



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

**Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales, Sociales y
de la Matemática**

**Educación matemática inclusiva en ESO:
propuestas de trabajo en el aula basadas en el
Diseño Universal para el Aprendizaje**

**Trabajo Final del Máster Universitario de Profesor en Educación Secundaria
Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas.
Especialidad de Matemáticas.**

Alumna: Cristina Herguedas Sanz

Tutor: José María Marbán Prieto

Valladolid, Junio 2025

Resumen

La diversidad es un rasgo principal de cualquier sociedad y un reflejo de ello son las aulas de los centros educativos. Por ello, sobre todo en los últimos años, se le ha dado una especial relevancia a la educación inclusiva, una en la que cualquier estudiante, independientemente de sus cualidades y características personales, pueda aprender y participar del proceso educativo. Para poder diseñar situaciones de aprendizaje donde nadie se quede atrás el Center for Applied Special Technology (CAST) creó el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), el cual da una serie de directrices basadas en conocimientos científicos para garantizar la inclusividad. En ellas se ha basado la propuesta de este trabajo cuyo objetivo es diseñar una serie de propuestas basadas en estas directrices y que sean acordes al contexto donde se quieran desarrollar. En este caso la propuesta está centrada en el curso de tercero de Educación Secundaria Obligatoria (ESO) de un instituto público de Valladolid. Para aplicar las directrices del DUA y promover el aprendizaje significativo, la participación activa y la inclusión se ha optado por emplear estrategias de gamificación aplicadas principalmente a la resolución de problemas matemáticos.

Palabras clave: Diseño Universal para el Aprendizaje, educación inclusiva, matemáticas, educación secundaria, gamificación.

Abstract

Diversity is a main characteristic of every society and a proof of that are the students in a learning center. Due to this, specially past years, inclusive education has gained great importance. This type of education guarantees that every student, regardless of their abilities or characteristics, can learn and participate in the learning process. To enable the design of learning situation where no student is left aside Center for Applied Special Technology (CAST) created the Universal Design for Learning (UDL) which gives some guidelines based on scientific knowledge to ensure inclusivity. This project is based on those guidelines and its objective is to design a set of learning situations based on these guidelines and adequated to the context where they will be developed. In this case, the design is centered in the third grade of secondary education in a public school in Valladolid. To apply the guidelines and to promote significative learning, active participation and inclusion, gamification has been the selected methodology to challenge students to solve mathematical problems.

Keywords: Universal Design for Learning, inclusive education, mathematics, secondary education, gamification.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO 2: MARCO CONCEPTUAL	8
2.1 Diseño Universal para el Aprendizaje	8
2.1.1 Origen del Diseño Universal para el Aprendizaje.....	8
2.1.2 Principios del Diseño Universal para el Aprendizaje.....	11
2.2 Inclusión educativa.....	22
2.3 Gamificación y aprendizaje basado en juegos	23
2.3.1 Elementos de la gamificación	25
CAPÍTULO 3: MARCO CONTEXTUAL.....	32
3.1 Contexto del centro	32
3.2 Descripción del alumnado	33
3.3 Elementos curriculares de la LOMLOE que desarrolla la propuesta.....	34
CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE INTERVENCIÓN.....	38
4.1 Justificación y objetivos de la propuesta.....	38
4.2 Contribución a las competencias clave y específicas.....	39
4.2.1 Competencias clave.....	39
4.2.2 Competencias específicas.....	42
4.3 Descripción de la propuesta	46
4.3.1 Concepto de variable.....	47
4.3.2 Ecuaciones de primer y segundo grado.....	50
4.3.3 Resolución de problemas	56
4.4 Metodología empleada.....	63
4.5 Puesta en práctica de la propuesta	64
4.6 Evaluación de la propuesta.....	66
4.7 Evaluación de los resultados y propuestas de mejora.....	70
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES	76
REFERENCIAS	78
ANEXO I: PROBLEMAS ASOCIADOS A LA PROPUESTA	82
ANEXO II: DESCRIPTORES DEL PERFIL DE SALIDA	84

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Relación entre las redes neuronales y los tres principios del DUA	12
Figura 2 Esquema de las directrices del primer principio.....	14
Figura 3 Esquema de las directrices del segundo principio	17
Figura 4 Esquema de las directrices del tercer principio	20
Figura 5 Esquema explicativo de la diferencia entre integración e inclusión.....	23
Figura 6 Esquema explicativo de la taxonomía de la gamificación.....	25
Figura 7 Panel para el concurso-subasta.....	57
Figura 8 Ejemplo de error al aplicar identidades notables.....	71
Figura 9 Ejemplo de error al aplicar identidades notables.....	71
Figura 10 Ejemplo de error al aplicar identidades notables.....	71
Figura 11 Ejemplo de resolución mediante la fórmula en lugar de sacando factor común	72
Figura 12 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones.....	72
Figura 13 Ejemplo de error al trabajar con fracciones.....	73
Figura 14 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones.....	73
Figura 15 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones.....	74

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Relación entre los contenidos desarrollados y los saberes básicos	37
Tabla 2 Relación de la propuesta con los principios del DUA.....	49
Tabla 3 Relación de la propuesta con los principios del DUA.....	52
Tabla 4 Relación de la propuesta con los principios del DUA.....	58
Tabla 5 Relación de la propuesta con los principios del DUA.....	60
Tabla 6 Relación de la propuesta con los principios del DUA.....	62
Tabla 7 Relación entre las competencias, los objetivos y los criterios de evaluación.....	66

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

La educación inclusiva es un pilar fundamental en los sistemas educativos actuales, reflejando la diversidad presente en nuestra sociedad. En las aulas, esta diversidad se manifiesta en muchas dimensiones tales como las culturales, físicas, económicas, sociales o cognitivas. Por ello, asegurar que todos los estudiantes, independientemente de sus características y destrezas individuales tengan acceso a una educación de calidad donde puedan participar de manera activa de su propio proceso de aprendizaje es un desafío que requiere buscar nuevos enfoques para la educación. Uno de estos enfoques es el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA), un marco basado en evidencias neurocientíficas que proporciona herramientas para diseñar entornos educativos y situaciones de aprendizaje que sean accesibles, eliminando barreras y promoviendo el éxito académico.

El DUA, desarrollado por el Center for Applied Special Technology (CAST) busca atender la variabilidad inherente al alumnado. Se basa en tres principios fundamentales que son: proporcionar múltiples formas de implicación, de representación y de acción y expresión. Estos principios llevan asociados una serie de directrices específicas que permiten adaptar tanto el currículo como la metodología y la evaluación a las distintas necesidades del alumnado. Gracias a ellas, no solo el alumnado con necesidades específicas sale beneficiado, sino que es todo el conjunto de la clase quien consigue enriquecer su aprendizaje debido al fomento de la autonomía, la motivación y la participación activa.

En la asignatura de matemáticas, históricamente percibida como una materia difícil o incluso inaccesible para una gran parte del alumnado, la inclusión educativa adquiere una relevancia especial. Esta percepción, junto con el uso de metodologías basadas en la memorización y la repetición, sin búsqueda de razonamiento o comprensión alguna de los estudiantes, puede generar ansiedad y desmotivación, lo cual agrava aún más las desigualdades dentro de la clase. Para intentar paliar estos efectos es fundamental estudiar e implementar metodologías, que alineadas con el DUA, conviertan el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en una realidad accesible y significativa para todo el alumnado. Un enfoque metodológico que parece cumplir todos estos propósitos es la gamificación. La gamificación consiste en la incorporación de elementos lúdicos a contextos educativos haciendo que a través de las dinámicas propias del juego se trabajen aspectos importantes como la motivación, el trabajo en grupo y la colaboración o la comprensión de conceptos matemáticos. Todo ello permite, a su vez, adaptarse a los distintos ritmos y estilos de aprendizaje que presenta la diversidad propia de un aula.

Este trabajo de Fin de Máster tiene como objetivo principal diseñar una propuesta de trabajo en el aula basada en el DUA y aplicada a la enseñanza de las matemáticas en el tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). La propuesta está centrada en saberes básicos centrados en el sentido algebraico que recoge la ley. En concreto, se profundizará en el concepto de variable, las ecuaciones tanto de primer como de segundo grado y la resolución de problemas. El contexto en el que se ha centrado la propuesta es un instituto público de Valladolid donde la inclusión resulta prioritaria debido a la gran diversidad que presenta el centro.

Este trabajo se fundamenta en la necesidad de abordar las barreras que enfrentan muchos y muchas estudiantes durante el proceso del aprendizaje de las matemáticas, en concreto del álgebra. Esta parte de las matemáticas, además, suele presentar más dificultades debido a su nivel de abstracción. Esta necesidad, además, es un requisito indispensable para responder a las demandas de la LOMLOE y del currículo de Castilla y León, donde se enfatiza la importancia de que la educación sea inclusiva y competencial. Por otro lado, la gamificación, además de ayudar a la adquisición de conocimientos matemáticos, gracias a que incorpora elementos como la cooperación, la competición sana o la retroalimentación inmediata, contribuye al desarrollo de habilidades metacognitivas y socioafectivas esenciales para el desarrollo personal y el aprendizaje a lo largo de la vida.

El trabajo consta de un marco conceptual que profundiza en los fundamentos del DUA, la educación inclusiva y la gamificación. Después se realiza un análisis del contexto educativo donde se desarrollará la propuesta. A continuación, se detallan las actividades diseñadas para dicha propuesta, explicando su relación con los principios del DUA y su contribución tanto en las competencias clave como en las específicas. Por último, se evalúa la implementación de la propuesta reflexionando sobre los resultados obtenidos por el alumnado y proponiendo mejoras para futuras intervenciones.

CAPÍTULO 2: MARCO CONCEPTUAL

En el presente marco conceptual se van a desarrollar las ideas teóricas sobre las que se va a fundamentar el enfoque y el desarrollo del presente trabajo. Estas resultan esenciales al proporcionar unas bases sólidas sobre las que elaborar la propuesta. Como el objetivo principal del trabajo es desarrollar una propuesta de educación inclusiva para la asignatura de matemáticas, los ejes temáticos que la vertebran son el diseño universal para el aprendizaje, la educación inclusiva y la gamificación. Todos ellos se desarrollarán a lo largo de este capítulo.

2.1 Diseño Universal para el Aprendizaje

El Diseño Universal para el Aprendizaje ofrece un enfoque pedagógico inclusivo que, desde la propia planificación didáctica, busca dar respuesta a la diversidad del alumnado. Inspirado en los principios del Diseño Universal propios del ámbito de la arquitectura, el DUA traslada la forma de trabajar al ámbito educativo, con el objetivo de promover la inclusión de todo el alumnado. En el siguiente apartado se profundizará sobre el origen y sobre la evolución de esta forma de trabajo.

2.1.1 Origen del Diseño Universal para el Aprendizaje

En 1970, el arquitecto Ron Mace fundó el Centro para el Diseño Universal (CUD). Es ahí donde surge el concepto de Diseño Universal. Este se define por el CUD (1997) como todo aquel diseño de productos y entornos que cualquier persona podría utilizar, en la mayor medida de lo posible, sin necesidad de ser adaptados o de contar con un diseño especializado. Esta propuesta surge como alternativa al modo de diseñar edificios que hasta el momento habían sido pensados para un usuario “promedio” sin atender a las distintas necesidades de una sociedad diversa.

En un primer momento, con el propósito de intentar atender la variabilidad de la sociedad, se intentaron adaptar edificios ya existentes a través de medidas como, por ejemplo, la incorporación de rampas. Estas soluciones presentaron desventajas frente a los edificios cuyo diseño había tenido en cuenta estas necesidades ya que, en estos casos, resultaba más cara la adaptación. Además, muchas veces la solución terminaba por no ser funcional o no encajaba con la estética del edificio. Todos estos factores evidenciaron la necesidad de considerar la diversidad presente en la sociedad desde la etapa de diseño.

Adicionalmente, todas estas propuestas inclusivas implementadas desde el diseño resultaron ser beneficiosas para todos los usuarios, no solo para aquellos a quienes estaban dirigidas en una primera instancia. Se encuentran ejemplos de ello no solo en la arquitectura sino también en el transporte o en la tecnología. Los subtítulos tenían por objetivo permitir a las personas sordas ver la televisión sin perder información. Sin embargo, actualmente su utilidad se ha ampliado significativamente ya que, también, sirven de ayuda para aquellas personas que quieren aprender un idioma viendo películas en versión original o para aquellos usuarios que se encuentran en un ambiente ruidoso y quieren seguir las noticias. Algo similar ocurre con los rebajes de las aceras; por ejemplo. Estos facilitan la movilidad no solo de las personas en silla de ruedas sino para quienes transportan maletas o carritos de bebé.

De esta manera, puede afirmarse que no existen usuarios con discapacidad, sino entornos discapacitantes. Estos entornos, al estar mal diseñados, han segregado tradicionalmente a las personas en categorías aisladas, simplificando una realidad humana mucho más diversa, dinámica y compleja. Por último, quedó en evidencia que las necesidades de adaptación no tienen por qué ser permanentes, por lo que cualquiera puede necesitarlas en algún momento de su vida, ya sea por circunstancias temporales o cambios físicos asociados a la edad o a los accidentes.

En España, la primera vez que se definen estos conceptos lo hacen en el Real Decreto Legislativo 1/2013 del 29 de noviembre en el art.2, el cual se modifica por el art. Único 1 de la Ley 6/2022 del 31 de marzo. Según esta última normativa (Ley 6/2022, 2022) la accesibilidad universal se define como:

Condición que deben cumplir los entornos, procesos, bienes, productos y servicios, así como los objetos, instrumentos, herramientas y dispositivos para ser comprensibles, utilizables y practicables por todas las personas en condiciones de seguridad y comodidad de la forma más autónoma y natural posible. En la accesibilidad universal está incluida la accesibilidad cognitiva para permitir la fácil comprensión, la comunicación e interacción a todas las personas. La accesibilidad cognitiva se despliega y hace efectiva a través de la lectura fácil, sistemas alternativos y aumentativos de comunicación, pictogramas y otros medios humanos y tecnológicos disponibles para tal fin. Presupone la estrategia de «diseño universal o diseño para todas las personas», y se entiende sin perjuicio de los ajustes razonables que deban adoptarse.

Por otro lado, en el Real Decreto Legislativo 1/2013 (2013) se define diseño universal o diseño para todas las personas como:

Actividad por la que se conciben o proyectan desde el origen, y siempre que ello sea posible, entornos, procesos, bienes, productos, servicios, objetos, instrumentos, programas, dispositivos o herramientas, de tal forma que puedan ser utilizados por todas las personas, en la mayor extensión posible, sin necesidad de adaptación ni diseño especializado. El «diseño universal o diseño para todas las personas» no excluirá los productos de apoyo para grupos particulares de personas con discapacidad, cuando lo necesiten.

Dentro de este clima de transformación hacia una sociedad más inclusiva nace el Center for Applied Special Technology o Centro de Tecnología Especial Aplicada (CAST) fundado por un grupo de investigadores en educación en 1984. Su objetivo principal era el de convertir el currículo en algo accesible para todo el alumnado apoyándose en los avances de la tecnología, promoviendo así una reforma en las escuelas. Para ello, partiendo de las ideas del diseño universal, desarrollaron un enfoque didáctico y pedagógico con el que surgió el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Este suponía una nueva forma de trabajar para atender las discapacidades no del alumnado sino de los centros escolares y sus recursos. El DUA integró hallazgos de la investigación educativa y neurocientífica junto con la flexibilidad que ofrece la tecnología para diseñar entornos de aprendizaje más inclusivos especialmente para aquellos discentes con necesidades fuera de lo “promedio”. Por todo ello, el Diseño Universal para el Aprendizaje se puede definir como un modelo teórico-

práctico para la enseñanza que fue diseñado y desarrollado por el CAST basándose en la investigación y la práctica educativa. Este establece unas directrices para un diseño flexible del currículo y de todos sus elementos entre los que se incluyen los objetivos, los contenidos, la metodología, los recursos y la evaluación, buscando crear contextos inclusivos en los que todos los estudiantes puedan aprender (Ministerio de Educación y Formación Profesional, s.f.).

El CAST comenzó su actividad desarrollando libros digitales especializados para las necesidades de cada estudiante. Por ejemplo:

- El alumnado con problemas de lectura necesitaba una herramienta que leyera los textos en alto.
- El alumnado con un vocabulario limitado necesitaba definiciones vinculadas a aquellos términos desconocidos o complejos.
- Los discentes con dificultades motrices necesitaban sistemas de navegación más simples, como, por ejemplo, poder pasar de página con un solo botón que cambie la interfaz de una página a la siguiente.
- El estudiantado con problemas de visión necesitaba botones más grandes que anunciaran sus funciones en alto.

Pronto se dieron cuenta de que todas estas funcionalidades podían combinarse en una versión digital del libro, donde cada alumno seleccionaría las funcionalidades en función a sus necesidades. Este enfoque no solo hizo el currículo accesible para un espectro más amplio de aprendices, sino que demostró que la flexibilidad tecnológica ayuda a ofrecer oportunidades verdaderas de inclusión educativa. Además, hicieron hallazgos de gran relevancia sobre los que se profundizará a continuación.

En primer lugar, se vio que el éxito educativo solo emerge cuando los estudiantes y el currículo interactúan de maneras que hacen mejorar a ambos al mismo tiempo (Meyer et al., 2013). Este proceso bidireccional transforma tanto los contenidos como al propio alumnado. Además, la implementación de estos cambios reveló que todo el alumnado utilizaba estas herramientas por igual, y que cuando lo hacían, mejoraban sus resultados académicos, llegando a la misma conclusión que se obtuvo con el Diseño Universal. Las dificultades de aprendizaje nacen por la rigidez del material didáctico y no por las habilidades o capacidades del alumnado (Alba Pastor et al., 2011). Este hallazgo desplaza el foco de la adaptación del estudiante a la necesidad de flexibilizar el sistema.

Asimismo, la experiencia ha demostrado que la adaptación en retrospectiva de situaciones de aprendizaje previamente diseñadas presenta limitaciones análogas a las observadas en la readecuación arquitectónica de edificios existentes: requiere mayor inversión de recursos y ofrece menor eficacia funcional que la incorporación prospectiva de criterios de accesibilidad en la fase de diseño inicial. Esto, además, tampoco resulta funcional, ya que requiere trabajar el doble: se diseña y después se debe rediseñar duplicando el esfuerzo del docente. Finalmente, las actividades y recursos acababan siendo poco atractivos para el alumnado, por lo que pierden efectividad. Todo esto lleva a pensar que la única alternativa viable es tener en cuenta la variabilidad presente en el aula desde el diseño tomando como referencia los casos extremos. De esta manera se evitará tener que hacer adaptaciones para cada estudiante fuera de la media. Bajo este contexto, el DUA se

establece como un aporte sustantivo en la construcción de una educación verdaderamente inclusiva. La educación inclusiva es un gran proyecto que busca conseguir una educación que no excluya a ningún estudiante potenciando que todos ellos se involucren en el aprendizaje haciendo de este algo equitativo (Barrio, 2009). Esto implica que todo el alumnado aprenda junto, al margen de sus condiciones personales, sociales o culturales, incluyendo aquellos que presentan una discapacidad. En un aula inclusiva todos los estudiantes disfrutan de un proceso de enseñanza-aprendizaje adaptado a sus necesidades, independientemente de todas las condiciones antes mencionadas (Parra, 2010). La implementación del DUA trasciende así la mera optimización de recursos y reconceptualiza la diversidad como un elemento sobre el que estructurar el diseño curricular.

Es por esto que el Diseño Universal para el Aprendizaje realiza contribuciones fundamentales al paradigma de la educación inclusiva mediante dos transformaciones conceptuales esenciales. La primera de ellas es la ruptura de la división entre alumnado con y sin discapacidad que lo categorizaba en grupos rígidos, sustituyéndolo por un modelo que reconoce que en un aula existe distintas necesidades y estudiantes con muy diversas habilidades que hacen que considerar dos categorías estancas no tenga sentido. En segundo lugar, igual que pasó con el Diseño Universal, este enfoque traslada la definición de discapacidad del alumnado a los medios. Este cambio de paradigma implica que son los materiales y recursos los que generan situaciones discapacitantes cambiando el foco de actuación hacia ellos.

Para poder transformar los recursos, el DUA proporciona tres principios fundamentales que son: facilitar múltiples formas de motivación y compromiso, proporcionar múltiples formas de representación y ofrecer diversos medios de acción y expresión. Sobre estos tres principios se articula el diseño de la propuesta de este trabajo y en el siguiente apartado se profundizará tanto en sus implicaciones como en las directrices para llevarlos a cabo.

2.1.2 Principios del Diseño Universal para el Aprendizaje

Los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje constituyen un marco teórico-práctico para el diseño de situaciones de aprendizaje capaces de responder a la diversidad del alumnado, diversidad, entendida como todas aquellas diferencias entre personas en dimensiones como la raza, la etnia, el género, la orientación sexual, el idioma, la cultura, la religión, la capacidad mental y física, la clase y la situación migratoria (UNESCO, 2017). Estos principios ofrecen una enumeración de propuestas para que cualquier docente pueda aplicar en su materia o disciplina asegurándose de que todo el alumnado puede acceder a situaciones de aprendizaje significativas y cognitivamente desafiantes. Estos principios se organizan jerárquicamente en tres principios fundamentales, los cuales, a su vez, se subdividen en tres directrices que, por último, se dividen en 36 ítems que dan al profesorado unas instrucciones claras sobre cuáles son y cómo se deben atender las distintas necesidades del alumnado presente en el aula para diseñar las situaciones de aprendizaje antes mencionadas (García-Campos et al., 2018). Esta estructura piramidal proporciona, por tanto, una guía sistemática para identificar las necesidades educativas, una serie de herramientas concretas con las que diseñar recursos y unos criterios evaluables para garantizar la inclusión.

Estos principios se fundamentan en los resultados de las investigaciones neurocientíficas de los fundadores del CAST, quienes se centraron en las redes neuronales implicadas en los procesos de aprendizaje. Entre ellas, identificaron tres redes neuronales clave en el proceso de aprendizaje: las redes afectivas, asociadas con el “por qué” del aprendizaje, las redes de reconocimiento, relacionadas al “qué” se aprende y las redes estratégicas, vinculadas al “cómo” se aprende. Cada una de estas redes neuronales está relacionada directamente con uno de los principios del DUA como se puede ver en la tabla que se muestra a continuación.

Figura 1 Relación entre las redes neuronales y los tres principios del DUA



Nota. Reproducido de "Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo didáctico para proporcionar oportunidades de aprender a todos los estudiantes ", por Alba Pastor, C., 2018, *Revista Padres y Maestros*, No. 374.

Las redes de reconocimiento sirven para dar sentido a la información recibida utilizando aquella que ya se ha recibido o se conoce de manera previa. Las redes estratégicas comienzan a trabajar durante la puesta en marcha de funciones ejecutivas relacionadas con la planificación, la ejecución y la evaluación de los procesos de aprendizaje se activan. Al mismo tiempo, las redes afectivas asignan un valor emocional a las tareas que normalmente está relacionado con la motivación, el interés o ambos (García-Campos et al., 2018).

Estos hallazgos sobre el funcionamiento del cerebro ante el aprendizaje demuestran que el procesamiento de información novedosa implica mecanismos cerebrales diferenciados pero interconectados, lo que explica la variabilidad que presentan los seres humanos frente a la tarea del aprendizaje. Esta evidencia neurobiológica justifica la necesidad de diseñar entornos educativos flexibles que contemplen esta diversidad cognitiva desde el diseño.

Para diseñar estos entornos, como ya se ha mencionado con anterioridad, el DUA propone tres principios esenciales a tener en cuenta, los cuales se van a desarrollar a continuación.

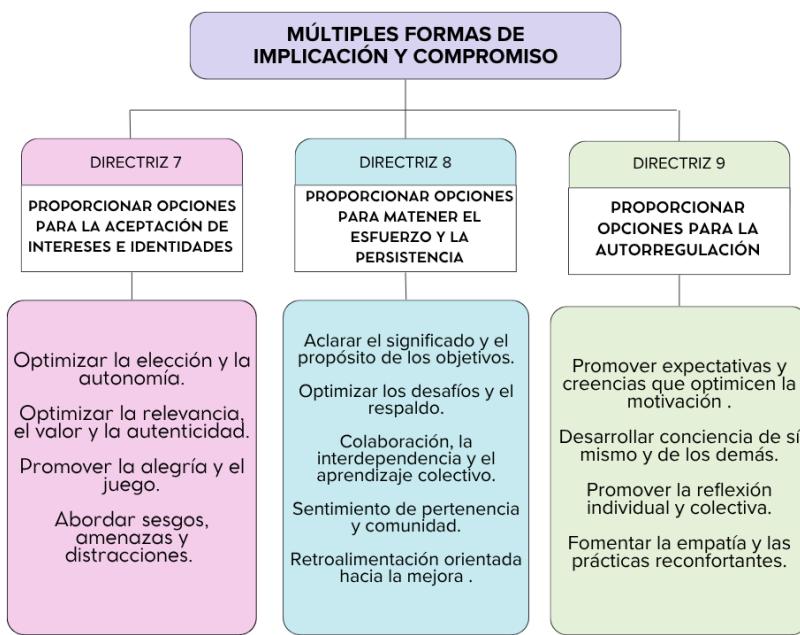
2.1.2.1 Principio 1. Proporcionar múltiples formas de implicación o compromiso

El primer principio tiene que ver con el “por qué” del aprendizaje y este se relaciona con las múltiples formas de implicación y compromiso. Hasta el año 2018, este era el tercer principio, pero debido a la relevancia que ha adquirido la dimensión socioafectiva a partir de esa fecha ha pasado a considerarse en primer lugar (EducaDUA, s.f.).

