



---

**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**  
**ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Estudio paramétrico de la influencia del torneado del rodete en el  
comportamiento de una bomba hidráulica**

Autor:

Senovilla González, José Antonio

Tutor:

Dr. César Méndez Bueno

Valladolid, septiembre 2025



Dedicatoria:

A mis padres y mi hermana por apoyarme siempre y confiar en mí.



## RESUMEN Y PALABRAS CLAVE:

### RESUMEN:

Este estudio busca profundizar en el conocimiento del torneado de rodete en bombas hidráulicas centrífugas monocelulares. Particularmente se persigue conocer el efecto en la curva de prestaciones de la bomba. Para ello se ha llevado a cabo una investigación experimental realizando torneados de rodete y midiendo el caudal y altura proporcionados en una instalación.

Se ha buscado relacionar los valores de altura y caudal proporcionados antes y después de torner con la relación de diámetros de dicho rodete.

En primer lugar, se ha trabajado de forma experimental en el laboratorio con una bomba *Ebara CDXA 70/05*, reduciendo el diámetro de su rodete hasta en cuatro ocasiones y tomando datos para diferentes velocidades de giro en cada diámetro.

En paralelo, se ha buscado la misma relación a través de curvas de diferentes fabricantes construidos a partir de torneados de distintos rodetes.

### PALABRAS CLAVE:

Torneado de rodete, curvas H-Q, leyes de semejanza, bombas centrífugas.

### ABSTRACT:

This study seeks to deepen our understanding of impeller trimming in single-stage centrifugal hydraulic pumps. Its specific objective is to determine its effect on the pump's performance curve. To this end, an experimental study was conducted by trimming the impeller and measuring the flow rate and height provided in a system.

The aim was to relate the height and flow rate values provided before and after the trimming the impeller and measuring the flow rate and height provided in a system.

First, experimental work was carried out in the laboratory with an *Ebara CDXA 70/05* pump, reducing its impeller diameter up to four times and collecting data for different rotational speeds for each diameter.

In parallel, the same relationship was sought using curves from different manufacturers constructed from trimming impeller.

### KEYWORDS:

Impeller trimming, curves H-Q, affinity laws, centrifugal pumps.



# ÍNDICE

ÍNDICE .....	7
ÍNDICE ILUSTRACIONES .....	9
ÍNDICE GRÁFICOS .....	11
ÍNDICE TABLAS .....	13
1. INTRODUCCIÓN .....	15
1.1. Motivación.....	15
1.2. Objetivos .....	15
2. TEORÍA GENERAL DE UNA BOMBA HIDRÁULICA .....	17
2.1. Componentes de una bomba hidráulica:.....	17
2.2. Teorema de Euler.....	19
2.3. CURVA H-Q.....	22
2.4. Torneado de rodete.....	24
3. INSTALACIÓN EXPERIMENTAL .....	25
4. MEDIDAS EXPERIMENTALES .....	31
4.1. RODETE ORIGINAL .....	31
4.2. PRIMER TORNEADO .....	32
4.3. SEGUNDO TORNEADO.....	34
4.4. TERCER TORNEADO .....	35
4.5. CUARTO TORNEADO .....	37
5. ESTUDIO DE LAS LEYES DE SEMEJANZA EN EL RODETE.....	41
6. ESTUDIO DE LAS RELACIONES DE TORNEADO.....	47
6.1. Método 1: puntos homólogos .....	52
6.2. Método 2: cálculo de coeficientes utilizando las ecuaciones de las curvas H-Q .....	54
7. CURVAS DE FABRICANTES .....	71
7.1. PRIMER EJEMPLO .....	71
Método 1: puntos homólogos.....	76
Método 2: sustituir en la ecuación .....	77
7.2. SEGUNDO EJEMPLO.....	78
Método 2: sustituir en la ecuación .....	83
7.3. TERCER EJEMPLO .....	84

Método 1: puntos homólogos.....	90
Método 2: sustituir en la ecuación .....	91
7.4. CUARTO EJEMPLO .....	92
Método 1: puntos homólogos.....	97
Método 2: sustituir en la ecuación .....	98
8. CONCLUSIONES .....	99
8.1. Trabajos futuros.....	100
9. BIBLIOGRAFÍA .....	101
10. ANEXOS .....	103
10.1. Primer ejemplo .....	103
10.2. Segundo ejemplo.....	109
10.3. Tercer ejemplo.....	116
10.4. Cuarto ejemplo .....	124



## ÍNDICE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Cortes rodete .....	18
Ilustración 2. Corte transversal de la bomba.....	19
Ilustración 3. Triángulo de velocidades .....	19
Ilustración 4. Doble triángulo de velocidades.....	20
Ilustración 5. Curva altura útil y altura manométrica .....	22
Ilustración 6. Curvas H-Q .....	23
Ilustración 7. Instalación experimental .....	25
Ilustración 8. Válvula de corte .....	26
Ilustración 9. Bomba sin carcasa .....	26
Ilustración 10. Válvula de regulación de caudal .....	27
Ilustración 11. Bomba centrífuga monocelular.....	27
Ilustración 12. Caudalímetro.....	28
Ilustración 13. Centralita Schneider Electric .....	29
Ilustración 14. Vista rodete .....	30
Ilustración 15. Vista rodete 2.....	30
Ilustración 16. Curvas de fabricantes, ejemplo 1 .....	71
Ilustración 17. Curva de fabricantes, ejemplo 2 .....	78
Ilustración 18. Curva de fabricantes, ejemplo 3 .....	84
Ilustración 19. Curva de fabricantes, ejemplo 4 .....	92



# ÍNDICE GRÁFICOS

Gráfico 1. Puntos experimentales 2800 rpm.....	38
Gráfico 2. Puntos experimentales 2600 rpm.....	39
Gráfico 3. Puntos experimentales 3000 rpm.....	39
Gráfico 4. Rendimientos rodete 132 mm.....	40
Gráfico 5. 132 mm semejanza.....	43
Gráfico 6. 127 mm semejanza.....	43
Gráfico 7. 122 mm semejanza.....	44
Gráfico 8. 117 mm semejanza.....	44
Gráfico 9. 112 mm semejanza.....	45
Gráfico 10. Curva potencial caudales nulos 2800rpm.....	49
Gráfico 11. Curva potencial caudales nulos 2600rpm.....	50
Gráfico 12. Curva potencial caudales nulos 3000rpm.....	50
Gráfico 13. Puntos homólogos experimental.....	53
Gráfico 14. Ecuación experimental 132mm.....	54
Gráfico 15. Ecuación experimental 127mm.....	54
Gráfico 16. Ecuación experimental 122mm.....	55
Gráfico 17. Ecuación experimental 117mm.....	55
Gráfico 18. Ecuación experimental 112mm.....	56
Gráfico 19. Ct/C experimental.....	58
Gráfico 20. At/A experimental.....	58
Gráfico 21. Bt/B experimental.....	59
Gráfico 22. Ecuación experimental 132 mm, 2600 rpm.....	60
Gráfico 23. Ecuación experimental 127 mm, 2600 rpm.....	60
Gráfico 24. Ecuación experimental 122 mm, 2600 rpm.....	61
Gráfico 25. Ecuación experimental 117 mm, 2600 rpm.....	61
Gráfico 26. Ecuación experimental 112 mm, 2600 rpm.....	62
Gráfico 27. Ct/C experimental, 2600 rpm.....	62
Gráfico 28. At/A experimental, 2600 rpm.....	63
Gráfico 29. Bt/B experimental, 2600 rpm.....	63
Gráfico 30. Ecuación experimental 132 mm, 3000 rpm.....	65
Gráfico 31. Ecuación experimental 127 mm, 3000 rpm.....	65
Gráfico 32. Ecuación experimental 122 mm, 3000 rpm.....	66
Gráfico 33. Ecuación experimental 117 mm, 3000 rpm.....	66
Gráfico 34. Ecuación experimental 112 mm, 3000 rpm.....	67
Gráfico 35. Ct/C experimental 3000 rpm.....	67
Gráfico 36. At/A experimental, 3000 rpm.....	68
Gráfico 37. Bt/B experimental, 3000 rpm.....	68
Gráfico 38. Curva 1, ejemplo 1.....	72
Gráfico 39. Curva 2, ejemplo 1.....	72
Gráfico 40. Curva 3, ejemplo 1.....	73

Gráfico 41. Ct/C ejemplo 1 .....	74
Gráfico 42. At/A ejemplo 1 .....	74
Gráfico 43. Bt/B ejemplo 1 .....	75
Gráfico 44. Puntos homólogos ejemplo 1 .....	76
Gráfico 45. Sustituir en la ecuación ejemplo 1 .....	77
Gráfico 46. Curva 1, ejemplo 2.....	78
Gráfico 47. Curva 2, ejemplo 2.....	79
Gráfico 48. Curva 3, ejemplo 2.....	79
Gráfico 49. Curva 4, ejemplo 2.....	80
Gráfico 50. Ct/C ejemplo 2 .....	81
Gráfico 51. At/A ejemplo 2.....	81
Gráfico 52. Bt/B ejemplo 2 .....	82
Gráfico 53. Sustituir en la ecuación ejemplo 2 .....	83
Gráfico 54. Curva 1, ejemplo 3.....	85
Gráfico 55. Curva 2, ejemplo 3.....	85
Gráfico 56. Curva 3, ejemplo 3.....	86
Gráfico 57. Curva 4, ejemplo 3.....	86
Gráfico 58. Ct/C ejemplo 3 .....	87
Gráfico 59. At/A ejemplo 3.....	88
Gráfico 60. Bt/B ejemplo 3 .....	88
Gráfico 61. Puntos homólogos ejemplo 3 .....	90
Gráfico 62. Sustituir en la ecuación ejemplo 3 .....	91
Gráfico 63. Curva 1, ejemplo 4.....	93
Gráfico 64. Curva 2, ejemplo 4.....	93
Gráfico 65. Curva 3, ejemplo 4.....	94
Gráfico 66. Curva 4, ejemplo 4.....	94
Gráfico 67. Ct/C ejemplo 4 .....	95
Gráfico 68. At/A ejemplo 4.....	96
Gráfico 69. Bt/B ejemplo 4 .....	96
Gráfico 70. Puntos homólogos ejemplo 4 .....	97
Gráfico 71. Sustituir en la ecuación ejemplo 4 .....	98

# ÍNDICE TABLAS

Tabla 1. Reducciones de diámetro en torneado.....	29
Tabla 2. 2800 rpm, 132mm experimental.....	31
Tabla 3. 2600 rpm, 132mm experimental.....	31
Tabla 4. 3000 rpm, 132mm experimental.....	32
Tabla 5. 2800 rpm, 127mm experimental.....	32
Tabla 6. 2600 rpm, 127mm experimental.....	33
Tabla 7. 3000 rpm, 127mm experimental.....	33
Tabla 8. 2800 rpm, 122mm experimental.....	34
Tabla 9. 2600 rpm, 122mm experimental.....	34
Tabla 10. 3000 rpm, 122mm experimental.....	35
Tabla 11. 2800 rpm, 117mm experimental.....	35
Tabla 12. 2600 rpm, 122mm experimental.....	36
Tabla 13. 3000 rpm, 122mm experimental.....	36
Tabla 14. 2800 rpm, 112mm experimental.....	37
Tabla 15. 2600 rpm, 112mm experimental.....	37
Tabla 16. 3000 rpm, 112mm experimental.....	38
Tabla 17. Casos experimentales.....	49
Tabla 18. Resumen k y n experimentales.....	51
Tabla 19. Valores ecuaciones experimentales.....	56
Tabla 20. Valores ecuaciones experimentales, 2600 rpm.....	62
Tabla 21. Valores ecuaciones experimentales, 3000 rpm.....	67
Tabla 22. Valores ecuaciones ejemplo 1.....	73
Tabla 23. Casos ejemplo 1.....	73
Tabla 24. Valores ecuaciones ejemplo 2.....	80
Tabla 25. Casos ejemplo 2.....	80
Tabla 26. Valores ecuaciones ejemplo 3.....	86
Tabla 27. Casos ejemplo 3.....	87
Tabla 28. Valores ecuaciones ejemplo 4.....	94
Tabla 29. Casos ejemplo 4.....	95
Tabla 30. Tabla resumen.....	98
Tabla 31. 5.25" ejemplo 1.....	103
Tabla 32. 4.84" ejemplo 1.....	105
Tabla 33. 4.38" ejemplo 1.....	106
Tabla 34. Puntos homólogos ejemplo 1.....	108
Tabla 35. 7" ejemplo 2.....	109
Tabla 36. 6.5" ejemplo 2.....	110
Tabla 37. 6.12" ejemplo 2.....	111
Tabla 38. 5.69" ejemplo 2.....	112
Tabla 39. Sustituir en la ecuación ejemplo 2.....	115
Tabla 40. 220mm ejemplo 3.....	116

Tabla 41. 208mm ejemplo 3 .....	117
Tabla 42. 197mm ejemplo 3 .....	118
Tabla 43. 183mm ejemplo 3 .....	119
Tabla 44. Puntos homólogos ejemplo 3 .....	123
Tabla 45. 220mm ejemplo 4 .....	124
Tabla 46. 208mm ejemplo 4 .....	125
Tabla 47. 197mm ejemplo 4 .....	126
Tabla 48. 183mm ejemplo 4 .....	127
Tabla 49. Puntos homólogos ejemplo 4 .....	131

# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación

El rodete es un componente fundamental en una bomba hidráulica pero su diseño y fabricación no es especialmente sencillo ni barato. Realizar un molde nuevo cada vez que se quiere variar las prestaciones de una bomba resulta costoso y aquí es donde aparece el torneado del rodete.

El torneado del rodete es una técnica que consiste en reducir el diámetro del rodete o impulsor mediante un torneado de su diámetro máximo. De esta manera se consiguen rodetes de menor tamaño a partir de un tamaño superior. El diámetro exterior del rodete es uno de los parámetros fundamentales a la hora de determinar las prestaciones de la bomba. Este es una alternativa para conseguir que las curvas de funcionamiento de las bombas se ajusten mejor a las diferentes necesidades.

La motivación de este estudio es profundizar en el conocimiento de este método y su influencia sobre las curvas altura-caudal (H-Q) puesto que el nuevo rodete obtenido tras tornearlo no es semejante al anterior. Se considera que un rodete es semejante cuanto todas sus dimensiones se reducen con el mismo coeficiente de proporcionalidad, pero en este caso, solamente una de las dimensiones (el diámetro exterior) se reduce, manteniéndose todas las demás. De esta manera, no es posible la aplicación de las leyes de semejanza para obtener las nuevas curvas a partir de las curvas del rodete original.

Se va a utilizar la denominación  $D_t$  para definir el nuevo diámetro exterior del rodete tras tornearlo y, en correspondencia,  $H_t$  para definir la altura que proporciona el rodete torneado y  $Q_t$  el caudal del rodete torneado.  $D$ ,  $H$  y  $Q$  serían las magnitudes relacionadas con el rodete original.

La mayoría de la bibliografía coincide en que la relación que hay entre  $H_t$  y  $H$  con  $D_t$  y  $D$  es cuadrática, mientras que la relación que hay entre  $Q_t$  y  $Q$  con  $D_t$  y  $D$  es proporcional. Estas leyes son empíricas, es decir que han sido obtenidas a través de experimentos. En este estudio se pretende comprobar dichas relaciones a la vez que se profundiza en el conocimiento de las máquinas hidráulicas, concretamente las bombas centrífugas.

## 1.2. Objetivos

- Aprender a utilizar una instalación experimental y alterar los parámetros de funcionamiento de una bomba centrífuga.
- Revisar la bibliografía sobre el torneado del rodete.
- Familiarizarse con las leyes de semejanza de las máquinas hidráulicas.

- Manejar catálogos de curvas de funcionamiento de bombas centrífugas de diversos fabricantes.
- Tratar de obtener una relación entre las características de la bomba antes y después del torneado del rodete.



## 2. TEORÍA GENERAL DE UNA BOMBA HIDRÁULICA

Una bomba hidráulica es un dispositivo mecánico a través del cual pasa un fluido incompresible que intercambia energía con la máquina. El sentido del intercambio de energía es de la máquina hacia el fluido.

Las máquinas hidráulicas se pueden agrupar en:

### ROTODINÁMICAS:

Estas bombas utilizan un elemento rotativo (impulsor o rodete) para entregar energía cinética al fluido. Dentro de las bombas rotodinámicas hay varios tipos:

- Bombas centrífugas: son las más comunes y en las que nos vamos a centrar en nuestro estudio. En estas el fluido entra axialmente y sale radialmente debido a la fuerza centrífuga.
- Bombas axiales: el fluido se mueve en paralelo al eje del motor.
- Bombas mixtas: combinan características de las dos anteriores.

### VOLUMÉTRICAS O DE SENTIDO POSITIVO:

Estas bombas generan presión mediante un movimiento mecánico que disminuye el volumen de la cámara donde se encuentra el fluido, aumentando así la presión de este.

Hay de varios tipos y estas se utilizan fundamentalmente para dar presiones muy elevadas o para trabajar con fluidos viscosos.

### 2.1. Componentes de una bomba hidráulica:

Las bombas hidráulicas pueden constar de diferentes componentes, los más importantes y los que suelen estar presentes son:

#### CARCASA:

También llamada cuerpo, es el elemento más estructural y que envuelve el resto de los componentes internos. Es importante que esté bien sellada para evitar fugas. La carcasa suele estar fabricada en metales como el acero o el aluminio, pero si la presión que tiene que soportar no es muy elevada también puede estar fabricada en plástico.

#### EJE DE TRANSMISIÓN:

Transmite el movimiento mecánico, el cual es generado habitualmente por un motor eléctrico.

#### SUCCIÓN O ENTRADA:

Conducto que lleva el fluido hasta la corona directriz, en caso de existir, o hasta el rodete.

### CORONA DIRECTRIZ:

Es un elemento fijo cuya función es conducir el fluido hasta la sección de entrada al rodete con una velocidad de magnitud y dirección adecuadas. Frecuentemente es de sección convergente para garantizar una distribución de velocidad adecuada a la entrada del rodete.

### ELEMENTO DE BOMBEO:

Este componente es fundamental y el único que no puede faltar nunca ya que es el que proporciona el movimiento al fluido. Dependiendo del tipo de bomba puede ser un pistón, tornillo, engranaje o en nuestro caso, un rodete al tratarse de una bomba centrífuga. También se le conoce como impulsor y tiene unos álabes que guían y transfieren la energía al fluido como podemos ver en la Ilustración 1.

### DIFUSOR:

Está a la salida del rodete siendo su finalidad guiar el flujo de líquido hacia la voluta de forma hidráulicamente eficiente y recuperar parte de la energía cinética, transformándola en energía de presión.

### VOLUTA:

La voluta o cámara espiral recoge el flujo saliente del rodete o difusor y lo conduce hacia la brida de la tubería de impulsión. Su finalidad es recuperar energía de presión a partir de la energía cinética del fluido.

### DESCARGA O SALIDA:

Lugar donde el fluido abandona la bomba, ahora con mayor presión.

### OTROS ELEMENTOS:

Algunos como los sellos mecánicos (también denominados “retenes”) evitan las fugas entre las diferentes partes móviles, de esta manera se evita pérdidas de rendimiento y contaminación entre los diferentes compartimentos. Otros elementos como cojinetes y rodamientos reducen vibraciones y fricciones para disminuir el desgaste y el ruido de la bomba.

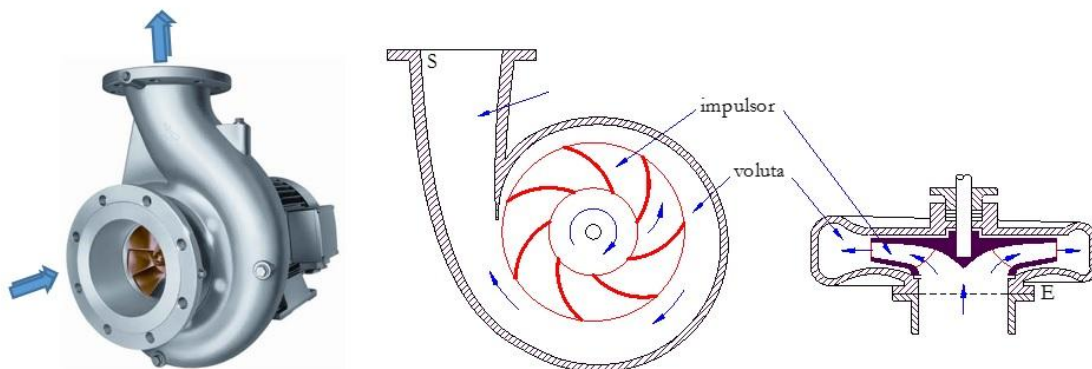


Ilustración 1. Cortes rodete

## 2.2. Teorema de Euler

Se van a usar dos sistemas de referencia diferentes, uno fijo a tierra y otro móvil respecto al rodete.

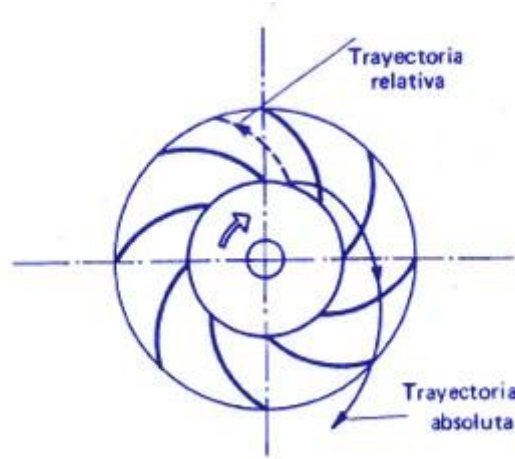


Ilustración 2. Corte transversal de la bomba

La ecuación fundamental o ecuación de Euler expresa las velocidades dentro del rodete, elemento donde se transmite la energía mecánica al fluido.

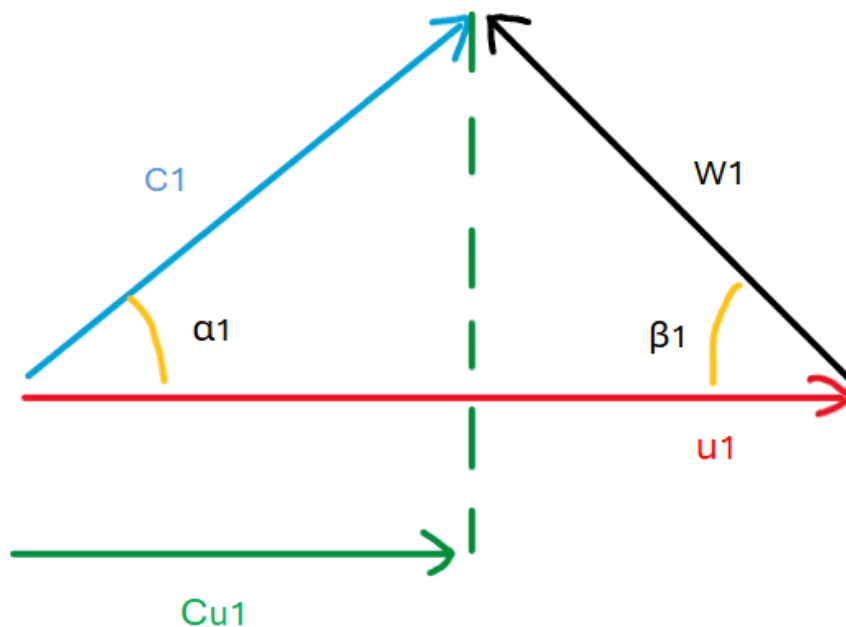


Ilustración 3. Triángulo de velocidades

U: velocidad de arrastre o tangencial (velocidad de un punto del rodete en el sistema de referencia fijo a tierra).

C: velocidad absoluta del fluido.

W: velocidad relativa del fluido a su paso por el rodete de un sistema de referencia que se mueve en el rodete.

C es la suma vectorial de U y W.

$\alpha$  es el ángulo que forman entre la velocidad absoluta y la velocidad relativa.

$\beta$  es el ángulo que forman entre la velocidad tangencial y la velocidad relativa.

$\omega$  es el régimen de giro de la bomba y se mide en revoluciones por minuto (rpm) o en radianes por segundo (rad/s).

El 1 después de cada velocidad en la figura indica que este triángulo de velocidades es a la entrada del rodete. El número 2 representaría la salida del rodete.

$\alpha_1$  está determinado por los álabes fijos anteriores al rodete. Si no hay prerrotación entonces  $\alpha_1$  sería  $90^\circ$ .

$W_2$  y  $\beta_2$  están determinados por los ángulos de los álabes del rodete a la salida ( $\beta^*_2$ ).

La U está directamente relacionada con el régimen de giro de la bomba por:  $U = \omega \cdot D/2$

En la ilustración 2 se muestra un corte transversal de la bomba, el cual sirve para ver la trayectoria relativa de una partícula del fluido y la trayectoria absoluta teniendo en cuenta que el rodete está girando. Si este no girara la trayectoria absoluta y relativa coincidirían.

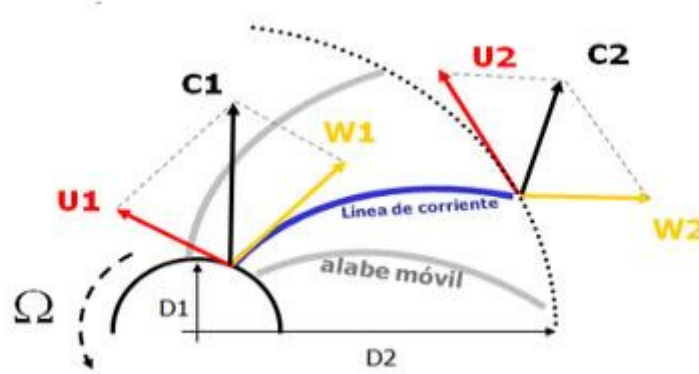


Ilustración 4. Doble triángulo de velocidades

En la ilustración 4 se puede ver el triángulo de velocidades tanto a la entrada como a la salida del rodete.

Es importante destacar los conceptos de altura útil y manométrica y la relación entre ambas.

La altura útil ( $H_u$ ) es la energía que el rodete transmite al fluido. Es toda la energía que podría transformarse en energía del fluido si no hubiese pérdidas.

La altura manométrica ( $H_m$ ) es la energía final que adquiere el fluido. Se puede calcular de manera teórica como la altura útil menos las pérdidas internas de la bomba. Estas dos alturas están relacionadas por el rendimiento manométrico:

$$\eta_m = \frac{H_m}{H_u}$$

La altura útil teórica se puede obtener mediante el teorema de Euler, a través del triángulo de velocidades con esta fórmula:

$$H_u = \frac{u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}}{g}$$

$c_{2u}$  es la componente tangencial de la velocidad absoluta.

Expresando  $c_{2u}$  y  $c_{1u}$  en función del caudal y las dimensiones del rodete, se obtiene:

$$Hu = \frac{1}{g} \left[ u_2 \left( u_2 - \frac{Q}{\pi D_2 b_2 t g \beta_2} \right) - u_1 \frac{Q}{\pi D_1 b_1 t g \alpha_1} \right]$$

En caso de que no haya prerrotación al entrar el fluido al rodete  $\alpha_1=90^\circ$  y por tanto  $c_{1u}=0$ .

Para poder aplicar el teorema de Euler, hay que tener en cuenta dos hipótesis:

- La distribución de la velocidad absoluta tanto a la entrada como a la salida del rodete es permanente y presenta simetría de revolución alrededor del eje.
- El número de álabes es infinito y de un espesor despreciable para que a la salida del rodete exista un guiado perfecto del fluido.

Si se representa la curva ( $H_u$ ) frente a caudal se obtiene una línea recta, como se puede ver en la fórmula. Si se hace un modelo matemático de las pérdidas internas de la bomba y se sustraen de la altura útil, lo que se obtiene es la curva de la altura manométrica ( $H_m$ ), la cual es menor que la altura útil. La curva manométrica de manera teórica tiene la forma de una parábola con las ramas hacia abajo. Los fabricantes obtienen la curva de la altura manométrica que suministran con una bomba de manera empírica.

La altura manométrica se calcula a través de la siguiente fórmula:

$$\left( \frac{P}{\rho} + \frac{c^2}{2} + U \right)_{Salida} - \left( \frac{P}{\rho} + \frac{c^2}{2} + U \right)_{Entrada} = g H_m$$

Con frecuencia en la práctica:

El término  $US - UE = g (zS - zE)$  y además, se suele considerar que  $zS - zE \approx 0$  (pequeño desnivel geodésico entre los ejes de las bridas de conexión).

Los diámetros de las tuberías de aspiración e impulsión suelen ser iguales, por lo que,  $\frac{(cS^2 - cE^2)}{2} \approx 0$  (también a veces se considera despreciable frente a la diferencia de presiones).

Por tanto, en la mayoría de los casos, la altura manométrica ( $H_m$ ) es aproximadamente igual a la diferencia de presiones entre la impulsión y la aspiración.

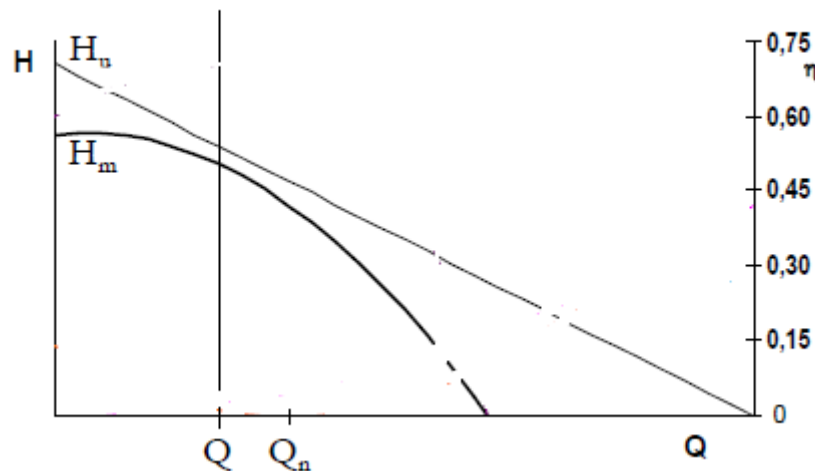


Ilustración 5. Curva altura útil y altura manométrica

### 2.3. CURVA H-Q

La curva H-Q es el gráfico que representa la relación entre la altura manométrica ( $H_m$ ) y el caudal ( $Q$ ). Se utilizan para conocer el rendimiento y desempeño de una bomba hidráulica y de esta manera poder elegir la más adecuada para nuestra tarea.

La altura manométrica ( $H_m$ ) es la diferencia de energías, en términos de altura, entre la salida y la entrada de la bomba, es decir, la energía adquiere el fluido a su paso por la bomba. La unidad que se suele utilizar es metros columna de agua (m.c.a).

El caudal ( $Q$ ) es el volumen de fluido que la bomba es capaz de mover en un tiempo determinado. Este se sitúa en el eje de abscisas y las unidades que se suelen utilizar son litros por segundo (L/s), metros cúbicos por hora ( $m^3/h$ ) o galones por minuto (GPM).

En la gráfica teórica si  $H=0$ , entonces el caudal sería máximo. En la práctica los fabricantes dan gráficas que obtienen empíricamente y estas no llegan a los puntos mencionados. Los fabricantes nos dan la zona de la curva donde la bomba pueda trabajar en equilibrio entre  $Q$  y  $H$ , de esta manera se evitan rendimientos muy bajos y grandes desgastes antes de lo debido, de lo cual nos habla el artículo Interpretación básica de La Curva Característica de Bomba Centrífuga [5].

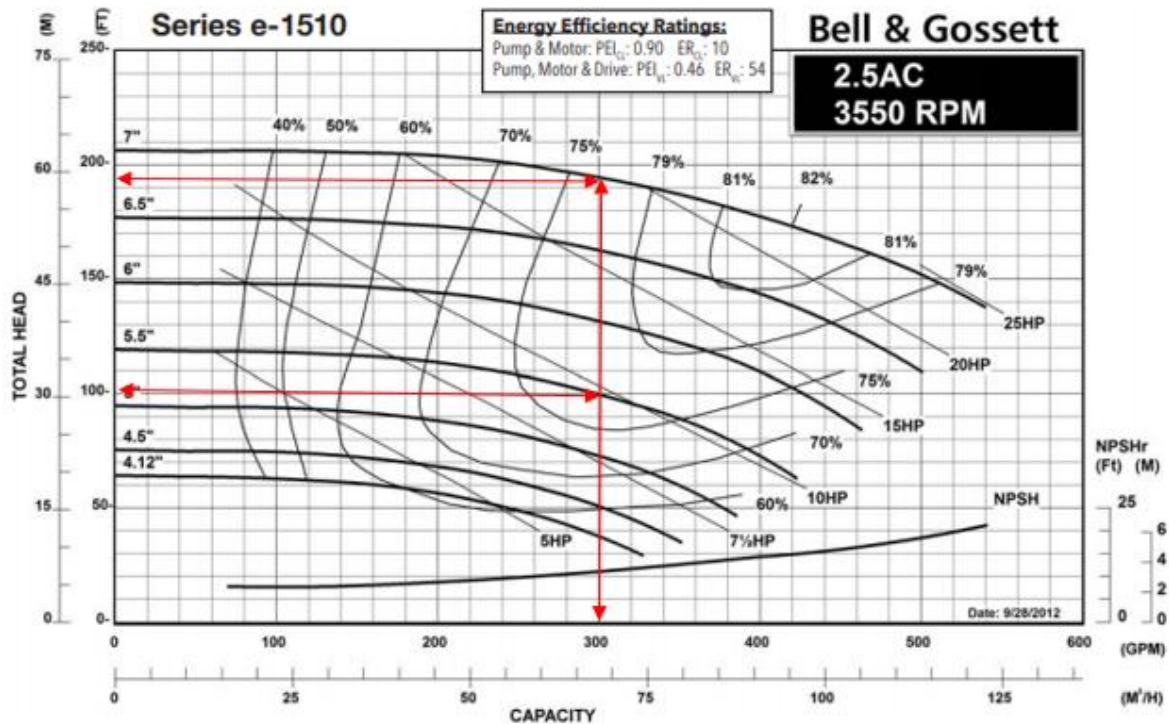


Ilustración 6. Curvas H-Q

En la ilustración 6 se puede ver que este fabricante tiene distintos tamaños de rodetes. Cuanto menor es el diámetro exterior del rodete, la bomba ofrece menor altura para el mismo caudal, como se puede observar, por eso cuanto menor rodete la curva sale por debajo.

