Problemas

de

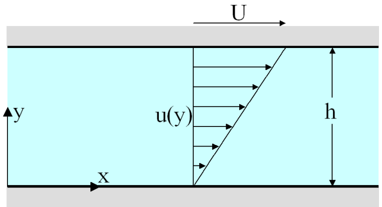
Mecánica de Fluidos

(Última actualización: 11/09/2025)

Área de Mecánica de Fluidos
Escuela de Ingenierías Industriales
Universidad de Valladolid

Problema 1.1

Cuando una placa infinita en presencia de otra paralela a una distancia h se mueve paralelamente a sí misma con una velocidad U, el fluido que las separa termina moviéndose en la misma dirección (eje x) que la placa móvil con una velocidad $u/U = y/h$ donde y es la distancia a la placa fija. Se pide calcular:



1º) La divergencia de la velocidad

2º) El vector vorticidad.

3º) El tensor velocidades de deformación

4º) ¿En qué se convierte, dibújese, una superficie fluida que inicialmente es un cuadrado de lado dl orientado paralelamente a los ejes x e y al cabo de un tiempo dt? ¿Cómo contribuyen la vorticidad y las velocidades de deformación a la situación final de la superficie fluida?

Solución:

1º) $div\,\vec{v} = 0$

2º) $\vec{\xi} = -\frac{U}{h}\vec{k}$

3º) $e_{12} = e_{21} = \frac{U}{2h}$; $e_{11} = e_{22} = 0$

Problema 1.2

Dado el movimiento bidimensional estacionario de un líquido resultante de la superposición de una fuente $v_r = G/r$ y un torbellino $v_\theta = C/r$ se pide calcular:

1º) Velocidad de dilatación cúbica

2º) Rotacional de la velocidad

3º) El tensor de velocidades de deformación

Solución:

1º) $div\ \vec{v} = 0$

2º) $rot\ \vec{v} = 0$

3º) $\overline{\overline{D}} = \begin{pmatrix} \dfrac{-G}{r^2} & \dfrac{-C}{r^2} \\ \dfrac{-C}{r^2} & \dfrac{G}{r^2} \end{pmatrix}$

Problema 1.3

El campo bidimensional de velocidades del movimiento de un fluido es: $u = A(x^2 - y^2)$, $v = Bxy$, donde A y B son funciones del tiempo. Se pide:

1º) Relacionar A y B para que el movimiento corresponda al de un fluido incompresible.

2º) Aceleración del fluido en el punto de coordenadas $x = y = a$ y aceleración de una partícula fluida genérica.

3º) Rotacional de la velocidad.

4º) Tensor de velocidades de deformación.

Solución:

1º) $2A + B = 0$

2º) $\vec{a} = -2a^2 \frac{\partial A}{\partial t} \vec{j}$; $\vec{a} = \left[(x^2 - y^2) \frac{\partial A}{\partial t} + (x^2 + y^2)\, 2A^2 x\right] \vec{i} + \left[-2xy \frac{\partial A}{\partial t} + (x^2 + y^2)\, 2A^2 y\right] \vec{j}$

3º) $rot\ \vec{v} = 0$

4º) $\begin{pmatrix} 2Ax & -2Ay \\ -2Ay & -2Ax \end{pmatrix}$

Problema 1.4

Se considera el movimiento plano de un líquido cuya velocidad está dada por:

$$u = -\left(\frac{Ay}{2\nu t^2}\right) e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{4\nu t}\right)}$$

$$v = +\left(\frac{Ax}{2\nu t^2}\right) e^{\left(-\frac{x^2+y^2}{4\nu t}\right)}$$

que representa la difusión de un torbellino situado en el origen. Se pide:

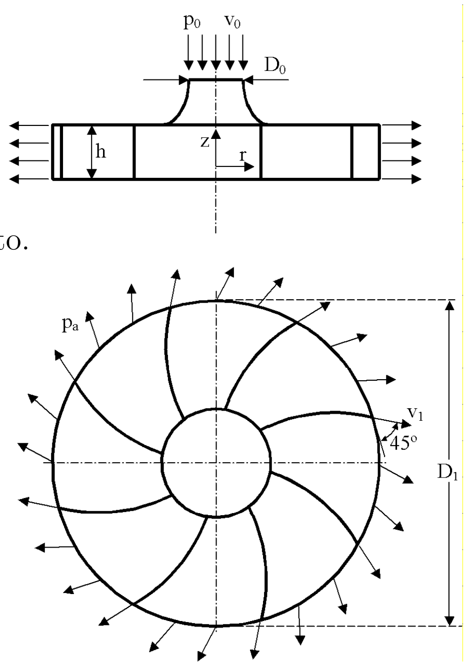
1º) Rotacional de la velocidad.

Solución:

1º) $rot\ \vec{v} = \frac{A}{\nu t^2} \left(1 - \frac{x^2+y^2}{4\nu t}\right) \exp\left(\frac{-x^2-y^2}{4\nu t}\right) \vec{e}_z$

Problema 2.1 *

Al elemento de la figura le llega agua axialmente con una velocidad v_0 por un conducto de diámetro D_0 y a la presión p_0. El diámetro del elemento es D_1, su altura h y el conjunto permanece quieto. La velocidad de salida es perpendicular a la de entrada y forma 45º con la dirección tangencial. Determinar:



1º) El esfuerzo axial que el agua ejerce sobre el elemento.

2º) El par necesario para mantener el elemento quieto.

Hacer la aplicación al siguiente caso:

$v_0 = 5$ m/s; $D_0 = 10$ cm; $D_1 = 40$ cm; $h = 1$ cm

$p_0 = 0{,}5$ kg/cm^2 (manométrica); $p_{salida} = p_{atm}$

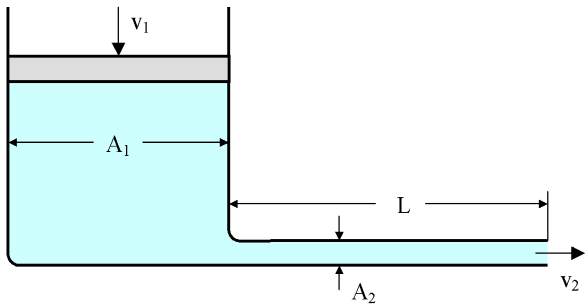
Solución:

1º) $F_z' = -\pi \frac{D_0^2}{4}\left(p_0 + \rho v_0^2\right) \quad ; \quad F_z' = -581{,}19\,\mathrm{N/m^2}$

2º) $T = -\pi \rho \frac{v_0^2 D_0^4}{32h} \quad ; \quad T = -24{,}54\,\mathrm{Nm}$

Problema 2.2

Un pistón, como el indicado en la figura, se mueve con una velocidad v_1 variable con el tiempo y con aceleración a constante: $v_1 = v_{10} + at$. El pistón empuja a un líquido que descarga a través de una tubería horizontal de área A_2 y longitud L. Siendo A_1 el área del pistón, se pide:



1º) Calcular la velocidad del fluido v_2, supuesta uniforme, en la tubería.

2º) Aplicando la ecuación integral de cantidad de movimiento, proyectada en dirección horizontal, al sistema anterior, calcular la fuerza horizontal que ejerce el fluido en cada instante sobre el sistema. Considerar los casos: $a = 0$ y $a \neq 0$.

Suponer que el único tramo donde hay velocidad horizontal es el tubo y que la presión exterior es constante e igual a la atmosférica.

Aplicación numérica: $v_{10} = 10\,\mathrm{cm/s}$; $A_1 = 100\,\mathrm{cm^2}$; $A_2 = 10\,\mathrm{cm^2}$; $a = 1\,\mathrm{cm/s^2}$; $L = 1\,\mathrm{m}$; $t = 0$; $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$.

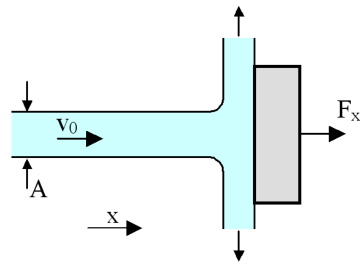
Solución:

1º) $v_2 = (v_{10} + at)\frac{A_1}{A_2} \quad ; \quad v_2 = 1\,\mathrm{m/s}$

2º) $F = -\rho\left[A_1 a L + \frac{A_1^2}{A_2}(v_{10} + at)^2\right] \quad ; \quad F(a = 0) = -1\,\mathrm{N} \quad ; \quad F(a \neq 0) = -1{,}01\,\mathrm{N}$

Problema 2.3

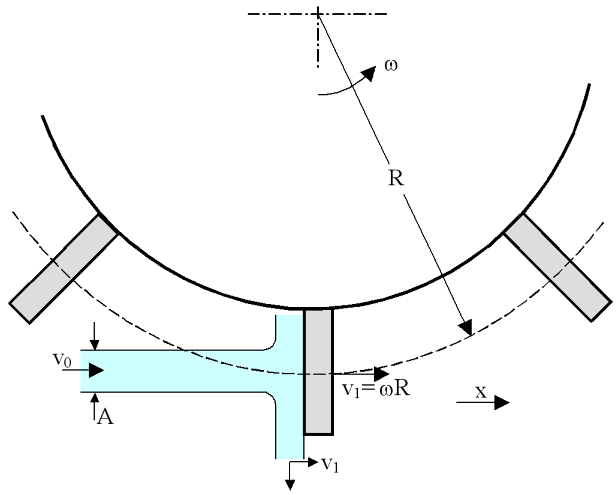
Se tiene una placa plana sobre la que incide un chorro con velocidad v_0 y área transversal A. La placa deflecta simétricamente la corriente en 90º. Se desprecian las fuerzas viscosas y gravitatorias y se supone que en los bordes exteriores de chorro y placa actúa la presión ambiente. Se pide:



1º) Calcular la fuerza F_x sobre la placa.

2º) Hacer lo mismo si la placa se aleja del chorro con velocidad v_1 constante. Se sugiere tomar un volumen de control y un sistema de referencia que se muevan con v_1.

Suponer ahora que la placa se mueve con velocidad v_1 debido a que está sujeta en la periferia de una rueda que gira movida por el chorro anterior, como muestra la figura. Al girar la rueda desaparece una placa del campo de acción del chorro y entra una nueva a ocupar su lugar. Se sugiere tomar un volumen de control fijo respecto a tierra. El fluido entra en el mismo con velocidad v_0 según el eje x y sale, en media, con velocidad nula relativa a la placa en dirección x. La situación de la figura se considera representativa de todas las posibles posiciones de las palas. Despreciar la variación temporal de cantidad de movimiento en el volumen de control.



3º) Calcular F_x y la potencia que produciría esta turbina suponiendo que la fuerza actúa a una distancia R del eje y que $v_1 = \omega R$, siendo ω la velocidad de giro. Hacer la aplicación a: $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$, $A = 60\,\mathrm{cm}^2$, $v_1 = 5\,\mathrm{m/s}$, $R = 1\,\mathrm{m}$ y $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m}^3$.

4º) Calcular el valor de v_1 que daría máxima potencia en el apartado 3º, manteniendo constantes los otros parámetros.

Solución:

1º) $F_x = \rho A v_0^2$

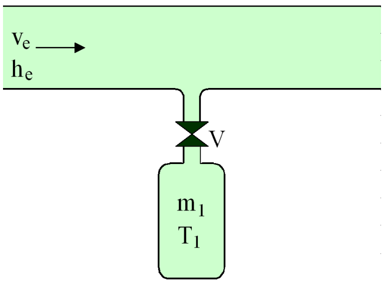
2º) $F_x = \rho A\,(v_0 - v_1)^2$

3º) $F_x = \rho A v_0\,(v_0 - v_1) = 300\,\mathrm{N} \quad ; \quad W = F_x v_1 = 1500\,\mathrm{W}$

4º) $v_1 = v_0/2 = 5\,\mathrm{m/s}$

Problema 2.4

El depósito indicado en la figura se encuentra aislado de la tubería por una válvula V, conteniendo inicialmente una masa de gas m_1 a una temperatura T_1. En estas condiciones el gas que circula por la tubería posee una entalpía h_e, está animado de una velocidad v_e y su calor específico es c_v, siendo la masa del mismo gas que el contenido inicialmente en el depósito. En un cierto instante se abre la válvula, suponiendo que durante todo el proceso la presión en el depósito es menor que la presión en la tubería. Se pide calcular en función de los datos el aumento de la temperatura del gas del depósito cuando el valor de la masa contenida en el mismo haya ascendido a m_2 . Suponer proceso adiabático, fuerzas másicas despreciables y gas ideal.



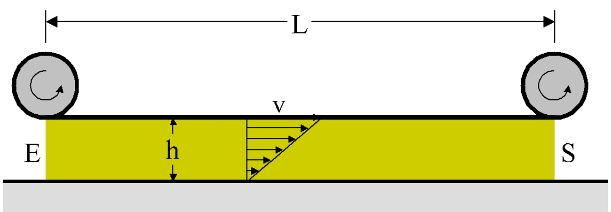
Aplicación: Supóngase inicialmente vacío el depósito, velocidad del flujo nula y exponente adiabático γ conocido. Calcular el aumento de temperatura.

Solución:

$$T_2 = \frac{m_1}{m_2} T_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_2} \frac{1}{c_v} \left(h_e + \frac{1}{2} v_e^2 \right). \quad \text{Para } v_e = 0 \text{ y } m_1 = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{h_e}{c_v} = \gamma T_e$$

Problema 2.5

Se tiene una cinta transportadora que se mueve con una velocidad v y arrastra un fluido en la forma indicada en la figura. La placa inferior es fija y entre medias el fluido tiene una distribución lineal de velocidad $v_x = v\,y/h$. La longitud de la placa es L y el ancho B. Se pide:



1º) Caudal que circula entre las dos placas.

2º) Si la viscosidad del fluido es μ, calcular las fuerzas por unidad de superficie y total que hay que hacer para mover la placa superior.

3º) Potencia que se consume en mover la placa superior.

4º) Suponiendo que las presiones a la entrada y salida son iguales y que el sistema está aislado térmicamente calcular, mediante la aplicación de la ecuación de la energía, el incremento de temperatura del fluido entre la entrada y la salida. Siendo c el calor específico y ρ la densidad.

5º) Obtener de forma alternativa el resultado anterior calculando, a partir de la distribución de velocidades, la disipación viscosa por unidad de volumen y total.

Aplicación numérica:

$v = 1\,\text{m/s}$, $h = 0{,}1\,\text{mm}$, $L = 20\,\text{cm}$, $B = 10\,\text{cm}$, $\mu = 1\,\text{poise}$, $c = 1\,\text{cal/g\,°C}$, $\rho = 0{,}9\,\text{g/cm}^3$.

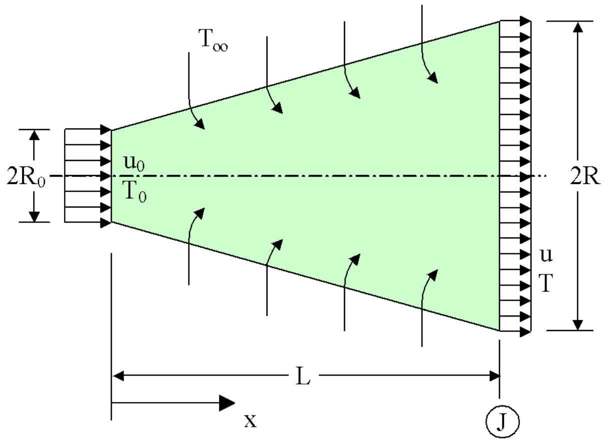
Solución:

1º) $Q = 5\,\mathrm{cm^3/s}$ 2º) $\tau = 1000\,\mathrm{N/m^2}$; $F = 20\,\mathrm{N}$ 3º) $W = 20\,\mathrm{W}$

4º) $\Delta T = 1{,}063°\mathrm{C}$ 5º) $\bar{\Phi} = \mu \frac{v^2}{h} BL = 20\,\mathrm{W}$

Problema 2.6

Se tiene un chorro de aire de sección circular como el indicado en la figura cuyo radio crece a medida que nos movemos aguas abajo debido al arrastre de fluido exterior por parte del chorro. La ley de variación del radio es: $R = 0{,}1x + R_0$ donde x es la distancia a la sección inicial cuyo radio es R_0. La aproximación que se va a usar para resolver el problema consiste en suponer que dentro del chorro las propiedades fluidas son uniformes en cada sección y sólo dependen de x. En la sección inicial, el valor de la velocidad según el eje x es u_0 y el de la temperatura T_0.



El fluido exterior, en el que se produce la descarga, es el mismo que el del chorro y se supone que lejos del mismo está en reposo y con una temperatura T_∞.

Se suponen despreciables las fuerzas másicas y que el fluido es incompresible de densidad ρ y calor específico c. Suponer que a lo largo de la trayectoria del chorro no hay ningún elemento que ejerza fuerza sobre el fluido, que el fluido arrastrado entra radialmente en el chorro y que la presión en primera aproximación es uniforme y constante. Se pide:

1º) Velocidad u del fluido en una sección J situada a una distancia $x = L$ de la sección de salida.

2º) Gasto de fluido exterior arrastrado por el chorro hasta la sección J.

3º) Temperatura del fluido T en dicha sección J.

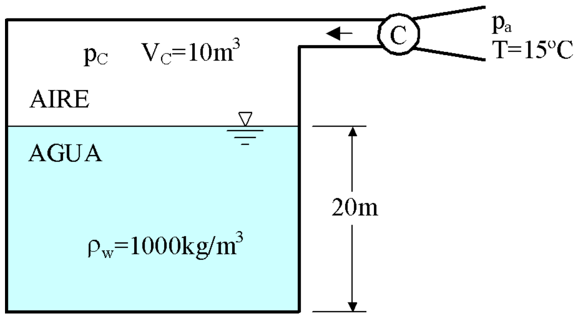
Aplicación: $u_0 = 50\,\mathrm{m/s}$, $R_0 = 10\,\mathrm{cm}$, $T_0 = 320\,\mathrm{K}$, $T_\infty = 288\,\mathrm{K}$, $c = 1004\,\mathrm{J/kgK}$, $\rho = 1{,}25\,\mathrm{kg/m^3}$, $L = 20\,\mathrm{m}$.

Solución:

1º) $u = 2{,}38\,\mathrm{m/s}$ 2º) $G = 39{,}25\,\mathrm{kg/s}$ 3º) $T = 289{,}5\,\mathrm{K}$

Problema 2.7

En una instalación para prácticas de submarinismo se desea simular en el fondo del tanque las condiciones en el mar a distintas profundidades. Sabiendo que la distribución de la densidad del agua del mar sigue la expresión: $\rho_m(\mathrm{kg/m^3}) = 1001 + 0{,}01h$, donde h es la profundidad en metros.



1º) Calcular el valor de la presión en la cámara de aire para que las condiciones en el fondo del tanque sean las que existen en el mar a 40 metros de profundidad.

Si se desea simular en el fondo del tanque las sucesivas condiciones de presión a que se ve sometido un submarinista que desciende, a partir de los 40 m de profundidad, con una velocidad de 1 m/s; suponiendo que la cámara de aire es suficientemente grande, las velocidades en la misma despreciables y las propiedades uniformes, calcular:

2º) Variación de la presión de la cámara de aire con el tiempo para simular el descenso del submarinista.

3º) Suponiendo que la temperatura de la cámara de aire y del agua permanece constante e igual a 15°C, hallar la variación con el tiempo de la masa de la cámara de aire.

4º) Gasto suministrado por el compresor.

5º) Potencia comunicada por el compresor suponiendo que funciona isentrópicamente, y que la energía cinética a la entrada es muy pequeña comparada con la térmica. Particularizar para el instante en que se están simulando las condiciones a 100 m de profundidad.

6º) Calcular el calor que habría que extraer del depósito para conseguir mantener la temperatura constante a 15C.

Solución:

1º) $p_{aire} = 2{,}97795 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

2º) $\frac{dp_C}{dt} = (9813{,}72 + 0{,}098t)$ Pa/s

3º) $\frac{dm}{dt} = (1{,}18705 + 1{,}18539 \times 10^{-5}t)$ kg/s

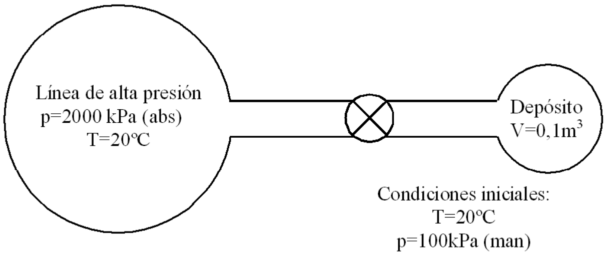
4º) $G_{ent} = (1{,}18705 + 1{,}18539 \times 10^{-5}t)$ kg/s

5º) $W = 304{,}18\,\mathrm{kW}$

6º) $\dot{Q} = -404{,}3\,\mathrm{kW}$

Problema 2.8

Un depósito de $0{,}1\,\mathrm{m}^3$ de capacidad se conecta a una línea de alta presión. Tanto la línea como el depósito se encuentran a una temperatura uniforme de 20 C. La presión manométrica inicial en el depósito es 100 kPa. La presión absoluta en la línea es de 2000 kPa y ésta es lo suficientemente grande como para que su temperatura y su presión se puedan suponer constantes. En el instante inmediatamente después de que se abra la válvula la temperatura del depósito (debido a la entrada de aire) aumenta con una rapidez de 0,05 C/s. Se pide determinar el gasto instantáneo inicial de aire que entra en el depósito.



Suponer además: Transferencia de calor despreciable y depósito aislado térmicamente. Velocidad del fluido pequeña en la línea y en el depósito. Fuerzas másicas despreciables. Flujo uniforme en la entrada del depósito. Gas perfecto $\gamma = 1{,}4$). Propiedades uniformes en el depósito.

Solución:

$G_i = 0{,}1014\,\mathrm{g/s}$

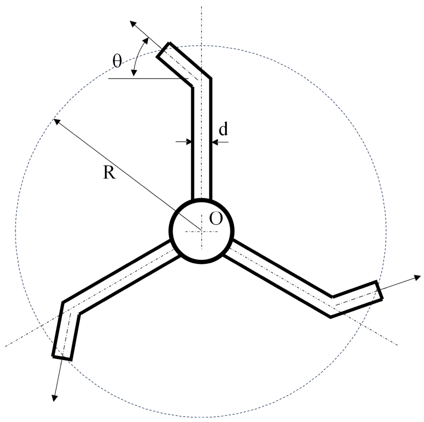
Problema 2.9

Un aspersor de peso despreciable con tres brazos cilíndricos de diámetro d y longitud R, como el de la figura (vista en planta) es alimentado por su parte inferior con un caudal Q. Si el aspersor puede girar sin resistencia respecto de un eje z que pasa por O, determinar:

1º) La velocidad de giro ω que alcanza el aspersor (indicar específicamente si el giro es en el sentido de las agujas del reloj o en sentido contrario).

2º) El tiempo que tardaría en alcanzar una velocidad de giro de $\omega = 10\,\mathrm{rad/s}$.

Datos: $Q = 1{,}2\,\mathrm{l/s}$, $R = 20\,\mathrm{cm}$, $d = 7\,\mathrm{mm}$ y $\theta = 60°$.

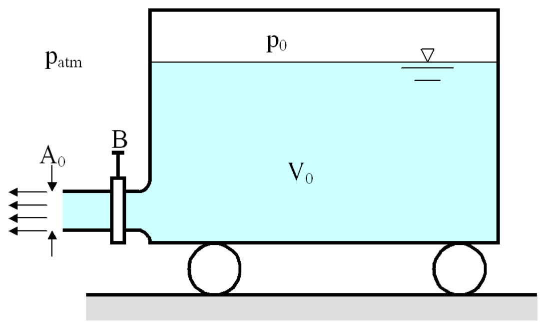


Solución:

1º) $\omega = 26\,\mathrm{rad/s}$ 2º) $t = 3{,}11 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}$

Problema 2.10

El tanque de grandes dimensiones de la figura de masa M se encuentra en reposo. Este tanque contiene un volumen de agua V_0 presurizado. En el instante $t = 0$ se abre la válvula B originándose un chorro de agua de área A_0 y velocidad uniforme. Suponiendo: que la sobrepresión de la cámara de aire p_0 es suficientemente elevada de tal forma que la velocidad de salida del chorro es constante se puede considerar, que las fuerzas de resistencia a la rodadura son despreciables y que la masa de agua se encuentra en reposo respecto a las paredes del tanque, excepto en la tubería de salida; calcular:



1º) Velocidad de salida del agua.

2º) Variación temporal de la velocidad del tanque u.

3º) Inclinación de la superficie libre del agua.

Solución:

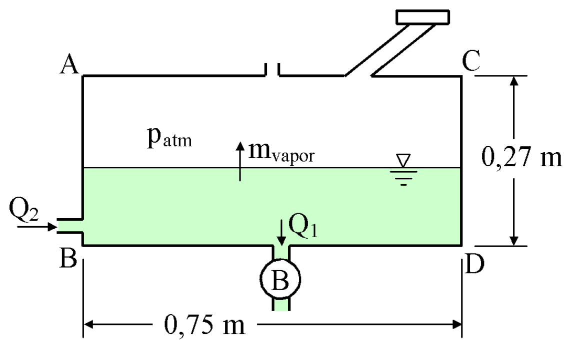
1º) $w_2 = \sqrt{2\frac{p_0 - p_{atm}}{\rho} + 2g(z_1 - z_2)}$; con $g(z_1 - z_2) \ll \frac{p_0 - p_{atm}}{\rho}$

2º) $a = \dfrac{du}{dt} = \dfrac{\rho w_2^2 A_0}{M + \rho\left(V_0 - w_2 A_0 t\right)}$

3º) $\theta = arctg\dfrac{g}{a}$

Problema 2.11

La figura muestra un depósito de carburante de forma prismática. El depósito va colocado transversalmente al vehículo.



1º) Determinar cual es la máxima velocidad a la que un vehículo puede tomar una curva de 100 m de radio, que garantiza la aspiración de carburante por parte de la bomba situada en el centro del depósito, cuando el nivel de carburante en el depósito es el 20 % de la capacidad total del mismo. Se supone que el plano del papel es perpendicular a la dirección de avance del vehículo.

2º) En la situación del apartado anterior, calcular las fuerzas sobre las paredes laterales AB y CD.

En la representación de la figura Q_1 es el caudal aspirado por la bomba para ser enviado al motor, mientras que Q_2 es el caudal de retorno de la gasolina no consumida por el motor, el cual está estimado en un 10 % de Q_1. El diámetro de las tuberías de aspiración y retorno es de 10 mm.

Como consecuencia de la proximidad de los conductos de gases de escape, el fondo del depósito recibe una potencia calorífica de $3300\,\mathrm{W/m^2}$. En la superficie libre del carburante en el depósito tiene lugar un proceso de evaporación de 10^{-5} kg/s.

3º) Sabiendo que la temperatura del carburante en el depósito es de 20°C cuando el nivel de carburante es del 20 % y que el carburante que retorna posee una temperatura de 50C; determinar la variación temporal de la temperatura en ese instante. Se consideran velocidades nulas y propiedades uniformes de la gasolina en el interior del depósito. Las paredes laterales del depósito están aisladas térmicamente y las condiciones son uniformes en los conductos de aspiración y de retorno de carburante.

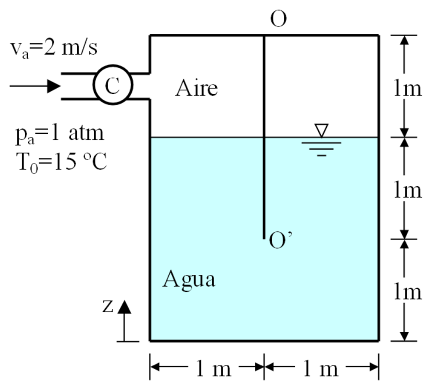
Dimensiones: $0{,}75 \times 0{,}27 \times 0{,}42$ m. Densidad carburante: $\rho_c = 840\,\mathrm{kg/m^3}$. Calor específico del carburante: $c_c = 1{,}96$ kJ/kgK. Caudal aspirado por la bomba: $Q_1 = 9$ l/h. Calor latente vaporización: $L = 2550$ kJ/kg.

Solución:

1º) $v = 85{,}5$ km/h 2º) $F_{AB} = 0$, $F_{CD} = 80{,}65$ N 3º) $\left.\dfrac{dT}{dt}\right|_{20\,\%} = 0{,}0369\,^{\circ}\mathrm{C/s}$

Problema 2.12

El depósito de la figura contiene agua que inicialmente alcanza un nivel de 2 m. En la parte superior hay aire con una presión igual a la atmosférica y temperatura $T_0 = 15$C. Un tabique vertical OO' de 2 m de altura divide el espacio superior en dos cámaras de aire independientes de 1 m de altura. El ancho del depósito es 1 m. Este depósito está alimentado por un compresor que funciona de manera cuasiestacionaria e isentrópica que aspira 0,005 kg/s de aire exterior siendo la velocidad de entrada del aire en el compresor de 2 m/s. La temperatura en el depósito es uniforme y permanece constante e igual a la exterior y el agua está en reposo. Calcular:



1º) El tiempo para el cual se alcanza un desnivel H entre las superficies de agua. Particularizar a $H =$ 180 cm.

2º) La fuerza total sobre el tabique OO' y su punto de aplicación para un desnivel dado h. Particularizar a $h = 180$ cm.

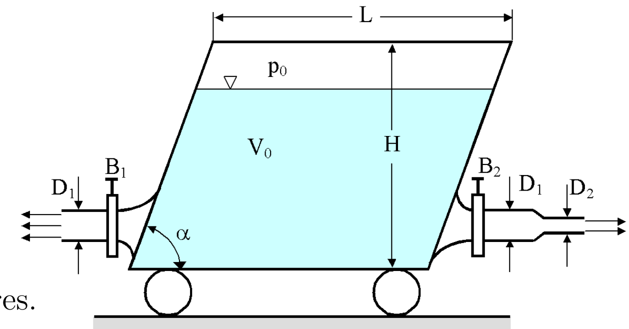
3º) La potencia consumida por el compresor para el instante anterior.

4º) El calor por unidad de tiempo intercambiado entre el depósito y su entorno.

Solución:

1º) $t = 1$ h15 min 2º) $F = 17640$ N , z = 1,2125 m desde O' 3º) $\dot{W} = 1358{,}61$ W
4º) $\dot{Q} = -1771{,}5$ W

Problema 2.13



El tanque mostrado en la figura tiene un área transversal cuadrada de lado $L = 1\,\mathrm{m}$, y una altura $H = 12\,\mathrm{m}$, con sus paredes frontales inclinadas un ángulo $\alpha = 60$. La masa de tanque excluido el peso de agua en él contenida es $M = 300\,\mathrm{kg}$. Cuando inicialmente se encuentra en reposo, el volumen de agua $v_0 = 10\,\mathrm{m}^3$ se encuentra sometido a una presión absoluta $p_0 = 10$ bares. En el instante $t = 0$ se abren las válvulas B_1 y B_2, originándose dos chorros de agua de velocidad uniforme y diámetros $D_1 = 10\,\mathrm{cm}$ y $D_2 = 5\,\mathrm{cm}$ respectivamente.

Suponiendo que la sobrepresión de la cámara de aire p_0 es lo suficientemente elevada como para considerar que el flujo de los chorros se mantiene constante, que las fuerzas de resistencia a la rodadura son despreciables y que la masa de agua se encuentra en reposo respecto a las paredes del tanque, excepto en las tuberías de salida; calcular:

1º) La velocidad con que se mueve el tanque para el instante de tiempo $t = 15\,\mathrm{s}$.

2º) Fuerzas de superficie y punto de aplicación que se ejercen sobre las paredes frontales en el mismo instante de tiempo.

3º) Si se supone que el tanque se ve afectado por un coeficiente de arrastre aerodinámico C_D y que las condiciones de presión y temperatura en el exterior son las ambientales, plantear cual sería la ecuación que rige la variación de la velocidad del tanque en este caso.

Solución:

1º) $u = 23{,}74\,\mathrm{m/s}$

2º) $F_1 = 12{,}55 \times 10^6\,\mathrm{N}$, $x_1 = 6{,}95\,\mathrm{m}$ $\qquad F_2 = 12{,}54 \times 10^6\,\mathrm{N}$, $x_2 = 6{,}95\,\mathrm{m}$

3º) $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{\rho w_1^2 \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - D_2^2\right) - C_D \frac{1}{2}\rho_{aire} u H L}{H + \rho\left[v_0 - w_1 \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 + D_2^2\right) t\right]}$ con $w_1 = \sqrt{\frac{2(p_0 - p_a)}{\rho}}$

Problema 2.14

El dispositivo de forma troncocónica y altura L de la figura posee una pared lateral con un coeficiente de porosidad ε. La finalidad del sistema es distribuir agua de la forma más uniforme posible, para lo cual el cuerpo está girando con una velocidad angular ω consecuencia de un par torsor de accionamiento T, que es suministrado por un motor. Se sabe que el fluido que abandona lateralmente el cuerpo, lo hace con velocidad uniforme y normal a la pared respecto a un sistema de referencia solidario con el cuerpo.

