figura 3.36: Cascada de álabes.

Solución:

$$p_2 = p_1 + \rho_1 v_1^2 - \frac{F_y}{L \tan \alpha} - \frac{F_x}{L} \quad ; \quad \rho_2 = \frac{\rho_1^2 v_1^2 L \tan \alpha}{F_y} \quad ; \quad v_2 = \frac{F_y}{\rho_1 v_1 L \sin \alpha} \quad ; \quad T_2 = T_1 + \frac{1}{2c_p} (v_1^2 - v_2^2)$$

Ejercicio 3.37

La tubería de la figura 3.37 descarga a través de una tobera, inclinada 45° respecto a la horizontal, un chorro de agua con una velocidad de 25 m/s. El diámetro de entrada a la tobera es de 20 cm y el de salida de 10 cm. El manómetro colocado a la entrada de la tobera indica una $p_e = 6 \text{ kg/cm}^2$.

El chorro de agua alimenta un canal de 0,12 m de anchura donde se establece un flujo estacionario controlado aguas abajo por una compuerta. La profundidad del agua en el canal aguas arriba de la compuerta es $h_2 = 3,5 \text{ m}$ y aguas abajo $h_3 = 0,3 \text{ m}$. Considerar despreciable el rozamiento del agua con las paredes del canal, que en las secciones 1, 2 y 3 la distribución de presiones es la correspondiente a la hidrostática, que las velocidades v_2 y v_3 son uniformes y que el chorro entra en contacto con la superficie libre con la misma velocidad, dirección y tamaño que sale de la tobera. Calcular:

- 1º) Fuerza ejercida sobre la compuerta.
- 2º) Valor de h_1 .
- 3º) Fuerza total sobre la tobera.

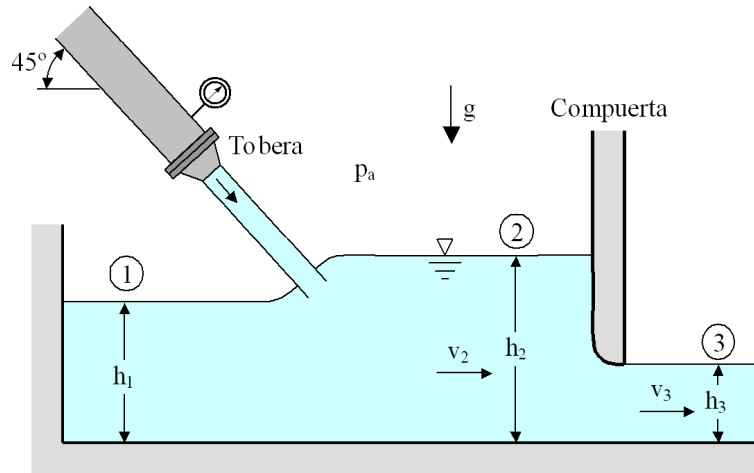


Figura 3.37: Canal alimentado por un chorro.

4º) Potencia disipada en la tobera y en la compuerta.

Solución:

1º) $F = 6171,76 \text{ N}$ 2º) $h_1 = 2,55 \text{ m}$

3º) $F = 14791,0 \text{ N}$ 4º) $\Phi_{\text{Tob}} = 57,929 \text{ kW}$; $\Phi_{\text{Comp}} = 3,263 \text{ kW}$

Ejercicio 3.38

La aeronave de la figura 3.38 tiene una masa de 3000 kg y se mantiene a una altura del suelo fija mediante dos propulsores idénticos que funcionan de manera estacionaria. Se sabe que en la sección 2 la presión es igual a la atmosférica, que el rendimiento de los propulsores es la unidad y que el calor intercambiado con el fluido es despreciable. Las condiciones de presión y temperatura ambiente son $p_a = 1 \text{ atm}$ y $T_a = 15^\circ\text{C}$. Calcular para una altura fija, la velocidad de salida

Solución: $v_2 = 20,902 \text{ m/s}$

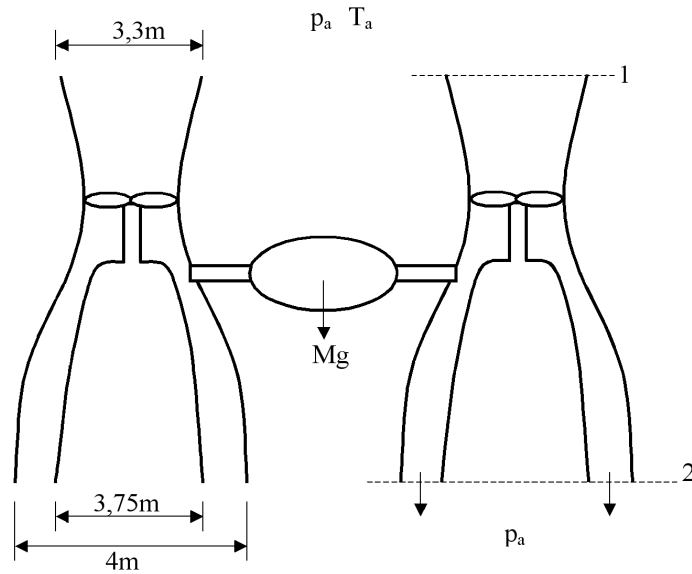


Figura 3.38: Aeronave con dos propulsores.

Ejercicio 3.39

Un depósito prismático de base cuadrada de lado $L = 1\text{ m}$ contiene un líquido de elevada viscosidad y de densidad 1100 kg/m^3 . La pared derecha del depósito es una compuerta articulada en su arista inferior que se mantiene en equilibrio por la acción de un chorro circular horizontal de agua, ver figura. Suponiendo el depósito fijo al suelo y que el nivel del líquido en el mismo es de $H = 1\text{ m}$, calcular a que altura h del suelo tendría que incidir un chorro de diámetro $d = 15\text{ cm}$ y velocidad $v = 20\text{ m/s}$, para que el ángulo de equilibrio sea $\alpha = 15^\circ$.

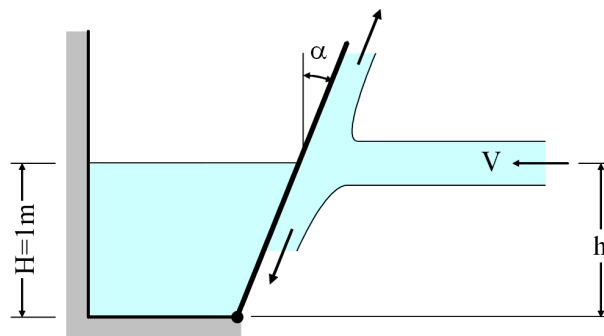


Figura 3.39: Depósito con compuerta articulada.

Solución:

1º) $h = 0,2723\text{ m}$

Ejercicio 3.40

El depósito de la figura 3.40 de 1 metro de anchura está dividido en dos. Presenta un lado abierto mientras que el otro está cerrado, aunque las dos zonas están comunicadas por su

parte inferior. Inicialmente el volumen de agua es de 2 m^3 y el nivel en los dos depósitos es idéntico. Súbitamente, se somete al depósito a una aceleración constante $a = 4,9 \text{ m/s}^2$ hacia la derecha.

1º) Determinar la fuerza ejercida sobre la pared intermedia que separa los dos depósitos.

A continuación el depósito deja de acelerarse y sobre la parte abierta llueve verticalmente durante tres minutos a una velocidad $v = 1 \text{ m/s}$, si la densidad de la lluvia es 400000 gotas/m^3 y cada gota tiene un diámetro de 5 mm .

2º) Determinar la cantidad de agua caída, la variación temporal de nivel en cada uno de los lados del depósito y la posición final de las dos superficies libres. Considérense los procesos isoterms con $T = 20^\circ\text{C}$.

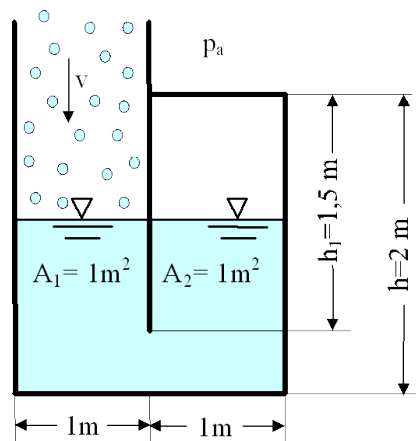


Figura 3.40: Depósito compartimentado.

Solución:

1º) $F = 4077,9 \text{ N}$

2º) $M = 4712,4 \text{ kg}$; $\frac{dH_1}{dt} = \frac{\rho_g}{\rho_w} v \left(1 - \frac{1}{2 + \frac{p_2}{\rho_w g (h - H_2)}} \right)$; $\frac{dH_2}{dt} = \frac{\rho_g}{\rho_w} v \left(\frac{1}{2 + \frac{p_2}{\rho_w g (h - H_2)}} \right)$; $H_1 = 5,4264 \text{ m}$; $H_2 = 1,2859 \text{ m}$

Ejercicio 3.41

En la figura 3.41 se muestra un tramo de canal de agua donde existe una compuerta y un resalto hidráulico aguas abajo de la compuerta. Suponiendo que no hay pérdidas en la compuerta determine:

1º) la fuerza neta que actúa sobre la compuerta cuando $h_0 = 10 \text{ m}$ y $h_1 = 2 \text{ m}$

2º) h_2 y las pérdidas en el resalto

Solución:

1º) $F = 209066 \text{ N/m}$ 2º) $h_2 = 8,818 \text{ m}$; $h_L = 1,085 \text{ m}$

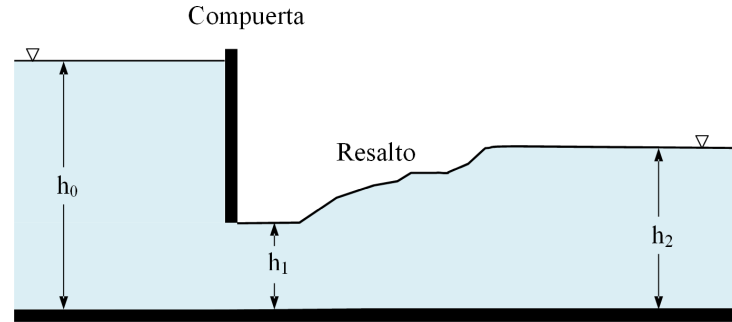


Figura 3.41: Compuerta y resalto.

Ejercicio 3.42

En el pueblo de Piñel de Abajo hay un abrevadero como el de la figura 3.42 (sección de perfil). El caudal del chorro es constante e igual a $0,21/\text{s}$. El depósito donde cae el chorro es un paralelepípedo de dimensiones $0,8 \times 0,5 \times 1 \text{ m}$. El diámetro del tubo en forma de U invertida es 10 mm .

- 1º) Suponiendo que en el instante inicial el depósito está vacío, describe el funcionamiento de la fuente a lo largo del tiempo. ¿Para qué sirve el tubo en U ?
- 2º) Si en $t = 0$, el depósito está completamente vacío, calcula la altura h del agua en los instantes $t = 1250 \text{ s}$ y $t = 8000 \text{ s}$.
- 3º) Un vecino, no contento con el funcionamiento de dicha fuente (porque sus ovejas no pueden beber agua tranquilamente) hace un pequeño taladro en el punto A de la figura. ¿Cómo modifica esto el funcionamiento de la fuente? Calcular la altura h de agua en los mismos instantes anteriores.
- 4º) Comprobar las hipótesis realizadas

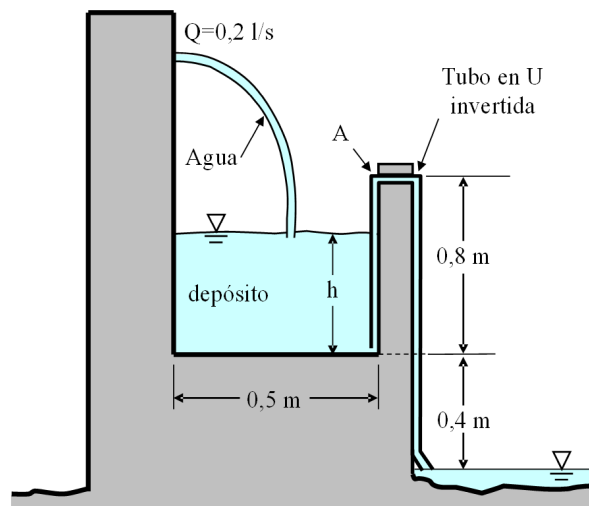


Figura 3.42: Fuente de Piñel de Abajo.

Solución:

$$1^\circ) h(t = 1250 \text{ s}) = 0,5 \text{ m}; \quad h(t = 8000 \text{ s}) = 0,41 \text{ m} \qquad 2^\circ) h = 0,8 \text{ m}$$

Ejercicio 3.43

Una corriente de densidad ρ entra horizontalmente en un conducto bidimensional con velocidad v_1 , donde se encuentra con otra corriente de la misma densidad y presión que se mueve a la velocidad v_2 . Los espesores de la capa de flujo de entrada son h_1 y h_2 , tal y como se muestra la figura, la altura de la cámara de mezcla es constante, $h_1 + h_2$, y la dimensión perpendicular al plano del papel es la unidad. Suponga un flujo uniforme y estacionario a través de las dos entradas y la salida. Si la fuerza de rozamiento entre el fluido y el tubo es de 5N,

1º) determine la diferencia de presión en el conducto, $\Delta p = p(L) - p(0)$.

Si en un momento dado se introduce un colorante en la corriente 1 con fracción másica $Y_1 = 10^{-3}$,

2º) determine la concentración de colorante en la salida cuando se alcance un nuevo estado estacionario.

Datos: $v_1 = 2 \text{ m/s}$, $v_2 = 1 \text{ m/s}$, $h_1 = 1 \text{ cm}$, $h_2 = 1,5 \text{ cm}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

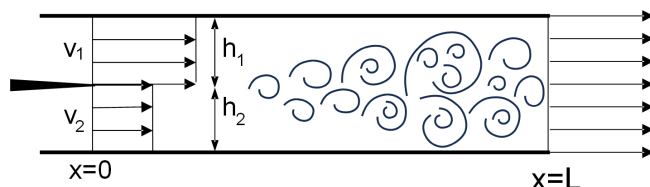


Figura 3.43: Mezcla de dos corrientes.

Solución:

1º) $\Delta p = 40 \text{ Pa}$ 2º) $Y_3 = 0,5714 \times 10^{-3}$

Problema 3.44

Por un conducto de diámetro $D = 10 \text{ cm}$ por el que circula agua. Todo el conjunto gira con una velocidad angular $\Omega = 100 \text{ rad/s}$. En el centro del conducto hay un núcleo gaseoso con presión p_0 . En una sección del tubo hay una transición, en la que se contrae el núcleo gaseoso, de manera que aguas arriba de la misma, en la región 1, éste tiene un radio $R_1 = 2 \text{ cm}$, y aguas abajo, en la región 2, $R_2 = 1 \text{ cm}$. Se pide:

- 1º) Calcular la distribución de presiones radial $p(r)$, en las regiones 1 y 2 aplicando fluidoestática. Indicar el sistema de referencia elegido para poder aplicar fluidoestática.
- 2º) Calcular las resultantes de las fuerzas de presión en dirección axial en cada una de las dos secciones A_1 y A_2 , situadas en las regiones 1 y 2 respectivamente. En el núcleo gaseoso la presión se supone nula $p_0 = 0$.
- 3º) Calcular las velocidades del fluido v_1 y v_2 en las regiones 1 y 2 respectivamente, supuestas uniformes. Despreciar la fuerza axial de rozamiento con la pared del tubo. Suponer el proceso estacionario.
- 4º) ¿Cómo se modificarían los resultados anteriores si la presión en el núcleo gaseoso tomase un valor $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$? Suponer que la densidad del gas en cualquier caso es despreciable comparada con la del agua.