Para el caso de un caudal de 300 GPM, unos  $68 \text{ m}^3/\text{h}$ , con el rodete de 5,5" entregaría una altura de 100 pies aproximadamente, unos 30 m. Mientras que con el rodete de 7" para el mismo caudal entregaría una altura de casi el doble.

Se puede apreciar la potencia requerida (HP) aumenta a medida que aumenta el diámetro del rodete ya que entregaría mayor energía para el mismo caudal. También se puede ver en la gráfica los rendimientos medidos en %, este rendimiento no es el manométrico, sino el total que incluye todas las pérdidas.

Es importante tener en cuenta que la curva H-Q de la bomba representa una relación única entre la altura y el caudal y lo que se tendrá que adaptar es el punto de operación o buscar otro modelo más adecuado.

Por ejemplo, si se quiere un punto de operación con 300 GPM y 120 pies habría varias posibilidades:

- Una opción sería buscar un modelo de bomba que tenga una curva que se adapte mejor al punto de operación requerido. En caso de que ya se tenga una bomba sería mucho más conveniente desde el punto de vista económico adaptar la que ya se tiene en vez de adquirir una nueva.
- Bajar las revoluciones del motor para que se adapte al punto, en caso de que la bomba te lo permita. Para esto se necesitaría que el motor fuera de velocidad variable o si no se tendría que instalar una unidad de frecuencia variable, también conocido

como variador de velocidad. Antes de instalarlo se debería consultar con el fabricante y asegurar la compatibilidad. Esta alternativa no siempre es viable y desempeña un importante gasto económico.

- Reducir ligeramente el diámetro del rodete de 6" para que se ajuste al punto de operación. Esta operación se conoce como torneado el rodete. De esta manera modificaremos las curvas de nuestra antigua bomba y conseguiremos un mayor rendimiento.

## 2.4. Torneado de rodete

El torneado de rodete o impulsor es una buena opción para obtener una mejor compatibilidad, pero tiene ciertos límites. Si reducimos demasiado el diámetro del rodete, las pérdidas internas aumentarán mucho debido a la recirculación del fluido entre la carcasa y el rodete. Según el libro turbomáquinas hidráulicas de Claudio Mataix [7] se debe tornear máximo hasta un 15% del tamaño de diámetro original.

De este modo el torneado de rodete es una buena opción para los fabricantes que quieren obtener distintas curvas H-Q sin tener que rediseñar el rodete y así adaptarse lo mejor posible a la demanda de sus clientes.

Dentro de estos límites según el libro Bombas centrífugas y turbocompresores de Carl Pfleiderer [8] y el Claudio Mataix [7] mencionado previamente, podemos esperar que la altura tras el torneado varíe de esta forma:

$$\left(\frac{D_2}{D_{2t}}\right)^2 = \frac{H}{H_t}$$

Mientras que el caudal tiene una relación proporcional con el diámetro:

$$\frac{D_2}{D_{2t}} = \frac{Q}{Q_t}$$

Mientras que en otras fuentes sostienen que la relación entre diámetros es proporcional a la de las alturas.

En este trabajo se va a tratar de comprobar experimentalmente los cambios de presión y caudal, que sufre una bomba radial al tornear su rodete.



### 3. INSTALACIÓN EXPERIMENTAL

Se va a utilizar una instalación experimental existente en el laboratorio de Mecánica de Fluidos de la Escuela de Ingenierías Industriales. Dicha instalación se va a modificar para adaptarla a las características de este trabajo fin de grado.



*Ilustración 7. Instalación experimental*

La instalación utilizada consiste en un circuito cerrado que está compuesto por un depósito de agua, una bomba centrífuga, unos conductos que conectan estas partes, unas válvulas (de corte y de regulación) y unas sondas para medir diferentes parámetros. A continuación, se detallará cada elemento.

En estos conductos hay dos válvulas, una de corte que se corresponde con la ilustración 8 y otra reguladora que se corresponde con la ilustración 10, instaladas para abrir y cerrar el paso del flujo de líquido por la bomba.



*Ilustración 8. Válvula de corte*

La válvula que se ve en la ilustración 8 se instaló específicamente para este estudio ya que se necesitaba montar y desmontar la bomba en repetidas ocasiones para poder realizar el torneado de rodete.



*Ilustración 9. Bomba sin carcasa*

La otra válvula, que podemos ver en la ilustración 10, es la que utilizamos para regular el caudal que fluye por la bomba y así poder tomar los datos necesarios.



*Ilustración 10. Válvula de regulación de caudal*

Además, en estos conductos, más concretamente a la salida de la bomba, están situadas las sondas para medir la presión y el caudal. Gracias a estas podemos saber la altura y caudal que nos está proporcionando la bomba en cada momento.

La bomba utilizada experimentalmente es centrífuga monocelular, la cual solo tiene un rodete. Es de la marca italiana *Ebara* y su modelo es el *CDX/A 70/05*.



*Ilustración 11. Bomba centrífuga monocelular*

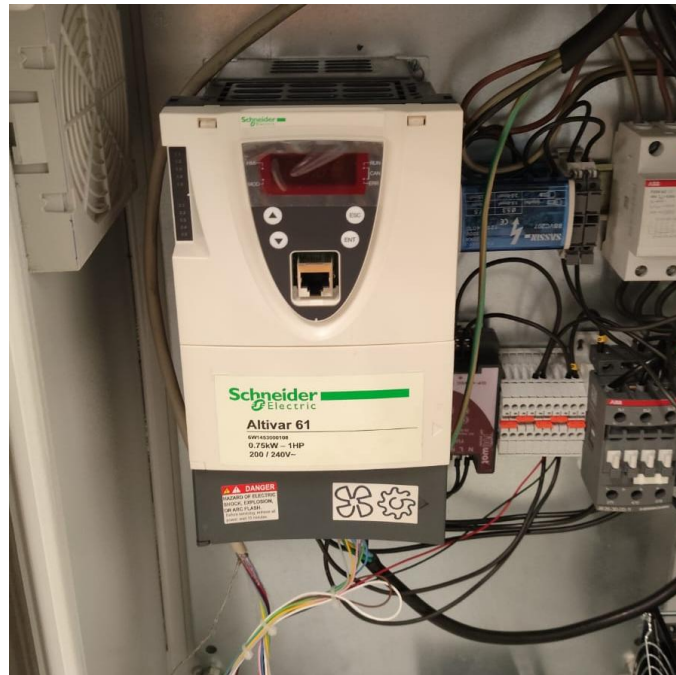
Para medir el caudal se ha utilizado un caudalímetro magneto-inductivo de la marca alemana *IFM*, en concreto el modelo *SM8000*. Tiene una resolución de 0,1 L/min y una precisión de  $\pm(0,8\% \text{ MW} + 0,5\% \text{ MEW})$ . Siendo MW el valor de la medición y MEW el valor final del rango de medición.



*Ilustración 12. Caudalímetro*

Para saber la altura manométrica que se estaba obteniendo en cada momento se han utilizado unas sondas de la marca inglesa *Gems*. Para llevar la información recogida por estas sondas se utiliza una pantalla de visualización que tiene una incertidumbre del 5% de fondo de escala debido a los diodos utilizados. Aquí también podemos modificar el régimen de giro de la bomba.

Por último, el consumo eléctrico se ha obtenido directamente de la centralita que es el modelo *Altivar 61* de la marca *Schneider Electric*.



*Ilustración 13. Centralita Schneider Electric*

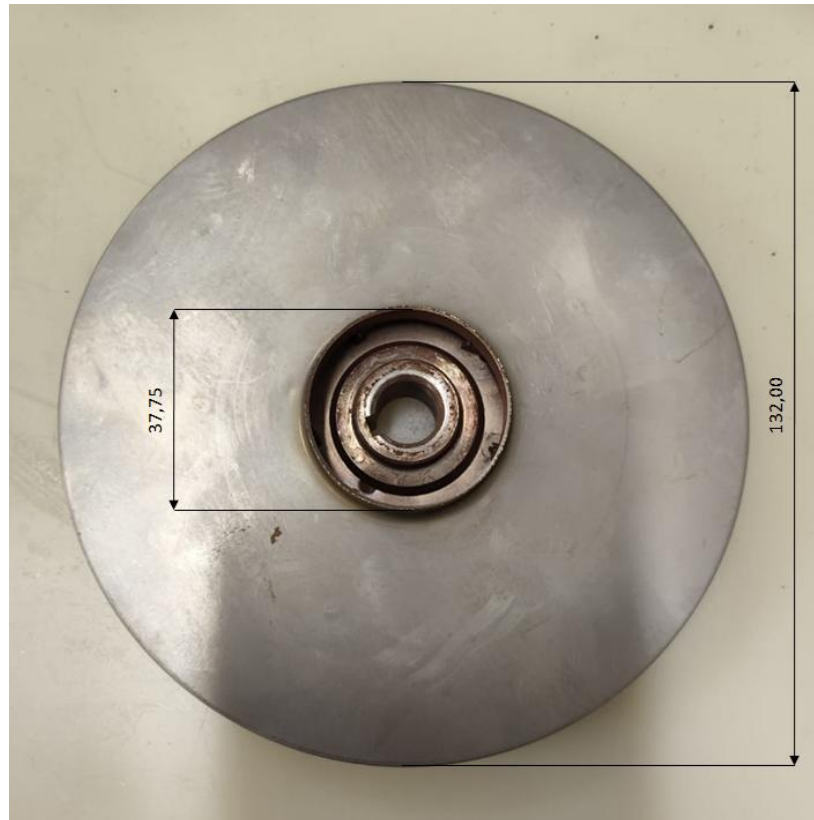
En este estudio el diámetro del rodete fue reducido en cuatro ocasiones por lo que incluyendo la medida original se incluyen cinco tamaños de rodete. El torneado se realizó en un torno de la Escuela de Ingenierías Industriales por el personal técnico del departamento.

El porcentaje máximo que se debe tornear el rodete varía mucho según el autor. Algunas fuentes dicen que no se debe tornear más de un 25% mientras que otras recomiendan tan solo un 10%. Nosotros en este estudio hemos torneado el rodete en cuatro ocasiones, 5mm en cada una. Lo que dejó el diámetro original de 132 mm a 112 mm en el último torneado. Esto es equivalente a una reducción del diámetro del 3,89% en cada pasada y un 15,56% en total.

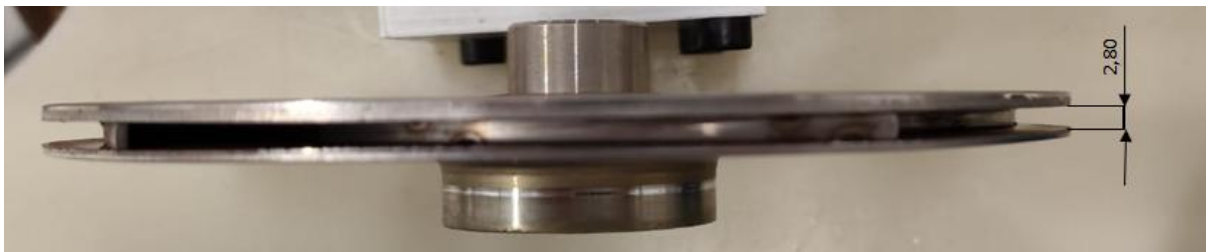
	D exterior (mm)	% torneado
Rodete original	132	0
Torneado 1	127	3,89
Torneado 2	122	7,78
Torneado 3	117	11,67
Torneado 4	112	15,56

*Tabla 1. Reducciones de diámetro en torneado.*





*Ilustración 14. Vista rodete*



*Ilustración 15. Vista rodete 2*

En el estudio se ha tomado datos para diferentes revoluciones de la bomba. El fabricante indica que la velocidad más adecuada para este modelo es de 2800 revoluciones por minuto, por lo que se ha tomado medidas a esa velocidad y para hacerlo más completo y comprobar la semejanza también a 2600 y 3000 revoluciones por minuto. Estos valores siguen estando en un rango aceptable de trabajo y nos permitirán tener una vista más completa de los resultados además de comprobar la semejanza de la bomba como se ve en la página 45.

A continuación, se presentan las tablas con los resultados obtenidos para los diferentes diámetros y revoluciones.

## 4. MEDIDAS EXPERIMENTALES

### 4.1. RODETE ORIGINAL: 132 mm de diámetro

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2800	77,5	12,5	0,64	24,75
2800	72,5	13,1	0,62	25,05
2800	67,4	13,7	0,61	24,75
2800	60,4	14,4	0,59	24,10
2800	53,6	15,2	0,57	23,37
2800	44,6	16,0	0,55	21,21
2800	36,7	16,6	0,52	19,16
2800	29,7	17,2	0,50	16,70
2800	23,3	17,4	0,47	14,10
2800	17,2	17,7	0,45	11,06
2800	11,6	18	0,43	7,94
2800	4,0	18,4	0,40	3,01
2800	0,0	18,7	0,39	0,00

*Tabla 2. 2800 rpm, 132 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2600	71,9	11,6	0,54	23,43
2600	64,2	11,6	0,53	22,97
2600	59,2	12,2	0,52	22,71
2600	53,4	12,8	0,50	22,35
2600	46	13,4	0,48	21,00
2600	40,3	13,9	0,47	19,49
2600	34,4	14,4	0,45	18,00
2600	28	14,8	0,43	15,76
2600	22,4	15,2	0,41	13,58
2600	16,3	15,4	0,40	10,26
2600	8,9	15,8	0,37	6,21
2600	0,0	16,3	0,35	0,00

*Tabla 3. 2600 rpm, 132 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
3000	82,5	14,3	0,75	25,72
3000	76,4	15,2	0,73	26,01
3000	70,4	15,9	0,71	25,78
3000	64,5	16,7	0,69	25,52
3000	55,9	17,6	0,66	24,37
3000	49,6	18,3	0,65	22,83
3000	42,6	18,9	0,62	21,23
3000	36,4	19,3	0,60	19,14
3000	27,7	20,0	0,56	16,17
3000	17,8	20,5	0,52	11,47
3000	9,3	21,0	0,48	6,65
3000	0,0	21,7	0,45	0,00

*Tabla 4. 3000 rpm, 132 mm experimental*

#### 4.2. PRIMER TORNEADO: 127 mm de diámetro

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2800	69,6	10,7	0,55	22,14
2800	67,6	11,0	0,55	22,11
2800	64,0	11,5	0,54	22,28
2800	60,9	11,9	0,54	21,94
2800	57,9	12,3	0,53	21,97
2800	54,6	12,7	0,52	21,80
2800	50,0	13,2	0,51	21,16
2800	46,3	13,6	0,50	20,59
2800	42,7	14,0	0,49	19,95
2800	38,4	14,4	0,48	18,84
2800	34,4	14,9	0,47	17,83
2800	30,2	15,2	0,46	16,32
2800	26,3	15,5	0,45	14,81
2800	22,3	15,8	0,44	13,09
2800	18,2	16,0	0,43	11,07
2800	14,6	16,2	0,42	9,21
2800	9,4	16,5	0,40	6,34
2800	4,8	16,7	0,38	3,45
2800	0,0	16,9	0,37	0,00

*Tabla 5. 2800 rpm, 127 mm experimental*



rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2600	64,4	9,2	0,47	20,61
2600	60,7	9,7	0,47	20,48
2600	56,8	10,2	0,46	20,59
2600	52,5	10,7	0,45	20,41
2600	48,2	11,2	0,44	20,06
2600	44,1	11,6	0,44	19,01
2600	40,3	12,0	0,43	18,39
2600	36,0	12,4	0,42	17,38
2600	32,0	12,7	0,41	16,21
2600	28,1	13,1	0,40	15,05
2600	24,0	13,4	0,39	13,48
2600	20,0	13,6	0,38	11,70
2600	16,2	13,9	0,37	9,95
2600	12,1	14	0,36	7,69
2600	8,0	14,3	0,35	5,34
2600	4,3	14,4	0,34	2,98
2600	0,0	14,6	0,33	0,00

*Tabla 6. 2600 rpm, 127 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
3000	74,0	12,4	0,63	23,81
3000	69,1	13,0	0,62	23,69
3000	64,2	13,8	0,61	23,75
3000	59,5	14,5	0,60	23,51
3000	54,5	15,0	0,59	22,65
3000	49,5	15,7	0,58	21,91
3000	44,0	16,3	0,56	20,94
3000	39,1	16,9	0,55	19,64
3000	34,4	17,3	0,53	18,36
3000	28,7	17,8	0,52	16,06
3000	23,3	18,1	0,50	13,79
3000	18,7	18,5	0,48	11,78
3000	14,8	18,7	0,47	9,63
3000	9,5	19,0	0,45	6,56
3000	4,9	19,2	0,43	3,58
3000	0,0	19,5	0,41	0,00

*Tabla 7. 3000 rpm, 127 mm experimental*

#### 4.3. SEGUNDO TORNEADO: 122 mm de diámetro

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2800	63,3	9,0	0,48	19,41
2800	59,6	9,5	0,47	19,70
2800	55,4	10,2	0,47	19,66
2800	50,9	10,8	0,46	19,54
2800	46,5	11,4	0,45	19,26
2800	42,3	11,9	0,44	18,70
2800	38,1	12,4	0,44	17,56
2800	33,8	13,0	0,43	16,71
2800	29,4	13,4	0,42	15,34
2800	25,0	13,8	0,41	13,76
2800	20,6	14,2	0,40	11,96
2800	16,6	14,5	0,39	10,09
2800	12,1	14,8	0,38	7,71
2800	7,9	15,0	0,36	5,38
2800	4,2	15,2	0,36	2,90
2800	0,0	15,4	0,34	0,00

*Tabla 8. 2800 rpm, 122 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2600	58,5	7,8	0,42	17,76
2600	54,9	8,2	0,41	17,95
2600	51,1	8,7	0,41	17,73
2600	47,6	9,2	0,40	17,90
2600	43,7	9,7	0,40	17,33
2600	40,0	10,2	0,40	16,68
2600	36,2	10,6	0,39	16,09
2600	32,0	11,0	0,38	15,15
2600	28,1	11,4	0,37	14,16
2600	24,2	11,8	0,36	12,97
2600	20,0	12,1	0,36	10,99
2600	16,0	12,4	0,35	9,27
2600	11,9	12,7	0,34	7,27
2600	8,0	12,8	0,33	5,07
2600	4,0	13,0	0,32	2,66
2600	0,0	13,2	0,31	0,00

*Tabla 9. 2600 rpm, 122 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
3000	67,4	10,2	0,56	20,07
3000	62,9	11,0	0,55	20,57
3000	60,0	11,5	0,55	20,51
3000	56,1	12,1	0,54	20,55
3000	52,0	12,8	0,53	20,53
3000	47,9	13,4	0,52	20,18
3000	43,7	13,9	0,51	19,47
3000	40,0	14,3	0,50	18,70
3000	36,1	14,9	0,49	17,95
3000	32,2	15,3	0,48	16,78
3000	28,2	15,7	0,47	15,40
3000	24,0	16,1	0,46	13,73
3000	20,0	16,5	0,45	11,99
3000	16,0	16,8	0,44	9,99
3000	12,1	16,9	0,42	7,96
3000	7,9	17,2	0,41	5,42
3000	4,0	17,4	0,40	2,84
3000	0,0	17,6	0,38	0,00

*Tabla 10. 3000 rpm, 122 mm experimental*

#### 4.4. TERCER TORNEADO: 117 mm de diámetro

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2800	54,1	6,4	0,42	13,48
2800	50,5	7,2	0,42	14,15
2800	47,1	7,8	0,41	14,65
2800	44,1	8,3	0,41	14,60
2800	40,7	9,0	0,41	14,61
2800	37,2	9,5	0,40	14,45
2800	33,5	10,1	0,40	13,83
2800	30,0	10,7	0,39	13,46
2800	26,0	11,2	0,38	12,53
2800	22,3	11,7	0,38	11,23
2800	18,6	12,1	0,37	9,95
2800	14,9	12,5	0,36	8,46
2800	11,7	12,8	0,36	6,80
2800	8,1	13,1	0,35	4,96
2800	4,0	13,4	0,34	2,58
2800	0,0	13,7	0,33	0,00

*Tabla 11. 2800 rpm, 117 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2600	50,2	5,5	0,36	12,54
2600	46,6	6,6	0,36	13,97
2600	43,1	6,7	0,36	13,11
2600	39,5	7,3	0,35	13,47
2600	35,6	8,0	0,35	13,30
2600	32,1	8,5	0,35	12,75
2600	28,6	8,9	0,34	12,24
2600	25,1	9,5	0,34	11,47
2600	21,3	9,9	0,34	10,14
2600	17,8	10,3	0,33	9,08
2600	14,3	10,6	0,33	7,51
2600	10,4	10,9	0,32	5,79
2600	7,0	11,2	0,32	4,01
2600	3,4	11,5	0,31	2,06
2600	0,0	11,8	0,30	0,00

*Tabla 12. 2600 rpm, 117 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
3000	58,0	7,5	0,46	15,46
3000	54,3	8,2	0,46	15,83
3000	51,8	8,8	0,45	16,56
3000	48,1	9,5	0,45	16,60
3000	44,4	10,3	0,45	16,62
3000	39,9	11,0	0,44	16,31
3000	36,0	11,6	0,44	15,52
3000	32,1	12,2	0,44	14,55
3000	28,0	12,9	0,43	13,73
3000	23,8	13,5	0,43	12,22
3000	19,9	13,9	0,42	10,77
3000	16,2	14,3	0,41	9,24
3000	11,9	14,7	0,40	7,15
3000	8,1	15,1	0,39	5,13
3000	4,1	15,4	0,38	2,72
3000	0,0	15,7	0,37	0,00

*Tabla 13. 3000 rpm, 117 mm experimental*

#### 4.5. CUARTO TORNEADO: 112 mm de diámetro

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2800	48,1	5,1	0,37	10,84
2800	44,9	5,9	0,36	12,03
2800	41,6	6,5	0,36	12,28
2800	38,2	7,2	0,36	12,49
2800	34,8	7,8	0,36	12,33
2800	31,2	8,4	0,36	11,90
2800	27,5	9,1	0,35	11,69
2800	23,8	9,7	0,35	10,78
2800	20,0	10,1	0,34	9,71
2800	15,9	10,7	0,34	8,18
2800	11,9	11,2	0,33	6,60
2800	8,0	11,6	0,32	4,74
2800	4,0	12,0	0,31	2,53
2800	0,0	12,3	0,30	0,00

*Tabla 14. 2800 rpm, 112 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
2600	44,6	4,3	0,32	9,80
2600	41,2	5,0	0,32	10,53
2600	38,1	5,6	0,32	10,90
2600	34,6	6,2	0,31	11,31
2600	31,1	6,8	0,31	11,15
2600	27,3	7,4	0,31	10,65
2600	23,5	7,9	0,30	10,12
2600	20,1	8,4	0,30	9,20
2600	16,4	8,9	0,30	7,95
2600	12,9	9,3	0,30	6,54
2600	9,6	9,6	0,29	5,20
2600	7,0	9,9	0,28	4,05
2600	3,4	10,2	0,28	2,03
2600	0,0	10,5	0,28	0,00

*Tabla 15. 2600 rpm, 112 mm experimental*

rpm	Q(L/min)	Hm(m)	kW	$\eta$ (%)
3000	51,6	5,8	0,40	12,23
3000	47,9	6,8	0,40	13,31
3000	44,1	7,5	0,40	13,52
3000	40,0	8,5	0,40	13,90
3000	36,1	9,2	0,40	13,58
3000	31,9	9,9	0,39	13,24
3000	27,9	10,7	0,39	12,52
3000	24,1	11,3	0,38	11,72
3000	19,9	11,9	0,37	10,46
3000	16,0	12,4	0,36	9,01
3000	11,9	12,9	0,36	6,97
3000	8,0	13,4	0,35	5,01
3000	3,9	13,8	0,34	2,59
3000	0,0	14,2	0,33	0,00

Tabla 16. 3000 rpm, 112 mm experimental

En las gráficas 1, 2 y 3 se muestran las curvas H-Q de la bomba para diferentes revoluciones y diámetros del rodete.

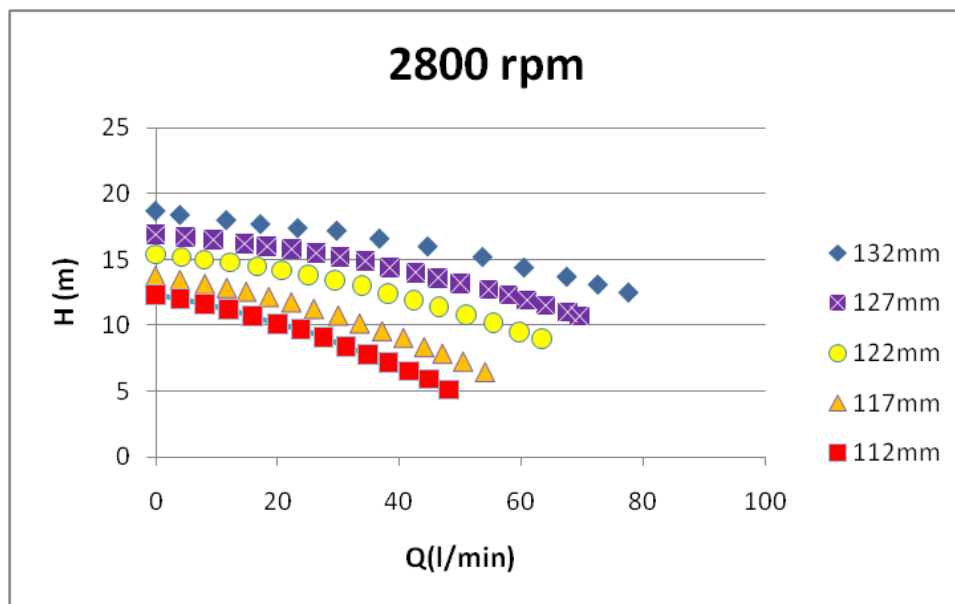


Gráfico 1. Puntos experimentales 2800 rpm

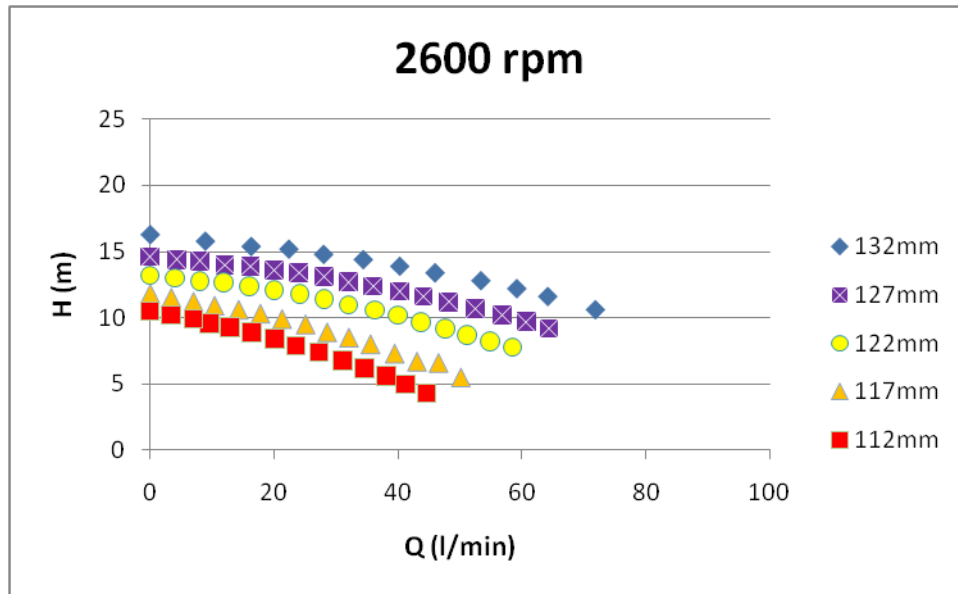


Gráfico 2. Puntos experimentales 2600 rpm.

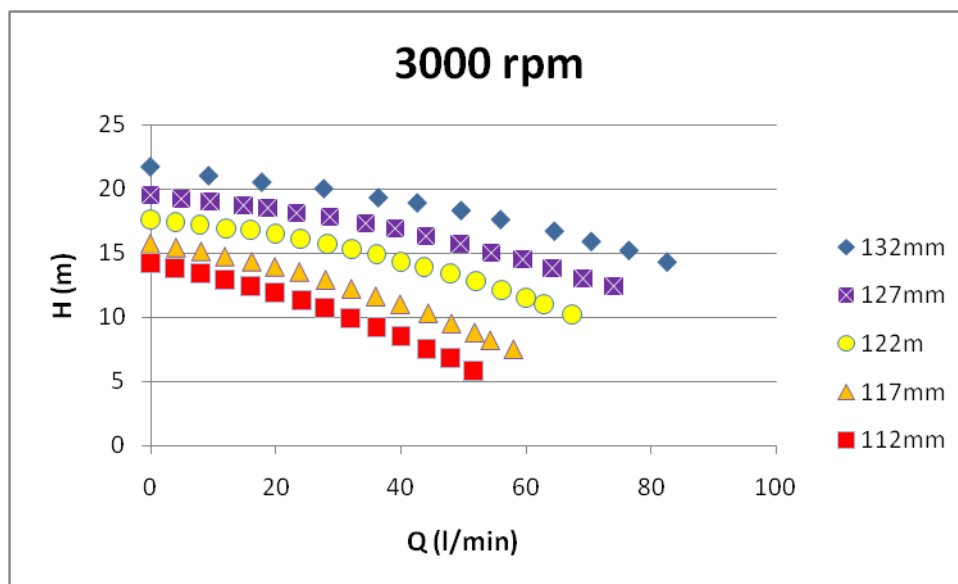


Gráfico 3. Puntos experimentales 3000 rpm

Como se puede ver en las tres gráficas que representan los datos para las distintas revoluciones del motor, las curvas siempre disminuyen cuanto menor sea el diámetro del rodete y más bajas las revoluciones.

Esto no siempre implica que para mayores revoluciones y diámetro haya un mejor rendimiento ya que al aumentar estas también aumenta el consumo de electricidad.

En el gráfico 4 se muestran los rendimientos para las diferentes velocidades de giro para el diámetro original de 132 mm.

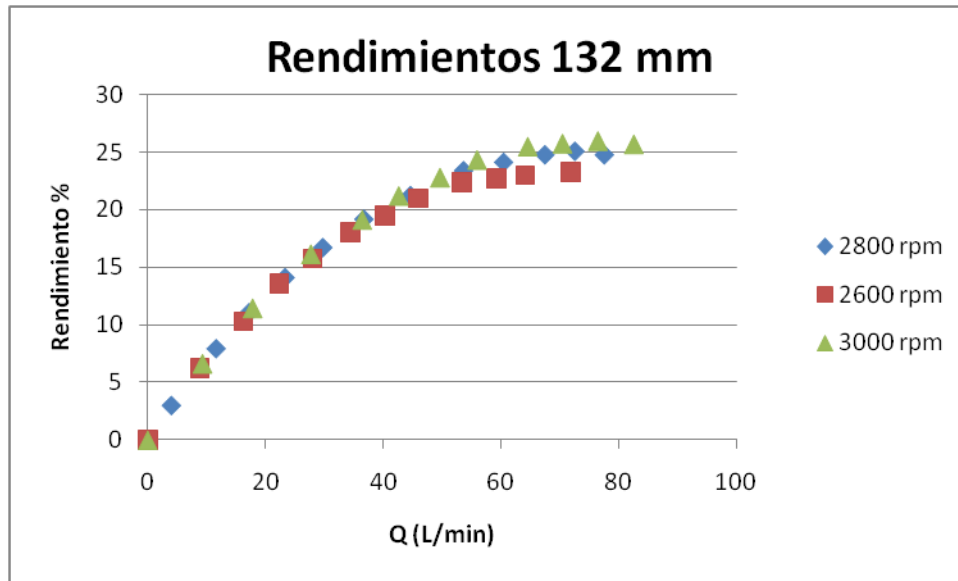


Gráfico 4. Rendimientos rodete 132 mm



## 5. ESTUDIO DE LAS LEYES DE SEMEJANZA EN EL RODETE

Para entender las leyes de semejanza en máquinas hidráulicas primero hay que conocer que existen dos tipos de variables, las variables dependientes y las variables independientes.