Sobre la sección superior del cuerpo troncocónico, de radio R_1, está localizada la tubería de alimentación de radio R_0. El fluido penetra por esa tubería con una velocidad axial v_e y una presión manométrica p_e. La tubería de salida, de radio R_0, está localizada en la sección inferior del cuerpo, la cual posee un radio R_2. La velocidad axial del fluido a la salida es v_s y se sabe que descarga a la atmósfera. Se pide:

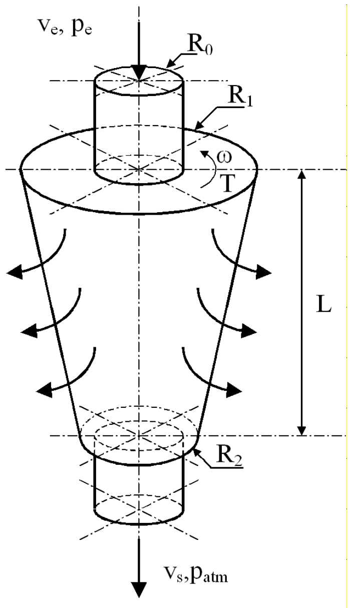
1º) Determinar la velocidad angular con la que se mueve el sistema.

2º) Determinar las fuerzas de superficie ejercidas sobre la cara lateral del cuerpo.

3º) Evaluar las pérdidas producidas en el sistema.

Datos:

$R_1 = 18\,\mathrm{cm}$; $v_e = 10\,\mathrm{m/s}$; $p_e = 0,5\,\mathrm{bares}$; $R_2 = 6\,\mathrm{cm}$; $v_s = 4\,\mathrm{m/s}$; $L = 1\,\mathrm{m}$; $R_0 = 3\,\mathrm{cm}$; $T = 100\,\mathrm{Nm}$; $\varepsilon = 10\,\%$

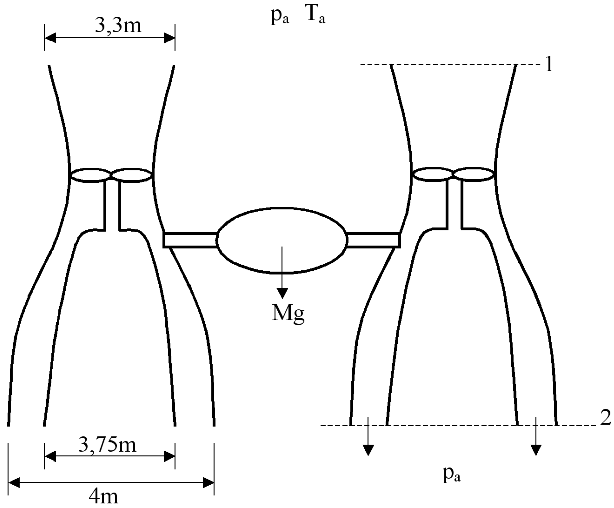


Solución:

1º) $\omega = 327{,}48\,\mathrm{rad/s}$ 2º) $F_x = 860{,}61\,\mathrm{N}$ 3º) $\Phi = 19045{,}41\,\mathrm{W}$

Problema 2.15

La aeronave de la figura tiene una masa de 3000 kg y se mantiene a una altura del suelo fija mediante dos propulsores idénticos que funcionan de manera estacionaria. Se sabe que en la sección 2 la presión es igual a la atmosférica, que el rendimiento de los propulsores es la unidad y que el calor intercambiado con el fluido es despreciable. Las condiciones de presión y temperatura ambiente son $p_a = 1\,\text{atm}$ y $T_a = 15\text{C}$.



1º) Calcular para una altura dada, la velocidad de salida v_2 y la potencia cedida al fluido.

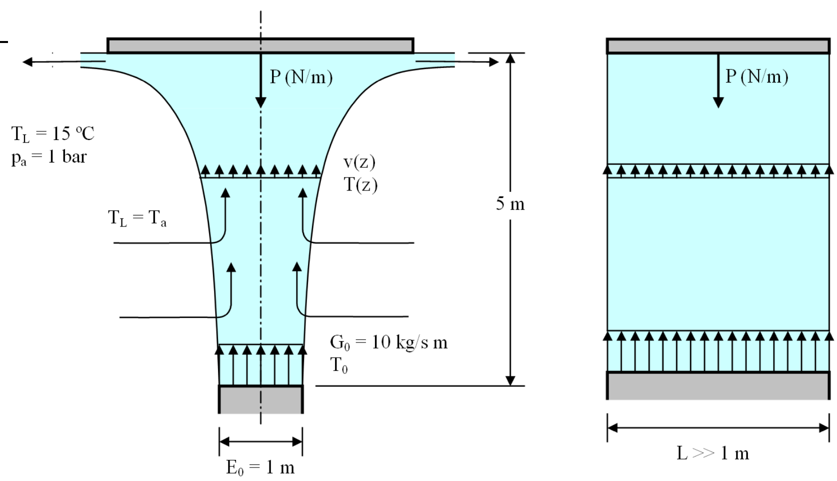
2º) Repetir el apartado anterior cuando la aeronave asciende con una velocidad de 50 m/s.

Solución:

1º) $v_2 = 93{,}03\,\text{m/s}, \text{W} = 752{,}640\,\text{kW}$ 2º) $w_2 = 129{,}18\,\text{m/s}, \text{W} = 1{,}726\,\text{MW}$

Problema 2.16

Un chorro de aire bidimensional descarga verticalmente como muestra la figura en una atmósfera en reposo donde las condiciones de presión y temperatura son $p_a = 1\,\text{bar}$ y $T_a = 15^{\text{o}}\text{C}$. El gasto másico descargado es de $10\,\text{kg/s}\cdot\text{m}$. El chorro arrastra aire exterior y el espesor del mismo E, aumenta linealmente con la distancia vertical z de manera que: $E = E_0 + Cz$ (m) donde E_0 es igual a 1 m y C es una constante.



Se sabe que el gasto de aire arrastrado entre la sección de salida ($z = 0$) y una distancia cualquiera z, es: $G_L = 2z$ (kg/s · m)

Se supondrá que en el chorro todas las propiedades son uniformes en cada sección transversal y que sólo dependen de la coordenada vertical z; que el aire entrante al chorro lo hace en dirección horizontal y que la presión en una sección sin perturbar es igual a la atmosférica, $p_a = 1\,\text{bar}$.

1º) En una primera situación, la temperatura de salida del chorro es igual a la atmosférica, $T_a = 288\,\mathrm{K}$. Calcúlese el peso de una placa P transversal al chorro y soportada por éste.

2º) En otra situación, la temperatura de salida del chorro T_0 es el doble de T_a. En este caso se supondrá, además, que la temperatura del aire arrastrado por el chorro T_L es igual a T_a.

a) Demuéstrese que se cumple: $C_v\,[T(z) - T_a]\,\rho(z)v(z)A(z) = cte$

b) Encuéntrese la ley de variación de la velocidad con la distancia a la salida $v(z)$.

c) Calcúlese el peso máximo de una placa P situada a una distancia de 5 m de la sección de salida, que podría soportar el chorro.

Solución:

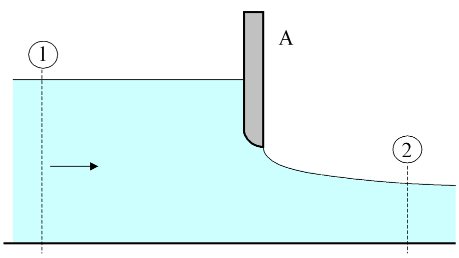
1º) $P = 82{,}5\,\mathrm{N/m}$

2º) b) $v(z) = \dfrac{R\,(G_0T_0 + 2zT_a)}{E_0 + cz}$ donde $\mathrm{c} = \dfrac{-\mathrm{v_0G_0} + \mathrm{v(z)}\,(\mathrm{G_0} + 2\mathrm{z}) - \frac{\mathrm{p_a g}}{\mathrm{R_g T_a}}\frac{\mathrm{G_0}}{2}\ln\frac{\mathrm{z+G_0}}{\mathrm{G_0}}}{\frac{\mathrm{p_a g}}{\mathrm{R_g T_a}}\left(\frac{\mathrm{G_0 z}}{2} - \frac{\mathrm{G_0^2}}{2}\ln\frac{\mathrm{z+G_0}}{\mathrm{G_0}}\right)}$

c) $P_{max} = 206{,}22\,\mathrm{N/m}$

Problema 2.17

Por un canal de anchura $b = 0{,}5\,\mathrm{m}$ circula un flujo de agua estacionario controlado por una compuerta A situada aguas abajo, tal como se indica en la figura. La profundidad del agua en el canal es $h_1 = 4\,\mathrm{m}$ aguas arriba de la compuerta y $h_2 = 2\,\mathrm{m}$ aguas abajo. El número de Froude, $F_r = \frac{v}{\sqrt{gh}}$, en la sección 1 es 0,3. Suponiendo que las distribuciones de velocidad en las secciones 1 y 2 son uniformes y que el rozamiento del agua con las paredes del canal es despreciable, calcular:



1º) La velocidad v_2 en la sección 2.

2º) La fuerza ejercida sobre la compuerta.

3º) Incremento de temperatura del agua al atravesar la compuerta.

Ahora la compuerta se desplaza a contracorriente a una velocidad $v = 2\,\mathrm{m/s}$. Suponiendo que se mantienen las condiciones anteriores, calcular la fuerza ejercida sobre la compuerta

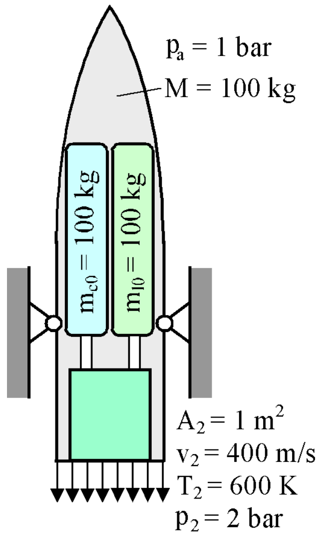
4º) Utilizando un sistema de referencia solidario a la compuerta.

5º) Utilizando un sistema de referencia solidario al canal.

Solución:

1º) $v_2 = 3{,}8\,\mathrm{m/s}$ 2º) $F_x = 22780\,\mathrm{N}$ 3º) $T_2 - T_1 = 0{,}0035\mathrm{C}$ 4º) $F_x = 420\,\mathrm{N}$

Problema 2.18



Un cohete de área $A = 1\,\mathrm{m}^2$, de masa $M = 100\,\mathrm{kg}$ está inicialmente lleno de $m_c(0) = 100\,\mathrm{kg}$ de combustible y $m_l(0) = 100\,\mathrm{kg}$ de oxígeno líquido. Cuando se produce la combustión sale por la parte inferior gas a $v_2 = 400\,\mathrm{m/s}$, $T_2 = 600\,\mathrm{K}$ y una presión absoluta $p_2 = 2\,\mathrm{bar}$. Inicialmente el cohete se encuentra sujeto por medio de apoyos a una base. Suponiendo que el consumo de combustible y de oxígeno líquido se produce a la misma tasa y que la composición de los gases de escape se puede considerar igual que la del aire, determinar:

1º) La fuerza ejercida inicialmente sobre los apoyos.

2º) En ese momento se sueltan los apoyos y el cohete comienza a elevarse. Determinar la evolución de la velocidad y la aceleración del cohete con el tiempo, suponiendo que las fuerzas aerodinámicas son despreciables.

3º) ¿Cuál sería la ecuación diferencial que permite obtener la aceleración si se tiene un coeficiente aerodinámico de arrastre $C_D = 0{,}6$?

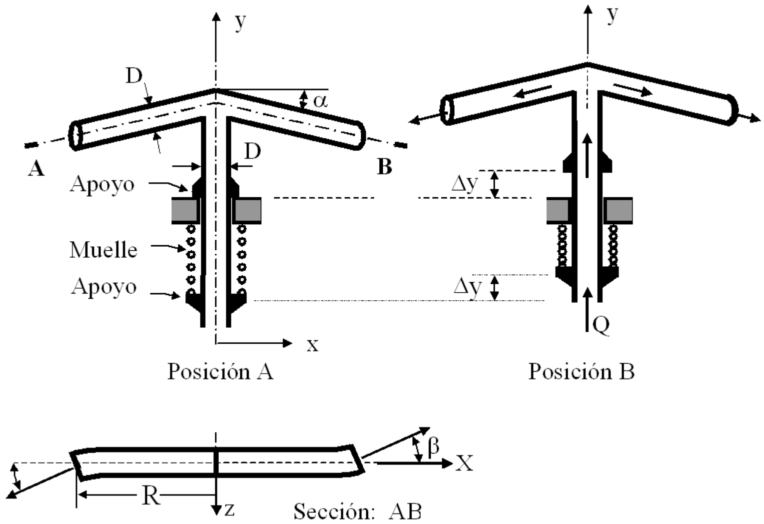
Solución:

1º) $F = 282{,}980\,\mathrm{kN}$

2º) $u(t) = -A\ln(B-t) - gt \quad ; \quad a(t) = \frac{A}{B-t} - g$ con A=615.25 y B=0.64575

3º) $a(t) = \dfrac{v_2 G_2 + (p_2 - p_a)\,A_2 - \frac{1}{2}C_D \rho A_2 u(t)^2}{M_T(0) - G_2\,t} - g$

Problema 2.19



El sistema de la figura está compuesto por una tubería en forma de T de masa m con dos apoyos solidarios. Los dos ramales superiores están inclinados un ángulo α respecto a la horizontal, además, sus salidas están curvadas un ángulo β (ver sección AB). Tanto la tubería principal como los dos ramales tienen un diámetro D. Cuando no circula caudal, el sistema permanece en reposo (posición A), con el muelle, de constante K, en posición de equilibrio. A medida que aumenta el caudal Q que circula por la tubería inferior, sucede que se ejerce un empuje vertical creciente que, una vez vencido el peso de la tubería, comprime el muelle elevando el conjunto ($F_{muelle} = K \cdot \Delta y$). Además los dos chorros de salida provocan un par creciente que, una vez vencido el par resistente constante M_0 debido a los rozamientos, hace que el sistema empiece a girar entrono al eje y (posición B). Se pide:

1º) Calcular el grado de elevación Δy en función del caudal Q que circula por la tubería inferior.

2º) Calcular la expresión de la velocidad de giro ω en función del caudal Q que circula por la tubería inferior recordando que, debido a los rozamientos existe un par resistente constante M_0.

3º) Siendo $m = 50\,\text{kg}$, $k = 3000\,\text{N/m}$, $\alpha = 15$, $b = 30$, $R = 0{,}5\,\text{m}$, $D = 2\times10^{-2}\,\text{m}$ y $M_0 = 200\,\text{Nm}$ calcular:

a) El caudal Q_1 para el cual el sistema comienza a elevarse.

b) El caudal Q_2 para el cual el sistema comienza a girar.

c) La altura alcanzada y la velocidad de giro para un caudal $Q_3 = 15\,\text{l/s}$.

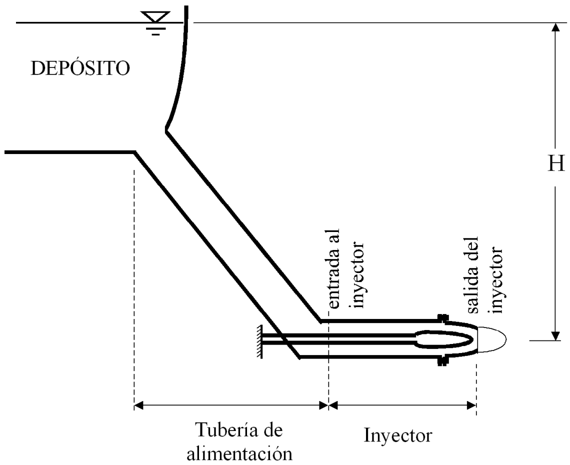
Solución:

1º) $$\Delta y = \begin{cases} 0 \text{ si } \mathrm{Q} \leq \mathrm{Q_0} \\ \dfrac{1}{k}\left[\rho\dfrac{Q^2}{\pi d^2/4}\left(1+\dfrac{1}{2}\operatorname{sen}\alpha\right) - mg\right] \text{ si } \mathrm{Q} > \mathrm{Q_0} \end{cases} \quad ; \quad \text{siendo} \quad \mathrm{Q_0} = \sqrt{\frac{\mathrm{mg}\pi \mathrm{d}^2/4}{\rho\left(1+\frac{1}{2}\operatorname{sen}\alpha\right)}}$$

2º) $$\omega = \begin{cases} 0 \text{ si } \mathrm{Q} \leq \mathrm{Q_0'} \\ \dfrac{1}{R}\left[\dfrac{2Q}{\pi d^2}\cos\alpha\operatorname{sen}\beta - \dfrac{M_0}{\rho R Q}\right] \text{ si } \mathrm{Q} > \mathrm{Q_0'} \end{cases} \quad ; \quad \text{siendo} \quad \mathrm{Q_0'} = \sqrt{\frac{\pi \mathrm{d}^2 \mathrm{M_0}}{2\rho \mathrm{R}\cos\alpha\operatorname{sen}\beta}}$$

3º) a) $Q_1 = 11{,}674\,\text{l/s}$ b) $Q_2 = 22{,}8\,\text{l/s}$ c) $\Delta y = 0{,}106\,\text{m}$, $w = 0\,\text{rad/s}$

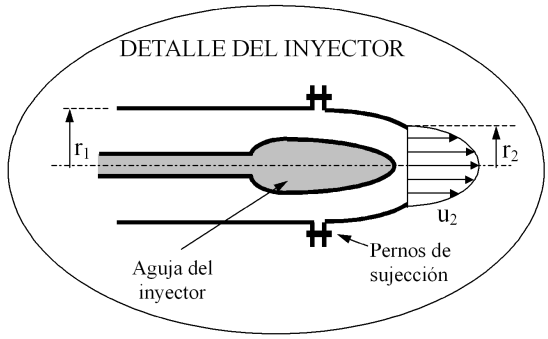
Problema 2.20



Desde un depósito cuyo nivel permanece constante se conduce agua a un inyector a través de una tubería de alimentación con una altura geométrica de $H = 2\,\text{m}$. Se sabe que el radio a la entrada del inyector es $r_1 = 100\,\text{mm}$ y a la salida es $r_2 = 50\,\text{mm}$, que en la salida la presión es la atmosférica y el perfil de velocidades a la salida del inyector sigue una ley del tipo:

$$u_2 = 2u_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right)$$

Suponiendo las pérdidas despreciables, se pide:



1º) Demostrar que u_0 se corresponde con la velocidad media de salida.

2º) Calcular la presión manométrica y la velocidad del agua a la entrada del inyector.

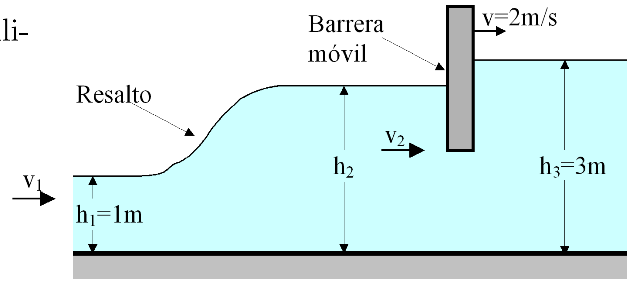
3º) (*)Sabiendo que los pernos en conjunto soportan una fuerza $F_P = 15\,\text{N}$, calcular la fuerza que el fluido ejerce sobre la aguja del inyector.

Solución:

2º) $p_1 = \rho\left(gH - \frac{u_1^2}{2}\right) = 18987$ Pa ; $u_1 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 \sqrt{gH} = 1{,}1068$ m/s

3º) $F = 650{,}35\,\text{N}$

Problema 2.21



En un canal con perfiles d e velocidad uniformes se ha formado un resalto hidráulico que se caracteriza por ser un proceso disipativo en el que se produce una pérdida de energía mecánica. Tomando medidas en el mismo se ha comprobado que la altura h_1 del agua antes del resalto es de 1 metro, y que a consecuencia de la disipación viscosa el agua a través del resalto sufre un incremento de temperatura de 0,001C. Suponiendo que la presión en el líquido es aproximadamente la hidrostática y que la fricción del fluido con las paredes es despreciable, determinar:

1º) Caudal por unidad de longitud que circula por el canal.

2º) Altura y velocidad del agua del canal en la sección 2.

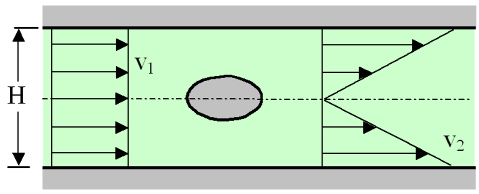
3º) Aguas abajo del resalto se coloca una barrera móvil cuya función es la limpieza del canal. Esta barrera se mueve hacia aguas abajo a una velocidad de $v = 2\,\mathrm{m/s}$. Determinar la fuerza necesaria para mover la barrera. Suponer que debido a la barrera la profundidad del agua aguas abajo es $h_3 = 3\,\mathrm{m}$.

Solución:

1º) $q = 6{,}9\,\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ 2º) $h_2 = 2{,}65\,\mathrm{m}$, $\mathrm{v}_2 = 2{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ 3º) $F = 9588\,\mathrm{N}$

Problema 2.22

Por el conducto bidimensional de la figura de altura $H = 0{,}1\,\mathrm{m}$ circula aire. La velocidad, presión y densidad del fluido en la sección 1 son uniformes: $v_1 = 30\,\mathrm{m/s}$, $p_1 = 1{,}3\,\mathrm{atm}$ y $\rho_1 = 1{,}573\,\mathrm{kg/m^3}$. En el conducto se ha colocado un cuerpo que obstaculiza el paso del fluido y origina en la sección 2 un perfil de velocidad de forma triangular con velocidad nula en el centro y velocidad máxima v_2 en las proximidades de las paredes del conducto. En esta sección 2, la presión y la densidad son uniformes con valores: $p_2 = 1\,\mathrm{atm}$ y $\rho_2 = 1{,}21\,\mathrm{kg/m^3}$ respectivamente. Suponiendo régimen estacionario y que las fuerzas viscosas son despreciables frente a las de presión. Calcular:



1º) Valor de la velocidad v_2

2º) Fuerza ejercida sobre el cuerpo por unidad de anchura.

3º) Calor que es necesario intercambiar con el fluido, justificando si se extrae o se aporta.

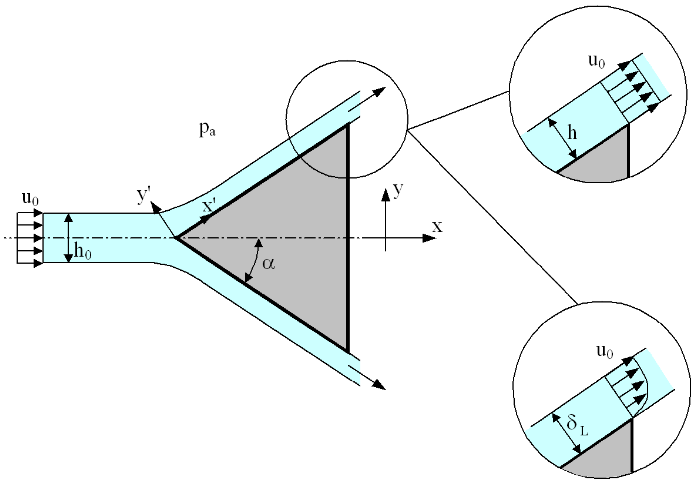
4º) Plantear las ecuaciones que permitirían resolver los apartados 2 y 3 en el caso de no despreciar las fuerzas viscosas.

Solución:

1º) $v_2 = 78\,\mathrm{m/s}$ 2º) $F = 3108{,}8\,\mathrm{N/m}$ 3º) $\dot{Q} = 5054\,\mathrm{W/m}$

Problema 2.23

Un chorro de agua bidimensional simétrico incide sobre una cuña de ángulo 2α. Aguas arriba el chorro tiene una velocidad u_0 y un espesor h_0. El chorro al incidir sobre la cuña se divide en dos partes iguales. Aguas abajo, cuando el fluido abandona la cuña, se consideran dos situaciones. Una en la que son despreciables los efectos viscosos y por tanto la velocidad a la salida es uniforme. Otra en la que como resultado de la fricción en la pared aparece una distribución de velocidad como la dada en la figura.



$$u(y') = u_0 \text{sen} \frac{\pi y'}{2\delta_L}$$

1º) Calcular el espesor

a) h supuesto flujo no viscoso

b) δ_L supuesto flujo viscoso

2º) Determinar la fuerza por unidad de profundidad ejercida sobre la cuña para los casos de:

a) flujo no viscoso

b) flujo viscoso

3º) Calcular la diferencia entre las fuerzas calculadas en 2a) y 2b) para $\alpha = \pi/2$.

4º) Resolver de nuevo el apartado 2º cuando la cuña se mueve hacia la izquierda con velocidad v.

Datos: u_0, h_0, α, ρ

Solución:

1º) a) $h = \frac{h_0}{2}$

b) $\delta_L = \frac{\pi h_0}{4}$

2º) a) $F_x = \rho u_0^2 h_0 \left(1 - \cos\alpha\right)$

b) $F_x = -2\mu u_0 \operatorname{sen}\alpha + \rho u_0^2 h_0 \left(1 - \frac{\pi}{4}\cos\alpha\right)$

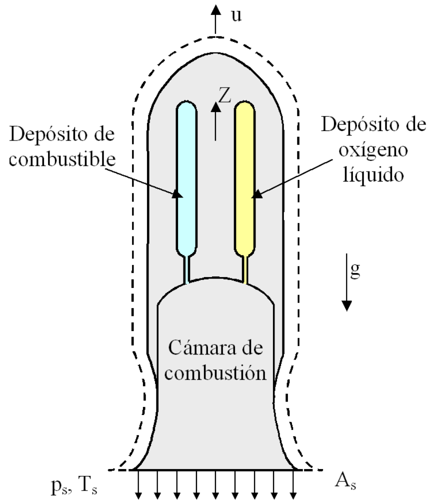
3º) $F_{ax} = \rho u_0^2 h_0 \quad ; \quad F_{bx} = -2\mu u_0 + \rho u_0^2 h_0$

4º) a) $F_x = \rho \left(u_0 + v\right)^2 h_0 \left(1 - \cos\alpha\right); h = \frac{h_0}{2}$

b) $F_x = -2\mu u_0 \operatorname{sen}\alpha + \rho \left(u_0 + v\right)^2 h_0 \left(1 - \frac{\pi}{4}\cos\alpha\right); \delta_L = \frac{\pi h_0}{4}$

Problema 2.24

Un cohete es impulsado mediante un chorro de gases calientes resultado de la combustión. Se sabe que por la tobera de salida de $150\,\text{cm}^2$ salen los gases, de composición similar al aire, a una velocidad de $500\,\text{m/s}$ con una temperatura de $850\,\text{K}$ y una presión absoluta de $1{,}83 \times 10^5\,\text{Pa}$.



1º) (*)Sabiendo que la masa inicial del cohete es de $100\,\text{kg}$, asumiendo que la presión atmosférica no varía con la altura, que el consumo de combustible se conserva constante y que la fuerza de arrastre aerodinámico es despreciable, determinar la velocidad de ascenso del cohete transcurridos 5 segundos de su lanzamiento.

2º) Sabiendo que los gases quemados son resultado de la combustión de un combustible de potencia calorífica $3{,}5\,\text{MJ/kg}$ y de oxígeno líquido, los cuales penetran en la cámara de combustión a una temperatura de $288\,\text{K}$ y que el gasto de combustible es $1/3$ del gasto de oxígeno líquido, determinar el flujo de calor que se disipa a través de las paredes de la cámara de combustión.

Datos:

Calor específico del combustible líquido a 288K: $c_c = 1\,\text{kJ/kgK}$.

Calor específico del oxígeno líquido a 288K: $c_{ox} = 2\,\text{kJ/kgK}$.

Calores específicos del aire a 850K: $c_p = 1{,}181\,\text{kJ/kgK}$ y $c_v = 0{,}894\,\text{kJ/kgK}$.

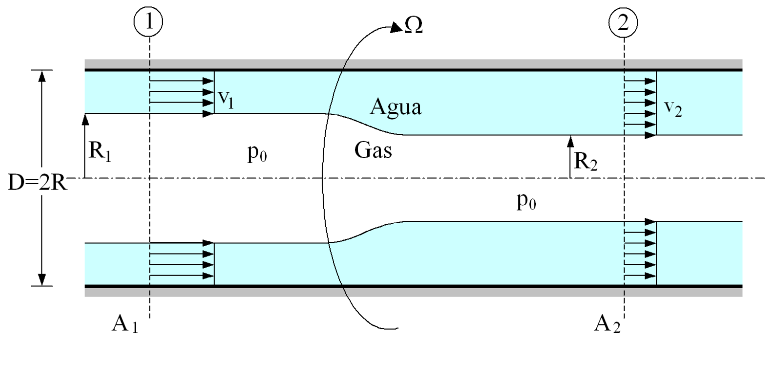
Solución:

1º) $u = \frac{w_s G + (p_s - p_a) A_s}{G} \ln\left(1 - \frac{Gt}{M_0}\right) - gt \Rightarrow u = 188\,\text{m/s}$

2º) $\bar{Q} = G\left[c_p T_s + \frac{w_s^2}{2} - \frac{H_c}{4} - \frac{c_c + 3c_{ox}}{4} T\right]$

Problema 2.25

Por un conducto de diámetro $D = 10\,\text{cm}$ por el que circula agua. Todo el conjunto gira con una velocidad angular $\Omega = 100$ rad/s. En el centro del conducto hay un núcleo gaseoso con presión p_0. En una sección del tubo hay una transición, en la que se contrae el núcleo gaseoso, de manera que aguas arriba de la misma, en la región 1, éste tiene un radio $R_1 = 2\,\text{cm}$, y aguas abajo, en la región 2, $R_2 = 1\,\text{cm}$. Se pide:



1º) Calcular la distribución de presiones radial $p(r)$, en las regiones 1 y 2 aplicando fluidoestática. Indicar el sistema de referencia elegido para poder aplicar fluidoestática.

2º) Calcular las resultantes de las fuerzas de presión en dirección axial en cada una de las dos secciones A_1 y A_2, situadas en las regiones 1 y 2 respectivamente. En el núcleo gaseoso la presión se supone nula $p_0 = 0$.

3º) Calcular las velocidades del fluido v_1 y v_2 en las regiones 1 y 2 respectivamente, supuestas uniforme. Despreciar la fuerza axial de rozamiento con la pared del tubo. Suponer el proceso estacionario.

4º) ¿Cómo se modificarían los resultados anteriores si la presión en el núcleo gaseoso tomase un valor $p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}$? Suponer que la densidad del gas en cualquier caso es despreciable comparada con la del agua.

Nota: se puede despreciar la fuerza másica de la gravedad.

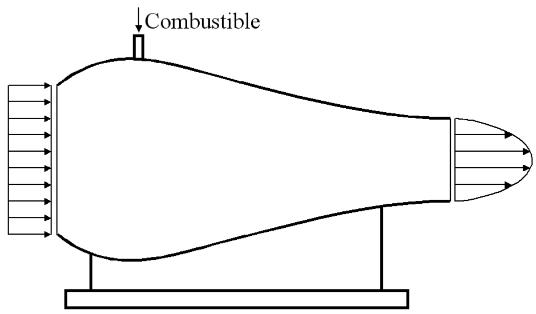
Solución:

1º) $p_1(r) = p_0 + \rho\dfrac{\Omega^2}{2}(r^2 - R_1^2)$ si $\mathrm{R_1 < r < R}$ $\qquad p_2(r) = p_0 + \rho\dfrac{\Omega^2}{2}(r^2 - R_2^2)$ si $\mathrm{R_2 < r < R}$

2º) $F_1 = 34{,}6\,\mathrm{N}$, $F_2 = 45{,}2\,\mathrm{N}$ 3º) $v_1 = 3{,}585\,\mathrm{m/s}$; $v_2 = 3{,}137\,\mathrm{m/s}$ 4º) $F_1 = 820{,}00\,\mathrm{N}$, $F_2 = 830{,}60\,\mathrm{N}$

Problema 2.26

Un turbomotor colocado en un túnel de viento recibe aire de densidad $1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$ a una velocidad de $130\,\mathrm{m/s}$ y a la presión de $0{,}9\,\mathrm{bar}$. La distribución de velocidad del chorro de entrada es uniforme y el área transversal $0{,}1\,\mathrm{m^2}$. A la salida del turbomotor la velocidad del chorro saliente no es uniforme, sino la dada por:



$$u(r) = 2u_0\left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right)$$

donde r_0 es el radio de la sección recta del chorro a la salida y $u_0 = 600\,\mathrm{m/s}$. La presión media en el chorro saliente es de $1{,}2\,\mathrm{bar}$ y su densidad $0{,}6\,\mathrm{kg/m^3}$. Además, el gasto de combustible introducido lateralmente corresponde al $2\,\%$ del gasto de aire que circula. Se pide:

1º) Mostrar que u_0 es la velocidad media del chorro de salida y determinar la velocidad máxima.