Nota: se puede despreciar la fuerza másica de la gravedad.

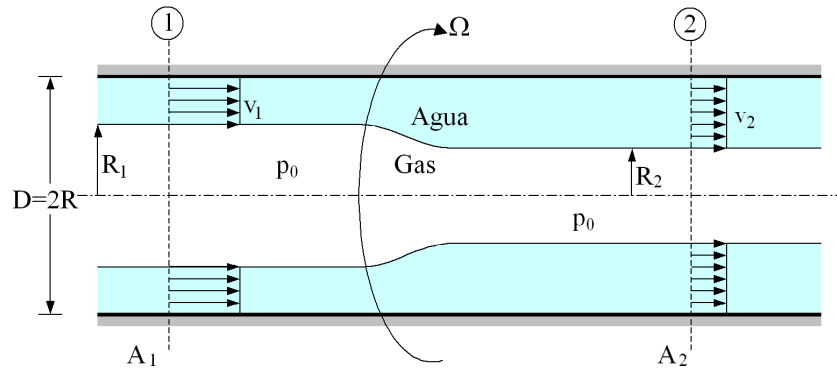


Figura 3.44: Conducto con agua y aire girando.

Solución:

$$1^{\circ}) \quad p_1(r) = p_0 + \rho \frac{\Omega^2}{2} (r^2 - R_1^2) \quad \text{si } R_1 < r < R \quad \quad p_2(r) = p_0 + \rho \frac{\Omega^2}{2} (r^2 - R_2^2) \quad \text{si } R_2 < r < R$$

$$2^{\circ}) \quad F_1 = 34,6 \text{ N} , \quad F_2 = 45,2 \text{ N}$$

$$3^{\circ}) \quad v_1 = 3,585 \text{ m/s} ; \quad v_2 = 3,137 \text{ m/s}$$

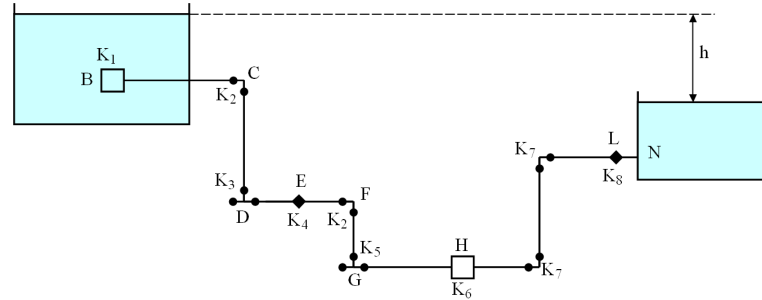
$$4^{\circ}) \quad F_1 = 820,00 \text{ N}, \quad F_2 = 830,60 \text{ N}$$

Ejercicios básicos

Ejercicio 4.1

1º) Calcular la longitud equivalente correspondiente a la canalización hidráulica representada en la figura 4.1 utilizando como referencia la tubería GN.

2º) Calcular el caudal correspondiente a una diferencia de niveles de $h = 20$ m.



Factores de pérdida de carga	K_i	<u>Tubería BG:</u>
Filtro en B.....	$K_1 = 8,0$	Diámetro 300 mm
Codos 300 ϕ en C y F.....	$K_2 = 0,5$	Longitud 46 m
Unión en T en D.....	$K_3 = 0,7$	$f = 0,025$
Válvula de 300 ϕ en E.....	$K_4 = 1,0$	
Derivación doble T reductora de 300 ϕ		<u>Tubería GN:</u>
150 ϕ en G.....	$K_5 = 0,7$	Diámetro 150 mm
Medidor 150 ϕ en H.....	$K_6 = 6,0$	Longitud 30,5m
Codos de 150 ϕ en J y K.....	$K_7 = 0,5$	$f = 0,02$
Válvula de 150 ϕ en L.....	$K_8 = 3,0$	

Figura 4.1: Longitud equivalente con elementos en serie.

Solución:

1º) $L_{eq} = 125,06$ m 2º) $Q = 0,0857$ m³/s

Ejercicio 4.2

Dado el sistema indicado en la figura 4.2 de características: $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 100$ m , $H = 24$ m , $D_1 = D_2 = D_4 = 0,1$ m , $D_3 = 0,2$ m ; $f_1 = f_2 = f_4 = 0,025$; $f_3 = 0,02$ y $K_v = 30$. Se pide:

1º) Longitud equivalente del sistema referida a la tubería 1

2º) Caudal correspondiente a cada tubería

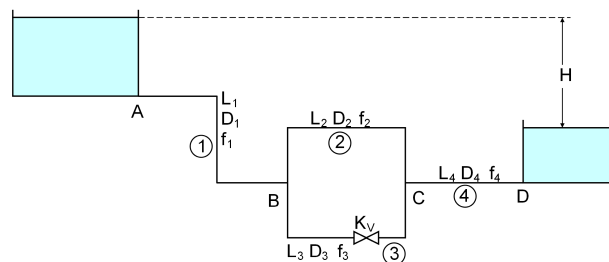


Figura 4.2: Longitud equivalente con elementos en paralelo.

Solución:

$$1^{\circ}) L_{eq} = 205,78 \text{ m} \quad 2^{\circ}) Q_1 = 23,5 \text{ l/s}, Q_2 = 5,65 \text{ l/s}, Q_3 = 17,87 \text{ l/s}$$

Ejercicio 4.3

Se trata de llevar agua a un depósito C desde otros depósitos A y B a través del sistema de tuberías mostrado en la figura 4.3. Considerando el problema como estacionario y suponiendo que las tuberías AN, BN y AB llevan el mismo caudal, calcular:

1º) Caudal que llega al depósito C

2º) Longitudes de las tuberías BN y AB

Despreciar pérdidas secundarias incluidas las de descarga a depósitos.

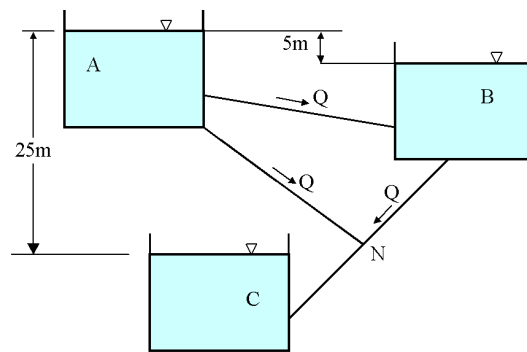


Figura 4.3: Tres depósitos conectados

Datos:

Tubería	Longitud (m)	Diámetro (cm)	f
AN	100	20	0,02
BN	?	25	0,02
NC	80	30	0,02
AB	?	30	0,02

Solución:

$$1^{\circ}) Q = 0,369 \text{ m}^3/\text{s} \quad 2^{\circ}) L_{BN} = 218,53; L_{AB} = 215,83 \text{ m}$$

Ejercicio 4.4

Se utiliza el sifón de sección uniforme y diámetro D de la figura 4.4 para drenar agua del depósito (1) al depósito (2). En el supuesto de que los depósitos sean muy grandes se pide determinar en función de los datos del problema, teniendo en cuenta las pérdidas por rozamiento y descarga en C:

1º) La velocidad media a través del sifón y presión en el punto B.

2º) En el supuesto de que a la temperatura ambiente a la que está el agua, ésta hierva a una presión absoluta p_V indicar el valor máximo de H para que esto no ocurra, y decir también cuál es el punto más desfavorable del circuito.

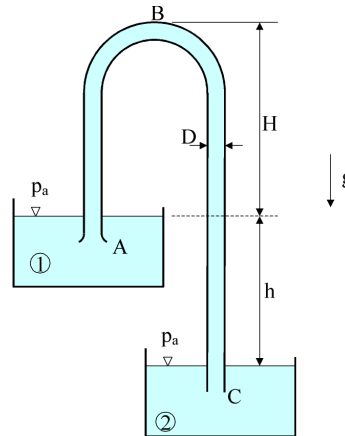


Figura 4.4: Sifón

Datos: $l_{AC} = l$; $l_{AB} = l_1$; h ; D ; p_a ; p_v ; f (factor de rozamiento); H

Solución:

$$1^{\circ}) v = \sqrt{\frac{2gh}{f \frac{l}{D} + 1}} \quad ; \quad p_B = p_{atm} - \rho g H - \left(1 + f \frac{l_1}{D}\right) \frac{\rho g h}{f \frac{l}{D} + 1} \quad 2^{\circ}) H = \frac{p_{atm} - p_v}{\rho g} - \frac{f \frac{l_1}{D} + 1}{f \frac{l}{D} + 1} h$$

Ejercicio 4.5

Un bomba trasvasa un caudal de agua $Q=10$ l/s desde un depósito inferior a otro superior consumiendo una potencia $P=1500$ W. Ambos depósitos están abiertos a la atmósfera y tienen una diferencia de nivel entre sus superficies libres $H=10$ m. Determinar el rendimiento de la bomba suponiendo que las pérdidas en el conducto son nulas.

Solución:

$$\eta = 0,65$$

Ejercicio 4.6

En la instalación de la figura 4.6(a), se establece un flujo de aceite entre los depósitos A y B cuyas superficies libres están separadas una cota $\Delta z = z_A - z_B$. Las propiedades del aceite son: $\rho = 800$ kg/m³ y $\mu = 0,013$ Ns/m². La comunicación entre los depósitos se establece mediante diferentes accesorios con un coeficiente de pérdidas global $k_T = 3,1$ y tramos de tubería de diámetro $D = 0,45$ m y rugosidad $\epsilon = 1,8$ mm siendo la longitud total $L = 110$ m. Se pide:

- 1^o) Determinar el rango de variación del desnivel entre los depósitos Δz para que el flujo sea laminar.
- 2^o) Determinar el rango de variación del desnivel entre los depósitos Δz para que el flujo sea completamente turbulento.
- 3^o) El caudal que circula entre los depósitos cuando $\Delta z = 10$ m.
- 4^o) Para acelerar el proceso de descarga del depósito A, se estudia la posibilidad de introducir una bomba, figura (b), de curva característica $H = 20 - 4Q^2$. Determinar el rango de variación de Δz para el cual sería efectivo el acoplamiento de la bomba con nuestra instalación.

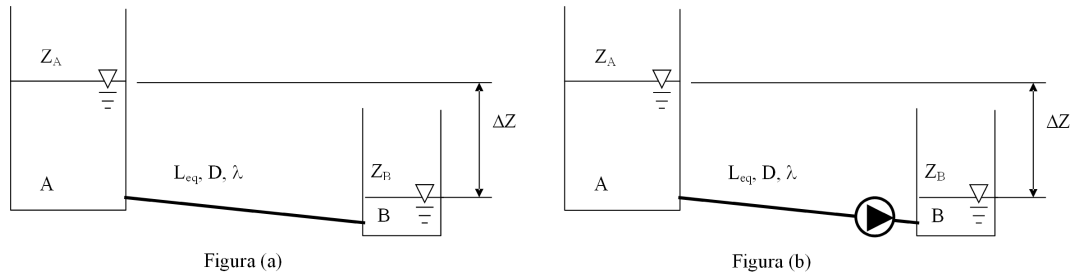


Figura 4.6: Traslado entre depósitos sin y con bomba

Ejercicio 4.7

En la instalación de la figura 4.7, se sabe que la bomba proporciona una altura que viene dada por: $H_B = 20 - 500Q^2$. Las pérdidas de carga por fricción y locales entre las secciones 1 y 2 son también función del caudal y valen $h_{p12} = 300Q^2$. ¿Qué caudal atraviesa la instalación si entre las secciones 1 y 2 existe una diferencia de presiones de $p_2 - p_1 = 10$ m.c.a.? Si el rendimiento global es del 75 %, ¿qué potencia consume la bomba?

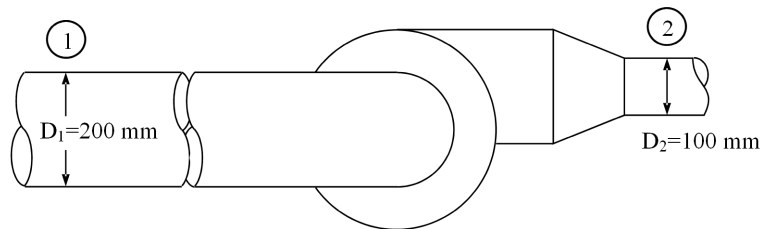


Figura 4.7: Bomba

Solución:

$$Q = 7,967 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s} \quad , \quad W = 15,516 \text{ kW}$$

Ejercicio 4.8

Se tiene una instalación que incluye una bomba con las características de la tabla adjunta para traspasar agua del depósito A al B (figura 4.8). Despreciando el efecto de las pérdidas locales, se pide:

- 1º) Determinar qué altura y caudal daría la bomba en la instalación anterior.
- 2º) Potencia que consume la bomba

Solución:

$$1^\circ) Q = 42 \text{ l/s} ; H_m = 30,9 \text{ m} \quad 2^\circ) W = 16751,86 \text{ Watios}$$

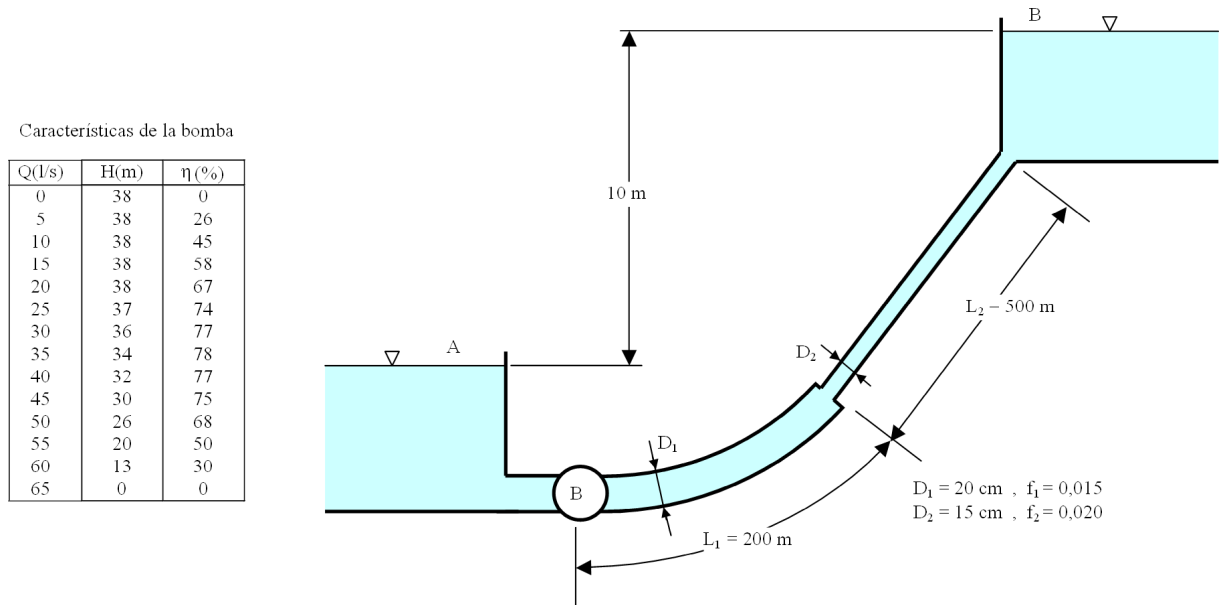


Figura 4.8: Trasvase entre depósitos

Ejercicio 4.9

Un sistema complejo de ventilación para una mina cuyo esquema simplificado se representa en la figura 4.9, se utiliza para sacar los gases de las voladuras y el polvo producido por los barrenos. Las pérdidas de presión para las tres secciones principales de la mina, en el supuesto de una densidad del aire de $1,2 \text{ kg/m}^3$, están definidas por:

$$\Delta h_1 = 0,69 \text{ m.c.a de presión total para un caudal de } 50 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$\Delta h_2 = 1,01 \text{ m.c.a de presión total para un caudal de } 50 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$\Delta h_3 = 0,16 \text{ m.c.a de presión total para un caudal de } 100 \text{ m}^3/\text{s}.$$

La curva característica de funcionamiento del ventilador para una densidad del aire de $1,2 \text{ kg/m}^3$ está dada por la siguiente tabla:

Caudal de descarga $Q(\text{m}^3/\text{s})$	0	20	40	60	80	100	120
Δp total del ventilador (m.c.a.)	0,175	0,180	0,175	0,160	0,135	0,100	0,060

Considerando despreciables las fuerzas másicas y el aire como incompresible, determinar el punto de funcionamiento del ventilador si todos los diámetros son iguales a 1 m.