Las distintas formas de implicación están vinculadas a las redes neuronales afectivas. Estas se sitúan en la parte central del cerebro y guardan relación con los gustos, intereses y preferencias de los individuos. Son, por tanto, las redes que se relacionan con la motivación y el deseo de aprender. Según la Real Academia Española, la motivación es: “el conjunto de factores internos o externos que determinan en parte las acciones de una persona”. Es decir, gran parte del interés que los estudiantes muestren por aprender algo nuevo dependerá de su motivación, y de este interés es del que se derivará un aprendizaje significativo. Dado que las motivaciones varían considerablemente dentro de un alumnado diverso en cuanto a su cultura o sus experiencias previas, es importante proporcionar múltiples formas de representación para activar estas redes afectivas en el mayor número de discentes posible. Cada estudiante debe poder participar de los entornos educativos de manera auténtica encontrando conexiones que sean relevantes para su propia vida (CAST, 2024). Para lograrlo, es labor del profesorado considerar el nivel de desarrollo de los estudiantes y priorizar el conocimiento ajustando el nivel de la actividad, permitiendo que cada alumno pueda adaptar este a sus necesidades (Georgeann Winter, 2016). El marco sobre el que se apoya el DUA enfatiza la idea de que reconocer la variabilidad de los discentes y de sus múltiples identidades es una capa esencial para reconocer por completo el concepto de la variabilidad del alumnado (CAST, 2024).

Como ya se ha mencionado en este capítulo, cada principio tiene asociadas tres directrices específicas que operacionalizan la aplicación práctica de dicho principio al ámbito educativo. En este caso son las número 7,8 y 9, debido a que hasta 2018 este principio se consideraba el tercero y aunque la numeración de los principios sí ha cambiado, el de las directrices no lo ha hecho. Sobre ellas se va a profundizar a continuación y aparecen expuestas de manera esquemática en la siguiente imagen donde, además, se enumeran los puntos de verificación para asegurar la implementación de cada directriz.

Figura 2 Esquema de las directrices del primer principio



Directriz 7: Proporcionar opciones para la aceptación de intereses e identidades

Para despertar y mantener el interés del alumnado durante el proceso de aprendizaje es importante tener en cuenta que no solo los intereses de cada estudiante son únicos, sino que existen otras cualidades que influyen en estos como puede ser la cultura, el género, el idioma o los conocimientos en cada momento, y, como educadores, tenemos la responsabilidad ética y pedagógica de reconocerlos y valorarlos (CAST, 2024). Además, es crucial considerar estos aspectos, ya que aquella información a la que no se le presta atención, a pesar de ser relevante, pasará desapercibida por el alumnado llegando a no ser procesada nunca (Alba Pastor et al., 2013). Esta directriz adquiere especial relevancia en el aula de matemáticas, donde con frecuencia el alumnado debe hacer frente a contenidos curriculares abstractos o alejados de sus realidades inmediatas. Frente a este hecho, es importante que los estudiantes sean capaces de mantener la atención de manera sostenida ya que, por el contrario, el aprendizaje que se producirá será superficial, se olvidará rápido o nunca llegará a asimilarse. Por ello, es labor de todo el profesorado buscar estrategias que fomenten la implicación y el interés del alumnado. Para poder tenerlo en cuenta en el diseño de las actividades y los materiales, el DUA ofrece directrices específicas que permiten evaluar durante la planificación y el diseño, si se están atendiendo adecuadamente estas necesidades:

- Optimizar la elección y la autonomía.
- Optimizar la relevancia, el valor y la autenticidad.
- Promover la alegría y el juego.
- Abordar sesgos, amenazas y distracciones.

Diretriz 8: Proporcionar opciones para mantener el esfuerzo y la persistencia

El aprendizaje constituye un proceso continuo y como tal necesita ser sostenido en el tiempo con esfuerzo y persistencia. Para favorecer que el alumnado mantenga la persistencia en el proceso de aprendizaje, la cual puede estar motivada por factores diversos y cambiantes, el DUA propone: proporcionar objetivos que sean significativos, ofrecer herramientas y apoyos para conseguir los mismos fomentando la colaboración y el sentimiento de comunidad, así como proporcionando retroalimentación formativa (CAST, 2024).

Es de gran importancia proporcionar estas opciones, ya que todos los estudiantes difieren en su motivación inicial y en su capacidad de autorregulación por lo que el entorno debe ser capaz de adaptarse a esta diversidad (Alba Pastor et al., 2013). Para garantizar su implementación, el DUA establece los siguientes puntos de verificación:

- Aclarar el significado y el propósito de los objetivos.
- Optimizar los desafíos y el respaldo.
- Fomentar la colaboración, la interdependencia y el aprendizaje colectivo.
- Fomentar el sentimiento de pertenencia y comunidad.
- Utilizar la retroalimentación orientada hacia la mejora o el dominio de una tarea.

Diretriz 9: Proporcionar opciones para la autorregulación

La autorregulación se puede definir como el proceso dinámico donde los estudiantes definen las metas que guiarán su aprendizaje mientras monitorizan, regulan y controlan de manera consciente sus procesos cognitivos, su motivación y su conducta para alcanzarlas (Nuñez et al., 2015). Por tanto, un alumno capaz de autorregular su aprendizaje es aquel que interviene para construir activamente sus propios significados, objetivos y estrategias a partir de la información y las posibilidades disponibles, dando valor y sentido a los contenidos asimilados. Además, son capaces de regular su motivación de manera que mantienen una percepción positiva de todas aquellas tareas relacionadas con el aprendizaje. Asimismo, poseen una amplia base de recursos metacognitivos que les permiten adaptarse a las distintas situaciones, son capaces de monitorizar sus progresos y evaluar el desarrollo de las actividades adaptándose a las demandas del contexto o de la situación (Fernandez et al., 2013). En consecuencia, igual que es importante prestar atención a todos aquellos elementos extrínsecos que contribuyen en la motivación del alumnado lo es dotarles de herramientas intrínsecas que les permitan regular por sí mismos estas habilidades (Alba Pastor et al., 2013). Para ello, el DUA propone los siguientes elementos:

- Promover expectativas y creencias que optimicen la motivación a través de objetivos que inspiren confianza e independencia en el aprendizaje.
- Desarrollar conciencia de sí mismo y de los demás.
- Promover la reflexión individual y colectiva.
- Fomentar la empatía y las prácticas reconfortantes.

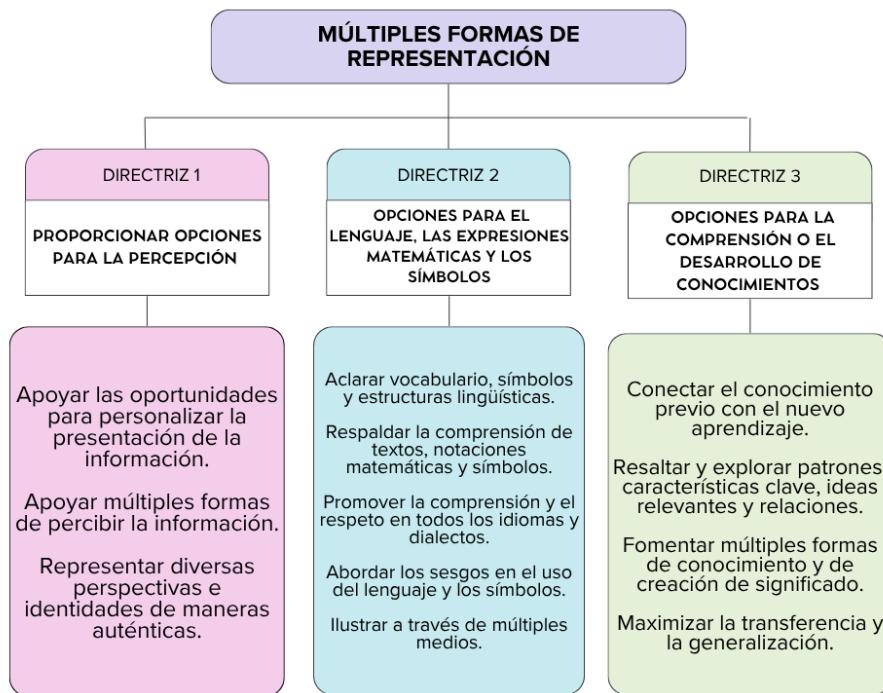
Como conclusión, el primer principio del DUA resalta la importancia de ofrecer al alumnado distintas razones que den sentido a su aprendizaje. De esta manera, serán capaces de entender su finalidad, con lo que se mostrarán más dispuestos a aprender. Esto supone el primer paso para un aprendizaje significativo, pero, como ya se ha explicado anteriormente, las situaciones de aprendizaje deben cumplir dos requisitos más. El siguiente de ellos es la diversificación en la representación de la información, lo que sienta las bases cognitivas que permiten a cada estudiante interactuar con los contenidos desde sus particularidades. Este requisito es el que describe el segundo principio del DUA que se expondrá en el siguiente apartado.

2.1.2.2 Principio 2. Proporcionar múltiples formas de representación

El Principio 2 del DUA guarda relación con el qué se aprende y, para centrarse en ello, es necesario atender a las distintas formas de representación de la información. Esto es importante ya que cada estudiante percibe la información y construye el conocimiento de manera personal y, por tanto, distinta a la del resto. Estas distintas formas de representación tienen que ver con las redes de reconocimiento las cuales están especializadas en percibir la información y asignarle significados (Alba Pastor et al., 2011). Para ello, este principio, busca a través de sus directrices, garantizar que cada estudiante puede acceder a la información y a los contenidos que se van a desarrollar o se están desarrollando de manera que los perciban, los comprendan y los almacenen de manera significativa (Alba Pastor, 2018).

Sabiendo que no existe una forma de representación única que sea óptima para cada discente, ofrecer opciones de representación para aquellos alumnos con discapacidades sensoriales, dificultades de aprendizaje o aquellos que no dominan el idioma es esencial. Además, la representación múltiple de las ideas ayuda a la transferencia del aprendizaje permitiendo establecer conexiones entre conceptos. La transferencia es un fenómeno de interdependencia cognitiva donde las competencias o conocimientos adquiridos en un ámbito determinado tienen influencia sobre la adquisición o ejecución de aprendizajes posteriores (Wenzelburger, 1987). Esta habilidad es fundamental para generar aprendizaje significativo ya que posibilita conectar la información permitiendo a su vez evolucionar en el aprendizaje separándose de la idea de que los conceptos son estancos sin relación alguna entre ellos. Para garantizar que todos los estudiantes desarrollarán esta capacidad este principio tiene asociadas las directrices 1, 2 y 3 como se pueden ver en la Figura 3 sobre las que se va a hablar en este apartado.

Figura 3 Esquema de las directrices del segundo principio



Directriz 1: Proporcionar diferentes opciones para la percepción

Según la RAE, percibir es: “recibir algo y encargarse de ello”. Esta capacidad constituye un requisito fundamental para el proceso de aprendizaje. Si un alumno es incapaz de percibir la información, ya sea por limitaciones sensoriales o por formatos demasiado rígidos, entonces será imposible que se produzca un aprendizaje de la misma. Esta problemática se agrava si la información se presenta en formatos muy estrictos que requieren de un gran esfuerzo cognitivo para ser comprendidos o resultan opresivos debido a que su contenido refuerza estereotipos o inhibe el pensamiento (CAST, 2024).

Para reducir estas barreras y asegurar que la información es perceptible para todo el alumnado es importante presentar la información en distintas modalidades como pueden ser la visual, la auditiva o la táctil. Además, la información debe poder ser adaptable para cualquier usuario, es decir, en caso de ser visual debe poder ser agrandada o, en el caso de ser auditiva, poder ser amplificada (Alba Pastor et al., 2011). De esta manera, los materiales serán accesibles para toda la diversidad presente en el aula. Además, gracias a ellos se da lugar a conexiones más auténticas con las oportunidades para construir conocimiento ya que estas representaciones permiten a los discentes verse reflejados en el currículo y experimentar cómo lo hacen sus compañeros y compañeras (CAST, 2024). Para concretar esta directriz en acciones más específicas para la implementación el DUA propone:

- Apoyar las oportunidades para personalizar la presentación de la información.
- Apoyar múltiples formas de percibir la información.
- Representar diversas perspectivas e identidades de maneras auténticas.

Directriz 2: Proporcionar múltiples opciones para el lenguaje, las expresiones matemáticas y los símbolos

Cada estudiante encuentra las formas de representación accesibles o incomprensibles dependiendo de factores muy diversos. Así, el uso de vocabulario que para unos puede parecer esclarecedor para otros puede ser difícil de comprender. Un símbolo igual puede darle sentido a una ecuación para un estudiante que comprende su significado pero confundir a otro que no domina esas convenciones y, por tanto, carece de referentes significativos para afrontarlo. Un gráfico o una imagen pueden ayudar a establecer relaciones entre variables o resultar todo un misterio (CAST, 2024). Con esto, queda de manifiesto que las desigualdades surgen cuando el material presentado es rígido y se obliga a que la información sea comprendida de una sola manera que el docente considera suficiente. Frente a esto, el DUA ofrece estrategias educativas importantes para garantizar que se proporcionarán modos de representación alternativos que permitirán la comprensión de todos los estudiantes transformando las barreras en oportunidades para el aprendizaje significativo (Alba Pastor et al., 2011). Para ello, el DUA propone los siguientes puntos de verificación:

- Aclarar el vocabulario, los símbolos y las estructuras lingüísticas.
- Respaldar la comprensión de textos, notaciones matemáticas y símbolos.
- Promover la comprensión y el respeto en todos los idiomas y dialectos.
- Abordar los sesgos en el uso del lenguaje y los símbolos.
- Ilustrar a través de múltiples medios.

Directriz 3: Proporcionar opciones para la comprensión o el desarrollo de conocimientos

Uno de los propósitos fundamentales de la educación consiste en desarrollar en el estudiantado la capacidad de transformar en nuevos conocimientos la información a la que pueden acceder, proceso que requiere un compromiso activo por parte del aprendiz (Alba Pastor, 2018). La construcción de conocimiento útil, entendido como aquel que permite tomar decisiones fundamentales, transciende la mera percepción de la información, sino que requiere destrezas activas tales como la habilidad de establecer conexiones entre distintos conceptos, sintetizar de manera crítica la información, hacer preguntas reflexionadas, la atención selectiva o la capacidad de integrar información nueva en conocimiento ya adquirido (CAST, 2024).

Este proceso de construcción de conocimiento adquiere su máxima potencialidad cuando se involucran todos los miembros de la comunidad, haciendo que todos cooperen para construir el conocimiento enriqueciendo significativamente su aprendizaje. Son las experiencias compartidas lo que hará que su aprendizaje sea más robusto y les permitirá adaptarlo a un mayor número de situaciones (CAST, 2024). Cada persona procesa la información y accede al conocimiento de maneras muy diversas y ponerlas todas ellas en contacto resulta muy beneficioso para el alumnado. Esta realidad evidencia que diseñar la información que se va a proporcionar para asegurar que todos los estudiantes tengan acceso a la misma es fundamental y, para ello, el DUA propone:

- Conectar el conocimiento previo con el nuevo aprendizaje.
- Resaltar y explorar patrones, características clave, ideas relevantes y relaciones.
- Fomentar múltiples formas de conocimiento y de creación de significado.

- Maximizar la transferencia y la generalización.

Sintetizando, este segundo principio reconoce que la diversidad cognitiva del alumnado requiere una variabilidad en la representación de los contenidos para garantizar que la información sea accesible y significativa para todo el alumnado. Implementando este principio, se eliminan las barreras perceptivas y lingüísticas lo que comienza un camino hacia un aprendizaje más profundo. Sin embargo, adquirir conocimientos no es suficiente para que el aprendizaje sea significativo. Este requiere de una transferencia hacia una aplicación activa y, para ello, el Principio 3 del DUA ofrece una guía para proporcionar múltiples formas de acción y expresión, como se verá en el siguiente punto.

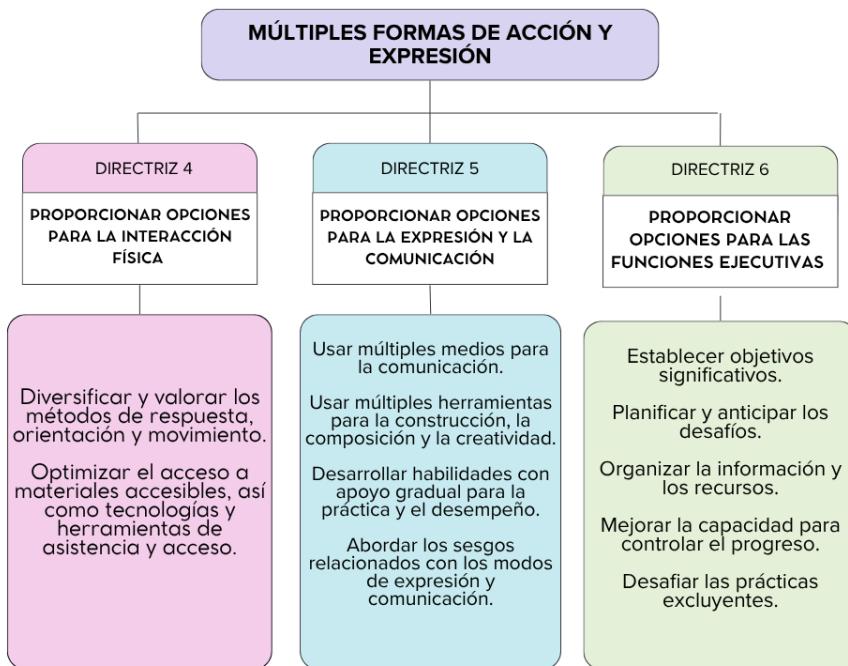
2.1.2.3 Principio 3. Proporcionar múltiples formas de acción y expresión

El DUA establece como tercer principio fundamental la provisión de múltiples formas de acción y expresión, basado en el funcionamiento de las redes estratégicas cerebrales que regulan la planificación, la ejecución y la monitorización de las tareas mentales y motrices (Alba Pastor, 2018). Todas estas acciones vienen condicionadas por la forma en que cada estudiante se relaciona con el entorno, obtiene información del mismo y expresa sus conocimientos. Sin embargo, la forma de actuar y expresarse de cada persona es única, por lo que es importante como docente ofrecer diversas posibilidades que permitan que cada alumno encontrar la forma de hacerlo que más se adapte a él o ella (CAST, 2024).

En ocasiones, la elección es mera preferencia, ya que una persona puede sentirse más cómoda expresándose de manera oral mientras que para otra lo más cómodo puede ser la comunicación escrita. No obstante, existen casos en que las barreras son de mayor complejidad ya que derivan de situaciones personales como puede ser el conocimiento limitado de un idioma o la alteración significativa del movimiento derivada de situaciones como la parálisis cerebral (Alba Pastor, 2018). Además, no se debe olvidar que tanto la expresión como la acción requieren de una planificación basada en unas estrategias que pueden ser distintas para cada estudiante, como ya se ha expuesto anteriormente.

Es por todo ello que no existe una forma óptima y única de expresarse, sino que existirá una que lo sea para cada alumno. Para poder adaptarse a toda esta diversidad, este principio se articula mediante las directrices 4, 5 y 6 que dirigen el diseño de situaciones de aprendizaje inclusivas y que aparecen resumidas en la siguiente figura.

Figura 4 Esquema de las directrices del tercer principio



Directriz 4: Proporcionar opciones para la interacción física

Por interacción física se entiende toda aquella situación en la que el alumnado entra en contacto con el material o los recursos y debe relacionarse con ellos. La interacción con los recursos educativos, ya sean materiales físicos, como los libros de texto, o herramientas digitales, como ordenadores o tablets, presenta con frecuencia limitaciones significativas en términos de accesibilidad. Estas restricciones no solo afectan a los dispositivos, sino que también los espacios donde se desarrollan las clases pueden ser muy restrictivos, ya que muchas de las aulas siguen diseñadas con un modelo rígido, tienen mesas y sillas en posiciones fijas o pizarras a una altura que no es modificable (CAST, 2024).

En vista de estos hechos, parece evidente la necesidad de diseñar recursos y entornos que acojan a todo el alumnado de manera cómoda utilizando tecnologías de asistencia y accesibilidad universal con las que el alumnado está familiarizado. Estas herramientas no solo deben estar disponibles, sino que es importante que estén integradas en la dinámica habitual del aula para facilitar un desarrollo más natural de la misma. Las tecnologías de asistencia se definen según Morningstar et al. (2020) como aquellas herramientas, dispositivos o sistemas diseñados para compensar, mitigar o neutralizar las barreras funcionales de un individuo con una discapacidad, facilitando su autonomía y capacidad de acción. Estas herramientas abarcan desde software de lectura de pantalla hasta teclados adaptados o sistemas de control por voz.

El DUA para abordar esta problemática propone las siguientes estrategias específicas para garantizar que todo el alumnado, independientemente de sus capacidades, pueda interactuar con los recursos educativos de manera efectiva. Estas pautas no solo benefician a los estudiantes con discapacidad, sino que mejoran la experiencia de aprendizaje para todo el alumnado y se concretan en lo siguiente:

- Diversificar y valorar los métodos de respuesta, orientación y movimiento.

- Optimizar el acceso a materiales accesibles, así como tecnologías y herramientas de asistencia y acceso.

Directriz 5: Proporcionar opciones para la expresión y la comunicación

Igual que la forma de relacionarse con la información y el entorno varía significativamente entre los estudiantes, tampoco existe una única forma de comunicarse y expresar los conocimientos adquiridos. Existe una forma de comunicarse adecuada para cada estudiante y no todas ellas deben ser iguales ya que dependen de sus preferencias y capacidades comunicativas. Por ejemplo, un alumno con dislexia puede demostrar una gran elocuencia y dominar a la perfección los conceptos cuando se expresa de manera oral y, sin embargo, encontrar grandes dificultades para expresar las mismas ideas de forma escrita (Alba Pastor, 2018). Esta disparidad entre habilidades receptivas y expresivas no se limita a las dificultades específicas de aprendizaje, sino que forma parte del amplio espectro de diferencias individuales que caracterizan a cualquier grupo educativo.

Por ello, es importante emplear estrategias pedagógicas flexibles que permitan y ofrezcan distintas maneras de expresarse para reducir estas barreras comunicativas y centrarse en que cada alumno pueda expresar sus ideas y conocimientos en el entorno educativo (CAST, 2024). Este enfoque no solo reduce las dificultades en la comunicación, sino que además garantiza una evaluación más justa y precisa de los aprendizajes ya que permite centrarse más en el contenido que en la forma de expresión. Para materializar esta directriz, el DUA establece una serie de puntos de verificación que guían el diseño y son los siguientes:

- Usar múltiples medios para la comunicación.
- Usar múltiples herramientas para la construcción, la composición y la creatividad.
- Desarrollar habilidades con apoyo gradual para la práctica y el desempeño.
- Abordar los sesgos relacionados con los modos de expresión y comunicación.

Directriz 6: Proporcionar opciones para las funciones ejecutivas

Diamond (2013) define las funciones ejecutivas como aquellos procesos mentales *top-down* que permiten responder de manera reflexiva y adaptativa cuando es necesario concentrarse y prestar atención ya que la respuesta automática o confiando en el instinto resulta insuficiente. Estos procesos *top-down* son aquellos en los que se involucra una respuesta racional, regulada afectivamente y ejecutada mediante conductas adaptativas respecto del contexto (Valdivieso-Jiménez y Macedo-Orrego, 2018). Esto quiere decir que es aquel procesamiento por el cual la información es interpretada basándose en conocimientos previos gracias a los cuales se interpretan y reconocen patrones que permiten actuar de manera racional adaptándose a la situación.

Esta directriz, por tanto, se centra en enseñar a los estudiantes a actuar con un propósito evitando la impulsividad y aplicando estrategias que les permitan alcanzar sus metas al mismo tiempo que monitorizan el proceso y se van adaptando a él tras evaluar su evolución. Esta capacidad ejecutiva es limitada debido a la memoria operativa y esta se reduce cuando esta se dedica a gestionar habilidades de “bajo nivel”, por lo que

pierde capacidad para gestionar las de “alto nivel”. Además, existen determinados tipos de discapacidad que hacen que haya falta de fluidez en estas estrategias (Alba Pastor, 2018).