2º) Hallar el empuje del turbomotor (fuerza de propulsión).

3º) ¿Cuál sería el empuje si el chorro saliente hubiese tenido una velocidad uniforme u_0?

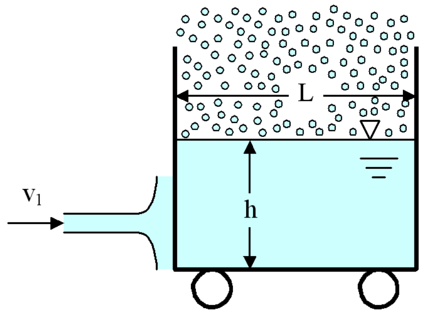
Nota: Las presiones dadas son absolutas. Tomar como presión atmosférica 1 bar. Todos los flujos son incompresibles.

Solución:

1º) $u_{max} = 1200\,\mathrm{m/s}$ 2º) $R_x = -12585{,}6\,\mathrm{N}$ 3º) $R_x = -9403{,}2\,\mathrm{N}$

Problema 2.27

El tanque mostrado en la figura está abierto a la atmósfera y tiene un área transversal cuadrada de lado L. La masa del tanque excluido el peso del agua contenida es M y la altura inicial de agua es h. Inicialmente, con el depósito en reposo, incide sobre él un chorro de agua de velocidad uniforme v_1 y diámetro D_1. El chorro incide sobre las paredes del tanque de tal modo que el caudal se divide en dos partes iguales. Se suponen despreciables las fuerzas de resistencia a la rodadura.



1º) Calcular la expresión de la velocidad con que se mueve el tanque en función del tiempo y su valor para $t = 15\,\mathrm{s}$.

2º) Calcular las fuerzas que ejerce el líquido interior sobre las paredes frontales en $t = 15\,\mathrm{s}$ y su punto de aplicación.

3º) Empieza a llover y la lluvia hace que el nivel del depósito suba a una velocidad dh/dt. Hallar la ecuación diferencial que describe la evolución de la aceleración del tanque en el tiempo.

Datos: $L = 1\,\mathrm{m}$, $M = 300\,\mathrm{kg}$, $h = 6\,\mathrm{m}$, $v_1 = 40\,\mathrm{m/s}$, $D_1 = 10\,\mathrm{cm}$ y $dh/dt = 1\,\mathrm{mm/min}$

Solución:

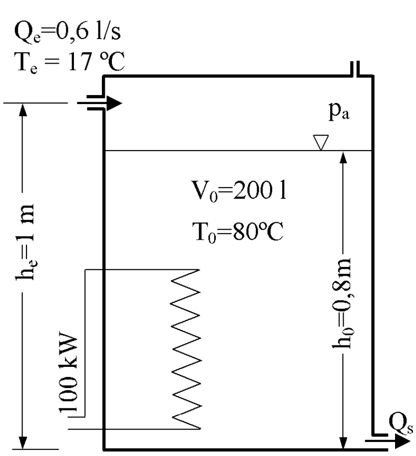
1º) $u = v_1 - \dfrac{1}{\dfrac{\rho A}{M + \rho L^2 h} t + \dfrac{1}{v_1}}$, $u(t = 15\,\mathrm{s}) = 17{,}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2º) $F_{izq} = 178359{,}5\,\mathrm{N}$; $d_{izq} = 2{,}011\,\mathrm{m}$; $\mathrm{F_{der}} = 174451{,}3\,\mathrm{N}$; $d_{der} = 1,988\,\mathrm{m}$

3º) $\dfrac{du}{dt} = \dfrac{\rho A \left(v_1 - u\right)^2 - u\rho L^2 \frac{dh}{dt}}{M + \rho L^2 \left(h + \frac{dh}{dt} t\right)} = \dfrac{7,58\left(40 - u\right)^2 - \frac{u}{60}}{6300 + \frac{t}{60}}$

Problema 2.28

Un termoacumulador eléctrico está inicialmente lleno hasta una altura $h_0 = 80\,\mathrm{cm}$ con $V_0 = 200$ litros de agua a $T_0 = 80C$. En un momento dado se demanda agua caliente, comenzando a salir por la toma inferior. Simultáneamente se abre la válvula de llenado por la que entra un caudal constante de 0,6 l/s a 17ºC y se enciende una resistencia eléctrica de 100 kW. Los orificios de entrada y salida de agua tienen ambos un área $A = 2\,\mathrm{cm}^2$. Admitiendo que el depósito está aislado térmicamente, que el agua fría entrante se mezcla instantánea y uniformemente con la del interior del termoacumulador, determinar:



1º) La ecuación diferencial de la evolución de la altura de depósito con el tiempo y la altura de equilibrio.

2º) La ecuación diferencial de la evolución de la temperatura del depósito con el tiempo y la temperatura de equilibrio.

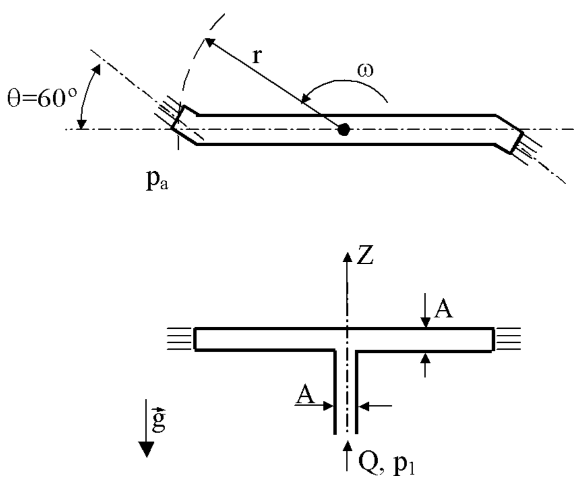
Solución:

1º) $\dfrac{dh}{dt} = \dfrac{Q_e - A\sqrt{2gh}}{A_d}$; $h = 0{,}459\,\mathrm{m}$

2º) $\rho\, c\, A_d \left(T \dfrac{Q_e - A\sqrt{2gh}}{A_d} + h\dfrac{dT}{dt} \right) - \rho \left(c\, T_e + \dfrac{Q_e^2}{2A^2} \right) Q_e + \rho\,(c\,T + gh)\, A\sqrt{2gh} = \dot{Q}$; $T =$ 56,8C

Problema 2.29

Un tipo especial de turbina tiene forma de aspersor como el indicado en la figura. En su funcionamiento la turbina gira en un plano horizontal a un régimen de giro $\omega = 20\,\mathrm{rad/s}$. El radio de la turbina es de 0,5 m. El agua entra en la turbina a través de un tubo vertical de área $A = 10\,\mathrm{cm}^2$, coaxial al eje de rotación de la turbina con un caudal $Q = 0{,}1\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$ y una presión manométrica $p_1 = 1\,\mathrm{bar}$. Determinar:



1º) La fuerza vertical que el agua ejerce sobre la turbina.

2º) La potencia que es capaz de producir la turbina.

3º) El incremento de temperatura que se produce en el agua a su paso por la turbina.

Con el fin de optimizar el sistema de generación de potencia, es posible modificar el régimen de giro de la turbina empleando para ello un generador apropiado. Determinar:

4º) El régimen de giro con el cual se obtiene la máxima potencia en la turbina.

5º) La máxima potencia que es capaz de dar la turbina.

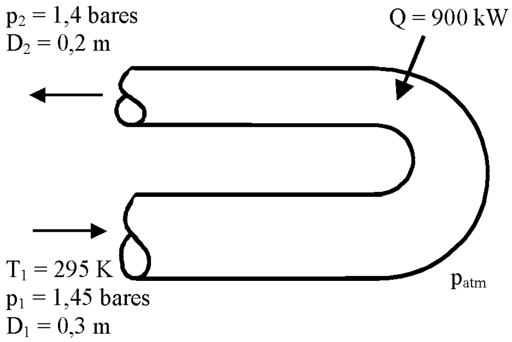
Solución:

1º) $F'_y = 10{,}1\,\mathrm{kN}$ 2º) $W = 33{,}301\,\mathrm{kW}$ 3º) $T = 0{,}933\,\mathrm{K}$

4º) $\omega_{\text{máx}} = 43{,}3\,\mathrm{rad/s}$ 5º) $W_{\text{máx}} = 46{,}875\,\mathrm{kW}$

Problema 2.30

Un flujo másico $G = 10\,\mathrm{kg/s}$ de aire circula por una tubería circular que sufre un cambio de sentido de 180º con una reducción de la sección transversal desde un diámetro $D_1 = 0{,}3\,\mathrm{m}$ en la entrada hasta uno $D_2 = 0{,}2\,\mathrm{m}$ en la salida. Las presiones absolutas a la entrada y a la salida son respectivamente $p_1 = 1{,}45$ bares y $p_2 = 1{,}4$ bares. El fluido entra a una temperatura $T_1 = 295\,\mathrm{K}$ y recibe una potencia calorífica de $900\,\mathrm{kW}$ en el tramo entre la entrada y la salida del conducto. Asumiendo que los perfiles de velocidades son uniformes a la entrada y a la salida del conducto, determinar:



1º) La temperatura y la densidad del fluido a la salida.

2º) (*)La fuerza que realiza el fluido sobre el conducto.

La hipótesis de perfil uniforme de velocidades no es muy adecuada. Sabiendo que los perfiles de velocidad característicos de flujos completamente desarrollados son:

$$v = v_{\text{máx}}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \quad \text{para régimen laminar}$$
$$v = v_{\text{máx}}\left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)\right]^{1/6} \quad \text{para régimen turbulento}$$

Determinar:

3º) El número de Reynolds y el régimen del flujo.

4º) La expresión analítica del perfil de velocidad a la entrada del conducto.

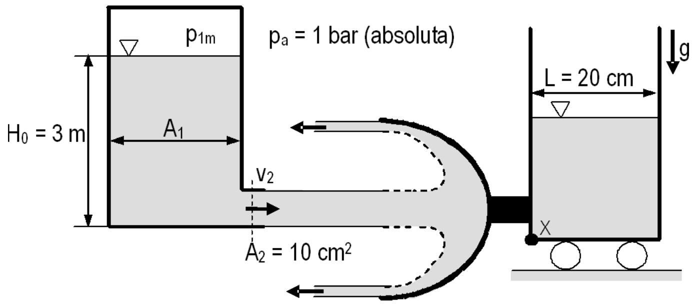
5º) La temperatura del aire a la salida del conducto asumiendo el perfil de velocidades calculado en el apartado anterior y temperatura uniforme en cada sección transversal.

Solución:

1º) $T_2 = 360{,}61\,\mathrm{K}$; $\rho_2 = 1{,}35\,\mathrm{kg/m^3}$ 2º) $F'_x = 7613{,}3\,\mathrm{N}$ 3º) $Re_1 = 4{,}24\times10^6$; $Re_2 = 6{,}3\times10^6$

4º) $v = 104{,}32\left[1-\left(\frac{r}{0{,}15}\right)\right]^{1/6}$ 5º) $T_2 = 358{,}97\,\mathrm{K}$

Problema 2.31



Un depósito cerrado de sección transversal $A_1 = 1\,\mathrm{m}^2$ está sometido a una presión manométrica $p_{1m} = 1\,\mathrm{bar}$ y descarga agua a través de un orificio inferior de área $A_2 = 10\,\mathrm{cm}^2$. El chorro resultante choca sin pérdidas contra el centro de un álabe con forma de casquete semiesférico. Dicho álabe está rígidamente unido a un carro de base cuadrada de lado $L = 20\,\mathrm{cm}$, que está inicialmente en reposo y puede rodar sin rozamiento impulsado por el chorro. La masa del carro es $M = 50\,\mathrm{kg}$ y está lleno con 100 litros de agua.

Determinar en el instante inicial:

1º) La velocidad v_2 del chorro en la sección de salida del depósito

2º) La aceleración que adquiere el carro

3º) La presión en el borde inferior izquierdo del carro (punto X), suponiendo que el agua no desborda.

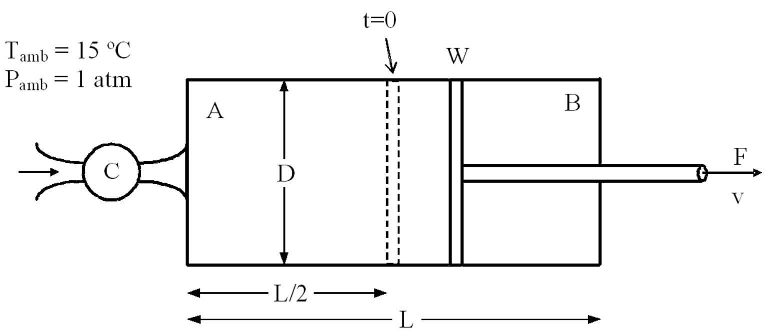
Determinar también:

4º) El tiempo que tarda en disminuir la altura de agua en el depósito de la izquierda hasta la mitad, suponiendo que la presión p_{1m} de la cámara de aire se mantiene constante.

Solución:

1º) $v_2 = 16{,}09\,\mathrm{m/s}$ 2º) $a = 3{,}45\,\mathrm{m/s^2}$ 3º) $p_x = 24870{,}15\,\mathrm{N/m^2}$ 4º) $t = 96\,\mathrm{s}$

Problema 2.32



Un depósito cilíndrico de longitud total $L = 1\,\mathrm{m}$ y diámetro $D = 0{,}1\,\mathrm{m}$, está dividido en dos compartimentos estancos A y B mediante un tabique adiabático W desplazable a voluntad sin rozamiento desde el exterior mediante un eje. Al depósito A se le suministra aire del exterior a través de un compresor C que funciona estacionaria e isentrópicamente, consumiendo una potencia 317 W y suministrando un gasto de 5 g/s de aire. Si en el instante inicial el tabique está en la posición central, los dos compartimentos tienen aire a presión $p_A = p_B = p$ y a una temperatura igual a la ambiente $T_A = T_B = T_{amb} = 15\,\mathrm{C}$.

1º) Calcular, teniendo en cuenta los datos del compresor, la presión inicial p.

A partir del instante inicial se actúa exteriormente sobre el tabique W desplazándolo hacia la derecha con velocidad v con la condición de que la presión en el compartimento A permanezca constante e igual a la inicial p, y que las temperaturas en ambos depósitos permanezcan constantes e iguales a la ambiente. Determinar:

2º) la velocidad de desplazamiento del tabique,

3º) el calor intercambiado por el volumen A con el exterior,

4º) la ley de variación de la presión en el volumen B en función del tiempo,

5º) el calor intercambiado por el volumen B con el exterior en función del tiempo y

6º) la fuerza exterior que es necesario ejercer sobre el tabique y la potencia que hay que comunicar desde el exterior para moverlo en función del tiempo.

NOTA: Despreciar la energía cinética a la salida del compresor y el volumen ocupado por el tabique y su eje de accionamiento.

Solución:

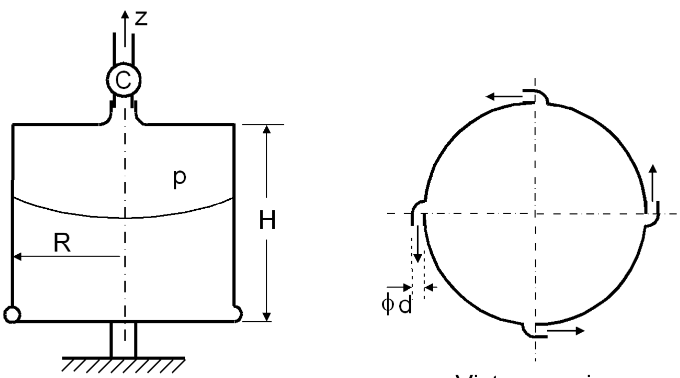
1º) $p_A = 202794\,\mathrm{Pa}$ 2º) $v = 0{,}259\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ 3º) $\dot{Q} = -319{,}83\,\mathrm{W}$

4º) $p_B(t) = \dfrac{202794}{1 - 0{,}518\,t}$ 5º) $\dot{Q} = -\dfrac{414{,}11}{(1 - 0{,}518\,t)}$

6º) $F = \dfrac{1592{,}74}{\frac{1{,}93}{t} - 1}$; $\dot{W} = \dfrac{412{,}52}{\frac{1{,}93}{t} - 1}$

Problema 2.33

Un depósito cilíndrico cerrado, de radio R, altura H, parcialmente lleno de agua se vacía a través de cuatro orificios tangenciales de diámetro d situados en su base. Debido al momento ejercido por el agua al salir del depósito éste gira entorno al eje z a $\Omega = cte$.



Vista superior

En un instante t_0 el volumen de agua en el depósito es V_0, la temperatura dentro del depósito T_0, la presión p_0 y la velocidad angular Ω. Calcular en ese instante:

1º) el caudal total de agua Q_T que sale del depósito.

2º) el par resistente (se aconseja tomar un sistema de referencia fijo a tierra).

Con el objeto de mantener el caudal de salida Q_T y la velocidad de giro constantes, se introduce aire en el depósito mediante un compresor C. Determinar:

3º) la presión del aire en el depósito cuando el volumen de agua se reduce a la mitad.

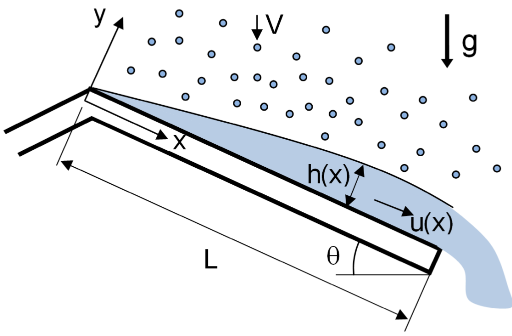
4º) la masa de aire proporcionada por el compresor desde el instante t_0 hasta que el volumen de agua se reduce a la mitad.

Supóngase que la temperatura del aire dentro del depósito permanece constante. $R = 0{,}25\,\mathrm{m}$; $H = 1\,\mathrm{m}$; $d = 2\,\mathrm{cm}$; $V_0 = 0{,}15\,\mathrm{m}^3$; $T_0 = 20\,\mathrm{C}$; $p_0 = 50\,\mathrm{Pa}$ (manométrica); $\Omega = 5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$

Solución:

1º) $Q_T = 5{,}0060\,\mathrm{l/s}$ 2º) $T = 2{,}639\,\mathrm{N/m}$ 3º) $p = 3793\,\mathrm{Pa}$

Problema 2.34



Se pretende estudiar los efectos de la lluvia sobre un tejado inclinado un ángulo θ sobre la horizontal con longitud L y envergadura b. La lluvia descarga un gasto másico por unidad de área horizontal $\dot{m}(\mathrm{kg\,s^{-1}m^{-2}})$ teniendo las gotas una velocidad vertical v. Una vez que se alcanza el estado estacionario, el agua fluye sobre el tejado formando una capa de espesor $h(x)$ y con una velocidad paralela al tejado $u(x)$ siendo x la distancia al vértice superior del tejado. Se asume que las fuerzas de fricción con el tejado son prácticamente despreciables. Haciendo uso de las ecuaciones integrales de conservación y considerando los datos $\rho, \theta, \dot{m}, v, g, L$ y b, se pide:

Supuesta conocida $h(x)$, calcular en función de ésta:

1º) la fuerza que el tejado debe soportar en su dirección perpendicular, y

2º) la velocidad $u(x)$.

Considerando un volumen de control entre las secciones x y $x + dx$. calcular.

3º) La ecuación diferencial que debe verificar el espesor de la capa de agua $h(x)$.

Asumiendo ahora que la lluvia es tan intensa que el espesor de la capa de agua se hace independiente de la gravedad, obtener:

4º) el criterio para que la hipótesis sea válida.

5º) las expresiones de $h(x)$ y $u(x)$ comentando los resultados alcanzados.

Solución:

1º) $F'_y = -\dot{m}\,L\,b\,v\cos^2\theta - \rho\,g\cos\theta\,b\int_0^L h(x)\,dx$ 2º) $u(x) = \frac{x\,\dot{m}\cos\theta}{\rho\,h(x)}$

3º) $\frac{\dot{m}^2\cos^2\theta}{\rho}\frac{d}{dx}\left[\frac{x^2}{h(x)}\right] = \dot{m}\,v\,\cos\theta\sin\theta + \rho\,g\,\sin\theta\,h(x)$ 4º) $\frac{\dot{m}\,v\,\cos\theta}{\rho\,g\,h(x)} \gg 1$

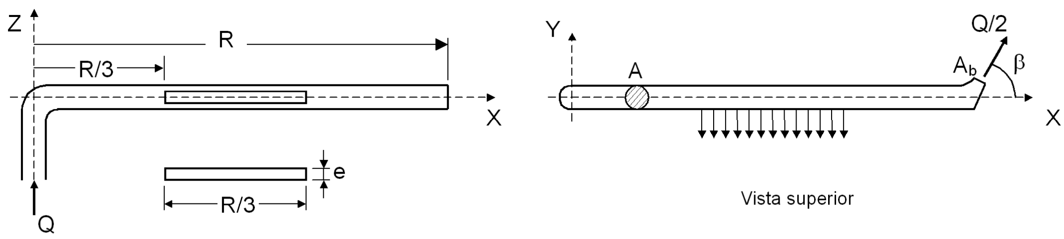
5º) $u(x) = v\,\mathrm{sen}\,\theta$; $h(x) = \frac{x\dot{m}}{\rho v\tan\theta}$

Problema 2.35

Un aspersor consta de un único brazo de longitud R y sección A. La mitad del caudal entrante sale uniformemente por la ranura de espesor e y longitud $R/3$ y la otra mitad por la boquilla del extremo de área A_b y girada un ángulo β respecto del brazo.

1º) Calcular el par que habría que ejercer sobre el aspersor para que permanezca en reposo.

2º) Dejando girar libremente el aspersor y suponiendo despreciable el par de rozamiento, determinar la velocidad de giro cuando el régimen se hace permanente.

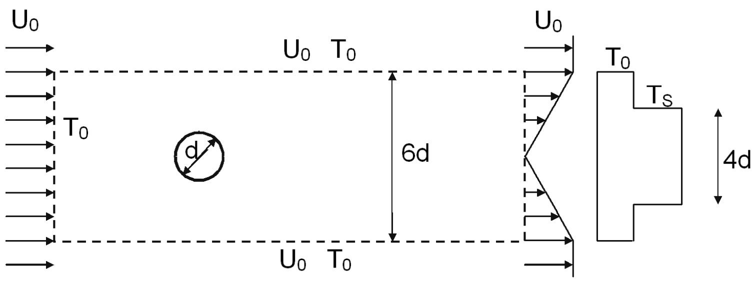


Solución:

1º) $T = \rho\, Q^2 \left(\frac{R \operatorname{sen}\beta}{4A_b} - \frac{3}{8e}\right)\vec{k}$ 2º) $\omega = \frac{27\,Q}{68\,R^2}\left(\frac{3}{2e} - \frac{R\operatorname{sen}\beta}{A_b}\right)$

Problema 2.36

La figura muestra los perfiles de velocidad horizontal y temperatura del aire en el entorno de un cilindro de longitud L. El flujo incide sobre el cilindro con una velocidad U_0 y una temperatura T_0. El cilindro es calentado con una potencia $\dot{Q}$, resultando que a una cierta distancia aguas abajo del cilindro, el perfil de velocidad muestra una variación lineal entre 0 y U_0 y el perfil de temperatura evidencia que el fluido interior se ha calentado hasta una temperatura T_S mientras que el fluido de la parte exterior no ha sufrido calentamiento y se conserva a la temperatura ambiente T_0. La presión lejos del cilindro puede ser considerada constante e igual a la ambiente. El flujo es incompresible y de densidad uniforme.



Asumiendo movimiento bidimensional, determinar las siguientes variables:

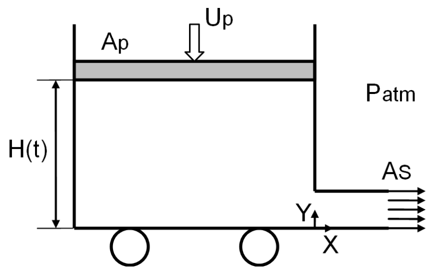
1º) El gasto másico que atraviesa las superficies horizontales del volumen de control

2º) La fuerza necesaria para mantener el cilindro en su posición

3º) La temperatura T_s del perfil a la salida sabiendo que el cilindro es calentado con una potencia $\dot{Q}$.

Problema 2.37

Un carrito, como el mostrado en la figura, contiene un líquido de densidad $\rho = 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. La masa total (estructura sólida + fluido) es $m_T = m_c + m(t)$ donde $m_c = 10\,\mathrm{kg}$ es la masa de la estructura sólida y $m(t)$ es la masa del fluido. En el instante de tiempo inicial, $t = 0\,\mathrm{s}$, la masa total es $m_{T0} = m_c + m(0)$ donde $m(0) = 1000\,\mathrm{kg}$.



Un desplazamiento lento del pistón cuadrado de área $A_p = 1\,\mathrm{m}^2$, con velocidad $U_p = 5\,\mathrm{mm/s}$, genera un flujo de fluido constante a través de la tobera de área de salida $As = 10^{-4}\,\mathrm{m}^2$. El flujo saliente produce un empuje que impulsa el carrito con una velocidad $V_c(t)$. Asumiendo que las fuerzas de arrastre aerodinámico y fricción con el pavimento son despreciables y que el ambiente está a presión atmosférica P_{atm}:

1º) Obtener la altura del nivel de fluido $H(t)$ en función de los parámetros indicados en el enunciado: m_c, $m(0)$, ρ, A_p, A_s, U_p y particularizar para los valores numéricos indicados.

2º) Calcular la función temporal de la velocidad $V_c(t)$ en función de los mismos parámetros y particularizar para los valores numéricos indicados.

3º) Para el instante de tiempo $t = 150\,\mathrm{s}$, la fuerza externa que se realiza sobre el pistón es $250\,\mathrm{N}$. Calcular la distribución de la presión $P(x, y)$ de acuerdo con los ejes de la figura, en el interior del depósito sabiendo que el peso del pistón es despreciable. Tomar el origen $(0, 0)$ en el fondo del depósito en la sección de salida.

Solución:

1º) $H = \dfrac{m(0)}{\rho A_p} - U_p\, t$

2º) $V_c = \dfrac{U_p A_p}{A_s} \ln \dfrac{m_0}{m_c + m(0) - \rho U_p A_p t}$; $V_c = 50 \ln \dfrac{1010}{1010 - 5t}$

3º) $P(x, y) = 3180{,}5 - 9800y + 961x$

Problema 3.1

El incremento de presión Δp_t de una bomba depende de el caudal Q, la velocidad angular ω, el diámetro D, la densidad del fluido ρ, la viscosidad del fluido μ y la rugosidad relativa de la superficie ε.

1º) Encontrar la relación que liga, mediante los números adimensionales adecuados, el incremento de presión con el resto de las variables.

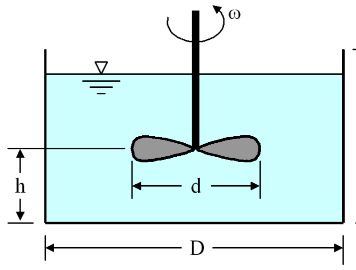
2º) Averiguar qué ocurre con el caudal cuando el incremento de presión de la bomba se multiplica por cuatro trabajado con el mismo fluido. Despreciar el efecto de la viscosidad.

Solución:

1º) $\dfrac{\Delta P_t}{\rho\omega^2 D^2} = \varphi\left[\dfrac{Q}{\omega D^3}, \dfrac{\rho\omega D^2}{\mu}, \dfrac{\varepsilon}{D}\right]$ 2º) $\dfrac{Q_p}{Q_m} = 2$

Problema 3.2

Utilizar el análisis dimensional para expresar el par necesario para mover una paleta de tamaño d, en el seno de un fluido de densidad ρ y viscosidad μ con velocidad angular ω, como función de estos datos y del resto de los que pudiera depender.

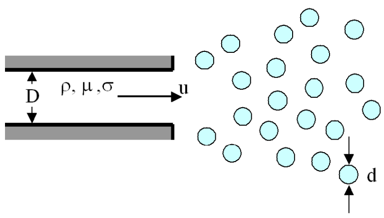


Solución:

$$\frac{T}{\rho\omega^2 d^5} = \varphi\left(\frac{\rho\omega d^2}{\mu}, \frac{\omega^2 d}{g}, \frac{D}{d}, \frac{H}{d}, \frac{h}{d}\right)$$

Problema 3.3

Un chorro de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ descarga al aire con una velocidad u por una boquilla de diámetro D. El chorro se atomiza en gotitas de tamaño d.



1º) En el supuesto de que el tamaño d dependa de todos los parámetros anteriores además de la tensión superficial líquido-aire σ, utilizar el análisis dimensional para simplificar la dependencia de d con los parámetros anteriores.

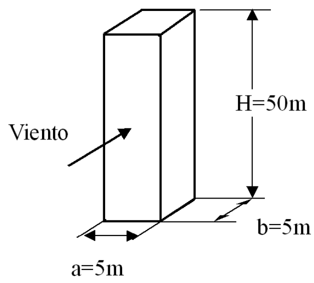
2º) Si d no dependiera ni de μ ni de D dar una nueva solución. ¿Cómo justificaría esta última aproximación?

Solución:

1º) $\dfrac{d}{D} = \varphi\left(\dfrac{\rho U^2 D}{\sigma}, \dfrac{\rho U D}{\mu}\right)$ 2º) $d \approx \frac{\sigma}{\rho U^2}$

Problema 3.4

Obtener mediante el uso del análisis dimensional una expresión para la fuerza que un flujo fluido incompresible ejerce sobre un cuerpo sumergido en su seno. Determinar la fuerza que un viento de 60 km/h ejerce sobre la estructura prismática de la figura si el viento incide normalmente a una de sus caras sabiendo que el coeficiente de arrastre es $C_D = 2$. Condiciones del aire: $T = 2$C y $p = 0{,}95$ atm.



Solución:

1º) $C_D = \dfrac{F}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$ 2º) $F = 82{,}989,12$ N

Problema 3.5

Se diseña una bomba hidráulica para que impulse un caudal de 1900 l/s con una altura manométrica de 23 m y una velocidad de giro de 1800 rpm. ¿Cuales serán la altura manométrica y el caudal, en un punto semejante de funcionamiento, si se reduce la velocidad de giro a 1200 rpm?

Solución:

$H = 10{,}22$ m ; $Q = 1267$ m^3/s

Problema 3.6

Se precisa elevar agua mediante una bomba centrífuga multietapa formada por cuatro rodetes idénticos en serie, con un diámetro a la salida de 300 mm y una velocidad de giro de 1500 rpm. En los ensayos realizados en una bomba monoetapa de un solo rodete, geométricamente semejante a los anteriores, de 150 mm de diámetro se obtuvieron los siguientes resultados: $Q = 0{,}01$ m^3/s y $H = 20$ m para una velocidad de giro de 500 rpm y condición de máximo rendimiento. En el supuesto de considerar para las dos bombas condiciones de funcionamiento semejantes se pide determinar la altura y el caudal de descarga para la bomba multietapa en condición de máximo rendimiento.

Solución:

$\Delta p = 2880$ mca ; $Q = 0{,}24$ m^3/s

Problema 3.7

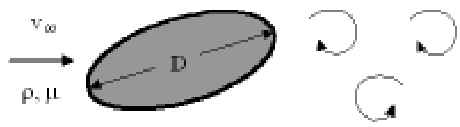
Determinar la expresión más sencilla de la potencia absorbida por una bomba hidráulica en función de sus variables de funcionamiento, suponiendo despreciables los efectos viscosos. Como aplicación numérica, determinar la potencia que absorbería una bomba hidráulica que funcionase con un caudal $Q_2 = 1000$ l/s y una velocidad de giro $n_2 = 2900$ rpm, sabiendo que ésta absorbe una potencia $W_1 = 49$ kW cuando funciona con un caudal $Q_1 = 500$ l/s y una velocidad de giro $n_1 = 1450$ rpm.