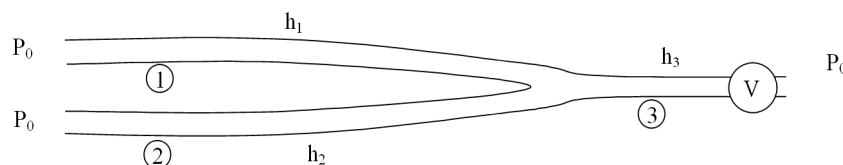


Figura 4.9: Ventilación de una galería

Indicaciones: Se considerarán las pérdidas de presión proporcionales al cuadrado del caudal es decir $\Delta h = kQ^2$

Solución:

$$Q = 70 \text{ m}^3/\text{s} , \Delta h = 1 \text{ mm.c.a}$$

Ejercicio 4.10

En un recinto como el de la figura 4.10 se utiliza un ventilador axial de 20 cm de diámetro para extraer el aire contaminado y expulsarlo al exterior. El aire fresco entra en el recinto a través de una tobera de 15 cm de diámetro. Si la curva del ventilador a 1450 rpm es: $\Delta P_v = 800 - 400 Q^2$ Calcular:

1. El caudal de ventilación
2. Potencia de accionamiento del ventilador suponiendo que su rendimiento es del 75 %
3. ¿Cual sería el caudal de ventilación si se instalara un segundo ventilador, idéntico al existente, en paralelo?

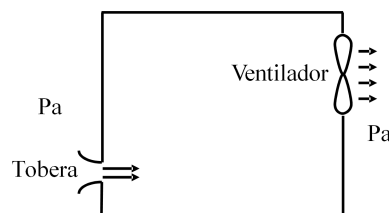


Figura 4.10: Ventilación de un recinto.

Solución:

$$1^{\circ}) Q = 0,52 \text{ m}^3/\text{s} \quad 2^{\circ}) W = 481,3 \text{ W} \quad 3^{\circ}) Q_T = 0,6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Ejercicio 4.11

La bomba de la instalación de la figura 4.11 impulsa agua del depósito A al depósito B. Sus curvas características cuando gira a 1450 rpm son:

$$H = 55 + 75Q - 150Q^2 \quad \eta = 3,25Q - 3,59Q^2$$

La presión manométrica de la cámara de aire del depósito A es de 0 Pa y la del B de 10^5 Pa. Sabiendo que el caudal bombeado es de $0,58 \text{ m}^3/\text{s}$:

- 1^º) Hallar la curva de la instalación de bombeo.
- 2^º) Determinar la potencia del motor eléctrico que acciona la bomba.
- 3^º) Estimar el rendimiento de la instalación
- 4^º) Diámetro de la tubería T2 (rugosidad= 0.02 mm) para que el nivel en los depósitos permanezca constante.

Nota: usar $g = 10 \text{ m/s}^2$

Indicaciones:

Se entiende por rendimiento de la instalación como el cociente entre la energía mecánica ganada por el fluido en la instalación y la energía consumida por la instalación.

Solución:

$$1^{\circ}) H_i = 35 + 38,76Q^2 \quad 2^{\circ}) W = 411 \text{ kW} \quad 3^{\circ}) \eta_i = 0,49 \quad 4^{\circ}) d_{T2} = 0,25 \text{ m}$$

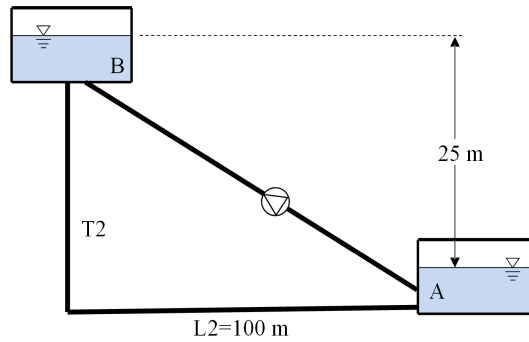


Figura 4.11: Trasvase entre dos depósitos

Ejercicio 4.12

En la figura se muestran las curvas de una familia de bombas radiales con cuatro posibles diámetros de rodete, para una velocidad de giro de 2900 rpm. ¿Cuál sería el diámetro de rodete más adecuado si se pretende mover un caudal de agua de al menos $250 \text{ m}^3/\text{h}$ en el circuito adjunto? Determinar, además, la potencia consumida y la altura máxima a la que se podría situar la bomba elegida sobre la superficie del agua del depósito de succión.

Nota: $p_v = 1600 \text{ Pa}$.

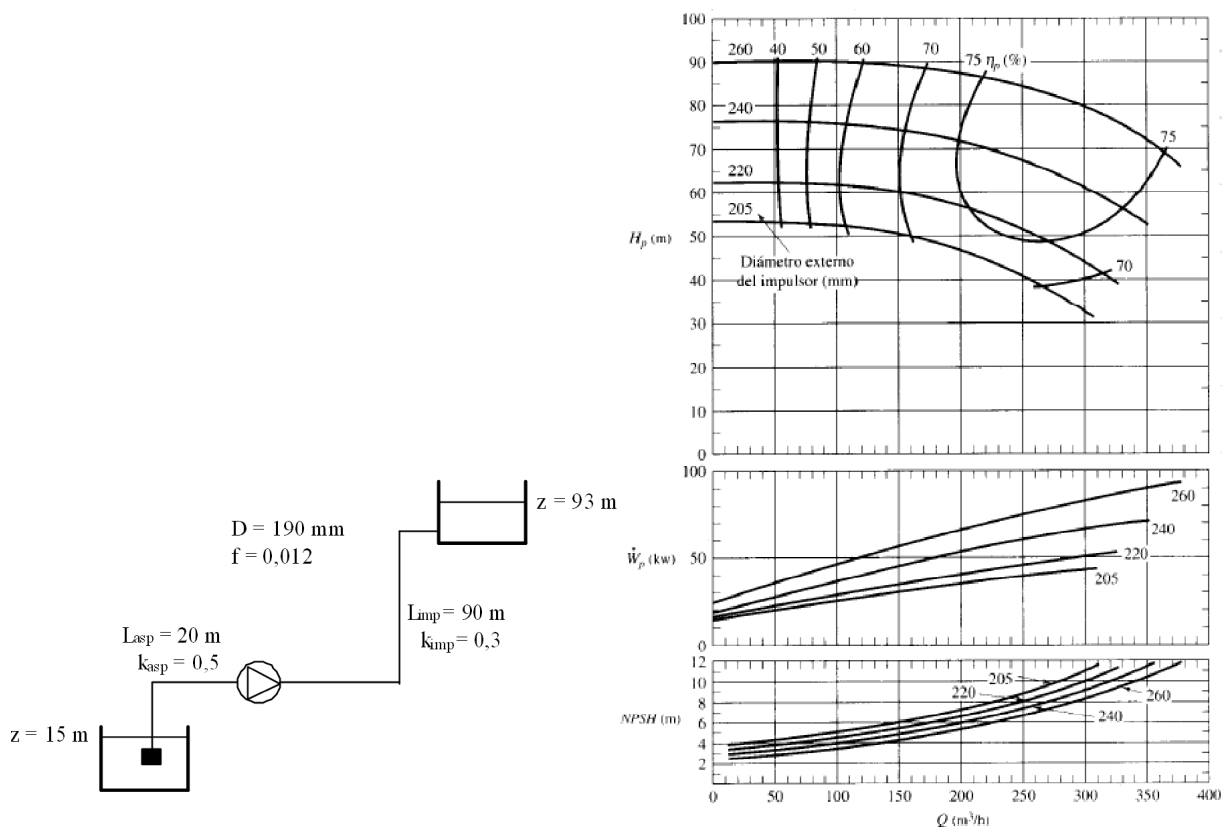


Figura 4.12: Familia de bombas

Solución:

1º) $D = 260 \text{ mm}$ 2º) $W = 80 \text{ kW}$ 3º) $z_a = 2,02 \text{ m}$

Ejercicio 4.13

Se utiliza una tubería de diámetro D y coeficiente de fricción λ para trasvasar agua de un depósito A a otro B. teniendo en cuenta las pérdidas en la descarga, encontrar la expresión que permita calcular el máximo valor de H para que la instalación funcione

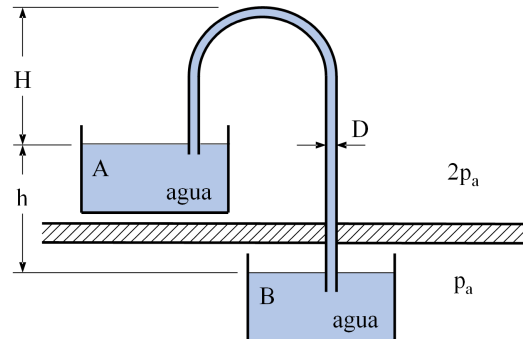


Figura 4.13: Sifón entre recintos

$$\text{Solución: } H = \frac{\frac{2p_a}{\rho} - \left(\frac{\frac{2p_a}{\rho} + \rho g}{f \frac{L}{D} + 1} \right)}{g + \frac{f}{D} \left(\frac{\frac{2p_a}{\rho} + \rho g}{f \frac{L}{D} + 1} \right)}$$

Ejercicio 4.14

En la instalación de la figura 4.14 determinar el máximo diámetro de salida D_s para que no aparezca cavitación ($p_v(\text{agua}) = 7000 \text{ Pa}$ a 20°C). La densidad del aceite es de 800 kg/m^3 . ¿Se mejoraría el comportamiento de la instalación frente a la cavitación si se presurizara la cámara de aire? Justificar la respuesta.

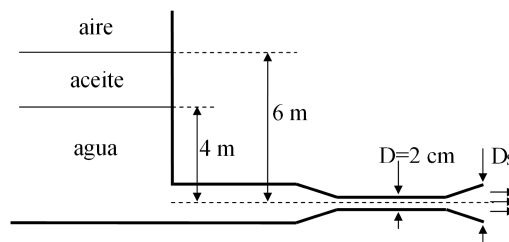


Figura 4.14: Cavitación en Venturi

Indicaciones: Asumir que no hay pérdidas de energía mecánica.

Solución:

$$D_{\max} = 2,54 \text{ cm}$$

Ejercicio 4.15

Si la presión manométrica del agua a la salida de la bomba es de 250 kPa y la presión manométrica deseada en B es de 120 kPa , ¿cuál es el mayor ángulo α que permite cumplir estas condiciones con un caudal $Q = 7,85 \text{ l/s}$. Si la entrada a la bomba tiene una presión manométrica de 100 kPa

y una tubería con el mismo diámetro y su rendimiento es 0,6 ¿cuál es la potencia introducida por la bomba?

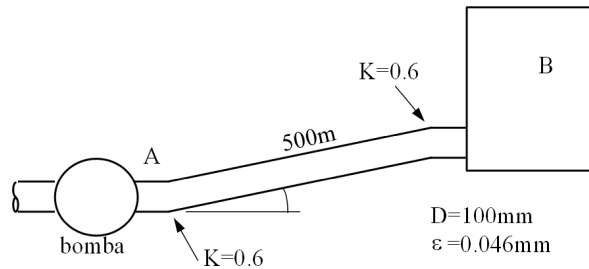


Figura 4.15: Bomba

Indicaciones:

Para el cálculo del coeficiente de fricción use la expresión: $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -1,8 \lg \left[\left(\frac{\varepsilon}{3,7D} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right]$

Solución:

Ejercicio 4.16

Una bomba aspira agua de un pozo mediante una tubería vertical de 15 cm de diámetro. La bomba desagua agua a través de una tubería de 10 cm de diámetro situada 3,20 m sobre el nivel de agua del pozo. Cuando se bombean 35 l/s, las lecturas de los manómetros colocados en la entrada y salida de la bomba son $-0,32 \text{ kp/cm}^2$ y $1,80 \text{ kp/cm}^2$ respectivamente. El manómetro de la descarga está situado a 1 m por encima del manómetro de la aspiración. Calcular la potencia consumida por la bomba supuesto un rendimiento de la misma del 80 %. Calcular la pérdida de carga en la tubería de aspiración de 15 cm de diámetro.

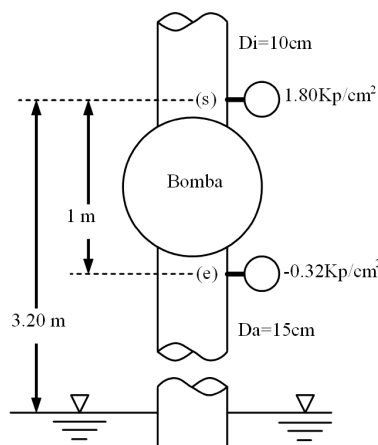


Figura 4.16: Bomba instrumentada

Solución:

$$W = 9,86 \text{ kW}$$

$$H_L = 0,8 \text{ m}$$

Ejercicio 4.17

Dos depósitos de grandes dimensiones que contienen agua se conectan mediante una tubería de 20 m de longitud y 75 mm de diámetro tal y como indica la figura. El depósito de la izquierda está abierto a la atmósfera y en el derecho existe una presión manométrica de 135 kPa. El coeficiente de fricción del tubo es $f = 0,02$ y la constante de pérdidas del codo es $k = 0,8$. Determinar:

- Magnitud y dirección del caudal
- ¿Qué potencia debería tener una bomba situada en A para que hiciera circular el mismo caudal pero en sentido contrario si su rendimiento fuera el 80 %?

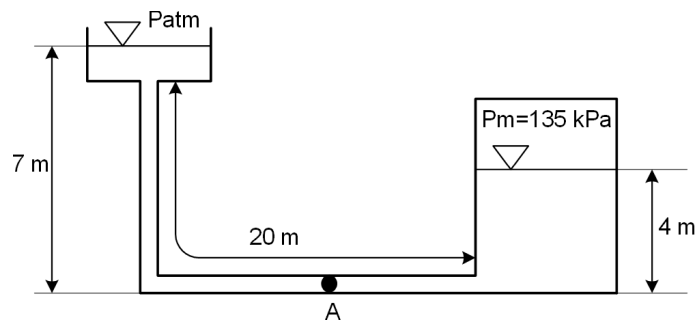


Figura 4.17: Dos depósitos

Solución:

a) $Q = 2,32 \times 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$ hacia la izquierda $P = 6134,88 \text{ W}$

Ejercicio 4.18

La central hidroeléctrica esquematizada en la figura 4.18 funciona 8 horas al día turbinando un caudal $Q_T = 35 \text{ m}^3/\text{s}$ y produciendo energía eléctrica que vende a $0,10 \text{ €/kWh}$, permaneciendo parada el resto del día. Si el rendimiento total del conjunto turbina-alternador es $\eta_T = 0,90$ determinar los ingresos diarios, calculando previamente la potencia generada y la energía diaria producida.

Notas: Suponer despreciables las pérdidas locales. La diferencia de nivel entre los embalses es constante.