Las dependientes son los parámetros que se obtienen como resultado, y son: la diferencia de presión ( $\Delta P$ ), la potencia ( $W$ ) y el rendimiento ( $\eta$ ). Estas, como su propio nombre indica, dependen de otras que son las independientes.

Las variables independientes son los parámetros de entrada de la bomba, y son: la densidad ( $\rho$ ), la viscosidad ( $\mu$ ), el régimen de giro ( $\omega$ ), el caudal ( $Q$ ) y un tamaño característico de la bomba, para el que se suele tomar el diámetro del rodete ( $D$ ).

Aplicando el teorema  $p$  de Buckingham se puede reducir el número de variables de dependencia, obteniendo agrupaciones de variables, que son parámetros adimensionales. El número de Reynolds se asume que es muy grande por lo que no tiene mucha influencia. Los más importantes que se obtienen para evaluar las prestaciones de las máquinas hidráulicas son los siguientes.

### COEFICIENTE DE CAUDAL

Todas las dimensiones de la máquina son proporcionales a  $D$ , por tanto, las áreas serán proporcionales a  $D^2$ . La relación  $Q/D^2$  se puede considerar como una velocidad del fluido en el interior de la máquina. Cualquier velocidad del fluido en la máquina, absoluta o relativa, será proporcional a ella. Por otra parte, la velocidad en la periferia del rodete, es decir, la velocidad del álabe es proporcional a  $D \cdot \omega$ . El coeficiente de caudal se podría interpretar, entonces, como una relación de velocidades:

$$\frac{Q}{\omega D^3} = \frac{\frac{Q}{D^2}}{\omega D}$$

Si el coeficiente de caudal es el mismo para dos máquinas geoméricamente semejantes, la relación de velocidades es idéntica, lo que asegura la semejanza de los triángulos de velocidad.

En otras palabras, dos máquinas geoméricamente semejantes tienen un funcionamiento cinemáticamente semejante si tienen el mismo coeficiente de caudal.

## COEFICIENTE DE PRESIÓN

El coeficiente de presión representa el cociente entre las fuerzas de presión y las de inercia, y habitualmente se expresa en función de la altura:

$$\frac{\Delta P}{\rho \omega^2 D^2} = \frac{gH}{\omega^2 D^2}$$

H es la altura suministrada por la máquina, y gH la energía por unidad de masa que se intercambia con el fluido. Se puede considerar que H es tanto la altura manométrica como la altura útil, siempre que al comparar el mismo parámetro para dos situaciones diferentes se utilice la misma consideración.

Las leyes de semejanza sirven para conocer cómo funcionan las bombas en distintas condiciones. El objetivo que se pretende es determinar cuáles son las curvas de respuesta de una bomba cuando cambian condiciones como puede ser la variación del régimen de giro.

En dos puntos de funcionamiento semejantes, los números adimensionales deben ser iguales. Para comprobar que las medidas experimentales son correctas y que existe semejanza se ha comprobado la semejanza para cada tipo de rodete ensayado a diferentes velocidades de giro y que las siguientes fórmulas se cumplen. Estas vienen de simplificar el coeficiente de caudal y el coeficiente de presión al suprimir la variable D, la cual es constante.

H' y Q' son la altura y el caudal respectivamente para una velocidad de giro diferente ( $\omega'$ )

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\omega'}{\omega}$$

(1)

$$\frac{H'}{H} = \left( \frac{\omega'}{\omega} \right)^2$$

Para ello se ha utilizado la velocidad de 2800 rpm como referencia. Desde sus puntos experimentales y aplicando estas últimas fórmulas, se ha obtenido una curva teórica a 2600 rpm y otra a 3000 rpm para cada tamaño de rodete. Si los resultados experimentales a esas velocidades caen en las curvas que dibujan los puntos teóricos, indica que la bomba cumple las leyes de semejanza.

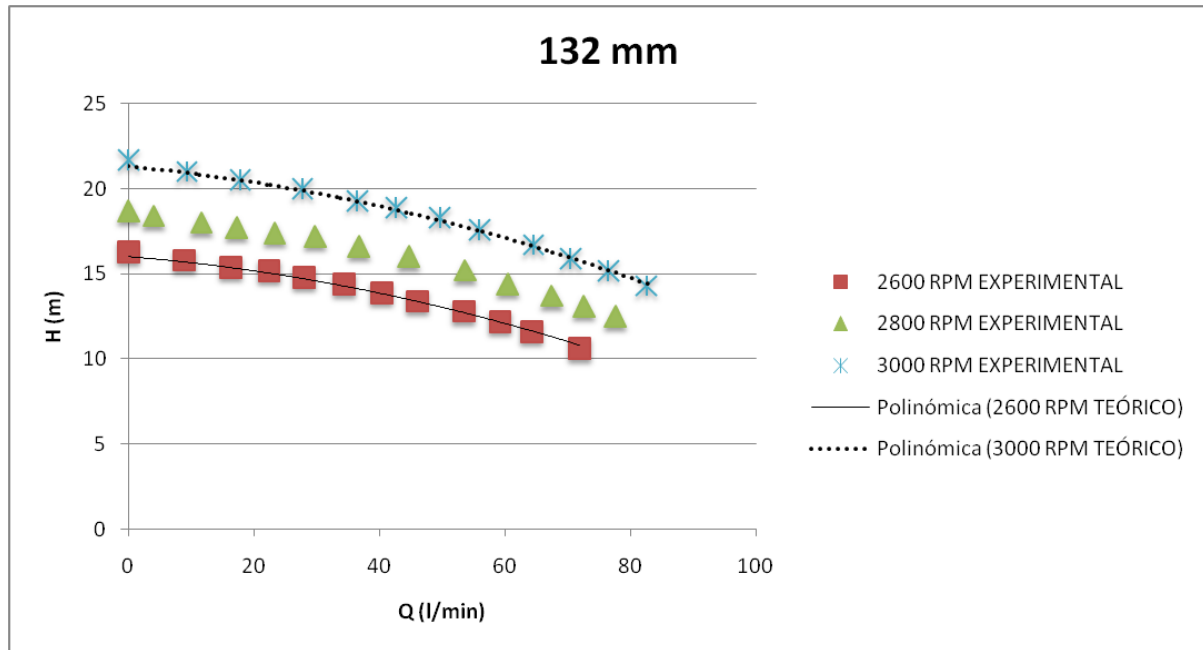


Gráfico 5. 132 mm semejanza

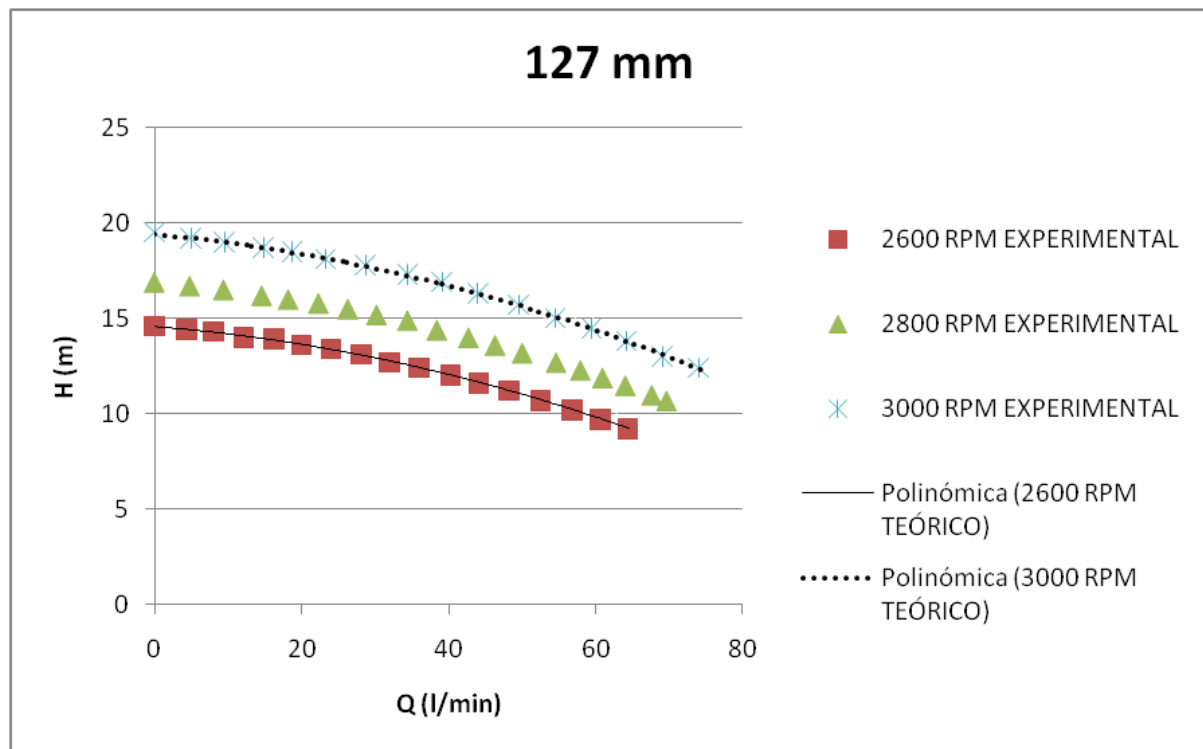


Gráfico 6. 127 mm semejanza

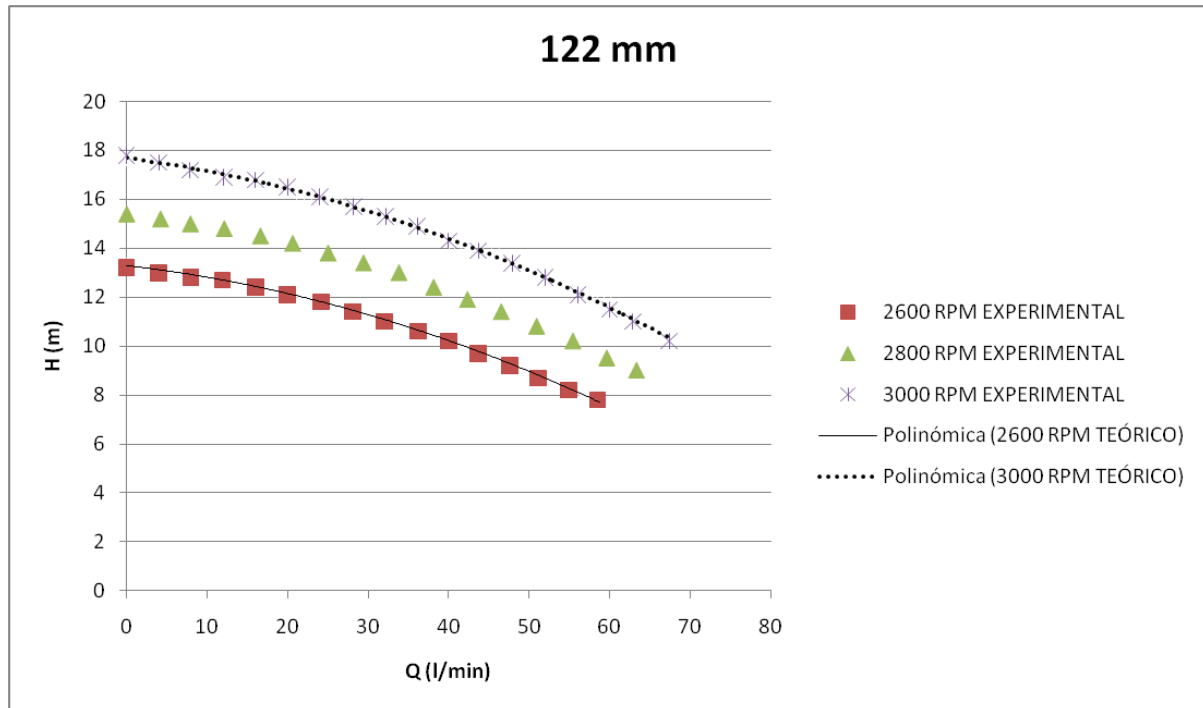


Gráfico 7. 122 mm semejanza

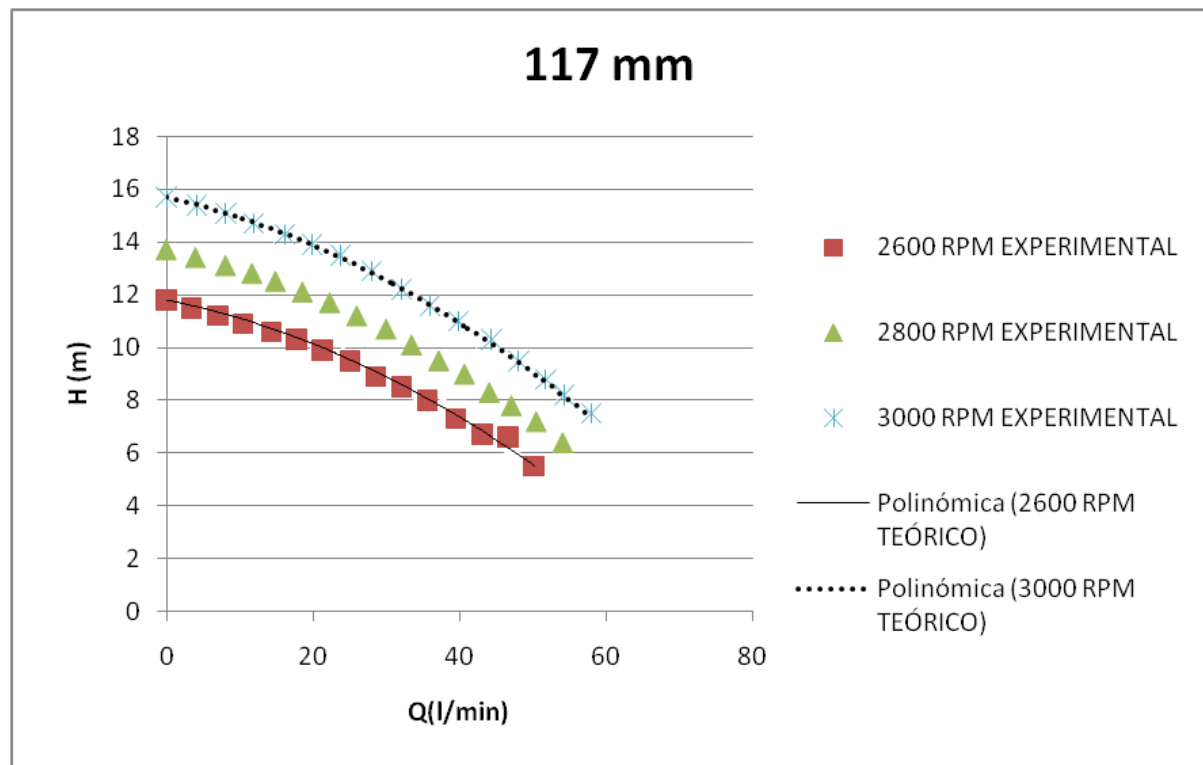


Gráfico 8. 117 mm semejanza

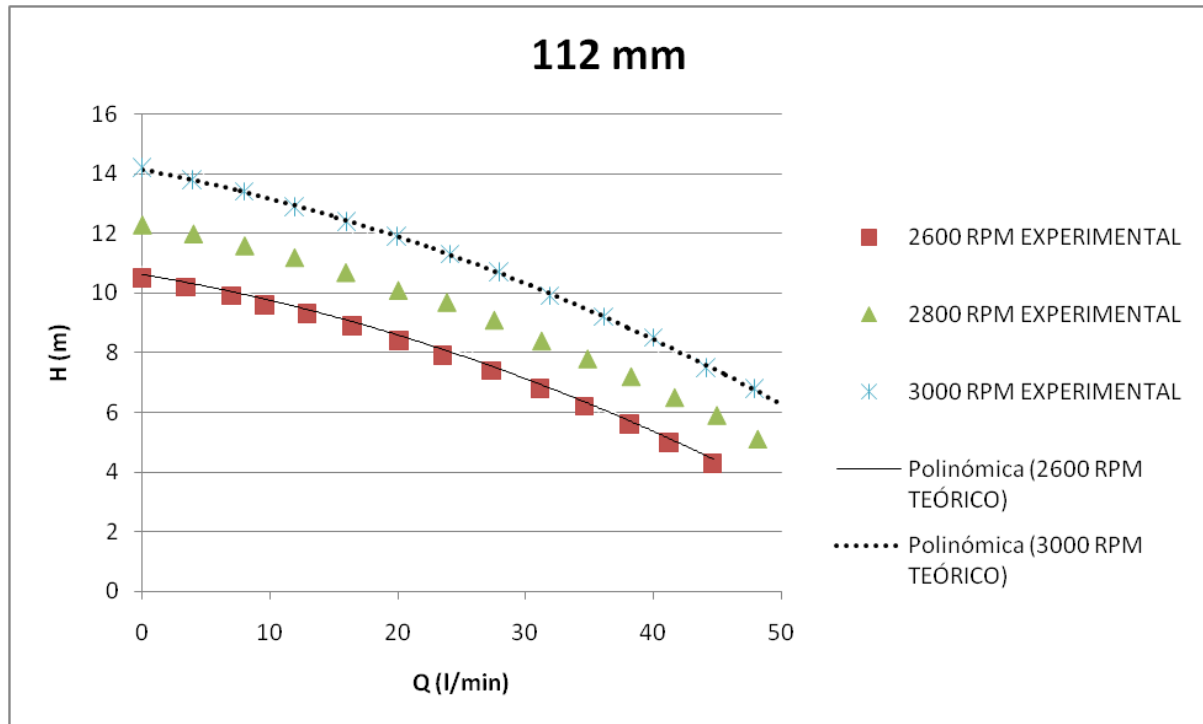


Gráfico 9. 112 mm semejanza

En las gráficas 5, 6, 7, 8 y 9 se muestran los resultados experimentales para los diferentes diámetros al variar el régimen de giro de la bomba. Además, usando los datos de 2800 rpm como la velocidad de referencia se han obtenido mediante el uso de las ecuaciones (1) las curvas teóricas de dicho rodete a otras dos velocidades (2600 rpm y 3000 rpm) y se han comparado con los resultados experimentales a esas velocidades. Los resultados que se tendrían que haber obtenido de forma teórica son prácticamente idénticos. Se puede apreciar que la variación de la velocidad de giro guarda proporcionalidad con el caudal y que la variación de giro es cuadrática respecto de la altura. De esta manera sabemos que las medidas son coherentes y se verifica que la bomba cumple las condiciones de semejanza.



## 6. ESTUDIO DE LAS RELACIONES DE TORNEADO

Para que se cumpla la semejanza se tiene que cumplir la proporcionalidad de dimensiones de los componentes. Al tornear el rodete estamos disminuyendo el diámetro de este sin cambiar el resto de las dimensiones del resto de componentes por lo que no se conserva la proporcionalidad geométrica total. Si se cumpliera semejanza:

$$\frac{H_t}{H} = \left(\frac{D_t}{D}\right)^2 \qquad \frac{Q_t}{Q} = \left(\frac{D_t}{D}\right)^3$$

En el artículo Pump Impeller trimming aspects de Venkataraman [10] hablan de las siguientes relaciones al tornear el rodete:

$$\frac{H_t}{H} = \left(\frac{D_t}{D}\right)^2 \qquad \frac{Q_t}{Q} = \left(\frac{D_t}{D}\right)$$

En este estudio se pretende obtener una expresión que relacione alturas y caudales antes y después de tornear con la correspondiente relación de diámetros.

En otras palabras, se ha buscado encontrar valores para las constantes k, n, z y m para las siguientes fórmulas:

$$\frac{H_t}{H} = k \left(\frac{D_t}{D}\right)^n \quad y \quad \frac{Q_t}{Q} = z \left(\frac{D_t}{D}\right)^m$$

k: coeficiente de proporcionalidad de la relación de alturas y diámetros.

n: exponente relación de alturas y diámetros.

z: coeficiente de proporcionalidad de relación de caudales y diámetros.

m: exponente relación de caudales y diámetros.

Primero se ha hallado la k y la n, para ello se utilizan las alturas de los puntos de caudal nulo, que son las alturas máximas obtenidas para los distintos diámetros de rodete. Se usan estos puntos porque son los únicos en los que la posición de la válvula de regulación es reproducible en ambos casos ( $Q = 0 \text{ L/min}$ ).

	2800 rpm	2600 rpm	3000 rpm
Diámetros (mm)	H(Q=0) (m)	H(Q=0) (m)	H(Q=0) (m)
132	18,7	16,3	21,7
127	16,9	14,6	19,5
122	15,4	13,2	17,2
117	13,7	11,8	15,7
112	12,3	10,5	14,2

Tabla17. H máxima para diferentes regímenes de giro

Estas son las diez posibles combinaciones en las que podemos hacer comparaciones:

Caso 1:  $\frac{D_t}{D} = \frac{127mm}{132mm}$

Caso 2:  $\frac{D_t}{D} = \frac{122mm}{132mm}$

Caso 3:  $\frac{D_t}{D} = \frac{117mm}{132mm}$

Caso 4:  $\frac{D_t}{D} = \frac{112mm}{132mm}$

Caso 5:  $\frac{D_t}{D} = \frac{122mm}{127mm}$

Caso 6:  $\frac{D_t}{D} = \frac{117mm}{127mm}$

Caso 7:  $\frac{D_t}{D} = \frac{112mm}{127mm}$

Caso 8:  $\frac{D_t}{D} = \frac{117mm}{122mm}$

Caso 9:  $\frac{D_t}{D} = \frac{112mm}{122mm}$

Caso 10:  $\frac{D_t}{D} = \frac{112mm}{117mm}$



CASO	D <sub>t</sub> /D	H <sub>t</sub> /H 2800 rpm	H <sub>t</sub> /H 2600 rpm	H <sub>t</sub> /H 3000 rpm
1	0,962	0,904	0,896	0,899
2	0,924	0,824	0,810	0,793
3	0,886	0,733	0,724	0,724
4	0,848	0,658	0,644	0,654
5	0,961	0,911	0,904	0,882
6	0,921	0,811	0,808	0,805
7	0,882	0,728	0,719	0,728
8	0,959	0,890	0,894	0,913
9	0,918	0,799	0,795	0,826
10	0,957	0,898	0,890	0,904

Tabla 17. Casos experimentales

En las gráficas 10, 11 y 12 se representa los puntos obtenidos de H<sub>t</sub>/H y D<sub>t</sub>/D, siendo H<sub>t</sub>/H el eje de ordenadas y D<sub>t</sub>/D el eje de abscisas. Se pretende aproximar la relación por una expresión del tipo:

$$\frac{H_t}{H} = k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n$$

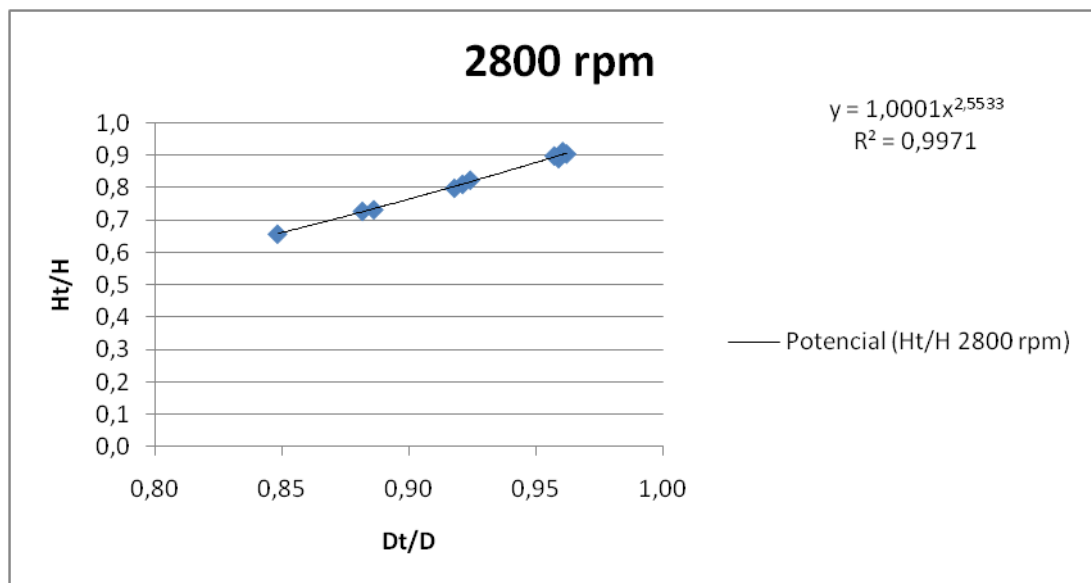


Gráfico 10. Curva potencial caudales nulos 2800rpm

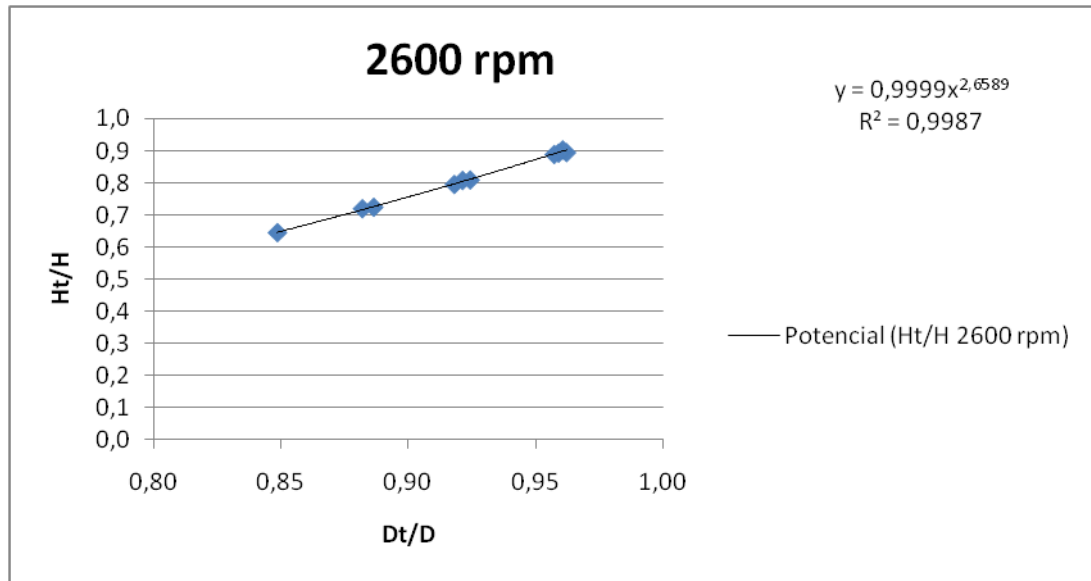


Gráfico 11. Curva potencial caudales nulos 2600rpm

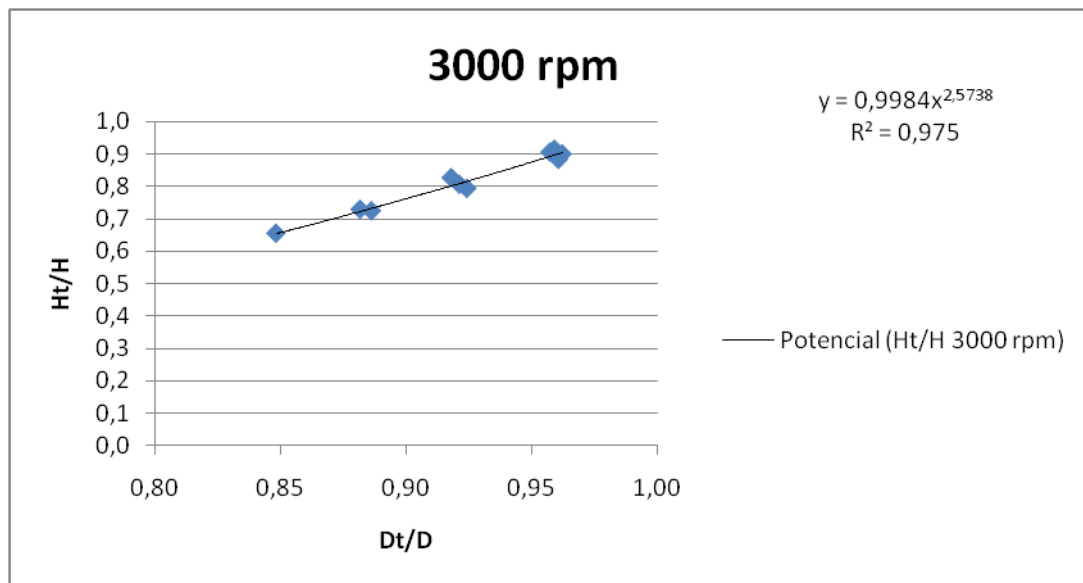


Gráfico 12. Curva potencial caudales nulos 3000rpm

Calculando la línea de tendencia de tipo potencial se halla que las incógnitas tienen estos valores:

	2800 rpm	2600 rpm	3000 rpm
k	1,0001	0,9999	0,9984
n	2,5533	2,6589	2,5738

*Tabla 18. Resumen k y n experimentales*

El valor de la constante k se puede aproximar a la unidad, corroborando lo que se ha encontrado en otras fuentes.

En cuanto a la constante n se ha obtenido un valor ligeramente superior a 2, que es lo comentan la mayoría de los autores, pero la desviación que se ha estimado no es excesivamente grande.

Viendo que los resultados son similares para las tres revoluciones, a partir de ahora se utilizarán los datos de la velocidad 2800 rpm que es la que el fabricante señala como ideal para el funcionamiento de la bomba. Por lo tanto, se utilizará el valor de  $k=1$  y  $n=2,5533$  para los siguientes cálculos

A continuación, se trata de obtener los parámetros que relacionan los caudales. Para ello, utilizando los valores anteriores de k y n, se obtendrán los puntos que se denominan homólogos y se relacionarán sus caudales.

## 6.1. Método 1: puntos homólogos

Para los 10 casos de relaciones de diámetros se buscan los puntos homólogos. Esto es que a cada punto de la curva de mayor diámetro se busca el punto que se obtendría de cambiar solamente el diámetro, manteniendo el resto de las variables (posición de válvulas, revoluciones, propiedades del líquido, etc).

Se conoce el valor de  $D_t/D$  y sabiendo que el valor de  $n$  es 2,5533 y el valor de  $k$  es 1, entonces se puede obtener la  $H$  que tendría el punto homólogo en la curva de menor diámetro ( $H_t$ ).

$$\frac{H_t}{H} = k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n$$

$$H_t = H k \left( \frac{D_t}{D} \right)^{2,5533}$$

Una vez encontrado el punto experimental con la  $H$  más cercana a la  $H_t$  obtenida sustituyendo, se tienen los caudales de ambos puntos y por lo tanto la relación de caudales:

$$\left( \frac{Q_t}{Q} \right)$$

Esto se hace en todos los puntos para cada uno de los diez casos de relaciones de diámetros y se descartan los puntos que tienen un error relativo grande. Finalmente, se aplican logaritmos:

$$\left( \frac{Q_t}{Q} \right) = z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m$$

$$\log \left( \frac{Q_t}{Q} \right) = \log \left[ z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m \right] = \log(z) + \log \left[ \left( \frac{D_t}{D} \right)^m \right] = \log(z) + m \log \left( \frac{D_t}{D} \right)$$

$$y = E + mx$$

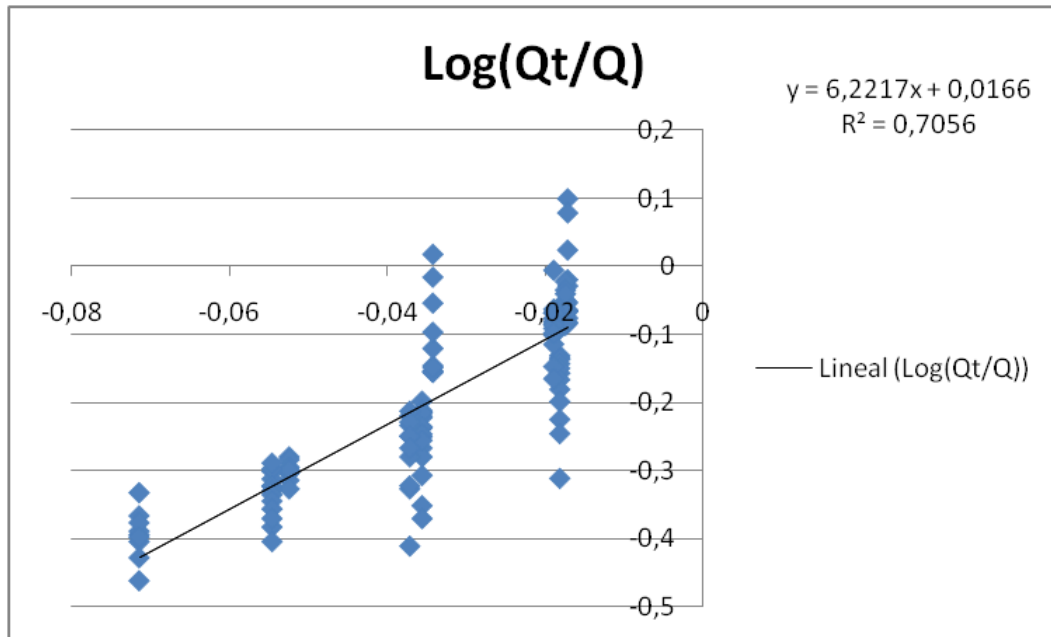


Gráfico 13. Puntos homólogos experimental

De esta manera si agregamos una línea de tendencia lineal se obtiene la  $m$ , que en este caso es de 6,22, siendo una  $m$  más elevada de lo que se ha encontrado en las fuentes consultadas.