Solución:

$W = 392$ kW

Problema 3.8

Cuando una corriente fluida incompresible incide sobre un cuerpo bidimensional romo, se desprenden alternativamente del mismo torbellinos con una cierta frecuencia.



1º) Se pide utilizar el análisis dimensional para relacionar, en la forma más simplificada, dicha frecuencia de desprendimiento con los parámetros indicados en la figura y las características del fluido.

2º) Se hace un experimento en una corriente de agua de velocidad 1 m/s donde un cuerpo de tamaño 2 cm tiene una frecuencia de desprendimiento de 10 Hz. Se pide, suponiendo que la influencia del número de Reynolds es pequeña, calcular la velocidad del aire para la que habrá peligro de rotura por resonancia de una torre (de forma semejante al cuerpo ensayado) de 2 m cuando su frecuencia propia de vibración sea de 1 Hz.

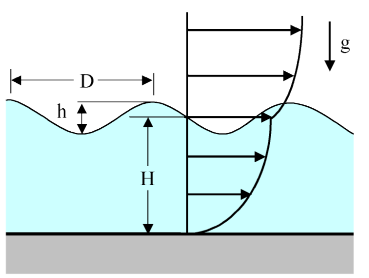
3º) Si la fuerza de arrastre medida en el modelo es de 10 N/m, calcular la fuerza de arrastre sobre la torre y el momento flector en la base, si la altura de la torre es de 30 m y la velocidad del viento corresponde a la de resonancia. Justificar porque no se tiene en cuenta el número de Reynolds. Tomar la densidad del aire igual a 1,25 kg/m^3.

Solución:

1º) $\dfrac{\nu D}{v_\infty} = \varphi\left(\dfrac{\rho v_\infty D}{\mu}\right)$ 2º) $v = 10$ m/s 3º) $F = 3750$ N ; $M =$ 56250 Nm

Problema 3.9

Utilizando el análisis dimensional, encontrar la expresión más simplificada posible que relacione la altura media del oleaje h, que produce el viento con las siguientes variables, de las que se supone depende: Profundidad del agua H, longitud horizontal típica D, influencia del viento representada a través del esfuerzo cortante sobre la superficie del agua τ_0, gravedad g y propiedades del líquido significativas.



Solución:

$\frac{h}{H} = \varphi\left(\dfrac{\sqrt{\tau_0/\rho}}{\sqrt{gH}}, \dfrac{\sqrt{\rho\tau_0}H}{\mu}, \dfrac{D}{H}\right)$

Problema 3.10

Se desea determinar la potencia del motor de un automóvil que se encuentra en fase de diseño. Para determinar la resistencia aerodinámica de la carrocería de dicho automóvil se ha construido un modelo a escala 1:5 que se ha ensayado en un túnel aerodinámico. Los resultados del ensayo son los siguientes: velocidad de ensayo 50 m/s, fuerza de resistencia 150 N y densidad aire 1,22 kg/m^3.

Según las especificaciones de diseño, el automóvil debe alcanzar una velocidad de 150 km/h en terreno llano, con un viento en contra de 30 km/h ya una temperatura de 0C. Se pide:

1º) Justificar la validez del ensayo

2º) Fuerza de resistencia aerodinámica del automóvil real

Supóngase presión atmosférica en ambos casos.

Solución:

2º) $F = 51468{,}19\,\mathrm{N}$

Problema 3.11

Se pretende estudiar una válvula muy pequeña dotada de un muelle para que la sección de paso del fluido se incremente al aumentar la diferencia de presiones entre los dos extremos de la válvula.

1º) Se trata de simplificar mediante el análisis dimensional la relación que liga el caudal que pasa por la válvula Q, con la diferencia de presiones Δp, la densidad del fluido ρ, su viscosidad μ, el tamaño de la válvula D y la constante elástica del muelle K.

2º) Se trata de ensayar un modelo a escala 5 veces mayor manteniendo las mismas diferencias de presión y densidad del fluido que en el prototipo original. Para ello se debe utilizar un fluido más viscoso ¿Cuánto deberá valer dicha viscosidad, en kg/m·s, si el fluido prototipo es agua? ¿Cuánto valdrán los caudales y la constante del muelle del modelo referidos a sus valores en el prototipo?

3º) Cómo se simplificaría el apartado primero si la viscosidad del fluido fuese dominante en el movimiento a través de la válvula.

Solución:

1º) $$\frac{Q}{D^2\sqrt{\Delta p/\rho}} = \varphi\left(\frac{\rho D\sqrt{\Delta p/\rho}}{\mu}, \frac{k}{\Delta p D}\right)$$

2º) $\mu_m = 5\times10^{-3}$ kg/ms ; $\mathrm{Q_m} = 25\mathrm{Q_p}$; $\mathrm{K_m} = 5\mathrm{K_p}$

3º) $$\frac{Q}{D^2\sqrt{\Delta p/\rho}} = \varphi\left(\frac{\rho D\sqrt{\Delta p/\rho}}{\mu}\right)$$

Problema 3.12

En el proceso de inyección de combustible líquido en un motor diesel (Figura a), el gasto G inyectado depende fundamentalmente de la geometría de la tobera, de sus dimensiones D y L, de las propiedades del fluido inyectado (ρ, μ,) y del fluido ambiente (ρ_a), así como de la presión manométrica de inyección p_i.

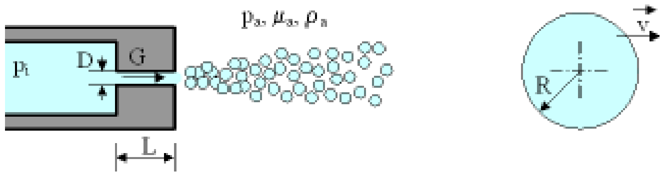


Figura a Figura b

1º) Teniendo en cuenta que en la inyección se produce un chorro de combustible atomizado, establecer la relación adimensional que exprese el gasto G en función de los parámetros anteriores, comentando cada uno de los parámetros adimensionales obtenidos.

2º) Obtener una relación análoga a la anterior para el caso de la inyección de un combustible gaseoso, sabiendo que la velocidad del sonido es c. Comentar también los parámetros obtenidos.

3º) La estabilidad de una gota de combustible se alcanza cuando la fuerza aerodinámica se equilibra con la fuerza debida a la tensión superficial (Figura b). Expresando la fuerza aerodinámica en función del coeficiente de arrastre C_D hallar la expresión del radio crítico para el cual se alcanza la estabilidad de la gota de combustible.

Solución:

1º) $$\frac{G}{\rho\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}D^2} = \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{\rho\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}D}{\mu}, \frac{\Delta p\, D}{\sigma}, \frac{\rho_a}{\rho}\right)$$

2º) $$\frac{G}{\rho\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}D^2} = \varphi\left(\frac{L}{D}, \frac{\rho\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}D}{\mu}, \frac{\rho_a}{\rho}, \frac{\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}}{c}\right)$$

3º) $$R = \frac{4\sigma}{C_D\rho_a v^2}$$

Problema 3.13

1º) A partir de las ecuaciones generales de la mecánica de fluidos justificar las magnitudes de que depende la fuerza que actúa sobre una esfera que se mueve con velocidad constante en el seno de un fluido. Se supondrá que la esfera tiene una temperatura constante T_0 y un peso despreciable.

2º) Mediante el análisis dimensional simplificar la relación anterior.

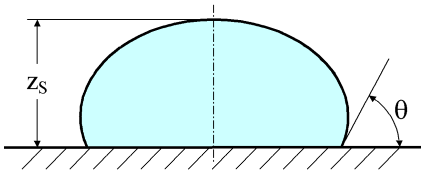
3º) Hallar la expresión anterior para el caso de que el fluido fuese un líquido

4º) Como quedaría la relación anterior en el caso de que el fluido fuese un líquido ideal.

Solución:

Problema 3.14

La superficie de separación con el ambiente de una gota líquida de volumen V, depositada sobre una superficie plana horizontal, toma una forma axilsimétrica y se define mediante la coordenada z_s. Sabiendo que la superficie forma con la horizontal un ángulo θ, calcular:



1º) Expresión de z_s en función de los parámetros de que depende.

2º) Simplificar la expresión del apartado anterior haciendo uso del análisis dimensional. Comentar los parámetros obtenidos.

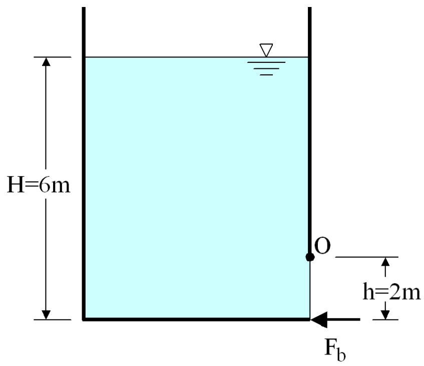
3º) Si se quisiera estudiar la forma de gotas de volúmenes del orden de 1 mm^3 con modelos de mayor escala utilizando el mismo líquido, ¿Que parámetro limitaría la máxima escala podría emplearse? Justificar la respuesta.

Solución:

1º) $Z_S = f(\theta, \rho, V, g, \sigma)$ 2º) $\dfrac{Z_S}{V^{\frac{1}{3}}} = \varphi\left(\theta, \dfrac{V^{2/3}\rho g}{\sigma}\right)$ 3º) $\dfrac{V^{2/3}\rho g}{\sigma}$

Problema 3.15

En un tanque de almacenamiento de aceite la densidad varía linealmente con la profundidad debido a que la temperatura del aceite no es uniforme. La densidad en la superficie libre es de 720 kg/m^3 y en la base del tanque es de 750 kg/m^3. En una de las paredes laterales del tanque existe una compuerta que puede girar entorno a una arista horizontal O. Las dimensiones de la compuerta son 2×2 m.



1º) Calcúlese el módulo fuerza F_b que habría que realizar sobre la compuerta para que ésta permaneciera cerrada.

Se desea estudiar mediante análisis dimensional la velocidad límite de caída a través del aceite de las gotas de lluvia que inciden sobre la superficie del depósito. Hallar la relación más sencilla que liga esta velocidad límite con los parámetros de que depende si:

2º) no existe ningún gradiente de temperatura en el depósito.

3º) existe el gradiente de temperaturas del apartado 1º.

Comentar los parámetros adimensionales obtenidos:

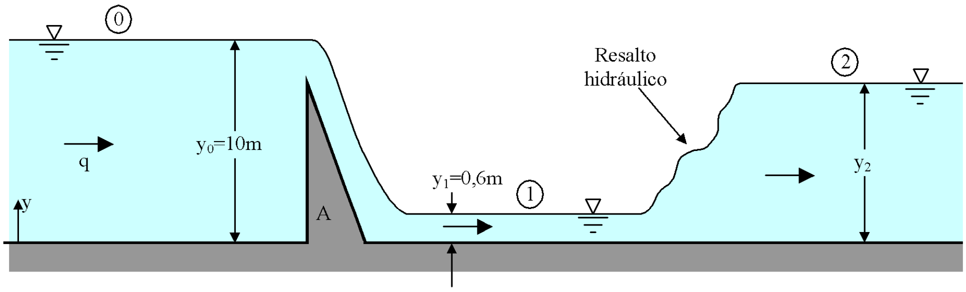
Solución:

1º) $F_b = 77662{,}65$ N

2º) $\dfrac{v_L}{v_{1N1}} = f\left(\dfrac{\rho_W}{\rho_a}, \dfrac{\rho v_{1N1} d}{\mu}, \dfrac{v_{1N1}^2}{gd}, \alpha\right)$

Problema 3.16

En el canal de la figura el agua rebosa por el vertedero A. La profundidad aguas arriba del rebosadero es $y_0 = 10$ m y aguas abajo del mismo, donde el fondo es horizontal, es $y_1 = 0{,}6$ m. Las pérdidas debidas al rebosadero son el 14,5 % de la energía aguas arriba del mismo. El flujo en la sección 1 es supercrítico y se produce un fenómeno denominado resalto hidráulico en el cual los efectos disipativos son importantes y el flujo pasa a subcrítico aumentando la profundidad.



Suponiendo flujo estacionario, velocidades uniformes en las secciones 0, 1 y 2, y que la fricción con el fondo en los tramos horizontales es despreciable, calcúlese:

1º) El caudal por unidad de ancho, q.

2º) La fuerza horizontal sobre el vertedero A.

3º) Expresar y_2 en función de y_1 y q. Calcúlese su valor.

4º) El incremento de temperatura del agua debidos al resalto hidráulico.

5º) Se desea estudiar el flujo en el canal mediante un modelo a escala 1:20, ¿qué caudal q_M debería circular por el modelo?

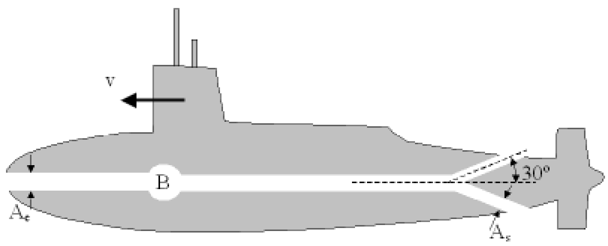
Solución:

1º) $q = 6{,}757$ m^3/ms 2º)$F = 416705$ N/m 3º)$y_2 = 3{,}6522$ m

4º)$\Delta T = 0{,}00796$C 5º)$q = 0{,}07555$ m^3/ms

Problema 3.17

Un submarino de sección transversal cuasi cilíndrica se mueve horizontalmente con una velocidad constante v. Para ello utiliza una bomba interior que toma agua por la parte anterior del submarino mediante un conducto de sección $A_e = 0{,}3$ m^2, y la expulsa por su parte posterior por dos conductos inclinados 30°, cada uno de sección $A_s = 0{,}1$ m^2. Véase alzado en figura.



1º) Utilizar el análisis dimensional para obtener la relación más sencilla que liga la fuerza de resistencia al avance del submarino con las variables de las que depende en los siguientes casos:

a) cuando el submarino navega en superficie.

b) cuando el submarino navega en inmersión a una profundidad h.

2º) Suponiendo que el coeficiente hidrodinámico de resistencia al avance referido al diámetro de la sección transversal $D = 5\,\text{m}$ es 0,8; hallar el caudal que debe impulsar la bomba para que el submarino viaje sumergido a una velocidad $v = 15$ m/s.

3º) Si el rendimiento de la bomba es de un 90 %, calcular la potencia de accionamiento necesaria para mantener la velocidad.

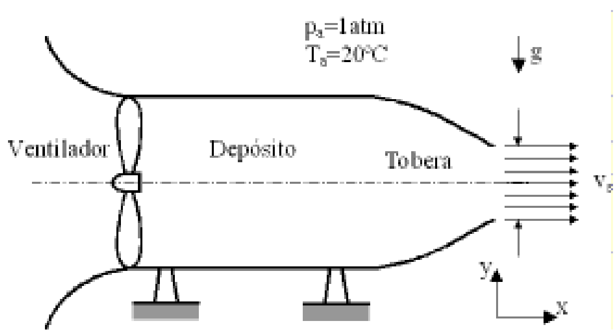
Solución:

1º) a) $C_D = f(Re, Fr, \frac{H}{D})$ b) $C_D = f(Re)$ 2º) $Q = 47{,}51$ m^3/s

3º) $W = 37500$ kW

Problema 3.18

El sistema utilizado para evitar que la lluvia manche la lente de un telescopio es una cortina protectora de aire paralela a la lente, que rompe y arrastra las gotas de lluvia. Para estudiar este sistema se ha construido la instalación mostrada en la figura compuesta por un túnel de viento de sección rectangular (genera un chorro plano bidimensional) de espesor $b = 3$ cm, ancho normal al papel $L = 1$ m y $v_s = 70$ m/s. Calcular:



1º) Si el ventilador tiene un rendimiento del 70 %, su potencia de accionamiento.

2º) Fuerza horizontal que ejerce el aire a su paso por el ventilador, depósito y tobera.

3º) Velocidad de caída libre u de una gota de agua de diámetro $D = 2$ mm antes de impactar con la cortina de aire, sabiendo que el coeficiente de arrastre aerodinámico $C_D = 0{,}6$.

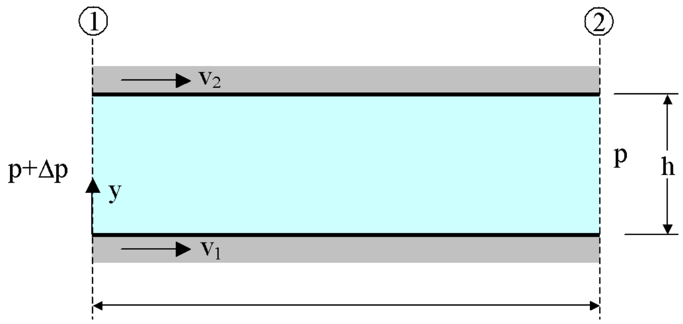
4º) Se pretende estimar el tamaño de gota d, en las que se ha fraccionado la gota de $D = 2$ mm una vez que ha interaccionado con la cortina de aire, suponiendo que nada más entrar en contacto con dicha cortina, la gota se fracciona instantáneamente en gotas de tamaño d.

a) Suponiendo que d, solo depende de la velocidad relativa entre la gota y el chorro, v_r, la densidad del aire ρ_a y la tensión superficial agua aire σ; buscar una ley adimensional que exprese d en función de estos parámetros.

b) Para ajustar las posibles constantes de esta ley se realiza el siguiente ensayo: para una $v_r = 5$ m/s, densidad de 1,22 kg/m^3 y tensión superficial 30 dinas/cm el valor del máximo diámetro es 2,95 mm. Calcular el diámetro d.

Problema 4.1

Encontrar el perfil de velocidad del movimiento unidireccional laminar de un fluido entre dos placas paralelas que deslizan, la de arriba con una velocidad v_2 y la de abajo con una velocidad v_1. En la sección de entrada la presión en $p+\Delta p$, siendo la presión p en la sección de salida. Dimensiones geométricas en la figura.

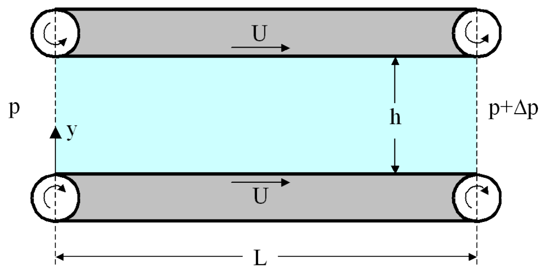


Solución:

$$u = \frac{1}{\mu L}\Delta p \frac{y}{2}(h-y) + \frac{v_2 - v_1}{h} y + v_1$$

Problema 4.2

El aparato de la figura consta de dos cintas transportadoras que se mueven con una velocidad u y están uniformemente separadas una distancia h. Estas cintas arrastran un fluido por viscosidad venciendo un incremento de presión Δp. Determinar el caudal por unidad de anchura que suministra esta bomba viscosa. Suponer el movimiento entre las cintas laminar, unidireccional, estacionario y con viscosidad dominante. Dar los criterios necesarios para que se cumplan estas condiciones.

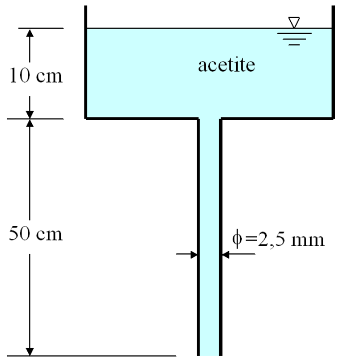


Solución:

$$q = uh - \frac{\Delta p}{\mu L}\frac{1}{12}h^3$$

Problema 4.3

Un tipo común de viscosímetro para líquidos consiste en un depósito relativamente grande con un tubo de descarga largo y muy estrecho. Si el líquido es aceite de densidad constante y el caudal con que se vacía es de $15\,\mathrm{cm}^3$ por minuto, ¿cuál es la viscosidad cinemática del líquido? Se supondrá flujo laminar permanente ya que se considera que la variación del nivel del depósito es despreciable en el tiempo utilizado para la medición del caudal.



Solución:

$v = 0{,}4514\,\mathrm{cm}^2/\mathrm{s}$

Problema 4.4

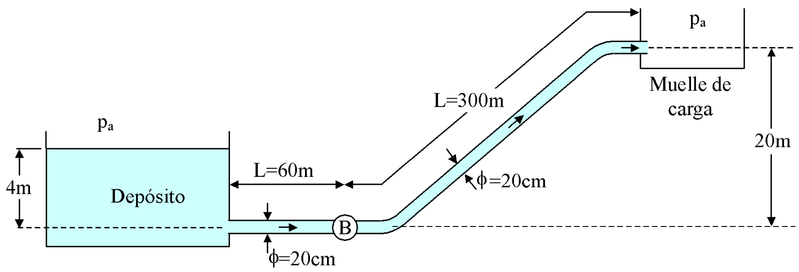
En una industria se debe conducir un fluido pastoso ($\mu =$ 2poises, $\rho = 1{,}2\,\mathrm{gr/cm}^3$) desde un depósito abierto de almacenamiento hasta un muelle de carga. Para ello se dispone de un sistema de tuberías y una bomba, cuyas dimensiones se indican en la figura. El caudal que se desea trasvasar vale $7{,}5\,\mathrm{l/s}$. Suponiendo movimiento laminar con viscosidad dominante y que las pérdidas secundarias son despreciables, calcular:

1º) Presiones manométricas a la entrada y salida de la bomba expresadas en $\mathrm{kg/cm}^2$.

2º) Potencia del motor de accionamiento de la bomba suponiendo un rendimiento total de ésta de 0,6.

3º) Expresar matemáticamente la distribución de velocidades en la sección transversal de la tubería.

4º) Justificar las hipótesis adoptadas en el enunciado del problema.



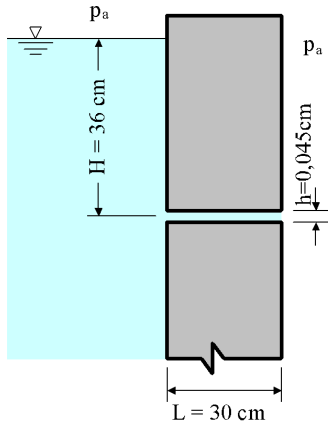
Solución:

1º) $p_e = 0{,}48\,\mathrm{kg/cm}^2$; $p_s = 2{,}54\,\mathrm{kg/cm}^2$

2º) $W = 2{,}52619\,\mathrm{kW}$

3º) $v = 2v_m \left(1 - \dfrac{r^2}{r_0^2}\right) = 0{,}477\left(1 - 100v^2\right)$

Problema 4.5



Una pared de $L = 30\,\text{cm}$ de anchura es utilizada para retener agua tal como se indica en la figura. A una profundidad $H = 36\,\text{cm}$ bajo la superficie libre del agua se produce una grieta de $0{,}045\,\text{cm}$ de altura en toda la anchura de la pared y sobre una envegadura de $b = 8{,}65\,\text{m}$. Determinar, suponiendo flujo viscoso y laminar en la grieta:

1º) La velocidad media, el caudal y la velocidad máxima del agua a través de la grieta.

2º) El número de Reynolds

3º) Justificar la hipótesis de flujo unidireccional y laminar.

4º) Calcular el incremento de temperatura del agua a través de la grieta por disipación viscosa.

Nota: Tomar como viscosidad del agua $\mu = 10^{-3}\,\text{kg/ms}$ y como densidad $\rho = 1000\,\text{kg/m}^3$.

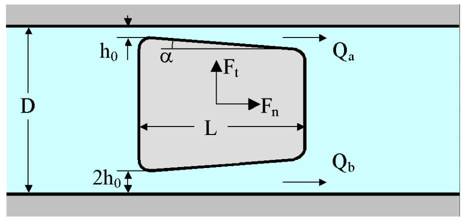
Solución:

1º) $u_m = 0{,}1986\,\text{m/s}$; $Q = 7{,}72 \times 10^{-4}\,\text{m}^3/\text{s}$; $u_{max} = 0{,}298\,\text{m/s}$

2º) $Re = 89{,}1$

4º) $\Delta T = 0{,}844 \times 10^{-3}\,\text{C}$

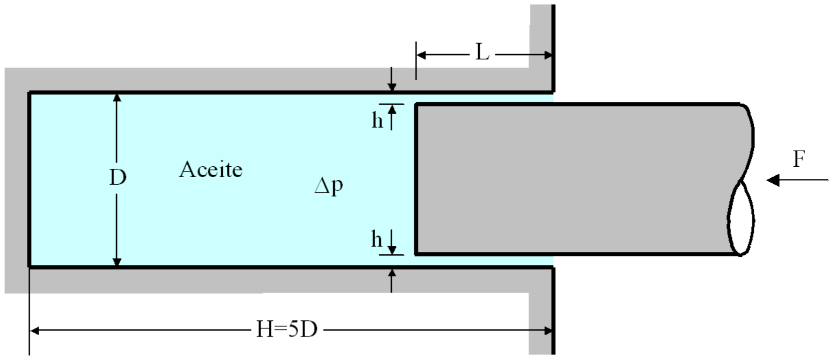
Problema 4.6



Calcular el flujo volumétrico $Q = Q_a + Q_b$ por unidad de envergadura de un líquido de densidad ρ y viscosidad μ que fluye a través de los estrechamientos que en un conducto bidimensional deja la pieza trapezoidal de la figura. Las caras laterales forman un ángulo a con las paredes del conducto y dejan los juegos h_0 y $2h_0$ a la entrada. Suponer que a y h_0 son lo suficientemente pequeños como para que las fuerzas de viscosidad sean dominantes. Dar el criterio necesario correspondiente. Calcular también la distribución de presiones a lo largo de los juegos entre pieza y pared y las fuerzas normal F_n y transversal F_t sobre la pieza.

Problema 4.7

Un pistón como el indicado en la figura desliza a través de un cilindro de diámetro $D = 10\,\text{cm}$ con una holgura entre cilindro y pistón de $h = 1\,\text{mm}$. Inicialmente el cilindro y la holgura del pistón con el cilindro están llenos de un lubricante de densidad $1\,\text{g/cm}^3$ y viscosidad 10 poises. El cilindro es empujado con una fuerza constante $F = 1000\,\text{kgf}$ y al desplazarse provoca que el lubricante salga a través de la ranura. En el instante inicial la longitud del pistón dentro del cilindro es $L_0 = 10\,\text{cm}$.



(*) Hipótesis: Flujo en la ranura unidireccional, laminar y cuasi estacionario, fuerzas viscosas sobre el pistón despreciables frente a la presión en la base del mismo, velocidad de desplazamiento del pistón despreciable frente a la velocidad del fluido en la ranura y fuerzas másicas despreciables.

Se pide:

1º) Calcular el caudal de lubricante que se escapa en el instante inicial.

2º) Hallar la variación en función del tiempo de la longitud L del pistón dentro del cilindro.

3º) Justificar las hipótesis (*) empleadas.

Solución:

1º) $Q = 0{,}327\,\text{l/s}$ 2º) $\dfrac{dL}{dt} = K\dfrac{1}{L}$ con $K = \dfrac{\Delta p\, h^3}{12\mu\left(\frac{D}{4} - h\right)}$

Problema 4.8

Un tubo cilíndrico horizontal de pared elástica y radio R_2 se estrecha mediante una abrazadera rígida A de longitud L_0 y radio interior R_1. Desplazando la abrazadera con una velocidad v se consigue un sistema peristáltico que permite bombear líquido desde una presión p a otra $p + \Delta p$ a lo largo del tubo, como se indica en la figura.

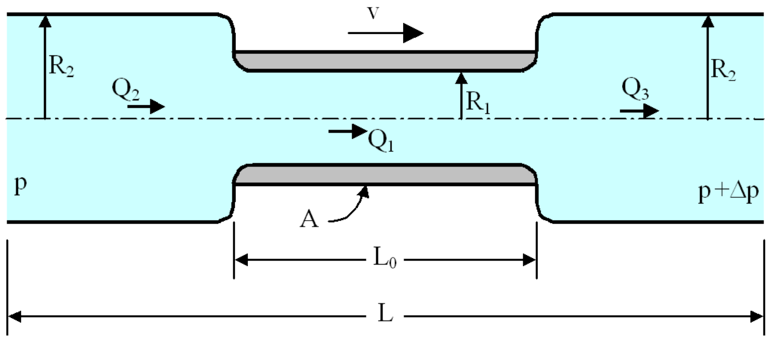
Dadas las propiedades del líquido (ρ, μ), las dimensiones (L, L_0, R_1, R_2) y la presión p, y supuesto un movimiento del líquido laminar unidireccional se pide:

1º) La relación entre los caudales Q_1, Q_2 y Q_3.

2º) La relación entre los caudales anteriores y el Δp.

3º) Valor de Δp que hace Q_1 cero.

Solución:

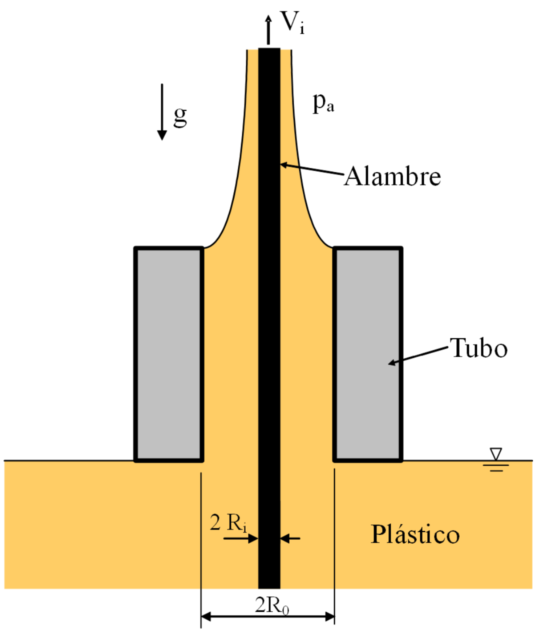


1º) $Q_2 = Q_3$; $Q_1 = Q_2 + v(A_1 - A_2)$ 2º) $\Delta p = \dfrac{8\mu Q_1}{\pi R_1^4} L_0 + \dfrac{8\mu Q_2}{\pi R_2^4}(L - L_0)$

3º) $\Delta p = \dfrac{8\mu v\,(L - L_0)}{R_2^2}\left[1 - \left(\dfrac{R_1}{R_2}\right)^2\right]$

Problema 4.9

En un proceso de fabricación de cables eléctricos, un alambre de cobre de $R_i = 2\,\mathrm{mm}$ es forzado a pasar por el interior de un tubo largo de radio $R_0 = 5\,\mathrm{mm}$. El tubo esta colocado verticalmente y el alambre se mueve con una velocidad ascendente v_i según el eje del tubo. La holgura entre el tubo y el alambre esta ocupada por plástico fundido de densidad $1000\,\mathrm{kg/m^3}$ y viscosidad $2\,\mathrm{N\cdot s/m^2}$. De tal forma que cuando el alambre abandona el tubo esta recubierto de una lámina de plástico que al enfriarse solidifica.



1º) Suponiendo flujo laminar unidireccional en la holgura determinar la distribución radial de velocidad.

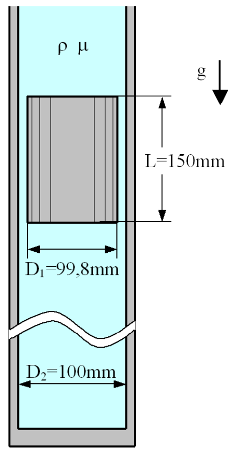
2º) Determinar la velocidad v_i a la que deberá ser traccionado el alambre para que el espesor de la capa de plástico sea de $e = 0{,}1\,\mathrm{mm}$.

3º) Justificar las hipótesis del apartado primero.