Para paliar estos efectos, el Diseño Universal para el Aprendizaje trabaja de dos maneras. En primer lugar, proporciona apoyos a esas habilidades de “bajo nivel” para reducir el procesamiento ejecutivo que requieren. Y, en segundo lugar, dan apoyo a las habilidades de “alto nivel” para que estas puedan ser ejecutadas de la manera más eficaz posible (CAST, 2024). Las directrices 4 y 5 tienen que ver con los apoyos de “bajo nivel”, mientras que esta directriz da indicaciones para proporcionar ayuda con las habilidades de “alto nivel”. Estas pautas son las siguientes:

- Establecer objetivos significativos.
- Planificar y anticipar los desafíos.
- Organizar la información y los recursos.
- Mejorar la capacidad para controlar el progreso.
- Desafiar las prácticas excluyentes.

La implementación de estas directrices convierte la evaluación y la transmisión de conocimientos en un proceso más justo que recuerda, como hace el DUA, que la educación inclusiva no es un añadido sino la esencia misma del proceso. Con este principio se completan los tres ejes que vertebran el Diseño Universal para el Aprendizaje. Juntos, estos tres principios, no solo articulan una respuesta frente a las barreras existentes en los recursos y las situaciones de aprendizaje, sino que validan y reconocen la pluralidad dentro de las aulas haciendo de estas lugares más inclusivos y enriquecedores para todo el conjunto del alumnado.

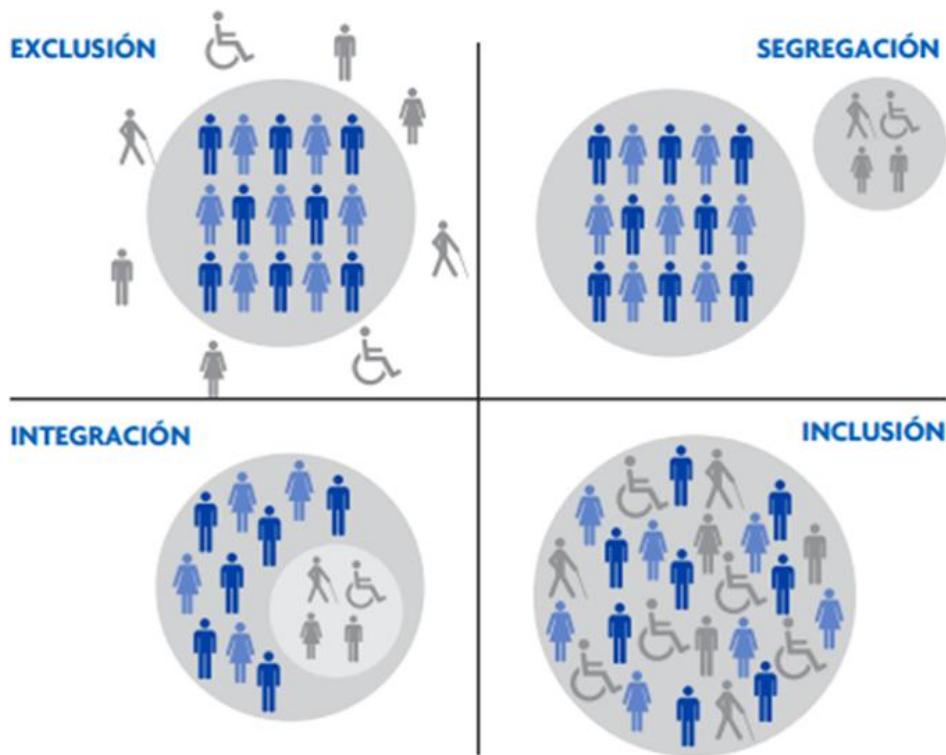
2.2 Inclusión educativa

En la actualidad, uno de los principales objetivos de la educación y, por tanto, de los docentes, es el de redefinir el proceso de aprendizaje desde la diversidad y, para ello, la educación inclusiva ofrece un modelo para esta transformación. La educación inclusiva es todo aquel proceso que trata de reconocer, valorar y responder de manera efectiva a la diversidad de necesidades que presentan los estudiantes para garantizar que su aprendizaje sea significativo y equitativo, reduciendo la exclusión tanto dentro como fuera de las Instituciones Educativas (Quintero, 2020). En palabras de la UNESCO (2017), inclusión es un modelo educativo que busca identificar y ayudar a superar los obstáculos que impiden la plena asistencia, implicación y el rendimiento escolar de los estudiantes, lo que implica no solo su acceso al sistema educativo, sino también su pleno desarrollo académico, social y emocional dentro del mismo.

No se debe confundir inclusión e integración, ya que ambos conceptos presentan algunas diferencias sustanciales. La integración se da cuando un estudiante que ha sido previamente segregado o atendido de manera diferenciada se incorpora a un grupo o sistema ya existente, el cual no necesariamente se adapta a sus necesidades específicas. Sin embargo, la inclusión implica que este entorno educativo en el que el estudiante se adentra respetará a todos los individuos que lo forman y estará preparado para acoger toda la diversidad del sistema, de manera que todos los individuos serán tratados y considerados por igual. De esta manera, la

educación inclusiva promueve un enfoque pedagógico que además de aceptar las diferencias las incorpora como un elemento más en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Figura 5 Esquema explicativo de la diferencia entre integración e inclusión



Nota. Reproducido de Inclusión o integración de personas con discapacidad, por ASDRA (s.f.), Asociación Síndrome de Down de la República Argentina. <https://www.asdra.org.ar/derechos/inclusion-o-integracion-de-personas-con-discapacidad/>

La inclusión educativa no se limita únicamente a la dimensión académica, sino que también trabaja en la construcción de sociedades más justas donde la diversidad es percibida como una fuente de riqueza y no como un obstáculo. Su implementación requiere un gran compromiso por parte no solo de los docentes, sino de las familias y de todos los miembros de la comunidad educativa. Esta es la única manera de producir un cambio real en un sistema que aún conserva barreras actitudinales, físicas y pedagógicas.

2.3 Gamificación y aprendizaje basado en juegos

La gamificación es una metodología que consiste en incorporar en los procesos de aprendizaje distintos elementos que dotan al acercamiento al contenido de un carácter lúdico que no presentaba anteriormente (Malvasi et al., 2022). Estos elementos son los característicos de un juego común como pueden ser los puntos, los avatares o los rankings de puntos (Sharma y Rajan, 2025). Por otro lado, el aprendizaje basado en juegos es aquel en el que el proceso de enseñanza-aprendizaje se lleva a cabo a través de un juego ya existente (Sharma y Rajan, 2025). Es decir, mientras la gamificación incorpora elementos lúdicos en actividades que no necesariamente los son, como puede ser la resolución de problemas, el aprendizaje basado en juegos implica necesariamente diseñar o utilizar juegos ya existentes, como pueden ser las simulaciones o los juegos de mesa, como medio principal a través del cual se desarrollarán los contenidos curriculares. Ambas metodologías

comparten un objetivo común que es el de aprovechar el potencial motivacional que tienen los juegos para crear entornos y situaciones educativas más inclusivas y dinámicas. La propuesta se centra principalmente en la gamificación ya que no se emplean ni diseñan juegos, sino que se han incluido elementos de estos para generar situaciones más activas.

Los fundamentos teóricos de esta metodología educativa se basan en los principios del constructivismo. La teoría constructivista defiende que el aprendizaje es un proceso activo en el que los estudiantes crean por sí mismos el conocimiento, tomando como referencia sus experiencias y conocimientos previos. Esto implica que el estudiantado no es un receptor pasivo de la información, sino que mediante su propia acción construye su aprendizaje. Para ello, la gamificación es una metodología muy adecuada, ya que a través del juego el alumnado puede poner en práctica todos esos conocimientos previos construyendo así nuevos conceptos e ideas (Elizabeth Rouse, 2013).

Además, existen multitud de beneficios asociados a la gamificación. El primero de ellos, y quizá el más importante, es que la gamificación posee un impacto muy positivo en la motivación del alumnado, lo cuál es fundamental para que se produzca un aprendizaje, ya que, como se ha mencionado en los principios del DUA, aquello que motiva e interesa recibe atención y, sin ella, es imposible crear nuevo conocimiento. El segundo de los beneficios es que a través de los juegos los alumnos adquieren una mayor independencia (Rohman y Fauziati, 2022) haciéndose ellos los protagonistas de su propio aprendizaje, lo cuál conllevará un aprendizaje más significativo. Y, por último, aunque en ocasiones puede resultar complicado de gestionar en el aula, la competitividad que se desarrolla de estas actividades si se consigue que sea sana impulsará al alumnado a esforzarse por entender y desarrollar las habilidades necesarias para llevar a cabo los ejercicios en busca de la victoria. Con ello, se conseguirán unos mejores resultados en cuanto al aprendizaje (Rohman y Fauziati, 2022).

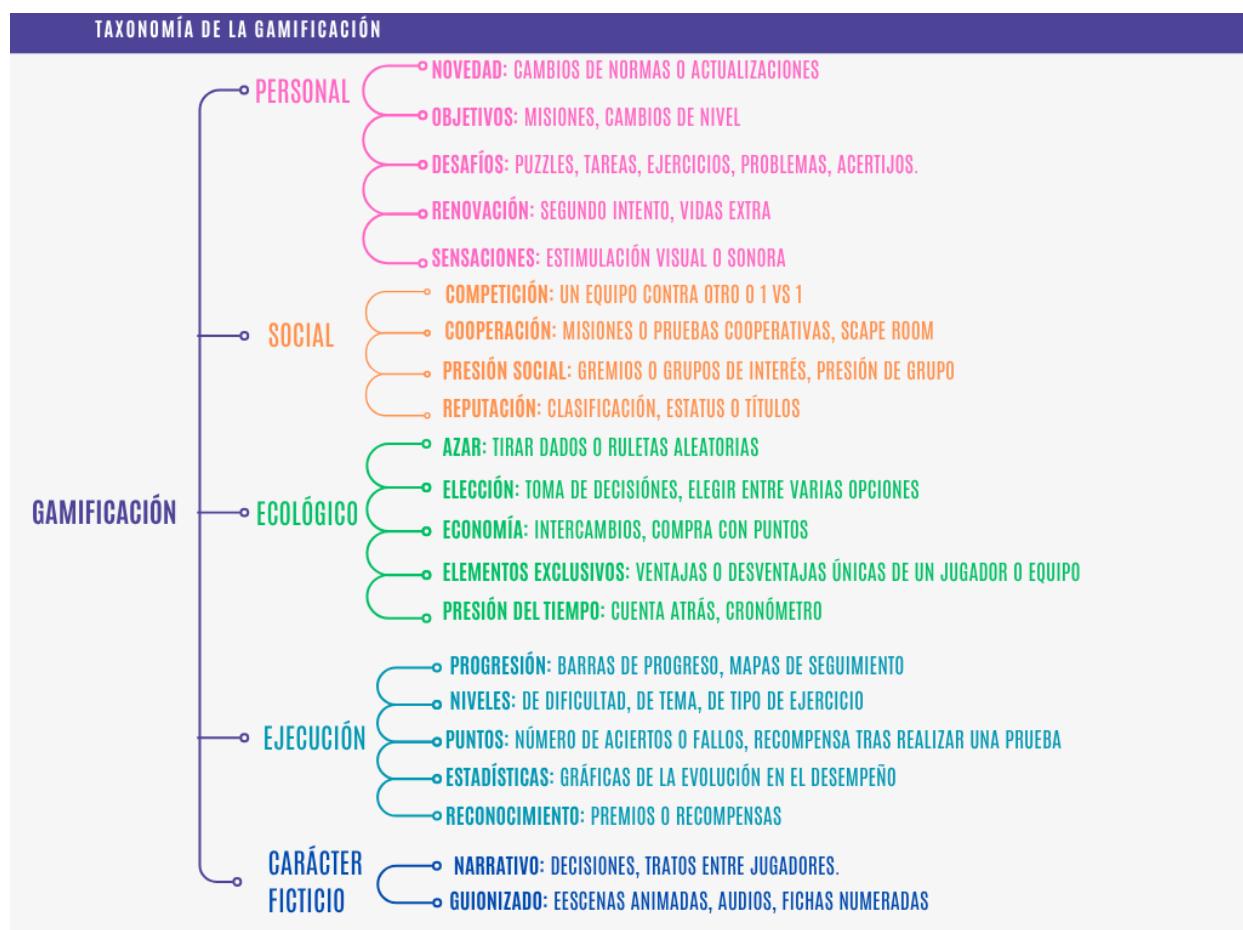
De nuevo, el Diseño Universal para el Aprendizaje se alinea con los principios de la gamificación, creando un marco educativo verdaderamente inclusivo. Esta sinergia se manifiesta en los tres principios del DUA. En cuanto a las múltiples formas de implicación, la gamificación ofrece sistemas para la motivación tanto intrínseca como extrínseca, como se ha mencionado anteriormente, los elementos lúdicos despiertan el interés del alumnado, además, existen elementos que la potencian como los niveles o los puntos. En cuanto a las formas de representación, los entornos gamificados permiten presentar la información en múltiples formatos lo que coincide con la directriz de ser flexibles en la representación cuando se realiza una situación de aprendizaje. Por último, en cuanto a las múltiples formas de acción y expresión, la gamificación ofrece una amplia lista de posibilidades para la acción y la expresión, ya que los retos a los que se enfrenta el alumnado pueden ser muy variados, desde los puzzles hasta la resolución de problemas.

Como conclusión, la gamificación emerge como una de las metodologías más adecuadas para implementar los principios del DUA en un aula. Al integrar elementos motivantes, representaciones variadas de la información y múltiples vías de interacción permite convertir las clases en lugares donde la diversidad se presenta como una ventaja más y no como una barrera. Para implementar la gamificación de manera correcta existen una serie de elementos a tener en cuenta los cuales se desarrollarán en el siguiente punto.

2.3.1 Elementos de la gamificación

Como ya se ha mencionado, para que una situación de aprendizaje se considere gamificación esta debe contar con distintos elementos asociados a los juegos. En estos elementos se va a profundizar en este apartado.

Figura 6 Esquema explicativo de la taxonomía de la gamificación



En el esquema se ve cómo se han agrupado los elementos propios de la gamificación en cinco grandes grupos, que son los relacionados con las dimensiones personales, sociales, ecológicas, de ejecución y de carácter ficticio. Dentro de cada una de ellas se encuentran todas las características que se pueden tener en cuenta cuando se programa una situación de aprendizaje gamificada. Estas se van a explicar brevemente a continuación.

2.3.1.1 Personal

La dimensión personal constituye un pilar fundamental en los procesos de enseñanza aprendizaje e incluye todos aquellos elementos que determinan o explican cómo el alumnado se relaciona con el entorno educativo. Esta dimensión trasciende lo únicamente académico para atender otros aspectos clave en el proceso del aprendizaje como son la relevancia personal o la construcción de la identidad dentro del contexto educativo. Si existe una falta de estos elementos en el diseño, puede darse la situación de que los estudiantes encuentren

el entorno desprovisto de significado o ajeno a su realidad, lo que puede desmotivarlos por percibirlo demasiado abstracto o descontextualizado (Toda et al., 2019). Estos elementos son los siguientes:

- Novedad: Este elemento tiene que ver con toda la información nueva que reciben los jugadores durante la experiencia de aprendizaje. Esta puede presentarse como actualizaciones en las normas del juego, en las condiciones que deben cumplir para conseguir un objetivo o en el contenido del que disponen para realizar los ejercicios. Todas estas novedades pueden emplearse para mantener el interés del alumnado alejando las actividades de la monotonía ya que cuando las cosas no resultan novedosas el alumnado suele perder el interés (Hanus y Fox, 2015).
- Objetivos: Estos son todas aquellas directrices fundamentales que guían y estructuran las acciones de los jugadores. Pueden ser a corto o largo plazo y pueden ser de distintos tipos: espaciales, cuantificables, etc. (Toda et al., 2019). Los objetivos a corto plazo son aquellos que se completan en períodos breves y tienen como objetivo el de proporcionar una gratificación inmediata. Los objetivos a largo plazo son los que requieren de más tiempo para ser completados y tienen por finalidad el mantener el compromiso sostenido. Por otro lado, los objetivos espaciales son aquellos relacionados con la exploración de un entorno, los cuantificables son los basados en puntuaciones y los procedimentales son aquellos que buscan dominar un proceso. Algunos ejemplos de objetivos son las misiones o los retos a resolver para conseguir cambiar de nivel.
- Desafíos: Estos elementos son los que comúnmente se conocen como los ejercicios o problemas que el alumnado debe resolver. Es sobre este elemento sobre el que recae la parte más teórica del aprendizaje ya que a través de ellos y su resolución es como los estudiantes deben generar los nuevos conocimientos.
- Renovación: Este elemento se da cuando se permite al alumnado realizar una prueba o actividad por segunda vez cuando en el primer resultado no es satisfactorio. Puede traducirse en varios intentos o en vidas extra y es muy importante para que el alumnado pueda trabajar en la autorregulación mejorando así su persistencia, el cual es uno de los objetivos del DUA. Además, reduce la ansiedad ante el fracaso inicial y puede mantener el compromiso con la tarea. Asimismo, permite identificar los errores y emplearlos como una herramienta más para el aprendizaje.
- Sensaciones: Son todos aquellos elementos que se corresponden con el conjunto de estímulos sensoriales que se integran durante la realización de la actividad para potenciar la experiencia.

2.3.1.2 Social

La dimensión social de la gamificación comprende todas las interacciones y dinámicas que se establecen entre todos los estudiantes durante la experiencia del juego. Cuando estos elementos no están presentes en la

actividad, el alumnado puede trabajar de manera aislada (Toda et al., 2019) lo que no favorece el trabajo en equipo y la interacción entre jugadores que es uno de los objetivos de la gamificación. Sin ellos, el desarrollo de las habilidades colaborativas del alumnado se ve enormemente reducido. Los elementos agrupados en esta dimensión son:

- Competición: Toda aquella actividad que involucre dos usuarios que pueden ser jugadores o equipos luchando por conseguir un mismo objetivo. Muchas veces estos elementos se ven como perjudiciales ya que pueden limitar el interés o la motivación que despiertan las actividades, pero si las situaciones se diseñan de manera que no solo exista una solución única la competición puede presentar grandes beneficios (Schöbel et al., 2020). Estos resultados dependerán de si la competición es constructiva o destructiva. Una competición constructiva o sana será aquella donde el alumnado no solo disfrute de la experiencia, sino que esta esté diseñada de manera que cada alumno pueda mejorar de manera individual y que se desarrollen relaciones positivas entre los compañeros (Hanus y Fox, 2015).
- Cooperación: Estos son todos los elementos diseñados de manera que necesitan del trabajo en grupo para alcanzar un objetivo común que requiere de la contribución activa de todos los miembros del mismo. Normalmente, se les considera elementos opuestos a la competición, aunque pueden emplearse de manera conjunta en una misma actividad en distintos momentos para fomentar un buen clima de aula que favorezca el trabajo y la adquisición de conocimientos. La implementación de estos elementos promueve valores como la solidaridad o el apoyo mutuo, aspectos clave para el desarrollo de la competencia personal, social y de aprender a aprender y el trabajo de la dimensión socioafectiva.
- Presión social: Son elementos relacionados con el efecto de unos compañeros sobre otros, donde las acciones, los logros y los comportamientos de unos estudiantes ejercen un impacto significativo sobre otros. Este puede conllevar a la formación de grupos por afinidad o por el lado negativo, a la presión de grupo que conlleva la limitación de la participación y la exclusión de algunos participantes.
- Reputación: Son aquellos elementos que dotan de un estatus o jerarquía a un alumno frente a otro influidos por clasificaciones, resultados u opiniones. Igual que los elementos de presión social, puede tener efectos positivos cuando generan aspiraciones de superación personal, pero se corre el riesgo de generar ansiedad en aquellos estudiantes de las posiciones más bajas. Además, puede hacer que la atención se centre en la posición más que en el aprendizaje.

2.3.1.3 Ecológico

La dimensión ecológica se relaciona con todo aquellos factores contextuales y ambientales que envuelve el ecosistema en el que se desarrolla la gamificación. Una ausencia de elementos ecológicos en una situación de aprendizaje reduce e incluso anula las interacciones con los jugadores (Toda et al., 2019). Sin estas interacciones se reduce la retención conceptual y la participación. Los elementos asociados son:

- Azar: Estos elementos son los que dotan de una cierta aleatoriedad a los eventos como puede ser el turno en el que deben participar los alumnos en una actividad o la recompensa que recibirán tras realizar un ejercicio correctamente. A través de ellos se introduce cierta incertidumbre controlada en la dinámica del juego con lo que se mantiene la atención durante períodos más largos de tiempo y se evita la monotonía con lo que se fomenta la flexibilidad mental al enfrentarse a escenarios cambiantes. Con ello, el alumnado trabajará en estrategias de transferencia que les permitan adaptarse a estos cambios.
- Elección: Estos elementos son aquellos que ofrecen distintas opciones al alumnado para que a través de su capacidad de análisis, razonamiento lógico y pensamiento crítico seleccionen entre múltiples alternativas de acción. Estas opciones obligan al jugador a escoger para poder seguir participando, un ejemplo sería escoger una categoría de pregunta, sin tomar esa decisión la actividad no podría continuar. Para ofrecer opciones enriquecedoras para el proceso de aprendizaje es importante evitar que existan alternativas “obviamente mejores” y garantizar que todas las posibilidades son viables de llevar a cabo. Estas opciones además permiten ofrecer andamiajes en las primeras experiencias de manera que se fomente la confianza del alumnado.
- Economía: Estos componentes se emplean cuando se les da valor a alguno de los componentes del juego como pueden ser puntos con los que los jugadores pueden intercambiar o conseguir ventajas mediante el intercambio de los mismos. Esto, da a ciertos elementos del juego un valor estratégico que fomenta el análisis y el pensamiento crítico mientras potencia el interés por la actividad. Para garantizar el éxito de estos componentes es importante fomentar el sentimiento de justicia dentro del alumnado ya que si existen grandes diferencias entre unos grupos y otros en cuanto a la cantidad o el valor de los elementos que poseen de este tipo puede llevar a la pérdida del interés por la actividad.
- Elementos exclusivos: Los elementos exclusivos son aquellos recursos, privilegios o condiciones que son limitados por lo que puede darse que solo un grupo o un participante puedan disponer de ellos. Los ejemplos más comunes son las ventajas o las desventajas que se imponen a tan solo una parte de los jugadores. Estas ventajas pueden ser herramientas especiales para resolver los ejercicios permitiendo ofrecer ayudas en la resolución mientras que las desventajas pueden ser desde restricciones temporales hasta leves modificaciones en la dificultad de las tareas. Nuevamente, para que este recurso resulte enriquecedor es importante fomentar la sensación de equidad mediante la rotación de los beneficios o la posibilidad de conseguir distintas ventajas o desventajas durante el desarrollo de la actividad. De esta manera se trabajará la gestión de la frustración del alumnado además de estimular su capacidad para esforzarse con el objetivo de conseguir esos privilegios.
- Presión del tiempo: Estos elementos son bastante conocidos ya que están presentes en multitud de juegos tradicionales y se corresponden con mecanismos basados en la gestión del tiempo, lo que genera

dinámicas particulares en la experiencia de aprendizaje. Son ejemplos de ello las cuentas atrás o las pruebas cronometradas. Estos ejemplos, entre otros, desarrollan importantes competencias ejecutivas como la capacidad para la planificación o la toma de decisiones, ambas fundamentales en el desarrollo personal y académico del alumnado.

2.3.1.4 Ejecución

La dimensión relacionada con la ejecución recoge los elementos que condicionan las respuestas del entorno, las cuales pueden ser utilizadas para ofrecer información, guía o retroalimentación al alumnado (Toda et al., 2019). Estos elementos son esenciales para que el alumnado reciba directrices y correcciones sobre su trabajo de manera que no lo sienta como algo aislado del aprendizaje y lo perciba como parte esencial y objetivo final del mismo. Esto ofrece múltiples ventajas para el docente. La primera de ellas es la inmediatez con la que se pueden realizar las correcciones. Además, estas correcciones pueden ser mucho más específicas de lo que lo serían en otros contextos de manera que se atiende de una manera más personal a las necesidades de cada estudiante. Gracias a todo ello, el alumnado será más capaz de corregir sus propios errores y evitar repetirlos en futuras ocasiones. Los elementos que permiten al profesorado hacer apuntes sobre la ejecución del alumnado son los siguientes:

- Progresión: Estos elementos permiten al alumnado desarrollar la conciencia y el control sobre los propios procesos de aprendizaje alineándose plenamente con los principios del DUA y los principios de la autorregulación y la metacognición. La metacognición es la capacidad de cada estudiante de regular y ajustar por sí mismo las estrategias empleadas para el aprendizaje. Esto mejora la retención a largo plazo gracias a la mejora en las técnicas de estudio. Además, favorece la autonomía del alumnado, habilidad fundamental para su desarrollo académico y personal. Para aquellos estudiantes con dificultades para la organización o con una necesidad de adaptación por altas capacidades, ofrecer elementos de progresión mejoran su experiencia frente al aprendizaje.
- Niveles: Los niveles, así como las puntuaciones y las tablas de clasificación son los elementos más básicos para generar un juego y, por ello, también son los elementos más usados en la gamificación, ya que, además, permiten hacer un seguimiento del desempeño del alumnado y de su evolución (Mekler et al., 2013). Estas mecánicas superan su aparente simplicidad para imponerse como grandes herramientas pedagógicas por la multitud de propósitos que cumplen. En primer lugar, igual que los elementos de progresión, permiten a los estudiantes evaluar sus conocimientos al ver cómo avanzan de nivel mientras pueden llevar tanto ellos como el docente un registro del desempeño y la evolución de cada uno. Además, permiten graduar la dificultad adaptándose a la diversidad en el aula como propone el Principio 2 del DUA. Y en consonancia con el primer principio, establecen objetivos claros con los que el alumnado es capaz de visualizar un camino claro para el aprendizaje.