Este método es bastante fiable, aunque laborioso ya que se basa en comparar todos los puntos posibles entre una curva y el resto. Además, se descartan los puntos que producen una dispersión mayor, para mejorar la precisión de la  $m$  obtenida.

Siendo la  $E$  el log  $z$ :

$$\log(z) = 0,0166 \quad \rightarrow \quad z = 10^{0,0166} = 1,038$$

Al no haber conformidad con el valor obtenido de la constante  $m$  se decide intentar otro camino que será buscar curvas de fabricantes en las cuales se han obtenido rodetes de menor tamaño mediante el torneado. Se busca comprobar si la  $m$  elevada obtenida de forma experimental se debe a algún defecto o fallo en el experimento o es que realmente la  $m$  obtenida en casos experimentales no se ajusta nada a la  $m$  propuesta en las fuentes de valor igual a 1.

Respecto a la  $z$  se verifica que es un valor muy cercano a 1 como ya se había obtenido en el anterior método.

## 6.2. Método 2: cálculo de coeficientes utilizando las ecuaciones de las curvas H-Q

Para tratar de abordar el problema desde otra perspectiva se ha intentado otra aproximación al problema de determinación de las variables que relacionan la altura el caudal y el diámetro. Para verificar que el valor de las constantes, se han calculado las curvas parabólicas (según dice la teoría) que deben aproximar los datos experimentales obtenidos. Las curvas experimentales de los cinco diámetros de rodete para una velocidad de 2800 rpm se muestran a continuación.

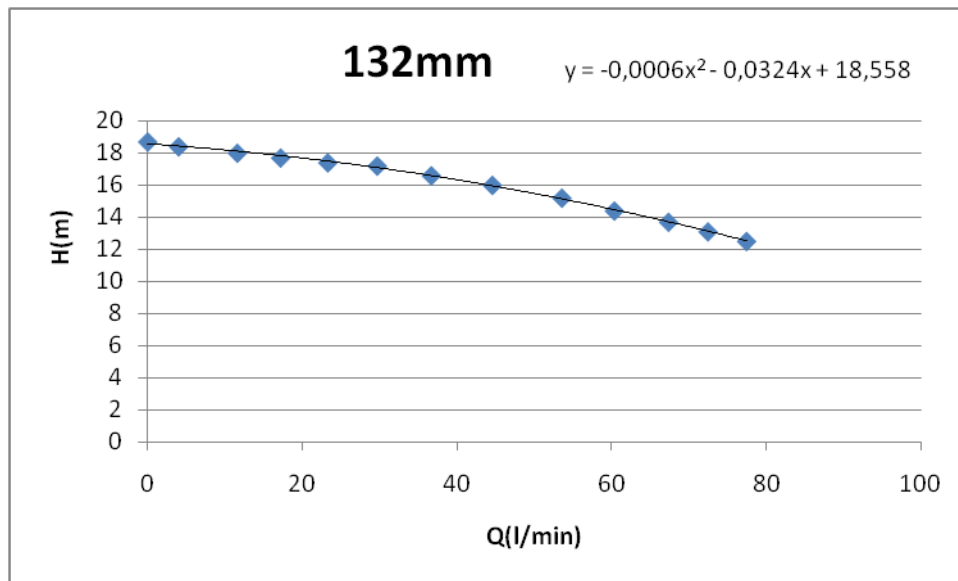


Gráfico 14. Ecuación experimental 132mm

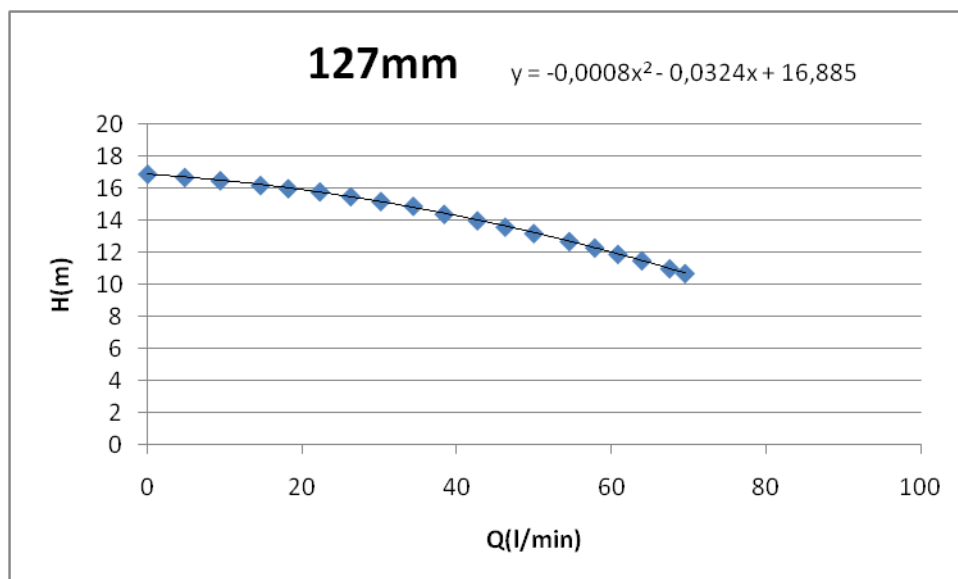


Gráfico 15. Ecuación experimental 127mm

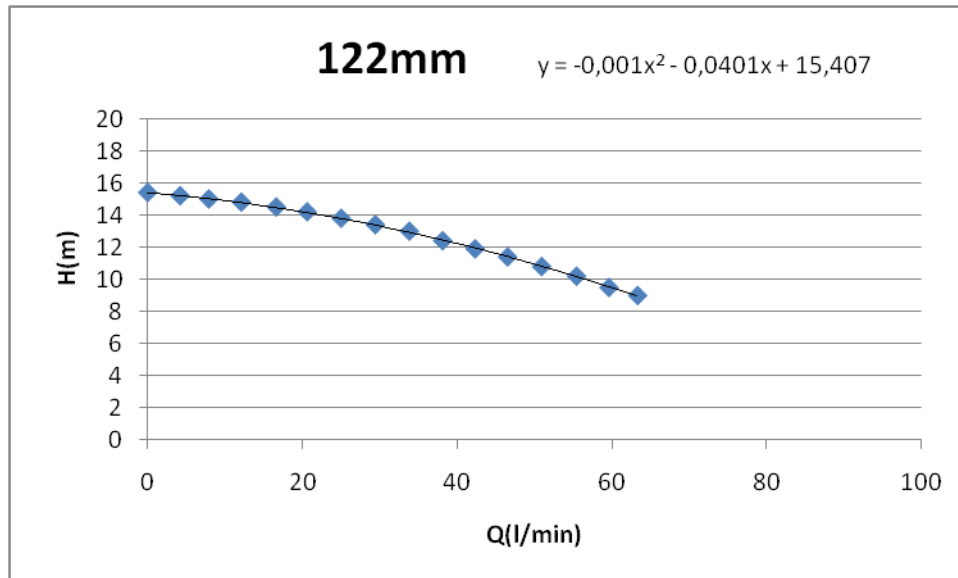


Gráfico 16. Ecuación experimental 122mm

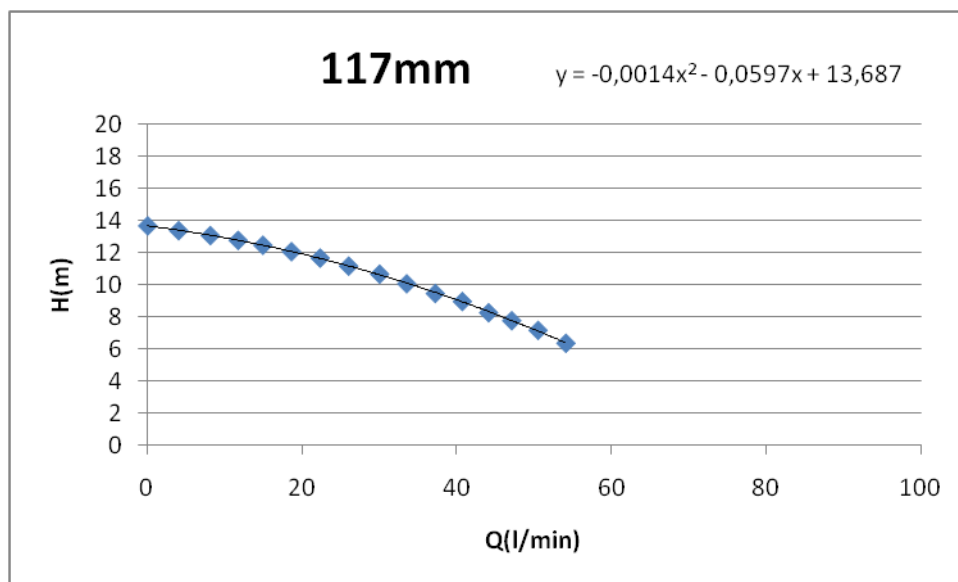


Gráfico 17. Ecuación experimental 117mm

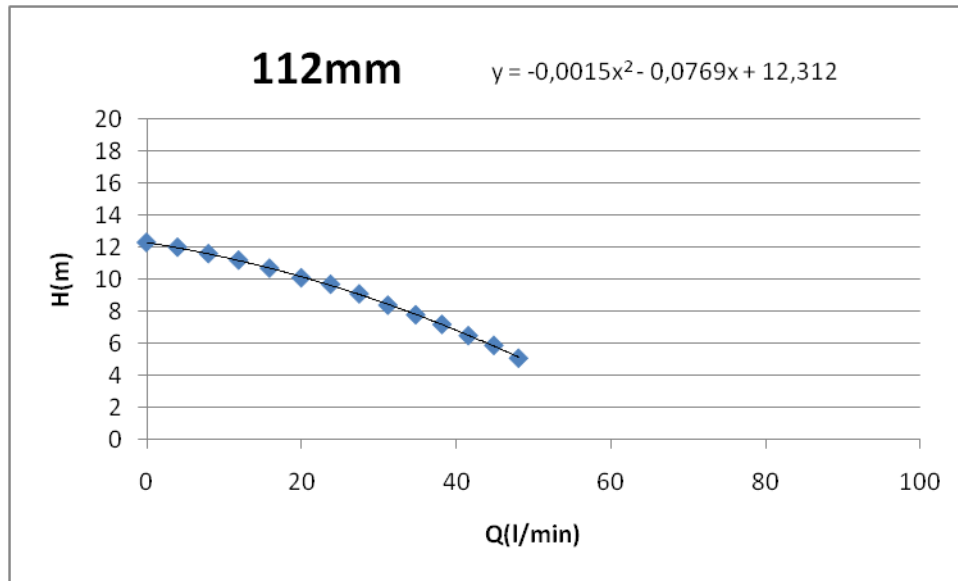


Gráfico 18. Ecuación experimental 112mm

La ecuación que mejor describe la relación entre la altura  $H$  y el caudal  $Q$  en una bomba centrífuga es esta parábola:

$$H(Q) = -A Q^2 + BQ + C \quad (2)$$

Tabla resumen de los valores  $A$ ,  $B$  y  $C$  obtenidos para los cinco diámetros:

D(mm)	A	B	C
132	0,0006	0,0324	18,558
127	0,0008	0,0324	16,885
122	0,001	0,0401	15,407
117	0,0014	0,0597	13,682
112	0,0015	0,0769	12,312

Tabla 19. Valores ecuaciones experimentales

Las fórmulas que hemos aplicado para relacionar la altura y el caudal con el diámetro son:

$$\frac{H_t}{H} = k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n \quad \frac{Q_t}{Q} = z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m$$



Sustituyendo estas expresiones en las curvas H-Q se obtendría lo siguiente:

$$H = \frac{H_t}{k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n}$$

$$Q = \frac{Q_t}{z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m}$$

Sustituimos la H y la Q en la ecuación (2) obteniendo:

$$\frac{H_t}{k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n} = -A \left( \frac{Q_t}{z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m} \right)^2 + B \left( \frac{Q_t}{z \left( \frac{D_t}{D} \right)^m} \right) + C$$

$$H_t = -A \left( \frac{k}{z^2} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-2m} Q_t^2 + B \left( \frac{k}{z} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-m} Q_t + C k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n$$

$$H_t = -A_t Q_t^2 + B_t Q_t + C_t$$

Quedando los coeficientes relacionados de la siguiente manera:

$$A_t = A \left( \frac{k}{z^2} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-2m} \quad \rightarrow \quad \frac{A_t}{A} = \left( \frac{k}{z^2} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-2m}$$

$$B_t = B \left( \frac{k}{z} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-m} \quad \rightarrow \quad \frac{B_t}{B} = \left( \frac{k}{z} \right) \left( \frac{D_t}{D} \right)^{n-m}$$

$$C_t = C k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n \quad \rightarrow \quad \frac{C_t}{C} = k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n$$

De esta última expresión, usando los valores de la tabla 19, se pueden obtener los valores k y n de la gráfica 19 con  $D_t/D$  en el eje de abscisas y  $C_t/C$  en el eje de ordenadas.

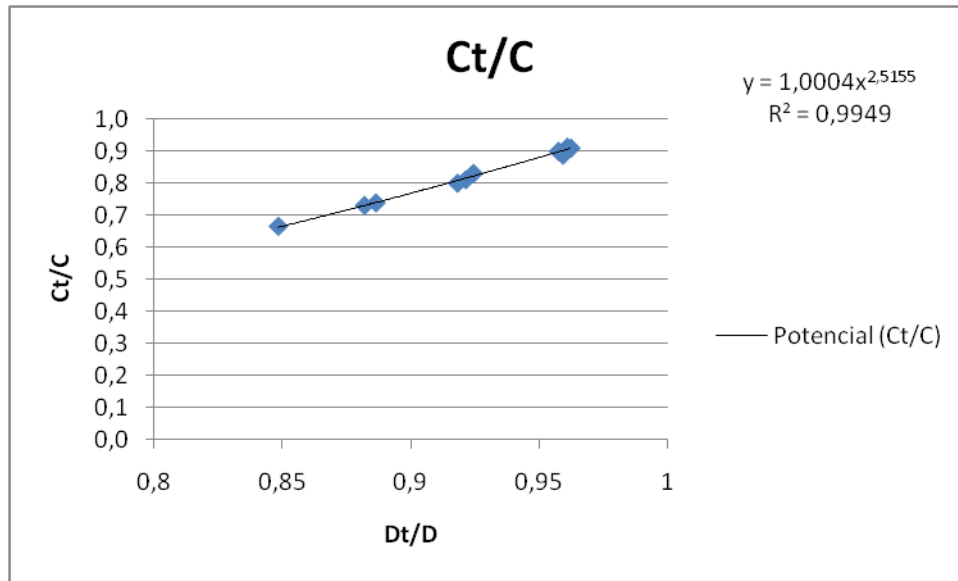


Gráfico 19. Ct/C experimental

La gráfica 19 ratifica lo que habíamos obtenido con los datos de  $Q = 0$  L/min para los distintos diámetros. La  $n$  obtenida de esta forma es 2,52 y de la anterior 2,55 y de nuevo obtenemos que la  $k$  se puede aproximar a 1.

Ya habiendo obtenido  $n$  de  $C_t/C$  se puede sacar la  $m$  operando con los exponentes de las gráficas  $A_t/A$  y  $B_t/B$ . La  $m$  que obtenemos por cada uno de los dos exponentes debe ser la misma.

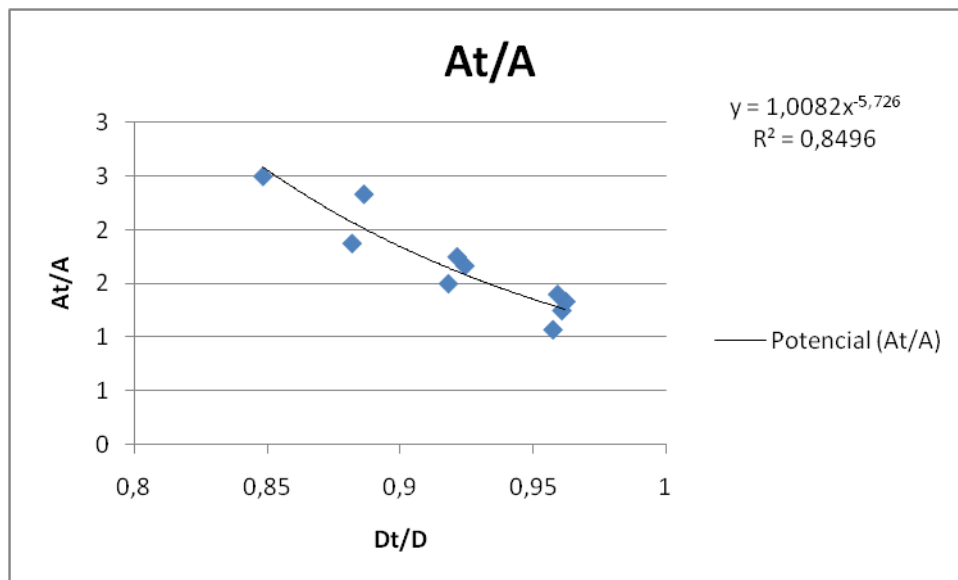


Gráfico 20. At/A experimental

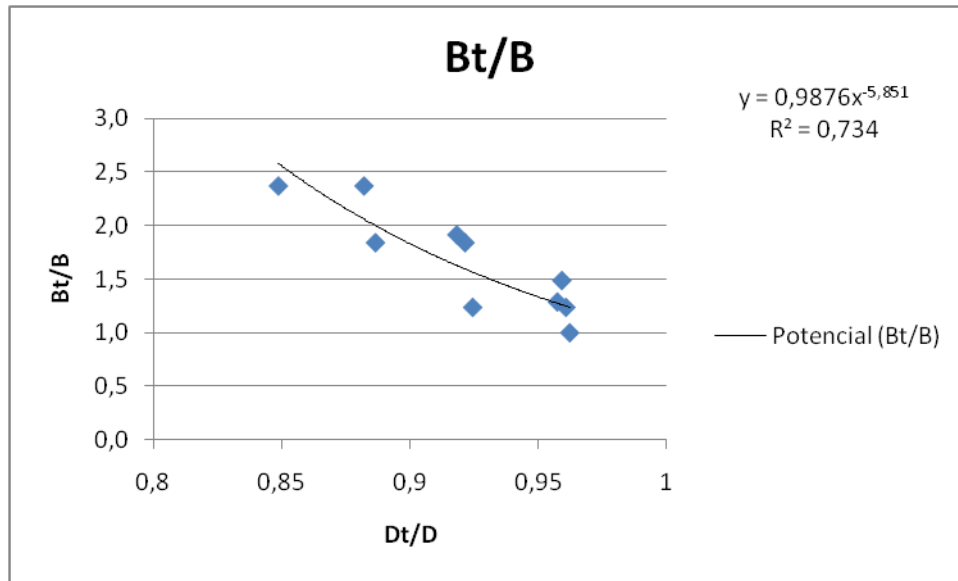


Gráfico 21. Bt/B experimental

Representando  $A_t/A$  y  $B_t/B$  se puede obtener el valor de  $z$  y  $m$ .

De la gráfica 20 obtenemos:

$$n-2m = -5,726 \quad \text{y} \quad \frac{k}{z^2} = 1,0082$$

De esta manera tendríamos una  $z = 1,004$ .

Operando se puede hallar la  $m$ :

$$n-2m = -5,726 \rightarrow n = 2,5155 \rightarrow m = \frac{2,5155 + 5,726}{2} = 4,12$$

De la gráfica 21 obtenemos:

$$n-m = -5,851 \quad \text{y} \quad \frac{k}{z^2} = 0,9876$$

En este caso obtenemos  $z = 1,0126$

$$n-m = -5,851 \rightarrow n = 2,5155 \rightarrow m = 2,5155 + 5,851 = 8,37$$

De estos datos podemos estimar que la  $z$  también es muy próxima a 1. Sin embargo, para el exponente  $m$  se obtienen dos valores diferentes por lo que no resulta concluyente.

A continuación, se va a repetir el proceso para las velocidades de 2600 rpm y 3000 rpm.

**2600 rpm:**

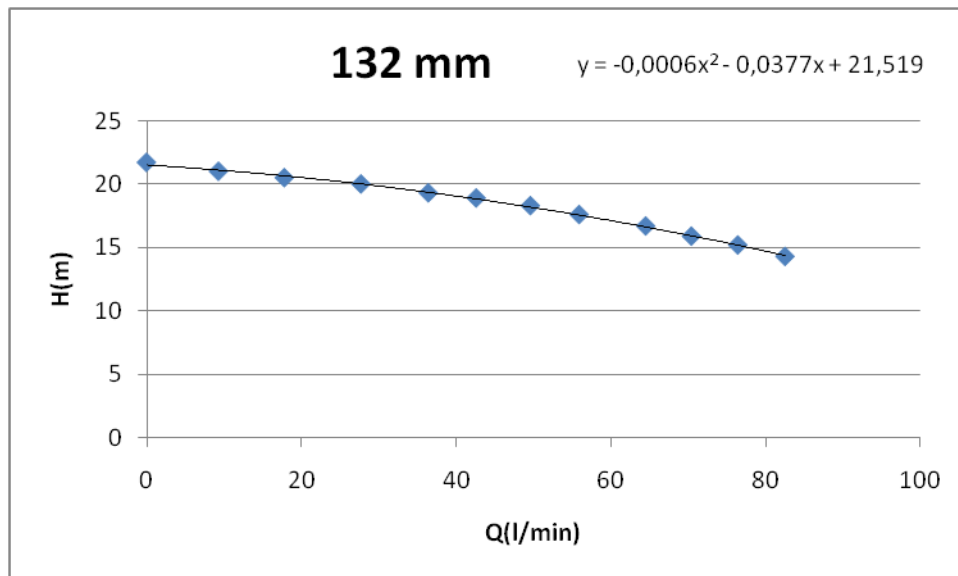


Gráfico 22. Ecuación experimental 132 mm, 2600 rpm

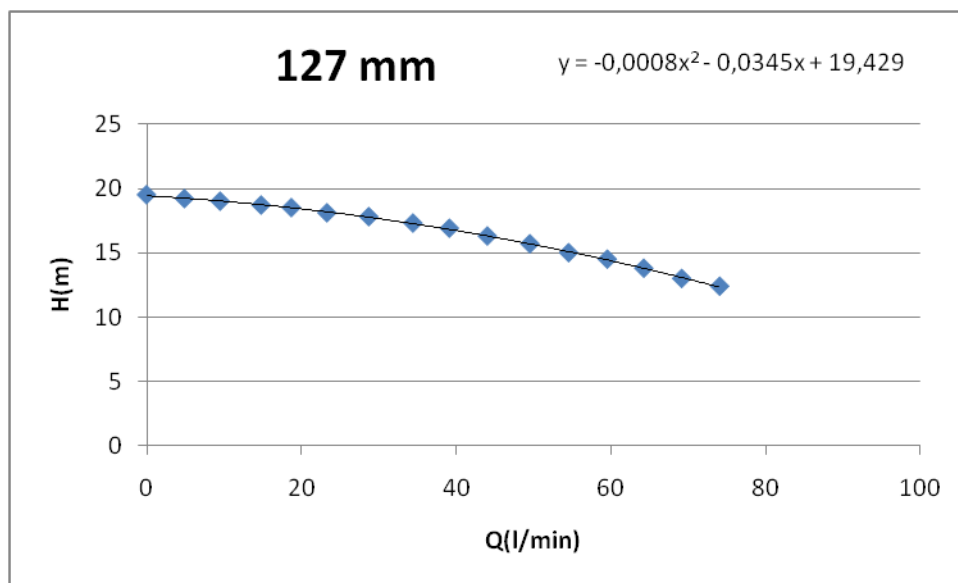


Gráfico 23. Ecuación experimental 127 mm, 2600 rpm

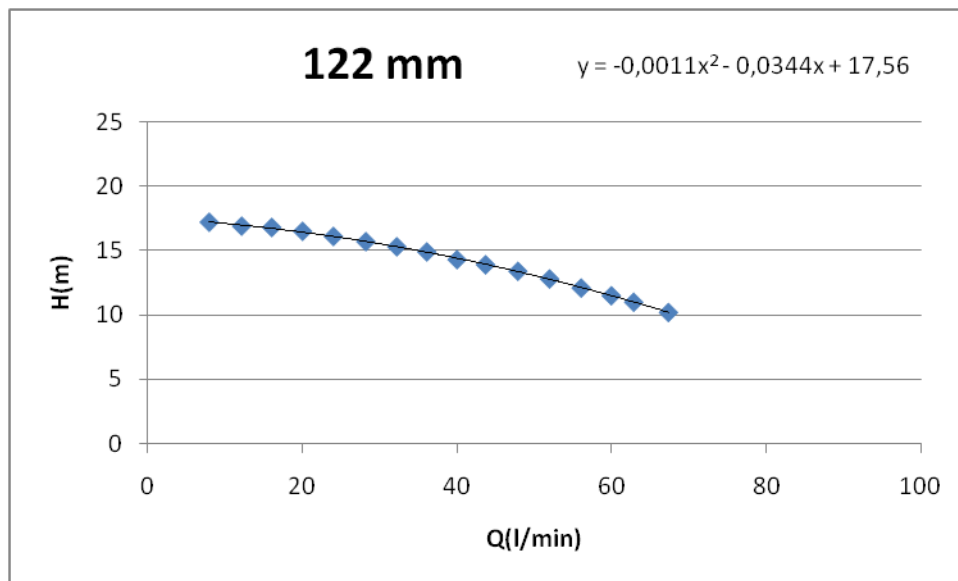


Gráfico 24. Ecuación experimental 122 mm, 2600 rpm

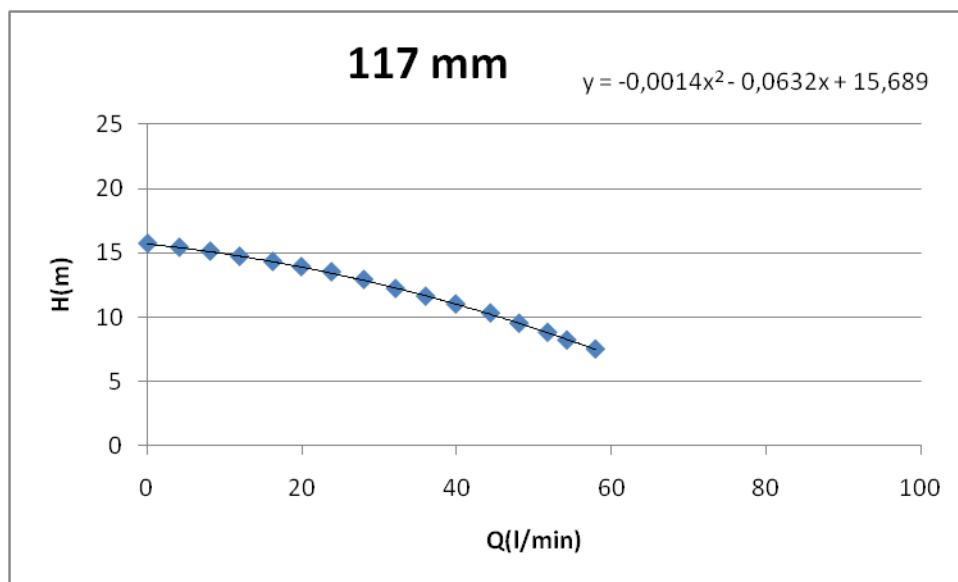


Gráfico 25. Ecuación experimental 117 mm, 2600 rpm

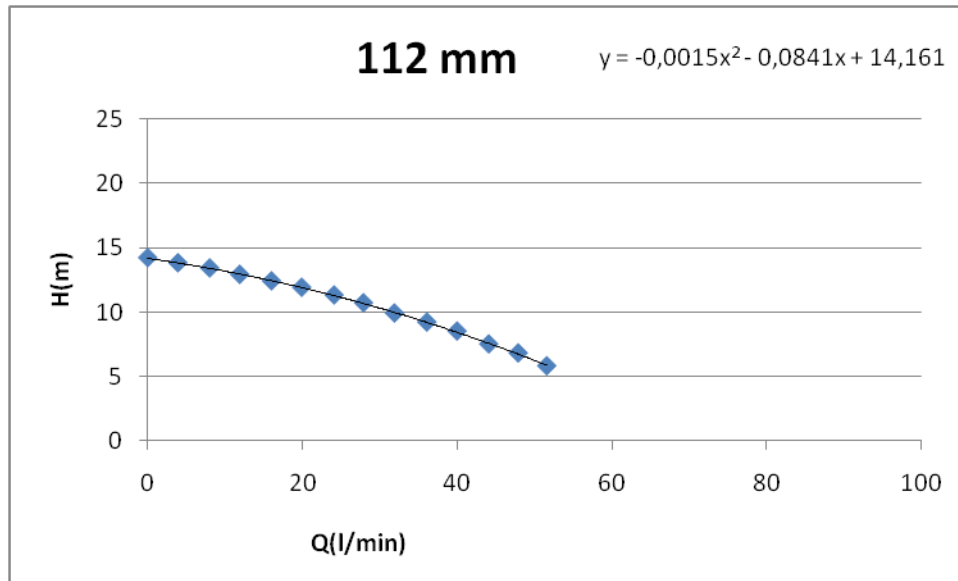


Gráfico 26. Ecuación experimental 112 mm, 2600 rpm

Tabla resumen de los valores A, B y C obtenidos para los cinco diámetros a 2600 rpm:

D(mm)	A	B	C
132	0,0006	0,0315	16,196
127	0,0008	0,0314	14,576
122	0,001	0,0359	13,2
117	0,0011	0,0649	11,756
112	0,0014	0,0746	10,483

Tabla 20. Valores ecuaciones experimentales, 2600 rpm

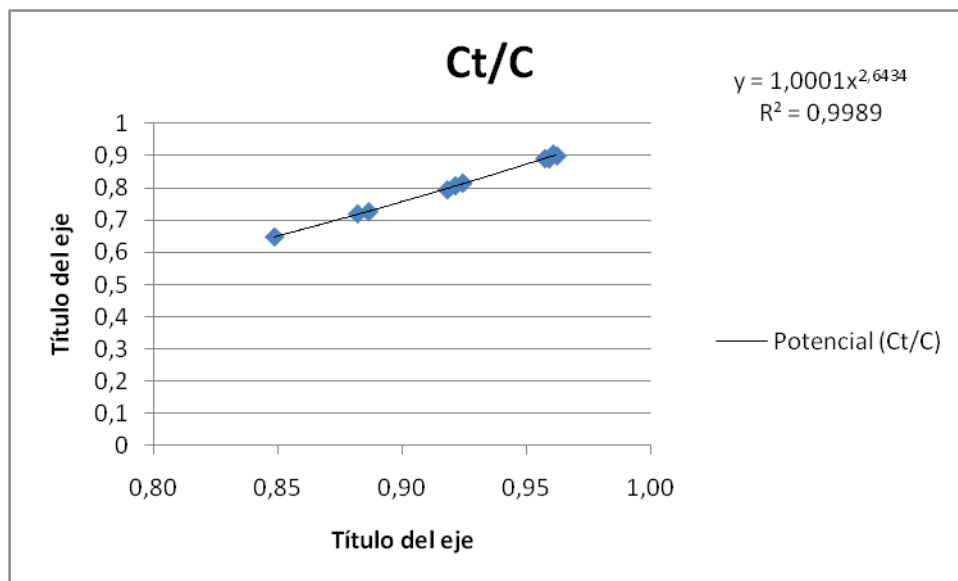


Gráfico 27. Ct/C experimental, 2600 rpm

De la gráfica 27 obtenemos una  $n = 2,64$ , muy cercano al 2,66 que nos arroja el método de solo utilizar los puntos de caudal nulo.

Además, esta gráfica nos arroja un valor de  $k = 1,0001$ .