Solución:

1º) $u = \dfrac{\rho g}{4\mu}\left(r^2 - R_0^2\right) + \left[V_i + \dfrac{\rho g}{4\mu}\left(R_0^2 - R_i^2\right)\right]\dfrac{\ln\frac{R_0}{r}}{\ln\frac{R_0}{R_i}}$ 2º) $V_i = 3{,}879\,\mathrm{mm/s}$

Problema 4.10

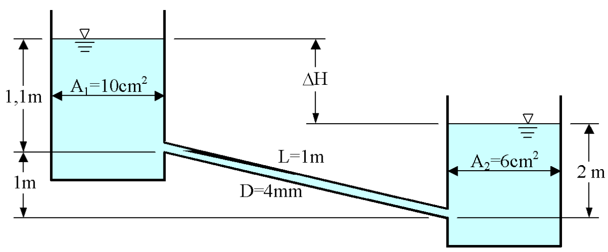


Para determinar la viscosidad de un líquido de densidad $800\,\mathrm{kg/m^3}$ se llena un tubo largo con el líquido y se deja caer un cilindro macizo de $5\,\mathrm{kg}$ que desliza en el interior del tubo con una holgura de 0,1 mm. Si la velocidad de descenso del cilindro se estabiliza en 0,02 m/s, ¿cuál es la viscosidad del líquido?

Solución:

$$\mu = \frac{g\left(m - \rho L \frac{\pi D_1^2}{4}\right)}{\frac{v_b \pi L D_1}{h}\left[\frac{3D_1}{2h}\left(\frac{D_2^2}{2D_1 h} - 1\right) + \left(\frac{3D_2^2}{2D_1 h} - 2\right)\right]}$$

Problema 4.11



Dos depósitos están comunicados por una tubería de longitud $L = 1\,\mathrm{m}$ y diámetro $D = 4\,\mathrm{mm}$. Los depósitos están llenos de un fluido de viscosidad $\mu = 0{,}1$ poise y $\rho = 1\,\mathrm{g/cm^3}$. En el instante inicial la diferencia de los niveles de líquido es $\Delta H = 10\,\mathrm{cm}$. Suponiendo flujo laminar, unidireccional y cuasipermanente:

1º) Calcular el caudal que circula por el conducto en el instante inicial.

2º) Calcular la variación temporal de la diferencia de niveles, $\frac{d\Delta H}{dt}$ y en particular el tiempo t_1 necesario para que $\Delta H = 5\,\mathrm{cm}$.

3º) Comprobar la validez de todas las hipótesis efectuadas.

Problema 4.12

1º) Por un tubo circular de radio R fluye un caudal volumétrico de sangre Q. Las células de sangre se concentran y fluyen cerca del centro del tubo, mientras que el fluido libre de células (plasma) fluye en la región exterior. La parte central de radio R_c tiene una viscosidad de μ_c, y el plasma tiene una viscosidad μ_p. Suponga flujo laminar totalmente desarrollado tanto para el flujo central como para el plasma. Demuestre que la viscosidad aparente definida como: $\mu_{ap} \equiv \frac{\pi R^4 \Delta p}{8LQ}$ tiene la siguiente expresión:

$$\mu_{ap} = \frac{\mu_p}{1 - \left(\frac{R_C}{R}\right)^4 \left(1 - \frac{\mu_p}{\mu_C}\right)}$$

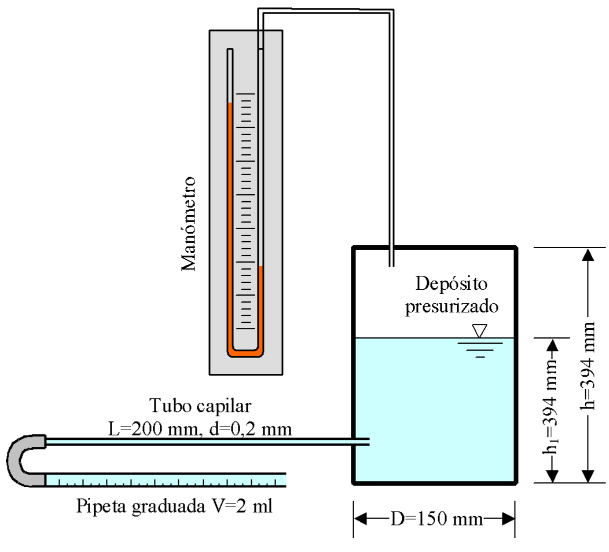
2º) Una persona está donando sangre. La bolsa de 0,568 litros de capacidad en donde se recoge la sangre está inicialmente aplastada y a presión atmosférica. Desprecie la masa inicial de aire en el tubo de plástico de 1,22 m de longitud y 3,175 mm de diámetro interior, que conduce la sangre hasta la bolsa. La presión sanguínea promedio en la vena es de 40 mm Hg por encima de la atmosférica. La aguja tiene un diámetro interno de 1,53 mm y una longitud de 5,08 cm. La bolsa está a 30,48 cm por debajo de la entrada de la aguja. Suponga que la sangre tiene una densidad relativa de 1,06 y una viscosidad aparente de $4{,}788 \times 10^{-3}$ N s/m^2 tanto en la aguja como en el tubo de plástico. Determina el tiempo requerido de donación (desde que la primera gota de sangre llega a la bolsa hasta que se llena) justificando la hipótesis realizadas.

Solución:

2º) $t = 4'36''$

Problema 4.13

Un viscosímetro muy utilizado en la práctica consta de las siguientes partes: un pequeño depósito de altura $h = 394$ mm y diámetro $D = 150$ mm, un tubo capilar de diámetro interior $d = 0{,}2$ mm y longitud $L = 200$ mm, un pequeño tubo calibrado de 2 ml de volumen y un manómetro de columna de mercurio. Con el fin de determinar la viscosidad del líquido, éste es sometido a cierta presión, produciéndose un flujo a través del conjunto de conductos. La presión del depósito se mide con el manómetro de mercurio y el caudal de líquido se determina midiendo el tiempo que tarda en llenarse la pipeta graduada. Calcular:



1º) La viscosidad del líquido si: la diferencia de alturas entre las columnas de mercurio en el manómetro es de 300 mm, el tiempo que tarda en llenarse el tubo calibrado de 2 ml ha sido de 4,2 minutos y la altura inicial de líquido en el depósito es de 100 mm.

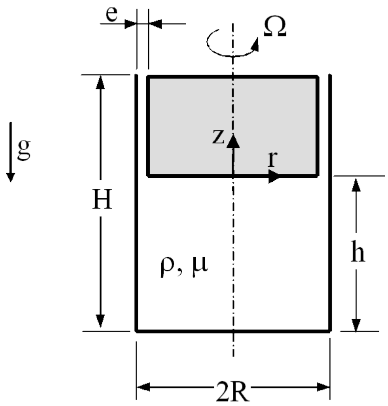
2º) Justificar las hipótesis empleadas.

3º) El tiempo que tarda en vaciarse el depósito suponiendo que está herméticamente cerrado y que el proceso de expansión del aire en su interior es isotermo. Suponer en este caso que el fluido que circula es agua. Nota: Despreciar las fuerzas másicas.

Solución:

Problema 4.14

Un recipiente cilíndrico de radio R y altura H está lleno de líquido, de densidad ρ y viscosidad μ, hasta una altura h. Sobre el líquido se encuentra un pistón sólido de peso W. El conjunto gira sobre su eje con una velocidad angular Ω. La presión ambiente es p_a.



1º) Calcular la presión en la base del cilindro.

2º) Si la holgura entre el cilindro y el pistón es e ($e \ll R$), calcular el caudal de líquido fugado.

3º) ¿Que aproximaciones habría que justificar?

Hipótesis: Flujo en la holgura unidireccional, laminar y cuasi-estacionario, fuerzas viscosas sobre el pistón despreciables frente a las de presión y velocidad de desplazamiento del pistón despreciable frente a la velocidad del fluido en la holgura.

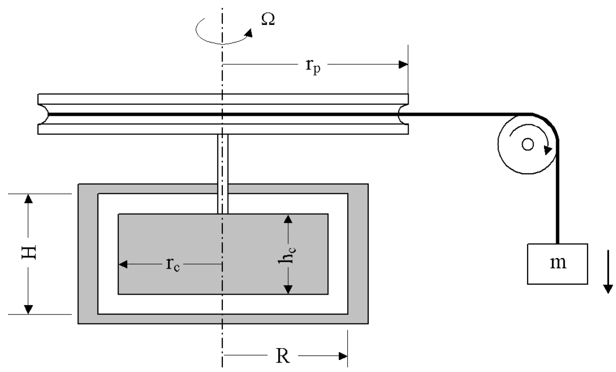
Solución:

1º) $p(r,-h) = p_a + \dfrac{W}{\pi R^2} + \rho \dfrac{\Omega^2}{2}\left(r^2 - \dfrac{R^2}{2}\right) + \rho g h$

2º) $Q = \dfrac{2\pi R e^3}{12\mu\,(H-h)}\left[\dfrac{W}{\pi R^2} + \rho\dfrac{\Omega^2 R^2}{4} - \rho g\,(H-h)\right]$

Problema 4.15

El viscosímetro de cilindros coaxiales representado en la figura consta de un cilindro de acero inoxidable, de radio r_c y altura h_c, totalmente inmerso en el fluido cuya viscosidad se quiere medir. Puede girar dentro de una cámara cilíndrica debido al peso mg y a un hilo guiado por dos poleas, una de las cuales va solidaria al cilindro. Al cabo de un cierto tiempo se alcanza una velocidad de giro estacionaria, Ω. Como $R - r_c \ll r_c$, se admite que entre la pared fija y la móvil el perfil de velocidad es lineal. Suponer que las poleas no tienen fricción y que el diámetro del vástago que une la polea grande con el cilindro móvil es despreciable.



1º) Determinar el esfuerzo cortante del fluido sobre la superficie curva del cilindro móvil y el par correspondiente sobre el cilindro en función de los datos de la figura y la viscosidad del fluido.

2º) Determinar el esfuerzo cortante del fluido sobre las caras planas del cilindro móvil y el par correspondiente sobre dicho cilindro en función de los datos de la figura y la viscosidad.

3º) Determinar la viscosidad del fluido en función de los datos de la figura.

4º) Aplicación numérica: $\Omega = 3\,\mathrm{rad/s}$; $m = 1\,\mathrm{kg}$; $r_c = 20\,\mathrm{cm}$; $h_c = 20\,\mathrm{cm}$; $R = 20{,}2\,\mathrm{m}$; $H = 20{,}4\,\mathrm{cm}$ y $r_p = 30\,\mathrm{cm}$.

Solución:

1º) $\tau = -\frac{\mu\,\omega}{R-r_c}\,r_c \qquad M = -\frac{2\pi\,\mu\,\omega}{R-r_c}\,r_c^3\,h_c$

2º) $\tau = -\frac{2\,\mu\,\omega}{H-h_c}\,r \qquad M = -\frac{2\,\pi\,\mu\,\omega}{H-h_c}r_c^4$

3º) $\mu = \dfrac{mg\,r_p}{2\,\pi\,\omega\,r_c^3\left(\frac{h_c}{R-r_c} + \frac{r_c}{H-h_c}\right)}$

4º) $\mu = 0{,}13\,\mathrm{kg\,m^{-1}s^{-1}}$

Problema 4.16

Un depósito (I) de área $A_1 = 0{,}01\,\mathrm{m}^2$ lleno de agua hasta una cierta altura h descarga a través de un tubo de sección circular de radio $R = 0{,}1\,\mathrm{mm}$ de manera que el agua circula por él a una velocidad media $v_0 = 0{,}1226\,\mathrm{m/s}$ (figura 1). Calcular

1º) El caudal de agua en el interior del conducto.

2º) El perfil de velocidades en el interior del conducto.

3º) La altura h del agua en el depósito.

La salida del conducto mencionado se conecta a otro depósito (II) de área $A_2 = A_1/4$ y altura $H = h/5$ (figura 2)

4º) Determinar el tiempo que tardará en llenarse dicho depósito (II)

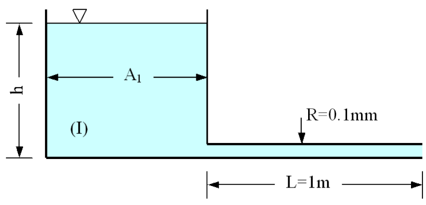


Figura 1

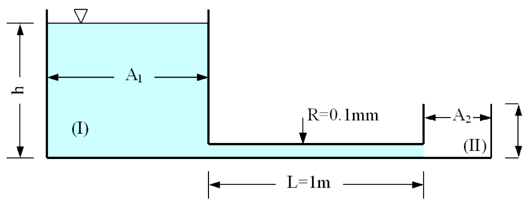


Figura 2

Solución:

1º) $Q = 3{,}85 \times 10^{-9}\,\mathrm{m^3/s}$

2º) $u = 0{,}2452 - 2452 \times 10^4 r^2\,\mathrm{m/s}$

3º) $h = 10\,\mathrm{m}$

4º) 415 h 17 min 33 s

Problema 4.17

Se asume que la arteria aorta es inelástica y por ella circula un flujo continuo de sangre, siendo el caudal medio $100\,\mathrm{cm^3/s}$. Las propiedades de la sangre son: $\mu = 0{,}035\,\mathrm{Ns/m^2}$ y $\rho = 1060\,\mathrm{kg/m^3}$. La aorta tiene un diámetro $D = 25\,\mathrm{mm}$ y una longitud $L = 30\,\mathrm{cm}$. Se pide:

1º) Verificar si se cumplen las condiciones de unidireccionalidad y estabilidad de la corriente en la aorta. Así mismo proponer una condición para el tiempo característico del flujo que garantice la estacionariedad

En primera aproximación se puede asumir que el comportamiento de la sangre en la aorta se aproxima a una corriente de Hagen-Poiseuille.

2º) Determinar la expresión analítica del perfil de velocidades en la sección transversal de la aorta y representarla gráficamente

3º) Calcular la fuerza que el fluido ejerce sobre las paredes de la aorta por dos métodos:

a) a partir de los esfuerzos cortantes sobre la pared

b) aplicando la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

4º) Evaluar la potencia disipada entre la entrada y la salida de la aorta

Se pretende utilizar el análisis dimensional para estudiar el gradiente de presión reducida que sufre el fluido en función de los parámetros influyentes en el problema.

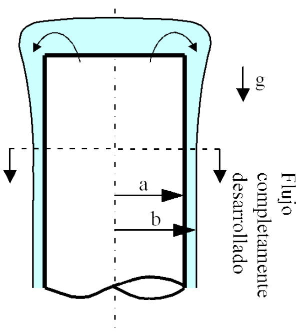
5º) Dar una expresión simplificada del gradiente de presión reducida cuando el flujo sea pulsante, debido a la frecuencia de bombeo del corazón, en vez de continuo. Identificar los parámetros adimensionales obtenidos, indicando su significado físico.

6º) Se construye un modelo escala 1:1 de la aorta para estudiar su comportamiento utilizando agua en vez de sangre. Determinar el caudal y la frecuencia de bombeo que deberían utilizarse para que exista semejanza con el comportamiento de la sangre en la aorta. Determinar igualmente el gradiente de presión reducida que se obtendrá en los experimentos.

Solución:

Problema 4.18

Por el interior de un cilindro vertical fluye un caudal constante de agua hacia arriba que produce un desbordamiento estacionario. El resultado es una capa delgada de agua cayendo por la superficie lateral exterior del cilindro. Suponiendo flujo laminar y que $a \gg (b - a)$, hallar en función de a (radio exterior del cilindro), b (radio exterior de la capa de agua) y de las propiedades del fluido:



1º) la distribución de velocidad en la capa de agua cuando el flujo está completamente desarrollado, justificando las hipótesis realizadas, y

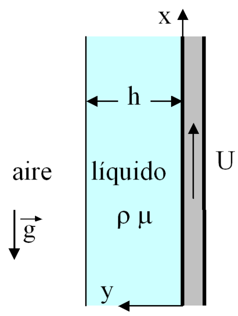
2º) una expresión para el caudal que fluye por la tubería en función del resto de parámetros del problema.

Solución:

1º) $v = \dfrac{\rho g}{2\mu}\left(\dfrac{a^2 - r^2}{2} + b^2 \ln \dfrac{r}{a}\right)$ 2º) $Q = \dfrac{\pi \rho g}{8\mu}\left[b^4\left(4\ln\dfrac{b}{a} - 3\right) + 4a^2b^2 - a^4\right]$

Problema 4.19

Una cinta transportadora se mueve verticalmente con una velocidad U arrastrando un líquido de densidad ρ y viscosidad μ, que forma una capa de espesor uniforme h. En todo el campo fluido la presión es uniforme e igual a la ambiente. Se pide, en el supuesto de movimiento estacionario, laminar, unidireccional, bidimensional e incompresible, calcular la distribución de velocidades y el caudal suponiendo que la viscosidad del aire en es nula.



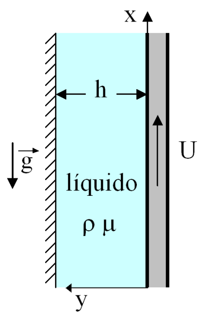
Solución:

1º) $v = \dfrac{\rho g}{\mu}\left(\dfrac{y^2}{2} - hy\right) + U$

2º) $q = Uh - \dfrac{\rho g}{3\mu}h^3$

Problema 4.20

Una cinta transportadora se mueve verticalmente con una velocidad U arrastrando un líquido de densidad ρ y viscosidad μ, que ocupa totalmente el hueco entre la cinta y la pared paralela situada a una distancia h de ésta. En el supuesto de movimiento estacionario, laminar, unidireccional, bidimensional e incompresible, calcular el valor de h para que el flujo de líquido arrastrado sea nulo.

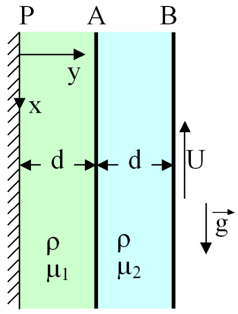


Solución:

$h = \sqrt{\dfrac{6\mu U}{\rho g}}$

Problema 4.21

Entre la pared P y la placa A hay un líquido de densidad ρ y viscosidad μ_1 y entre la placa A y la B hay otro líquido con la misma densidad pero con una viscosidad μ_2. La separación en ambos casos es d. ¿Cuál debe de ser la velocidad de la placa B para que la A no se mueva? Supóngase que la placa A no tiene ni espesor ni peso.



Solución:

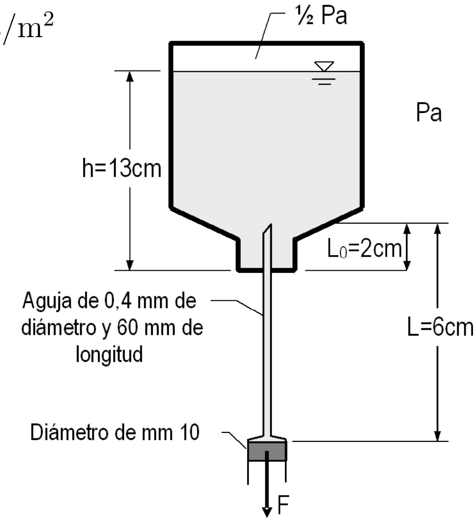
$$U = \frac{\rho g d^2}{\mu_2}$$

Problema 4.22

Para llenar la aguja hipodérmica de la figura con un líquido de densidad relativa 0.93 y viscosidad de $0{,}60\,\mathrm{Ns/m^2}$ se realiza una fuerza $F = 10\,\mathrm{N}$.

1º) Calcula el caudal que entra por la aguja si el pistón se mueve sin fricción.

2º) ¿Cuál será la máxima fuerza F que se puede realizar sin que aparezca cavitación?



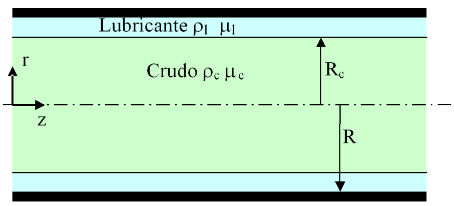
Solución:

1º) $9{,}1127 \times 10^{-6}\,\mathrm{m^3 s^{-1}}$

2º) $F = 7{,}958\,\mathrm{N}$

Problema 4.23

Se pretende impulsar crudo a largas distancias a través de una tubería. El problema es que al tener una elevada viscosidad, el caudal es bastante reducido. Una posible solución es lubricar la tubería con una capa de un líquido inmiscible, de densidad similar pero de viscosidad menor, que rodee al crudo impidiendo el contacto con la pared de la tubería. Se considera una tubería circular de radio R y longitud L, cuyo núcleo de radio R_c, está ocupado por el crudo de viscosidad μ_c. Se decide utilizar un fluido lubricante de viscosidad μ_l. Dada una diferencia de presiones ΔP entre los extremos de la tubería, determinar:



1º) La expresión analítica de los perfiles de velocidad de ambos fluidos: crudo y lubricante, respecto a los ejes indicados en la figura.

2º) Los caudales de crudo y lubricante impulsados por la tubería.

3º) El radio del núcleo de crudo R_c que maximiza el caudal de crudo impulsado.

Cuando las dimensiones de la tubería son $R = 10\,\mathrm{cm}$ y $L = 100\,\mathrm{m}$, las propiedades del lubricante y del crudo $\mu_l = 0{,}01\,\mathrm{kg\,m^{-1}s^{-1}}$, $\mu_c = 0{,}1\,\mathrm{kg\,m^{-1}s^{-1}}$ y $\rho_c = \rho_l = 1000\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ y la diferencia de presión entre los extremos de la tubería es $\Delta P = 100\,\mathrm{Pa}$, se pide:

4º) Calcular los caudales de crudo y lubricante para el radio del núcleo de crudo del apartado 3º.

5º) Verificar las condiciones necesarias para que sea válida la resolución de los apartados anteriores.

6º) La potencia consumida en el transporte de ambos fluidos.

Solución:

1º) $v_l = \dfrac{\Delta p}{4L}\left(\dfrac{R^2 - r^2}{\mu_l}\right) \quad ; \quad v_c = \dfrac{\Delta p}{4L}\left(\dfrac{R^2 - R_c^2}{\mu_l} + \dfrac{R_c^2 - r^2}{\mu_c}\right)$

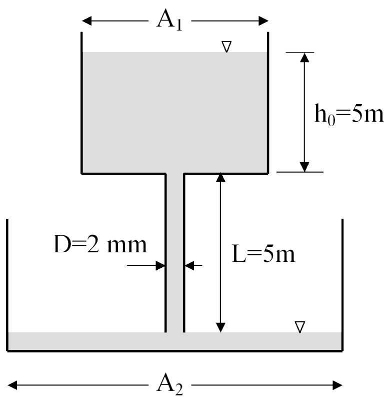
2º) $Q_l = \dfrac{\Delta p\,\pi}{4L}\dfrac{\left(R^2 - R_c^2\right)^2}{2\mu_l} \quad ; \quad Q_c = \dfrac{\Delta p\,\pi}{4L}\left(\dfrac{R^2 - R_c^2}{\mu_l} - \dfrac{R_c^2}{2\mu_c}\right)R_c^2$

3º) $R_c = R\sqrt{\dfrac{\mu_c}{2\mu_c + \mu_l}}$

4º) $R_c\left(Q_{c,max}\right) = 7{,}25 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \quad ; \quad Q_l = 8{,}81 \times 10^{-4}\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}} \quad ; \quad Q_c = 2{,}037 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{m^3}}{\mathrm{s}}$

Problema 4.24

Un viscosímetro como el de la figura está formado por dos depósitos $A_1 = 200\,\mathrm{mm^2}$ y $A_2 = 400\,\mathrm{mm^2}$. El tubo que se emplea para vaciar el depósito superior y llenar el inferior tiene un diámetro de $D = 2\,\mathrm{mm}$ y una longitud $L = 5\,\mathrm{m}$. El depósito superior está lleno de agua hasta una altura $y_1 = 5\,\mathrm{m}$.



Suponiendo que inicialmente el nivel de agua en el depósito inferior está enrasado con el extremo inferior del tubo, determinar:

1º) El caudal de descarga inicial, la velocidad máxima en el tubo y la fuerza de fricción realizada por el líquido sobre la pared del tubo.

2º) El tiempo que tarda en vaciarse completamente el depósito superior.

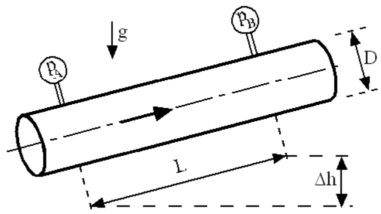
Solución:

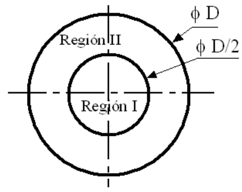
1º) $Q = 7{,}697 \times 10^{-3}\,\mathrm{l\,s^{-1}} \quad ; \quad v_{max} = 4{,}9\,\mathrm{m\,s^{-1}} \quad ; \quad F = -0{,}3079\,\mathrm{N}$

2º) $t = 240\,\mathrm{s}$

Problema 4.25

Por un conducto recto de sección circular de diámetro D circula en régimen laminar un fluido incompresible de densidad y viscosidad μ. En un tramo de longitud L la diferencia de presión es $\Delta p = p_A - p_B$ y la diferencia de alturas $\Delta h = z_B - z_A$. Calcular:





1º) Las pérdidas de energía mecánica por unidad de tiempo en el tramo de longitud L.

2º) El porcentaje que se pierde en el interior del cilindro de diámetro $D/2$ (región I), en la corona circular de diámetro interior $D/2$ y exterior D (región II) y en las paredes del conducto.

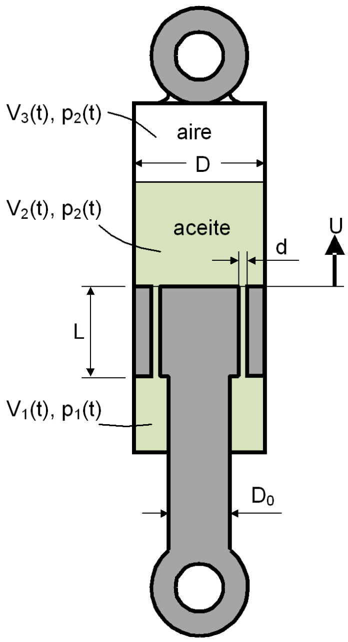
Solución:

1º) $\Phi_v = \dfrac{\pi D^4}{2^7 \mu L} \left(\Delta p - \rho\, g\, \Delta h\right)^2$

2º) $P_I = 6{,}25\,\%$; $P_{II} = 93{,}75\,\%$; $P_{pared} = 0{,}00\,\%$

Problema 4.26

Un amortiguador estanco contiene en su interior un volumen V constante de aceite de densidad ρ y viscosidad μ. La *presión de timbre* p_0 a la que se tara de fábrica se tiene cuando el émbolo de diámetro D se encuentra en el fondo (máxima extensión), y en ese estado el amortiguador contiene en su parte superior un volumen V_{03} de aire. Se supone que la correspondiente masa de aire atrapada no varía en ningún momento de la vida del amortiguador, y que la carrera (desplazamiento total máximo) del émbolo es inferior a $4V_{03}/D_0^2$. El émbolo está taladrado axialmente por un número N de orificios cilíndricos de diámetro d, y el vástago tiene diámetro D_0. Estando el amortiguador en su posición más extendida, se somete a una compresión a velocidad uniforme U. Despreciando las fuerzas gravitatorias, se pide:



1º) Calcular la variación que experimenta el volumen de aire $V_3(t)$ como función del tiempo, de la velocidad U y de los datos geométricos del problema.

2º) Suponiendo que la compresión es muy rápida (adiabática), expresar la presión del aire y del aceite superior $p_2(t)$ como función del tiempo.

2º) Expresar la presión $p_1(t)$ en la cámara inferior de aceite en el supuesto de que las fuerzas viscosas sean dominantes. Dar criterios para ello.

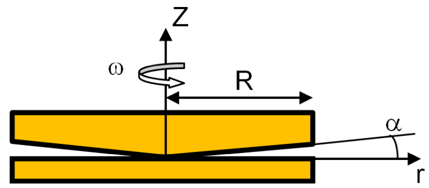
3º) Velocidad máxima U para que no se produzca cavitación en el amortiguador en ningún punto del recorrido del émbolo (partiendo del fondo).

Solución:

1º) $V_3 = V_{03} - \frac{\pi}{4} D_0^2 U t$ 2º) $p_2(t) = p_0 \left(1 - \frac{\pi D_0^2 U t}{4 V_{03}}\right)^{-\gamma}$

3º) $p_1(t) = p_2 - \frac{32\,(D^2 - D_0^2)\,U L \mu}{N d^4}$ 4º) $U_{max} = \frac{N d^4 p_0}{32\,(D^2 - D_0^2)\,L \mu}$ sucede en $t = 0$

Problema 4.27



Un instrumento para medir la viscosidad de un fluido de densidad μ consiste en un cono invertido de radio R con un ángulo relativamente pequeño α. Al girar con una velocidad angular ω sobre una placa plana, el fluido que ocupa la holgura entre los sólidos adquiere un movimiento permanente con las características de una corriente de Couette. La medida experimental del par T permite obtener la viscosidad del fluido en función del resto de los parámetros.

1º) Obtener el perfil de velocidades v_θ a partir de la ecuación de flujo laminar y las condiciones de contorno que correspondan.

2º) Obtener la viscosidad del fluido en función del par T que se realiza para que el cono gire con velocidad ω

Particularizar los apartados anteriores para los siguientes datos: $\alpha = 10$, $\omega = 30\,\mathrm{rpm}$, $\rho = 600\,\mathrm{kg/m^3}$, $R = 0{,}1$ m y $T = 5{,}051 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{Nm}$

3º) Verificar la validez de las hipótesis de flujo laminar, unidireccional.

El dispositivo descrito es un modelo a escala reducida 1:10 de un prototipo real. Se busca determinar mediante análisis dimensional la expresión más sencilla que relacione el par T con las magnitudes de que depende.

4º) Determinar la velocidad angular a la que debería girar el prototipo para que el par necesario sea 10 veces superior al par del modelo cuando ambos funcionan con el mismo fluido en condiciones semejantes.

5º) Calcular la potencia necesaria para mantener la rotación del prototipo

Solución:

1º) $v_\theta = \frac{\omega}{\tan\alpha} z$

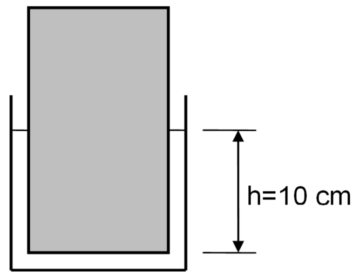
2º) $\mu = \frac{3}{2\pi} \frac{T \sin\alpha}{\omega R^3} z$

3º) $\frac{D}{L} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{2\pi R} = 0,02806 \ll 1 \quad ; \quad Re = 24,9 < 2300 \quad ; \quad \frac{D}{L} Re = 0{,}6996$

4º) $\omega_p = 0,3\,\mathrm{rpm}$

5º) $W = 1,58 \times 10^{-3}\,\mathrm{W}$

Problema 4.28



Un pistón flota en el agua contenido en un cilindro de diámetro $D = 10\,\text{cm}$ y longitud $L = 12\,\text{cm}$. La holgura entre el pistón y el cilindro (paredes laterales y fondo) es de $e = 0{,}2\,\text{mm}$.

a) Calcular que peso debe tener el pistón para que el fluido alcance una altura $h = 10\,\text{cm}$ desde el fondo. Justificar las hipótesis realizadas.

b) Calcular el par necesario para hacer girar el pistón respecto a su eje dentro del cilindro a $\Omega = 100\,\text{rpm}$. Justificar las hipótesis realizadas.

Datos: $\sigma = 0{,}073\,\text{N/m}$; $\theta = 0$; $\mu = 10^{-3}\,\text{N/m}^2\text{s}$

Solución:

1º) $W = \left(\rho g h - \frac{2\sigma\cos\theta}{e}\right)\frac{\pi D^2}{4} - \pi D\sigma\cos\theta$

2º) $M = 4,37 \times 10^{-5}\,\text{N/m}$

Problema 4.29

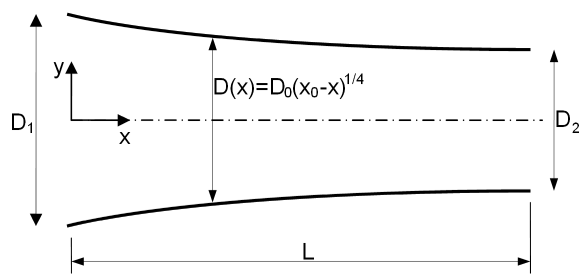
En los extremos de un conducto cilíndrico horizontal de diámetro $D_2 = 0,10\,\text{m}$ y longitud $L = 5\,\text{m}$ se mide la presión, de forma que en el lado derecho la presión es la atmosférica y en el lado izquierdo la presión manométrica es $P_2 = 30\,\text{N/m}^2$, como consecuencia de esta diferencia de presiones se produce un flujo de un fluido de densidad $\rho = 600\,\text{kg/m3}$ y viscosidad $\mu = 0{,}02 kg/m \cdot s$.