- Puntos: Del mismo modo que sucede con los niveles, es uno de los elementos más básicos de la gamificación y el que permite dar una retroalimentación más inmediata al alumnado ya que pueden ser la recompensa tras realizar correctamente un ejercicio o resolver un problema. Al ser los elementos más fáciles de implementar suelen estar presentes en casi todas las propuestas gamificadas. Estos puntos pueden ser tanto elementos cuantificables como títulos honoríficos. Todos ellos incrementan la participación voluntaria del alumnado y mejoran la corrección de errores por parte de estos siempre que el sistema de puntuación sea justo y equilibrado entre el esfuerzo y la recompensa.
- Estadísticas: Estos elementos son visibles para el alumnado en todo momento y dan información sobre, por ejemplo, las pruebas que han completado o su posición respecto del resto de compañeros en el desempeño de algún ejercicio o actividad. Estos componentes informan de manera detallada y actualizada al alumnado de su trayectoria dentro del proceso de aprendizaje con lo que se mejora su capacidad de autorregulación.
- Reconocimiento: Estos elementos son los correspondientes a los mecanismos de gratificación, es decir, con todo aquello que el alumnado puede sentir o percibir como una recompensa. Puede ser un premio físico, puntos positivos o porcentaje que se valora de manera conjunta con el resto de procesos de evaluación. El reconocimiento supone una fuente muy importante de motivación extrínseca con lo que aumentan la participación y el desarrollo de hábitos de trabajo. Igual que sucedía con los sistemas de puntuación es importante que el esfuerzo sea proporcional a la recompensa. Al mismo tiempo, se debe prevenir que el alumnado desarrolle dependencia por las recompensas o que el único objetivo de las actividades sea conseguir este reconocimiento ya que esto alejaría a los estudiantes del objetivo fundamental del aprendizaje.

2.3.1.5 Carácter ficticio

La dimensión ficticia está formada por aquellos elementos narrativos y contextuales que dotan de coherencia, propósito y significado a las actividades gamificadas, relacionando la experiencia de los jugadores con el contexto del entorno (Toda et al., 2019). Estos elementos son los que dan sentido y significado a la actividad y, sin ellos, el alumnado puede no encontrarle el porqué a las actividades, ejercicios y problemas que deben resolver, lo que a su vez influye en la calidad de la experiencia (Toda et al., 2019). Estos elementos pueden ser determinantes para captar la atención del alumnado lo que facilitará la integración de los conocimientos y su transferencia. Además, el ambiente que generan estos elementos puede reducir la ansiedad que producen los desafíos complejos. Los elementos en este caso son:

- Narrativos: Estos elementos son aquellos que permiten que sean los jugadores mediante sus acciones quienes determinen el desarrollo de la actividad. Este puede darse mediante interacciones directas con el profesor o por otro lado por la interacción entre alumnos. Mediante su participación en debates y

votaciones el alumnado desarrollará habilidades de debate y puesta en común de ideas de manera asertiva y respetuosa, aspectos fundamentales para trabajar la dimensión socioafectiva.

- Guionizados: Estos elementos son aquellos que ordenan y estructuran la actividad mediante el uso de un guion, que puede presentarse como audios grabados, pistas escritas o pequeños fragmentos en vídeo. Estos elementos pueden usarse de manera aislada o para dar soporte a los elementos narrativos dotando de una mayor calidad a la experiencia.

CAPÍTULO 3: MARCO CONTEXTUAL

En este capítulo se van a sentar las bases sobre las que se ha construido la propuesta justificando el diseño de las actividades y la metodología empleada. Para ello, se comenzará explicando la situación del centro para el que se ha elaborado la propuesta y se hará una descripción del alumnado con el que se ha trabajado. Además, se desarrollarán los saberes básicos correspondientes a la ley que regula la propuesta.

3.1 Contexto del centro

La propuesta de trabajo se va a contextualizar en el instituto público que se encuentra en Valladolid, ya que es donde realicé la asignatura de prácticas del máster y donde pude implementar alguna de las propuestas que se van a exponer en este trabajo. La zona donde se ubica el instituto presenta una gran diversidad no solo sociocultural sino económica debido a las diferentes procedencias de las familias. Esta diversidad, como no podía ser de otra manera, también se refleja en el centro, por lo que la atención a la diversidad del alumnado cobra una gran importancia.

El instituto es un centro público a cargo de la Junta de Castilla y León que recoge alumnado tanto de la ESO y Bachillerato en las modalidades de Ciencias y Tecnología y Ciencias Sociales y Humanidades, como de las siguientes FPs: Administración y gestión, Electricidad y electrónica, Informática y comunicaciones, Transporte y mantenimiento de vehículos y un curso de especialización en ciberseguridad. Para poder abarcálos todos ellos, el centro tiene un horario continuo de 8:00 a 21:05 en el que se dividen los turnos de mañana y de tarde que atienden al alumnado de ESO y Bachillerato y al de FP, respectivamente.

El centro se encuentra dotado con salas de ordenadores, laboratorios, talleres de tecnología, el polideportivo, la biblioteca y otras salas donde realizar actividades más concretas como por ejemplo la radio del instituto. En concreto, para el desarrollo de la asignatura de matemáticas las aulas habituales de trabajo son las asignadas para cada clase de cada curso. Estas se distribuyen en dos plantas, la baja para el alumnado de la ESO y la superior para el de Bachillerato. Las clases cuentan con dos pizarras, una de ellas siempre digital, lo que facilita la incorporación del uso de las TIC en clase además de la variabilidad de representaciones que recomienda el segundo principio del DUA. Además, la distribución del aula es móvil, lo que facilita la atención a la diversidad de las personas con problemas de movilidad. También permiten disponer la clase de manera que el alumnado pueda distribuirse formando grupos, otro de los aspectos esenciales para la inclusión que no solo aconseja el DUA, sino que aparece en la LOMLOE dentro de sus competencias a trabajar.

Para atender a toda la diversidad presente en el centro este cuenta con proyectos como el plan de atención a la diversidad o el plan de autonomía, el cual está basado en la flexibilización de agrupamientos en los cursos de la ESO, con el objetivo de atender de manera individualizada las múltiples realidades del centro. De esta manera no solo se mejora la atención a la diversidad y se reducen los conflictos en el aula sino que, además, estos agrupamientos permiten emplear metodologías más activas al tratarse de grupos más reducidos. Además, gracias a ellos es más fácil adaptar las sesiones al ritmo de la clase garantizando que un mayor número de estudiantes prestan atención. Esto es de gran importancia para la propuesta, ya que, gracias a ello, se facilita en gran medida su implementación y la consiguiente participación del alumnado.

3.2 Descripción del alumnado

En cuanto al alumnado del centro, basándome en lo observado y en lo descrito en el apartado del análisis de las características del alumnado del Proyecto Educativo del Centro (PEC), destacaría una vez más la gran diversidad que este presenta. En primer lugar, cabe comentar que, a pesar de que la procedencia de la mayoría de ellos son barrios donde el perfil socioeconómico de las familias es muy distinto ya que en estos viven familias tanto de clase media trabajadora como familias con rentas más bajas, temporeros o en empleos no regulares. Esta situación hace que sea difícil caracterizar de manera única el nivel sociocultural de las familias.

En los primeros cursos de la ESO, además, hay un alto porcentaje de familias de etnia gitana e inmigrantes. Estas últimas, muchas veces, no dominan el castellano, lo que supone una dificultad añadida para el alumnado procedente de estas familias. Además, en varios casos estos alumnos han estado algún año sin escolarizar, lo que añade a sus dificultades un desfase curricular. A pesar de todas las dificultades mencionadas, y, salvo excepciones, suelen ser alumnos con una gran disposición para aprender, muy curiosos e interesados en saber el porqué de las cosas sobre todo en los cursos superiores. Sin embargo, la barrera del lenguaje en los primeros ciclos de la ESO hace que el alumnado muchas veces adopte una actitud pasiva frente al aprendizaje bajo el argumento de que no entienden nada de lo que se les dice a pesar de que en la mayoría de las clases, hay una profesora de apoyo explicando de manera individualizada el temario a estos alumnos.

La propuesta se llevó a cabo en el curso de 3º de la ESO. Esta clase contaba con 19 alumnos donde el nivel académico era más uniforme que en otras clases, pero en este caso la diferencia la marcaba la relación socioafectiva del alumnado con la asignatura de matemáticas. En este grupo existían dos grupos bastante diferenciados de alumnado. Por un lado, a los que sí le gustaban las matemáticas o no les generaba malestar y por otro, aquellos estudiantes convencidos de que eran incapaces de hacer nada que tuviera que ver con la asignatura y que estar en clase y estudiarla generalmente les generaba malestar o ansiedad. Esto hacía que una parte del alumnado estuviera bastante desmotivado con la asignatura y no prestase mucha atención en clase ni participase de las actividades o ejercicios que propusiera el profesor. A pesar de ello, el comportamiento general de la clase era bastante bueno y atento, sobre todo en las clases más cercanas al examen o en aquellas que se anunciaba que el contenido sería evaluado de alguna manera.

La comunicación entre el alumnado y el profesor era cercana, lo que producía un buen clima de trabajo en el que los estudiantes se sentían con confianza para participar y plantear sus dudas en cualquier momento. Aun así, había solo un número concreto de alumnos que participaba de manera constante y activa contestando a las preguntas y ofreciéndose voluntarios para realizar los ejercicios mientras una gran mayoría se mostraba bastante más pasiva.

Por otro lado, la relación entre los estudiantes de la clase era bastante buena, tanto que en la mayoría de las ocasiones buscaban ayudarse unos a otros, sobre todo los compañeros que estaban sentados juntos. Esto impulsó que todas las actividades de la propuesta se realizaran de manera grupal, ya que, gracias a esta predisposición, el aprendizaje resulta más enriquecedor si se pueden intercambiar ideas entre pares o con el docente. Por último, en cuanto al aprendizaje, eran una clase bastante activa e interesada no solo en saber hacer

las cosas sino en entender el porqué. Además, mostraban predisposición a realizar las actividades que se les pedía siempre y cuando despertaran su interés, para lo que el primer principio del DUA ofrece pautas muy claras.

3.3 Elementos curriculares de la LOMLOE que desarrolla la propuesta

Como ya se ha comentado con anterioridad, la propuesta se hace para la asignatura de Matemáticas de 3º de Educación Secundaria Obligatoria. Dentro del temario de la asignatura de ese curso la propuesta se enmarca dentro del sentido algebraico. El sentido algebraico tiene como finalidad ampliar el lenguaje matemático mediante la inclusión de términos no numéricos usados en expresiones, relaciones entre magnitudes y generalización de resultados (Ruiz Hidalgo y Flores, 2022). A pesar de que el lenguaje simbólico está tan enraizado que muchas personas asocian el álgebra solamente a esta idea centrándose solamente en la expresión y la resolución de ecuaciones, el álgebra va mucho más allá. Por un lado, el álgebra es la generalización de expresiones a través de un convenio de signos donde una cantidad desconocida se expresa con relaciones conocidas para obtener su valor. Por otro lado, el álgebra es la manipulación sintácticamente guiada dentro de un sistema organizado de símbolos (Ruiz Hidalgo y Flores, 2022). Esto es lo que comúnmente se asocia al álgebra, la resolución de ecuaciones ya sea de manera aislada o contextualizada en un problema.

Esta complejidad dentro de la LOMLOE se materializa en la descripción del sentido algebraico a través de las siguientes destrezas:

1. Reconocimiento y generalización de patrones: A través de esta característica se busca que el alumnado sea capaz de reconocer regularidades mediante la observación de secuencias tanto numéricas como geométricas. De esta manera, se busca también que sean capaces de anticipar qué elementos faltan estableciendo normas para la formación de esos términos. Para ello, se pretende que los estudiantes sean capaces de realizar descripciones a través de distintas formas de representación como indica el DUA, tales como las tablas, las descripciones orales o los gráficos. Además, se busca que mediante estos casos particulares los estudiantes puedan formular expresiones que les permitan generalizar dichos casos. En la propuesta el reconocimiento de patrones se trabajará a través del concepto de variable y la modelización de situaciones de la vida cotidiana. Esta, muchas veces, presenta patrones fundamentales sin los cuales no se pueden desarrollar expresiones que modelicen los fenómenos observados.
2. Modelización algebraica: El objetivo con este punto es que el alumnado sea capaz de utilizar el lenguaje simbólico y algebraico para representar situaciones de la vida cotidiana. Para ello, los atributos que se trabajan a través de la modelización algebraica son la traducción de enunciados de lenguaje natural a lenguaje simbólico con el objetivo de poder modelizar circunstancias del día a día que les permitan desarrollar estrategias de deducción de conclusiones razonables. Durante las sesiones diseñadas se trabajará constantemente con problemas matemáticos o contextualizados en la vida diaria de manera que el alumnado tendrá que ser capaz de modelizar las situaciones que en ellos se planteen

para poder resolverlas y contestar a las preguntas que se realicen. Además, se harán ejercicios concretos en los que el alumnado deba transformar lenguaje natural a lenguaje simbólico con el objetivo de que adquieran estrategias suficientes para poder transferirlas a otros ámbitos de su vida u otras asignaturas.

3. Concepto de variable: Esta idea suele resultar difícil de comprender. Por ello, la ley aborda el concepto desde distintos ángulos. Se trata la variable tanto como incógnita de ecuaciones de segundo grado, como un valor indeterminado en expresiones o identidades como pueden ser las identidades notables o como cantidades variables en fórmulas. Además, estas variables se introducen en polinomios trabajando con ellos las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) y la factorización. Todas ellas son fundamentales para que el alumnado entienda con éxito e interiorice el sentido algebraico. Este elemento curricular se trabajará de manera constante ya que la variable es el centro de todas las actividades diseñadas y del sentido algebraico. Esta es la base sobre la que el alumnado deberá construir el resto de conceptos por lo que es de gran importancia que se entienda bien. Por ello, la propuesta incidirá en el uso del lenguaje simbólico como representación de lo desconocido, pero también como un elemento con el que operar.
4. Igualdades y desigualdades algebraicas: el currículo asociado a este curso tan solo incluye las ecuaciones cuadráticas usadas tanto para expresar situaciones de la vida cotidiana como para trabajar con la equivalencia entre expresiones. Con ellas, además, se busca trabajar estrategias de búsqueda de soluciones por métodos como el cálculo mental, los métodos manuales o el uso de tecnología. En el caso particular de la propuesta, además, se trabaja con ecuaciones de primer grado igual que se hace con las de segundo grado. Esto se hace para facilitar la transferencia de conocimientos y para que el alumnado pueda, de una manera más natural, establecer relaciones entre ambas. Separar la enseñanza de las ecuaciones de primer y de segundo grado puede fomentar la idea de que son conceptos o ideas aislados lo que supondría una barrera en el intento de que el alumnado perciba las matemáticas como un todo integrado.
5. Relaciones y funciones: Las relaciones cuantitativas entre variables se trabajan a través de las funciones, haciendo especial énfasis en las cuadráticas. De las funciones se estudia a través de su representación gráfica: el dominio y el recorrido, la monotonía y los extremos, la periodicidad, las simetrías, los puntos de corte, la concavidad y la convexidad. En concreto, para las funciones cuadráticas además se trabaja el cambio de unas formas de representación a otras y se estudian sus propiedades. Por último, se busca que el alumnado desarrolle estrategias de deducción para todas estas formas de representación de la información. Durante la propuesta, este elemento curricular solamente se empleará de apoyo para facilitar la comprensión de los conceptos a través de la múltiple representación de los mismos siguiendo las recomendaciones del DUA.

6. Pensamiento computacional: Por último, el pensamiento computacional busca que los estudiantes sean capaces de generalizar y transferir los procesos empleados para la resolución de problemas a situaciones más prácticas, con datos o a través del uso de simulación. También se deben enseñar estrategias para interpretar y modificar algoritmos que se usan para operar expresiones algebraicas, resolver ecuaciones y representar funciones. Asimismo, se debe dotar a los estudiantes de herramientas para que sean capaces de formular cuestiones susceptibles de ser analizadas usando programas o herramientas informáticas. El pensamiento computacional se trabajará someramente mediante la resolución de problemas. Esta, en muchas ocasiones, requiere de la capacidad de segmentar el problema en partes sencillas de resolver hasta llegar a la solución. Las herramientas informáticas, igual que sucede con las relaciones y funciones se emplearán como apoyo para la atención a la diversidad y la implementación de los principios del DUA.

En cuanto a la atención a la diversidad relacionada con las matemáticas la LOMLOE y, en concreto el BOCYL, aconseja que las actividades que se realicen sean relevantes para adquirir las competencias y que estas no resulten repetitivas ni mecánicas. Para ello, los profesores debemos intentar escoger tareas ricas que permitan al alumnado trabajar habilidades de pensamiento matemático y habilidades de reflexión. Además, la ley aconseja que estas actividades estén diseñadas de manera que se puedan abordar con conocimientos sencillos pero que permitan la profundización y el aprendizaje de nuevos conocimientos en función de las capacidades de cada alumno. Estas son las conocidas como tareas de suelo bajo y techo alto. Por otro lado, una tarea rica es toda aquella que para ser resuelta necesita que el estudiante sea capaz de seleccionar entre todo su conocimiento matemático aquello que necesita utilizar para resolver el problema, conectando unas ideas con otras (Liljedahl, 2020), de manera que la solución no es inmediata ni mecánica.

Teniendo todo esto en cuenta, el orden en que se van a desarrollar los contenidos de la propuesta didáctica es el siguiente:

- a) Concepto de variable. Idea de igualdad y desigualdad. Modelización de situaciones de la vida cotidiana. Reconocimiento y generalización de patrones.
- b) Ecuaciones de primer grado. Significado de las ecuaciones de primer grado y análisis de las mismas en función del número de soluciones. Método de resolución por tanteo.
- c) Resolución de ecuaciones de primer grado.
- d) Ecuaciones de segundo grado. Características y particularidades. Análisis de las ecuaciones de segundo grado en función del número de soluciones.
- e) Resolución de ecuaciones de segundo grado.
- f) Aplicación de las ecuaciones de primer y segundo grado a la resolución de problemas. Modelización de situaciones de la vida cotidiana mediante el uso de las mismas. Comprobación de la validez de los procesos y de las soluciones obtenidas.

En la siguiente tabla se presenta cómo se relaciona cada contenido con los saberes básicos que abarca el sentido algebraico.

Tabla 1 Relación entre los contenidos desarrollados y los saberes básicos

Saber básico	Reconocimiento y generalización de patrones	Modelización algebraica	Concepto de variable	Igualdades y desigualdades algebraicas	Relaciones y funciones	Pensamiento computacional
a	X	X	X	X		
b		X		X		
c		X		X		
d		X		X		
e		X		X		
f		X	X	X		

Como se puede ver en la tabla, los saberes básicos: relaciones y funciones y pensamiento computacional, con esta propuesta no se trabajan de manera específica, por eso, no aparecen señalados. Cuando se emplean estos saberes es para apoyar la comprensión o la accesibilidad a la información de los otros cuatro saberes básicos.

CAPÍTULO 4: PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

El presente capítulo describe la propuesta de intervención basada en la metodología de la gamificación, cuyo principal objetivo es la inclusión real de todo el alumnado potenciando el aprendizaje significativo y la motivación del alumnado. Para describir la propuesta, se comienzan presentando los motivos para ella y los objetivos que se persiguen. A continuación, se analiza su contribución a las competencias clave y específicas del currículo asociado al curso en el que se va a implantar. Seguidamente, se describe la propuesta detallando las actividades diseñadas para desarrollar cada apartado del contenido. Posteriormente, se describen las metodologías de apoyo o complemento que se han empleado además de la gamificación y por último se detalla la puesta en práctica de la propuesta.

4.1 Justificación y objetivos de la propuesta

El objetivo principal de este trabajo de fin de máster es diseñar una propuesta educativa que sea inclusiva basándose en los principios del Diseño Universal para el Aprendizaje. Por ello, la meta fundamental de esta propuesta consiste en desarrollar una serie de tareas que resulten útiles para todo el alumnado presente en el aula independientemente de sus diferencias culturales, sociales, económicas, de estilos de aprendizaje o físicas entre otras. Que el diseño resulte útil quiere decir que favorezca el aprendizaje significativo y el desarrollo de destrezas matemáticas asociadas no solo a la resolución de ecuaciones sino a la modelización de situaciones reales mediante herramientas algebraicas, el razonamiento lógico-matemático, la construcción de argumentaciones sólidas, la gestión de los errores como parte del proceso de aprendizaje o la comprobación de la validez de un procedimiento o un resultado.

Además, la propuesta incorpora estratégicamente el trabajo cooperativo con el doble propósito de potenciar las destrezas matemáticas ya mencionadas, así como fomentar la colaboración y la participación activa de todos los miembros de la clase. Estas dinámicas permitirán que todos los estudiantes de la clase, independientemente de su nivel o destreza, contribuyan de manera activa al proceso de construcción del conocimiento. Paralelamente, la propuesta busca que el alumnado mejore los sentimientos en relación a las matemáticas y trabajen el dominio afectivo apoyándose en sus compañeros. De esta manera se le da igual importancia a los aspectos afectivos y a los cognitivos ya que, los factores emocionales condicionan de manera significativa tanto el rendimiento como la disposición frente al aprendizaje de los discentes.

La propuesta aquí presentada demandará a los estudiantes una gran implicación y compromiso en las actividades lo que les situará como verdaderos agentes de su propio aprendizaje ya que, serán ellos mismos quienes tendrán que aplicar sus conocimientos acerca de los conceptos y procedimientos matemáticos para resolver los problemas que se les planteen. Al enfrentarse a estos retos, el alumnado generará su propio conocimiento mediante un proceso de descubrimiento guiado, reflexión metacognitiva y aplicación práctica de sus conocimientos. Esta forma de trabajar favorece el aprendizaje significativo y duradero de los conceptos y procedimientos matemáticos.

Además, las metodologías empleadas promoverán el trabajo en equipo el cuál es muy importante no solo para el desarrollo de las competencias, que se verá a continuación, sino para crear ambientes que sean realmente

favorables para la diversidad que presenta el aula. Y para la atención a esa diversidad y para cumplir con los principios que plantea el DUA las metodologías resultan apropiadas ya que ellas en sí mismas presentan una gran flexibilidad, lo que permiten con gran facilidad adaptarse a todas las necesidades presentes en el aula.

Destacando la metodología de la gamificación sobre la que se vertebría toda la propuesta, se puede destacar su importancia como herramienta para enfocar las matemáticas desde un punto de vista más amable para el alumnado el cuál es importante teniendo en cuenta la relación que muchos de los estudiantes tienen con las matemáticas en la clase en la que se va a impartir la propuesta. Esto es otro de los objetivos fundamentales ya que, como se ha explicado en el principio de las múltiples formas de implicación del DUA, para que se produzca un aprendizaje duradero y de verdad el alumnado tiene que sentirse parte de los procesos de aprendizaje y en muchas ocasiones esa mala relación con la asignatura genera un rechazo que lo dificulta. Para ello, la gamificación supone el nexo de unión entre lo emocional y lo cognitivo permitiendo, sobre todo a este tipo de alumnado formas de implicarse con la asignatura que pueden no solo mejorar la relación socioafectiva con las matemáticas sino su propio autoconcepto matemático, lo que tiene influencia directa sobre su desempeño.

Por último, se busca que, mediante esta forma de trabajar, el alumnado desarrolle un pensamiento crítico que les permita adaptarse a los problemas que se les presenten, en lugar de reducir las matemáticas a procesos repetitivos de resolución mecánica. Esto se trabajará empleando los principios de representación, acción y expresión del DUA que permiten enfocar las situaciones tanto de la vida cotidiana como de otras materias o puramente matemáticas desde diversos puntos, globalizando la mirada y la perspectiva del alumnado. Esta aproximación al aprendizaje matemático, sustentada por los principios del DUA y apoyada en la gamificación desarrollará en el alumnado competencias necesarias para enfrentarse a los desafíos matemáticos que se les presenten con confianza, flexibilidad y pensamiento crítico.