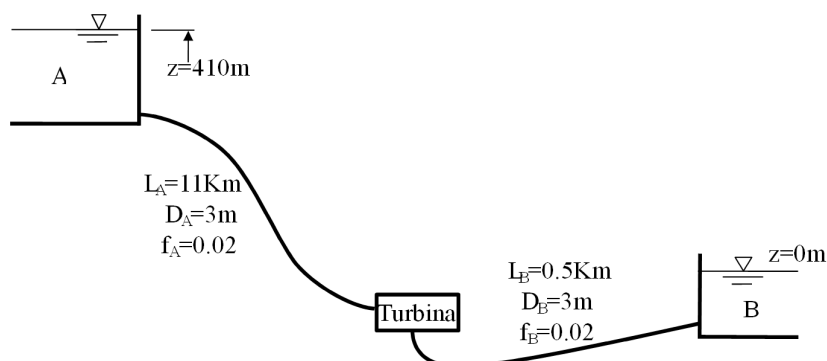


Figura 4.18: Central hidroeléctrica reversible

Solución:

27171 €

Ejercicio 4.19

Se ensayan dos bombas *A* y *B* para obtener sus curvas características, obteniendo los valores de las tablas. Determinar caudales y alturas proporcionadas por cada bomba si las dos bombas trabajan en

- a) serie en una instalación con cuya curva viene dada por $H_{IS} = 12Q^2 + 2$
 b) paralelo en una instalación con cuya curva viene dada por $H_{IP} = 1,6582Q^2 + 2$ con Q (litros/min) y H (m). Razonar las respuestas.

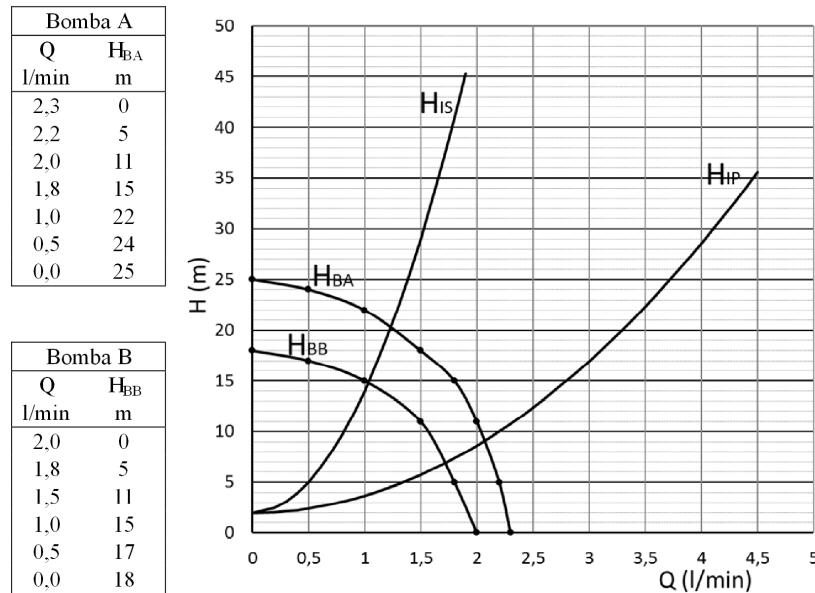


Figura 4.19: Serie-paralelo con curvas

Solución:

- a) $H_{BA} = 18$ m $H_{BB} = 11$ m $Q_A = Q_B = 1,5$ l/min
 b) $H_{BA} = H_{BB} = 15$ m $Q_A = 1,8$ l/min $Q_B = 1,0$ l/min

Ejercicio 4.20

Por la instalación de la figura circula un caudal de agua Q .

1ª) Suponiendo proceso sin pérdidas, dibujar la evolución temporal de la presión en *A* (inmediatamente aguas arriba de la válvula) y en *B* (inmediatamente aguas abajo de la válvula) si se cerrara total e instantáneamente la válvula *V*.

2ª) Calcular el tiempo de cierre crítico y el valor del incremento de presión si el tiempo de cierre fuera la mitad del tiempo de cierre crítico. Datos: $Q = 0,01$ m³/s, velocidad del sonido en el agua 1400 m/s, módulo de elasticidad de la tubería $2,1 \times 10^{11}$ N/m², espesor de la tubería 0,5 cm

Recordatorio: $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{\rho}{E} \frac{2R}{e}$

Solución:

2ª) $t = 0,01867$ s $\Delta p = 16,361 \times 10^5$ Pa

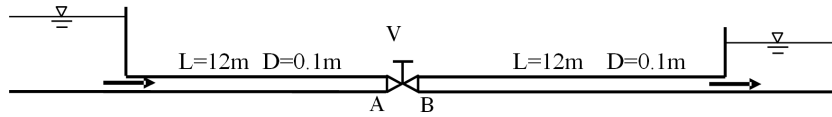


Figura 4.20: Golpe de ariete

Ejercicio 4.21

Se dispone de dos familias de bombas b_1 y b_2 cuyas curvas características con H (m) y Q (m^3/s) son:

$$H_{b_1} = 20 \left[1 - \left(\frac{Q}{0,044} \right)^2 \right] \quad H_{b_2} = 30 \left[1 - \left(\frac{Q}{0,062} \right)^2 \right]$$

Determinar la expresión matemática $h = f(Q)$ de la curva característica de los siguientes grupos de bombeo:

- Grupo de bombeo A: formado por una bomba b_1 en serie con otra bomba de la familia b_2 .
- Grupo de bombeo B: formado por dos bombas idénticas b_1 en paralelo.

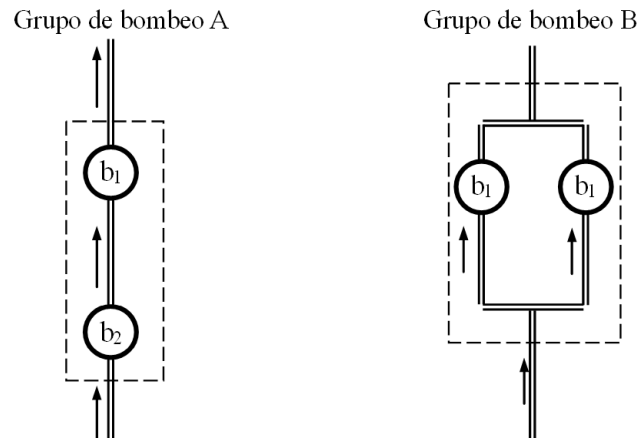


Figura 4.21: Grupos de bombeo

Solución:

$$H_{GB,A} = \begin{cases} 50 - 18134,9Q^2 & \text{si } Q < 0,044 \\ 30 - 7804,4Q^2 & \text{si } Q > 0,044 \end{cases} \quad H_{GB,A} = 20 - 2582,6Q^2$$

Ejercicios para practicar

Ejercicio 4.22

Una turbina está instalada en una tubería rectilínea que une dos depósitos de grandes dimensiones cuya diferencia de nivel es de 30 m.

- 1º) Cuando por la tubería circula el caudal máximo, que resulta ser de $10 \text{ m}^3/\text{s}$, la pérdida de carga en la tubería es de 1 m. Calcular la potencia desarrollada por la turbina, suponiendo que el rendimiento de la misma es del 80 %.
- 2º) A fin de obtener una mayor producción diaria de energía, se instala una nueva turbina más potente, manteniéndose la misma tubería. Suponiendo que el parámetro de fricción λ de la tubería no varía, determinar:
 - a) La expresión de la pérdida de carga en función del caudal que circula por la tubería.
 $H_{\text{pérd}} = kQ^2$.
 - b) Expresión de la potencia desarrollada por la nueva turbina en función del caudal, en el supuesto de que su rendimiento sea constante.
 - c) Caudal a turbinar para conseguir la potencia máxima, pérdida de carga correspondiente a este caudal y valor de dicha potencia máxima suponiendo que el rendimiento de la turbina es del 80 %.
- 3º) Si la tubería es de fundición (rugosidad 1 mm) y de 2 m de diámetro, determinar:
 - a) Tipo de flujo en la tubería en el caso del apartado 1 (diagrama de Moody).
 - b) Tipo de flujo en la tubería del apartado 2 (caudal correspondiente a potencia máxima).
 - c) Longitud total de la tubería.

Nota: Despreciar la pérdidas locales. Suponer $g = 10 \text{ m/s}^2$. Dar los resultados en unidades del S.I.

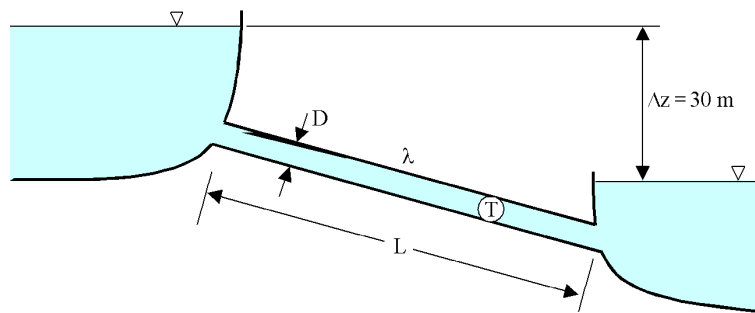


Figura 4.22: Turbina

Solución:

1º) $W = 2,32 \text{ MW}$

2º) a) $k = 1/100$; $W = \eta_t \rho g Q \left[30 - \frac{Q^2}{100} \right]$

c) $Q = 31,62 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_f = 10 \text{ m}$; $W = 5,0592 \text{ MW}$

3º) a) $Re = 6,366 \times 10^6$; b) $Re = 2,013 \times 10^7$; c) $f = 0,017$; $L = 232,22 \text{ m}$

Ejercicio 4.23

En una prospección de petróleo se encuentra una bolsa que contiene un volumen inicial de gas $V_g(0)$ a la presión $p_g(0)$, ambos conocidos. Se hace una perforación con un tubo de diámetro D hasta una profundidad H . Se pide:

- 1º) Gasto volumétrico Q de petróleo en función de la presión del gas en cada instante (y de los demás parámetros del problema), suponiendo que el movimiento en el tubo es casiestacionario y a muy altos números de Reynolds, de forma que λ no depende de la viscosidad.
- 2º) Volumen del gas en función del tiempo suponiendo que el proceso de expansión de éste en la bolsa es isoterma.
- 3º) Calcular el instante en que se anula el gasto volumétrico.

Nota: Supongan $h \ll H$.

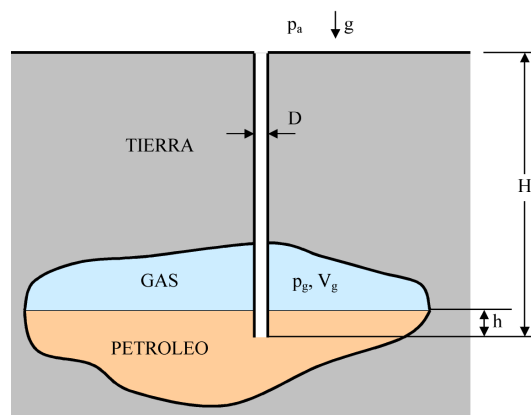


Figura 4.23: Pozo de petróleo

Solución:

$$1^\circ) Q(t) = \frac{\pi D^2}{2} \sqrt{\frac{\frac{p_g(t) - p_{atm}}{\rho_p} - gH}{2(1 + \lambda \frac{H}{D})}}$$

Ejercicio 4.24

La figura 4.24 representa el perfil simplificado de un oleoducto real en el Ártico que funciona en régimen estacionario. Los tres grandes tramos tienen pendiente constante. Como la pérdida de carga es muy grande, pero no se pueden poner presiones de bombeo elevadas, se instala una estación de bombeo cada 100 km. La figura 2 representa los tres tipos de tramos.

Los datos de que se dispone son: gasto másico 50×10^6 Tm/año, densidad 860 kg/m^3 , sección del tubo circular de diámetro 1,6 m, $\lambda = 0,35 \text{ Re}^{-1/4}$ y $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Despreciar las pérdidas de carga en codos, válvulas, etc. Se pide:

- 1º) Velocidad media.
- 2º) Valor del coeficiente de pérdida de carga o de fricción.
- 3º) Caída de energía mecánica a lo largo de cada tramo de 100 km (es la misma para los tres tipos de tramos).
- 4º) Presión a la salida de las bombas de los tres casos suponiendo que al final de cada tramo de 100 km la presión es p_{atm} .

5º) Potencia de cada tipo de bomba ($\eta = 0,65$ para todas) y potencia total de las 17 del oleoducto.

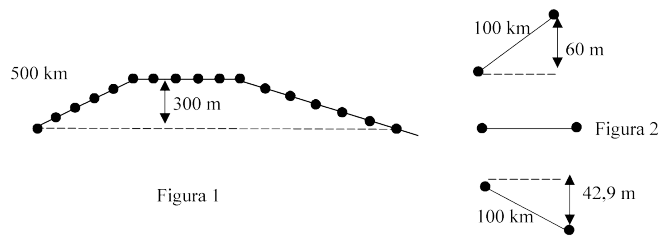


Figura 4.24: Oleoducto en el Ártico

Solución:

1º) $v = 0,917 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ 2º) $\lambda = 0,0179$ 3º) $4,1244 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

4º) Tramo ascendente: $p_s = 10,2704 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ (absoluta)

Tramo horizontal: $p_s = 5,1104 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ (absoluta)

Tramo descendente: $p_s = 1,4210 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ (absoluta)

5º) $W_{\text{Tramo ascendente}} = 2,582 \text{ MW}$

$W_{\text{Tramo horizontal}} = 1,146 \text{ MW}$

$W_{\text{Tramo descendente}} = 0,119 \text{ MW}$

$W_{\text{Total}} = 19,473 \text{ MW}$

Ejercicio 4.25

Se trata de llevar agua desde un embalse, en el que el nivel de agua es de 5 m respecto al fondo, a una distancia de 2 km y a una cota de 15 m por debajo del fondo del embalse con una tubería de 1 m de diámetro y rugosidad 0.2 mm, tal como se indica en la figura 4.25. Para ello, se han dispuesto dos tramos de tubería rectos: el primero horizontal y el segundo inclinado. Se puede suponer que la pendiente de la segunda tubería es muy pequeña de manera que su longitud es su proyección horizontal x y que la longitud total de los dos tramos es 2 km.

El problema que puede tener la configuración anterior es que si x no es suficientemente grande, en el punto A puede haber depresiones importantes y hasta cavitación.

Despreciando todas las pérdidas locales, excepto la energía cinética del chorro de salida, se pide:

1º) Caudal que circula por la tubería.

2º) Valores de x para que en el punto A se cumpla que:

a) La presión manométrica sea nula.

b) Haya cavitación, entendiendo por ello que la presión absoluta sea nula.

3º) Distribución de presiones manométricas a lo largo del tubo para los casos indicados en el apartado 2.