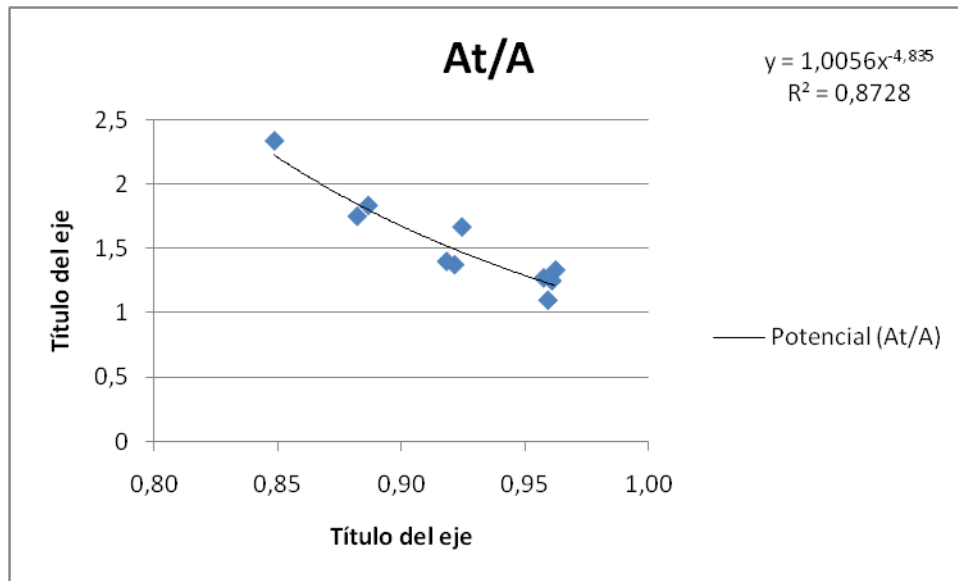


Gráfico 28. At/A experimental, 2600 rpm

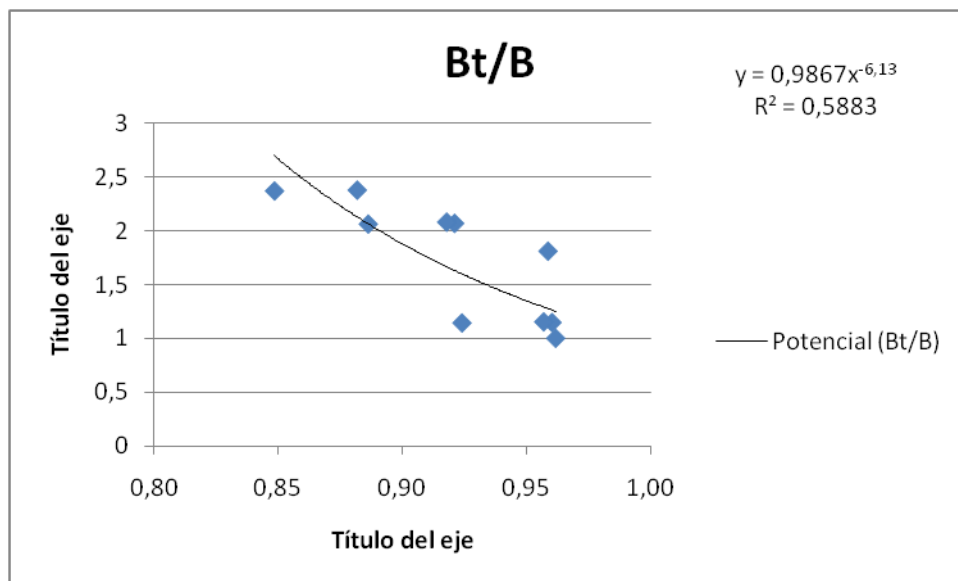


Gráfico 29. Bt/B experimental, 2600 rpm

Representando  $A_t/A$  y  $B_t/B$  se puede obtener el valor de  $z$  y  $m$ .

De la gráfica 28 obtenemos:

$$n-2m = -4,835 \quad \text{y} \quad \frac{k}{z^2} = 1,0056$$

De esta manera tendríamos una  $z = 1,0027$ .

Operando se puede se puede hallar la m:

$$n-2m = -5,726 \rightarrow n = 2,6434 \rightarrow m = 3,739$$

De la gráfica 29 obtenemos:

$$n-m = -6,13 \quad \text{y} \quad \frac{k}{z^2} = 0,9933$$

En este caso obtenemos  $z = 1,0126$

$$n-m = -5,851 \rightarrow n = 2,6434 \rightarrow m = 8,7734$$

En cuanto a la constante z, al igual que la constante k, se estima de que su valor es cercano a la unidad. Sin embargo, para el exponente m se obtienen dos valores diferentes por lo que no resulta concluyente.



**3000 rpm:**

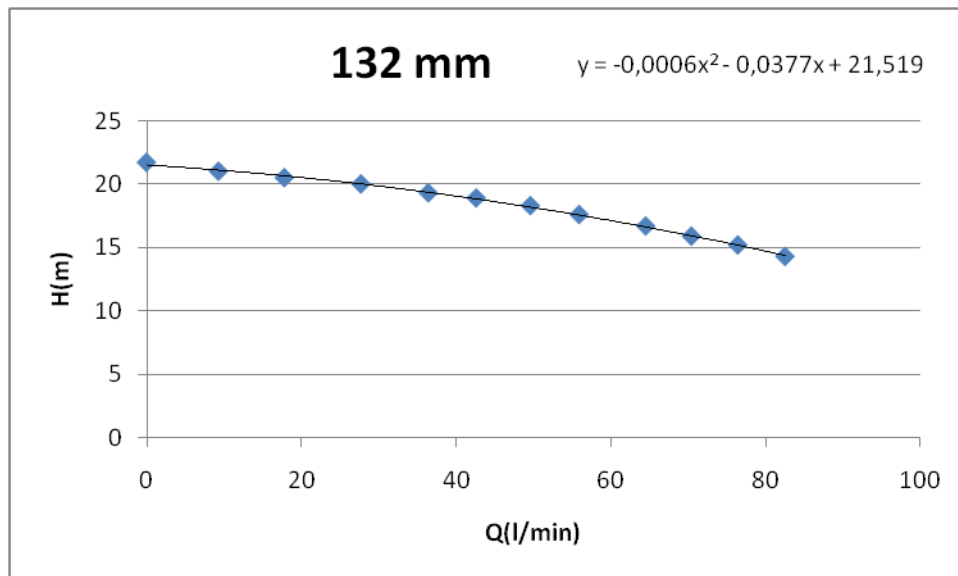


Gráfico 30. Ecuación experimental 132 mm, 3000 rpm

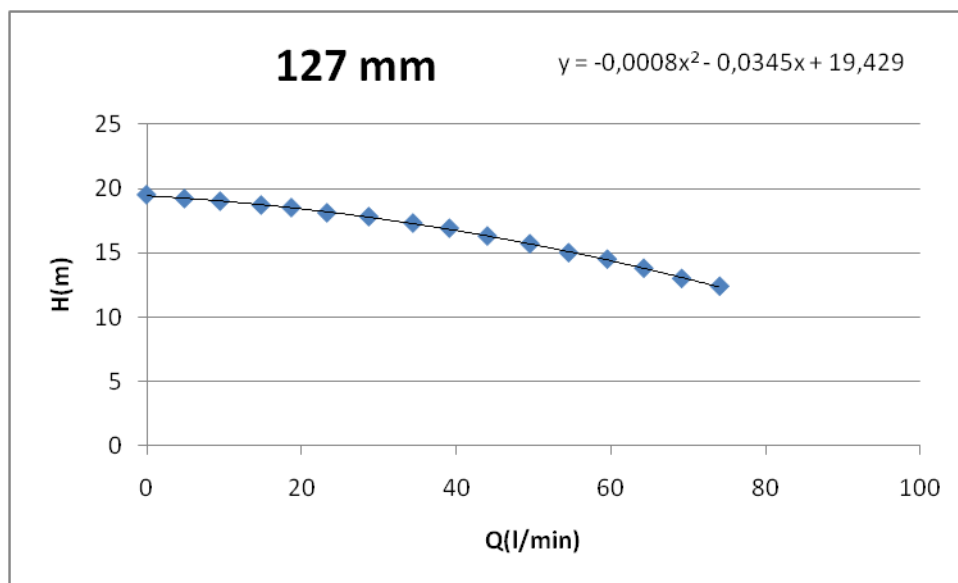


Gráfico 31. Ecuación experimental 127 mm, 3000 rpm

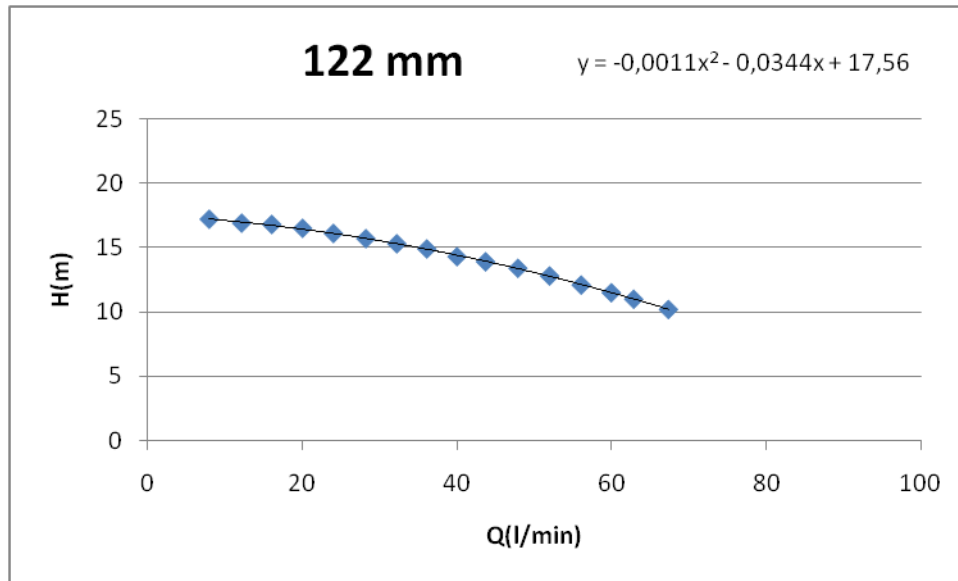


Gráfico 32. Ecuación experimental 122 mm, 3000 rpm

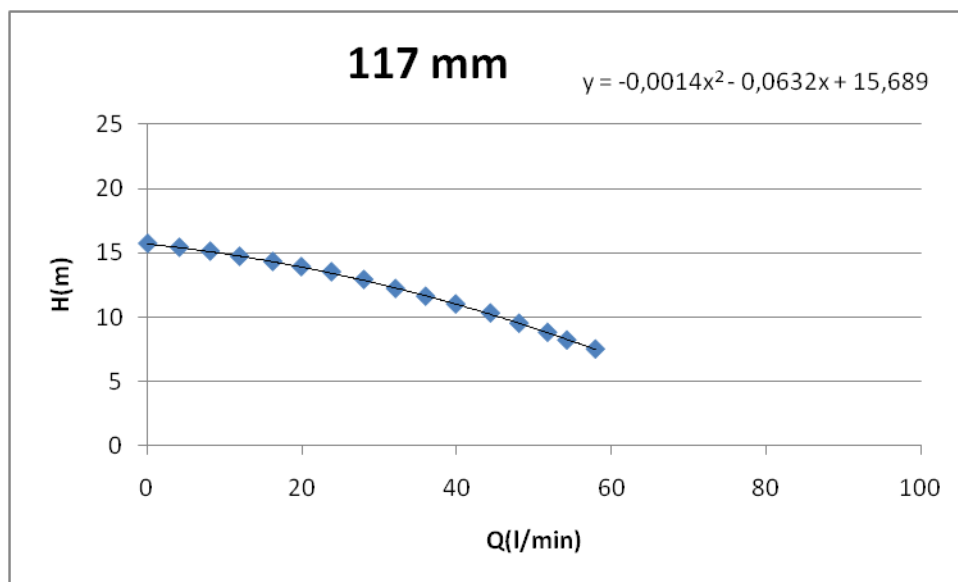


Gráfico 33. Ecuación experimental 117 mm, 3000 rpm

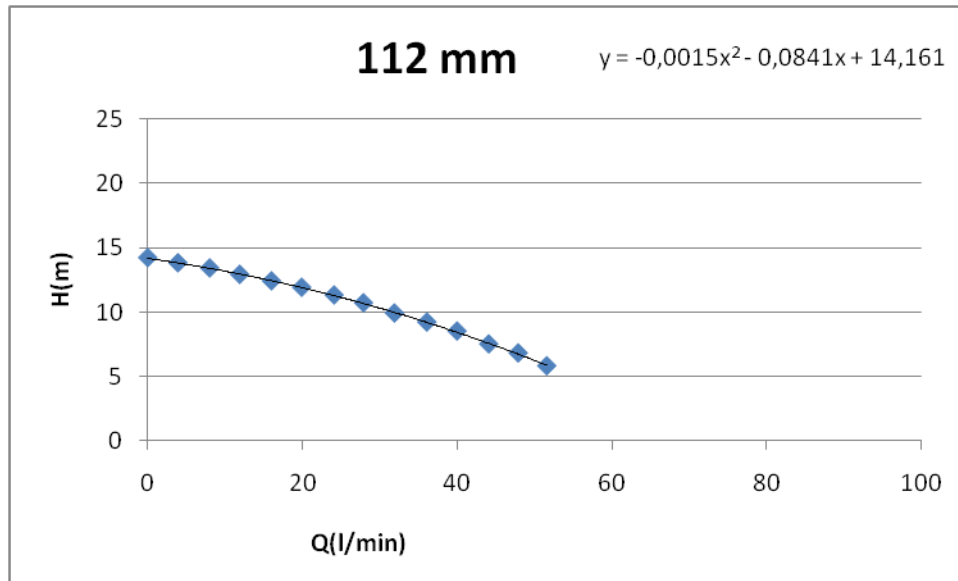


Gráfico 34. Ecuación experimental 112 mm, 3000 rpm

Tabla resumen de los valores A, B y C obtenidos para los cinco diámetros a 3000 rpm:

D(mm)	A	B	C
132	0,0006	0,0377	21,519
127	0,0008	0,0345	19,429
122	0,0011	0,0344	17,560
117	0,0014	0,0632	15,689
112	0,0015	0,0841	14,161

Tabla 21. Valores ecuaciones experimentales, 3000 rpm

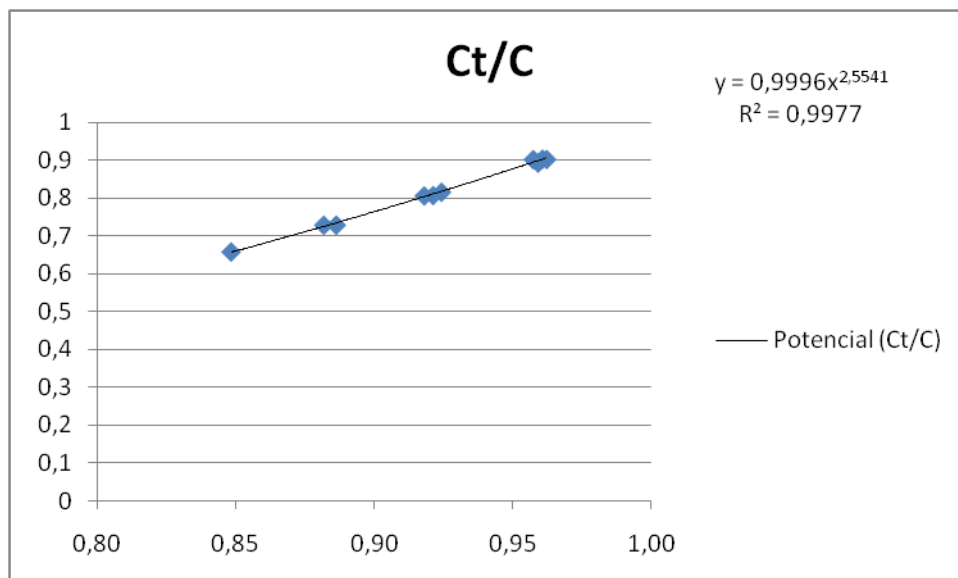


Gráfico 35. Ct/C experimental 3000 rpm

De la gráfica 35 obtenemos una  $n=2,55$ , de nuevo muy cercana al resultado obtenido usando las alturas para caudales nulos experimentales, el cual fue de 2,57.

Además, se llega a una  $k=0,9996$ , ratificando que esta constante siempre está cerca del valor unitario.

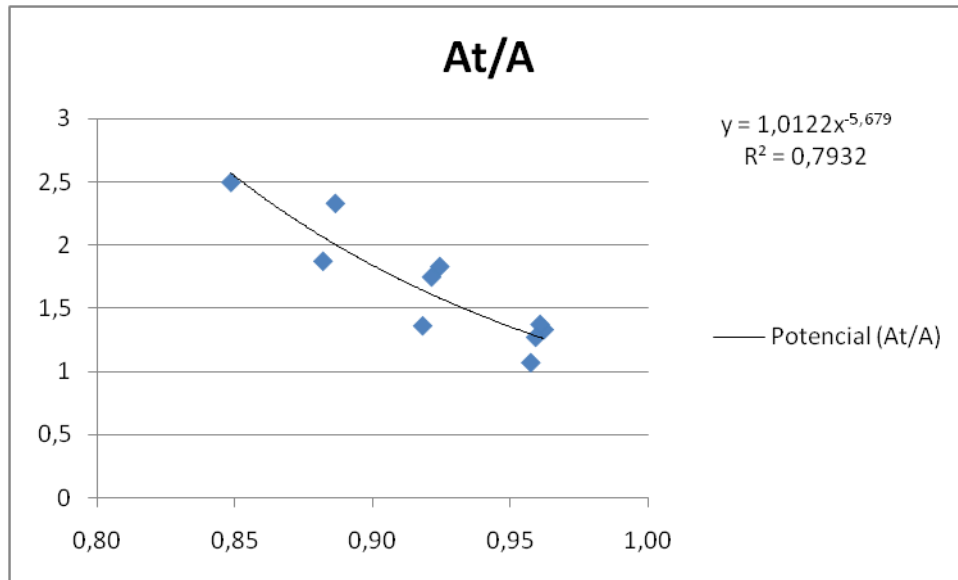


Gráfico 36.  $A_t/A$  experimental, 3000 rpm

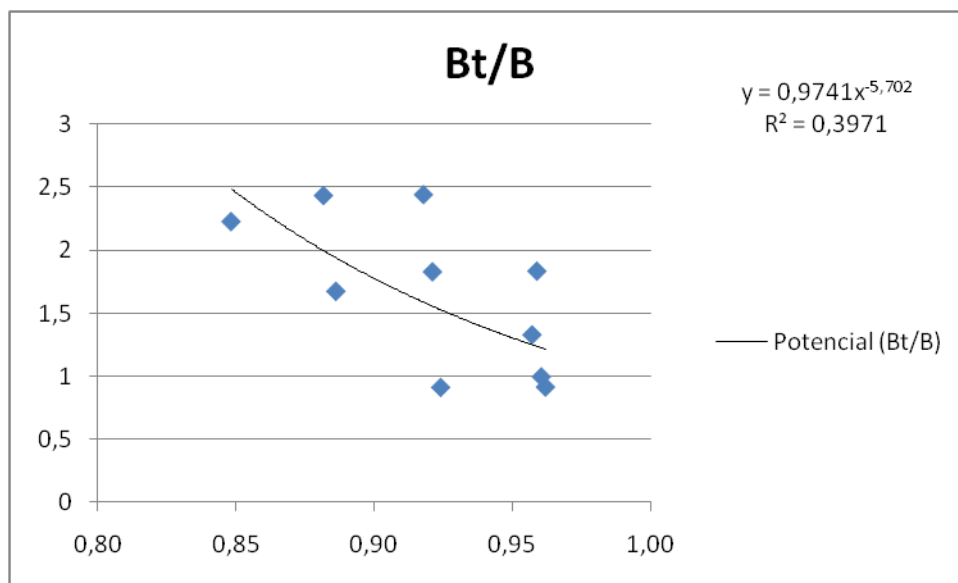


Gráfico 37.  $B_t/B$  experimental, 3000 rpm

Representando  $A_t/A$  y  $B_t/B$  se puede obtener el valor de  $z$  y  $m$ .

De la gráfica 36 obtenemos:

$$n-2m = -5,679 \quad \text{y} \quad \frac{k}{z^2} = 1,0122$$

De esta manera tendríamos una  $z = 1,0063$ .

Operando se puede se puede hallar la m:

$$n-2m = -5,679 \rightarrow n=2,5541 \rightarrow m=4,116$$

De la gráfica 37 obtenemos:

$$n-m = -5,702 \quad y \quad \frac{k}{z^2} = 0,9741$$

En este caso obtenemos  $z=0,987$

$$n-m = -5,702 \rightarrow n = 2,5541 \rightarrow m = 8,256$$

En cuanto a la constante z, al igual que la constante k, reuniendo los resultados para las diferentes revoluciones se llega a la conclusión de que su valor es cercano a la unidad. Sin embargo, para el exponente m se obtienen dos valores diferentes por lo que no resulta concluyente al igual que para las revoluciones anteriores.



## 7. CURVAS DE FABRICANTES

Para contrastar los resultados obtenidos en el laboratorio hemos utilizado dos bombas de la empresa Bell & Gossett y dos de Goulds Water Technology. Según dicen los catálogos de los fabricantes, los rodetes de menor diámetro se han obtenido mediante torneado del rodete. Además, se puede comprobar que la curva que ofrecen de NPSHr, que informa sobre el comportamiento de la bomba frente a la cavitación, es única para los tres rodetes, lo que indica que el diámetro de entrada del rodete no ha variado, por lo que el rodete menor, no se ha obtenido mediante un escalado completo del mayor.

### 7.1. PRIMER EJEMPLO

Series e-60

STOCK PUMP 1750 RPM

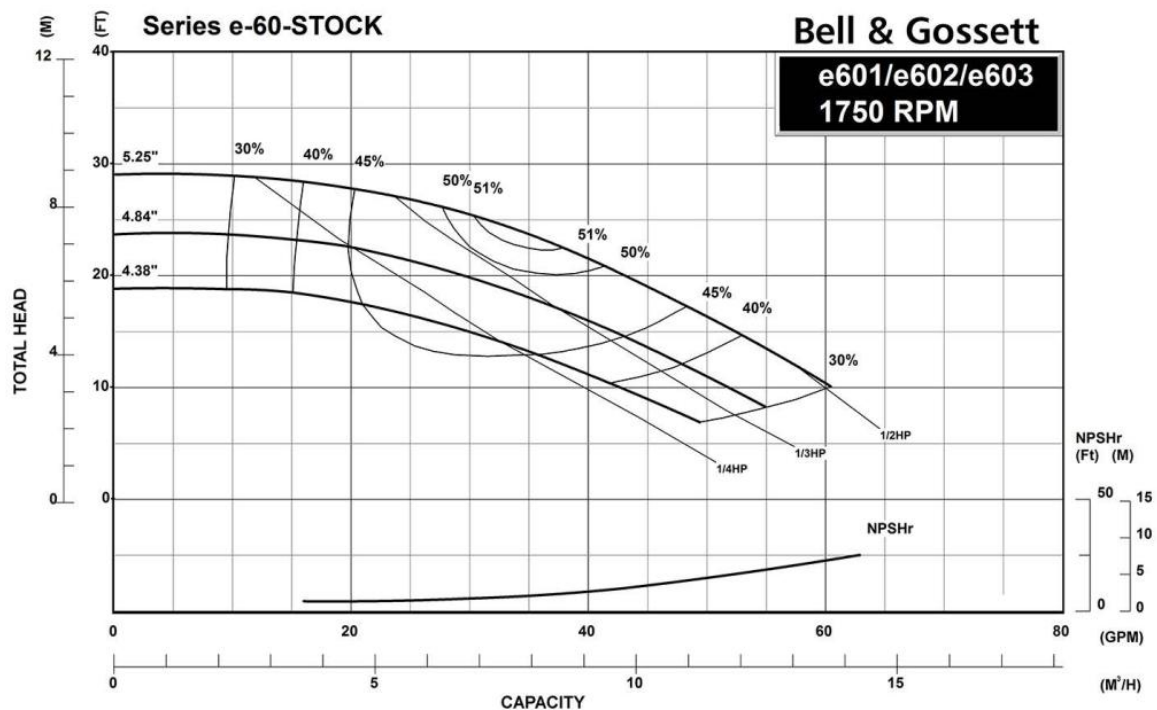


Ilustración 16. Curvas de fabricantes, ejemplo 1

Para poder aplicar los métodos anteriormente expuestos se han obtenido las diferentes parábolas que representan las curvas H-Q.

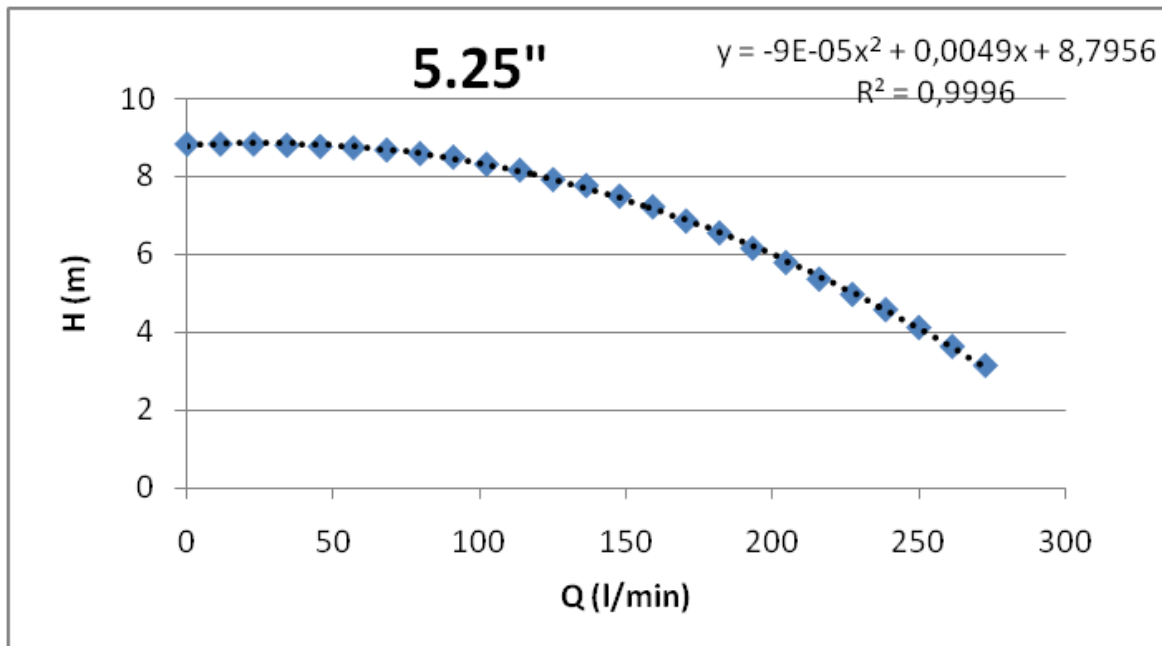


Gráfico 38. Curva 1, ejemplo 1

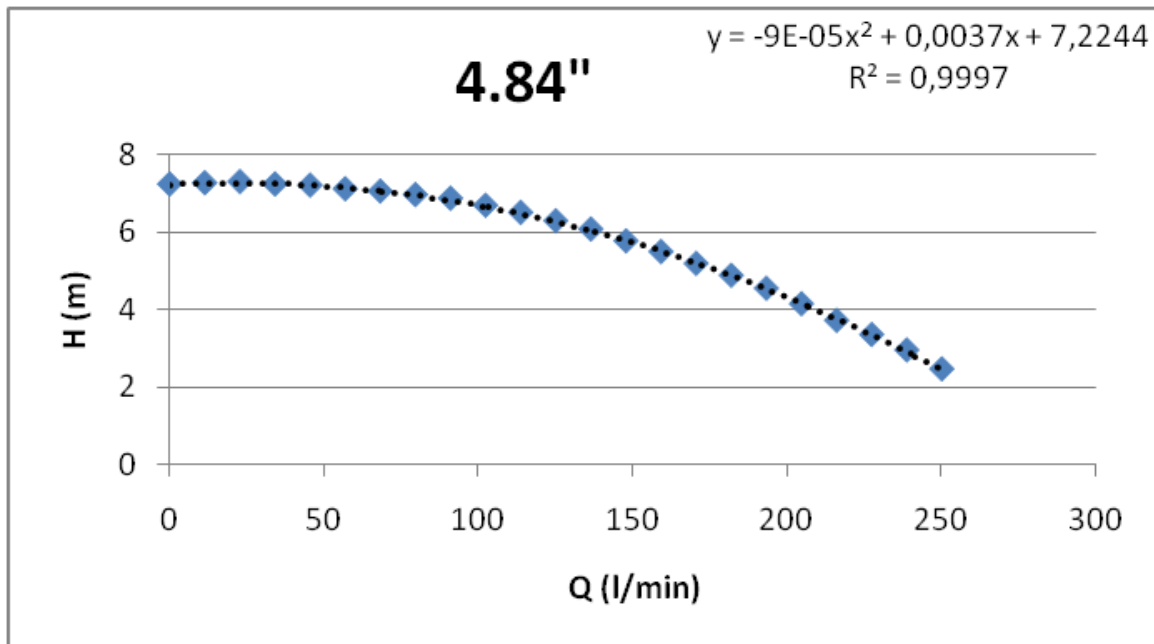


Gráfico 39. Curva 2, ejemplo 1



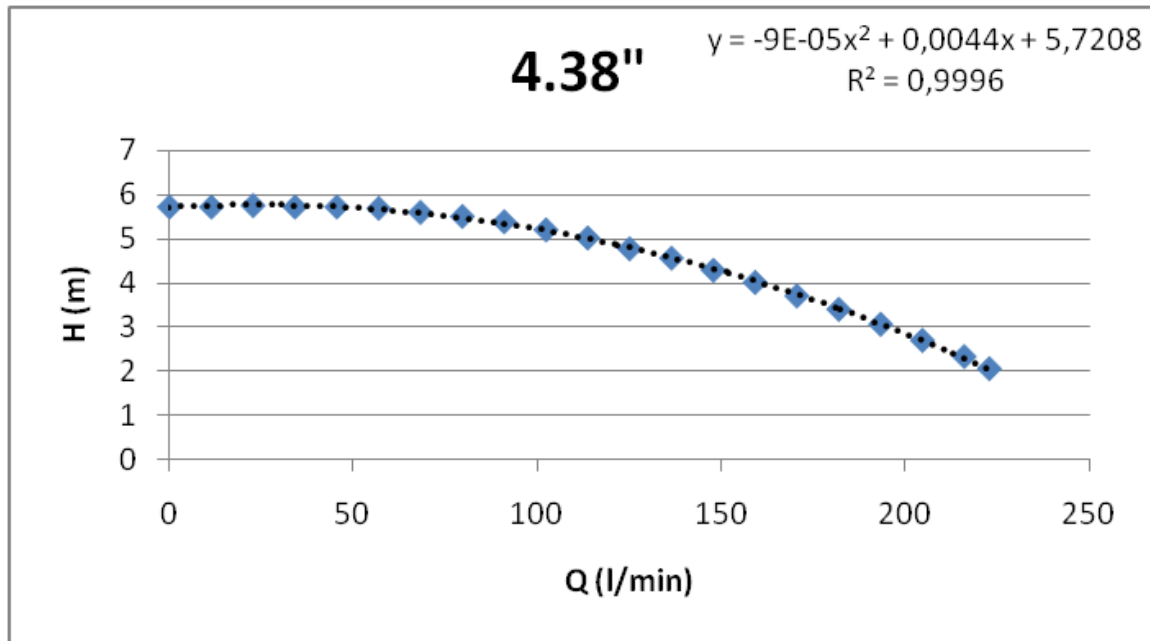


Gráfico 40. Curva 3, ejemplo 1

D	A	B	C
5.25"	-0,00009	0,0049	8,7956
4.84"	-0,00009	0,0037	7,2244
4.38"	-0,00009	0,0044	5,7208

Tabla 22. Valores ecuaciones ejemplo 1

CASO	Dt/D	Ct/C	Bt/B	At/A
1	D4,38/D5,25	0,834	0,650	0,898
2	D4,84/D5,25	0,922	0,821	0,755
3	D4,38/D4,84	0,905	0,792	1,189

Tabla 23. Casos ejemplo 1

A través de estos valores se han obtenido las gráficas  $A_t/A$ ,  $B_t/B$  y  $C_t/C$  todas ellas relacionadas con  $D_t/D$ .