4.2 Contribución a las competencias clave y específicas

El siguiente apartado analiza en profundidad cómo la propuesta contribuye al desarrollo de las competencias clave establecidas en el Real Decreto 39/2022, de 30 de septiembre, así como las competencias específicas del área de matemáticas.

4.2.1 Competencias clave

Las competencias clave se definen como el conjunto de conocimientos, destrezas, actitudes o valores que permiten o permitirán en un futuro al alumnado enfrentarse de manera eficaz y con sentido ético a distintos contextos y situaciones de la vida tanto personal, como social, académica o personal. Estas competencias, cuya relevancia queda recogida en el Real Decreto 39/2022, de 30 de septiembre, no solo se vinculan a los objetivos de etapa en Educación Secundaria Obligatoria, sino que además constituyen el marco de referencia para el desarrollo curricular. La propuesta trabaja aspectos de las ocho competencias de la manera que se detalla a continuación:

Competencia en comunicación lingüística (CCL)

El lenguaje desempeña un papel fundamental en el aprendizaje matemático ya que es la clave para comprender los problemas y las situaciones matematizadas además de para poder argumentar y explicar las soluciones y sus implicaciones. Además, en el trabajo en grupo la comunicación entre los miembros del mismo es indispensable. Para que esa comunicación sea efectiva es necesario que el alumnado emplee el lenguaje de manera precisa, utilizando los conceptos matemáticos con los que está trabajando. Esa precisión dotará de coherencia al discurso y evitará las ambigüedades que pueden llevar a malentendidos entre los miembros del grupo. Por último, el lenguaje será necesario también para la comunicación de los grupos con el profesor y viceversa ya que este dará explicaciones que el alumnado deberá entender para poder desarrollar las actividades de manera adecuada. Del éxito de esta comunicación bidireccional dependerá la eficacia con la que se desarrollará la propuesta y con ello, la prosperidad del aprendizaje significativo del alumnado.

Competencia plurilingüe (CP)

Las matemáticas son un lenguaje universal que trasciende las diferencias culturales o lingüísticas permitiendo la comunicación a través de un sistema simbólico único. Este lenguaje necesita que las personas que se comunican tengan unas ciertas destrezas de transferencia entre el lenguaje habitual y el lenguaje simbólico de manera que se facilite el intercambio de información con distintas lenguas y culturas. La adquisición de esta competencia implica, por tanto, la capacidad de traducir ideas abstractas al lenguaje cotidiano y de la misma manera, ser capaz de convertir el lenguaje cotidiano a la dimensión abstracta. Esto, es esencial para garantizar que el conocimiento matemático no sea percibido como algo descontextualizado sino que mantenga su conexión con la realidad. En la propuesta, de una manera similar a la competencia lingüística, es necesario que tanto el alumnado como el profesor sean capaces de usar de manera adecuada el lenguaje para que la comunicación sea efectiva. Además, al trabajar el sentido algebraico, esta competencia será fundamental para el aprendizaje significativo.

Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM)

Esta competencia es la que recibe una mayor contribución de la asignatura de matemáticas ya que estas son la base del pensamiento científico y como tal proporcionan herramientas como el razonamiento lógico, la representación, la capacidad de abstracción y el lenguaje matemático. Debido a que la propuesta en gran medida está centrada en la resolución de problemas mediante la gamificación, esta competencia se trabajará de manera continua a lo largo de todas las sesiones ya que, en todas ellas, los estudiantes aprenderán y desarrollarán estrategias de razonamiento y modelización matemática. La integración sistemática de esta competencia a través de la gamificación y la resolución de problemas, además de cumplir con los objetivos curriculares, prepara al alumnado para aplicar el pensamiento matemático a situaciones reales lo que desarrolla las habilidades necesarias para el aprendizaje permanente.

Competencia digital (CD)

Los aportes a la competencia digital se hacen cuando se incluyen métodos de análisis de datos y herramientas de pensamiento computacional y crítico, muy vinculados a la resolución de problemas. En la propuesta, esta competencia se trabaja mediante el uso de la calculadora pero sobre todo se trabaja gracias al fomento del pensamiento computacional. Mediante la resolución de problemas, los estudiantes deberán aplicar procesos algorítmicos para la resolución de los mismos. Además, se desarrollará la capacidad para la descomposición de problemas complejos mediante el razonamiento lógico estructurado.

Competencia personal, social, y aprender a aprender (CPSAA)

La resolución de problemas y el trabajo entre compañeros que fomentan tanto la gamificación como el trabajo cooperativo suponen un gran aporte a esta competencia. Mediante la gamificación el alumnado trabaja procesos metacognitivos a través de los cuales evalúan su propio aprendizaje y ponen en práctica estrategias clave en el proceso de aprendizaje como la aceptación del error y la reconcepción del mismo como una oportunidad de aprendizaje o la perseverancia frente a los retos. Además, la propuesta está diseñada de manera que las actividades siempre se realizan en grupos que irán cambiando en función de la tarea a realizar por la que los estudiantes deberán ser capaces de comunicarse con sus compañeros de manera respetuosa y asertiva para llegar a acuerdos exponiendo sus puntos de vista. Estas negociaciones les ayudarán a desarrollar valores tan importantes como la escucha activa o la argumentación fundamentada en ideas matemáticas.

Competencia ciudadana (CC)

Las matemáticas constituyen un instrumento fundamental para el desarrollo de herramientas para el análisis crítico y la interpretación de los datos. Esta capacidad de análisis ayuda al alumnado a comprender conceptos y estructuras económicas, por ejemplo, ya que estas guardan una gran relación con las matemáticas. Además, en la propuesta, debido a que la mayoría de los problemas estarán contextualizados en la vida cotidiana o en otras disciplinas científicas los estudiantes podrán establecer relaciones entre ambas que les ayudarán a comprender mejor el contexto en el que viven. Esto preparará al alumnado para un futuro en el que deberán tomar decisiones de manera informada, crítica y responsable fomentando la apreciación del valor social que tienen las matemáticas.

Competencia emprendedora (CE)

Esta competencia guarda relación con todas aquellas habilidades relacionadas con el emprendimiento. El emprendimiento definido como todas aquellas capacidades que permiten transformar ideas en acciones. Por ello, la propuesta contribuye en gran medida a todas ellas ya que a través de las distintas tareas serán los estudiantes quienes deberán planificar de manera estratégica sus acciones, desarrollar ideas creativas, tomar decisiones de manera razonada haciendo un uso adecuado de los tiempos y las herramientas disponibles. El enfoque gamificado de las tareas hará que el alumnado se vea obligado a ponerlas todas ellas en práctica ya

que deberán ser capaces de desarrollar estrategias e iniciativas que los lleven a conseguir el éxito en las actividades. Esta forma de trabajo fomenta la mentalidad proactiva y el desarrollo de estrategias para la solución de problemas preparando al alumnado para los desafíos de la sociedad actual.

Competencia en conciencia y expresión culturales (CCEC)

La enseñanza de las matemáticas, igual que del resto de materias, debe trascender la mera transmisión de contenidos para favorecer el respeto del alumnado por el entorno en el que viven y la mejor forma de hacerlo es dar a conocer el patrimonio natural, cultural y artístico y la estrecha relación que las matemáticas guardan con todos ellos. Para ello, la propuesta plantea algunos problemas relacionados con estos temas para acercarlos al alumnado.

4.2.2 Competencias específicas

Las competencias específicas describen los conocimientos, destrezas y actitudes propios de la materia, en este caso de las matemáticas. Es decir, estas competencias describen lo que los estudiantes deben ser capaces de hacer con lo que aprendan en la asignatura. Estas también vienen descritas en el Real Decreto 39/2022, de 30 de septiembre donde, también, se describe su relación con los criterios de evaluación, el perfil de salida y los contenidos. Estas competencias han sido integradas en la propuesta de la siguiente manera:

- 1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las Matemáticas aplicando diferentes estrategias y formas de razonamiento, para explorar distintas maneras de proceder y obtener posibles soluciones.*

La resolución de problemas es fundamental para el aprendizaje de las matemáticas ya que a través de ellos los estudiantes adquieren nuevos conocimientos gracias a las reflexiones que realizan durante la resolución. Estas ayudan a la construcción de conceptos y al establecimiento de conexiones entre ellos.

Durante la propuesta esta competencia se estará trabajando de manera constante ya que se buscará que el alumnado aplique sus conocimientos a la resolución de problemas de distintos ámbitos y características aplicando las herramientas más adecuadas para cada situación. De esta manera aprenderán a modelizar situaciones, emplear estrategias de tanteo o descomponer el problema en problemas más sencillos entre otras destrezas matemáticas.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, CCL2, CCL3, STEM1, STEM2, STEM3, STEM4, CD2, CPSAA5, CE3, CCEC4. Estos descriptores aparecen explicados en los Anexos.

2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando las respuestas obtenidas, para verificar su validez e idoneidad desde un punto de vista matemático y su repercusión global.

La capacidad de analizar de manera crítica las soluciones obtenidas durante la resolución de problemas es fundamental, no solo para que el aprendizaje sea significativo, sino para desarrollar el pensamiento crítico del alumnado, el cual es esencial en su desarrollo académico y personal.

Mediante las actividades y sesiones gamificadas se promueve de manera explícita la comprobación de las soluciones ya que por la forma en la que están propuestos los ejercicios es necesario resolverlos de manera correcta para tener éxito en el juego. De esta manera, los estudiantes se ven obligados a evaluar la validez de sus resultados y sus respuestas desarrollando distintas estrategias. Esto ayuda también en la autorregulación de cada uno sobre su proceso de aprendizaje, uno de los objetivos que presenta también el DUA.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, STEM1, STEM2, STEM4, CD2, CPSAA4, CC3, CE3.

3. Formular y comprobar conjeturas sencillas o plantear problemas de forma autónoma, reconociendo el valor del razonamiento y la argumentación para generar nuevo conocimiento.

En la propuesta, como parte importante de la comprensión de las ecuaciones, se han diseñado varias actividades para que sean los propios alumnos quienes planteen los ejercicios y los problemas para sus compañeros. De esta manera se pone en valor la importancia de comprender bien ciertas ideas matemáticas que son necesarias para poder plantear esos problemas de manera autónoma.

Por otro lado, al resolver los problemas trabajando de manera cooperativa se pone en valor la importancia no solo de formular conjeturas sino de hacerlo de manera razonada, argumentando frente a sus compañeros o frente al propio profesor el por qué de los procedimientos que se han seguido para resolver el reto que se plantea.

Además, permitiendo que sean ellos mismos quienes planteen sus propios problemas se busca aumentar el interés y la curiosidad respecto a la asignatura mientras mejoran sus habilidades de reflexión.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, CCL2, STEM1, STEM2, CD1, CD2, CD5, CE3.

4. Utilizar los principios del pensamiento computacional organizando datos, descomponiendo en partes, reconociendo patrones, interpretando, modificando y creando algoritmos para modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz.

El pensamiento computacional no se reduce simplemente al uso de tecnologías sino que incluye destrezas como la capacidad de abstracción, la descomposición de un problema en tareas más sencillas para llegar a una solución, el pensamiento lógico o la evaluación crítica.

El desarrollo de esta competencia en la propuesta se lleva a cabo a través de la resolución de problemas y ejercicios secuenciados centrados en la vida cotidiana. La propuesta, por tanto, excede la idea de pensamiento computacional como únicamente lo ligado con el ámbito informático, sino que lo concibe como una forma de razonamiento estructurada y ordenada.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM1, STEM2, STEM3, CD2, CD3, CD5, CE3.

5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos interconectando conceptos y procedimientos para desarrollar una visión de las matemáticas como un todo integrado.

La capacidad de relacionar las matemáticas con conocimientos ya adquiridos y con el temario de otras asignaturas es fundamental para que el alumnado aprenda de manera más profunda y duradera. Además esto dota a los mismos de una visión mucho más amplia que permite la transferencia entre unas ideas y otras, lo cual, es un objetivo de los planteados al comienzo a partir de los principios del DUA.

Para ello, durante la propuesta se ha intentado que cada nueva sesión se relacione con las anteriores y con los conocimientos previos del alumnado. Además, como resulta evidente, el alumnado deberá ser capaz de emplear todos sus conocimientos matemáticos previos para generar nuevo conocimiento en relación con las ecuaciones y el sentido algebraico.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM1, STEM3, CD2, CD3, CCEC1.

6. Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos para aplicarlos en situaciones diversas.

Igual que para trabajar la competencia anterior la propuesta trabaja en la relación que guardan las matemáticas con las demás materias, haciendo un énfasis especial con la asignatura de física y química cuyo temario coincide en bastantes puntos relacionados con el tema que se ha desarrollado. Además, como muchos de los

problemas guardan relación con la vida cotidiana el alumnado deberá ser capaz de encontrar la relación con las matemáticas que estos presentan para poder resolverlos. De esta manera los ejercicios permitirán transferir los contenidos matemáticos a muy diversos contextos lo que va en favor de nuevo con los principios del DUA.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, STEM1, STEM2, STEM3, STEM5, CD3, CD5, CC4, CE2, CE3, CCEC1.

7. Representar, de forma individual y colectiva, conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos usando diferentes tecnologías, para visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.

Esta competencia se relaciona directamente con el principio del DUA en el que se dice que el diseño de las situaciones de aprendizaje debe presentar múltiples formas de representación además de permitir que los estudiantes puedan expresarse por diferentes vías como pueden ser los gráficos o las tablas. Estas representaciones ayudan al alumnado a interiorizar mejor las ideas y los procedimientos necesarios para resolver problemas. Además, estas distintas formas de comunicar ideas o resultados matemáticos son fundamentales en la propuesta desde el momento en que los estudiantes trabajan en grupos y deben llegar a acuerdos conjuntos. Estos acuerdos pasan por la comprensión de las estrategias planteadas por todos los miembros del grupo lo que lleva asociada la necesidad de adaptar el discurso y la manera de comunicar las ideas en función de quién está recibiendo esa información.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM3, STEM4, CD1, CD2, CD5, CE3, CCEC4.

8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos, usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.

Ser capaces de comunicarse de manera adecuada para que el intercambio de ideas matemáticas sea fructífero es una cualidad esencial de la enseñanza de cualquier disciplina científica. Es a través de esta comunicación que se producen los intercambios de ideas y las discusiones y correcciones que llevan a la ciencia a avanzar.

Para trabajar esta competencia la propuesta a través de la gamificación fomenta la comunicación constante de conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos. Además, el enfoque desde el DUA permite que los estudiantes comuniquen estas ideas de la forma más adecuada para cada contexto.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL1, CCL3, CP1, STEM2, STEM4, CD2, CD3, CE3, CCEC3.

9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.

Una de las emociones más difíciles de gestionar es la aceptación del error, el cual muchas veces supone una fuente de estrés para el alumnado. Mediante la propuesta gamificada se busca que los estudiantes sean capaces de reconocer sus emociones y de gestionarlas de una mejor manera ya que al estar planteado como un juego por grupos esa fuente de estrés por los errores se verá reducida en la mayoría de los casos permitiendo con ello una mejor relación con los errores. Estos, gracias a la posibilidad de reintentar las pruebas o retos, se presentan como una oportunidad valiosa para el aprendizaje y no como un castigo. Asimismo, mediante la resolución de problemas se busca que aprendan a ser perseverantes cuando no consigan obtener la solución a la primera y se mantengan proactivos ante los nuevos retos de manera que se favorece también el autoaprendizaje.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: STEM5, CPSAA1, CPSAA4, CPSAA5, CE2, CE3.

10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con roles asignados, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y crear relaciones saludables.

Por último, esta competencia se relaciona con todo aquello que tiene que ver con las interacciones entre los miembros de un grupo o de una clase. Como ya se ha comentado anteriormente la propuesta trabaja estas destrezas sociales de manera constante ya que la mayoría de las actividades se plantean para ser realizadas en grupos donde estos deben ser respetuosos con sus compañeros. Además, el matiz competitivo de la gamificación facilita trabajar valores como el respeto, la igualdad o la resolución pacífica de problemas, todas ellas habilidades de gran importancia para su desarrollo como ciudadanos y como personas.

Esta competencia específica se conecta con los siguientes descriptores del Perfil de salida: CCL5, CP3, STEM3, CPSAA1, CPSAA3, CC2, CC3.

4.3 Descripción de la propuesta

La propuesta que se plantea en este trabajo, como ya se ha mencionado anteriormente, está basada en los principios del DUA desarrollados a través de la metodología de la gamificación. Con ella se busca hacer de la educación y de las situaciones de aprendizaje un espacio inclusivo del que todo el alumnado forme parte. Como se ha podido ver en el apartado donde se describían los elementos de la gamificación estos son muy numerosos y variados. Para cumplir los objetivos de la propuesta se han empleado solamente aquellos que por su propia naturaleza se consideran más sencillos de implementar o de comprender por el alumnado.

En la dimensión personal, se han empleado la novedad, los objetivos, los desafíos y la renovación. La novedad se cree que puede ser muy positiva para mantener el interés del alumnado por las actividades ofreciendo estímulos cambiantes durante las actividades. Los objetivos y los desafíos son clave para trabajar tanto la perseverancia como la metacognición y la autorregulación, ambos fundamentales en el proceso de aprendizaje y requisitos indispensables para diseñar siguiendo los principios del DUA. Del mismo modo, la posibilidad de tener varios intentos ayudará sobre todo a aquel alumnado más desmotivado con la asignatura.

De la dimensión social se han implementado tanto la competición como la cooperación. Se cree que ambas tienen una influencia positiva en el proceso de aprendizaje con el alumnado. La presión social y los elementos que dan reputación se han preferido no emplear ya que tienen el riesgo de tener repercusiones negativas en la autoestima y la motivación del alumnado, lo cuál era fundamental evitar basándose en las características de la clase.

De la dimensión ecológica, la propuesta cuenta con actividades que dependen en parte del azar para motivar la participación del alumnado. Además, las actividades permiten la libre elección del alumnado, en ocasiones incluso mediante intercambios o compra de puntos. Esto se hace para situar al alumnado en el centro de las actividades, haciendo que sean ellos los protagonistas de su propio aprendizaje. La presión del tiempo se ha utilizado tan solo de manera puntual como elemento motivante y no como recurso generalizado, ya que muchas veces es fuente de bloqueo.

De la dimensión de ejecución se han empleado tanto los niveles como los puntos. Ambos facilitan enormemente la implementación de la propuesta ya que son herramientas con las que el alumnado está familiarizado y por tanto no resultan hostiles. Además, ayudan a establecer objetivos e incitan a la participación de las actividades mientras que al docente le ofrecen la posibilidad de corregir y retroalimentar la resolución o los procesos llevados a cabo por el alumnado en el mismo momento en el que se realizan, evitando que errores graves perduren en el tiempo.

Por último, de la dimensión de carácter ficticio, en ocasiones puntuales se han orientado las actividades de manera narrativa, es decir, el desarrollo de la misma dependía de las decisiones tomadas por el alumnado.

Las actividades se han dividido en función de la sección o secciones de contenido que desarrollan cada una. En cada una de ellas, también se hace un análisis sobre los principios del DUA que implementa cada una.

4.3.1 Concepto de variable

En primer lugar, se ha decidido trabajar el concepto de variable porque se cree que a partir de él se construyen el resto de contenidos del tema ya que la variable es el elemento fundamental del lenguaje algebraico. Además, es la herramienta que sustenta la modelización matemática. Por todo ello, es importante que los estudiantes entiendan realmente qué es una variable, qué significa que dos expresiones sean iguales y cómo usar estos conocimientos para modelizar la vida cotidiana.

La propuesta diseñada para este fin garantiza una comprensión profunda de estos conceptos básicos antes de avanzar hacia contenidos más complejos, sentando así las bases para un aprendizaje significativo del álgebra y sus aplicaciones.

Teléfono “escacharrado”

En esta sesión la actividad que se plantea está basada en el juego del teléfono escacharrado. Este juego consiste en enviar un mensaje a lo largo de una fila de jugadores intentando que este llegue inviariado hasta el final. Para transformar el juego en una actividad didáctica las normas y las características de los mensajes enviados se centran en las matemáticas y en la traducción de enunciados de la vida cotidiana a ecuaciones y viceversa. De esta manera, se fomenta la metacognición del alumnado gracias a la comparación final que cada grupo hará tras cada ronda de la transformación del mensaje enviado. Esto les ayudará a identificar errores frecuentes de interpretación como por ejemplo, la confusión entre los enunciados: “El cuadrado de la suma de dos números distintos” y “La suma de dos números elevados al cuadrado”. Además, el enfoque lúdico que da esta actividad a los errores reducirá la ansiedad asociada a estos lo que permitirá a todo el alumnado disfrutar y participar de la actividad aprovechando todas las oportunidades que esta ofrece para el aprendizaje.

El desarrollo de la actividad se haría de la siguiente manera:

- *Explicación de las normas del juego:* En los cinco primeros minutos de la sesión se explicaría la actividad mientras cada estudiante está sentado en su sitio. De esta manera se favorecerá que presten atención antes de formar los grupos y puedan plantear las dudas que les surjan durante la explicación. Las normas son las siguientes: los jugadores se sentarán en filas de mesas unos detrás de otros. La persona que está en la última posición comenzará escribiendo una situación de la vida cotidiana que pueda ser modelizada mediante el uso de una ecuación ya sea de primer o de segundo grado. Entonces la escribirá en un papel y se lo pasará al compañero de delante. Este deberá leerlo y escribir la expresión algebraica que se relaciona con ese enunciado. Después, doblará el papel para que el siguiente solo pueda leer la expresión algebraica y pueda traducirla al lenguaje coloquial. Al llegar al principio, el grupo se reunirá para evaluar cómo se ha trasladado el mensaje y analizar, en caso de haber sufrido algún cambio, por qué puede haber sucedido.
- *Formación de grupos:* Los grupos se formarán de manera aleatoria con un mínimo de cinco miembros en cada uno, para que puedan darse mínimo dos cambios de lenguaje común a lenguaje simbólico y dos de simbólico a común. La colocación en la fila podrán elegirla ellos y cambiarla tras cada ronda si quisieran.
- *Ronda de prueba con mensajes predeterminados:* La primera vez que jugasen se les darían frases ya escritas para que vieran cómo deben formularlas ellos en las siguientes rondas. De esta manera también se repasan conocimientos previos a través de un soporte, ya que este punto del temario aparece en los

contenidos de los cursos anteriores y quizá comenzar la actividad sin dar ejemplos puede hacer que los estudiantes no entiendan qué se está pidiendo y no participen.

- *Rondas normales con mensajes generados por los estudiantes:* Despues de la primera ronda se dará completa libertad al alumnado para que sean ellos quienes generen las expresiones. Las últimas rondas se pueden añadir cambios como por ejemplo que el mensaje deban trasladarlo de forma oral o que en lugar de expresar por escrito la situación que se debe traducir a lenguaje algebraico deban dibujar una gráfica que el siguiente compañero tenga que traducir o a palabras o a expresiones algebraicas. De esta manera, se trabajarán las distintas formas de representación, lo que producirá un aprendizaje más completo y robusto del concepto de variable.
- *Puesta en común de las conclusiones obtenidas de la actividad:* Los quince últimos minutos de la sesión se dedicarán a que cada estudiante, ya de nuevo en su sitio, reflexione sobre la actividad con preguntas guiadas que haga el profesor para que también puedan verbalizar y tomar apuntes de los aprendizajes obtenidos gracias a la actividad. Algunos ejemplos de las preguntas podrían ser: ¿Qué te ha resultado más difícil: el cambio de lenguaje común a expresión algebraica o al revés? ¿Por qué crees que puede ser? ¿Has cometido algún fallo del que creas que puedes haber aprendido algo? Anótalo. ¿Qué estrategias te han resultado más efectivas durante la realización de la actividad? Por último, los cinco minutos finales se dedicarán a poner en común entre todos los miembros de la clase las conclusiones a las que han llegado tras la reflexión para que puedan aprender también de las experiencias y las opiniones de los demás.

La actividad se relaciona con los principios del DUA de la siguiente manera:

Tabla 2 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de implicación y compromiso	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	La actividad favorece la autonomía del alumnado, además optimiza la autenticidad y promueve el juego.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	La actividad explica unos objetivos claros, da respaldo sobre todo al comienzo cuando da orientaciones para la acción. Además fomenta el aprendizaje colectivo y la comunidad.