Solución:

1º) $Q = 2,89 \text{ m}^3/\text{s}$ 2º) $x_a = 1556,7 \text{ m}$; $x_b = 484,1 \text{ m}$

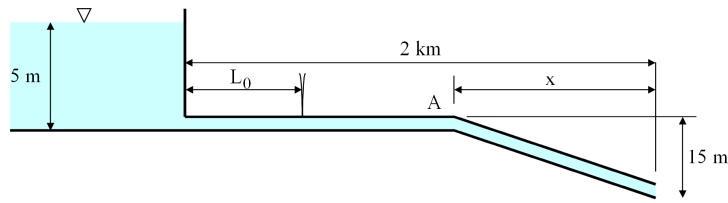


Figura 4.25: Conducción de suministro de agua

Ejercicio 4.26

En la instalación de la figura 4.26 un depósito de grandes dimensiones que contiene agua se vacía a través de los conductos indicados. Suponiendo régimen estacionario y que el factor de fricción $f = 0,02$ calcular:

- 1º) Caudal de descarga
- 2º) En qué punto del sistema de tuberías la presión es mínima
- 3º) Máximo valor de h que permitiría una descarga del depósito sin que aparezca cavitación ($p_v = 0,3 \text{ kg/cm}^2$)

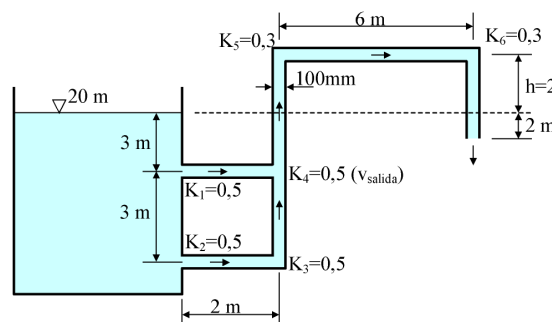


Figura 4.26: Tomas en paralelo

Solución:

- 1º) $Q = 20,76 \text{ l/s}$ 2º) En 6 3º) $h = 5,34 \text{ m}$

Ejercicio 4.27

En un campo petrolífero próximo al mar, se aprovecha la diferencia de densidades entre el agua salada ($\rho_w = 1030 \text{ kg/m}^3$) y el petróleo ($\rho_p = 900 \text{ kg/m}^3$) para la extracción de petróleo. Para ello se inyecta agua salada en la bolsa de petróleo tal como se indica en la figura a través de la tubería 1 y se extrae por medio de la 2. Suponiendo que la producción del pozo es de 500 barriles/día (barril ≈ 120 litros) y que la bolsa siempre está llena de líquido manteniéndose los dos líquidos en capas separadas, calcular:

- 1º) La presión manométrica p_g que debe existir en la zona gaseosa de la bolsa de petróleo para mantener los 500 barriles día de producción, sabiendo que la viscosidad del petróleo es de $\mu_p = 0,02$ poise.
- 2º) Pérdida de carga en la tubería 1 ($\mu_{\text{agua}} = 0,01$ poise).
- 3º) Diámetro de la tubería 1.

Suponer despreciables la dimensión vertical de la bolsa de petróleo frente a las longitudes de las tuberías y las pérdidas de carga locales incluida la energía cinética de los chorros a la salida.

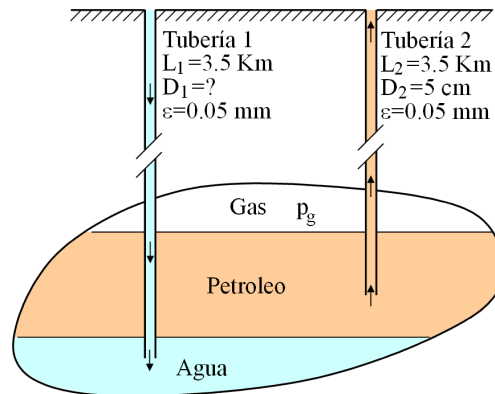


Figura 4.27: Campo petrolífero marino

Solución:

- 1º) $31,06 \times 10^6$ Pa 2º) 428 m 3º) $D_1 = 2,46 \times 10^{-2}$ m

Ejercicio 4.28

La instalación de la figura 4.28 está constituida por tres depósitos. Por cada una de las tuberías 1 y 2 fluye un caudal de 10 l/s de los depósitos A y B hacia el depósito C. Para conseguir estos caudales en la tubería 1 hay una bomba b1 y en la 2 hay una válvula V2.

Suponiendo que el flujo es estacionario, calcular:

- 1º) La constante k asociada a las pérdidas en la válvula situada en la tubería 2.
 2º) La altura suministrada por la bomba y la potencia consumida, suponiendo que su rendimiento es del 0,7.
 3º) Si se cierra instantáneamente una válvula V3 en la salida de la tubería 3, se pide calcular la velocidad de la onda que se genera a lo largo de esa tubería, así como la sobrepresión correspondiente, suponiendo que el espesor de la pared es de 1 mm y su módulo de elasticidad $E = 10^{11}$ N/m².

	Tubería 1	Tubería 2	Tubería 3
Longitud (m)	100	300	200
Diámetro (m)	0,1	0,1	0,1
Espesor (mm)	1	1	1
Rugosidad (mm)	0,1	0,1	0,1
Caudal (l/s)	10	10	

Solución:

- 1º) $k_{V2} = 72,66$ 2º) 15,18 m 3º) 832 m/s

Ejercicio 4.29

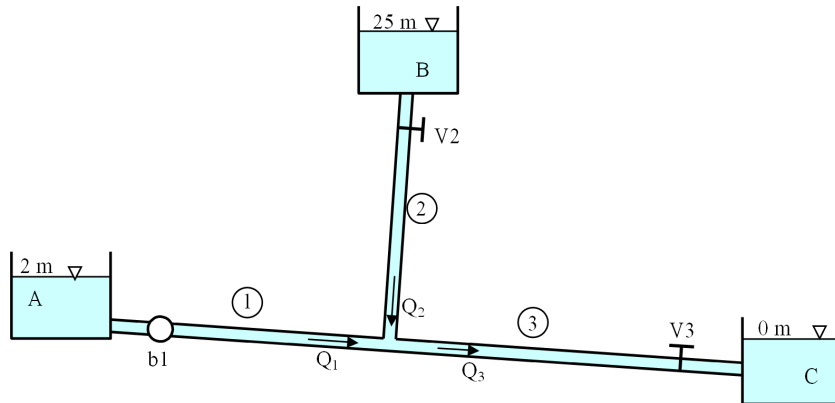


Figura 4.28: Golpe de ariete y bifurcación

El abastecimiento de agua de una ciudad se realiza desde 3 depósitos elevados, ubicados en colinas próximas. Estos depósitos suministran agua a una tubería principal en forma de anillo que rodea a la ciudad. El suministro final hacia la ciudad se realiza a través de múltiples tomas distribuidas uniformemente a lo largo el anillo circundante. Para garantizar dicho suministro, la presión manométrica en el anillo debe de ser de 5 m.c.a, donde se puede suponer despreciable la velocidad del agua. El consumo de la ciudad es de $9 \text{ m}^3/\text{s}$, aportado a partes iguales por todos los depósitos. Las tuberías de descarga de los depósitos son de idéntico diámetro y material, con un factor de fricción $f = 0,02$. La ciudad se encuentra a una altura de $z = 0 \text{ m}$, y el nivel de agua de los depósitos a $z_A = 25 \text{ m}$ y $z_B = z_D = 15 \text{ m}$. Las tuberías de descarga de los depósitos tienen una longitud de $L_A = L_D = 1500 \text{ m}$ y $L_B = 1000 \text{ m}$. Calcular:

- 1º) Diámetro de las tuberías de descarga de los depósitos.
- 2º) Constante de pérdidas de la válvula.
- 3º) Potencia de la bomba, suponiendo un rendimiento unidad.

Nota: Despreciar todas las pérdidas de carga locales (excepto la de la válvula)

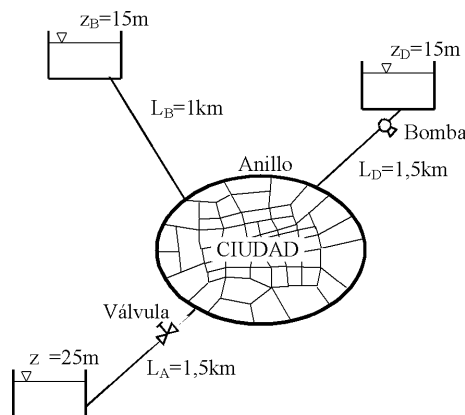


Figura 4.29: Abastecimiento de agua a una ciudad

Solución:

- 1º) $D = 1,08 \text{ m}$ 2º) $k_v = 9,23$ 3º) $W = 147 \text{ kW}$

Ejercicio 4.30

El depósito de la figura 4.30, de grandes dimensiones, se vacía a través de la tubería T_1 de 100 m de longitud por lo que se pueden despreciar todas las pérdidas locales. La rugosidad de la tubería es de 0,1 mm. La cámara de aire del depósito se encuentra a una presión manométrica de 4×10^5 Pa.

- 1º) Determinar el diámetro de la tubería T_1 para que el chorro formado al final de dicha tubería alcance una altura de 10 m. Se supone que el chorro evoluciona idealmente.
- 2º) ¿Qué altura alcanzará el agua en el tubo T_2 , supuesto éste de gran longitud?
- 3º) Suponiendo ahora que la tubería T_2 tiene la misma rugosidad que T_1 y un diámetro de 0,5 m, ¿Cuál debería ser su longitud para que el caudal que descargasen las dos tuberías fuese el mismo?

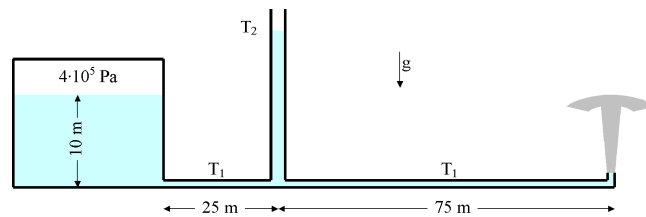


Figura 4.30: Depósito presurizado

Solución:

- 1º) $D_1 = 0,355$ m 2º) $h = 30,58$ m 3º) $L = 22,2$ m

Ejercicio 4.31

En la figura 4.31 se muestra un esquema de la instalación de refrigeración del bloque motor de un automóvil. La instalación está compuesta por los siguientes elementos: radiador, bomba de agua, circuito de refrigeración del bloque motor, tuberías y vaso de expansión. Las tuberías y el vaso de expansión tienen una longitud equivalente de pérdidas de 2 m con un diámetro $D = 0,01$ m y una rugosidad $\varepsilon = 0,01$ mm. En un ensayo de caracterización hidráulica se ha determinado que para un caudal de 5×10^{-4} m³/s la pérdida de presión en el radiador es de 5 m.c.a y en el bloque motor es de 15 m.c.a.

- 1º) Suponiendo despreciables las pérdidas en la bomba, calcular la potencia consumida por la bomba de agua durante el ensayo.
- 2º) Para el máximo régimen de giro del motor, el caudal que debe suministrar la bomba es de un 40 % superior al del ensayo. ¿Cuál es, en este caso, la potencia consumida por la bomba?
- 3º) Sabiendo que la presión de vapor del agua es $p_v = 0,5$ bar, calcular la presión mínima en el vaso de expansión para que no haya cavitación en el circuito en el caso b)

Solución:

- 1º) $W = 146,63$ W 2º) $W = 396,8$ W 3º) $p = 6,16$ bars (absoluta)

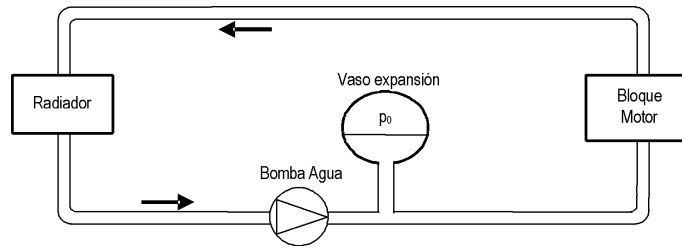


Figura 4.31: Circuito de refrigeración de un MCI

Ejercicio 4.32

Un elevador hidráulico de 1,5 m de recorrido y carga máxima de 3000 kg se acciona mediante 2 cilindros hidráulicos de diámetro interior 30 cm cada uno. Los dos cilindros se alimentan de un conducto de 40 mm de diámetro interior, longitud 10 m y rugosidad 0,16 mm, colocado en horizontal.

1º) Sabiendo que el tiempo que tarda en elevarse la carga es de 1 minuto y que el desplazamiento es a velocidad constante, calcular la presión máxima necesaria a la entrada del conducto.

2º) Para conseguir un tiempo de elevación de 10 segundos y duplicar la carga máxima se añaden dos nuevos cilindros de iguales características. Calcular la nueva presión máxima a la entrada del conducto.

Despreciar los tramos de conducción entre el final del conducto principal y la entrada de cada uno de los cilindros, tanto a efectos de diferencias de altura, como de pérdidas locales y de fricción. Datos del fluido: viscosidad cinemática $\nu = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ y densidad $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$.

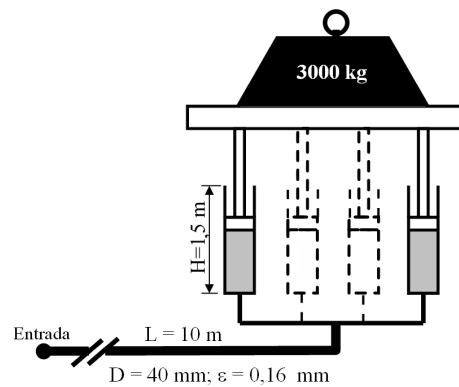


Figura 4.32: Elevador hidráulico

Solución:

$$1^\circ) p_e = 2,6828 \times 10^5 \text{ Pa} \quad 2^\circ) p_e = 44,5635 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Ejercicio 4.33

En la instalación indicada en la figura 4.33 se bombea agua del depósito A al depósito B. Se suponen despreciables las pérdidas por fricción en las tuberías 0 y 3 y que los depósitos son de grandes dimensiones.

1º) Sabiendo que la altura que proporciona la bomba es de 20 m.c.a., determinar el caudal que circula por cada una de las tuberías.

2º) Justificar si sería posible instalar la bomba en la tubería T3.

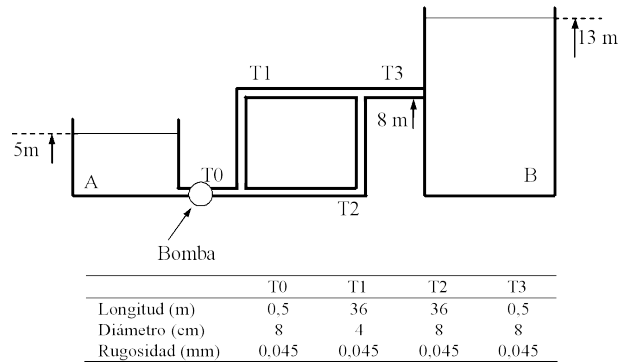


Figura 4.33: Bombeo con tuberías en paralelo

Solución:

1º) $Q_1 = 0,00371 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 0,021 \text{ m}^3/\text{s}$

2º) No es posible

Ejercicio 4.34

Un pequeño pueblo tiene un consumo de agua en horas punta de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Las fuentes de abastecimiento son dos grandes depósitos donde la cota de la superficie del agua puede considerarse constante. La del depósito 1 está a 50 m por encima del pueblo y a 5 km de distancia y la del depósito 2 está a 30 m por encima del pueblo y a 1.5 km de distancia del mismo. Calcular el diámetro de las tuberías de abastecimiento y el caudal circulante por cada una de ellas, teniendo en cuenta que:

El suministro debe ser simultáneo a través de las dos tuberías.

La presión manométrica del agua al llegar al pueblo debe ser al menos 8 m.c.a.

Las tuberías deben tener igual diámetro dentro de los comerciales disponibles, que son: 200 mm, 300 mm, 400 mm, 500 mm, 600 mm, 700 mm, 800 mm, 900 mm y 1000 mm. Todas ellas tienen una rugosidad absoluta de $\varepsilon = 1,2 \text{ mm}$

La pérdida de carga local a la salida de los depósitos es $k = 0,5$

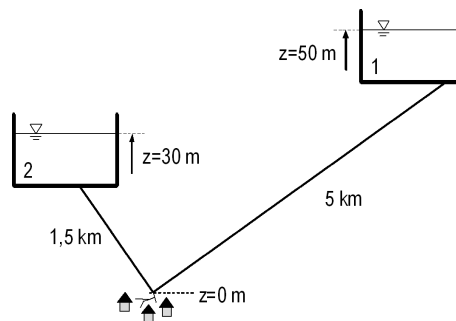


Figura 4.34: Suministro de agua por gravedad

Solución:

$D = 600 \text{ mm}$; $Q_1 = 0,577 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 0,756 \text{ m}^3/\text{s}$

Ejercicio 4.35

Una bomba B alimenta una caldera C tomando agua a 75°C de un depósito de nivel constante A. La tubería de aspiración tiene 100 m de longitud y 10 cm, de diámetro. La de impulsión tiene 150 m de longitud e idéntico diámetro. Esta última está dotada de una válvula de regulación V que permite variar el caudal de la instalación, dado que la bomba B trabaja a revoluciones constantes. Se desea obtener un caudal de 8 l/s. Considerando que $f = 0,02$ para todas las tuberías, que las únicas pérdidas locales significativas son las que se producen en la válvula V, y que el proceso es isotérmico, calcular:

1º) Presión a la entrada de la bomba (Punto 1). ¿Existiría peligro de cavitación? Razonar la respuesta.