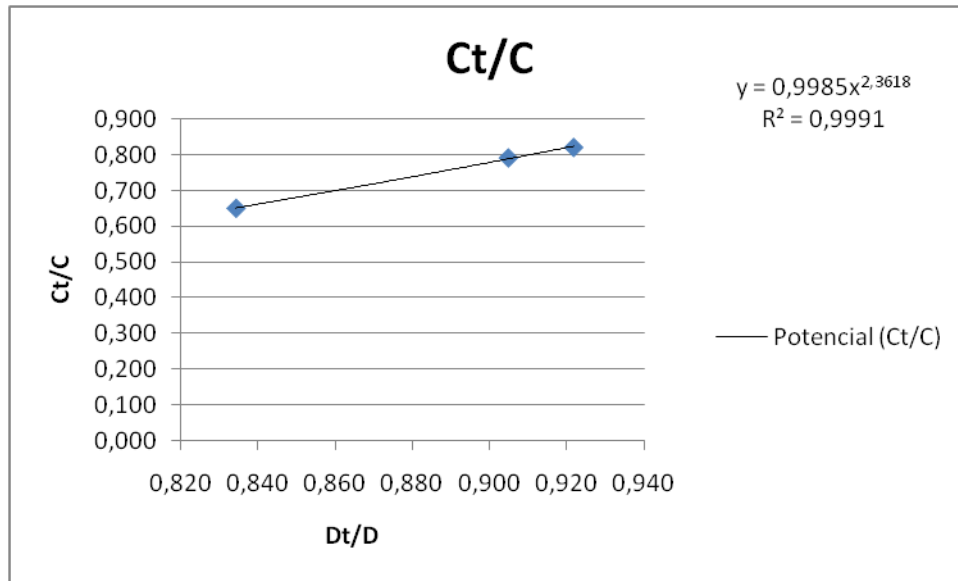


Gráfico 41. Ct/C ejemplo 1

De la gráfica 41 se obtiene una  $k = 0,9985$  y una  $n = 2,3618$ .

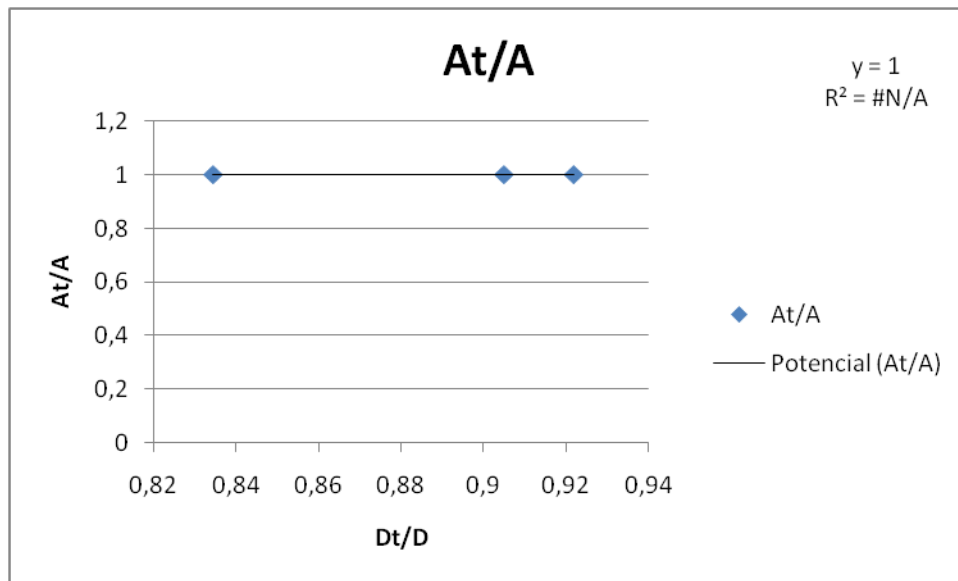


Gráfico 42. At/A ejemplo 1

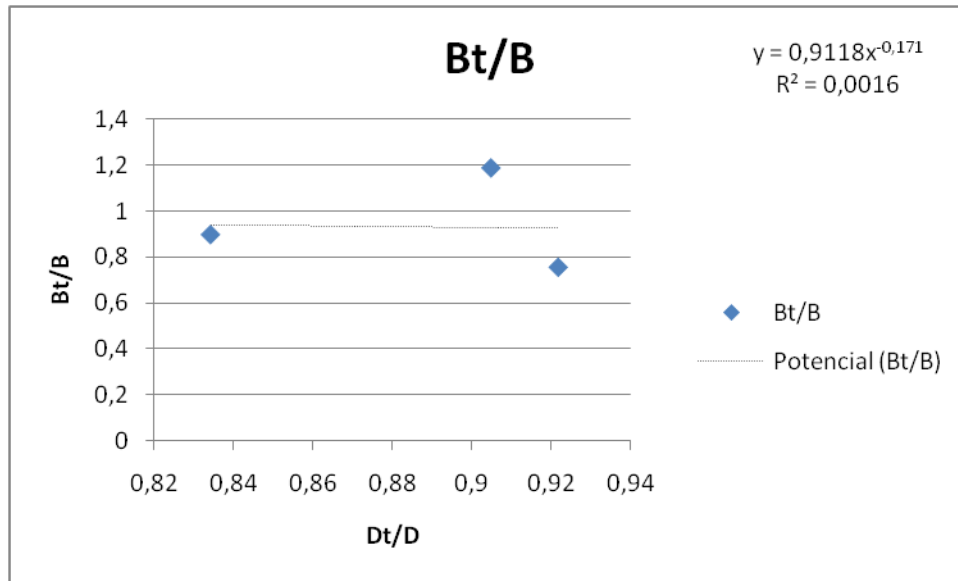


Gráfico 43. Bt/B ejemplo 1

De las gráficas 42 y 43 de nuevo no se ha podido encontrar ninguna conclusión ya que los valores son muy dispersos. En el caso del gráfico 42 al ser tres valores iguales no se puede obtener una curva exponencial. z y m solo se podría obtener del gráfico 43 en este caso y su valor es  $z = 1,095$  y  $m = 2,5328$ .

## Método 1: puntos homólogos

A continuación, se ha tratado de abordar la cuestión con la misma aproximación que se utilizó en el caso experimental. Esta consiste en para todos los casos de relaciones de diámetros se buscan los puntos homólogos. A cada punto de la curva de mayor diámetro se busca el punto que se obtendría de cambiar solamente el diámetro, manteniendo el resto de variables.

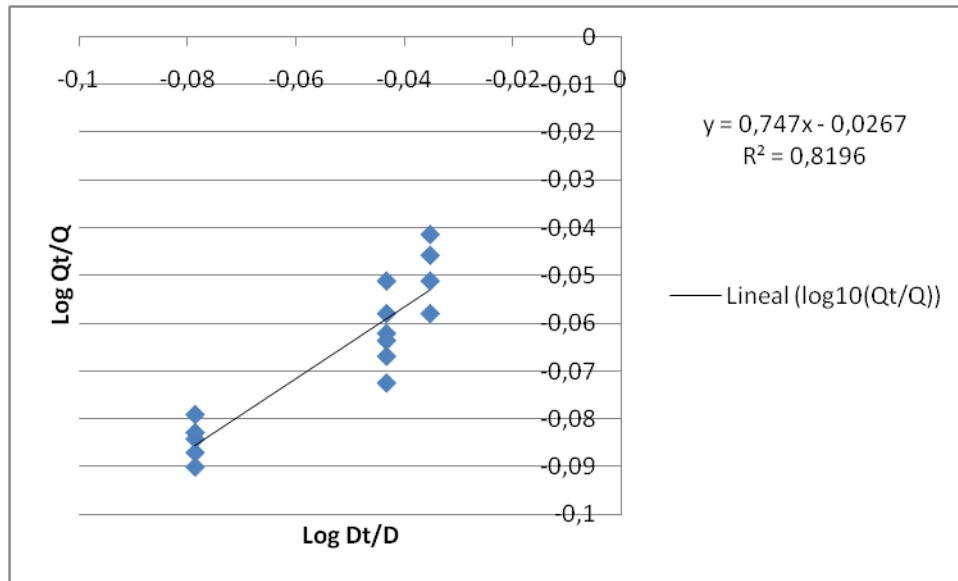


Gráfico 44. Puntos homólogos ejemplo 1

Se ha utilizado la  $n = 2,3618$  obtenida en la gráfica 41 para obtener los puntos al igual que en las curvas experimentales. Se han obtenido todos los puntos y han quedado descartados los puntos con un error relativo mayor del 1% para mayor precisión, obteniendo.

Tras descartar los puntos más problemáticos se ha llegado a una  $m = 0,747$ , bastante cerca a  $m=1$  del que hablan algunas fuentes y una  $z = 1,06$ , muy cercana a 1 de nuevo.

## Método 2: sustituir en la ecuación

Además del método de los puntos homólogos también se ha sustituido directamente el valor de  $H_t$  en las ecuaciones de las curvas, cuyos valores se presentan en la tabla anterior. Al sustituir estos valores de  $H_t$  en las ecuaciones se obtiene la  $Q_t$  y de esta manera se llega al valor de  $Q_t/Q$ .

$$H_t = H k \left( \frac{D_t}{D} \right)^n$$

Primero se obtiene  $H_t$  para cada punto para los diferentes casos, se sustituye con los valores A, B y C correspondientes de la tabla 22.

$$H_t = -A Q^2 + B Q + C$$

Después se despeja la  $Q_t$  de la ecuación de la curva a través de la ecuación general:

$$Q_t = x = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC'}}{2A}$$

Siendo la  $C' = C - H_t$

Finalmente se obtiene  $Q_t$  y de esta manera se llega a  $Q_t/Q$ , el cual a través de los logaritmos y una interpolación lineal se obtiene el valor de m y z.

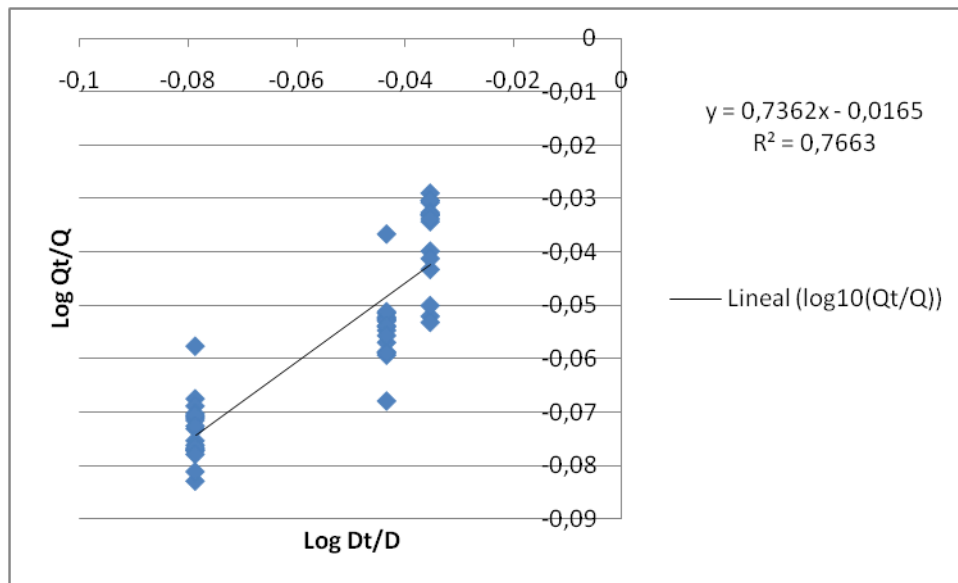


Gráfico 45. Sustituir en la ecuación ejemplo 1

De esta manera se ha obtenido unos resultados muy satisfactorios ya que la  $m = 0,7362$  es prácticamente igual a la obtenida por el método de los puntos homólogos. Una alta repetibilidad suele ser síntoma de precisión en los métodos.

A través de este método la z que se ha obtenido es de 1,039.

## 7.2. SEGUNDO EJEMPLO

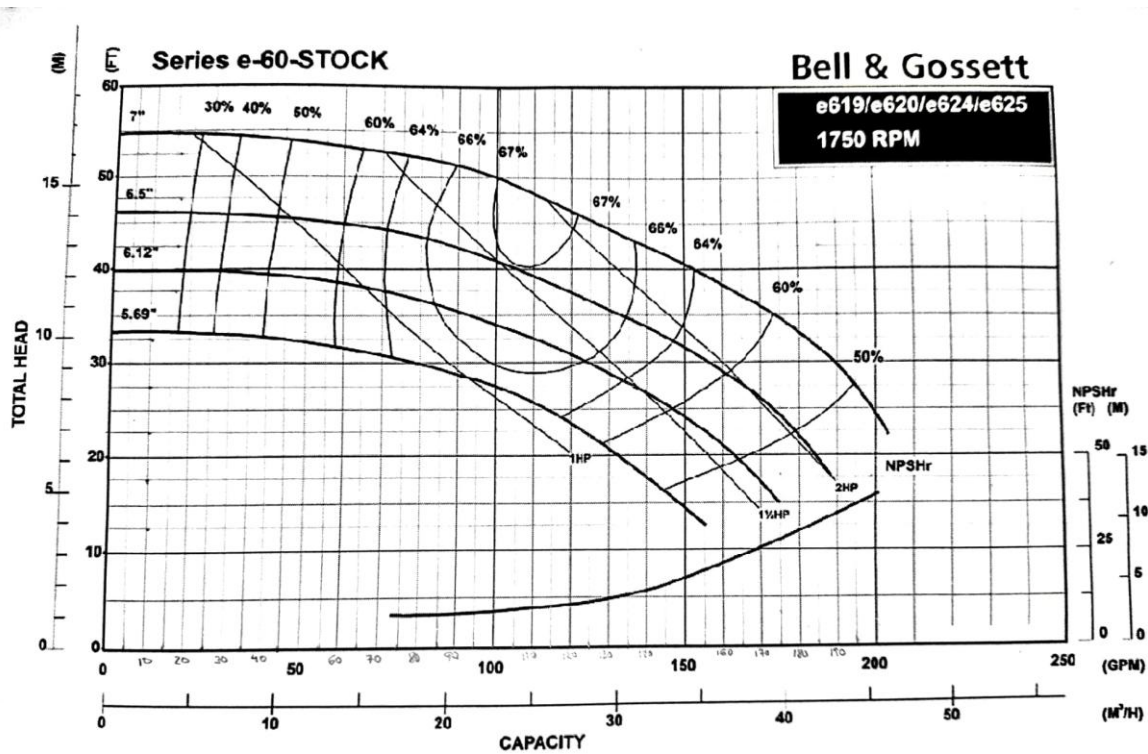


Ilustración 17. Curva de fabricantes, ejemplo 2

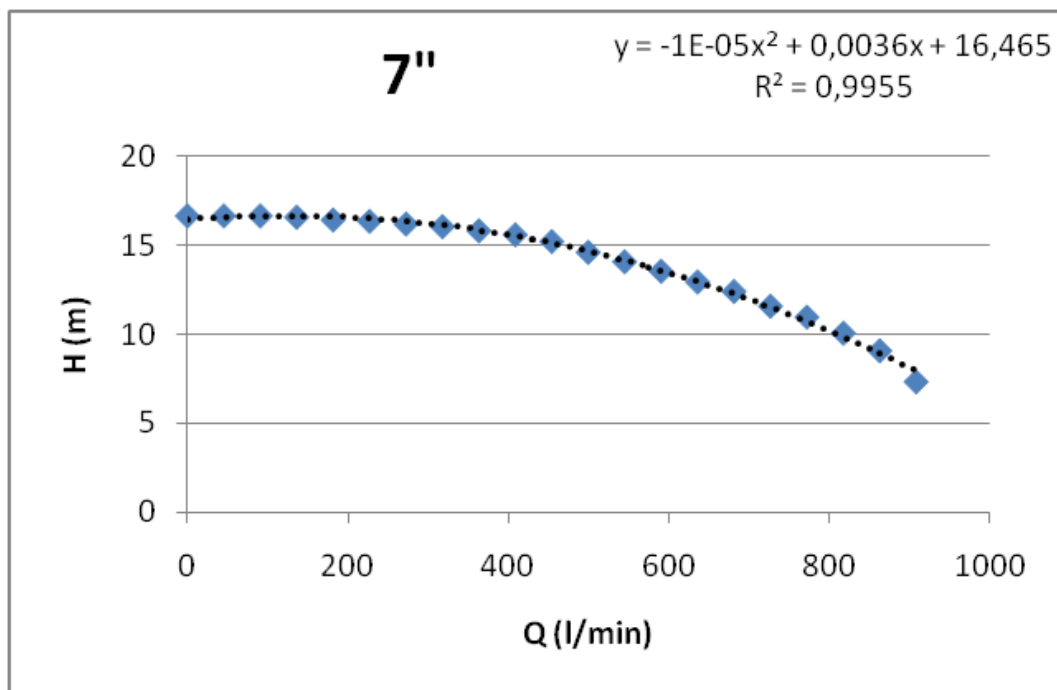


Gráfico 46. Curva 1, ejemplo 2

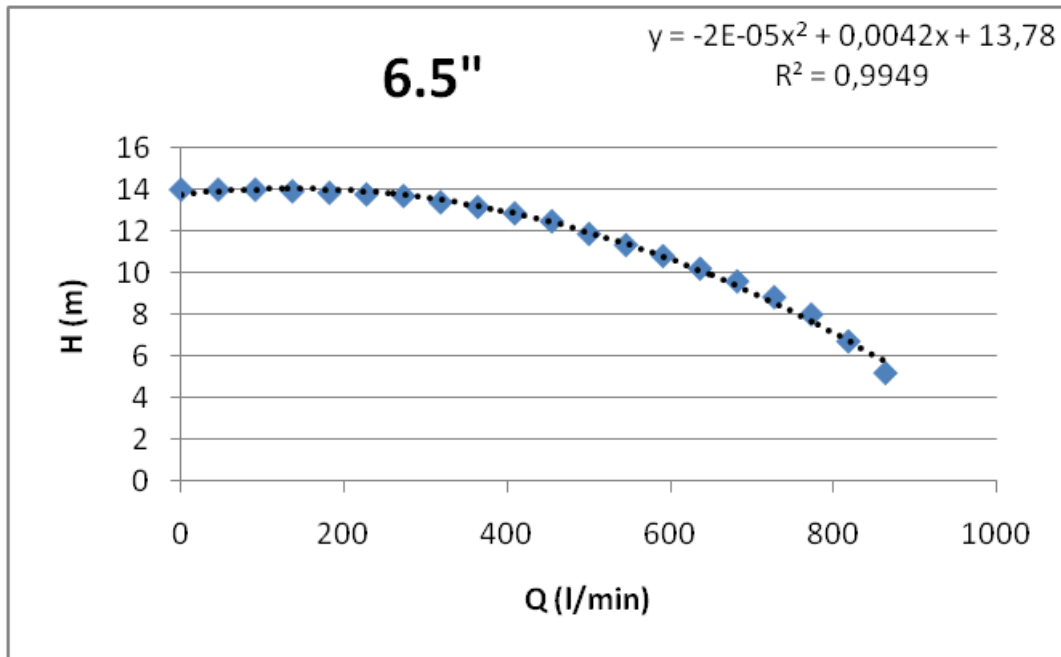


Gráfico 47. Curva 2, ejemplo 2

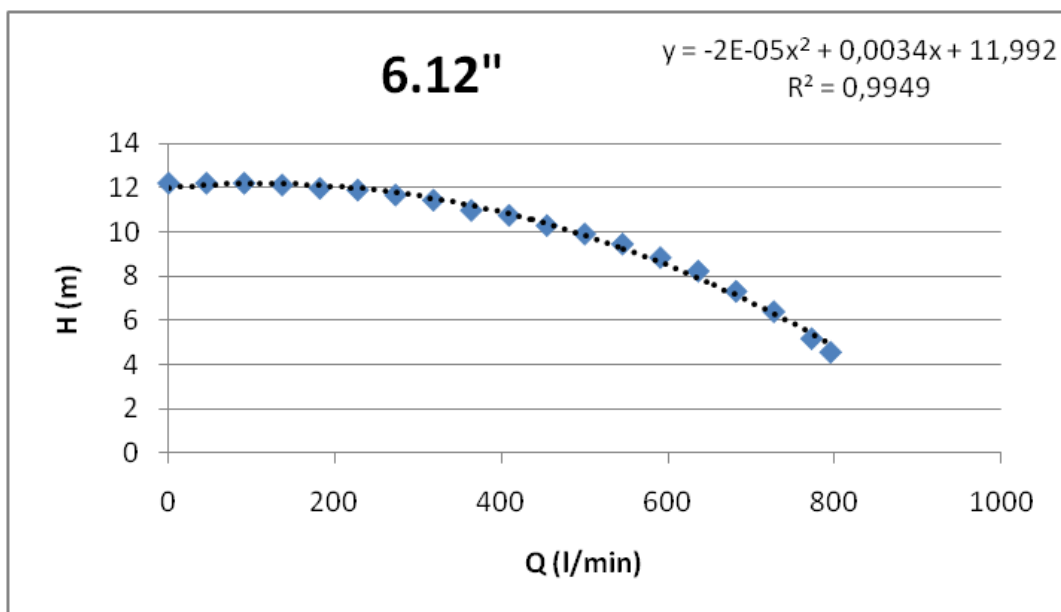


Gráfico 48. Curva 3, ejemplo 2

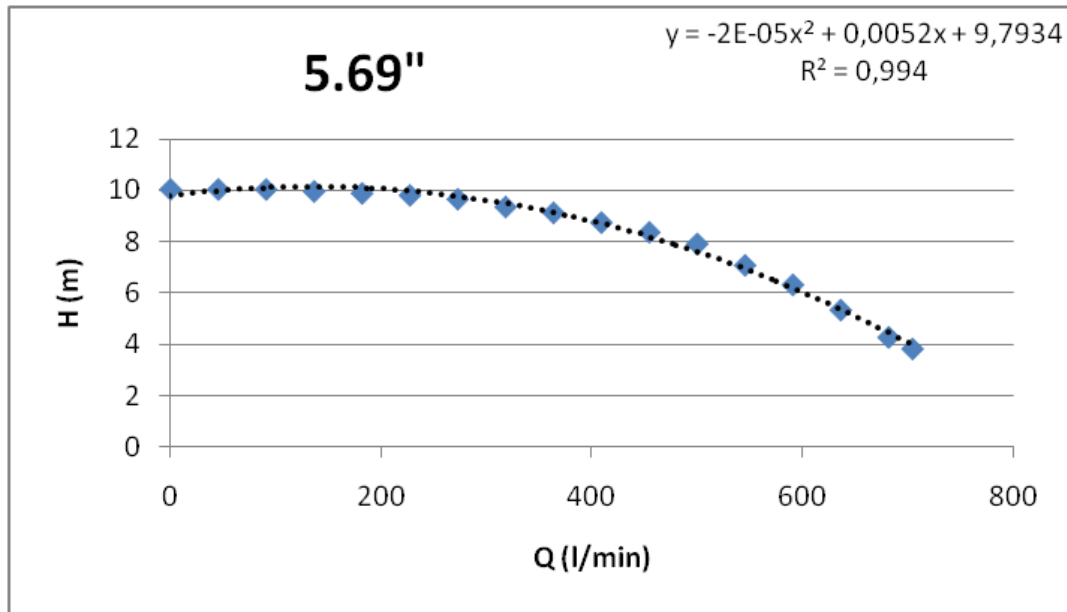


Gráfico 49. Curva 4, ejemplo 2

D	A	B	C
7"	-1,00E-05	0,0036	16,465
6.5"	-2,00E-05	0,0042	13,78
6.12"	-2,00E-05	0,0034	11,992
5.69"	-2,00E-05	0,0052	9,7934

Tabla 24. Valores ecuaciones ejemplo 2

CASO		Dt/D	Ct/C	Bt/B	At/A
1	D5,69/D7	0,8128	0,5948	1,4444	2,00E+00
2	D6,12/D7	0,8742	0,7283	0,9444	2,00E+00
3	D6,5/D7	0,9285	0,8369	1,1666	2,00E+00
4	D5,69/D6,5	0,8753	0,7106	1,2380	1,00E+00
5	D6,12/D6,5	0,9415	0,8702	0,8095	1,00E+00
6	D5,69/D6,12	0,9297	0,8166	1,5294	1,00E+00

Tabla 25. Casos ejemplo 2



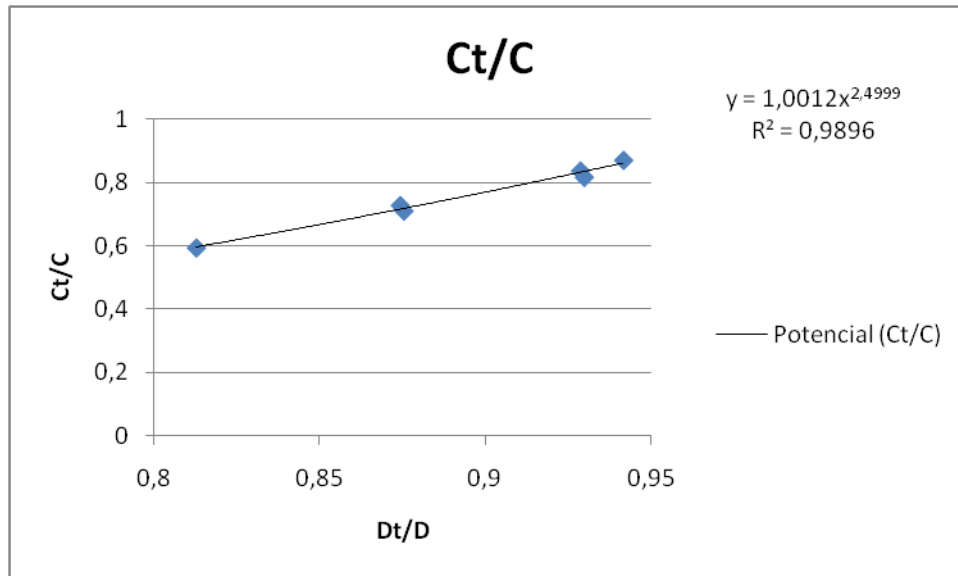


Gráfico 50. Ct/C ejemplo 2

Del gráfico 50 se ha llegado a que para esta bomba hay una  $k = 1,0012$  y una  $n = 2,499$ .

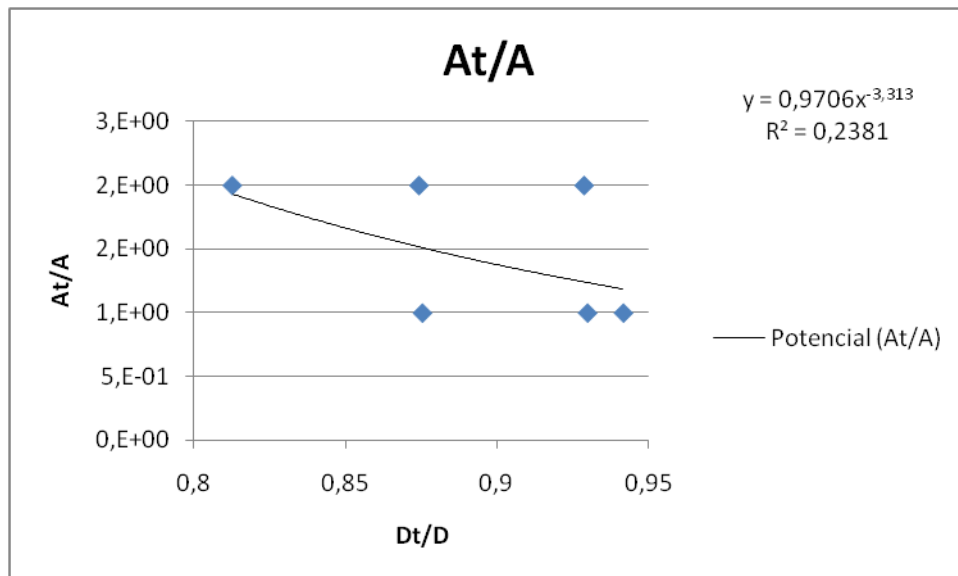


Gráfico 51. At/A ejemplo 2

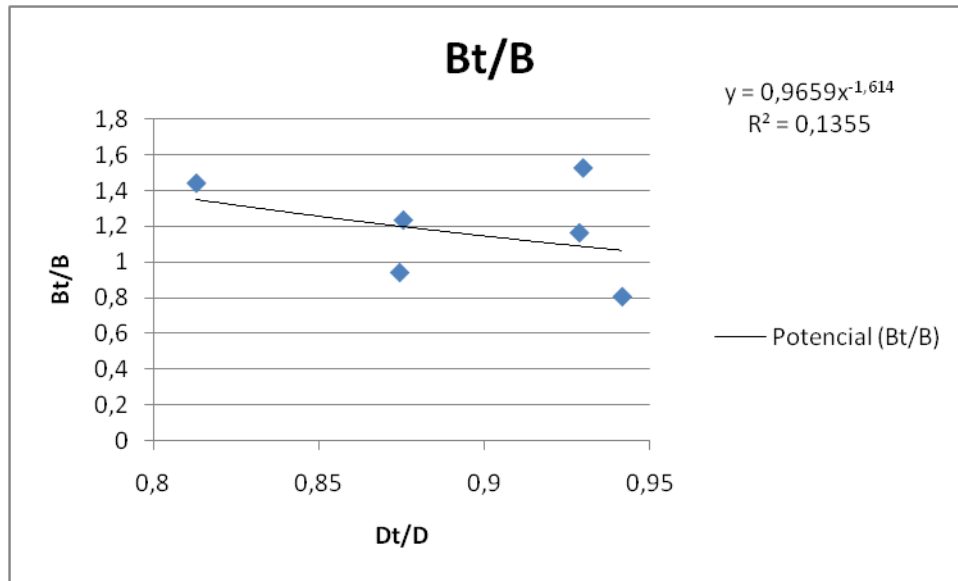


Gráfico 52. Bt/B ejemplo 2

De los gráficos 51 y 52 se vuelve a obtener resultados poco concluyentes debido a la dispersión, obteniendo una  $m = 2,8$  y  $z = 1,016$  operando con exponente de la gráfica 51 y una  $m = 4,1$  y  $z = 1,036$  a través de la gráfica 52.

Este método no resulta concluyente y se ha utilizado el método de sustituir en la ecuación explicado en el ejemplo 1.

## Método 2: sustituir en la ecuación

A través de sustituir la  $H_t$  en la ecuación se ha obtenido  $m = 0,57$  que también se puede considerar cercano al 1 que dicen diversas fuentes. En este caso la dispersión es algo elevada por lo que no serían los resultados más concluyentes.

La  $z$  obtenida a través de este método es de 1,163.