	Opciones para la autorregulación	Mediante las preguntas finales la actividad desarrolla la conciencia de sí mismos y de los demás y promueve la reflexión tanto individual como colectiva.
Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	La actividad es flexible en cuanto a la personalización de la presentación de la información permitiendo que cada estudiante pida representar la información desde su perspectiva.
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	La puesta en común que hace cada grupo tras realizar una ronda completa ayuda al alumnado a ser consciente de los sesgos que puede presentar el uso del lenguaje y de los símbolos.
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	La actividad permite conectar sus conocimientos previos sobre el lenguaje simbólico con la modelización de situaciones de la vida real.
Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	
	Opciones para la expresión y la comunicación	La actividad permite al alumnado comunicarse por múltiples medios mientras la última parte les permite reflexionar sobre los mismos.
	Opciones para las funciones ejecutivas	La actividad muestra desde el principio unos objetivos claros y significativos y mediante la repetición ayuda al alumnado a mejorar su capacidad para controlar el progreso.

4.3.2 Ecuaciones de primer y segundo grado

En segundo lugar se trabajará con las características de las ecuaciones de primer y segundo grado, dándole una importancia especial al número de soluciones que puede presentar cada una de ellas. Después, se explicarán

los procedimientos de resolución que presentan dando libertad al alumnado de que lo haga de la forma que considere más apropiada en cada momento y que mejor se adapte a su estilo de aprendizaje pero estableciendo un orden para aquellos estudiantes que necesiten un apoyo o una mayor estructuración.

Invención de ecuaciones dada una solución

El objetivo de esta actividad es trabajar sobre la idea de ecuación equivalente. En muchas ocasiones la resolución de ecuaciones se plantea como un proceso en el que lo que está a un lado sumando pasa al otro restando y lo mismo con la multiplicación y la división hasta que se consigue aislar la x . Esto supone un problema por muchos motivos, siendo el primero de ellos que, muchas veces, conduce a errores en la resolución. Otro de los problemas es que se pierde el significado de igualdad y con ello el de ecuaciones equivalentes, lo que aísla al procedimiento de toda capacidad posible de razonamiento reduciéndolo a una mera reproducción sistemática de pasos a seguir para resolver una ecuación. Para intentar evitarlo esta actividad se plantea de manera inversa al modo tradicional de la enseñanza de las ecuaciones. En este juego, el alumnado deberá inventar la ecuación para una solución ya dada construyéndola usando ecuaciones equivalentes. Después, deberán resolver las ecuaciones de sus compañeros. Esta actividad, por tanto, trabaja la resolución de ecuaciones mediante dos ejercicios distintos, primero cuando plantean su ecuación y después cuando resuelven la de los demás.

El desarrollo de la actividad se haría de la siguiente manera:

- *Explicación de las normas del juego:* Para comenzar esta sesión se harán breve resumen de los pasos para resolver una ecuación que habrán sido explicados en sesiones anteriores. Después se explicarán las normas del juego igual que en la actividad anterior para centrar su atención y que comprendan correctamente el ejercicio. Las normas esta vez serán que cada pareja de estudiantes deberá escribir una ecuación cuya solución sea la dada por el profesor. Esta ecuación podrá ser del tipo que ellos escojan, tanto de primer como de segundo grado, completas o incompletas. Cuando la terminen de plantear y hayan asegurado que se llega a la solución o soluciones que se pedían uno de los miembros de la pareja saldrá a la pizarra a escribir la ecuación. Una vez están todas las ecuaciones escritas se tirará un dado para que las parejas de manera aleatoria elijan dos de las ecuaciones de la pizarra. Para elegir deberán intentar que la solución de las ecuaciones que resuelvan sume la máxima puntuación posible. Esta será la forma de ganar el juego. De esta manera se trabaja también el tanteo y la aproximación.

- *Formación de grupos:* Los estudiantes se dividirán por parejas intentando equiparar los niveles entre ellas de manera que la interacción entre ellos siempre resulte positiva para su aprendizaje. Es decir, se intentará emparejar a los alumnos con más habilidad matemática con aquellos con más dificultades para favorecer las explicaciones entre iguales.

- *Tiempo para la elaboración de las ecuaciones:* En este momento se dejará a las parejas trabajar de manera autónoma preguntando sus dudas en caso de tenerlas. Entre los dos deben llegar a un acuerdo para escribir la ecuación que se pide. En caso de necesitar ayuda se les puede indicar cómo empezar o decirles que prueben a inventarse una ecuación sin saber su solución y que piensen cómo podrían modificarla hasta llegar a la solución pedida. Al finalizar este tiempo cada pareja debe haber escogido dos ecuaciones de la pizarra para resolver.
- *Tiempo para la resolución de las ecuaciones:* El motivo para que solo planteen una ecuación pero deban resolver dos es que en este momento cada miembro de la pareja deberá resolver una de las ecuaciones y comprobar la solución de la que resuelva su compañero. Así se trabaja la comprobación de la validez de las soluciones mientras que se identifican errores en la comprensión del proceso de manera individualizada. Esto permitirá al docente ofrecer retroalimentación casi instantánea mejorando la experiencia del proceso de aprendizaje, ya que esto, evitará la reproducción futura de los mismos.
- *Conclusión de la actividad:* Para terminar se resuelven las ecuaciones en la pizarra para que todos los estudiantes puedan tomar nota de la resolución y de sus errores. Finalmente se sumarán los valores de las soluciones indicando la pareja ganadora de la actividad.

Tabla 3 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de implicación y compromiso	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	La actividad además de promover el juego destaca la importancia de comprender el significado de la igualdad y las ecuaciones equivalentes.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	La actividad fomenta la colaboración y la interdependencia además la explicación inicial ayuda a aclarar el propósito de los objetivos de la actividad.
	Opciones para la autorregulación	Mediante la corrección y la comprobación de las soluciones entre compañeros se busca fomentar la empatía y la reflexión tanto individual como colectiva.

Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	A través de la libertad otorgada para inventar las ecuaciones se apoyan las oportunidades de personalizar la presentación de la información.
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	Esta actividad es clave para que los alumnos comprendan correctamente el significado de ciertos símbolos matemáticos como por ejemplo el igual.
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	La introducción de la actividad permite conectar el conocimiento que desarrollarán durante la clase con el previo. Además las dos partes de la actividad permiten crear múltiples significados a la creación y resolución de ecuaciones.
Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	Al poder hacerse desde su sitio la actividad permite implementar el uso de tecnología y herramientas de asistencia y acceso.
	Opciones para la expresión y la comunicación	La actividad permite utilizar múltiples herramientas para la construcción y la composición ya que como se ha explicado anteriormente la fase creativa del ejercicio puede abordarse desde distintos enfoques.
	Opciones para las funciones ejecutivas	El alumnado trabajará por parejas ya que teniendo en cuenta los desafíos que puede suponer la actividad se cree que es la forma más beneficiosa de trabajo.

Bingo de ecuaciones

Esta actividad busca dinamizar la práctica de la resolución de ecuaciones evitando que se convierta en un proceso monótono y repetitivo manteniendo así el interés del alumnado. Para llevar a cabo esta actividad se ha empleado como recurso la página web de Omatos (<https://aomatos.com/juegos/bingo-ec2grado.php>) que genera de manera aleatoria ecuaciones de primer y segundo grado, por separado, cuyas soluciones se encuentran siempre entre -5 y 15. Las normas tradicionales del bingo se han adaptado con el fin de que la

actividad resulte no solo entretenida sino didáctica y que así aporte nuevos conocimientos o refuerce aquellos que los estudiantes ya tienen.

El desarrollo de la actividad sería el siguiente:

- *Explicación de las normas del juego:* En la pizarra digital se presentará la página con la que se va a jugar. Despues se explicará cómo cada pareja deberá elaborar su cartón. Para ello se repartirán folios donde deberán escribir ocho números entre el -5 y el 15 con los que jugarán la partida de bingo. Las normas para este juego son, en primer lugar, elaborar un cartón válido para jugar y no modificarlo durante la partida. En cada ronda se proyectará una ecuación en la pizarra que todas las parejas deberán intentar resolver. A continuación, se tirará un dado para que aleatoriamente la pareja asociada a ese número diga la solución a la que ha llegado. Si la solución es acertada podrán tachar un número de su cartón a pesar de que la solución no coincide con ninguno de los números que ellos tengan. El resto de parejas si tiene en su cartón el número de la solución podrá tacharlo también. Esto se hará así en cada ronda salvo alguna en la que excepcionalmente contestará la pareja que resuelva más rápido la ecuación. Esto se hace para dinamizar aún más el juego y para favorecer las estrategias de adaptación y planificación eficaz de la resolución. En caso de que alguna pareja no llegue a la solución de la ecuación esta se resolverá en la pizarra.
- *Formación de grupos:* Las parejas, igual que en la actividad anterior, se intentará que sean equilibradas de forma que la simbiosis resulte positiva para ambos miembros. En caso de ser impares se hará un grupo de 3 ya que se quiere que todos trabajen de manera cooperativa.
- *Desarrollo del juego:* Cuando los estudiantes estén divididos por parejas y hayan elaborado el cartón se comenzará a proyectar las ecuaciones y a ir corrigiéndolas como se ha indicado que se hará en las normas. La actividad terminará cuando una pareja haya conseguido tachar todos los números del cartón con lo que cantará bingo.
- *Reflexión final sobre errores comunes:* Se reservan los últimos cinco minutos de la sesión para que entre todos piensen en los errores que han cometido en la resolución. De este modo, en futuras ocasiones, serán menos propensos a cometerlos ya que esto les permitirá ser capaces de reconocerlos.

Tabla 4 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	Igual que las anteriores, esta actividad promueve el juego. Además, gracias a la presión que aporta la aleatoriedad de turno

implicación y compromiso		de respuesta se abordan las distracciones que pudiera presentar la actividad.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	Las correcciones entre rondas ofrecen comentarios orientados a la acción en las siguientes rondas. Por otro lado, el trabajar por parejas fomenta el aprendizaje colectivo, la colaboración y el sentimiento de comunidad.
	Opciones para la autorregulación	Mediante las correcciones se desarrolla la conciencia de cada estudiante sobre sus propias acciones. Además la parte final de la actividad promueve la reflexión colectiva.
Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	Las ecuaciones además de ser proyectadas en la pizarra digital se leen en voz alta, lo que ofrece distintas formas de percibir la información.
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	Esta actividad se relaciona directamente con la anterior y con sus conocimientos previos en la resolución de ecuaciones. Además, la reflexión final ayuda a resaltar ideas clave maximizando la transferencia de los conocimientos adquiridos durante la actividad.
Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	Al realizarse en el aula habitual la actividad permite el uso de herramientas de asistencia y acceso.
	Opciones para la expresión y la comunicación	La resolución de ecuaciones por parejas, junto con las correcciones del docente en la

		pizarra suponen distintos medios para la comunicación.
	Opciones para las funciones ejecutivas	Que el juego se desarrolle en diversas rondas permite mejorar la capacidad del alumnado de controlar su progreso gracias a las nuevas oportunidades que ofrece el propio juego.

4.3.3 Resolución de problemas

Por último, se trabajará la resolución de problemas contextualizados mediante la modelización y resolución de ecuaciones tanto de primer como de segundo grado. Se dará especial importancia a la comprobación de las soluciones obtenidas ya que habitualmente el alumnado ignora este paso clave en la resolución. Se trabajarán tanto problemas curriculares como no curriculares buscando despertar el interés por la resolución y el desafío que estos pueden suponer al no estar acostumbrados a enfrentarse a problemas de este tipo. Para centrarnos en esta parte del contenido se han diseñado las tres propuestas que se explican a continuación.

Concurso-subasta

Esta actividad se presenta como una oportunidad para practicar los problemas explicados a lo largo de sesiones anteriores además de para fortalecer y asentar ideas acerca de la resolución no solo de problemas sino de ecuaciones también. De esta manera, ambos bloques de contenido pasan a ser concebidos como un todo dentro del tema y no como ejercicios aislados unos de otros. Esto ayudará a desarrollar nuevas ideas basándose en los conocimientos previos de cada estudiante. Además, mediante el trabajo en grupo se busca fomentar las explicaciones entre iguales cuando surjan dudas lo cuál se cree que es muy beneficioso para el desarrollo del aprendizaje. La actividad consiste en resolver distintas pruebas relacionadas con un tema concreto: ecuaciones de primer grado, ecuaciones de segundo grado, problemas y sorpresa. Las preguntas sorpresa tienen que ver con problemas no curriculares o con cuestiones de teoría o de razonamiento relacionadas con el tema. Estas categorías presentan tres niveles de dificultad: fácil, medio y difícil, los cuales determinan la puntuación que obtendrá el equipo si consigue resolver correctamente la pregunta. En caso de contestar de manera incorrecta la pregunta sale a subasta y el resto de equipos pueden pujar por ella. De esta manera se obliga a todos los equipos a dos cosas. En primer lugar, a que el equipo que responde compruebe la solución antes de contestar ya que si no lo hace, perderá la pregunta. Por otro lado, incita a que no solo el equipo que pide la pregunta trabaje en su resolución ya que en caso de salir a subasta deben estar preparados para pujar.

Para llevar a cabo la actividad se seguirán los siguientes pasos:

- *Explicación de las normas del juego:* Los primeros cinco minutos de la sesión se dedicarán a explicar las normas que se han esbozado en la introducción. Además se explicará el funcionamiento de las

distintas rondas del juego. Estas comenzarán con una tirada de dados que determinará qué equipo escoge pregunta en primer lugar. Cada equipo empezará con 100 puntos de manera que si el primer equipo falla todos puedan pujar en la subasta. Las preguntas de dificultad sencilla valdrán 100 puntos, las de dificultad media 250 y las difíciles 500. En este momento, durante la explicación se dibujará el panel en la pizarra para que todos tengan presentes las preguntas disponibles y su valor. El panel será como se muestra en la siguiente figura.

Figura 7 Panel para el concurso-subasta

ECUACIONES PRIMER GRADO	ECUACIONES SEGUNDO GRADO	PROBLEMAS	SORPRESA
100	100	100	100
250	250	250	250
500	500	500	500

- *Formación de grupos:* Los estudiantes se dividirán en grupos de 3 intentando que el nivel de todos los grupos sea similar para que el alumnado no tenga sensación de injusticia frente a la actividad. Estos se sentarán en espacios separados de la clase para evitar que se copien, puedan hacer trampas o se distraigan entre ellos.
- *Desarrollo de la actividad:* Se comenzará tirando un dado que determinará qué grupo elige primero. Cuando hayan resuelto la pregunta dirán el resultado en alto. Si es correcto se sumará la puntuación asociada a la pregunta sino, saldrá a subasta. En cualquier caso, si algún grupo no ha conseguido llegar a la solución correcta el ejercicio se resolverá en la pizarra.
- *Conclusión de la actividad:* La actividad finalizará cinco minutos antes de que acabe la clase. En ese momento se sumarán los puntos y se dirá quién es el ganador. Después de ese momento, se hará un resumen de lo aprendido durante la actividad destacando los errores más frecuentes. Por último, se repartirá una ficha con todos los enunciados con solución de la actividad ya que lo más probable es que no de tiempo a resolver todos los ejercicios durante la sesión y así cada estudiante podrá practicar en casa además de tener los enunciados de los ejercicios resueltos en clase, ya que durante la actividad

estos se dirán en voz alta y salvo necesidad explícita no se escribirá ningún dato en la pizarra para que así los estudiantes presten más atención a la actividad.

Tabla 4 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de implicación y compromiso	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	Gracias al panel se optimiza la elección del alumnado ya que les permite realizar el ejercicio que ellos consideren. Además como en todas las propuestas se promueve el juego.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	De nuevo, gracias al trabajo en grupos se fomentan todas las cualidades asociadas al mismo como la colaboración o el aprendizaje colectivo.
	Opciones para la autorregulación	Con esta actividad se pone en evidencia para cada estudiante sus propias expectativas y creencias ya que estas determinarán la pregunta y la dificultad que escojan.
Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	Las preguntas se dirán en voz alta pero se dispone de fichas que se pueden entregar en caso de necesitarla algún estudiante. Además, la actividad tiene el constante apoyo visual de la pizarra.
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	Esta actividad supone un repaso de todos los conocimientos previos buscando conectarlos directamente con el nuevo aprendizaje.

Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	De nuevo, al realizarse en el aula habitual el material, la tecnología y las herramientas de acceso son accesibles.
	Opciones para la expresión y la comunicación	La actividad permite desarrollar habilidades de manera gradual ya que al presentarse las preguntas en nivel creciente de dificultad los estudiantes pueden enfrentarse a ellas de manera progresiva.
	Opciones para las funciones ejecutivas	La información se presenta de manera organizada de manera que los estudiantes pueden centrarse plenamente en la resolución de los ejercicios y los problemas.

Tres en raya

Esta actividad es la más competitiva de todas las propuestas en este trabajo. Se centra completamente en la resolución de problemas curriculares de los distintos tipos que plantea el libro de texto con el que trabajan en el instituto. Estos tipos son: problemas de edades, de mezclas, de móviles, de tiempos de trabajo, geométricos y numéricos. Las normas del tres en raya habitual se adaptan para obtener el mayor número de beneficios posibles para la actividad.

Esta se llevará a cabo de la siguiente manera:

- *Explicación de las normas del juego:* Durante los cinco primeros minutos de la sesión se explicarán las normas de la actividad. Estas se centran en el tablero de tres en raya que cada pareja tendrá. Este tendrá las casillas numeradas del 1 al 9. Estos números se asocian con un problema que deben resolver cada uno de manera individual. Cuando escojan la casilla se les entregará una ficha con el enunciado del problema y, a partir de ese momento, el primero que consiga resolver correctamente el problema podrá marcar la casilla. Entonces, el jugador que no ha marcado la casilla escogerá la siguiente por la que competirán. Los tableros serán distintos para cada pareja de manera que no todos resuelvan el mismo problema a la vez.

- *Formación de los grupos:* Para esta actividad se buscará formar las parejas de manera que la destreza y los conocimientos matemáticos de ambos sean equitativos para que la competición resulte justa, motivadora y estimulante.

- *Desarrollo de la actividad:* Cada pareja irá escogiendo casillas y resolviendo los problemas a su ritmo mientras el profesor irá por los sitios resolviendo dudas, comprobando los resultados y repartiendo las fichas con los enunciados de los problemas. En caso de que alguna pareja termine antes de jugar se les entregarán los problemas que no hayan resuelto durante la partida para que puedan jugar una nueva ronda con otro tablero.
- *Conclusión de la actividad:* Finalmente, igual que en las demás sesiones, se dejará tiempo para que cada estudiante pueda reflexionar sobre el aprendizaje que obtiene de la actividad y para resolver las dudas y los errores más notorios que hayan tenido lugar durante la actividad.

Tabla 5 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de implicación y compromiso	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	Que cada estudiante deba resolver el ejercicio por sí mismo da autonomía y capacidad de elección. Además se promueve el juego.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	Los objetivos del juego son claros gracias a que este es ampliamente conocido.
	Opciones para la autorregulación	Dar la oportunidad de escoger al estudiante que ha perdido supone una práctica reconfortante en su aprendizaje ya que disminuye el factor competitivo.
Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	Esta actividad fomenta la transferencia y la generalización de la resolución de problemas gracias a la resolución de distintos tipos de ellos.

Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	La actividad permite el uso de materiales accesibles y tecnologías de asistencia y acceso.
	Opciones para la expresión y la comunicación	La actividad da completa libertad sobre el proceso de resolución empleado por lo que se fomenta el uso de múltiples herramientas creativas.
	Opciones para las funciones ejecutivas	Anticipando las dificultades que alguna de las parejas pueda encontrar los problemas cuentan con pistas que la pareja puede solicitar en caso de encontrarse bloqueada durante el proceso.

Reloj de las citas

Esta actividad es la última de la propuesta y se ha decidido así porque es la que más fomenta el aprendizaje cooperativo y trabaja en la confianza del alumnado en la resolución de problemas antes de la prueba escrita a la que se someterán al final del tema. En esta actividad resolverán ejercicios a modo de resumen de todo lo visto durante el tema. La actividad consta de 12 ejercicios que se realizarán de forma aleatoria por los alumnos en parejas.

El desarrollo de la actividad se haría de la siguiente manera:

- *Explicación de las normas del juego:* El juego consiste en conseguir resolver correctamente el mayor número de problemas posibles. Para ello, los estudiantes trabajarán por parejas durante cinco minutos cada ronda para intentar resolver el ejercicio asociado a la hora a la que se está quedando. Esto quiere decir que después de que los estudiantes hayan llenado su reloj, la profesora dirá en alto una frase como: “quedamos a las seis”. Entonces los estudiantes se sentarán con la pareja con la que hubieran quedado a esa hora. A partir de ese momento, deberán resolver el ejercicio en cinco minutos. Transcurrido ese tiempo, la profesora dirá una nueva hora para que los alumnos puedan reagruparse.

- *Formación de grupos:* Para formar las parejas se dejarán cinco minutos en las que los estudiantes, con una ficha con un reloj impreso, deberán escribir el nombre de alguno de sus compañeros poniéndose de acuerdo con él de manera que ambos tengan el nombre del otro escrito en la misma hora. El objetivo es que trabajen con compañeros distintos para que surjan debates que puedan resultar enriquecedores, por lo que lo ideal sería que en cada una de las horas escribieran un nombre distinto.

- *Desarrollo de la actividad:* La actividad se llevará a cabo como se ha mencionado, cada cinco minutos se cambiarán las parejas y en ese tiempo deberán resolver la pregunta asociada a la hora en la que están quedando. Cada estudiante deberá anotar la resolución en su cuaderno ya que esta se comprobará al final.
- *Conclusión de la actividad:* Los últimos 10 minutos se reservarán para corregir todos los problemas que se hayan hecho durante la sesión de manera que cada alumno pueda contabilizar el número de ejercicios bien resueltos y reflexionar sobre los errores cometidos en aquellos donde la solución sea incorrecta.

Tabla 6 Relación de la propuesta con los principios del DUA

PRINCIPIO	DIRECTRIZ	RELACIÓN CON LA PROPUESTA
Múltiples formas de implicación y compromiso	Opciones para la aceptación de intereses e identidades	Esta actividad fomenta la autonomía además de poner en valor a cada estudiante.
	Opciones para el esfuerzo y la persistencia	La actividad fomenta la colaboración y el aprendizaje colectivo desarrollando el sentimiento de pertenencia y comunidad.
	Opciones para la autorregulación	La actividad ayuda a cada estudiante a desarrollar conciencia de sí mismos y a reflexionar sobre sus conocimientos.
Múltiples formas de representación	Opciones para la percepción	Mediante las interacciones entre compañeros se ponen e valor las distintas perspectivas de cada uno de ellos.
	Opciones para el lenguaje, la expresión matemática y los símbolos	La actividad incluye actividades en las que se debe emplear el lenguaje algebraico de manera precisa.
	Opciones para la comprensión o desarrollo de conocimientos	La actividad ayuda a aclarar las ideas más relevantes del tema y la relación entre ellas.

Múltiples formas de acción y expresión	Opciones para la interacción física	La actividad resulta accesible para todo el alumnado.
	Opciones para la expresión y la comunicación	La actividad está secuenciada de manera que el desempeño de los alumnos puede ir evolucionando de manera gradual.
	Opciones para las funciones ejecutivas	La información y los recursos están claramente organizados. Igualmente los objetivos están claros de manera que los estudiantes pueden centrarse en lo importante de la actividad que es resolver los ejercicios correctamente.

4.4 Metodología empleada

Como ya se ha comentado, la metodología principal sobre la que se ha elaborado la propuesta es la gamificación. Sin embargo, con el objetivo de que sean los estudiantes los protagonistas de su propio aprendizaje y de buscar aquellas metodologías que puedan resultar más motivantes para el alumnado de manera complementaria, se han incorporado otras dos metodologías activas: la resolución de problemas y el aprendizaje cooperativo.

La resolución de problemas es una metodología basada en el abordaje de situaciones desafiantes que requieren tanto la movilización de conocimientos previos como la construcción de nuevos saberes. En palabras de Miguel de Guzmán (1995), un problema se caracteriza por presentar un reto intelectual donde las soluciones no existen de manera preestablecida por lo que exigen que la persona que lo resuelva debe construir estrategias para su resolución. Dos condiciones fundamentales para que algo sea considerado un problema es en primer lugar, que se acepte como tal y que genere un deseo de superación. Y, por otro lado, que no se resuelva por un procedimiento conocido sino que sea necesario una deliberación y valoración de estrategias con el objetivo de orientar la toma de decisiones que lleven a la resolución de dicho problema. En coherencia con estos principios, la propuesta ha sido diseñada intentado que todos los problemas que se planteasen al alumnado resultasen novedosos y no repetitivos de manera que tuvieran que enfrentarse a ellos conectando conocimientos a través del pensamiento crítico y la conexión interdisciplinar de conceptos.

El aprendizaje cooperativo es toda aquella actividad que en la que el alumnado trabaja en pequeños grupos con alguna finalidad didáctica aprovechando sus interacciones para que asimilen mejor los contenidos mientras aprenden a trabajar en grupo. En la propuesta, el aprendizaje cooperativo supone un pilar fundamental gracias a las ventajas que esta metodología ofrece. En consonancia con los principios del DUA, esta metodología permite atender a la diversidad desde una perspectiva inclusiva.

La combinación de estas tres metodologías: gamificación, resolución de problemas y aprendizaje cooperativo, busca generar un clima de aula donde el aprendizaje que se produzca sea significativo y adaptado a las características del alumnado descrito.