Determinar:

1º) Caudal que circula por el conducto.

2º) Perfil de velocidad en cualquier sección transversal.

Se ha comprobado que en estas condiciones el caudal que circula por el conducto cilíndrico de sección circular no es demasiado grande por lo que se ha decidido cambiar este por otro ligeramente convergente, como se muestra en la figura. Calcular:



3º) Caudal que circula por el nuevo conducto.

4º) Velocidad media en cada sección x, $\bar{u}(x)$.

5º) Perfil de velocidades $u(x, r)$.

6º) Aceleración media del flujo en cada sección x, $\bar{a}(x)$.

7º) Justificar las hipótesis empleadas.

Datos geométricos: $D_1 = 0{,}20\,\text{m}$, $D_2 = 0{,}10\,\text{m}$, $L = 5\,\text{m}$, $D(x) = D_0(x_0 - x)^{1/4}$ con $D_0 = 0{,}1316\,\text{m}$ y $x_0 = \frac{16}{3}\,\text{m}$.

Solución:

1º) $Q = 7,363 \times 10^{-4}\,\mathrm{m^3/s}$

2º) $u(r) = 75\,(0,0025 - r^2)$

3º) $Q = 3,982 \times 10^{-3}\,\mathrm{m^3/s}$

4º) $\bar{u}(x) = \frac{0,2928}{\sqrt{x_0 - x}}$

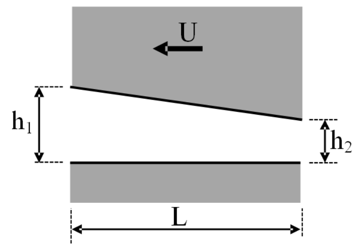
5º) $\bar{u}(x) = 2\frac{0,2928}{\sqrt{x_0 - x}}\left[1 - \left(\frac{2r}{D_0(x_0-x)^{\frac{1}{4}}}\right)^2\right]$

6º) $\bar{a}(x) = \frac{0,04287}{(5,333-x)^2}$

7º) $Re = 1521,5 < 2300 \quad ; \quad \frac{1}{52} Re\frac{D}{L} = 0,585 < 1 \quad ; \quad \frac{D}{L} = 0,02 < 1$

Problema 4.30 *

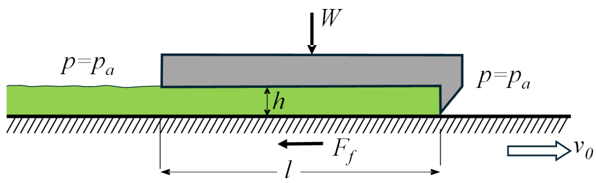
Se muestra en la figura una cuña bidimensional. Sabiendo que el fluido de trabajo posee unas propiedades ρ y μ, y se encuentra a presión atmosférica tanto a la entrada como a la salida. Determinar su capacidad de carga.



Solución:

Problema 4.31 *

Una simplificación del cojinete de tipo escalón consiste en una placa que se mantiene paralela a una superficie móvil como se muestra en la figura. La placa termina en un escalón que evita que fluya aceite a través del hueco. La altura del hueco es h. Suponer que el ancho de la placa es la unidad (perpendicular al papel). El aceite tiene densidad ρ y viscosidad μ y el flujo es completamente laminar. La velocidad de la superficie inferior es v_0.



1º) Calcular la carga, W, que puede soportar el cojinete en función de μ, v_0, L y h.

2º) Calcular la relación entre la fuerza de fricción sobre la superficie móvil, F_f, y la carga, W.

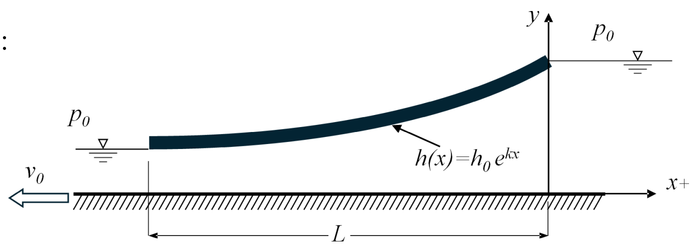
3º) Si $v_0 = 4,5$ m/s, $h = 0,3$ mm, $L = 15$ cm y el líquido es un aceite SAE30 a una temperatura de 65,5ºC (densidad relativa = 0,85 y $\nu = 3 \times 10^{-5}$ m²/s), calcular W y F_f/W.

Solución:

1º) $p - p_a = \frac{6\mu v_0}{h^2}x$ 2º) $\frac{F_f}{W} = \frac{4}{3}\frac{h}{l}$ 3º) $\frac{W}{b} = \frac{6\mu v_0}{h^2}\frac{l^2}{2}$

Problema 4.32 *

Un cojinete deslizante tiene una holgura que varía exponencialmente según: $h(x) = h_0 \exp(kx)$ siendo k una constante positiva y el sistema de coordenadas el representado en la figura. Si la presión en los extremos del cojinete es p_0, encontrar la distribución de presión $p(x)$, la fuerza vertical sobre la parte fija y la fuerza horizontal sobre la parte móvil.



Solución:

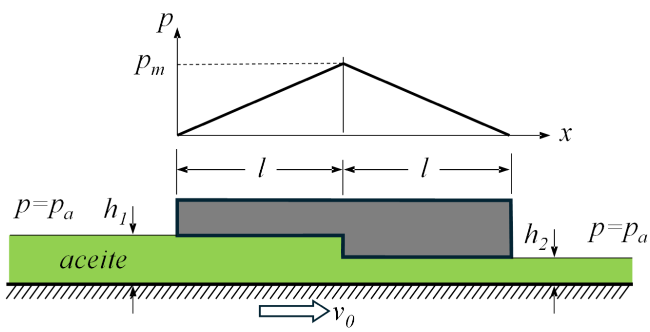
$p(x) = p_0 + \frac{4\mu q}{kh_0^3}\left(\frac{1}{e^{3kx}} - 1\right) + \frac{3\mu v_0}{kh_0^2}\left(\frac{1}{e^{2kx}} - 1\right)$

$\frac{W}{b} = \frac{3\mu v_0}{kh_0^2}\left[\frac{e^{2kL}-1}{6k} + \frac{e^{2kL}\left(1-e^{kL}\right)}{e^{3kL}-1}L\right]$ $\qquad \frac{F}{b} = \frac{4\mu v_0}{kh_0}\left(e^{kL} - 1\right) - \frac{9\mu v_0}{4kh_0}\frac{\left(e^{2kL}-1\right)^2}{e^{3kL-1}}$

Problema 4.33 *

En el cojinete de la figura la placa inferior se mueve hacia la derecha y arrastra aceite a través de la holgura. El movimiento se puede considerar bidimensional y los valores pueden calcularse por unidad de ancho.

Se puede asumir que la presión aumenta linealmente desde la entrada hasta el escalón y luego decrece también linealmente desde el escalón hasta la sección de salida. Asumiendo flujo laminar e incompresible. Determinar:



1º) La expresión del caudal antes del escalón, dando la respuesta en función de p_m, v_0, l, h_1 y μ, donde p_m es la presión en el escalón.

2º) La expresión del caudal aguas abajo del escalón.

3º) Eliminar q de las dos expresiones anteriores y calcular p_m en función de v_0, h_1, h_2, l y μ.

4º) Carga por unidad de longitud que puede soportar el cojinete.

5º) Particularizar el apartado anterior para $h_2 = \frac{h_1}{2}$

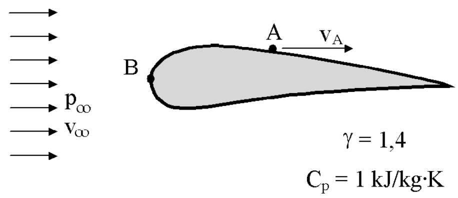
Solución:

1º) $q = \frac{-p_m h_1^3}{12\mu l} + \frac{v_0 h_1}{2}$ $\qquad$ 2º) $q = \frac{p_m h_2^3}{12\mu l} + \frac{v_0 h_2}{2}$ $\qquad$ 3º) $p_m = 6\mu l v_0 \frac{h_1 - h_2}{h_1^3 + h_2^3}$

4º) $W/b = 6\mu l^2 v_0 \frac{h_1 - h_2}{h_1^3 + h_2^3}$ $\qquad$ 5º) $W/b = 8\mu l^2 v_0 \frac{1}{3h_1^2}$

Problema 5.1

Una avioneta vuela a una velocidad de 150 km/h a una altitud de 1,200 m. En un punto A próximo al ala, la velocidad del aire relativa a la misma es de 65 m/s. Suponer que los valores de presión y temperatura en la cota cero son 1,033 kg/cm^2 y 15°C respectivamente.



1º) Calcular los valores de la presión, temperatura y densidad del aire en la cota de 1,200 m en la zona no perturbada por el ala, suponiendo que la temperatura disminuye con la altura a 6,5 °C/km.

2º) Suponiendo el movimiento alrededor del ala como incompresible y el flujo ideal, calcular el valor de la presión en el punto A.

3º) En el punto B de remanso, calcular el valor de la presión con las mismas hipótesis anteriores.

4º) Justificar las hipótesis empleadas anteriormente.

5º) Calcular las presiones y temperaturas en A y B en el caso de que la hipótesis de incompresibilidad no fuese válida.

Solución:

1º) $p_\infty = 0,89$ kg/cm^2 ; $T_\infty = 280,2$ K ; $\rho_\infty = 1{,}0906$ kg/m^3

2º) $p_A = 0,88$ kg/cm^2

3º) $p_B = 0,9037$ kg/cm^2

4º) $Re_\infty = 5 \times 10^6 \gg 1$; $M_\infty = 0,1241 < 0,2$

5º) $p_A = 0,88$ kg/cm^2 ; $p_B = 0,90$ kg/cm^2 ; $T_A = 278{,}98$ K ; $T_B = 281{,}06$ K

Problema 5.2

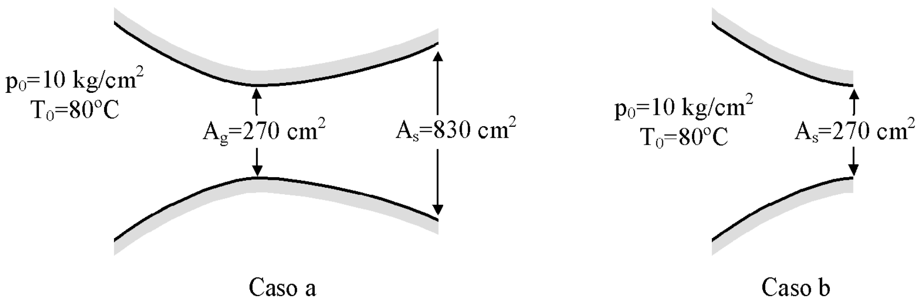
Un recipiente de gran volumen contiene aire a una presión absoluta de 10 kg/cm^2 y una temperatura de 80°C. Bajo la condición de que el flujo sea isentrópico, se pide:

1º) Determinar el margen del número de Mach y de presiones de descarga si el depósito se descarga:

a) mediante una tobera convergente divergente de sección en la garganta de 270 cm^2 y en la salida de 830 cm^2.

b) mediante una tobera convergente de sección en la salida de 270 cm^2.

2º) El gasto máximo de descarga en ambos casos, comparando los resultados obtenidos.



Solución:

1º) a) $0 < M_s < 0{,}19247$ y $M_s = 2{,}6632$

$9{,}8 \times 10^5$ Pa $> p_s > 9{,}550 \times 10^5$ Pa y $p_s = 0{,}4454 \times 10^5$ Pa

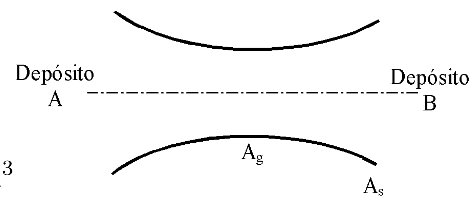
b) $0 \leq M_s < 1$

$5,1771 \times 10^5$ Pa $< p_s \leq 9{,}8 \times 10^5$ Pa

2º) $G = 56{,}9$ kg/s

Problema 5.3

Un depósito A contiene gas ($\gamma = 1{,}4$) a la presión de $1{,}1\,\mathrm{kg/cm^2}$ y está comunicado con otro depósito B mediante una tobera convergente divergente de área de salida $6\,\mathrm{dm^2}$ y área de garganta de $4\,\mathrm{dm^2}$.



1º) Si la densidad del gas en el depósito A es de $1{,}3\,\mathrm{kg/m^3}$ y la presión en el depósito B es $1\,\mathrm{kg/cm^2}$, calcular el gasto másico de descarga en estas condiciones.

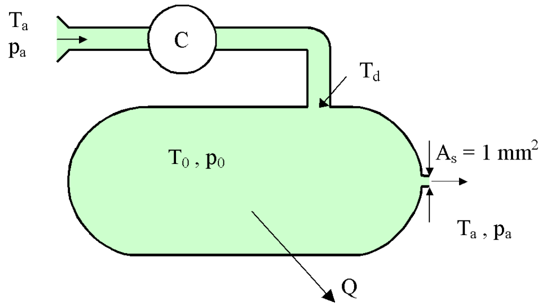
2º) Si mantenemos constantes las condiciones anteriores para el depósito A, pero hacemos descender la presión en el depósito B ¿para qué el valor de esta presión obtendremos el máximo gasto máximo posible y cuál es este gasto?

Solución:

1º) $G = 9{,}08\,\mathrm{kg/s}$

2º) $p = 0{,}94972 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $G = 10{,}26\,\mathrm{kg/s}$

Problema 5.4



Un depósito contiene aire a una presión $p_0 = 3\,\text{atm}$ y una temperatura $T_0 = 350\,\text{K}$. El depósito tiene una fuga por un orificio de área mínima a la salida $A_s = 1\,\text{mm}^2$. Para mantener condiciones permanentes, el depósito es alimentado por un compresor y una cierta cantidad de calor es evacuada a través de las paredes del depósito. La descarga por el orificio y la carga por el compresor son isentrópicas y se desprecian en las mismas las pérdidas por fricción. Se puede despreciar la diferencia de energía cinética entre la entrada y la salida del compresor. El compresor toma aire del ambiente y el orificio descarga al ambiente ($p_a = 1\,\text{atm}$; $T_a = 300\,\text{K}$). Se pide:

1º) Calcular el gasto de aire por el orificio.

2º) Temperatura T_d a la que descarga el compresor el aire en el depósito.

3º) Potencia del compresor.

4º) Calor Q evacuado por las paredes.

Solución:

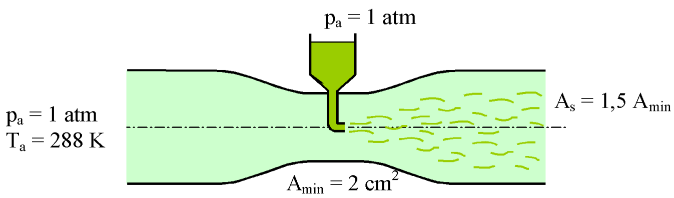
1º) $G = 0{,}6566 \times 10^{-3}$ kg/s

2º) $T_d = 410{,}62$ K

3º) $W = 72{,}95$ Watios

4º) $\dot{Q} = 39{,}98$ Watios

Problema 5.5



Una tobera convergente divergente toma aire en reposo a las condiciones indicadas en la figura y descarga a una presión de 0,94 atm. La sección de salida es de $3\,\text{cm}^2$ y es 1,5 veces la mínima. Se pide calcular:

1º) Gasto de aire a través de la tobera.

2º) Número de Mach y presión en la garganta.

3º) La succión que aparece en la garganta se utiliza para extraer líquido de un depósito que está a la presión ambiente. Despreciando las fuerzas gravitatorias y las de fricción, suponiendo que el coeficiente de descarga es 0,9 y que la densidad del líquido es $1\,\text{g/cm}^3$, se pide calcular el diámetro del orificio de salida del líquido si el gasto del líquido es 1/15 del gasto de gas.

Solución:

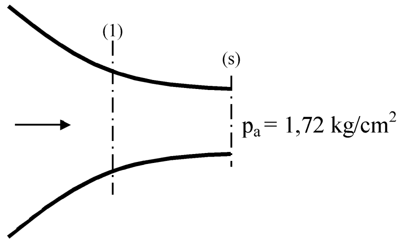
1º) $G = 0{,}0355$ kg/s

2º) $M_{max} = 0{,}49$; $p_g = 0{,}84$atm

3º) $D = 0{,}727$ mm

Problema 5.6

En la tobera de la figura se conocen la velocidad y las propiedades termodinámicas del gas en la sección (1) y la presión de descarga $p_a = 1{,}72\,\mathrm{kg/cm^2}$. Suponiendo gas perfecto ($\gamma = 1{,}4$), flujo estacionario e isentrópico, se pide:



1º) Velocidad del gas en la sección de salida y área de salida

2º) Máxima presión de salida que permite obtener el máximo gasto

3º) Calcular ese gasto máximo

Datos: $p_1 = 2{,}11$ kg/cm^2 ; $\rho_1 = 2{,}5$ kg/m^3 ; $v_1 = 47{,}3$ m/s ; $A_1 = 0{,}093$ m^2

Solución:

1º) $v_s = 187{,}4$ m/s ; $A_s = 0{,}0271$ m^2

3º) $G_{max} = 13{,}5$ kg/s

2º) $p_{max} = 1{,}10 \times 10^5$ Pa

Problema 5.7

Una instalación de ventilación utiliza un ventilador de 1 m de diámetro. Esta instalación aspira aire de una nave a 30°C y 1 atm y lo descarga a la atmósfera $p_a = 1$ atm través de una tobera de 0,5 m de diámetro a una velocidad de 20 m/s. Suponiendo flujo unidimensional, incompresible y sin fricción, calcular:

1º) Presión en las secciones de entrada y salida del ventilador

2º) Potencia del ventilador

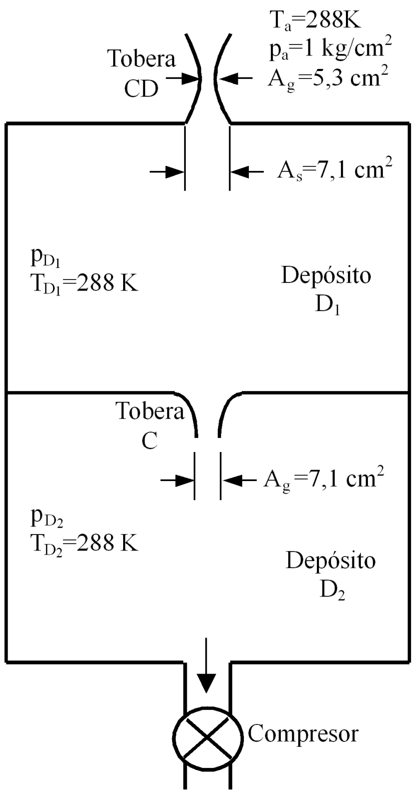
3º) Justificar las hipótesis de flujo incompresible y sin fricción, es decir sin pérdidas de carga.

Solución:

1º) $p_1 = 101310{,}45$ Pa ; $p_2 = 101674{,}174$ Pa

2º) $W = 1428{,}34\,\mathrm{W}$

Problema 5.8



La instalación de la figura es un banco de calibración de toberas a partir de una tobera convergente calibrada C de area 7,1 cm^2. El banco está constituido por dos depósitos consecutivos D_1 y D_2 así como por una bomba de vacío o compresor. El funcionamiento es el siguiente: la bomba de vacío o compresor origina una depresión en el depósito D_2 que provoca el paso de aire, a través de la tobera C, del depósito D_1 al D_2 y simultaneamente del exterior, a través de la tobera a calibrar CD, al depósito D_1.

Se supone: que la compresor funciona isentrópicamente y con energías cinéticas despreciables frente a las térmicas a la entrada y salida del mismo, que las fuerzas másicas son despreciables, proceso permanente, flujo ideal en toberas, que las temperaturas en los depósitos son iguales a la temperatura ambiente, y que los depósitos son muy grandes y la velocidad en ellos puede considerarse nula.

Suponiendo que se está calibrando una tobera convergente divergente CD de área mínima 5,3 cm^2 y de area de salida 7,1 cm^2 se pide calcular:

1º) la potencia del compresor para que en el depósito D_1 exista una presión $p_{D_1} = 0{,}94$ kg/cm^2. Calcular el gasto G en las dos toberas.

2º) la presión máxima necesaria en D_1 para que se alcancen en la tobera CD condiciones sónicas. Calcular en estas condiciones el gasto y la presión p_{D_2}.

3º) si se disminuye la p_{D_2} lo suficiente como para que en la tobera convergente C se alcancen condiciones sónicas, calcular las presiones p_{D_1} y p_{D_2} para que esto se cumpla, así como la potencia suministrada por el compresor.

Solución:

1º) $G = 0{,}08135$ kg/s ; $W = 1235$ W

2º) $G = 0{,}1236$ kg/s ; $p_{D_1} = 0{,}843 \times 10^5$ Pa ; $p_{D_2} = 0{,}630 \times 10^5$ Pa

3º) $W = 10{,}88$ kW ; $p_{D_1} = 0{,}748 \times 10^5$ Pa ; $p_{D_2} = 0{,}396 \times 10^5$ Pa

Problema 5.9

La turbina T de la figura se utiliza para mover un taladro neumático. La turbina se alimenta mediante un compresor C que funciona de forma estacionaria y toma 1 kg/s de aire en reposo en condiciones de presión y temperatura ambientes ($T_a = 15\,°$C, p_a=1 atm) y lo descarga en un depósito de grandes dimensiones D. La sección 1 a la salida del compresor tiene un área $A_1 = 12,4$ cm^2.

La turbina se alimenta mediante una tobera convergente divergente N_1. En la sección de entrada a la turbina (sección 4) el Mach es $M_4 = 1,2$ y la temperatura $T_4 = 37{,}4\,°$C. A la salida de la turbina (sección 5) el área es A_5=27,37 cm^2. El aire de salida se utiliza para refrigerar la zona taladrada por lo que se expande mediante otra tobera convergente N_2. En la sección de salida de ésta (sección 6) la presión es la atmosférica, la temperatura es $T_6 = -3\,°\mathrm{C}$ y el área es A_6=25,6 cm^2.

Suponiendo que el flujo a través del compresor, la turbina y las toberas N_1 y N_2 es isentrópico:

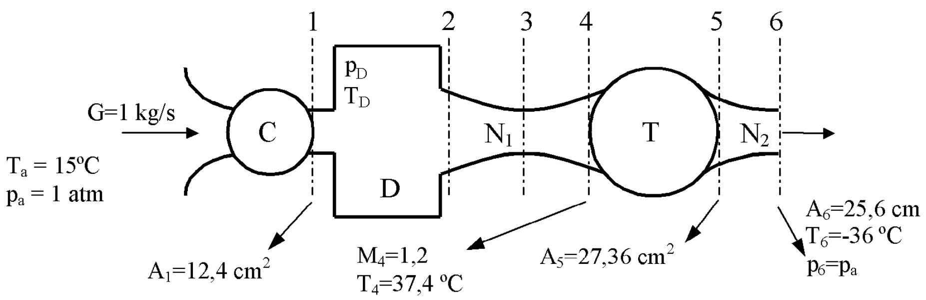
1º) Calcular la diferencia de presiones Δp entre la entrada y salida de la turbina.

2º) Obtener la potencia cedida por la turbina, W_T.

3º) Calcular el área de la sección 3.

4º) Calcular la potencia consumida por el compresor, W_C.

5º) ¿Son iguales las potencias anteriores? ¿Por qué? (Justifíquese)



Solución:

1º) $\Delta p = 143845{,}4$ Pa

2º) $W_T = 129129{,}9$ W

3º) $A = 7{,}832 \times 10^{-4}$ m^2

4º) $W_C = 214381$ W

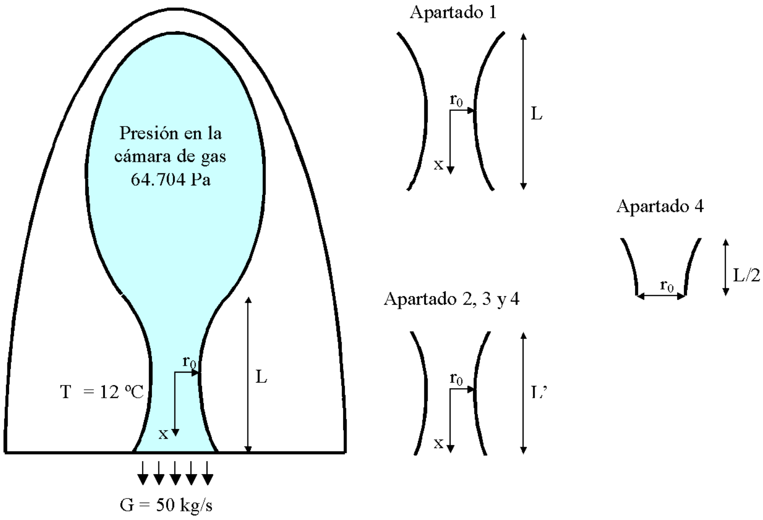
vspace1cm

Problema 5.10

Un cohete a reacción se encuentra viajando en una atmósfera que sufre un decremento de temperatura de 5°C por cada 1000 m de altura. Se sabe que la presión y la temperatura en la cota cero sobre el nivel del mar son respectivamente 1 atm y 17°C.

Cuando el cohete se encuentra a 7000 m de altura sobre el nivel del mar, la presión absoluta en el interior de la cámara de gas del cohete es 64,704 Pa y la temperatura en la garganta de la tobera es de 12°C, siendo el gasto de los gases expulsados 50 kg/s.

La geometría de la tobera de impulsión del cohete viene dada por $r = r_0 + (4r_0/L^2)\,x^2$ estando el origen de abscisas localizado en la garganta y siendo L la longitud total de la tobera.



Se pide:

1º) Determinar el radio de la sección de la garganta r_0.

2º) Hallar la nueva longitud L' de la tobera para que en las condiciones descritas, ésta trabajase en condiciones de flujo subsónico con $M_g = 1$, conservando el área de la garganta y su perfil $r = r_0 + (4r_0/L^2)\,x^2$, estando el origen de abscisas localizado en la garganta y siendo L.

3º) Determinar a que altura debe de encontrarse el cohete para que la tobera del apartado 2 trabaje en condiciones de tobera adaptada.

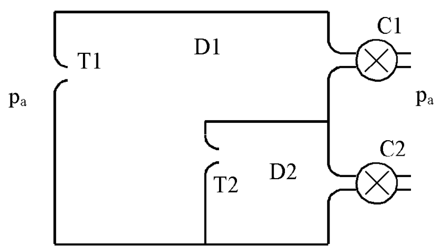
4º) Justificar que tipo de tobera (convergente o convergente divergente) permite la máxima velocidad a la salida para unas determinadas condiciones operativas.

Solución:

1º) $r_0 = 0{,}336$ m 2º) $\frac{L}{L'} = 0{,}1317$ 3º) $z = 10375,67$ m

Problema 5.11

En el interior de un depósito D1 de grandes dimensiones $V_1 = 1000\,\text{m}^3$, se encuentra otro depósito D2 con $V_2 = 100\,\text{m}^3$. El depósito D1 está comunicado con la atmósfera ($p_a = 1\,\text{atm}$) a través de una tobera convergente T1 y con el depósito D2 a través de la tobera T2 de áreas de salida $A_1 = 100\,\text{cm}^2$ y $A_2 = 20\,\text{cm}^2$ respectivamente. El sistema de ventilación se basa en dos compresores C1 y C2, que funcionando isentrópicamente, establecen unas presiones absolutas en los depósitos de $p_1 = 0{,}95\,\text{atm}$ y $p_2 = 0{,}9\,\text{atm}$. La temperatura en los depósitos coincide con la ambiente y es de 15°C. Suponiendo régimen estacionario, se pide:



1º) Calcular los gastos que circulan por cada tobera.

2º) Sabiendo que las secciones de entrada y salida del compresor C1 tienen un área de $100\,\text{cm}^2$, calcular las condiciones del flujo en la sección de entrada.

3º) Calcular la potencia consumida por el compresor C1.

4º) Como las variaciones de densidad son muy pequeñas se supone flujo incompresible ($\rho = 1{,}225\,\mathrm{kg/m^3}$) y que los compresores se comportan como ventiladores. Rehacer los apartados anteriores y comparar resultados.

Solución:

1º) $G_{\mathrm{T1}} = 1{,}067$ kg/s ; $G_{\mathrm{T2}} = 0,2$ kg/s

2º) $M_{e,\mathrm{C1}} = 0{,}22$; $p_{e,\mathrm{C1}} = 0{,}92$ atm ; $T_{e,\mathrm{C1}} = 285{,}12$ K ; $v_{e,\mathrm{C1}} = 74{,}15$ m/s

3º) $\dot{W} = 5967$ W

4º) $G_{\mathrm{T1}} = 1{,}1028$ kg/s ; $G_{\mathrm{T2}} = 0{,}221$ kg/s ; $v_{e,\mathrm{V1}} = 72{,}32$ m/s ; $p_{e,\mathrm{V1}} = 93055{,}26$ Pa ; $T_{e,\mathrm{V1}} = 15$ ºC; $\dot{W} = 5981{,}21$ W

Problema 5.12

Un depósito de grandes dimensiones D_1 de volumen V_1 está conectado por medio de la tobera convergente T_A a un depósito D_2 de volumen V_2 ($V_1 \gg V_2$). El gas que hay en el interior de D_2 tiene una temperatura constante. El depósito D_2 descarga a la atmósfera ($p_a = 10^5$ N/m^2, $T_a = 300$ K) a través de la tobera convergente divergente T_B. En un determinado instante las propiedades del flujo en la sección 1 de área $A_1 = 0{,}093$ m^2 son: $p_1 = 2{,}11$ kg/cm^2, $\rho_1 = 2{,}5$ kg/m^3 y $v_1 = 47{,}3$ m/s.

Calcular para este instante de tiempo:

1º) Presión y temperatura en el depósito D_1.

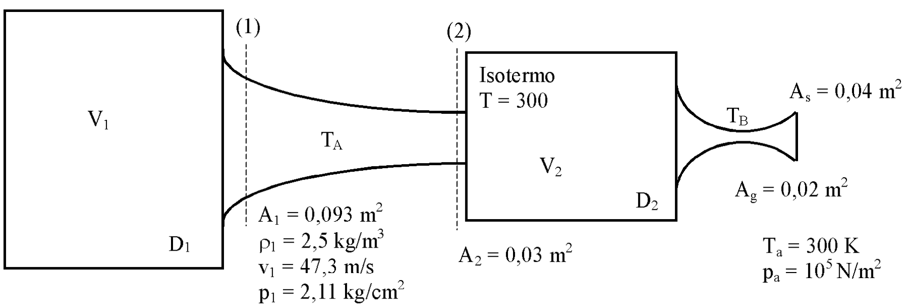
2º) Gasto que circula por la tobera T_A.

3º) Presión en el depósito D_2.

4º) Demostrar que se produce una onda de choque normal en la tobera T_B.

Si se deja que el sistema evolucione libremente:

5º) Determinar la presión máxima que alcanzará el depósito D_2.



Solución:

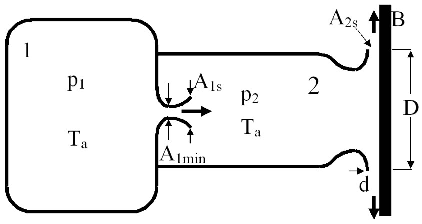
1º) $T_{01} = 289{,}6$ K ; $p_{01} = 209844{,}9$ N/m^2

2º) $G_{T_A} = 11$ kg/s

3º) $p_2 = 178075$ N/m^2

5º) $p_{0,D_2} = 190586{,}4$ N/m^2

Problema 5.13



En la figura se representa un sistema de control dimensional neumático, con el que se pretende medir o controlar distancias d muy pequeñas mediante la medida de la presión en un depósito. El sistema consta de un depósito 1 muy grande, lleno de aire a una presión constante de $p_1 = 3 \times 10^5$ Pa (absoluta) que se comunica con otro depósito 2, de presión p_2, a través de una tobera convergente-divergente 1 de área mínima $A_{1min} = 1\,\text{mm}^2$ y de área de salida $A_{1S} = 1{,}3 A_{1min}$.

El depósito 2 descarga a su vez a la atmósfera, donde la presión es $p_a = 10^5$ Pa, a través de una tobera convergente 2, cuya área mínima tiene forma cilíndrica de diámetro $D = 2$ mm y altura d, de manera que dicha área de salida vale $A_{2s} = \pi\, D\, d$.