2º) Grado de apertura de la válvula V necesario para conseguir el caudal de 8 l/s.

3º) Potencia consumida por la bomba.

Datos: $p_a = 1 \text{ kg/cm}^2$.

Curva característica de la bomba.

Q(l/s)	0	2	4	6	8	10	12	14
$H_m(\text{m})$	14	15	14	13	12	9	5	0
$\eta (\%)$	0	42	58	65	70	62	38	0

Relación entre la pérdida de carga en la válvula y el grado de apertura:

% apert.	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	0
K	8	11	14	18	23	29	36	45	60	90	∞

Propiedades del agua líquida a 75°C : densidad $\rho = 974 \text{ kg/m}^3$, presión de vapor $p_v = 0,386 \text{ kg/cm}^2$

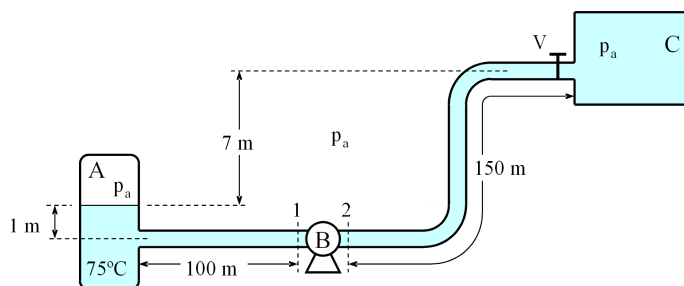


Figura 4.35: Bombeo a una caldera

Solución:

1º) 96905 Pa 2º) $K = 44,34$ 30 % 3º) $W = 1310$ Watios

Ejercicio 4.36

Un depósito se carga con una bomba cuya curva característica y rendimiento vienen dados por las ecuaciones:

$$H = H_0 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right] \quad \eta = \eta_0 \frac{4(Q_0 - Q)Q}{Q_0^2}$$

mediante una tubería de longitud L , diámetro D , y factor de fricción λ . Se pide

- 1º) Caudal que da la bomba cuando la altura del agua en el depósito es nula, $h = 0$.
- 2º) Altura del agua en el depósito cuando el rendimiento de la bomba es máximo, $\eta = \eta_0$
- 3º) Altura máxima del agua en el depósito.

Hacer aplicación en los tres casos anteriores a:

$$H_0 = 20 \text{ m}; Q_0 = 4 \text{ l/s}; \lambda = 0,01; L = 100 \text{ m}; D = 0,05 \text{ m}; \eta_0 = 0,7$$

4º) Estudiar el proceso de llenado del depósito, calculando el tiempo que se tardará en alcanzar la altura máxima. Suponer que $A_T = 100 \text{ dm}^2$

5º) ¿Cómo se modificaría lo anterior si la bomba girase al doble de revoluciones (en especial la curva de la bomba)?

Nota: Suponer el proceso cuasipermanente y que la única pérdida local es la energía cinética del chorro de salida.

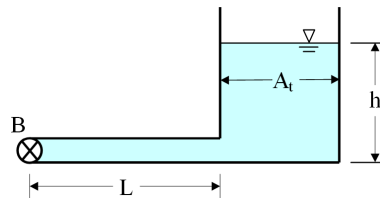


Figura 4.36: Bombeo

Solución:

$$1^\circ) Q = Q_0 \sqrt{\frac{H_0}{H_0 + \frac{8Q_0^2}{\pi^2 D^4 g} (1 + f \frac{L}{D})}} = 3,618 \text{ l/s}$$

$$2^\circ) h = \frac{3}{4} H_0 - \frac{2Q_0^2}{\pi^2 D^4 g} (1 + f \frac{L}{D}) = 13,89 \text{ m}$$

$$3^\circ) h_{\text{máx}} = H_0 = 20 \text{ m}$$

$$4^\circ) t = 184,247 \text{ min}$$

Ejercicio 4.37

En la figura 4.37 se representa esquemáticamente un túnel hidrodinámico, donde el agua es impulsada por una bomba centrífuga que tiene la siguiente curva característica:

H (m)	18	16	15	14	13	12	10	9	7	5
Q (m ³ /h)	0	180	210	240	270	300	330	360	390	420
η (%)	0	60	66	73	77	82	80	77	70	60

Para regular el caudal que circula por la instalación se dispone de un válvula de compuerta cuyo coeficiente de pérdidas en función del grado de apertura queda reflejado en la siguiente tabla:

Grado de apert.	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
K_V	23	11	5	3	1,5	1,0	0,6	0,4	0,25

Sabiendo que la presión en la cámara de aire es la atmosférica $p_a = 1 \text{ kg/cm}^2$ y suponiendo que el parámetro de fricción de las tuberías es constante y vale $\lambda = 0,02$. Se pide:

- 1º) Velocidad de la corriente en la sección de ensayo para que en esta empiece la cavitación, es decir, velocidad para la cual la presión absoluta alcanza la presión de vapor de agua, $p_v = 0,0234 \text{ bar}$, en la zona de esta sección donde la presión es mínima.

- 2º) Caudal, altura manométrica y potencia consumida en las condiciones del apartado 1.
- 3º) Grado de apertura de la válvula de compuerta en el caso del apartado 1
- 4º) Sobrepresión mínima que debe existir en la cámara de aire del depósito para que no haya cavitación en la sección de ensayo, cuando por la instalación circule el caudal máximo posible correspondiente a válvula completamente abierta

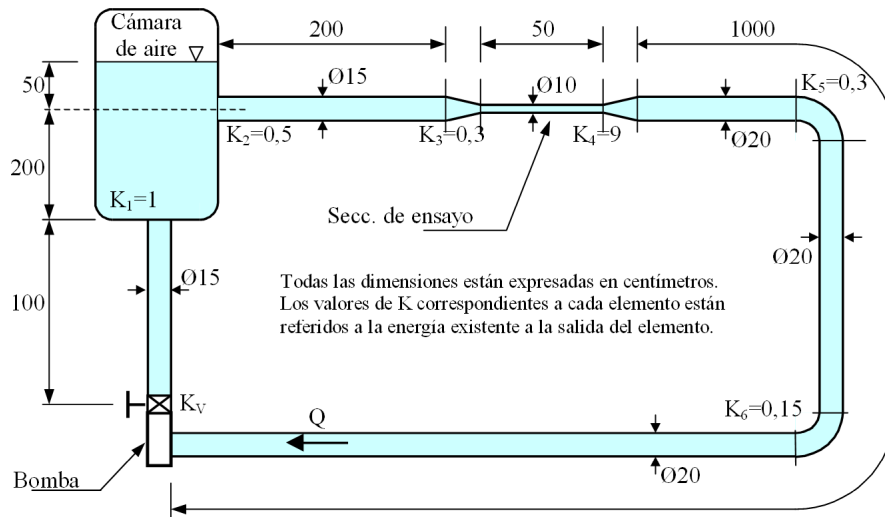


Figura 4.37: Túnel hidrodinámico

Solución:

- 1º) $V_2 = 11,4 \text{ m/s}$
- 2º) $Q = 0,09 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_m = 10,53 \text{ m}$; $\eta = 0,8$; $W = 11,4 \text{ kW}$
- 3º) $k_v = 1,087$; $\alpha = 0,7$
- 4º) $\Delta p = 0,05 \text{ kg/cm}^2$

Ejercicio 4.38

En la figura se representa una instalación para bombear agua desde los depósitos inferiores A y B al depósito superior C. La impulsión del agua se realiza mediante dos bombas iguales B1 y B2 cuya curva característica viene dada por la ecuación $H = H_0(1 - (Q/Q_0)^2)$ donde $H_0 = 297 \text{ m}$ y $Q_0 = 3 \text{ m}^3/\text{s}$. En la tubería 2 hay una válvula cuya misión es regular los caudales suministrados. En el caso propuesto la abertura de la válvula es tal que se cumple la condición de que el caudal Q_1 suministrado por el depósito A es el doble del caudal Q_2 suministrado por el depósito B. Se sabe que el flujo es completamente turbulento y que las pérdidas locales en las entradas, codos y uniones en T son despreciables frente a las pérdidas de fricción. Se pide:

- 1º) Determinar los caudales Q_1 , Q_2 y Q_3 que circulan por cada tubería.
- 2º) Alturas H_{B1} y H_{B2} suministrados por cada una de las bombas.
- 3º) Valor de la constante K de la válvula.
- 4º) Potencia consumida por cada bomba, sabiendo que su rendimiento viene dado por la expresión:

$$\eta = 0,8 \left[\frac{4(Q_0 - Q)Q}{Q_0^2} \right]$$

5º) Calcular el rendimiento de la instalación.

6º) Obtener la curva de la instalación total suponiendo que la cota de la unión en T es $Z_T = 30$ m.

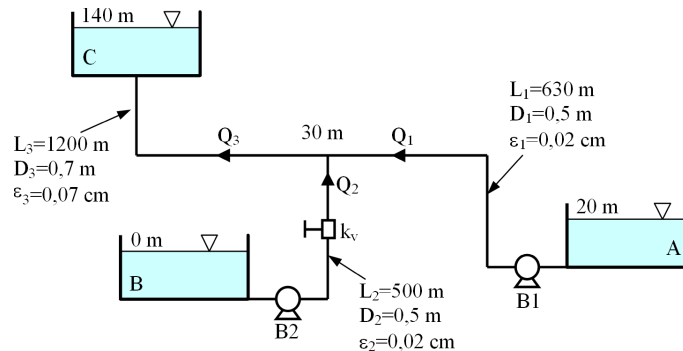


Figura 4.38: Bombeo desde dos depósitos

Solución:

$$1^\circ) Q_1 = 1,432 \text{ m}^3/\text{s} ; Q_2 = 0,716 \text{ m}^3/\text{s} ; Q_3 = 2,147 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$2^\circ) H_{B1} = 229,4 \text{ m} ; H_{B2} = 280,1 \text{ m}$$

$$3^\circ) k_v = 109,5$$

$$4^\circ) W_1 = 4,410 \text{ MW} ; W_2 = 3,547 \text{ MW}$$

$$5^\circ) \eta = 0,36$$

Ejercicio 4.39

En un sistema de almacenamiento de productos petrolíferos, se utiliza la instalación de la figura para el llenado de las cisternas de reparto de gasolina ($\rho = 730 \text{ kg/m}^3$; $\mu = 65,8 \cdot 10^{-5} \text{ N s/m}^2$).

La tubería de llenado es de hierro forjado ($\varepsilon = 0,046 \text{ mm}$) de 100 mm de diámetro y 100 m de longitud. Los coeficientes de pérdidas de carga de los accesorios son los indicados en la figura.

1º) Determinar el caudal suministrado en m^3/s cuando la altura de la gasolina en el depósito de almacenamiento sea de 6 m y en la cámara de aire del depósito y de la cisterna la presión sea la atmosférica.

Como el llenado de las cisternas de esta forma es lento se proyecta utilizar aire comprimido para presurizar el depósito de almacenamiento.

2º) Calcular la presión manométrica a que deberá estar el aire comprimido para duplicar el caudal de gasolina en las condiciones anteriores.

A medida que se llena la cisterna es necesario permitir la salida del aire de su interior a través de un orificio.

3º) Estimar el diámetro mínimo del orificio para que la máxima sobrepresión del aire dentro de la cisterna no supere 1 cm de columna de agua en las condiciones de llenado del apartado 1. Suponer un coeficiente de descarga del orificio de 0,6.

4º) Comentar las hipótesis más significativas empleadas en cada apartado.

Indicaciones:

$$\text{Coeficiente de descarga: } Q_{real} = C_D Q_{ideal}$$

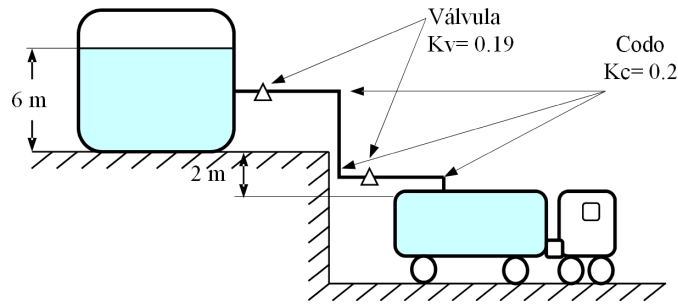


Figura 4.39: LLenado de camión cisterna

Solución:

$$1^{\circ}) Q = 0,022 \text{ m}^3/\text{s} \quad 3^{\circ}) \Delta p = 1,65 \times 10^5 \text{ Pa} \quad 3^{\circ}) D = 84 \text{ mm}$$

Ejercicio 4.40

Se tiene una central hidroeléctrica de acumulación por bombeo. El grupo, localizado en la parte inferior, es reversible. Durante las horas punta del día, el grupo turbinaba agua y, durante la noche, en que la energía es más barata la vuelve a bombear al embalse superior. El volumen total de agua que se turbinaba es el mismo que se bombea, $V = 1,2 \times 10^6 \text{ m}^3$. En el nivel inferior, el grupo, como turbina, descarga a velocidad nula y presión ambiente y como bomba toma agua también a velocidad nula y presión ambiente. El rendimiento del grupo como bomba es de $\eta_B = 0,82$ y como turbina $\eta_T = 0,89$. La tubería tiene un diámetro de 4,10 m y una longitud de $L = 1000 \text{ m}$. La rugosidad es de 1,025 mm. Suponiendo que la diferencia de niveles entre el embalse superior e inferior se mantenga constante e igual a $H = 300 \text{ m}$. y que el coeficiente de pérdidas a la entrada desde el depósito a la tubería es $K_e = 0,50$, se pide calcular:

- 1º) El caudal, la potencia y la energía consumida durante las 6 horas de funcionamiento de la bomba.
- 2º) El caudal, la potencia y la energía suministrada por la turbina durante las 4 horas de funcionamiento de la misma.
- 3º) Calcular el rendimiento de la instalación.
- 4º) Determinar cuál es el precio mínimo de venta de la energía producida para que la instalación sea rentable cuando la energía de bombeo se está pagando a 0.12 euros/kWh.

Solución:

Ejercicio 4.41

En la instalación de bombeo de la figura se trasvasa agua desde los depósitos A y B hasta el C. Las cotas de la superficie libre de los tres depósitos son 0 m, 25 m y 150 m respectivamente. Las tuberías procedentes de los depósitos A y B se unen en un punto intermedio a una tercera tubería que llega hasta el depósito C. La longitud, diámetro y coeficiente de fricción de cada tubería se muestran en la figura 4.41.

A la salida de cada uno de los depósitos inferiores se dispone de sendas bombas idénticas. Cuando la velocidad de giro de los rodets es 1500 rpm, las curvas características vienen dadas por las

ecuaciones.

$$H = 300 \left[1 - \left(\frac{Q}{3} \right)^2 \right] \quad \eta = \eta_{max} \frac{4(3-Q)Q}{9}$$

con H (m), Q (m^3/s). Para establecer la proporción entre los caudales que se bombean desde los depósitos A y B se utiliza la llave de la tubería 2. Se supondrán despreciables las pérdidas locales en codos, uniones en T y salidas desde los depósitos hacia las tuberías.