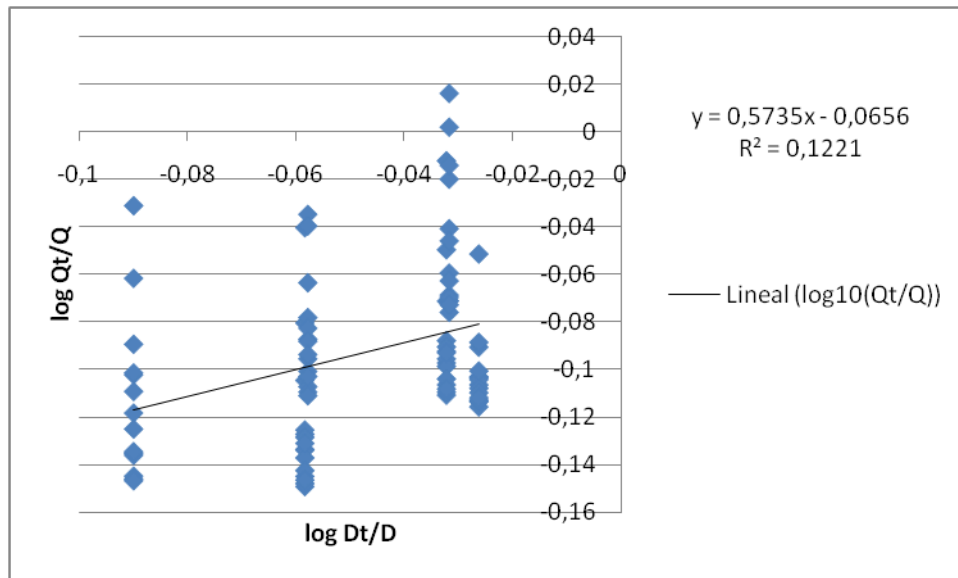


Gráfico 53. Sustituir en la ecuación ejemplo 2

### 7.3. TERCER EJEMPLO



#### ESH SERIES OPERATING CHARACTERISTICS AT 60 Hz, 2 POLES

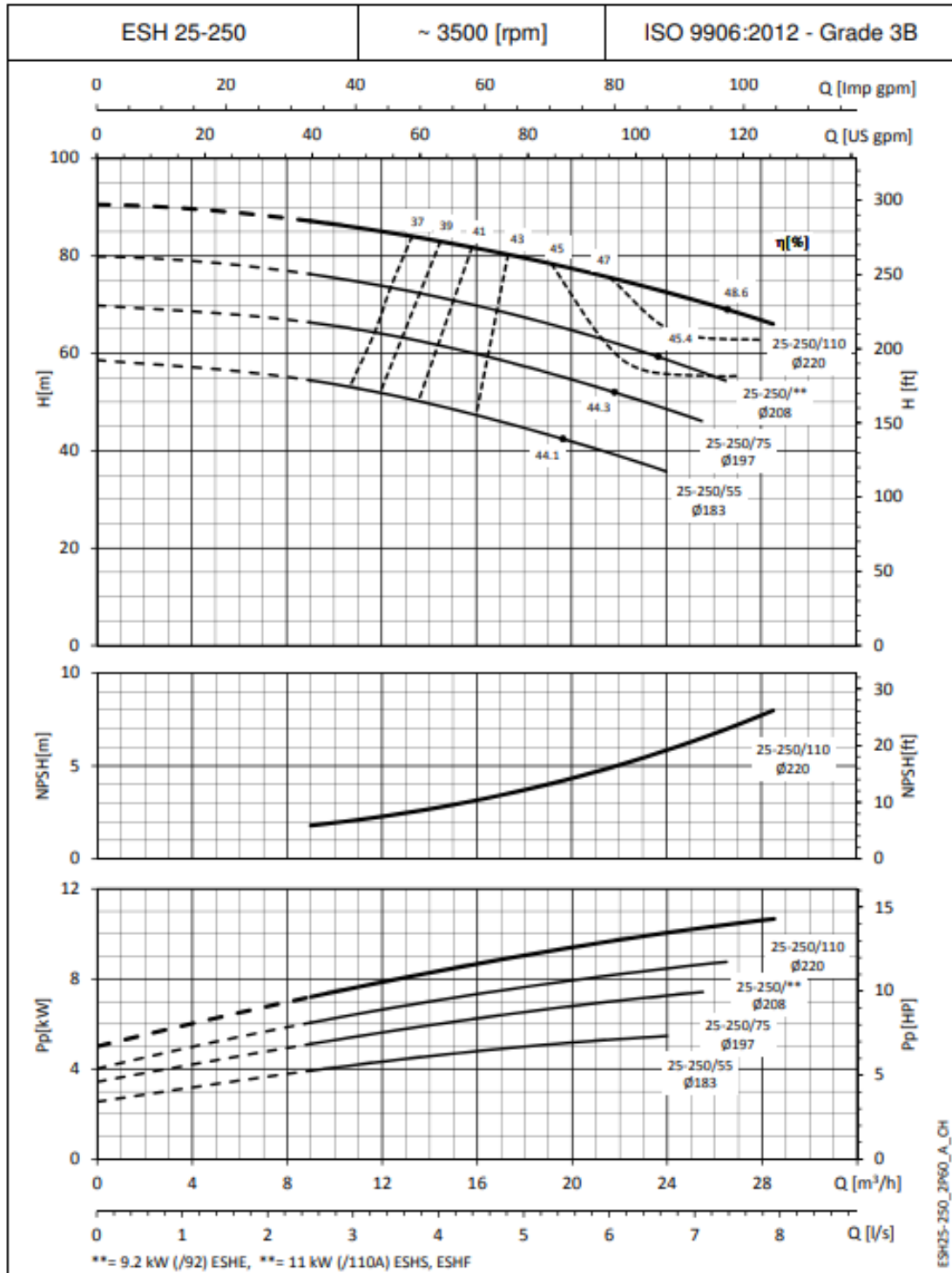


Ilustración 18. Curva de fabricantes, ejemplo 3

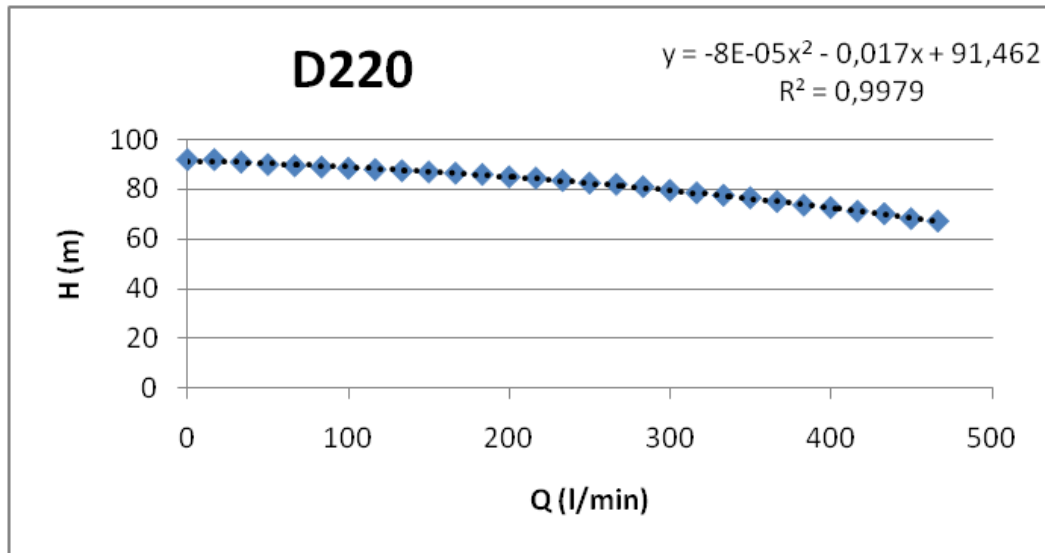


Gráfico 54. Curva 1, ejemplo 3

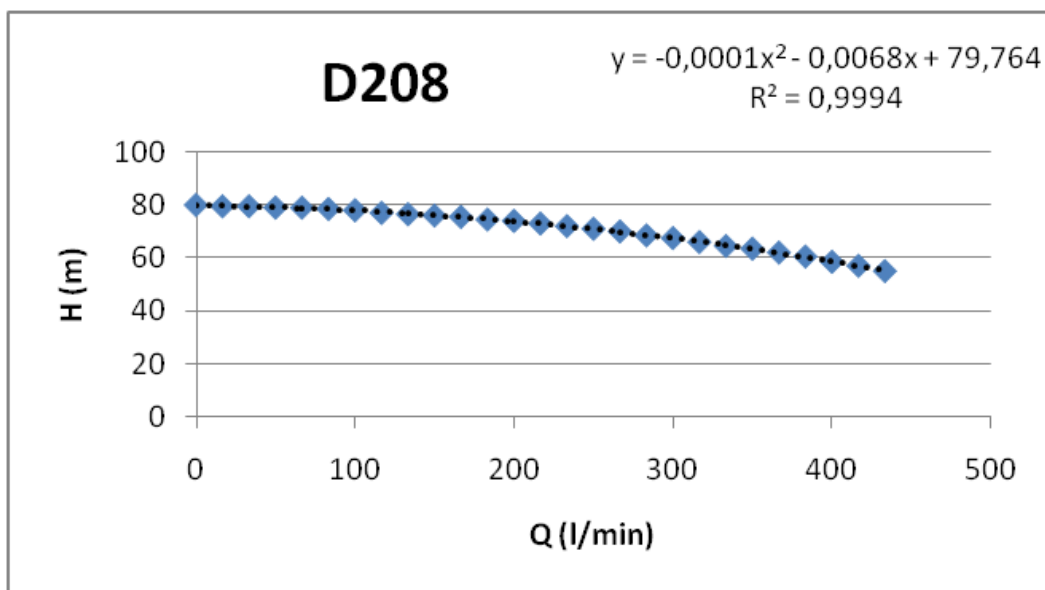
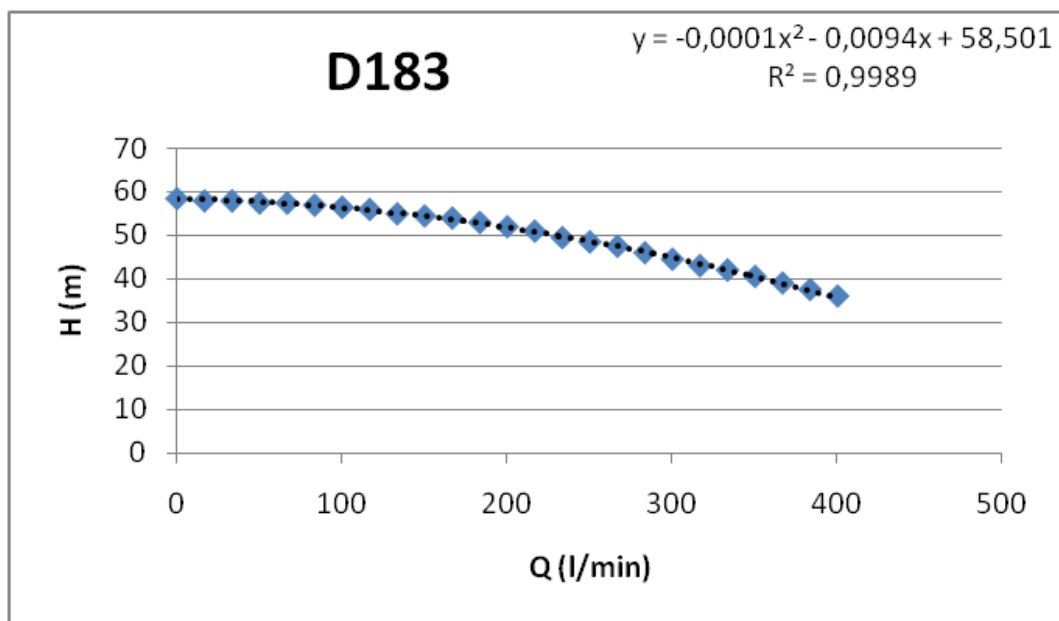
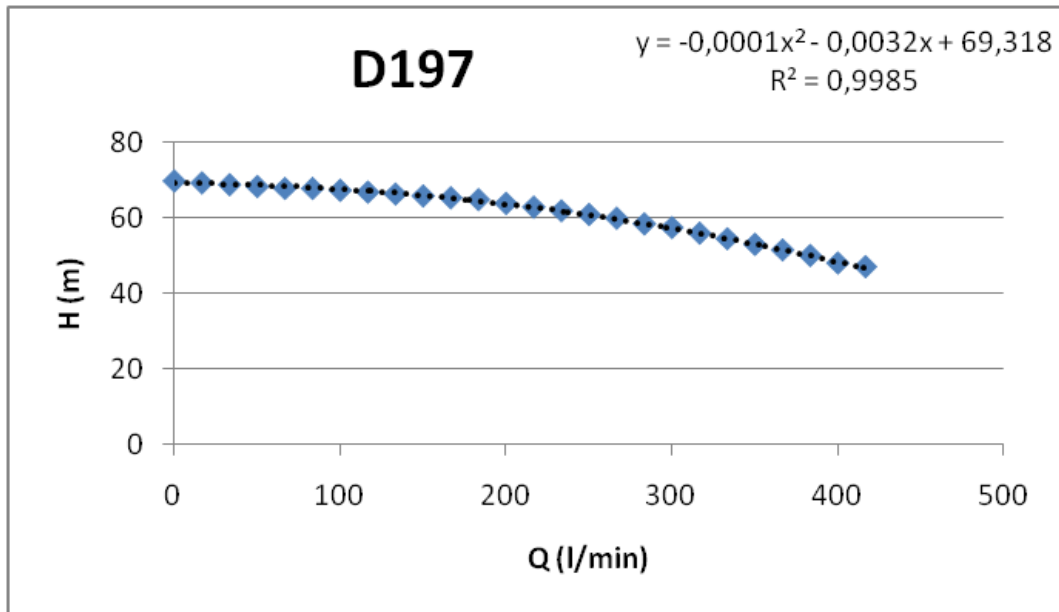


Gráfico 55. Curva 2, ejemplo 3



	A	B	C
D220	-0,00008	-0,017	91,462
D208	-0,0001	-0,0068	79,764
D197	-0,0001	-0,0032	69,318
D183	-0,0001	-0,0094	58,501

Tabla 26. Valores ecuaciones ejemplo 3

CASO		Dt/D	Ct/C	Bt/B	At/A
1	D183/D220	0,8318	0,6396	0,5529	1,25
2	D197/D220	0,8954	0,7578	0,1882	1,25
3	D208/D220	0,9454	0,8720	0,4000	1,25
4	D183/D208	0,8798	0,7334	1,3823	1
5	D197/D208	0,9471	0,8690	0,4705	1
6	D183/D197	0,9289	0,8439	2,9375	1

Tabla 27. Casos ejemplo 3

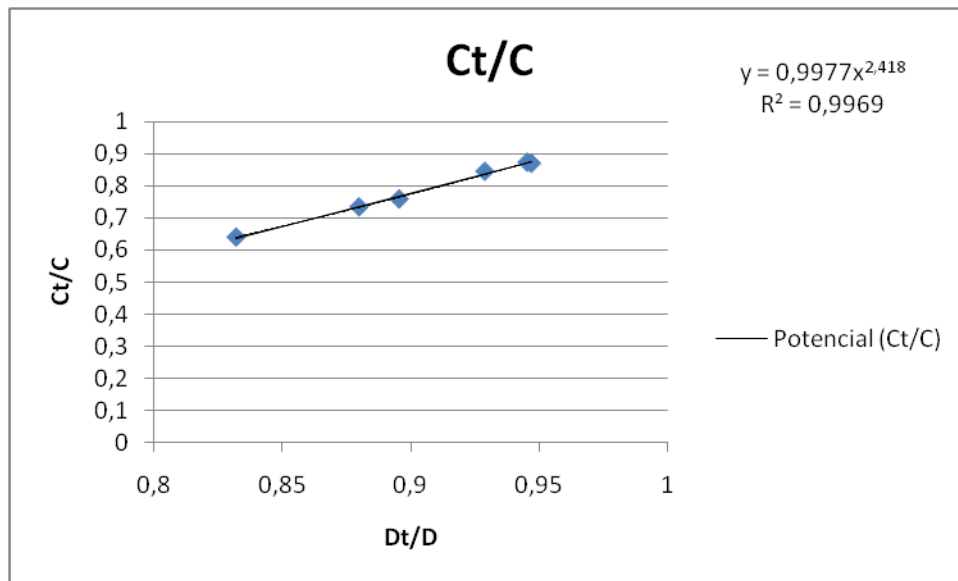


Gráfico 58. Ct/C ejemplo 3

Del gráfico 58 se ha obtenido una  $k=0,9977$  y una  $n=2,418$ , lo cual está dentro del rango de valores obtenidos hasta el momento para estas constantes.

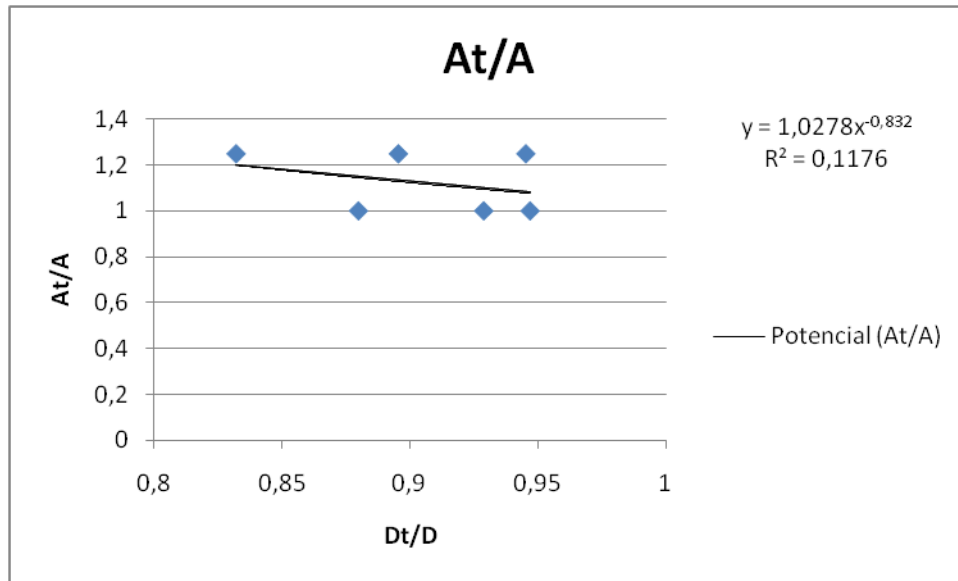


Gráfico 59. At/A ejemplo 3

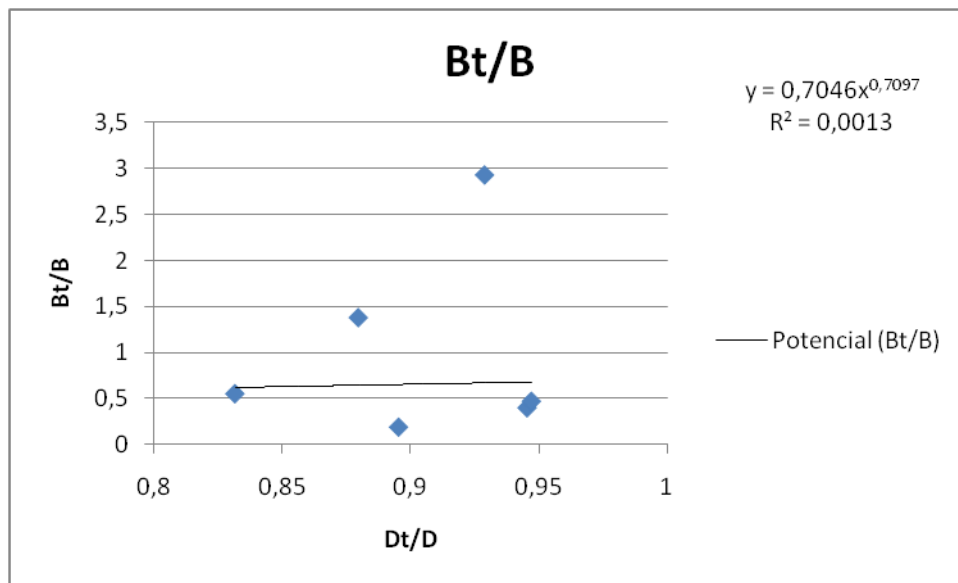


Gráfico 60. Bt/B ejemplo 3

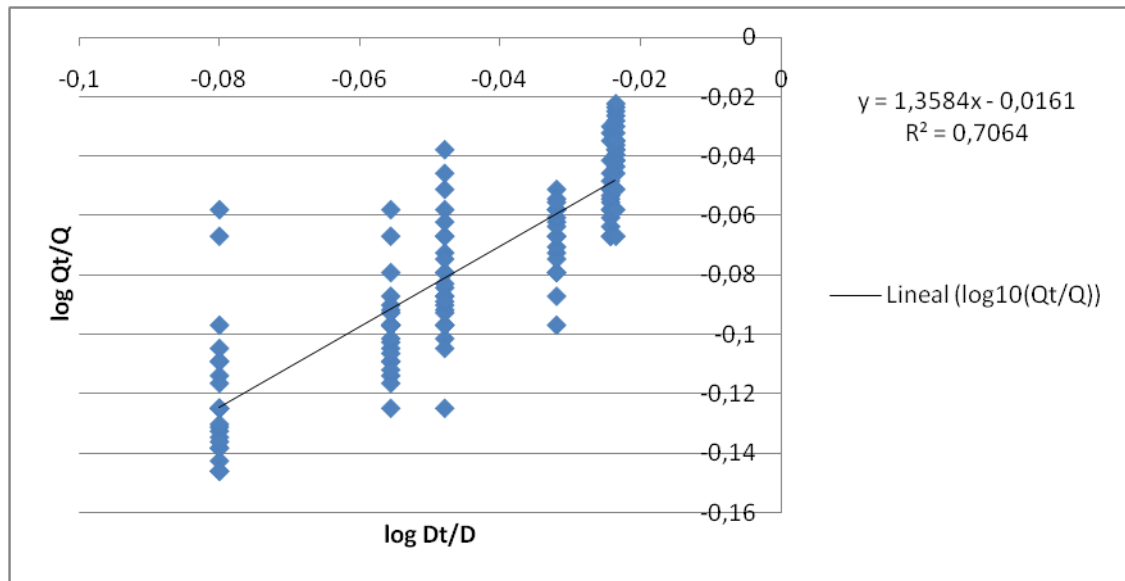
De los gráficos 59 y 60 se obtiene por primera vez dos valores de  $m$  muy similares. Por el camino de despejar las ecuaciones del gráfico 59 se llega a  $m=1,625$  y  $z=0,9852$  y por el camino de despejar las ecuaciones del gráfico 60 se llega a  $m=1,708$  y  $z=1,416$ . En cualquier caso, no se puede tomar el valor de  $m$  como representativo del funcionamiento para cualquier rodete, puesto que hay mucha dispersión y el valor obtenido es una media, que en la realidad no sirve ni para unos casos, ni para otros.

La última  $z$  obtenida es anormalmente elevada si lo comparamos con el resto de los valores para  $z$  que hemos obtenido.



Estos valores podrían tener sentido ya que coinciden y no están muy lejos del 1 que se espera pero como la dispersión de estas gráficas es alta se ha comprobado estos resultados con los dos métodos ya utilizados anteriormente.

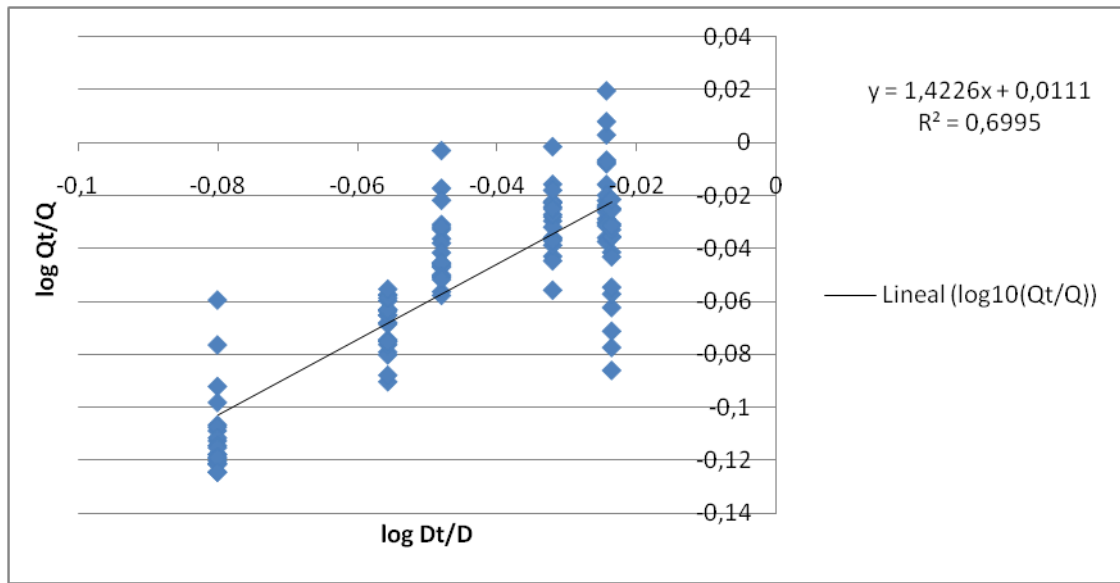
## Método 1: puntos homólogos



A través del método de los puntos homólogos se ha obtenido una  $m = 1,35$  y una  $z = 1,038$ .

A continuación, se vuelve a emplear el método 2, en el cual se sustituye en la ecuación.

## Método 2: sustituir en la ecuación



A través de sustituir  $H_t$  en la ecuación se llega a  $m = 1,42$  y  $z = 1,026$ .

Ambos resultados están más próximos a lo que se ha encontrado en la fuentes que los obtenidos en los gráficos 59 y 60, y presentan una menor dispersión, por lo que se pueden considerar unos resultados más fiables.

## 7.4. CUARTO EJEMPLO



### ESH SERIES OPERATING CHARACTERISTICS AT 60 Hz, 2 POLES

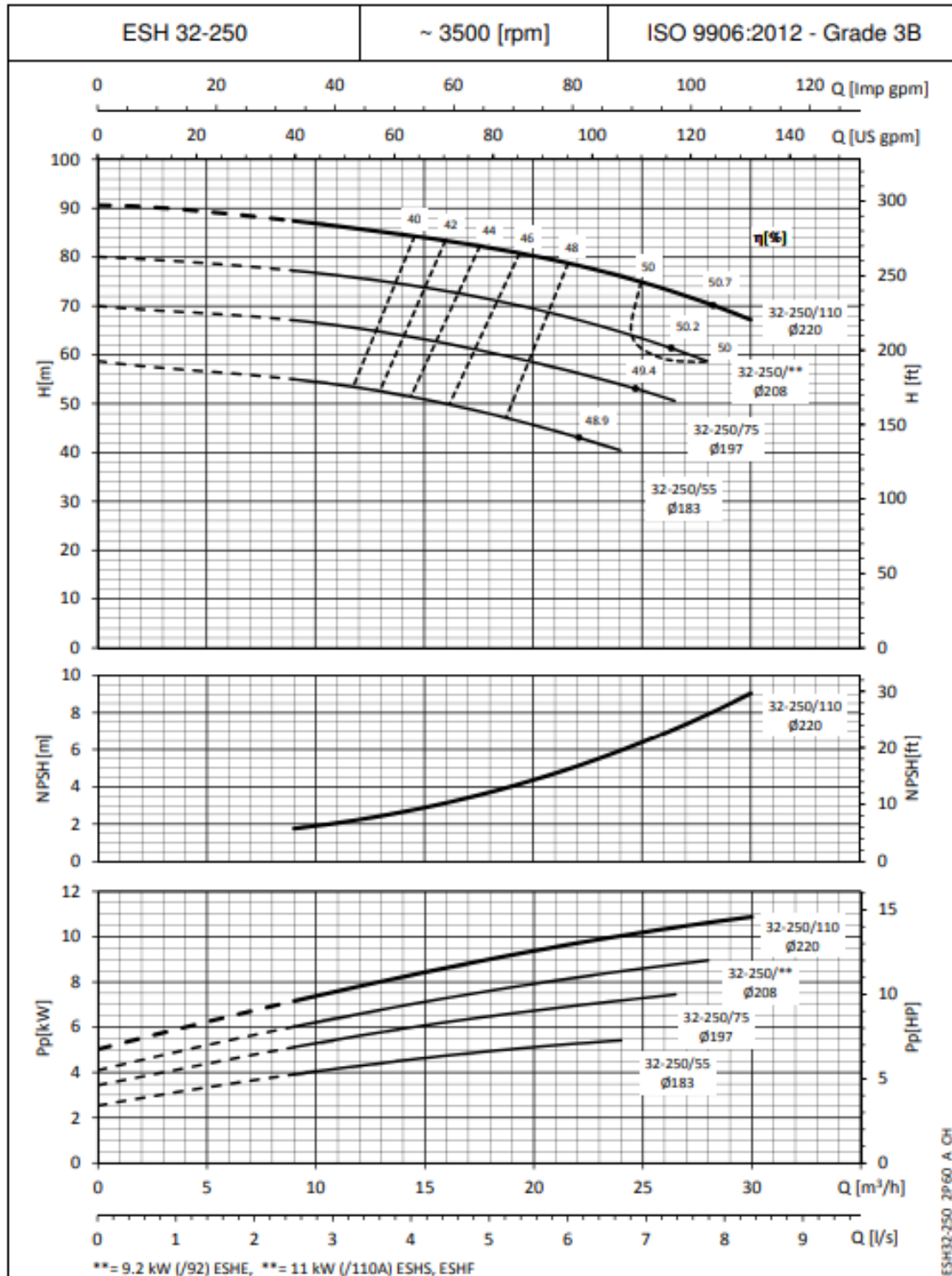


Ilustración 19. Curva de fabricantes, ejemplo 4

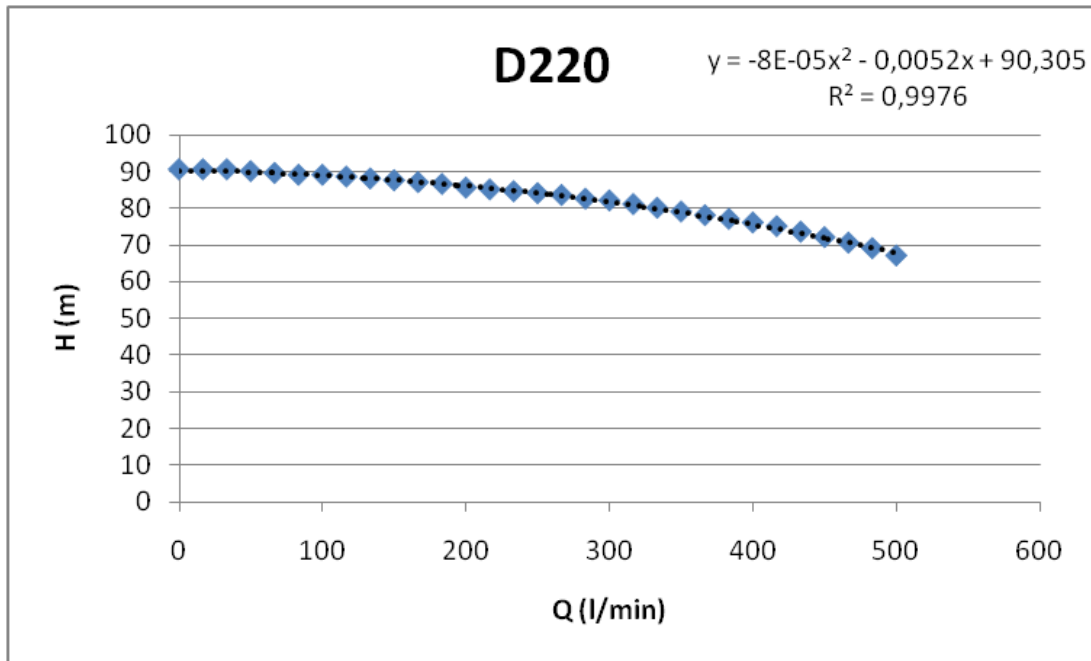


Gráfico 63. Curva 1, ejemplo 4

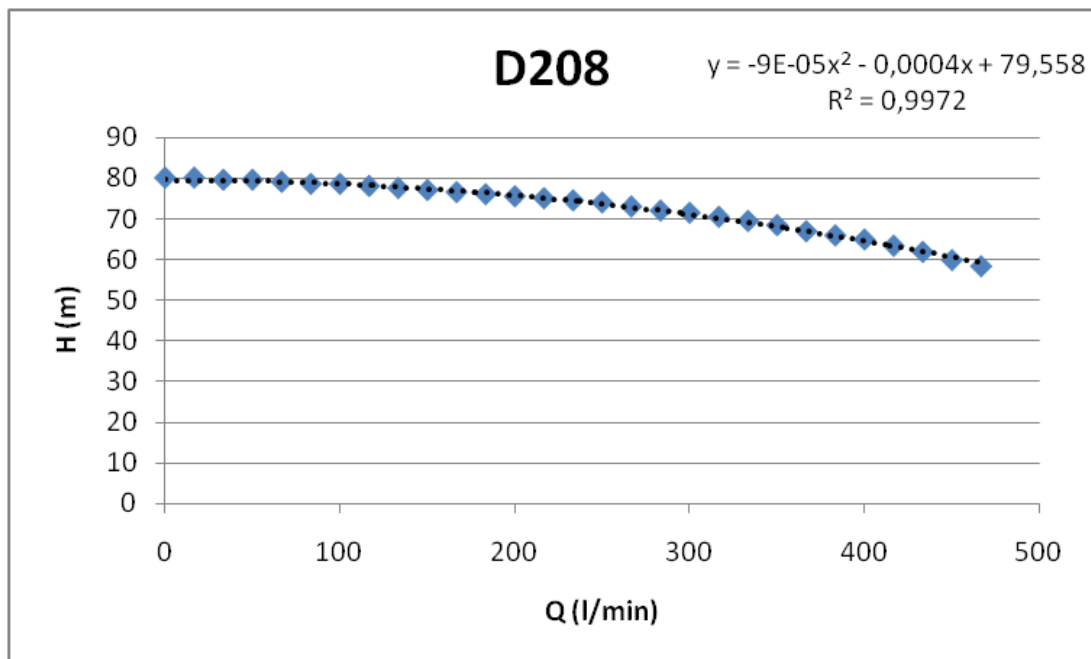


Gráfico 64. Curva 2, ejemplo 4

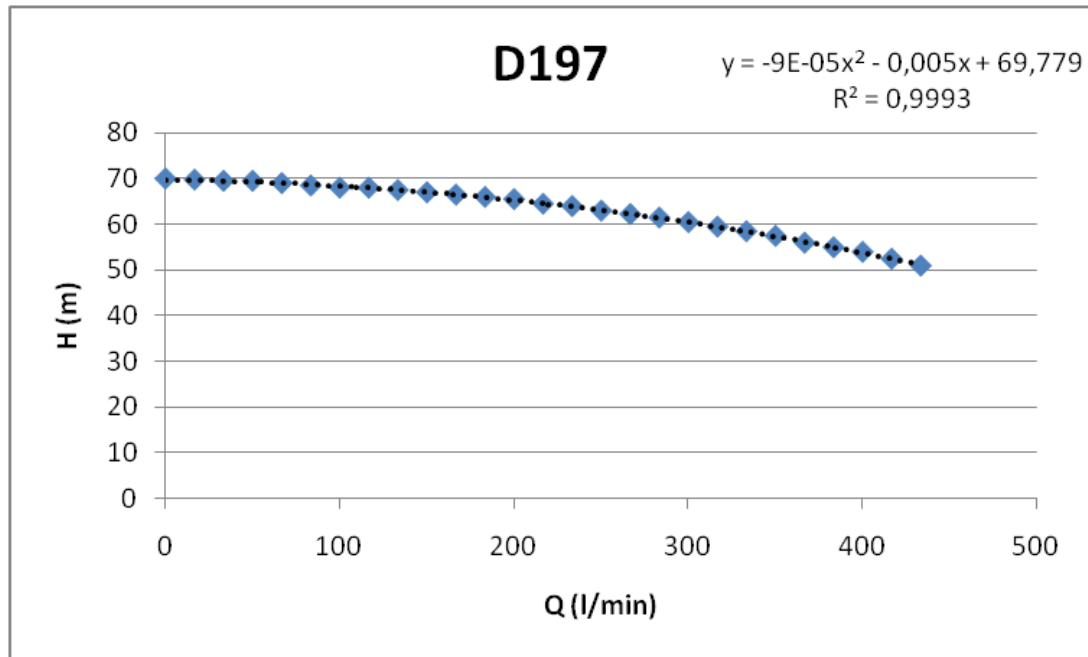


Gráfico 65. Curva 3, ejemplo 4

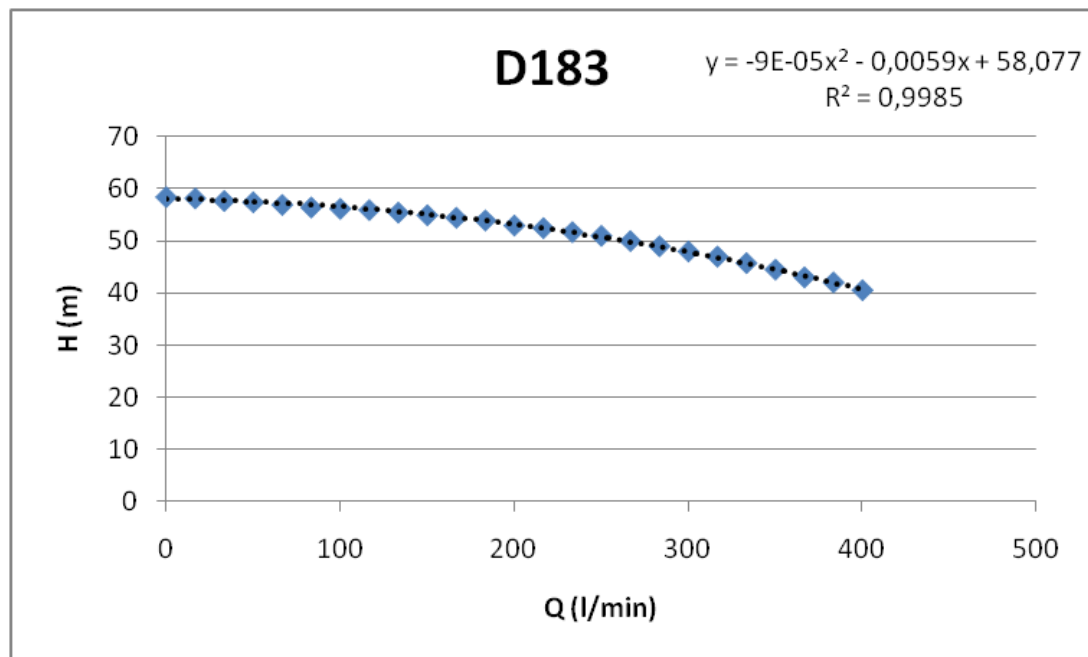


Gráfico 66. Curva 4, ejemplo 4

	A	B	C
D220	0,00008	0,0052	90,305
D208	0,00009	0,0004	79,558
D197	0,00009	0,005	69,779
D183	0,00009	0,0059	58,077

Tabla 28. Valores ecuaciones ejemplo 4

CASO		Dt/D	Ct/C	Bt/B	At/A
1	D183/D220	0,8318	0,6431	1,1346	1,125
2	D197/D220	0,8954	0,7727	0,9615	1,125
3	D208/D220	0,9454	0,8809	0,0769	1,125
4	D183/D208	0,8798	0,7299	14,75	1
5	D197/D208	0,9471	0,8770	12,50	1
6	D183/D197	0,9289	0,8322	1,18	1