La pared B de la derecha se puede mover independientemente del depósito, de manera que varíe la distancia d. En este problema se trata de establecer la relación entre la presión en el depósito 2 y dicha distancia d.

Suponiendo flujo cuasiestacionario, que el aire es un gas ideal y perfecto de $\gamma = 1{,}4$ y que en los depósitos la temperatura es la ambiente $T_a = 288$ K. Se pide:

1º) Valor de la presión en el depósito 2, p_{2c1}, por debajo de la cual la tobera 1 estaría bloqueada.

2º) Valor de la presión en el depósito 2, p_{2c2}, por encima de la cual la tobera 2 estaría bloqueada.

3º) Dar una expresión analítica para $d = f(p_2)$ cuando el valor de p_2 está entre p_{2c2} p_{2c1}. Calcular el valor de d para las presiones p_{2c1} y p_{2c2}.

4º) Calcular d cuando $p_2 = 2{,}85 \times 10^5$ Pa

5º) Calcular d cuando $p_2 = 1{,}1 \times 10^5$ Pa.

Solución:

1º) $p_{2c1} = 249600$ Pa

2º) $p_{2c2} = 1{,}89 \times 10^5$ Pa

3º) $d = \frac{47{,}72}{p_2}$; $d(p_{2c1}) = 0{,}191$ mm ; $d(p_{2c2}) = 0{,}254$ mm

4º) $d = 0{,}1$ mm

5º) $d = 0{,}737$ mm

Problema 5.14

Un depósito isotermo de $V = 20\,\mathrm{m}^3$ descarga aire a la atmósfera ($p_{atm} = 101325\,\mathrm{Pa}$, $T_{atm} = 293\,\mathrm{K}$) a través de una tobera convergente-divergente de $A_g = 3\,\mathrm{mm}^2$ y $A_s = 6\,\mathrm{mm}^2$. En un instante se ha determinado experimentalmente que la velocidad del aire a la salida de la tobera es $v_s = 143\,\mathrm{m/s}$ y su temperatura $T_s = 283\,\mathrm{K}$.

1º) Calcular la presión del aire en el depósito en el instante citado, p_0.

El depósito es alimentado por un compresor isentrópico que funciona de manera cíclica, arrancando cuando la presión en el depósito hace que la tobera deje de estar bloqueada y parando cuando la presión en el depósito hace que la tobera quede adaptada.

2º) ¿Cuál debería ser la presión inferior de tarado del compresor? (arranque del compresor)

3º) ¿Cuál debería ser la presión superior de tarado del compresor? (parada del compresor)

4º) ¿Cuánto tiempo permanece parado el compresor en cada ciclo?

5º) Asumiendo que el compresor inyecta un gasto de aire constante, ¿Cuál debe ser el gasto mínimo que debe aportar dicho compresor para que el sistema funcione? ¿Qué potencia mínima debe tener el motor que accione el compresor?

Nota: Considérese que en todo instante el flujo en la tobera se puede considerar cuasi-estacionario. Despreciar la energía cinética frente a la térmica tanto a la entrada como a la salida del compresor.

Solución:

1º) $p = 1{,}51 \times 10^5$ Pa

2º) $p = 1{,}08 \times 10^5$ Pa

3º) $p = 10{,}78 \times 10^5$ Pa

4º) $G = 7{,}64298$ kg/s , $\dot{W} = 2{,}171$ kW

Problema 5.15

Un depósito de grandes dimensiones que contiene helio ($\gamma = 5/3$; $R = 2078\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$) a una presión absoluta $p_0 = 6\,\mathrm{kgf\cdot cm^{-2}}$ y temperatura $T_0 = 340\,^\circ\mathrm{C}$, se descarga a través de una tobera convergente-divergente, cuyas áreas de las secciones de garganta y de salida son, respectivamente, $A_g = 10\,\mathrm{cm}^2$ y $A_s = 15\,\mathrm{cm}^2$. Para mantener constantes en el tiempo los valores de presión y de temperatura en el interior del depósito, se dispone de un compresor con una potencia máxima $\dot{W} = 190\,\mathrm{kW}$ que aspira helio desde un recinto exterior, donde la presión y la temperatura son $p_e = 1\,\mathrm{kgf\cdot cm^{-2}}$ y $T_e = 25\,^\circ\mathrm{C}$, y de un sistema que permite añadir o extraer calor del gas contenido en el depósito. La velocidad del gas en el depósito es despreciable y las propiedades uniformes. Se supondrá que el compresor funciona isentrópicamente. Determinar:

1º) Gasto másico máximo que puede proporcionar el compresor conectado al depósito.

2º) Presión mínima que puede existir en el recinto en el que descarga la tobera que permita mantener estacionarias las condiciones descritas.

3º) Calor que debe añadirse o extraerse del gas contenido en el depósito cuando la presión a la salida de la tobera es la calculada en el apartado anterior.

Problema 5.16

Para estimar el orden de magnitud del tiempo que tarda la cabina de un avión en despresurizarse debido al orificio provocado por una bomba terrorista, se va a evaluar el tiempo durante el cual el orificio se comporta como una tobera bloqueada.

z (m)	p (Pa)	T (ºC)
0	$1{,}01325 \cdot 10^5$	25ºC
2000	$0,80237 \cdot 10^5$	-15ºC
10000	$0,28868 \cdot 10^5$	-25ºC

Se asumen las siguientes hipótesis: - Atmósfera terrestre estratificada con un decremento de temperatura de 5ºC por cada 1000 metros de altitud. Los resultados de los cálculos arrojan los valores de la tabla.

- El avión vuela a 10000 m de altura, la temperatura de cabina es 25ºC y la presión de cabina es igual a la de la atmósfera a 2000 m de altura.

- La cabina del avión se considera estanca y tiene un volumen de $750\,\mathrm{m}^3$. Tras la explosión la cabina se comporta de forma isentrópica y se asume que el avión conserva su altitud.

- El orificio posee un área de $0{,}01\,\mathrm{m}^2$ y se puede asemejar a una tobera convergente.

Se pide:

1º) Justificar el tipo de descarga que se produce en el momento de la explosión. Indicar la presión del aire en la salida del orificio y el gasto de aire inicial.

2º) Condiciones en la cabina cuando el orificio deja de sufrir el bloqueo sónico.

3º) Periodo de tiempo desde la explosión hasta el instante del apartado anterior.

4º) Masa de aire que se conserva en la cabina cuando la presión de la cabina se iguala con la atmosférica.

Problema 5.17

Un tubo semi-infinito de diámetro D, termina en una tobera convergente divergente de diámetro mínimo $D/\sqrt{2}$ y de salida D. Por el tubo circula un gas ideal ($\gamma = 1,4$) que descarga a la atmósfera, donde la presión es p_a, a través de la tobera. Se pide determinar la presión de remanso p_0, en la sección final del tubo que coincide con la inicial de la tobera, en los tres casos siguientes:

1º) Movimiento subsónico en toda la tobera pero con condiciones críticas.

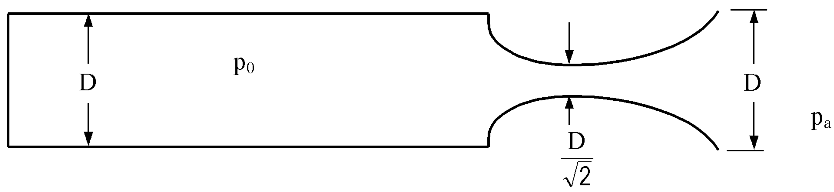
2º) Que exista una onda de choque normal en la sección de salida de la tobera.

3º) Que la tobera esté adaptada.

El movimiento en la tobera se supone casi-estacionario. Con los resultados del apartado anterior. ¿Entre qué valores límite de p_0 existirá:

4º) Una onda de choque en la parte divergente de la tobera?

5º) Ondas de choque oblicuas en el chorro después de la sección de salida?



Problema 5.18

Una tobera convergente divergente descarga desde un depósito a la presión de una atmósfera y tiene un área de salida $A_s = 1{,}3\ A_m$, donde A_m es el área de la garganta.

1º) En el supuesto de que la presión en la salida sea 0,9 atm, calcular el número de Mach a la salida y en la garganta y la presión en la garganta.

2º) Calcular la presión a la salida necesaria para que en la parte divergente de la tobera el flujo sea supersónico, p_{SS}. Calcular el número de Mach a la salida.

3º) Indicar cualitativamente en un gráfico la forma en que variará la presión medida por un tubo de Pitot que se mueve a lo largo del eje de la tobera en los casos anteriores, comparando los resultados. Determinar el valor de la presión medida por el tubo de Pitot en la sección de salida en ambos casos.

Solución:

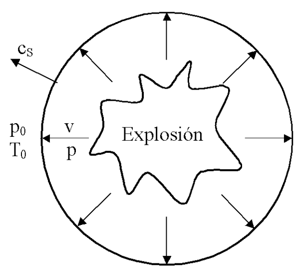
1º) $M_s = 0{,}39$; $M_g = 0{,}56$; $p_g = 0{,}808$ atm

2º) $M_s = 1{,}66$; $p_{SS} = 0{,}215$ atm

3º) Flujo supersónico a partir de la garganta. Presión medida por el tubo de Pitot: 0,872 atm.

Problema 5.19

Una explosión en el aire crea una onda de choque esférica cuyo frente de onda se propaga radialmente en el aire en reposo en condiciones estándar: $p_0 = 1{,}0135 \times 10^5$ N/m^2, $T_0 = 288{,}8$ K. En el instante en que la presión en la parte interior inmediatamente detrás de la onda de choque es $p = 13{,}79 \times 10^5$ N/m^2, se pide calcular:



1º) La velocidad de la onda de choque, c_S.

2º) La velocidad v en el interior inmediatamente detrás de la onda de choque.

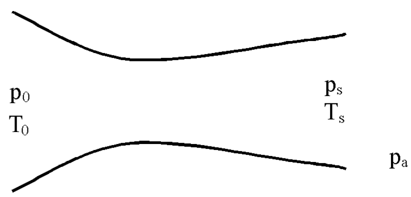
Solución:

1º) $c_S = 1168{,}64$ m/s

2º) $v = 890{,}65$ m/s

Problema 5.20

Un deposito de grandes dimensiones contiene aire a la presión $p_0 = 10^6$ N/m^2 y temperatura $T_0 = 300$ K. El aire se descarga del depósito a la atmósfera a través de una tobera convergente divergente con un área en la garganta de 750 mm^2. Si el número de Mach a la salida de la tobera es igual a 2 calcular:



1º) El flujo másico de aire.

2º) Área a la salida de la tobera.

3º) Presión y temperatura en la garganta p_g, T_g y en la sección de salida p_s, T_s.

4º) Si la presión a la que descarga la tobera es un 20 % superior a la de la sección de salida, explicar lo que sucede.

Solución:

1º) $G = 1{,}75$ kg/s

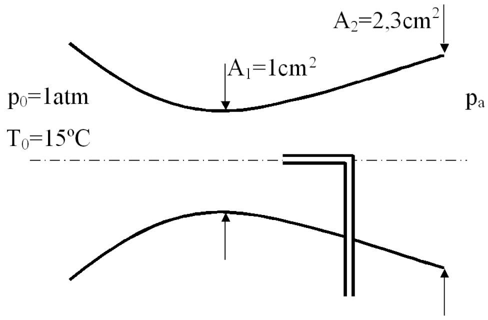
2º) $A_s = 1265{,}62$ mm^2

3º) $T_s = 166{,}8$ K, $p_g = 528280$ N/m^2

$T_g = 250$ K, $p_s = 0{,}1278 \times 10^6$ N/m^2

Problema 5.21

Una tobera convergente divergente como la de la figura tiene una presión de remanso $p_0 = 1$ atm, una temperatura de remanso $T_0 = 15$ºC y una presión de descarga p_a que puede variarse. Se pide:



1º) Presión en la garganta y gasto másico cuando $p_a = 0{,}98\ p_0$.

2º) Valor de p_a por debajo del cual se establece el bloqueo sónico y valor correspondiente del gasto másico.

3º) Valor máximo de p_a para el que toda la zona divergente se hace supersónica. Número de Mach en la sección de salida. Si un tubo de Pitot se moviese a lo largo de la tobera en este último caso, indicar cualitativamente lo que mediría.

Solución:

1º) $p_g = 0{,}882$ atm ; $G = 0{,}01599$ kg/s

2º) $p_a = 0{,}954$ atm ; $G = 0{,}0241$ kg/s

3º) $p_a = 0,4633$ atm ; $M_s = 0{,}5284$; Depósito = 1 atm = Garganta $\searrow$ 0,561 atm= Salida

Problema 5.22

La presión y la temperatura del aire de un depósito que alimenta una tobera convergente divergente son respectivamente 4,2 kg/cm^2 y 440 K. La garganta de la tobera es de 6,5 cm^2

y el área de la sección de salida 19,5 cm^2. Se observa una onda de choque en una posición de la sección divergente en donde la sección mide 13 cm^2.

1º) ¿Cuales son la presión, temperatura y velocidad a la salida?

2º) ¿Cuál es la máxima presión de descarga para que el flujo en toda la parte divergente sea supersónico?

3º) ¿Cuál es la presión de descarga para que la tobera este adaptada?

Solución:

1º) $p_s = 2{,}456\,\text{kg/cm}^2$, $T_s = 430{,}8$ K, $v_s = 135{,}70\,\text{m/s}$

2º) $p = p_d = 1{,}576\,\text{kg/cm}^2$

3º) $p = p_{SS} = 0{,}1974\,\text{kg/cm}^2$

Problema 5.23

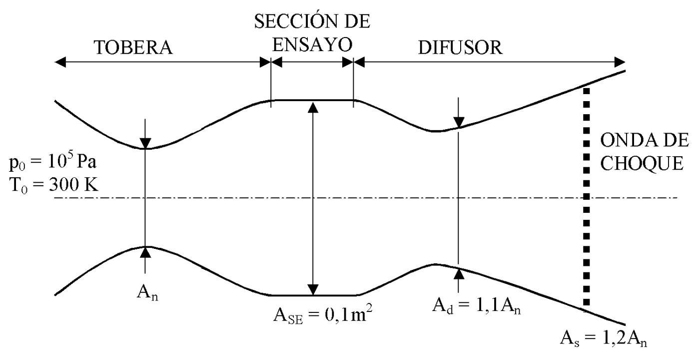
Un tubo de Pitot en un túnel de aire en flujo supersónico mide una presión de 70×10^3 N/m^2. La presión estática aguas arriba de la onda de choque (cuya formación es debida al tubo de Pitot) es de 15×10^3 N/m^2. Calcular el número de Mach del túnel.

Solución:

$M = 1{,}789$

Problema 5.24

Un túnel supersónico tiene una tobera convergente divergente para acelerar la corriente fluida. A continuación de la sección de ensayo se ha colocado un difusor convergente divergente para recuperar la energía cinética del flujo de manera que la diferencia de presiones entre la entrada y salida del túnel sea lo más pequeña posible. La complejidad del flujo no permite habitualmente flujo isentrópico en todo el circuito y la aparición de una onda de choque es inevitable. En las denominadas condiciones de diseño del túnel la onda de choque se sitúa en la zona divergente del difusor, como se muestra en la figura. Si en la sección de ensayo, de 0,1 m^2 de área, la corriente fluida alcanza un número de Mach de 2 para las condiciones indicadas en la figura, se pide:



1º) El área A_n de la garganta de la tobera

2º) La presión y temperatura en la sección de ensayo

3º) El número de Mach en las secciones d, sección mínima del difusor y s, sección donde se encuentra localizada la onda respectivamente. Sabiendo que $A_s = 1{,}2\, A_n$ y $A_d = 1{,}1\, A_n$

4º) Presión y temperatura justo aguas arriba de la onda de choque

5º) Presión y temperatura justo aguas abajo de la onda de choque

6º) Explicar cual sería la situación óptima de funcionamiento del túnel

Solución:

1º) $A_n = 0{,}059$ m^2 2º) $p_{SE} = 12800$ Pa ; $T_{SE} = 166{,}8$ K

3º) $M_d = 1{,}38$; $M_{s1} = 1{,}54$ 4º) $p_{s1} = 25700$ Pa ; $T_{s1} = 203{,}4$ K

5º) $p_{s2} = 66800$ Pa ; $T_{s2} = 274$ K

Problema 5.25

Un depósito de volumen V, aislado térmicamente, contiene aire que se descarga a la atmósfera (donde la presión es p_a y la temperatura T_a) por medio de una tobera convergente divergente de área de la garganta $A_g \ll V^{2/3}$ y de área de salida $2{,}3\, A_g$. En el instante inicial la temperatura del aire en el depósito es T_a y su presión 1,5 veces la correspondiente a tobera adaptada (aquella tobera que tiene movimiento supersónico en toda su parte divergente y cuya presión en la sección de salida coincide con la presión exterior). Se pide:

1º) Presión y temperatura en el depósito en los casos siguientes:
   a) en el instante inicial.
   b) cuando la tobera está adaptada.
   c) cuando hay una onda de choque normal en la sección de salida.
   d) cuando la garganta es crítica y la parte divergente subsónica.

2º) Instantes en los que se dan los apartados b), c) y d).

Nota: Refieran las presiones a p_a, las temperaturas a T_a y los instantes $V\big/A_G\sqrt{\gamma R T_a}$

Solución:

1º) a) $p_D = 20{,}35\, p_a$; $T_D = T_a$
   b) $p_D = 13{,}568\, p_a$; $T_D = 0{,}89\, T_a$
   c) $p_D = 2{,}16\, p_a$; $T_D = 0{,}53\, T_a$
   d) $p_D = 1{,}049\, p_a$; $T_D = 0{,}43\, T_a$

2º) b) $t_b = 0{,}51$
   c) $t_c = 3{,}27$
   d) $t_d = 4{,}56$

Problema 5.26

Un depósito de grandes dimensiones que contiene aire a 600 kPa y 50ºC se descarga a través de una tobera convergente divergente. Si existe una onda de choque en la sección donde la presión es de 150 kPa, calcular:

1º) La presión en la sección 2 justo detrás de la onda de choque.

2º) La presión de remanso en la sección 2.

3º) La presión que mediría un tubo de Pitot situado en:

a) la sección 1, delante de la onda de choque.

b) la sección 2.

Representar gráficamente, indicando el valor de los puntos de cambio, la evolución espacial de la presión que mediría un tubo de Pitot que se moviese desde el depósito hasta la salida de la tobera.

Problema 5.27

Un depósito de volumen V, aislado térmicamente, contiene aire que se descarga a la atmósfera (donde la presión es p_a y la temperatura T_a) por medio de una tobera convergente divergente de área de garganta $A \ll V^{2/3}$ y área de salida 2,5A. En el instante inicial la temperatura del aire en el depósito es T_a y su presión es 1,6 veces la correspondiente a tobera adaptada. Calcular:

1º) Fuerza que el aire ejerce al descargarse sobre el depósito y tobera en los casos:

a) Cuando la tobera está adaptada

b) Cuando hay una onda de choque normal en la sección de la tobera (en su parte divergente) de área 2A.

c) Cuando la garganta es crítica y la parte divergente subsónica.

2º) Comparar las fuerzas calculadas en el apartado anterior con las que se obtendrían si la tobera fuese convergente de área mínima A, solamente en los casos a) y c), con las mismas presiones en el depósito que las existentes en el apartado anterior.

Nota: Refieran las fuerzas calculadas a: $A\,p_a$

Solución:

1º) a) $F = -20,824\,A\,p_a$

b) $F = -1{,}1355\,A\,p_a$

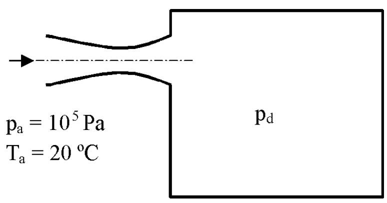
c) $F = -0,2002\,A\,p_a$

2º) a) $F = -1,400\,A\,p_a$

c) $F = -8,066 \times 10^{-2}\,A\,p_a$

Problema 5.28

A través de una tobera convergente divergente se ha establecido un flujo de aire desde la atmósfera hacia un depósito de grandes dimensiones. Las áreas de entrada y salida de la tobera son de 16,0 cm^2 y el de la garganta de 10,0 cm^2. Sabiendo que en la sección de 13,0 cm^2 existe una onda de choque normal, calcular:



1º) La presión en el depósito p_d

2º) El gasto de aire que está entrando al depósito.

3º) Las pérdidas de energía mecánica mencionando su causa.

Solución:

1º) $p_d = 7{,}6 \times 10^4\,\mathrm{Pa}$

2º) $G = 0{,}2325\,\mathrm{kgs}^{-1}$

Problema 5.29

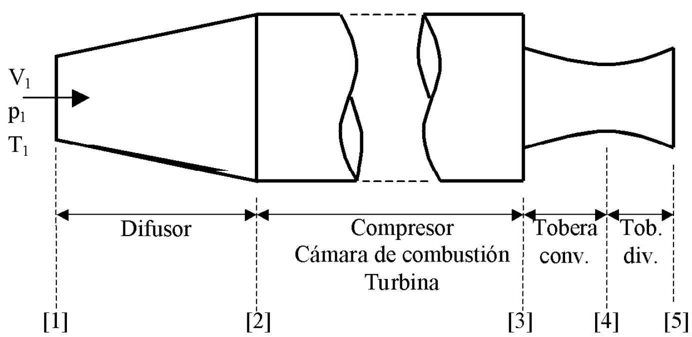
Considerar el motor de un turbojet mostrado en la figura. Se sabe que el aire es aspirado por la sección 1, de diámetro 30 cm, a presión atmosférica, con una velocidad de 275 m/s y una temperatura de 716ºC. La sección 2, salida del difusor, posee como diámetro el doble de la sección 1. El flujo a la salida de la turbina se encuentra a una presión de $2{,}4 \times 10^5$ Pa y a una temperatura de 283ºC y será expulsado (sección 5) a la atmósfera con Mach 1,2. Asumiendo flujo isentrópico en el difusor y en la tobera convergente divergente y, considerando que la constante adiabática de los gases es la del aire, calcular:

1º) El número de Mach en la sección 1 y el gasto másico que atraviesa el motor.

2º) La velocidad y la presión en la sección 2.

3º) Las áreas de las secciones 4 y 5 para que la tobera esté adaptada.

4º) Razonar que ocurriría si el área de la sección 4 fuese inferior al determinado en el apartado anterior.



Sección 1:
$D_1 = 30$ cm, $v_1 = 275$ m/s,
$p_1 = 1$ atm y $T_1 = 716$ºC
Sección 2:
$D_2 = 2D_1$.
Sección 3:
$p_3 = 2{,}4 \times 10^5$ Pa y
$T_3 = 283$ºC
Sección 5:
$p_5 = 1$ atm. $M_5 = 1{,}2$.

Solución:

1º) $M_1 = 0{,}436$; $G = 6{,}848$ kg/s

2º) $v_2 = 64$ m/s ; $p_2 = 1{,}12 \times 10^5$ Pa

3º) $A_4 = 0,0165$ m^2 ; $A_5 = 0,017$ m^2

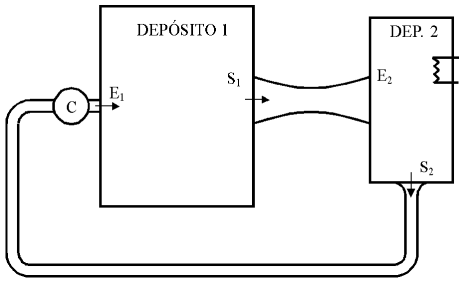
Problema 5.30

La instalación que se pretende estudiar es la mostrada en la figura. Está constituida por dos depósitos. El aire pasa del depósito 1 al depósito 2, ambos de grandes dimensiones, mediante una tobera convergente divergente. El fluido retorna al depósito 1 por medio de un compresor. La finalidad que se persigue es lograr el funcionamiento estacionario del circuito.

Sabiendo que en la tobera existe una onda de choque en una sección $A_{ch} = 1{,}3\,A_g$, la presión en la sección de entrada a la tobera es $p_{S1} = 1{,}2$ bares ,las secciones de entrada y salida de la tobera son el doble de la sección de la garganta, $A_g = 0{,}01$ m^2 y la velocidad en la sección de salida de la tobera es $v_{e2} = 120$ m/s.

1º) Determinar el gasto másico que debería proporcionar el compresor.

Además, si se sabe que la salida del depósito 2, S_2, es muy perfilada y posee un área de 0,05 m^2, las pérdidas de carga en los codos de la tubería son despreciables, el depósito 2 es adiabático y existe un intercambiador de calor capaz de evacuar todo el incremento de energía térmica consecuencia de la disipación de energía mecánica y el compresor funciona de forma isentrópica.



2º) Determinar bajo estas condiciones la potencia consumida por el compresor.

3º) Localizar, caracterizar y evaluar las pérdidas de ener-gía producidas durante el proceso.

Solución:

1º) $G = 3{,}02$ kg/s

2º) $W = 59{,}4$ kW

Problema 5.31

Un avión de pasajeros vuela a 11.000 m. La temperatura y presión a nivel del mar son 15°C y 1 atm respectivamente. La temperatura atmosférica decrece con la altura 5°C por kilómetro y la velocidad del viento es de 15 m/s en la misma dirección y sentido que el movimiento del avión.

1º) Sabiendo que la presión que mide un tubo de Pitot situado en el morro del avión es de 0,4 atm (absoluta), calcular la velocidad a que vuela el avión.

2º) Considerando que en el interior de la cabina la presión es equivalente a la de la cota de 3.000 m y la temperatura es de 20ºC, calcular el gasto másico a través de un orificio convergente de un 1 mm^2 realizado en el morro del avión.

3º) Justificar si se podría utilizar o no, la medida del tubo de Pitot para determinar la velocidad del avión cuando este volase a velocidades mayores que la del sonido.

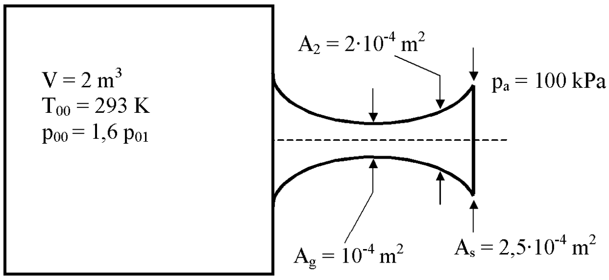
4º) ¿Por qué se puede despreciar la gravedad en el estudio del movimiento del avión y no en la fluidoestática?

Solución:

1º) $v = 293{,}4$ m/s

2º) $G = 0{,}16$ g/s

Problema 5.32



El depósito de la figura de 2 m^3 de capacidad, aislado térmicamente, contiene aire que se descarga a la atmósfera (con presión $p_a = 100$ kPa y temperatura $T_a = 293$ K) por medio de una tobera convergente divergente de área de garganta $A_g = 10^{-4}$ m^2 y área de salida $A_s = 2,5 \times 10^{-4}$ m^2. En el instante inicial la temperatura del aire en el depósito es igual a la atmosférica y su presión es 1,6 veces la correspondiente a tobera adaptada. Calcular la fuerza que el aire ejerce al descargarse sobre el depósito y tobera:

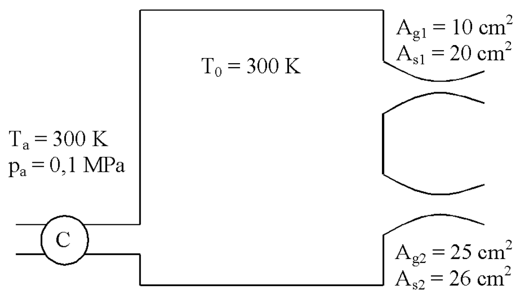
1º) cuando la tobera está adaptada.

2º) cuando hay una onda de choque normal en la sección de la tobera $A_2 = 2 \times 10^{-4}$m^2.

3º) cuando la condición de funcionamiento de la garganta es crítica y la parte divergente subsónica.

4º) Calcular el tiempo que tarda en pasar de la condición inicial a la condición del apartado anterior.

Problema 5.33



Un depósito isotérmico es alimentado por un compresor isentrópico que toma aire en condiciones ambiente a $T_a = 300$ K y $p_a = 0{,}1$ MPa y lo comprime a una presión de 0,15 MPa. Por otro lado, para que el funcionamiento sea estacionario, se han colocado en el depósito dos toberas convergentes divergentes distintas como se muestra en la figura. Bajo estas condiciones, determinar:

1º) El gasto másico que circula por cada una de las toberas.

2º) La potencia del compresor.

3º) El calor disipado en el depósito.

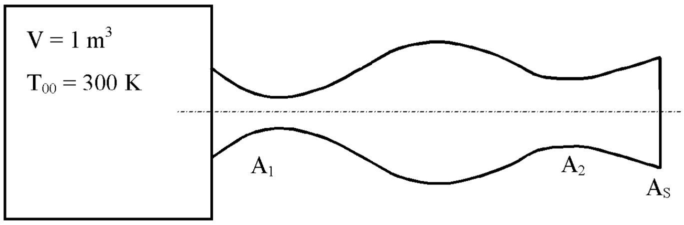
4º) Si las condiciones de funcionamiento del sistema cambiaran de tal forma que las dos toberas estuvieran bloqueadas, determinar en ese caso la potencia mínima que consumiría el compresor.

5º) Si la presión en el depósito fuera aumentando, ¿cuál sería la primera tobera en estar adaptada? Justificar la respuesta.

6º) Si en la tobera 1 hay una onda de choque normal en la sección de área $A = 12$ cm^2, calcular en este caso la presión en el interior del depósito y la potencia que consumiría el compresor.

Problema 5.34

Un depósito de 1 m^3 de capacidad aislado térmicamente descarga a la atmósfera a través de una tobera con dos gargantas, siendo el área de la primera garganta $A_1 = 1$ cm^2, el área de la segunda $A_2 = 2$ cm^2 y el área de salida $A_s = 2{,}2$ cm^2. En un instante dado las dos gargantas se encuentran bloqueadas, la temperatura del aire en el depósito en ese instante es de 300 K y el tramo final de la tobera está adaptado. Se pide:



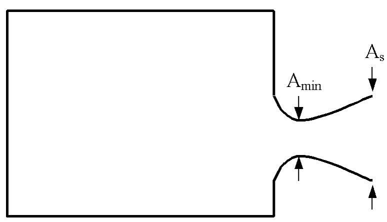
1º) ¿Se formará una onda de choque entre las dos gargantas? En caso afirmativo calcular:
   a) presión del aire en el depósito en el instante considerado
   b) área de la sección donde se forma

2º) Plantea las ecuaciones que permitan determinar la evolución con el tiempo de la presión y la temperatura en el interior del depósito.

3º) Determina el valor de la presión en el interior del depósito y el tiempo transcurrido hasta que:
   a) se forma una onda de choque normal en la salida.
   b) la garganta A_1 deja de estar bloqueada.

Problema 5.35

Se tiene un depósito muy grande, de volumen $V = 1$ m^3, que descarga al ambiente a través de una tobera convergente divergente, de área mínima $A_1 = 0,1$ cm^2 y área de salida $A_s = 0,14$ cm^2. En el instante inicial, $t = 0$, el aire del depósito está a la presión $p_{00} = 10^6$ Pa y la temperatura $T_{00} = 288$ K. En el exterior la presión es $p_a = 10^5$ Pa. Considerando el aire como un gas perfecto de peso molecular 29 g/mol, y relación de calores específicos $\gamma = 1{,}4$, el flujo ideal y el proceso cuasi-estacionerio, se pide:



1º) Calcular el gasto másico inicial a través de la tobera.

Para tiempos posteriores, la presión en el depósito irá disminuyendo. Suponer que el depósito está aislado térmicamente y que la entropía del aire del depósito por unidad de masa permanece constante con el tiempo. Se pide:

2º) Calcular la presión p_{02} para la que la onda de choque se situaría muy cerca de la garganta y el gasto másico correspondiente.

3º) Calcular el gasto másico cuando la presión en el depósito es de $p_{03} = 1{,}1 \times 10^5$ Pa

4º) Calcular la presión p_{01} para la que aparecería una onda de choque normal en la sección de la tobera de área $A_2 = 0,12$ cm^2, y el gasto másico correspondiente.

5º) Calcular la evolución de la presión en el depósito desde el instante inicial en que la presión es p_{00} hasta que llega a valer p_{02}, dando los tiempos en que se alcanzan p_{01} y p_{02}.