Con la condición de que el caudal extraído del depósito A sea el mismo que el extraído del B y las bombas giren a 1500 rpm, calcular:

- 1º) los caudales en cada tramo, Q_1 , Q_2 y Q_3 y las alturas manométricas proporcionadas por cada una de las bombas.
- 2º) el rendimiento total de cada bomba y el rendimiento máximo de las bombas, si la potencia consumida por la bomba 1 es $W_1 = 4459 \text{ kW}$

Se suprime la válvula de la tubería 2 y el caudal se regula mediante la variación del régimen de giro de las bombas. Si se mantiene la velocidad de giro de la bomba 1 y se pretende que los caudales que circulan por ambas bombas sean iguales, calcular:

- 3º) la nueva velocidad de giro de la bomba 2.
- 4º) las potencias consumidas por ambas bombas.

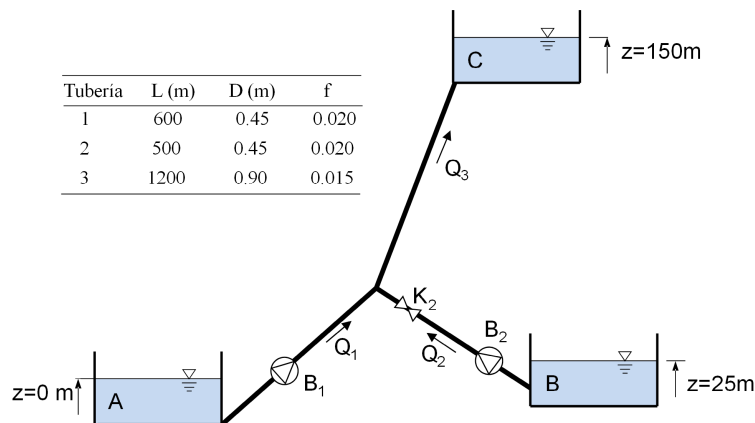


Figura 4.41: Bombeo desde dos depósitos

Solución:

- 1º) $Q = 1,24 \text{ m}^3/\text{s}$ $H = 248,74 \text{ m}$ 2º) $\eta_{max} = 0,69$
- 3º) $\omega_2 = 1400 \text{ rpm}$ 4º) $W_{B1} = 4459 \text{ kW}$ $W_{B2} = 3752 \text{ kW}$

Ejercicio 4.42

Se pretende instalar una bomba radial en un edificio para elevar el agua a una altura de 40 m. La instalación tiene una longitud equivalente de tuberías de 100 m con un diámetro de 45 mm y se estima un coeficiente de fricción de 0,02. La bomba que mejor se aproxima a las necesidades tiene la siguiente curva cuando gira a 1000 rpm: $H = -8 \cdot 10^6 Q^2 - 2300Q + 110$

- 1º) Calcular el punto de funcionamiento.

En un instante dado aumenta el caudal demandado al doble.

2º) Calcular la nueva velocidad de giro del rodete de la bomba.

En las condiciones iniciales ($\omega = 1000$ rpm), se instala un filtro al inicio del tubo de aspiración ($L_{asp} = 2$ m) para prevenir la entrada de impurezas en el rodete. La bomba está cebada y la superficie del agua en el depósito de alimentación se encuentra 0,5 m por encima de la aspiración del rodete.

3º) Calcular la máxima pérdida de presión admisible en el filtro (en Pa).

Nota: Tomar la presión de vapor del agua la temperatura ambiente 2300 Pa. El $NPSH_{req}$ de la bomba a $\omega = 1000$ rpm) es:

$$NPSH_{req} = \begin{cases} (856286Q^2 - 3097Q + 4) \text{ m} & \text{si } Q \geq 1,66 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \\ 1,2 \text{ m} & \text{si } Q < 1,66 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \end{cases}$$

(Unidades $NPSH_{req}$ en el S.I.)

Solución:

1º) $Q = 2,6788 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ $H = 46,433 \text{ m}$

2º) $\omega = 1695 \text{ rpm}$

3º) $\Delta p_F = 104946 \text{ Pa}$

Ejercicio 4.43

Se necesita elevar agua entre un depósito inferior a una presión manométrica de 125 kPa y un depósito que está 57 m por encima y a la presión atmosférica. Para ello se dispone de una bomba de diámetro del rodete 448 mm con las curvas de la figura. Todas las tuberías son de acero comercial ($\epsilon = 0,046$ mm) con un diámetro $D = 20$ cm. La entrada de la bomba está situada a 4 m sobre el nivel del depósito inferior y la tubería que los conecta mide 5 m y tiene dos codos a 90° con una constante de pérdidas $k_c = 0,3$. La tubería desde la bomba hasta el depósito superior mide 195 m y tiene cinco codos a 90° con la misma constante de pérdidas que los anteriores y una válvula de regulación que abierta tiene una constante de pérdidas $k_v = 6$.

1º) Calcular el punto de funcionamiento de la instalación.

2º) ¿Se producirá cavitación? Razona la respuesta.

Tiempo después de montar la instalación se decide que es mejor trabajar con los dos depósitos abiertos a la atmósfera. Además, la tubería ha envejecido y se ha estimado un $f = 0,017$.

3º) Determinar la nueva constante de pérdidas de la válvula para que en el nuevo punto de funcionamiento la bomba no cavite. (Tomar la presión de vapor del agua $p_v = 2337$ Pa).

Solución:

1º) $Q = 0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ $H_B = 95 \text{ m}$ 2º) $NPSH_R = 4,8 \text{ m}$ $NPSH_D = 15,8 \text{ m}$ 3º) $K_v = 15,3$

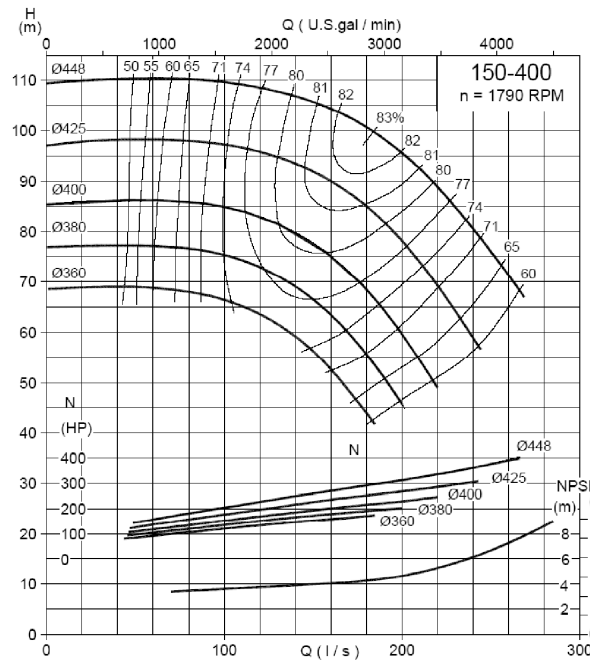


Figura 4.43: Elección de bomba

Ejercicio 4.44

El grupo de bombeo de la figura 4.44 está formado por tres bombas, dos de ellas (B1 y B2) gemelas. Sabiendo que las curvas características H-Q de ambos tipos de bombas responden a una parábola del tipo $H = -AQ^2 + B$ donde H se expresa en metros y Q en l/s:

- obtener gráficamente la curva HQ del grupo de bombeo.
- obtener analíticamente la curva HQ del grupo de bombeo.

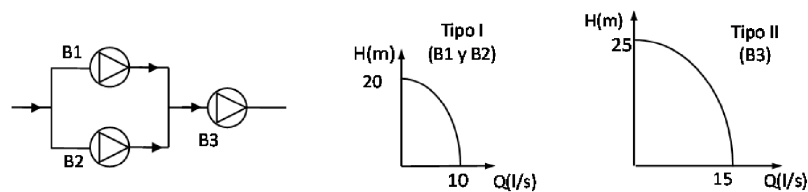


Figura 4.44: Grupo de bombeo

Solución:

Ejercicio 4.45

La figura 4.45 muestra un aspirador industrial. El aire entra por (A) a una tubería rígida, luego pasa a una flexible que descarga a un depósito desde el que pasa a un filtro con $K_F = 20$ (referida a un diámetro de 6 cm). Después pasa por un ventilador centrífugo y descarga a la atmósfera por un conducto de diámetro 6 cm. En la figura de abajo se muestra la curva del ventilador.

- Calcular el caudal que circula por el aspirador.
- Calcular la potencia de succión del aspirador definida como el producto de la depresión producida a la entrada (A) por el caudal: $W_{suc} = (p_{atm} - p_A)Q$.

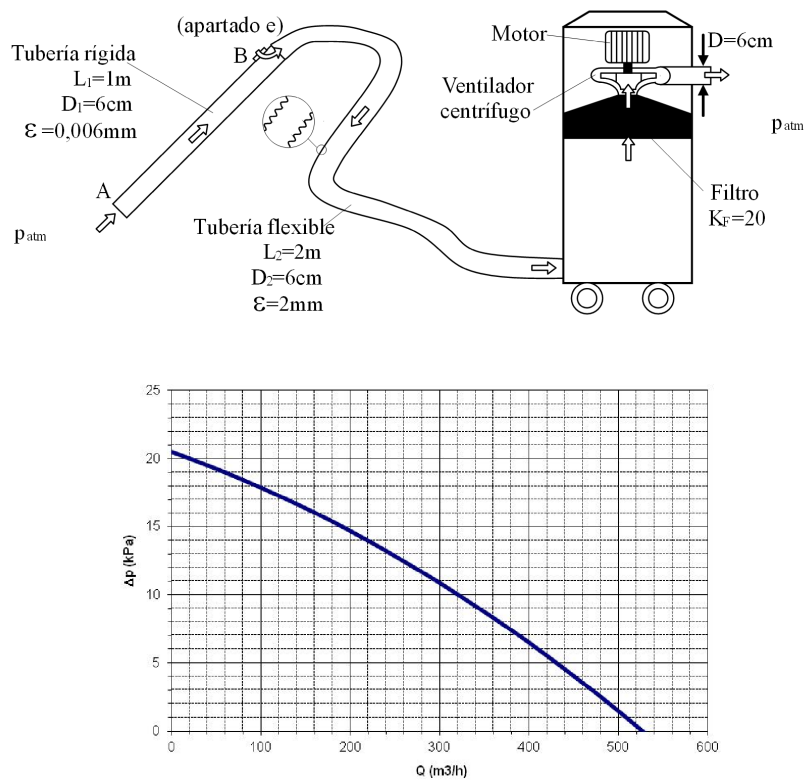


Figura 4.45: Aspirador

c) Si la potencia en el eje del ventilador es de 1100 W, calcular el rendimiento total del ventilador.

En el punto B existe una pequeña válvula corredora que permite abrir un orificio de 3 cm de diámetro para que entre aire. La constante de pérdidas del orificio es $K_B = 0,05$. Se ha comprobado que con la corredora abierta el caudal total de aire que pasa por el ventilador es el mismo que con la corredora cerrada (apartado a).

d) Calcular, en el caso de que la válvula corredora estuviera abierta, el nuevo caudal que entraría por A.

Considerar despreciables las pérdidas de carga locales en (A), en la unión entre ambos tipos de tubería y la posible curvatura de la tubería flexible. Considerar $\rho_{aire} = 1,2$ kg/m³, $T_{aire} = 20^\circ\text{C}$, $\mu_{aire} = 1,8 \times 10^{-5}$ kg/ms constantes.

Solución:

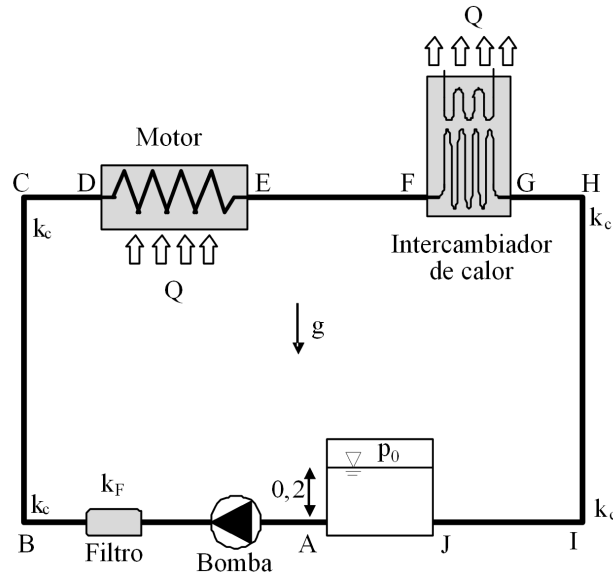
a) $Q = 286$ m³/h b) $\dot{W}_{succ} = 37,6$ W c) $\eta_T = 0,828$ d) $V_2 = 8,043$ m/s e) $Q_A = 173,5$ m³/h

Ejercicio 4.46

La figura muestra un circuito de refrigeración por agua. La potencia calorífica aportada al agua en el tramo DE eleva su temperatura desde $T_D = 20^\circ\text{C}$ hasta $T_E = 80^\circ\text{C}$. La misma potencia calorífica se disipa en el intercambiador, volviendo la temperatura a $T_G = 20^\circ\text{C}$. La bomba que mueve el agua tiene la siguiente curva $H_m = 5,5 + 1,5Q - 1,5Q^2$, estando $H[m]$ y $Q[\text{litros/s}]$. Suponiendo que el resto del circuito está perfectamente aislado:

a) Calcular el caudal que circulará.

- b) Calcular la mínima presión del aire del depósito, p_0 , para que no se produzca cavitación en ningún punto del circuito, indicando el punto más propenso a la cavitación.
- c) Si se reduce la velocidad de giro de la bomba un 10 %, calcular el nuevo caudal del circuito y la nueva temperatura del punto E, asumiendo que se mantiene la misma potencia calorífica aportada y disipada de los apartados anteriores y la temperatura T_D .



Filtro	$k_F = 9$
Codos	$k_C = 0,3$
Entrada tubería	$k_A = 0$
Longitudes equivalentes	Tramo DE: $L_{eq_DE} = 1,5 \text{ m}$ ($D_{eq} = 40 \text{ mm}$) Tramo FG: $L_{eq_FG} = 1,5 \text{ m}$ ($D_{eq} = 40 \text{ mm}$)
Cotas	$Z_A = Z_B = Z_C = Z_D = Z_E = 0 \text{ m}$ $Z_C = Z_D = Z_E = Z_F = Z_G = Z_H = 7 \text{ m}$
Longitudes	$L_{AB} = 3 \text{ m}$; $L_{BC} = 7 \text{ m}$; $L_{CD} = 0,5 \text{ m}$; $L_{DE} = 3,5 \text{ m}$; $L_{EF} = 0,5 \text{ m}$; $L_{FG} = 7 \text{ m}$; $L_{GH} = 0,5 \text{ m}$
Factor de fricción	$f = 0,012 \text{ (cte)}$
Diámetro tuberías	$D = 40 \text{ mm}$

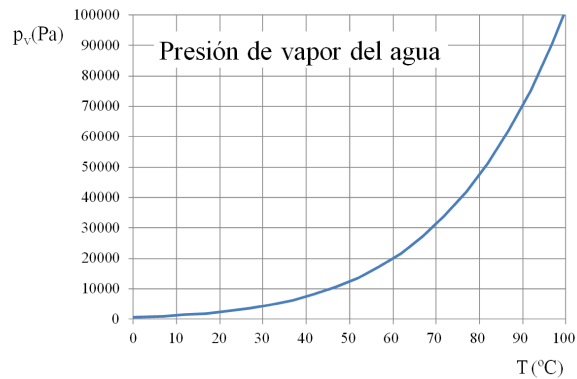


Figura 4.46: Circuito de refrigeración

Solución:

$$1^o) Q = 2 \text{ l/s} \quad 2^o) p_0(\text{abs}) = 1,09 \text{ bar} \quad 3^o) Q = 1,80 \text{ l/s} \quad T_E = 86,29^\circ\text{C}$$

Ejercicios avanzados

Ejercicio 4.47

Un sistema de protección contra incendios consta de tres rociadores (1, 2 y 3 de la figura) a los que llega agua desde un depósito presurizado situado por debajo de dichos rociadores. El caudal que expulsa cada rociador depende de la presión del fluido a la entrada del mismo, según la expresión: $Q = 33\sqrt{p}$, siendo Q el caudal que expulsa el rociador en l/min y p la presión del agua a la entrada del rociador en bar.