4.5 Puesta en práctica de la propuesta

Debido a las necesidades que presentaron los estudiantes durante el desempeño de la propuesta no todas las actividades llegaron a llevarse a cabo. En este apartado se describe lo sucedido con aquellas que sí lo hicieron.

Sesiones de bingo

En estas sesiones se comenzó haciendo un repaso exhaustivo de los métodos de resolución de ecuaciones, tanto de primer como de segundo grado, con el objetivo de asegurar que todos los estudiantes partieran de una base conceptual sólida. Este repaso inicial resultó fundamental para contextualizar la actividad posterior y refrescar los conocimientos previos necesarios. Después se explicó la actividad, lo cual resultó bastante sencillo ya que el bingo tiene una dinámica ampliamente conocida. La actividad resultó muy satisfactoria ya que se involucraron desde el principio de una manera muy activa. Esto hizo que todos participaran de la actividad intentando resolver las ecuaciones de manera autónoma lo que resultó muy beneficioso para su aprendizaje ya que durante el desarrollo de la actividad pude ver cómo cometían errores en los primeros turnos que después evitaban teniendo en cuenta esas experiencias pasadas. Además, un elemento clave que contribuyó al éxito de la actividad fue la aleatoriedad que se dio con los dados. Esta, garantizó que todas las parejas se enfrentaran a la totalidad de las ecuaciones propuestas. Este formato de propuesta creó un entorno de aprendizaje en el que la resolución de ecuaciones dejó de percibirse como una tarea tediosa para convertirse en un desafío motivador.

Una observación, que creo que es destacable, es que incluso aquellos estudiantes con una relación más negativa con las matemáticas parecieron disfrutar de la actividad y se involucraron de manera activa, hasta el punto de solicitar que la actividad se repitiera en futuras ocasiones.

El carácter competitivo de la misma hizo que algunas de las parejas intentaran o hicieran trampas, cambiando los números del cartón para poder ganar el juego cuanto antes. Aún así, esto no afectó al desarrollo de la actividad ya que lo importante era la resolución de ecuaciones. Además, esta competición que podría no haber sido sana y haber traído consigo malos comportamientos de unos compañeros respecto a otros resultó ser todo lo contrario ya que hizo que los estudiantes se involucrasen mucho más en la actividad planteando sus dudas en cuanto al procedimiento y buscando entenderlo correctamente.

Sesión de diseño de ecuaciones

Al comienzo de la sesión se explicó de manera detallada en qué consistía la actividad, explicando tanto los objetivos de la misma como su dinámica. Durante esta introducción se hizo evidente que el alumnado tenía grandes dudas sobre las ecuaciones equivalentes, se hizo una breve explicación exemplificando cómo se debería trabajar con ellas para facilitar el desarrollo de la actividad. Esta demostración guiada incluyó: la resolución paso a paso de ejemplos concretos y la explicitación de los criterios que permiten verificar la equivalencia

entre ecuaciones. Después se dividió por parejas a la clase y se les dejó tiempo para trabajar en la invención de la ecuación. En ese tiempo muchas parejas encontraron dificultades ya que intentaban construir la ecuación usando la conocida regla nemotécnica “lo que est  sumando pasa restando”, aplicándola de manera descontextualizada y sin considerar su relación con el principio de equivalencia. Con esto, veían que no conseguían que la ecuación tuviera la solución pedida. A pesar de que hubo parejas que no consiguieron construir finalmente una ecuación cuya solución fuera la propuesta, al verse obligados a revisar y corregir sus planteamientos, la mayoría de los alumnos alcanzó una comprensión más profunda de conceptos fundamentales como el significado de igualdad y de ecuación equivalente, lo cual es muy importante.

Por otro lado, la sesión tuvo otro problema y es que, al contrario de lo que ha pasado con las actividades más inherentemente competitivas, los estudiantes, al saber que después sus compañeros deberán resolver la ecuación que ellos propusieran, intentaron crear una ecuación que fuera irresoluble o muy d f cil y para ello usaron raíces y potencias en lugares donde no tenía sentido aplicarlas. Este comportamiento, aunque pueda resultar levemente lógico desde un punto de vista competitivo, desvi  temporalmente el foco del objetivo de la actividad lo que requirió una intervención para reorientar el trabajo o, en ltima instancia, hubo que dejar sin resolver esas ecuaciones.

Sesión de concurso-subasta

Como se ha explicado en el apartado de descripción de la propuesta, esta sesión comienza con la explicación de las normas del juego y la formación de los grupos. El desarrollo de la clase fue bastante bueno, llegando incluso a finalizarse el juego habiendo participado todos los equipos al menos una vez. Además, el alumnado se involucr  de manera activa en el juego pero, como ya se ha dicho en otras ocasiones, con un ambiente de competición bastante sano, lo cual genera un clima de aula y ambiente de trabajo muy favorecedor.

En cuanto a los elementos de la gamificación que se emplearon, el sistema de puntos supuso un factor motivante para el alumnado ya que los tres primeros grupos que escogieron pregunta seleccionaron la de mayor dificultad. La categoría sorpresa, sin embargo, al suponer demasiada incertidumbre, no se escogí hasta el final, por lo que no se pudieron trabajar las preguntas más teóricas y de razonamiento. Además, al tener que ir contestando a las preguntas en el momento, se pudo usar el error como fuente de aprendizaje de manera natural y sin que suponga un prejuicio sobre un estudiante concreto gracias a que trabajan por equipos. Ese aprendizaje cooperativo también facilita espacios para la comunicación y la argumentación matemática lo cual supone otro de los pilares fundamentales del aprendizaje significativo de la asignatura.

Sesión de tres en raya

La sesión comenzó con la explicación de la actividad. El alumnado se mostró bastante reacio a participar desde el principio y, durante el desarrollo de la actividad, salvo aquellos alumnos que disfrutan más de las matemáticas o aquellos a quienes el simple hecho de la competición les motiva, no participaron mucho de la

actividad. Además, el hecho de trabajar cada pareja de manera aislada del resto de la clase y que la actividad no tuviera unos tiempos comunes hizo que algunos de los estudiantes se desengancharan de la actividad.

Con el alumnado que participó de manera activa en la actividad se vio que tenían grandes dificultades para plantear los ejercicios, principalmente porque pasaban detalles importantes del enunciado por alto al querer ir más deprisa lo que les hacía tener que resolver los problemas dos e incluso tres veces. Los problemas que incluían geometría eran los que les resultaban más difíciles ya que tenían bastantes carencias en esos contenidos. Confundían área con perímetro y, además, muchas veces no eran capaces de imaginarse espacialmente lo que contaba el enunciado. Para ayudar con este problema se les ofrecía un dibujo que explicaba el enunciado. Con ello, todos los grupos supieron continuar y acabaron resolviendo el problema.

4.6 Evaluación de la propuesta

La evaluación es el proceso por el que se valoran tanto el proceso como los resultados del aprendizaje del alumnado. En este caso, la propuesta se evaluaría a través de dos herramientas distintas. En primer lugar, se emplearía una rúbrica de evaluación para poder llevar a cabo una evaluación formativa que permita hacer un seguimiento diario del progreso de cada estudiante y así poder ofrecerle retroalimentación en el momento. Además, esta evaluación permite una mejor adaptación a la diversidad ya que se centra de manera única en cada estudiante. En segundo lugar, se realizará una prueba escrita al finalizar el tema para evaluar los resultados del proceso y la consecución de los objetivos planteados al comienzo de la unidad.

La evaluación debe estar de acuerdo con los criterios de evaluación del aprendizaje que indica el Real Decreto 39/2022, de 30 de septiembre. En este se indica que la evaluación de las competencias específicas en la asignatura de matemáticas solo es posible hacerla a través de la resolución de tareas o proyectos donde el alumnado pueda emplear habilidades de pensamiento matemático. Para poder evaluar se establecerá una relación entre los objetivos didácticos que se han planteado en función de las competencias específicas y los criterios de evaluación para las mismas que establece la ley. Estos objetivos estarán agrupados en 5 bloques según su naturaleza: resolución de problemas, razonamiento y prueba, conexiones, comunicación y representación y destrezas socioafectivas. Esta relación se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 7 Relación entre las competencias, los objetivos y los criterios de evaluación.

COMPETENCIA ESPECÍFICA	OBJETIVO	CRITERIO DE EVALUACIÓN
Conexiones	Comprender el concepto de variable, igualdad y desigualdad y ser capaz de establecer relaciones con distintos elementos matemáticos.	5.1 Reconocer las relaciones entre los conocimientos y experiencias matemáticas, formando un todo coherente.

		<p>5.2 Realizar conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.</p>
Razonamiento y prueba	<p>Entender y ser capaz de emplear de forma autónoma métodos para la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado.</p>	<p>3.1 Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.</p>
		<p>4.2 Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando y modificando algoritmos.</p>
	<p>Comprobar la validez de las soluciones obtenidas en la resolución de ecuaciones</p>	<p>3.3 Emplear herramientas tecnológicas adecuadas en la investigación y comprobación de conjeturas o problemas analizando el resultado obtenido.</p>
Resolución de problemas	<p>Interpretar, modelizar y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana empleando ecuaciones.</p>	<p>1.1 Interpretar problemas matemáticos y de la vida cotidiana, organizando los datos dados y/o localizando y seleccionando información, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.</p>

	<p>1.2 Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.</p> <p>1.3 Obtener soluciones matemáticas de un problema, activando los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias.</p>
<p>Comprobar la validez y pertinencia de las soluciones de un problema desde una perspectiva matemática y contextual.</p>	<p>2.1 Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema realizando los procesos necesarios.</p> <p>2.2 Comprobar la validez de las soluciones de un problema y su coherencia en el contexto planteado, evaluando el alcance y repercusión de estas desde diferentes perspectivas (de género, de sostenibilidad, de consumo responsable, etc.).</p>
<p>Comunicar de manera precisa ideas, razonamientos y resultados matemáticos tanto en ejercicios como en problemas.</p>	<p>8.1 Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.</p>
	<p>8.2 Reconocer y emplear el lenguaje matemático presente en la vida cotidiana comunicando mensajes con contenido matemático con precisión y rigor</p>
<p>Destrezas socioafectivas</p>	<p>Desarrollar destrezas personales que favorezcan la autorregulación y la metacognición sobre el propio aprendizaje.</p> <p>9.1 Gestionar las emociones propias y reconocer las ajenas, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta generando expectativas</p>

		positivas ante nuevos retos matemáticos.
		9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.
	Desarrollar habilidades sociales para el trabajo en grupo tales como el respeto y la comunicación.	10.1 Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa y tomando decisiones y juicios informados.
		10.2 Participar en el reparto de tareas que deban desarrollarse en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión, la escucha activa, asumiendo el rol asignado y responsabilizándose de la propia contribución al equipo.

Para poder evaluar las cinco competencias de manera continua y que esta suponga una progresión gradual de conocimiento se han planteado ejercicios y problemas tanto durante las sesiones como en la prueba escrita de niveles sencillo, medio y difícil lo cuál también ayudará al alumnado a ser más consciente de su propia evolución mejorando su metacognición y su capacidad de autorregulación. Esto, además, facilita la inclusión en el aula ya que cada estudiante podrá hacer las actividades adoptándose a su ritmo y a sus necesidades. Las destrezas socioafectivas se evaluarán principalmente de manera continua en lugar de con la prueba escrita. El resto de competencias se evalúan por igual mediante la observación sistemática como a través de la prueba escrita.

4.7 Evaluación de los resultados y propuestas de mejora

Con el objetivo de analizar el desempeño de la propuesta en este apartado se harán una serie de observaciones en relación con las pruebas escritas realizadas por el alumnado al terminar de desarrollar el tema. Después, se enunciarán propuestas para mejorar el desempeño en futuras ocasiones.

El examen constaba de seis preguntas. Dos de ellas se centraban en la resolución y la comprobación de ecuaciones tanto de primer grado como de segundo. En cada ejercicio había tres ecuaciones de dificultad creciente siendo el primer apartado sencillo, el segundo medio y el tercero difícil. La tercera pregunta se centraba en las conexiones y la correcta comunicación de ideas a través del razonamiento matemático. Por último, el alumnado debía resolver tres problemas de dificultad creciente igual que sucedía con los apartados de los ejercicios de ecuaciones. Con ello se evaluaban todos los criterios de evaluación anteriormente mencionados.

En primer lugar, destacar la diferencia existente en el éxito del alumnado en la resolución de los primeros ejercicios en comparación con los últimos. En muchos de los casos, los problemas los entregaban sin contestar a pesar de haber dedicado más tiempo en clase para practicarlos. Los estudiantes argumentaban que no los iban a saber hacer porque nunca habían sabido y que a pesar de haberlos visto en clase no se sentían capaces. Esto supone un gran problema que habría que abordar con la propuesta ya que la resolución de problemas es fundamental para el aprendizaje de las matemáticas y sin una predisposición o interés del alumnado por trabajarlos es difícil conseguir un progreso en este aspecto. Una forma de potenciarlo puede ser trabajar problemas y ejercicios de una forma más integrada de manera que se perciban como un todo integrado y no como partes separadas de la asignatura. Esto, además, se ve potenciado por la forma de plantear el examen ya que en este aparecen claramente diferenciados ambos aspectos y eso hace que los estudiantes argumenten que solo necesitan saber resolver los ejercicios para aprobar. Otra propuesta de mejora, por tanto, es plantear el examen integrando los problemas en todas las preguntas, ya que los ejercicios procedimentales aparecen de manera natural en la resolución de estos.

El alumnado que sí resolvió los problemas, en su mayoría lo hizo hasta el final de manera correcta aunque ninguno de ellos comprobó la validez del resultado obtenido a pesar de la insistencia durante las clases y el propio examen. En su mayoría argumentaban que no lo hacían por falta de tiempo pero, en mi opinión, es porque están acostumbrados a que los problemas solamente presenten una solución y es a la que es fácil llegar por lo que si consiguen resolver un problema lleva implícito que la resolución y el resultado son correctos. Para mejorar esto sería útil trabajar con problemas que tuvieran más de una solución válida o que presentaran varias soluciones que hicieran necesario validar cuál es adecuada para el contexto del problema.

En la resolución de ecuaciones el alumnado también ha cometido una serie de errores que resulta relevante comentar. En primer lugar, algunos de ellos presentan grandes dificultades con las identidades notables. Al trabajar en este tema también con ecuaciones de segundo grado donde el signo se debe incluir con las constantes lo confunden con las identidades notables donde incluyen también los signos, obteniendo desarrollos incorrectos como se puede ver en las siguientes figuras.

Figura 8 Ejemplo de error al aplicar identidades notables

$$b) (3x-3)^2 = (x+3)^2 \quad [a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2]$$

$$(3x)^2 - 2 \cdot (3x) \cdot (-3) + (-3)^2 = (x+3)^2$$

Figura 9 Ejemplo de error al aplicar identidades notables

$$B = (3x-3)^2 = (x+3)^2$$

$$(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$$

Figura 10 Ejemplo de error al aplicar identidades notables

$$b) (3x-3)^2 = (x+3)^2 \Rightarrow 9x + 9 = x^2 + 9 \Rightarrow 9x + 9 - x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 9 - 9 + 9x - x^2 = 0$$

Además, en estas se puede ver cómo muchos de los estudiantes sí conocen las fórmulas correctas para aplicar pero lo hacen de manera incorrecta. Para solucionar estos problemas, además de insistir en el porqué de estas fórmulas, es decir, en explicar cómo se obtienen, puede que resultara beneficioso trabajar con materiales manipulativos buscando acercarse a las expresiones desde otro punto de vista que pueda permitir una mejor comprensión.

Otro de los errores observados más común en este caso tiene que ver con las estrategias de resolución, ya que muchos de los estudiantes han optado por resolver todas las ecuaciones de segundo grado del mismo modo ya fueran completas o incompletas por lo que han cometido más errores al complicar la resolución o han empleado más tiempo del necesario para resolverlas y después han pedido más tiempo para la resolución del resto de ejercicios.

Figura 11 Ejemplo de resolución mediante la fórmula en lugar de sacando factor común

$$\begin{aligned}
 b) (3x - 3)^2 &= (x + 3)^2 \\
 9x^2 - 18x + 9 &= x^2 + 6x + 9 \\
 9x^2 - x^2 - 18x - 6x + 9 - 9 &= 0 \\
 8x^2 - 24x &= 0 \\
 x = \frac{-(-24) \pm \sqrt{(-24)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 0}}{2 \cdot 8} &= \frac{24 \pm \sqrt{24^2}}{16} = \frac{24 \pm 24}{16} = \\
 &= \begin{cases} \frac{24+24}{16} = \frac{48}{16} = \frac{24}{8} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = 3 \\ \frac{24-24}{16} = \frac{0}{16} = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Para corregir esto y asentar la idea de que en matemáticas es tan importante la solución como el método empleado para llegar a ella, la propuesta podría implementar más ejercicios con temporizador. Estos se evitaron para reducir el carácter competitivo y la presión de los juegos pero quizás en ciertas situaciones habría sido más beneficioso ya que la presión del tiempo obliga de manera inherente a buscar la mejor estrategia para resolver los ejercicios y problemas.

En la resolución de las ecuaciones de primer grado el error más habitual viene derivado de la falta de destreza con las operaciones con paréntesis y con fracciones. Todos demuestran conocer el procedimiento para resolver las ecuaciones pero cometen fallos de concepto cuando trabajan con las fracciones o han de operar con paréntesis.

Figura 12 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones

$$\begin{aligned}
 ① \quad a) 2x + \frac{2}{3} &= 2(x + \frac{5}{3}) = \\
 -76x + 2 &= 6(\cancel{x} + 5) =
 \end{aligned}$$

En este caso se ve cómo intentando combinar dos pasos en uno solo se comete el error de multiplicar por tres una o dos veces a alguno de los términos. Esto también muestra errores de comprensión del concepto de

ecuaciones equivalentes. Este concepto es fundamental para la resolución de ecuaciones y en este caso, se ve que el alumno ha ignorado que la primera y la segunda ecuación no son equivalentes.

Figura 13 Ejemplo de error al trabajar con fracciones

$$\textcircled{1} \quad A = 2x + \frac{2}{3} = 2\left(x + \frac{5}{3}\right)$$

$$\frac{6x}{3} + \frac{6}{3} = \frac{6}{3}\left(\frac{3x}{3} + \frac{5}{3}\right)$$

En este ejercicio se ven dos errores de concepto cuando se trabaja con fracciones. El primero de ellos tiene que ver con las fracciones equivalentes y en cómo de $\frac{2}{3}$ pasa a $\frac{6}{3}$ ya que como en el resto de términos multiplica al numerador por 3 aquí también lo hace. Después, al hacer lo mismo en el segundo miembro de la ecuación sin haber operado el paréntesis en realidad está poniendo como denominador común 9 y no 3. Para mejorar estos aspectos en la propuesta se podría incidir más en el correcto uso de las fracciones, ya no solo para la resolución de ecuaciones, sino conceptos básicos como las operaciones fundamentales. Esto se puede trabajar con problemas o ejercicios que requirieran del uso de fracciones para que puedan trabajarlos de manera conjunta con la resolución de ecuaciones, lo cual también ayuda a que los nuevos conocimientos se integren con los anteriores dando una visión más amplia a la asignatura.

Figura 14 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones

$$\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad 2x + \frac{2}{3} = 2\left(x + \frac{5}{3}\right)$$

$$6x + 2 = 6 \cdot 3x + 15$$

En este ejemplo el error es una mezcla de los dos errores anteriores. Por un lado, al intentar eliminar los denominadores se multiplica más de una vez a algunos de los términos y a otros no. Además, en la parte del

paréntesis multiplica por tres tanto al 2 como a la expresión entre paréntesis. Lo mismo sucede en el ejemplo siguiente.

Figura 15 Ejemplo de error al trabajar con paréntesis y fracciones

1.

a) $2x + \frac{2}{3} = 2(x + \frac{5}{3}) =$

$6x + 2 = \textcircled{0}(3x + 15) =$

De manera general los estudiantes aprobaron el examen ya que las preguntas relacionadas con la resolución de ecuaciones y las relacionadas con el apartado de ser capaz de establecer relaciones y el razonamiento las hicieron de manera correcta. Los problemas presentaron más dificultades y en su mayoría resolvieron el primero, que era de nivel sencillo, pero no hicieron los otros dos. A pesar de que la propuesta incidía mucho más en la resolución de problemas que en los ejercicios se siguen viendo grandes carencias en este aspecto aunque en este caso se cree que no es un problema solamente de la propuesta sino de la dinámica habitual del aula y de los prejuicios e ideas preconcebidas del alumnado hacia ellos. Para mejorar en este punto se debería integrar mucho más la resolución de problemas en la dinámica habitual de las clases enseñando en caso de ser necesario desde las estrategias más básicas para su resolución como un procedimiento estándar a seguir para que el alumnado ganase confianza y comenzase a resolverlos por su cuenta tras haber sentado esta base.

Los resultados obtenidos en el examen reflejan, de manera bastante fiel y consistente, lo observado en el aula a lo largo del desarrollo de la propuesta didáctica. La principal mejora que ha impulsado esta intervención ha sido el notable incremento en el nivel de implicación y motivación mostrado por todos los alumnos hacia la materia. Incluso aquellos que, al principio, se mostraban más desmotivados y menos participativos, gracias al enfoque de la propuesta participaron en la mayoría de las actividades. Este aumento en la participación no solo se tradujo en un ambiente de clase más dinámico y colaborativo, sino que también tuvo un impacto directo en sus resultados académicos, como evidencia su desempeño en la prueba escrita, significativamente mejor que en pruebas anteriores.

Asimismo, la flexibilidad que ofrece el diseño basado en los principios del DUA ha permitido adaptarse a las necesidades de todos los estudiantes. Esto también se ha reflejado en un aumento de la participación en clase, lo que ha llevado una mejor comprensión de algunos conceptos como después se ha observado en el examen.

Todo esto permite concluir que las metodologías activas, como en este caso la gamificación, mejoran el contexto de aprendizaje para muchos alumnos, transformando el aula en un espacio más inclusivo, motivador y eficaz.. Además, como se planteaba al introducir el Diseño Universal para el Aprendizaje, estos cambios afectan de manera positiva también a aquellos alumnos sin necesidades específicas. Con ellos, se ha podido

observar durante las sesiones, que el cambio de metodología ha hecho que se enfrenten con un mayor interés a los retos propuestos, despertando su curiosidad e incentivándolos al aprendizaje. Esta actitud proactiva tiene una repercusión directa en su aprendizaje y en el de sus compañeros como se ha reflejado en los resultados de la prueba escrita.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

El presente Trabajo de Fin de Máster ha supuesto una gran ocasión para a través de la reflexión poder buscar formas de ofrecer una enseñanza de calidad, accesible y significativa para todo el alumnado. Este es uno de los retos más urgentes del sistema educativo actual y en ello reside su importancia. Para ello, el trabajo ha desarrollado una propuesta didáctica inclusiva para el curso de tercero de la ESO basándose en los principios del DUA aplicados a la metodología de la gamificación. El trabajo se ha centrado en los retos que tradicionalmente han enfrentado los estudiantes en el aprendizaje del álgebra, proponiendo estrategias que fomentan la participación activa, la motivación y el aprendizaje significativo para todos los estudiantes, independientemente de sus características individuales.

Mientras se ha desarrollado la propuesta se ha podido comprobar cómo el DUA constituye un marco flexible que permite responder a la variabilidad del alumnado desde un punto de vista que evita la adaptación posterior anticipándose desde la etapa de diseño. Al diseñar las situaciones de manera inclusiva desde el inicio se favorece el progreso de todo el alumnado. De esta manera la diversidad pasa a ser vista no como un problema sino como un recurso más que emplear para enriquecer la experiencia educativa.

La propuesta ha demostrado ser una herramienta efectiva para la promoción de la inclusión educativa en la asignatura de matemáticas por varios motivos. Entre ellos destaca un incremento de participación y de motivación. Las actividades gamificadas han conseguido captar el interés de los estudiantes, incluso de aquellos que partían con una relación socioafectiva con las matemáticas de rechazo o desagrado. Por otro lado, gracias a que han sido los propios estudiantes los protagonistas de las actividades y del desarrollo de las sesiones el aprendizaje ha sido significativo. Ser ellos los encargados de no solo resolver sino de diseñar los ejercicios ha contribuido a una mejor comprensión de conceptos abstractos que suelen generar dificultades. Además, gracias al trabajo cooperativo han desarrollado importantes competencias clave como la autorregulación, la perseverancia o la capacidad de trabajar en equipo. Todas ellas son esenciales tanto para la vida académica como personal de los estudiantes.