Solución:

1º) $G = 0{,}0238$ kg/s

2º) $p_{02} = 1{,}17 \times 10^5$ Pa

3º) $G = 0{,}003044$ kg/s

4º) $p_{01} = 1{,}32989 \times 10^5$ Pa ; $G = 0{,}00423$ kg/s

5º) $t_1 = 849$ s ; $t_2 = 911{,}6$ s

Problema 5.36

En una instalación de tratamiento de biomasa existe un conducto circular convergente divergente por el que circula un gasto de 1300 kg/h de vapor de agua sobrecalentado ($\gamma = 1{,}1$ y $R_v = 466$ J/kgK). En una sección A, de diámetro $d_A = 50$ mm, aguas arriba de la garganta; la presión y la temperatura del vapor son: $p_A = 3$ bar (absoluta) y $T_A = 350$ºC. Supuesto que se considera el flujo de vapor isentrópico y estacionario, se pide:

1º) Calcular cual tendría que ser el máximo área de la garganta para que la tobera estuviera bloqueada.

2º) Determinar la presión y la temperatura en la sección A, si el área de la garganta fuese la mitad del calculado en el apartado anterior y la temperatura de remanso y el gasto se mantuvieran constantes respecto al apartado anterior.

3º) Para las condiciones del apartado primero y para una sección de descarga D, de diámetro $d_D = 60$ mm, determinar el intervalo de presiones de descarga para las cuales existe una onda de choque normal en la parte divergente de la tobera.

4º) Repetir el apartado primero asumiendo que el fluido de trabajo es aire.

Solución:

1º) $A_{Gmax} = 9{,}800 \times 10^{-4}$ m^2

2º) $T_A = 625{,}59$ K ; $p_A = 6{,}2575 \times 10^5$ Pa

3º) $1{,}37406 \times 10^5$ Pa $\leq p_D \leq 3{,}090115 \times 10^5$ Pa

4º) $A_{g_{max}} = 7{,}23 \times 10^{-4}$ m^2

Problema 5.37

Un depósito descarga aire al ambiente ($p_a = 10^5$ Pa y $T_a = 15$ºC) a través de una tobera convergente divergente de área mínima $A_m = 1$ mm^2 y $A_s = 1{,}5$ mm^2. Las condiciones del aire en el depósito son de p_0 y $T_0 = 15$ºC. Calcular en las dos situaciones siguientes:

a) $p_{01} = 1{,}05 \times 10^5$ Pa

b) $p_{02} = 10^6$ Pa

1º) El gasto que circula por la tobera.

2º) Presión que mediría un tubo de Pitot colocado en la sección de salida.

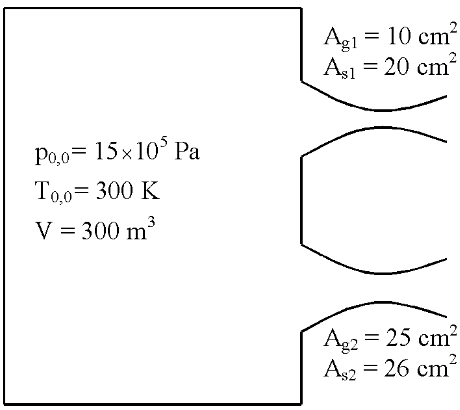
Para mantener constantes las condiciones del aire en el depósito se ha dispuesto un pistón que se desplaza lateralmente a una velocidad v_p disminuyendo el volumen del depósito. El área transversal del depósito es 0,5 m^2. Suponiendo el proceso suficientemente lento para que la temperatura del depósito se mantenga constante, calcular:

3º) La velocidad v_p para que la presión en el depósito se mantenga constante en el tiempo en los casos 1º) y 2º)

4º) Si inicialmente el depósito se encuentra a una $p_0(0) = 10^6$ Pa, con un volumen inicial de $V(0) = 0{,}250$ m^3 y una $v_p = 2$ mm/s, calcular la presión en el depósito en función del tiempo $p_0(t)$.

Problema 5.38

Se tiene un depósito muy grande de volumen $V = 300$ m^3, que descarga al ambiente a través de dos toberas convergentes divergentes como se muestra en la figura. En el instante inicial $t = 0$, el aire en el depósito está a la presión $p_{0,0} = 15 \times 10^5$ Pa y la temperatura $T_{0,0} = 300$ K. En el exterior la presión es $p_a = 10^5$ Pa. Considerando el aire como un gas perfecto, flujo ideal y proceso cuasi-estacionario, determinar:



1º) Gasto másico inicial a través de cada una de las toberas.

Para tiempos posteriores, la presión en el depósito irá disminuyendo. Suponer que el depósito está aislado térmicamente y que la entropía del aire del depósito por unidad de masa permanece constante con el tiempo. Se pide:

2º) ¿Cuál será la primera tobera que dejará de estar adaptada? Justificar la respuesta y hallar la máxima presión en el depósito para esa condición.

3º) ¿Cuál será la primera tobera que dejará de estar bloqueada? Justificar la respuesta y hallar la máxima presión en el depósito para esa condición.

4º) Transcurrido cierto tiempo, en la tobera 1 hay una onda de choque normal en la sección de área $A = 12$ cm^2, calcular en ese caso la presión en el interior del depósito.

5º) Calcular la evolución de la presión en el depósito desde el instante inicial $p_{0,0}$, hasta que se llega a la situación del apartado tercero, dando los tiempos que tarda en alcanzar las presiones de los apartados segundo y tercero.

Solución:

1º) $G_1 = 3{,}496$ kg/s ; $G_2 = 8{,}739$ kg/s

2º) La tobera 1 y $p_0 = 10{,}63 \times 10^5$ Pa

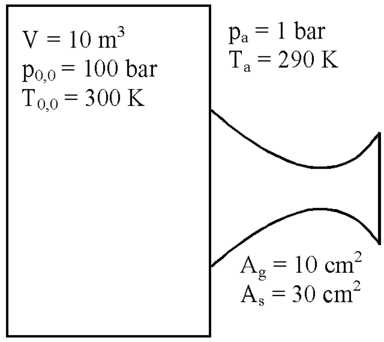
3º) La tobera 2 y $p_0 = 1{,}531 \times 10^5$ Pa

4º) $p_0 = 1{,}1774 \times 10^5$ Pa

5º) $t = 107{,}53$ s ; $t = 821{,}8$ s

Problema 5.39

Un depósito aislado térmicamente de volumen $V = 10$ m^3, inicialmente lleno de aire a una presión $p_{0,0} = 100$ bar y a una temperatura $T_{0,0} = 300$ K, descarga a la atmósfera a través de una tobera convergente divergente de área de la garganta $A_g = 10$ cm^2 y área de salida $A_2 = 30$ cm^2. Determinar:



1º) La presión del aire en la garganta en el momento en que la tobera está adaptada.

2º) La presión del depósito en el instante en que se sitúa una onda de choque normal en la salida de la tobera.

3ª) La presión en la garganta y el gasto másico justo cuando la tobera deja de estar bloqueada.

La figura muestra las condiciones del depósito en el instante inicial.

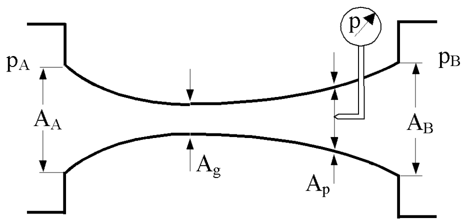
Hipótesis:

- El volumen del depósito es mucho mayor que el volumen de aire en el interior de la tobera convergente divergente.

- El proceso de descarga del depósito es cuasiestacionario. Fluido de trabajo aire ($\gamma = 1{,}4$).

Problema 5.40

Se tienen dos depósitos A y B de grandes dimensiones, isotermos y llenos de aire a temperatura de 20ºC. Estos depósitos se encuentran unidos a través de una tobera convergente-divergente. En la sección donde la tobera conecta con el depósito A el área transversal de la tobera es $A_A = 13\,\text{cm}^2$; en la sección donde conecta con el depósito B el área es de $A_B = 20\,\text{cm}^2$ y en la sección de garganta o mínima el área es de $A_g = 10\,\text{cm}^2$. La presión absoluta en el depósito A es de 10^5 Pa.



1º) Si $p_A > p_B$, calcular el mínimo valor de la relación $\frac{p_A}{p_B}$ para que la tobera este bloqueada.

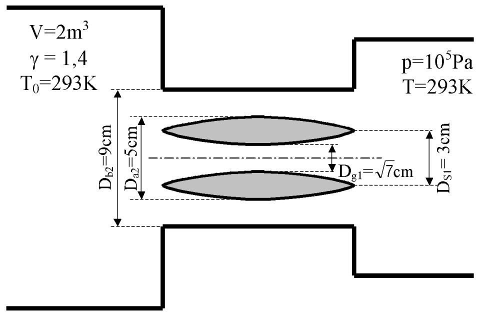
2º) Si $p_A < p_B$, calcular el mínimo valor de la relación $\frac{p_B}{p_A}$ para que la tobera este bloqueada. Justificar la igualdad o desigualdad de este valor con el del apartado anterior.

3º) Calcular el gasto máximo en los apartados 1 y 2

4º) Si $p_A < p_B$, calcular el valor de la presión absoluta en el depósito B, p_B, para que exista una onda de choque en la sección A_A.

5º) Se sitúa un tubo de Pitot en una sección entre A_g y A_B, cuya relación de áreas es $\frac{A_p}{A_g} = 1{,}5$. La presión absoluta de los depósitos es $p_A = p_B = 5 \times 10^5$ Pa. La presión del depósito B, p_B, desciende desde la presión inicial hasta $p_B = 10^5$ Pa. Dibujar la gráfica de variación de la presión medida por el tubo de Pitot (eje y) frente a la variación de la presión de salida, p_B, (eje x), calculando los valores de ambas presiones en los puntos característicos.

Problema 5.41



Dos depósitos con aire se encuentran unidos por un tubo de sección cilíndrica de diámetro $D_{b2} = 9\,\mathrm{cm}$. En el interior de la sección cilíndrica se coloca un cuerpo de revolución de eje coincidente con el eje del tubo. De esta forma se consiguen crear dos toberas convergentes divergentes, una interior T_1 de diámetro de garganta $D_{g1} = \sqrt{7}\,\mathrm{cm}$ y diámetro de salida $D_{s1} = 3\,\mathrm{cm}$ y otra exterior T_2 cuyas dimensiones se pueden deducir de la figura. El flujo es de izquierda a derecha. Sabiendo que el depósito de la izquierda tiene un volumen de $2\,\mathrm{m}^3$ y su temperatura es de $293\,\mathrm{K}$ y que las condiciones en el depósito de la derecha se mantienen constantes ($p = 10^5\,\mathrm{Pa}$ y $T = 293\,\mathrm{K}$), determinar:

1º) Presión mínima en el depósito de la izquierda para que las toberas estén bloqueadas.

2º) Presión mínima en el depósito de la izquierda necesaria para que se produzca una onda de choque normal en la salida de las toberas.

3º) Gasto de cada tobera cuando la presión en el interior del depósito izquierdo es de $3 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$.

Si las condiciones del apartado anterior son las condiciones iniciales de un proceso de descarga:

4º) Calcular la variación de la presión en el depósito izquierdo y el gasto con el tiempo mientras las toberas están bloqueadas.

5º) Instante de tiempo en el que la onda de choque normal producida en las toberas comienza a desplazarse aguas arriba.

Suponga flujo cuasiestacionario, gas ideal con $\gamma = 1{,}4$ y proceso isotermo en el interior del depósito.

Solución:

1º) $p = 1{,}21 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

2º) $p = 1{,}534 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

3º) $G_1 = 0{,}38898\,\mathrm{kg/s}$; $G_2 = 3{,}1118\,\mathrm{kg/s}$

4º) $p_0 = 3 \times 10^5 \exp(-0{,}4906\,t)$

5º) $t = 1{,}38\,\mathrm{s}$

Problema 5.42

Un depósito que contiene aire descarga a un recinto a través de una tobera convergente divergente que tiene una garganta de área $A_g = 10\,\mathrm{cm}^2$ y una sección de salida con área $A_s = 15\,\mathrm{cm}^2$. En el depósito deben mantenerse constantes en el tiempo una presión $p_0 = 6\,\mathrm{kg/cm}^2$ y una temperatura $T_0 = 340\,\mathrm{C}$. Para ello, se dispone de un compresor que aspira aire desde el exterior donde las condiciones atmosféricas son $p_{atm} = 1\,\mathrm{atm}$ y $T_{atm} = 25\,\mathrm{C}$ y descarga al depósito trabajando de forma isentrópica y consumiendo una potencia máxima de $180\,\mathrm{kW}$. Se asume que la energía cinética a la salida del compresor es despreciable frente a la energía térmica. Determinar

1º) La mínima presión que puede existir en el recinto al que descarga la tobera que permita mantener las condiciones estacionarias en el depósito.

2º) El área máxima que debería tener la garganta para que la tobera convergente divergente estuviese bloqueada al circular el gasto máximo que el compresor puede suministrar.

3º) Una nueva tobera convergente divergente que sustituye a la utilizada en el apartado 1º, posee igual área de salida y el área de su garganta es la calculada en el apartado 2º. Calcular la presión en el recinto al que descarga la tobera cuando aparece una onda de choque en la sección de área $A_{ch} = 13,8\,\mathrm{cm}^2$.

4º) Representar para el apartado 3º la evolución a lo largo de la tobera del número de Mach y de la presión, indicando los valores numéricos en los puntos más representativos.

Solución:

1º) $p = 5{,}21 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$ 2º) $A = 0{,}96 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}^2$ 3º) $p = 3{,}92 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

Problema 5.43

Un depósito isotermo de grandes dimensiones contiene aire a 15C. Este depósito se descarga al ambiente ($p_a = 10^5$Pa y $T_a = 15$C) a través de una tobera convergente-divergente de área de la garganta $A_g = 1$ mm^2 y área de salida $A_s = 1,507A_g$.

1º) ¿Qué presión debería existir en el depósito para que la tobera estuviera adaptada? ¿Cuánto valdría el gasto de aire a través de la tobera en esas condiciones y la velocidad del aire en la sección de salida?

2º) Si la presión en el depósito fuera un 20 % superior a la calculada en el apartado anterior ¿Cuánto valdría el gasto de aire a través de la tobera en las nuevas condiciones y la velocidad del aire en la sección de salida?

3º) Para las condiciones del apartado anterior se coloca un tubo de Pitot en la sección de salida. ¿Qué velocidad mediría dicho tubo de Pitot?

4º) ¿Cuál debería ser la presión en el depósito para que la velocidad del aire en la sección de salida fuera 200 m/s?

Solución:

1º) $p = 6{,}2893 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$; $G = 1{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/s}$; $v_s = 486{,}4\,\mathrm{m/s}$

2º) $G = 1{,}8 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/s}$; $v_s = 486{,}4\,\mathrm{m/s}$

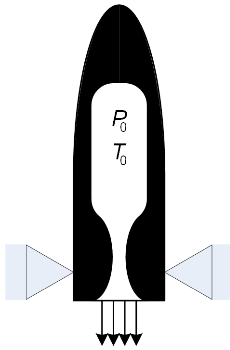
3º) $v = 268{,}4\,\mathrm{m/s}$

4º) $p = 1{,}64505 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

Problema 5.44

Un cohete experimental posee en su interior un depósito de $V = 10$ m^3 lleno de aire comprimido que descarga a la atmósfera ($p_{amb} = 101325\,\mathrm{Pa}, T_{amb} = 288$ K) a través de una tobera convergente-divergente de área de salida $A_s = 80$ cm^2 y área de garganta $A_g = 60,\mathrm{cm}^2$. En el instante inicial se encuentra sujeto por dos apoyos y la masa total (cohete y aire) es $M_T = 100$ kg. Se abre la válvula del depósito y se miden las propiedades (velocidad, presión y temperatura) justo en la salida de la tobera, obteniéndose $v_s = 456$ m/s, $p_s = 1{,}510^5$ Pa, $T_s = 180$ K

a) Calcular la fuerza inicial que ejerce el cohete sobre los apoyos. b) Calcular la presión y la masa de aire en el depósito en dicho instante inicial.

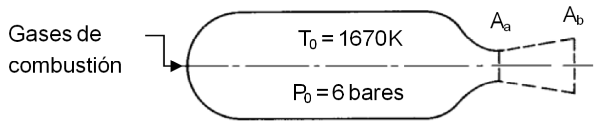


A partir de ese instante se sueltan los apoyos y el cohete asciende. c) Hallar la expresión de la presión en el depósito en función del tiempo durante el periodo en que la tobera se encuentra bloqueada. d) Calcular la aceleración del cohete en el instante en que la tobera deja de estar bloqueada.

NOTA: Considerar que el depósito es isotermo. Despreciar la resistencia aerodinámica. Considerar que la atmósfera es isobara.

Problema 5.45

La figura muestra un esquema del escape de un motor de un cohete en el que los productos de reacción descargan desde un tanque con condiciones estacionarias $T_0 = 1670$ K y $P_0 = 6$ bares a la atmósfera operando en condiciones de diseño. Se asume que el desplazamiento del cohete es horizontal a una cota de 3000 m. Además, la composición de los productos de combustión es similar al aire.



1º) Evaluar la presión atmosférica a 3000 metros de altura sabiendo que la temperatura de la atmósfera disminuye 0.5ºC cada 100 metros y las condiciones en la cota 0 son 20ºC y 101325 Pa.

Se barajan dos opciones: una tobera convergente cuya área de salida sea $A_a = 30$ mm^2 o una tobera convergente divergente con $A_b/A_a = 1{,}5$

2º) Calcular para las dos opciones descritas: la velocidad, presión y gasto a la salida de cada tobera.

3º) Asumiendo que la masa total del cohete (estructura + combustibles) para un tiempo de referencia $t = 0$ s es $M_0 = 150$ kg. Evaluar la evolución temporal de la masa del cohete mientras se conservan las condiciones especificadas en el diseño para las dos toberas descritas.

4º) Calcular la fuerza de propulsión que experimentaría el cohete operando en condiciones de diseño con cada una de las dos toberas.

5º) Para la tobera de mayor propulsión, calcular el tiempo necesario en condiciones de diseño para que desde un tiempo de referencia $t = 0$ s en el que la velocidad del cohete es $V_0 = 20$ m/s y la masa total es M0, el cohete alcance la velocidad $V_f = 40$ m/s.

Solución:

1º) $p_{3000} = 0{,}70758 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$

2º) Tobera C : $p_s = 3{,}1698 \times 10^5\,\mathrm{Pa}$, $G = 1{,}78 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg/s}$; , $v_s = 747{,}37\,\mathrm{m/s}$

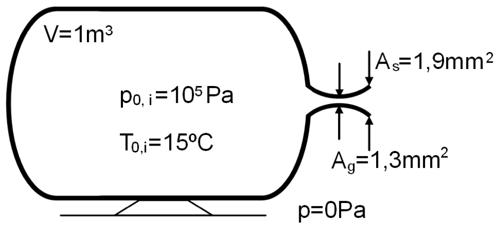
Tobera CD : $p_s = 95220\,\mathrm{Pa}$, $G = 1{,}78 \times 10^{-2}\,\mathrm{kg/s}$, $v_s = 1170{,}69\,\mathrm{m/s}$

3º) $M = M_0 - 0{,}0178t$

4º) $F_{prop(C)} = 20{,}690\,\mathrm{N}$, $F_{prop(CD)} = 21{,}939\,\mathrm{N}$

5º) $t = 135{,}54\,\mathrm{s}$

Problema 5.46



Se tiene un depósito de volumen $V = 1$ m^3, lleno de aire inicialmente a la presión absoluta $p_{0,i} = 10^5$ Pa y temperatura $T_{0,i} = 15$C, que descarga al vacío a través de una tobera convergente-divergente de área de salida $A_s = 1{,}9$ mm^2, y área de garganta, $A_g = 1{,}3$ mm^2. Supóngase el proceso de descarga ideal, adiabático, cuasi-estacionario, con fuerzas másicas despreciables, y que en el depósito, al ser muy grande, las velocidades son prácticamente nulas. En el instante inicial:

1º) Calcular la presión, temperatura y velocidad en la sección de salida de la tobera.

2º) Calcular el gasto a través de la tobera

3º) Calcular la fuerza horizontal que ejerce el aire sobre el depósito.

El objeto de este chorro es crear un sistema propulsor que suministre una fuerza constante. Para compensar la disminución de la densidad en el depósito se le añade una potencia calorífica de manera que la fuerza se conserve constante en el tiempo. Se sigue considerando que el proceso de descarga por la tobera tiene las mismas características que anteriormente.

4º) Demostrar que para que la fuerza sea constante es necesario que la presión del depósito también lo sea.

5º) Calcular la evolución en el tiempo de la densidad y temperatura del aire del depósito.

6º) Calcular la potencia calorífica que es necesario añadir en función del tiempo. Dar el valor numérico en el instante inicial.

Solución:

1º) $p_s = 1{,}69 \times 10^4$ Pa ; $T_s = 173{,}2$ K ; $v_s = 480{,}2$ m/s

2º) $G = 3{,}1 \times 10^{-4}$ kg/s

3º) $F_x = 0{,}181\,\mathrm{N}$

5º) $\rho_0\,(t) = \left(1{,}1 - 1{,}14 \times 10^{-4} t\right)^2$; $T_0\,(t) = \frac{3{,}48 \times 10^2}{\rho_0}$

6º) $\dot{Q}\,(t) = \frac{98{,}5}{\sqrt{\rho_0}}$; $\dot{Q}\,(0) = 89{,}54$ W

Problema 5.47

Un depósito de aire comprimido de grandes dimensiones con unas condiciones estacionarias de 800 kPa y 20C se encarga de llenar un pequeño depósito de 1 m^3 a través de una tobera convergente divergente con área de entrada 2 cm^2, área de garganta 1 cm^2 y área de salida 1,66 cm^2. El depósito pequeño es isotermo y está inicialmente a 20ºC y 100 kPa. Se pide:

1º) Las condiciones iniciales de presión y temperatura a la salida de la tobera.

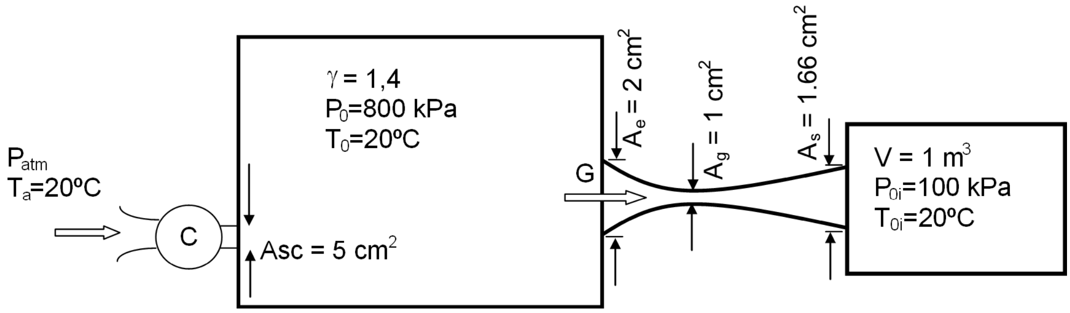
2º) El tiempo que tarda en aparecer una onda de choque en el interior de la tobera.

3º) El tiempo que tarda en empezar a variar el gasto que atraviesa la tobera.

Para mantener las condiciones del depósito de grandes dimensiones, se utiliza un compresor que trabaja de forma isentrópica, se alimenta de aire en condiciones atmosféricas y su área de salida es 5 cm^2.

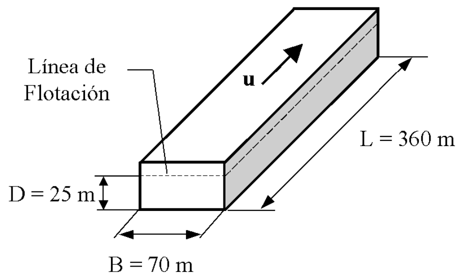
4º) Calcular la potencia consumida por el compresor mientras el gasto en la tobera se conserva constante.

5º) Determinar potencia calorífica que hay que aportar o extraer del depósito de grandes dimensiones para que sea isotermo bajo las condiciones del apartado anterior



Problema 6.1

Un barco tanque de 360 m de largo, 70 m de ancho y 25 m de calado navega a una velocidad de crucero U = 6 m/s. Estimar la fuerza y la potencia requeridas para superar el arrastre debido a la fricción superficial en los casos siguientes (tomar el número de Reynolds de transición laminar a turbulento $Re = 5 \times 10^5$):



1º) con el mar en calma

2º) con una corriente en contra de 5 m/s.

Recordatorio:

$$C_{f,\text{lam}} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad ; \quad C_{f,\text{turb}} = \frac{0,0592}{\sqrt[5]{Re_x}}$$

Solución:

1º) $F = 7{,}81 \times 10^5\,\text{N}$; $W = 4{,}68\,\text{MW}$ 2º) $F = 2{,}32 \times 10^6\,\text{N}$; $W = 25{,}59\,\text{MW}$

Problema 6.2

Se pretende construir un aeropuerto militar situado en un lugar estratégico de una isla del Pacífico. El aeropuerto en cuestión tendría su única pista justo al borde de un acantilado. Se sabe que en la supuesta pista podría existir un viento huracanado paralelo a la misma y procedente del mar con una velocidad de 180 km/h. Las dimensiones requeridas de la pista son de 300 × 12 m. Para poder llevar a cabo su construcción, así como para que el aeropuerto resulte operativo se necesita conocer algunos datos:

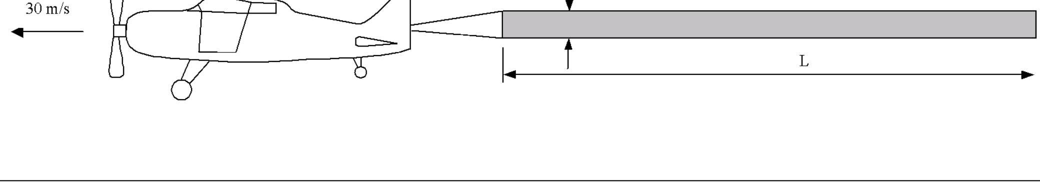
1º) Zona de la pista donde la capa límite es laminar.

2º) Espesor de la capa límite en la zona de transición y en el extremo final de la pista.

3º) Coeficiente de fricción y fuerza sobre la pista de aterrizaje a tener en cuenta para el dimensionado del firme.

Problema 6.3

El motor de una avioneta puede dar una potencia de 2×10^4 Watios. Cuando la avioneta se desplaza a una velocidad de 30 m/s en aire a 20ºC, los motores trabajan a 3/4 de su potencia máxima. Con la potencia restante ($0{,}5 \times 10^4$ Watios), se desea arrastrar una pancarta publicitaria de 1,5 m de ancho a 30 m/s. Suponga que la pancarta se comporta como una placa plana y que está suficientemente alejada de la avioneta como para que ésta no perturbe el campo fluido a su alrededor.



1º) Zona de la pancarta donde la capa límite es laminar.

2º) ¿Cuál será la longitud máxima de la pancarta que puede arrastrar la avioneta a esa velocidad?

3º) Espesores de la capa límite en la mitad de la longitud de la pancarta y en el extremo final.

Si en lugar de arrastrar la pancarta con una avioneta se arrastrase con un submarino en el mar a una temperatura del agua de 10ºC,

4º) ¿cuál sería la velocidad para que la potencia adicional a suministrar por los motores del submarino fuese la misma que la del avión (0,5 × 10^4 Watios)?

Datos:

$\rho_{\text{aire a 20C}} = 1,20\,\text{kg/m}^3$ $\mu_{\text{aire a 20C}} = 1,81 \times 10^{-5}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2$

$\rho_{\text{agua a 10C}} = 1026\,\text{kg/m}^3$ $\mu_{\text{agua a 10C}} = 1,308 \times 10^{-3}\,\text{N}\cdot\text{s/m}^2$

$Re_{c,\,\text{aire}} = Re_{c,\,\text{agua}} = 10^5$

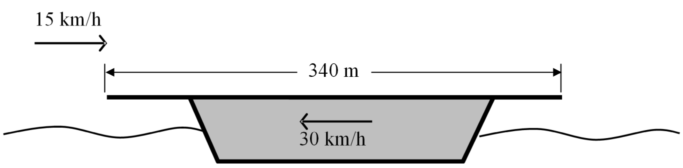
Solución:

1º) $x_l = 5\,\text{cm}$ 2º) $L = 56{,}8\,\text{m}$

3º) $\delta_{x=L/2} = 29{,}5\,\text{cm}$; $\delta_{x=L} = 51{,}5\,\text{cm}$ 4º) $u_\infty = 3{,}21\,\text{ms}^{-1}$

Problema 6.4

Un portaaviones navega a 30 km/h con un viento en contra de 15 km/h. La cubierta del portaaviones tiene una longitud de 340 m.



Calcular:

1º) La zona de la cubierta donde la capa límite es laminar ($Re_c = 5 \times 10^5$)

2º) El espesor de la capa límite cuando el $Re_x = 2 \times 10^5$

3º) El espesor de la capa límite en el borde trasero de la cubierta.

Solución:

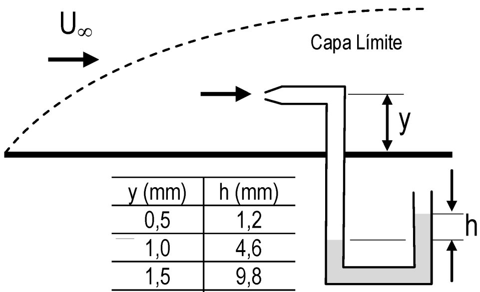
1º) $x_l = 0{,}64\,\text{m}$ 2º) $\delta_{99} = 2{,}8\,\text{mm}$ 3º) $\delta = 2{,}59\,\text{m}$

Problema 6.5

Una locomotora arrastra 230 vagones planos con un contenedor de dimensiones $3,5 \times 3,5 \times 12\,\text{m}$. Si la locomotora se desplaza a 130 km/h con viento en contra de 130 km/h, calcula la potencia requerida para vencer la resistencia al avance de los vagones.

Problema 6.6

Con el experimento de la figura se desea caracterizar una capa límite turbulenta sobre una placa plana. Se desconoce la velocidad de la corriente de un fluido de densidad 1,2 kg/m^3 y viscosidad 6,5$\times$10^{-4} kg/(ms) que incide paralelo a la placa. Al desplazar el tubo de Pitot perpendicularmente a la placa se obtienen las medidas indicadas en la tabla siendo la densidad del fluido manométrico 825 kg/m^3. Usando exclusivamente estas mediciones calcular:



y (mm)	h (mm)
0,5	1,2
1,0	4,6
1,5	9,8
2,0	15,8
2,5	21,2
3,0	25,3
3,5	27,8
4,0	29,0
4,5	29,7
5,0	29,7

1º) La velocidad de la corriente incidente, U_∞.

2º) El espesor δ_{99} de la capa límite.

3º) El esfuerzo cortante en la pared, justificando el procedimiento.

4º) El espesor de la subcapa laminar.

5º) El espesor de desplazamiento.

Problema 6.7

Especificar los rangos de aplicación de las diferentes expresiones del perfil de velocidad según la variación de y^+ en la capa límite turbulenta. Aplicación: Dentro de una capa límite turbulenta creada por un flujo paralelo a una placa plana se han realizado dos medidas de velocidad a dos distancias diferentes de la pared, obteniéndose los siguientes resultados:

Distancia perpendicular a la placa - y (cm)	0,0889	0,1397
Velocidad medida - V_x (m/s)	16,52016	17,58696

Estimar la velocidad V_x para la distancia y =0,2588 cm. Nota.- Tomar para la subcapa logarítmica la siguiente expresión del perfil de velocidad: $u^+ = 2,5\ln(y^+) + 5$.

Problema 6.8

Un avión vuela a cierta altura con una velocidad de 100 m/s. Se asume que la superficie del ala puede ser considerada como una placa plana con ángulo de ataque nulo. Se sabe que el valor de la densidad del aire es 0,55 kg/m^3 y su viscosidad cinemática 0,278 $\times$10^{-4} m^2/s. Se pretende evaluar las magnitudes características de la capa límite en una sección distante 3 m del borde de ataque del ala.

1º) Justificar que la capa límite es turbulenta y, por lo tanto, es adecuado utilizar la correlación de Schultz – Grunow para el coeficiente de fricción: $C_f = 0,37/[\log(Re_x)]^{2,58}$.

Utilizando la ley de la pared:

2º) Evaluar el espesor de la subcapa laminar, δ_{subL}.

3º) Determinar la velocidad del aire relativa al avión a una distancia de la superficie del ala igual al espesor de dicha subcapa laminar.

4º) Determinar la velocidad del aire relativa al avión a una distancia de la superficie del ala igual a 30 veces el espesor de dicha subcapa laminar.