La condición de diseño obliga a que la presión manométrica a la entrada del rociador más alejado del depósito sea de 1 bar.

La tubería que une los rociadores 1, 2 y 3 tienen 25 mm de diámetro y un coeficiente de fricción de 0,046. El resto de las tuberías tienen un diámetro de 30 mm y una rugosidad $\varepsilon = 5 \times 10^{-6}$ m. La válvula V tiene una constante de pérdida de carga local $K_V = 0,7$ y cada uno de los codos $K_C = 0,5$ (despreciar la pérdida de carga local en A). Suponiendo que los tres rociadores funcionan simultáneamente, hallar:

- 1º) El caudal que expulsa cada rociador (Q_1 , Q_2 y Q_3).
- 2º) La presión que debe tener el depósito presurizado (p_e).
- 3º) La potencia que debe tener la bomba para que la altura de agua en el depósito permanezca constante, si su rendimiento es del 75 %.

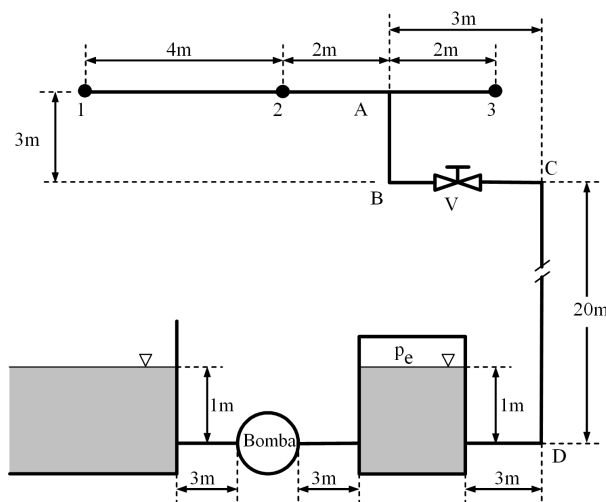


Figura 4.47: Circuito de protección contra incendios

Solución:

$$1^\circ) Q_1 = 5,5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \quad ; \quad Q_2 = 5,6256 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s} \quad ; \quad Q_3 = 5,80738 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$2^\circ) p_e = 393111,7 \text{ Pa}$$

$$3^\circ) W = 697,4 \text{ W}$$

Ejercicio 4.48

La figura 4.48a corresponde a un esquema del circuito cerrado de depuración de una piscina climatizada. La bomba B_1 proporciona un incremento de presión de 1 bar, las constantes de

pérdidas locales en el filtro y en la válvula anti-retorno son $k_F = 15$ y $k_V = 2,5$ respectivamente. Todas las tuberías tienen un diámetro $D_1 = 10$ cm y las longitudes son $L_{EB} = 2$ m, $L_{BA} = 15$ m, y $L_{AS} = 3$ m, con un coeficiente de fricción $f_1 = 0,05$.

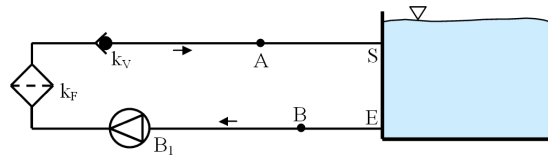
1º) Calcular el caudal que circula por la bomba.

Se incorpora a la instalación un circuito de energía solar térmica como se indica en la 4.48b. La bomba B_2 proporciona un incremento de presión de 1 bar, la constante de pérdidas locales en la válvula anti-retorno es $k_V = 2,5$, el diámetro de las tuberías es $D_2 = 4$ cm y la longitud del circuito $L_{BC} + L_{DA} = 20$ m con un coeficiente de fricción $f_2 = 0,02$. Además, el panel solar posee una longitud equivalente de 30 metros referida a la tubería de diámetro D_2 .

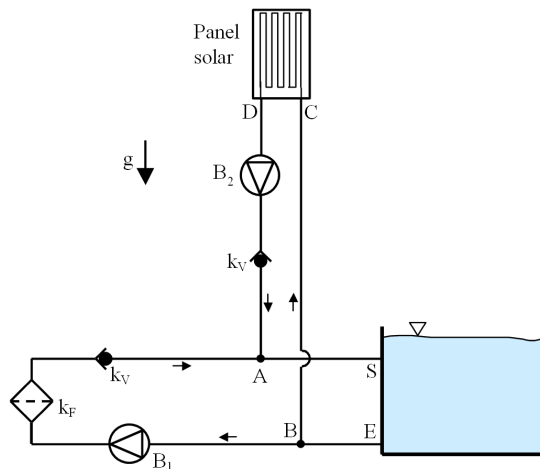
2º) Calcular el caudal que circula por cada bomba.

3º) ¿Dónde colocarías la bomba B_2 en el circuito de energía solar para evitar posibles problemas de cavitación? Justifica la respuesta.

Nota: Despreciar las pérdidas locales sólo en codos y "Tes".



(a) Circuito de depuración



(b) Circuito de depuración y de energía solar

Figura 4.48: Circuito de depuración de agua de una piscina

Solución:

$$1^\circ) Q = 20,6255 \text{ l/s} \quad 2^\circ) Q_2 = 3,07759 \text{ l/s} \quad ; \quad Q_1 = 20,1736 \text{ l/s}$$

Ejercicio 4.49

Se dispone de una instalación con dos depósitos A y B, cuatro tramos de tubería que confluyen en la unión C y una turbina localizada entre las secciones D y E. El caudal suministrado por el depósito A es 430 l/s y la presión en la sección E de salida de la turbina es -3 mca. Las

cotas de elevación de diferentes secciones de la instalación están representadas en la figura y las características geométricas de los diferentes tramos de tubería están recopiladas en la tabla adjunta. Sabiendo que las únicas pérdidas locales despreciables son las de la unión C, determinar:

- 1º) El caudal que circula por cada tubería
- 2º) La potencia que la turbina extrae del agua.

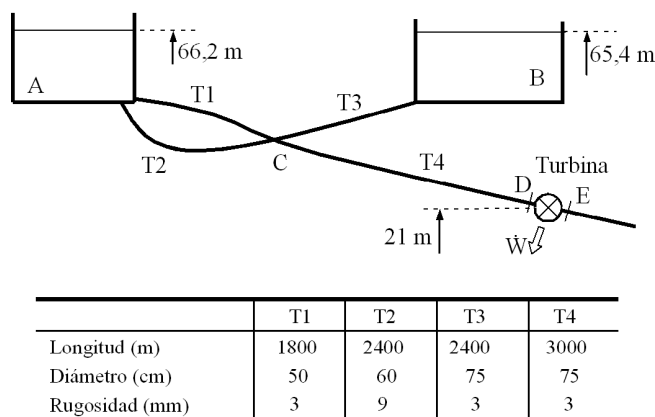


Figura 4.49: Cruce de tuberías

Solución:

- 1º) $Q_1 = 0,197 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 0,233 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_3 = 0,466 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_4 = 0,896 \text{ m}^3/\text{s}$
- 2º) $W = 156,3 \text{ kW}$

Ejercicio 4.50

En la figura 4.50 se muestra el esquema de una instalación de distribución de agua. Desde un depósito cuyo nivel se mantiene constante a 80 m de altura se conduce agua hacia dos direcciones. El punto C se encuentra en la cota 0 m y tiene una presión manométrica de 25 m.c.a. El punto D se sitúa a una cota 10 m. La línea B-D no se ha dimensionado aún, pero se desea que por ella circule un caudal de 120 l/s. Calcular:

- 1º) Los caudales que circulan por los tramos A-B y B-C
- 2º) El mínimo diámetro comercial que debe tener el tramo B-D para asegurar en el punto D una presión manométrica mínima de 25 m.c.a. Los diámetros comerciales de que se dispone son: 200 mm, 300 mm, 400 mm, 500 mm y 600 mm.
- 3º) La presión final del punto D.

Nota: Todas las tuberías son de acero con una rugosidad superficial de $60 \mu\text{m}$. Despreciar las pérdidas en el nodo B. Considerar una constante de pérdidas a la salida del depósito $k = 0,5$. Trata de ser cuidadoso al utilizar el diagrama de Moody.

Solución:

- 1º) $Q_{BC} = 0,50 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{AB} = 0,62 \text{ m}^3/\text{s}$
- 2º) $D_{BD} = 400 \text{ mm}$
- 3º) $p_4 = 496860 \text{ Pa}$

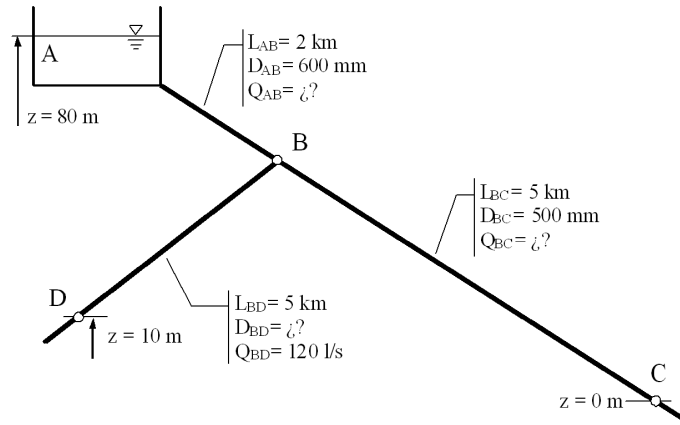


Figura 4.50: Distribución de agua

Ejercicio 4.51

En la instalación de la figura la bomba se encuentra inicialmente en reposo y el depósito de sección constante, se mantiene a una presión manométrica $p_0 = 3 \times 10^5$ Pa. En un determinado instante se abre la válvula V, comenzando a disminuir la presión en el depósito mientras que la bomba permanece parada. A partir de los datos situados al final del problema y suponiendo el proceso cuasiestacionario e isoterma, calcular:

1º) La velocidad inicial de salida del agua v_{b0}

Transcurrido un cierto tiempo se alcanza la presión de consigna en el depósito, comenzando a funcionar la bomba. Sabiendo que la aspiración de la bomba se encuentra a presión atmosférica, se pide:

2º) Caudal suministrado por la bomba cuando se vuelve a alcanzar la presión inicial en el depósito.

3º) Velocidad de salida del agua v_b en ese instante.

4º) Presión máxima que puede llegar a alcanzar el aire en el depósito.

Datos:

$$p_{atm} = 10 \times 10^5 \text{ Pa}$$

Coeficientes de pérdida de carga: a la salida del depósito $k_d = 0,2$, en la válvula antirretorno $k_A = 2$, en la válvula $k_V = 2$

Curva característica de la bomba: $H = H_0 \left[1 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^2 \right]$ con $H_0 = 50$ m y $Q = 0,02 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Solución:

$$1^\circ) v_0 = 3,088 \text{ m/s} \quad 2^\circ) Q_{bomba} = 10,91 \text{ l/s} \quad 3^\circ) v_b = 3,049 \text{ m/s} \quad 4^\circ) p = 393855 \text{ Pa}$$

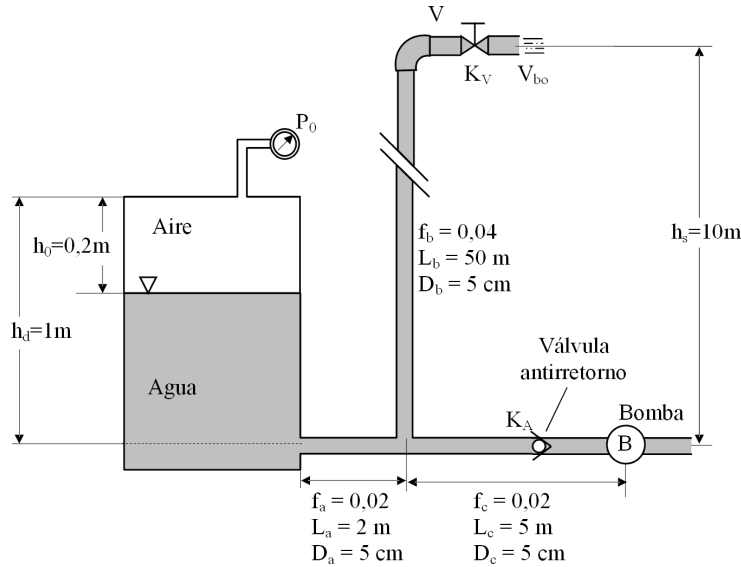


Figura 4.51: Suministro de agua con depósito de aire

Ejercicio 4.52

Un amortiguador estanco contiene en su interior un volumen V constante de aceite de densidad ρ y viscosidad μ . La presión "de timbre" p_0 a la que se tara de fábrica se tiene cuando el émbolo de diámetro D se encuentra en el fondo (máxima extensión), y en ese estado el amortiguador contiene en su parte superior un volumen V_{03} de aire. Se supone que la correspondiente masa de aire atrapada no varía en ningún momento de la vida del amortiguador, y que la carrera (desplazamiento total máximo) del émbolo es inferior a $4V_{03}/\pi D_0^2$. El émbolo está taladrado axialmente por un número N de orificios cilíndricos de diámetro d , y el vástago tiene diámetro D_0 . Estando el amortiguador en su posición más extendida, se somete a una compresión a velocidad uniforme U . Despreciando las fuerzas gravitatorias, se pide:

- 1º) Calcular la variación que experimenta el volumen de aire $V_3(t)$ como función del tiempo, de la velocidad U y de los datos geométricos del problema.
- 2º) Suponiendo que la compresión es muy rápida (adiabática), expresar la presión del aire y del aceite superior $p_2(t)$ como función del tiempo.
- 3º) Expresar la presión $p_1(t)$ en la cámara inferior de aceite en el supuesto de que el flujo en los conductos de diámetro d sea laminar. Dar criterios para ello.
- 4º) Velocidad máxima U para que no se produzca cavitación en el amortiguador en ningún punto del recorrido del émbolo (partiendo del fondo).

Solución:

$$\begin{aligned}
 1^\circ) \quad V_3(t) &= V_{03} - \frac{\pi D_0^2}{4} U t & 2^\circ) \quad p_2(t) &= p_0 \left(1 - \frac{\pi D_0^2 U t}{4 V_{03}} \right)^{-\gamma} \\
 3^\circ) \quad p_1(t) &= p_0 \left(1 - \frac{\pi D_0^2 U t}{4 V_{03}} \right)^{-\gamma} - \frac{32(D^2 - D_0^2) U L \mu}{N d^4} & 4^\circ) \quad U_{max} &= \frac{p_0 N d^4}{32(D^2 - D_0^2) L \mu}
 \end{aligned}$$

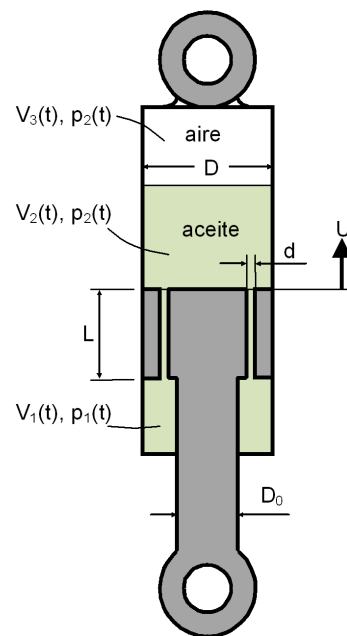


Figura 4.52: Amortiguador