Gracias a la puesta en práctica de la propuesta también ha sido posible encontrar limitaciones con las que es importante lidiar en futuras ocasiones para mejorar la experiencia y los resultados del alumnado. La gamificación, y las metodologías activas, en muchas ocasiones requieren de un cierto periodo de adaptación ya que a veces el alumnado, acostumbrado a metodologías más tradicionales, se muestra reacio al cambio lo que reduce la efectividad de la metodología. Además, a pesar de haber mejorado la implicación del alumnado gracias a las actividades gamificadas, aún existen desafíos sin resolver en cuanto a la resolución de problemas, sobre todo cuando estos requieren de un mayor nivel de abstracción. Para que la propuesta pueda tener un impacto positivo a largo plazo en este aspecto es importante integrar de manera coherente los objetivos curriculares con la metodología, ya que con el tiempo la gamificación puede ser percibida por el alumnado como una actividad donde no se aprende y por tanto que no resulte útil.

A pesar de ello, este trabajo evidencia que la gamificación es una estrategia valiosa para aplicar los principios del DUA y transformar las aulas de matemáticas en espacios donde el alumnado, independientemente de sus

características individuales, puede aprender mientras participa y disfruta del proceso. La educación inclusiva se presenta por tanto como una necesidad de las sociedades actuales y no como un ideal. Por ello, los docentes tenemos la responsabilidad de crear oportunidades de aprendizaje para que todos los estudiantes puedan alcanzar su máximo potencial. Es por tanto importante seguir investigando e innovando con el objetivo de construir aulas que sean verdaderamente inclusivas.

En conclusión, este Trabajo de Fin de Máster ha sido una experiencia formativa muy importante donde se ha intentado plasmar que las matemáticas, lejos de ser una asignatura inaccesible, pueden convertirse en una asignatura que fomente la creatividad y el éxito del alumnado desde un enfoque que no solo respete, sino que valore la diversidad.

REFERENCIAS

- Alba Pastor, C. (2016). *Diseño universal para el aprendizaje: Educación para todos y prácticas de enseñanza inclusivas*. Morata.
- Alba Pastor, C. (2018). Diseño Universal para el Aprendizaje un modelo didáctico para proporcionar oportunidades de aprender a todos los estudiantes. *Revista Padres y Maestros*, 374 (1), 21-27. DOI: <https://doi.org/10.14422/pym.i374.y2018.003>
- Alba Pastor, C., Sánchez Hípolo, P., Sánchez Serrano, J. M., y Zubillaga del Río, A. (2013). *Pautas sobre el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA): Traducción al español, Versión 2.0, modificado según la versión 2018 de las Pautas publicadas por CAST*. https://www.educadua.es/doc/dua/CAST-Pautas-Tradicci%C3%B3n-Versi%C3%9Cn-2018_Rev2023.pdf
- Alba Pastor, C., Sánchez Serrano, J.M., y Zubillaga del Río, A. (2011) *Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA). Pautas para su introducción en el currículo* [Archivo PDF]. https://educadua.es/doc/dua/dua_pautas_intro_cv.pdf
- Barrio de la Puente, J.L. (2009) Hacia una Educación Inclusiva para todos. *Revista Complutense de Educación*, 20(1), 13-32.
- Carlos Núñez, J., Amieiro, N., Álvarez, D., García, T., y Dobarro, A. (2015). Escala de Evaluación de la Autorregulación del Aprendizaje a partir de Textos (ARATEX-R). *European Journey of Education and Psychology*, 8(1), 9-22. <https://doi.org/10.1016/j.ejeps.2015.10.002>
- CAST. (2024). CAST UDL Guidelines. <https://udlguidelines.cast.org/>
- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, 64, 135–168. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-113011-143750>
- EducaDUA. (s.f.). *Principios del DUA*. https://www.educadua.es/html/dua/pautasDUA/dua_principios.html
- Elizabeth Rouse, K. (2013). *Gamification in science education: The relationship of educational games to motivation and achievement* [Tesis doctoral, University of Southern Mississippi]. <https://aquila.usm.edu/dissertations/1646>
- España. Ley 6/2022, por la cual se modifica el Texto Refundido de la Ley General de derechos de las personas con discapacidad y de su inclusión social. Boletín Oficial del Estado, 31 de marzo de 2022, núm. 78, de 01/04/2022.
- España. Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Boletín Oficial del Estado, 29 de marzo de 2022, núm. 76.

España. Real Decreto Legislativo 1/2013. Por el cual se aprueba el Texto Refundido de la Ley General de derechos de las personas con discapacidad y de su inclusión social. Boletín Oficial del Estado, 29 de noviembre de 2013, núm. 289.

Fernández, E., Bernardo, A., Suárez, N., Cerezo, R., Núñez, J. C., & Rosário, P. (2013). Predicción del uso de estrategias de autorregulación en la educación superior: Un análisis a nivel individual y de contexto. *Anales de Psicología*, 29(3), 865–875. <https://doi.org/10.6018/analesps.29.3.139341>

García Campos, M.D., Canabal, C. y Alba Pastor, C. (2018) Executive functions in universal design for learning: moving towards inclusive education. *International Journal of Inclusive Education*, 24(6), 660-674. <https://doi.org/10.1080/13603116.2018.1474955>

Georgeann Winter (2016). *Examining Teachers' Lesson Plans Following Universal Design for Learning Training* [Tesis Doctoral, Walden University] <https://scholarworks.waldenu.edu/dissertations/2775>

Hanus M. D. y Fox J. (2015) Assessing the effects of gamification in the classroom: A longitudinal study on intrinsic motivation, social comparison, satisfaction, effort, and academic performance. *Computers & Education*, 80, 152-161. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2014.08.019>

Junta de Castilla y León. Decreto 39/2022, de 29 de septiembre, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad de Castilla y León. Boletín Oficial de Castilla y León, núm .190.

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics*. Corwin Mathematics Series.

Malvasi, V., Gil-Quintana, J., & Bocciolesi, E. (2022). The projection of gamification and serious games in the learning of mathematics: Multi-case study of secondary schools in Italy. *Mathematics*, 10(3), 336. <https://doi.org/10.3390/math10030336>

Mekler, E. D., Brühlmann, F., Opwis, K., & Tuch, A. N. (2013). Do points, levels and leaderboards harm intrinsic motivation? An empirical analysis of common gamification elements. *Proceedings of the First International Conference on Gameful Design, Research, and Applications (Gamification '13)*, 66–73. Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/2583008.2583017>

Meyer, A., Rose, D. y Gordon, D. (2013) *Universal Design for Learning: theory and practice*. Cast Incorporated.

Ministerio de Educación y Formación Profesional. (s.f.). *EducaDUA*. <https://www.educadua.es/inicio.html>

Morningstar, M. E., Kurth, J. A., y Johnson, P. E. (2020). Transition planning for secondary students with disabilities: A research synthesis. *Teaching Exceptional Children*, 53(2), 94–103. <https://doi.org/10.1177/0040059920936135>

Omatos, A. (s.f.). *Bingo de ecuaciones de 1er grado B. MatemaTICzando la realidad*. <https://aomatos.com/juegos/bingo-ecuaciones.php?tipo=8&p=0>

Omatos, A. (s.f.). *Bingo de ecuaciones de segundo grado*. MatemaTICzando la realidad.
<https://aomatos.com/juegos/bingo-ec2grado.php?tipo=4&p=0>

Organización de las Naciones Unidas. (s.f.). *Educación: Objetivo de Desarrollo Sostenible 4*.
<https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/education/>

Parra Dussan, C. (2010) Educación inclusiva: Un modelo de educación para todos. *Inclusión Social y Equidad en la Educación Superior (ISEES)*, 1(8), 73-84.

Quintero, L. (2020). *Educación inclusiva: tendencias y perspectivas*. *Educación y Ciencia*, (24), e11423.
<https://doi.org/10.19053/0120-7105.eyc.2020.24.e11423>

Real Academia Española (s.f.). Motivación. En *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 26 de mayo de 2025, de <https://dle.rae.es/motivaci%C3%B3n>

Real Academia Española (s.f.). Percibir. En *Diccionario de la lengua española*. Recuperado el 27 de mayo de 2025, de <https://dle.rae.es/percibir#SXXZjnf>

Rohman, D., & Fauziati, E. (2022). Gamification of learning in the perspective of constructivism philosophy Lev Vygotsky. *Budapest International Research and Critics Institute-Journal (BIRCI-Journal)*, 5(1), 4467–4474. <https://doi.org/10.33258/birci.v5i1.4156>

Rose Connell, B., Jones, M., Mace, R., Mueller, J., Mullick, A., Ostroff, E., Sanford, J., Steinfeld, E., Story, M. y Vanderheiden, G. (1997). *The Principles of Universal Design* [Archivo PDF].
<https://web.stanford.edu/class/engr110/2007/PUD.pdf>

Ruiz-Hidalgo, J.F. y Flores, P. (2022). Sentido matemático escolar. *Aportaciones al desarrollo del currículo desde la investigación en educación matemática* (pp. 55-79). Editorial Universidad de Granada.

Schöbel, S. M., Janson, A., y Söllner, M. (2020). Capturing the complexity of gamification elements: a holistic approach for analysing existing and deriving novel gamification designs. *European Journal of Information Systems*, 29(6), 641–668. <https://doi.org/10.1080/0960085X.2020.1796531>

Sharma, L., y Rajan, G. (2025). The power of play: Psychological benefits of integrating gamification in education. En M. Banerjee, D. Dey, P. Pandey, y R. Dwivedi (Eds.), *Digital pedagogy: Revolutionizing education through technology* (pp. 121–136). RED'SHINE Publication.
<https://doi.org/10.25215/1300442190>

Toda, A. M., Klock, A. C. T., Oliveira, W., Palomino, P. T., Rodrigues, L., Shi, L., Bittencourt, I., Gasparini, I., Isotani, S., y Cristea, A. I. (2019). Analysing gamification elements in educational environments using an existing gamification taxonomy. *Smart Learning Environments*, 6(1), 16.
<https://doi.org/10.1186/s40561-019-0106-1>

Toda, A. M., Oliveira, W., Klock, A. C., Palomino, P. T., Pimenta, M., Gasparini, I., Shi, L., Bittencourt, I., Isotani, S., y Cristea, A. I. (2019). A taxonomy of game elements for gamification in educational

- contexts: Proposal and evaluation. *Proceedings of the 2019 IEEE 19th International Conference on Advanced Learning Technologies (ICALT)*, 84–88. <https://doi.org/10.1109/ICALT.2019.00028>
- UNESCO. (2017). *Guía para asegurar la inclusividad y la equidad en la educación*. UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000259592>
- UNESCO. (s.f.). *La inclusión en la educación*. UNESCO. <https://www.unesco.org/es/education/inclusion>
- Valdivieso-Jiménez, G., y Macedo-Orrego, L. (2018). Neurociencias y psicoterapia: mecanismo top-down y bottom-up. *Revista de Neuropsiquiatría*, 81(3), 183–195. https://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-85972018000300006
- Wenzelburger, E. (1987). *La transferencia en el aprendizaje*. Revista de la Educación Superior, 16(61), 89–98. https://publicaciones.anuies.mx/pdfs/revista/Revista61_S1A4ES.pdf

ANEXO I: PROBLEMAS ASOCIADOS A LA PROPUESTA

En este anexo se van a incluir algunos problemas y fichas a modo de ejemplo de los que han resuelto los alumnos durante las actividades de la propuesta. En primer lugar, se presenta la ficha que se entregó tras realizar la actividad del concurso-subasta que incluye los problemas y ejercicios que se realizaron durante la actividad.

CONCURSO - SUBASTA

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

100: $5(8x - 2) = -10$ *(Sol: $x=0$)*

250: $4(5x + 5) - 3 = 12x - 7$ *(Sol: $x=-3$)*

500: $5x + \frac{2x}{13} = \frac{(2+15x)}{3} - \frac{8}{13}$ *(Sol: $x=1/3$)*

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

100: $x^2 + x - 6 = 0$ *(Sol: $x_1 = -3, x_2 = 2$)*

250: $8 = 7 - x(x + 1)$ *(Sol: No tiene solución, raíz de un número negativo)*

500: $(2x - 2)^2 = (x + 2)^2$ *(Sol: $x_1 = 0, x_2 = 4$)*

PROBLEMAS

100: La suma de tres números naturales consecutivos es 36. ¿Cuáles son esos números?

(Sol: 11, 12 y 13)

250: Raúl tiene 28 años menos que su padre. Dentro de 10 años, la edad de Raúl será la mitad que la de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno?

(Sol: Raúl 18 años y su padre 46)

500: El ancho de una habitación es $2/3$ de su largo. Si el ancho tuviera 3m más y el largo 3m menos la habitación sería cuadrada. Calcula las dimensiones de la habitación.

(Sol: 12 x 18 m)

SORPRESA

100: ¿Cuál es la solución de la ecuación $0 \cdot x = 0$? Explica por qué.

250: Encuentra y corrige los errores en las siguientes resoluciones. Halla el valor correcto de x.

a) $\frac{3x}{5} + 10 = x \rightarrow \frac{3x}{5} + \frac{10}{5} = \frac{5x}{5} \rightarrow 3x + 10 = 5x \rightarrow 10 = 5x - 3x \rightarrow 10 = 2x \rightarrow 5 = x$

b) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = 3$

(Sol: a) $x = 25$, b) $x_1 = 3$ $x_2 = -3$)

500: Ángel, Belén, Clara, Dora y Ernesto se encontraron y se dieron la mano exactamente una vez solo a los que conocían. Ángel estrechó la mano 1 vez, Belén 2, Clara 3 y Dora 4. ¿Cuántas veces dio la mano Ernesto? (Sol: 2)

En segundo lugar, se van a presentar los problemas que el alumnado debía resolver durante la actividad del tres en raya.

1. Una madre tiene el cuádruplo de la edad de su hijo, y dentro de cinco años, tendrá el triple de años que él. Indicar que edad tienen ambos.
2. Paz y Petra tienen 6 y 9 años, respectivamente. Su madre tiene 37 años. ¿Cuántos años deben pasar para que, entre las dos niñas, igualen la edad de la madre?
3. Se quiere mezclar vino de 60€/l con otro de 35 €/l, de modo que resulte vino con un precio de 50 € el litro. ¿Cuántos litros de cada clase deben mezclarse para obtener 200 l de dicha mezcla?
4. Juan mezcla 5 kg de chocolate blanco cuyo precio es de 3 euros el kg. Con 7 kg de chocolate negro, de 4 euros el kg. ¿Cuál es el precio de la mezcla resultante?
5. Si aumentamos en 8 cm el lado de un cuadrado, su perímetro se triplica. ¿Cuánto mide el lado?
6. Los lados y la diagonal de un rectángulo son tres números pares consecutivos. Hallar estos elementos.
7. De los tres caños que afluyen en un estanque uno puede llenarlo solo en 36 horas, otro en 30 horas y el tercero en 20 horas. Hallar el tiempo que tardarían en llenarlo juntos.
8. A la misma hora, Juan y Luis salen de dos pueblos que distan 21 km, y van el uno hacia el otro. Juan va a 8 km/h, y Luis a 6 km/h. ¿Cuánto tardarán en encontrarse?
9. En una empresa trabajan 31 mujeres más que hombres. La empresa contrata a 8 hombres más y así los hombres representan el 40% del personal. ¿Cuántas mujeres y cuántos hombres hay actualmente?

ANEXO II: DESCRIPTORES DEL PERFIL DE SALIDA

En este anexo se van a incluir los descriptores operativos del Real Decreto 39/2022, de 30 de septiembre, a través de los cuales se concreta la adquisición de las competencias clave y específicas.

Competencia en comunicación lingüística (CCL)

- CCL1: El alumnado se expresa de forma oral, escrita, signada o multimodal con coherencia, corrección y adecuación a los diferentes contextos sociales, y participa en interacciones comunicativas con actitud cooperativa y respetuosa tanto para intercambiar información, crear conocimiento y transmitir opiniones, como para construir vínculos personales.
- CCL2: El alumnado comprende, interpreta y valora con actitud crítica textos orales, escritos, signados o multimodales de los ámbitos personal, social, educativo y profesional para participar en diferentes contextos de manera activa e informada y para construir conocimiento.
- CCL3: El alumnado localiza, selecciona y contrasta de manera progresivamente autónoma información procedente de diferentes fuentes, evaluando su fiabilidad y pertinencia en función de los objetivos de lectura y evitando los riesgos de manipulación y desinformación, y la integra y transforma en conocimiento para comunicarla adoptando un punto de vista creativo, crítico y personal a la par que respetuoso con la propiedad intelectual.
- CCL4: El alumnado lee con autonomía obras diversas adecuadas a su edad, seleccionando las que mejor se ajustan a sus gustos e intereses; aprecia el patrimonio literario como cauce privilegiado de la experiencia individual y colectiva; y moviliza su propia experiencia biográfica y sus conocimientos literarios y culturales para construir y compartir su interpretación de las obras y para crear textos de intención literaria de progresiva complejidad.
- CCL5: El alumnado pone sus prácticas comunicativas al servicio de la convivencia democrática, la resolución dialogada de los conflictos y la igualdad de derechos de todas las personas, evitando los usos discriminatorios, así como los abusos de poder, para favorecer la utilización no solo eficaz sino también ética de los diferentes sistemas de comunicación.

Competencia plurilingüe (CP)

- CP1: El alumnado usa eficazmente una o más lenguas, además de la lengua o lenguas familiares, para responder a sus necesidades comunicativas, de manera apropiada y adecuada tanto a su desarrollo e intereses como a diferentes situaciones y contextos de los ámbitos personal, social, educativo y profesional.
- CP2: El alumnado, a partir de sus experiencias, realiza transferencias entre distintas lenguas como estrategia para comunicarse y ampliar su repertorio lingüístico individual.
- CP3: El alumnado conoce, valora y respeta la diversidad lingüística y cultural presente en la sociedad, integrándola en su desarrollo personal como factor de diálogo, para fomentar la cohesión social.

Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería (STEM)

- STEM1: El alumnado utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas, y selecciona y emplea diferentes estrategias para resolver problemas analizando críticamente las soluciones y reformulando el procedimiento, si fuera necesario.
- STEM2: El alumnado utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, planteándose preguntas y comprobando hipótesis mediante la experimentación y la indagación, utilizando herramientas e instrumentos adecuados, apreciando la importancia de la precisión y la veracidad y mostrando una actitud crítica acerca del alcance y las limitaciones de la ciencia.
- STEM3: El alumnado plantea y desarrolla proyectos diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos para generar o utilizar productos que den solución a una necesidad o problema de forma creativa y en equipo, procurando la participación de todo el grupo, resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir, adaptándose ante la incertidumbre y valorando la importancia de la sostenibilidad.
- STEM4: El alumnado interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos...), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética y responsabilidad, para compartir y construir nuevos conocimientos.
- STEM5: El alumnado emprende acciones fundamentadas científicamente para promover la salud física, mental y social, y preservar el medio ambiente y los seres vivos; y aplica principios de ética y seguridad en la realización de proyectos para transformar su entorno próximo de forma sostenible, valorando su impacto global y practicando el consumo responsable.

Competencia digital (CD)

- CD1: El alumnado realiza búsquedas en internet atendiendo a criterios de validez, calidad, actualidad y fiabilidad, seleccionando los resultados de manera crítica y archivándolos, para recuperarlos, referenciarlos y reutilizarlos, respetando la propiedad intelectual.
- CD2: El alumnado gestiona y utiliza su entorno personal digital de aprendizaje para construir conocimiento y crear contenidos digitales, mediante estrategias de tratamiento de la información y el uso de diferentes herramientas digitales, seleccionando y configurando la más adecuada en función de la tarea y de sus necesidades de aprendizaje permanente.
- CD3: El alumnado se comunica, participa, colabora e interactúa compartiendo contenidos, datos e información mediante herramientas o plataformas virtuales, y gestiona de manera responsable sus acciones, presencia y visibilidad en la red, para ejercer una ciudadanía digital activa, cívica y reflexiva
- CD4: El alumnado identifica riesgos y adopta medidas preventivas al usar las tecnologías digitales para proteger los dispositivos, los datos personales, la salud y el medioambiente, y para tomar

conciencia de la importancia y necesidad de hacer un uso crítico, legal, seguro, saludable y sostenible de dichas tecnología.

- CD5: El alumnado desarrolla aplicaciones informáticas sencillas y soluciones tecnológicas creativas y sostenibles para resolver problemas concretos o responder a retos propuestos, mostrando interés y curiosidad por la evolución de las tecnologías digitales y por su desarrollo sostenible y uso ético.

Competencia personal, social y de aprender a aprender (CPSAA)

- CPSAA1: El alumnado regula y expresa sus emociones, fortaleciendo el optimismo, la resiliencia, la autoeficacia y la búsqueda de propósito y motivación hacia el aprendizaje, para gestionar los retos y cambios y armonizarlos con sus propios objetivos.
- CPSAA2: El alumnado comprende los riesgos para la salud relacionados con factores sociales, consolida estilos de vida saludable a nivel físico y mental, reconoce conductas contrarias a la convivencia y aplica estrategias para abordarlas.
- CPSAA3: El alumnado comprende proactivamente las perspectivas y las experiencias de las demás personas y las incorpora a su aprendizaje, para participar en el trabajo en grupo, distribuyendo y aceptando tareas y responsabilidades de manera equitativa y empleando estrategias cooperativas.
- CPSAA4: El alumnado realiza autoevaluaciones sobre su proceso de aprendizaje, buscando fuentes fiables para validar, sustentar y contrastar la información y para obtener conclusiones relevantes.
- CPSAA5: El alumnado planea objetivos a medio plazo y desarrolla procesos metacognitivos de retroalimentación para aprender de sus errores en el proceso de construcción del conocimiento.

Competencia ciudadana (CC)

- CC1: El alumnado analiza y comprende ideas relativas a la dimensión social y ciudadana de su propia identidad, así como a los hechos culturales, históricos y normativos que la determinan, demostrando respeto por las normas, empatía, equidad y espíritu constructivo en la interacción con los demás en cualquier contexto.
- CC2: El alumnado analiza y asume fundadamente los principios y valores que emanan del proceso de integración europea, la Constitución española y los derechos humanos y de la infancia, participando en actividades comunitarias, como la toma de decisiones o la resolución de conflictos, con actitud democrática, respeto por la diversidad, y compromiso con la igualdad de género, la cohesión social, el desarrollo sostenible y el logro de la ciudadanía mundial.
- CC3: El alumando comprende y analiza problemas éticos fundamentales y de actualidad, considerando críticamente los valores propios y ajenos, y desarrollando juicios propios para afrontar la controversia moral con actitud dialogante, argumentativa, respetuosa y opuesta a cualquier tipo de discriminación o violencia.

- CC4: El alumnado comprende las relaciones sistémicas de interdependencia, ecodependencia e interconexión entre actuaciones locales y globales, y adopta, de forma consciente y motivada, un estilo de vida sostenible y ecosocialmente responsable.

Competencia emprendedora (CE)

- CE1: El alumnado analiza necesidades y oportunidades y afronta retos con sentido crítico, haciendo balance de su sostenibilidad, valorando el impacto que puedan suponer en el entorno, para presentar ideas y soluciones innovadoras, éticas y sostenibles, dirigidas a crear valor en el ámbito personal, social, educativo y profesional.
- CE2: El alumnado evalúa las fortalezas y debilidades propias, haciendo uso de estrategias de autoconocimiento y autoeficacia, y comprende los elementos fundamentales de la economía y las finanzas, aplicando conocimientos económicos y financieros a actividades y situaciones concretas, utilizando destrezas que favorezcan el trabajo colaborativo y en equipo, para reunir y optimizar los recursos necesarios que lleven a la acción una experiencia emprendedora que genere valor.
- CE3: El alumnado desarrolla el proceso de creación de ideas y soluciones valiosas y toma decisiones, de manera razonada, utilizando estrategias ágiles de planificación y gestión, y reflexiona sobre el proceso realizado y el resultado obtenido, para llevar a término el proceso de creación de prototipos innovadores y de valor, considerando la experiencia como una oportunidad para aprender.

Competencia en conciencia y expresión culturales (CCEC)

- CCEC1: El alumnado conoce, aprecia críticamente y respeta el patrimonio cultural y artístico, implicándose en su conservación y valorando el enriquecimiento inherente a la diversidad cultural y artística.
- CCEC2: El alumnado disfruta, reconoce y analiza con autonomía las especificidades e intencionalidades de las manifestaciones artísticas y culturales más destacadas del patrimonio, distinguiendo los medios y soportes, así como los lenguajes y elementos técnicos que las caracterizan.
- CCEC3: El alumnado expresa ideas, opiniones, sentimientos y emociones por medio de producciones culturales y artísticas, integrando su propio cuerpo y desarrollando la autoestima, la creatividad y el sentido del lugar que ocupa en la sociedad, con una actitud empática, abierta y colaborativa.
- CCEC4: El alumnado conoce, selecciona y utiliza con creatividad diversos medios y soportes, así como técnicas plásticas, visuales, audiovisuales, sonoras o corporales, para la creación de productos artísticos y culturales, tanto de forma individual como colaborativa, identificando oportunidades de desarrollo personal, social y laboral, así como de emprendimiento.