Tabla 29. Casos ejemplo 4

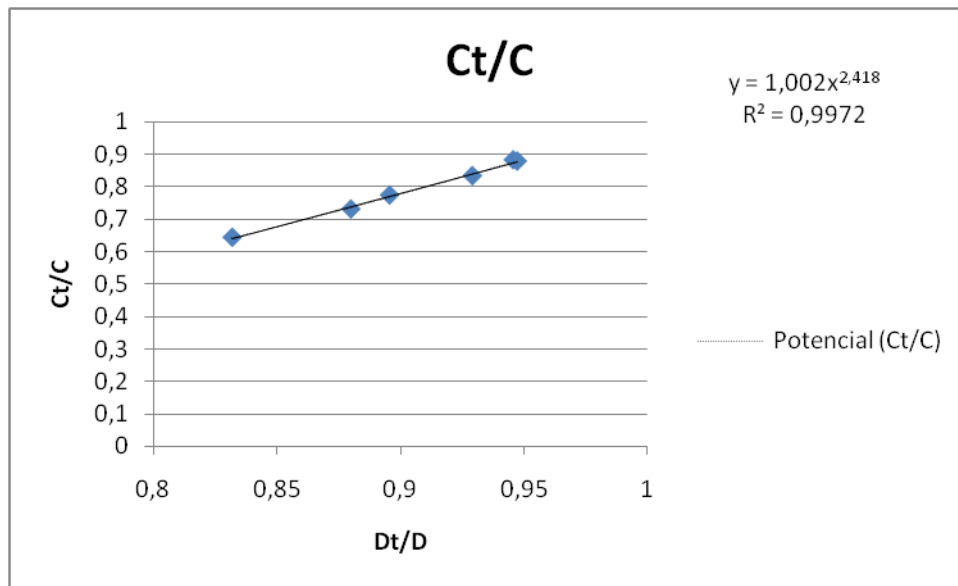


Gráfico 67. Ct/C ejemplo 4

Del gráfico 67 se obtiene una  $k = 1,002$  y una  $n = 2,418$ , esta última con exactamente el mismo valor que en el ejemplo anterior.

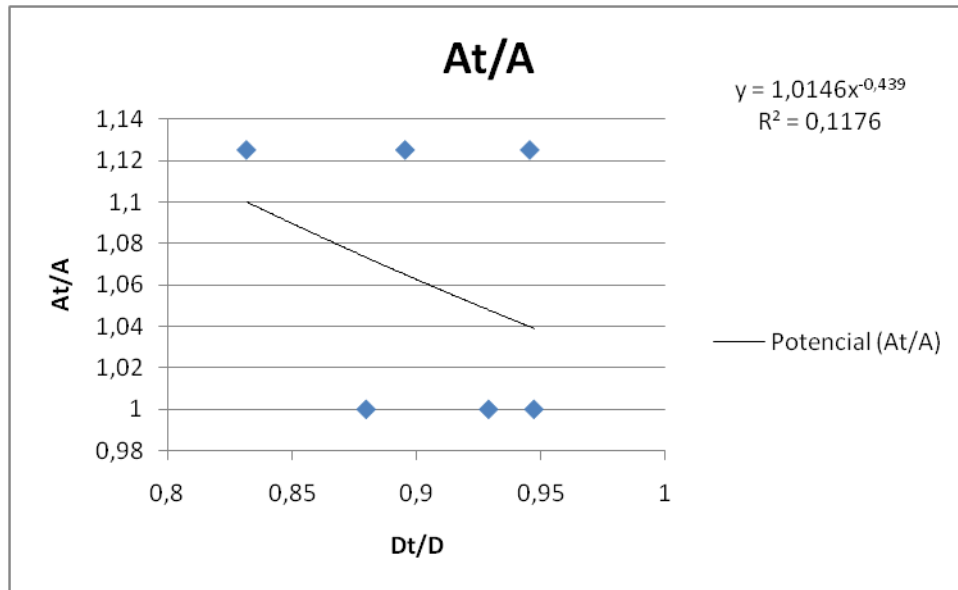


Gráfico 68. At/A ejemplo 4

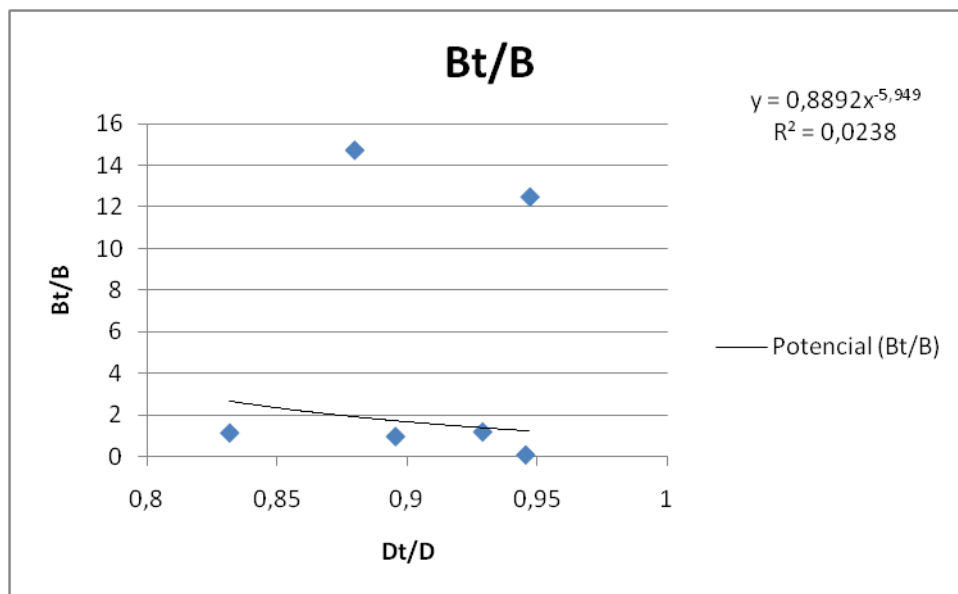


Gráfico 69. Bt/B ejemplo 4

A la hora de sacar los valores de las constantes con el gráfico 68 se obtiene una  $m = 8,367$  y una  $z = 0,994$  y con el gráfico 69 una  $m = 1,4285$  y una  $z = 1,127$ .

De nuevo los valores de  $m$  están muy lejos de coincidir por lo que no sirven y se recurre a los dos métodos anteriormente empleados.



### Método 1: puntos homólogos

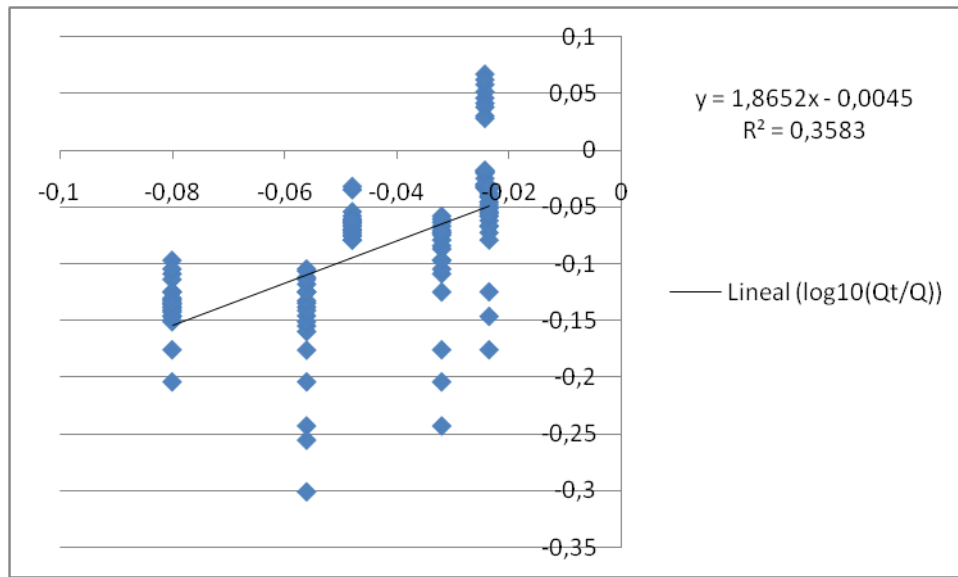


Gráfico 70. Puntos homólogos ejemplo 4

A través del método de los puntos homólogos se obtiene  $m = 1,8652$  y  $z = 1,01$ .

La  $m$  algo superior a lo obtenido en los tres primeros ejemplos pero aun así mucho más cerca de 1 que los resultados de nuestro experimento en el laboratorio.

## Método 2: sustituir en la ecuación

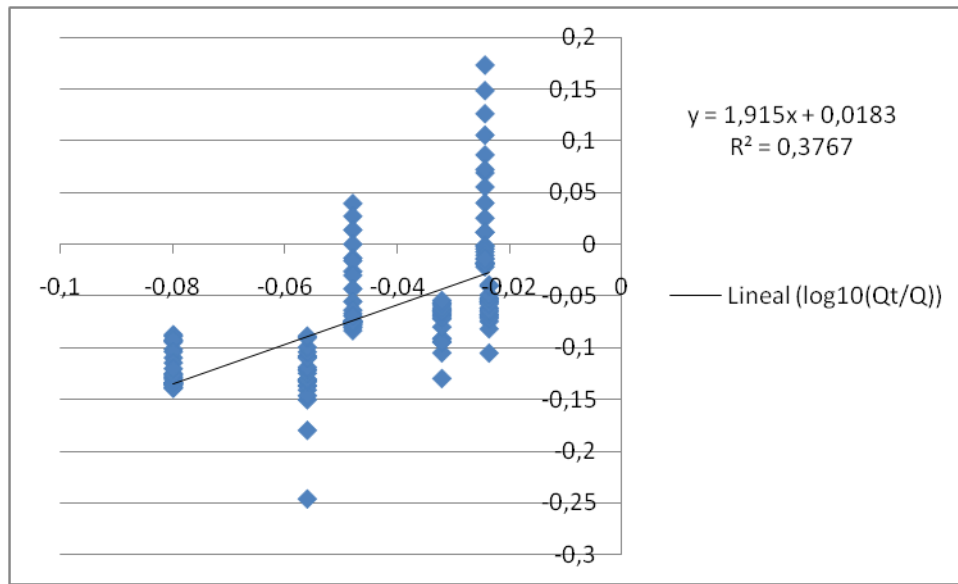


Gráfico 71. Sustituir en la ecuación ejemplo 4

Sustituyendo  $H_t$  en las ecuaciones se llega a  $m = 1,915$ . Por otro lado, obtenemos una  $z = 1,043$ .

## TABLA RESUMEN

	CONSTANTES OBTENIDAS DE LAS CURVAS DE FABRICANTES		CONSTANTES OBTENIDAS DE LAS CURVAS EXPERIMENTALES	
	Valor mínimo	Valor máximo	Valor mínimo	Valor máximo
k	0,997	1,002	0,9984	1,0001
n	2,36	2,5	2,52	2,66
z	0,985	1,416	1,038	
m	0,57	2,53	6,22	

Tabla 30. Tabla resumen

## 8. CONCLUSIONES

Se ha realizado una revisión bibliográfica sobre el torneado de rodete para comprobar las teorías sobre su influencia. Se ha comprobado que, así como existe gran variedad de textos sobre las bombas centrífugas, en este aspecto concreto del torneado del rodete las fuentes no son muy copiosas y sus resultados se basan en datos empíricos.

Se ha realizado ensayos con una bomba centrífuga en una instalación experimental variando diferentes parámetros de funcionamiento para obtener su curva de prestaciones. El objetivo principal del trabajo de fin de grado era aprender más sobre el torneado del rodete, por lo que, además de los ensayos, se ha llevado a cabo el montaje y desmontaje de la bomba para extraer el rodete y que se pudiera realizar el torneado. Con cada inserción del nuevo rodete torneado, se ha comprobado el correcto funcionamiento de la instalación.

Se ha trabajado con catálogos de curvas de funcionamiento de bombas centrífugas de diferentes fabricantes, aplicando los mismos métodos que a los ensayos experimentales para completar los resultados experimentales.

Se ha obtenido una relación entre los parámetros de funcionamiento de la bomba antes y después del torneado de rodete. Para ello se ha trabajado los datos con diferentes métodos y se han comparado los resultados obtenidos en la instalación experimental con los de los catálogos de fabricantes.

Los resultados obtenidos no han sido concluyentes en toda su extensión. Se ha comprobado una proporcionalidad cuadrática entre la relación de alturas proporcionadas por la bomba, antes y después de tornear el rodete, con la relación de los diámetros exteriores de dicho rodete. Esto se ha obtenido tanto en los ensayos experimentales, como a través de las curvas proporcionadas por los fabricantes para bombas comerciales.

Sin embargo, en el caso de los caudales, no se ha podido determinar qué tipo de relación existe entre los caudales antes y después de tornear con la relación de diámetros. Esto no ha sido posible ni a través de los ensayos experimentales, ni utilizando las curvas proporcionadas por los fabricantes, con lo que se descartan posibles errores en la realización de los experimentos. Posiblemente, existen otros factores con gran influencia, que no se ha sido capaz de determinar.

### 8.1. Trabajos futuros

De cara a poder determinar la relación de los caudales, podría ser interesante realizar un estudio multifactorial, en el que se incluyan, además de la relación de diámetros exteriores del rodete antes y después de tornear, otras relaciones geométricas que hayan podido variar. Algunos de estos parámetros pueden ser la relación entre los nuevos diámetros exteriores y la anchura de salida (que se ha podido ver modificada al tornear), o quizás la relación entre diámetros exterior e interior del rodete que hacen que también varíe, pudiendo tener influencia en las pérdidas internas del rodete.

En este estudio se ha trabajado con rodete radial puro, se podría considerar la posibilidad de repetir este estudio con otro tipo de rodetes o bombas que no sean monocelulares.

## 9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Angel, M (2018, Enero 9). *Algunas observaciones a las instalaciones con equipos de bombeo*. IAqua. Accedido: 6 de junio de 2025. Disponible en: <https://www.iagua.es/blogs/miguel-angel-monge-redondo/algunas-observaciones-instalaciones-equipos-bombeo>
- [2] Bell & Gossett / Xylem US. (2019). Xylem.com. Accedido: 19 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.xylem.com/en-us/brand/bell-gossett/>
- [3] CENTRIFUGAL PUMPS CD CONTENTS 50Hz. (s.f.). Accedido: 4 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: [https://www.ebara.es/wp-content/uploads/2015/03/CDX-CD/DataBook%20Cd\\_50.pdf](https://www.ebara.es/wp-content/uploads/2015/03/CDX-CD/DataBook%20Cd_50.pdf)
- [4] e-SH Series 60 Hz. (s.f.). Accedido: 11 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: [https://www.xylem.com/siteassets/brand/goulds-water-technology/resources/technical-brochure/g91012841\\_esh-goulds-60hz\\_en.pdf](https://www.xylem.com/siteassets/brand/goulds-water-technology/resources/technical-brochure/g91012841_esh-goulds-60hz_en.pdf)
- [5] fesmex. (s.f.). *Interpretación básica de La Curva Característica de Bomba Centrífuga*. Fesmex. Accedido: 7 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.fesmex.com.mx/article/interpretacion-basica-de-la-curva-caracteristica-de-bomba-centrifuga/>
- [6] Fetoui |, I. (2017, Abril 28). *ESP Pump Performance Curves and Effect of axial forces*. Production Technology. Accedido: 12 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://production-technology.org/pump-performance-curves/>
- [7] Karassik, I. J. (2017). *Centrifugal Pump Clinic, Revised and Expanded*. CRC Press.
- [8] Mataix, C. (2009). *Turbomáquinas hidráulicas* (Plana, Ed.). Universidad Pontificia Comillas.

- [9] Pfleiderer, C., Rodés, L. T., & R. Miravittas. (1959). *Bombas centrífugas y turbocompresores*.
- [10] SM8000. (2025). Ifm.com. Accedido: 20 de mayo de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://www.ifm.com/es/es/product/SM8000>
- [11] Venkataraman, U. (2025). *Pump Impeller trimming aspects*. Scribd. Accedido: 1 de junio de 2025. [En línea]. Disponible en: <https://es.scribd.com/document/566664326/Pump-Impeller-trimming-aspects>

## 10. ANEXOS

En estos anexos se presentan las tablas de las curvas de los fabricantes, estas recogen los puntos que se han extraído de las diferentes curvas para poder obtener las ecuaciones de estas y así poder aplicar los diferentes métodos.

Además, se presentan varias tablas de los dos métodos utilizados (puntos homólogos y sustituir en la ecuación). Los puntos de estas tablas marcados en rojo son los que se han descartado debido a su alto error relativo o que aumentan en gran medida la dispersión.

### 10.1. Primer ejemplo

5.25"		
Puntos	Q (L/min)	H (m)
1	0	8,84
2	11,36	8,84
3	22,73	8,84
4	34,09	8,81
5	45,46	8,78
6	56,82	8,75
7	68,19	8,69
8	79,55	8,60
9	90,92	8,50
10	102,28	8,32
11	113,65	8,17
12	125,01	7,92
13	136,38	7,77
14	147,74	7,50
15	159,11	7,22
16	170,47	6,86
17	181,84	6,55
18	193,20	6,16
19	204,57	5,79
20	215,93	5,36
21	227,30	4,97
22	238,66	4,57
23	250,03	4,11
24	261,39	3,63
25	272,76	3,14

*Tabla 31. 5.25" ejemplo 1*





4.84"		
Puntos	Q (L/min)	H (m)
26	0	7,22
27	11,36	7,25
28	22,73	7,28
29	34,09	7,22
30	45,46	7,19
31	56,82	7,10
32	68,19	7,04
33	79,55	6,94
34	90,92	6,85
35	102,28	6,67
36	113,65	6,49
37	125,01	6,27
38	136,38	6,06
39	147,74	5,76
40	159,11	5,48
41	170,47	5,182
42	181,84	4,87
43	193,20	4,54
44	204,57	4,14
45	215,93	3,71
46	227,30	3,35
47	238,66	2,95
48	250,03	2,46

*Tabla 32. 4.84" ejemplo 1*

4.38"		
Puntos	Q (L/min)	H (m)
49	0	5,73
50	11,36	5,73
51	22,73	5,76
52	34,09	5,73
53	45,46	5,73
54	56,82	5,70
55	68,19	5,60
56	79,55	5,51
57	90,92	5,39
58	102,28	5,21
59	113,65	5,02
60	125,01	4,78
61	136,38	4,57
62	147,74	4,29
63	159,11	4,02
64	170,47	3,71
65	181,84	3,41
66	193,20	3,07
67	204,57	2,71
68	215,93	2,34
69	227,30	2,07

*Tabla 33. 4.38" ejemplo 1*

## MÉTODO 1: PUNTOS HOMÓLOGOS

CASO	Puntos homól	Dt/D	Qt/Q	log10 (Dt/D)	log10 (Qt/Q)	Ht/H	H calculada	Punto cercano	Error relat(%)
1	5 y 53	0,834	1,000			0,652	5,722	5,730	0,135
1	6 y 54	0,834	1,000			0,652	5,702	5,700	0,042
1	7, 54	0,834	0,833			0,652	5,663	5,700	0,655
1	8, 55	0,834	0,857			0,652	5,603	5,608	0,088
1	9, 56	0,834	0,875			0,652	5,543	5,517	0,480
1	10, 57	0,834	0,889			0,652	5,424	5,395	0,542
1	11, 57	0,834	0,800			0,652	5,325	5,395	1,299
1	12, 58	0,834	0,818	-0,079	-0,087	0,652	5,166	5,212	0,884
1	13, 59	0,834	0,833	-0,079	-0,079	0,652	5,067	5,029	0,748
1	14, 60	0,834	0,846			0,652	4,888	4,785	2,148
1	15, 60	0,834	0,786			0,652	4,709	4,785	1,589
1	16, 61	0,834	0,800			0,652	4,471	4,572	2,219
1	17, 62	0,834	0,813	-0,079	-0,090	0,652	4,272	4,298	0,609
1	18, 63	0,834	0,824	-0,079	-0,084	0,652	4,014	4,023	0,235
1	19, 64	0,834	0,833			0,652	3,775	3,719	1,509
1	20, 65	0,834	0,842			0,652	3,497	3,414	2,430
1	21, 66	0,834	0,850			0,652	3,239	3,078	5,219
1	22, 66	0,834	0,810			0,652	2,980	3,078	3,172
1	23, 67	0,834	0,818			0,652	2,682	2,713	1,131
1	24, 68	0,834	0,826	-0,079	-0,083	0,652	2,364	2,347	0,742
1	25, 69	0,834	0,833			0,652	2,047	2,073	1,278
2	5, 29	0,922	0,750			0,825	7,244	7,224	0,283
2	6, 30	0,922	0,800			0,825	7,219	7,224	0,066
2	7, 31	0,922	0,833			0,825	7,169	7,193	0,334
2	8, 32	0,922	0,857			0,825	7,093	7,102	0,120
2	9, 33	0,922	0,875	-0,035	-0,058	0,825	7,018	7,041	0,326
2	10, 34	0,922	0,889	-0,035	-0,051	0,825	6,867	6,858	0,133
2	11, 35	0,922	0,900	-0,035	-0,046	0,825	6,741	6,675	0,994
2	12, 36	0,922	0,909	-0,035	-0,041	0,825	6,540	6,492	0,741
2	13, 36	0,922	0,833			0,825	6,414	6,492	1,197
2	14, 37	0,922	0,846			0,825	6,188	6,279	1,450
2	15, 38	0,922	0,857			0,825	5,962	6,066	1,722

2	16, 39	0,922	0,867			0,825	5,660	5,761	1,758
2	17, 40	0,922	0,875			0,825	5,408	5,486	1,419
2	18, 41	0,922	0,882			0,825	5,081	5,182	1,946
2	19, 42	0,922	0,889			0,825	4,779	4,877	2,003
2	20, 43	0,922	0,895			0,825	4,427	4,542	2,529
2	21, 44	0,922	0,900			0,825	4,100	4,145	1,082
2	22, 45	0,922	0,905			0,825	3,773	3,719	1,455
2	23, 46	0,922	0,909			0,825	3,396	3,353	1,277
2	24, 47	0,922	0,913			0,825	2,993	2,957	1,229
2	25, 48	0,922	0,917			0,825	2,591	2,469	4,937
3	31, 54	0,905	1,000			0,790	5,682	5,700	0,318
3	32, 55	0,905	1,000			0,790	5,610	5,608	0,030
3	33, 56	0,905	1,000			0,790	5,562	5,517	0,807
3	34, 56	0,905	0,875	-0,043	-0,058	0,790	5,489	5,517	0,502
3	35, 57	0,905	0,889	-0,043	-0,051	0,790	5,417	5,395	0,409
3	36, 58	0,905	0,900			0,790	5,273	5,212	1,163
3	37, 58	0,905	0,818			0,790	5,128	5,212	1,609
3	38, 59	0,905	0,833			0,790	4,960	5,029	1,380
3	39, 60	0,905	0,846	-0,043	-0,073	0,790	4,791	4,785	0,127
3	40, 61	0,905	0,857	-0,043	-0,067	0,790	4,550	4,572	0,474
3	41, 62	0,905	0,867	-0,043	-0,062	0,790	4,334	4,298	0,829
3	42, 63	0,905	0,875			0,790	4,093	4,023	1,737
3	43, 64	0,905	0,882			0,790	3,852	3,719	3,580
3	44, 64	0,905	0,833			0,790	3,587	3,719	3,541
3	45, 65	0,905	0,842			0,790	3,274	3,414	4,092
3	46, 66	0,905	0,850			0,790	2,937	3,078	4,573
3	47, 67	0,905	0,857			0,790	2,648	2,713	2,383
3	48, 68	0,905	0,864	-0,043	-0,064	0,790	2,335	2,347	0,496

Tabla 34. Puntos homólogos ejemplo 1

## 10.2. Segundo ejemplo

7"		
Puntos	Q(L/min)	H(m)
1	0	16,68
2	45,46	16,68
3	90,92	16,68
4	136,38	16,61
5	181,84	16,45
6	227,30	16,38
7	272,76	16,23
8	318,22	16,07
9	363,68	15,84
10	409,14	15,62
11	454,60	15,24
12	500,06	14,63
13	545,52	14,09
14	590,98	13,56
15	636,44	12,95
16	681,90	12,42
17	727,36	11,58
18	772,82	10,97
19	818,28	10,05
20	863,74	9,06
21	909,20	7,31

Tabla 35. 7" ejemplo 2

6.5"		
Puntos	Q(L/min)	H(m)
22	0	14,02
23	45,46	14,02
24	90,92	14,02
25	136,38	13,94
26	181,84	13,86
27	227,30	13,79
28	272,76	13,71
29	318,22	13,41
30	363,68	13,18
31	409,14	12,87
32	454,60	12,49
33	500,06	11,88
34	545,52	11,35
35	590,98	10,82
36	636,44	10,21
37	681,90	9,60
38	727,36	8,83
39	772,82	8,00
40	818,28	6,70
41	863,74	5,18

*Tabla 36. 6.5" ejemplo 2*

6.12"		
Puntos	Q(L/min)	H(m)
42	0	12,19
43	45,46	12,19
44	90,92	12,19
45	136,38	12,11
46	181,84	11,96
47	227,30	11,88
48	272,76	11,65
49	318,22	11,43
50	363,68	10,97
51	409,14	10,74
52	454,60	10,28
53	500,06	9,90
54	545,52	9,44
55	590,98	8,83
56	636,44	8,22
57	681,90	7,31
58	727,36	6,40
59	772,82	5,18
60	818,28	4,57

Tabla 37. 6.12" ejemplo 2

5.69"		
Puntos	Q(L/min)	H(m)
61	0	10,05
62	45,46	10,05
63	90,92	10,05
64	136,38	9,98
65	181,84	9,90
66	227,30	9,82
67	272,76	9,67
68	318,22	9,37
69	363,68	9,14
70	409,14	8,76
71	454,60	8,38
72	500,06	7,92
73	545,52	7,08
74	590,98	6,32
75	636,44	5,33
76	681,90	4,26
77	727,36	3,81

Tabla 38. 5.69" ejemplo 2



## MÉTODO 2: SUSTITUIR EN LA ECUACIÓN

CASO	Punto	Dt/D	Ht/H	H calculada	Q para la H calc	Raíz	Qt/Q	log10 (Dt/D)	log10 (Qt/Q)
1	6	0,813	0,596	9,760	266,32	0,005	1,172		
1	7	0,813	0,596	9,669	282,06	0,006	1,034		
1	8	0,813	0,596	9,578	296,32	0,007	0,931	-0,090	-0,031
1	9	0,813	0,596	9,442	315,66	0,007	0,868	-0,090	-0,061
1	10	0,813	0,596	9,306	333,18	0,008	0,814	-0,090	-0,089
1	11	0,813	0,596	9,079	359,41	0,009	0,791	-0,090	-0,102
1	12	0,813	0,596	8,716	396,06	0,011	0,792	-0,090	-0,101
1	13	0,813	0,596	8,398	424,41	0,012	0,778	-0,090	-0,109
1	14	0,813	0,596	8,080	450,25	0,013	0,762	-0,090	-0,118
1	15	0,813	0,596	7,717	477,45	0,014	0,750	-0,090	-0,125
1	16	0,813	0,596	7,399	499,61	0,015	0,733	-0,090	-0,135
1	17	0,813	0,596	6,900	531,96	0,016	0,731	-0,090	-0,136
1	18	0,813	0,596	6,537	553,95	0,017	0,717	-0,090	-0,145
1	19	0,813	0,596	5,992	584,94	0,018	0,715	-0,090	-0,146
1	20	0,813	0,596	5,402	616,29	0,019	0,714	-0,090	-0,147
1	21	0,813	0,596	4,358	667,29	0,021	0,734	-0,090	-0,134
2	6	0,874	0,715	11,710	231,06	0,006	1,017		
2	7	0,874	0,715	11,601	248,65	0,007	0,912	-0,058	-0,040
2	8	0,874	0,715	11,492	264,52	0,007	0,831	-0,058	-0,080
2	9	0,874	0,715	11,329	285,99	0,008	0,786	-0,058	-0,104
2	10	0,874	0,715	11,165	305,38	0,009	0,746	-0,058	-0,127
2	11	0,874	0,715	10,893	334,36	0,010	0,736	-0,058	-0,133
2	12	0,874	0,715	10,457	374,77	0,012	0,749	-0,058	-0,125
2	13	0,874	0,715	10,076	405,98	0,013	0,744	-0,058	-0,128
2	14	0,874	0,715	9,695	434,42	0,014	0,735	-0,058	-0,134
2	15	0,874	0,715	9,259	464,31	0,015	0,730	-0,058	-0,137
2	16	0,874	0,715	8,878	488,66	0,016	0,717	-0,058	-0,145
2	17	0,874	0,715	8,279	524,20	0,018	0,721	-0,058	-0,142
2	18	0,874	0,715	7,843	548,34	0,019	0,710	-0,058	-0,149
2	19	0,874	0,715	7,189	582,35	0,020	0,712	-0,058	-0,148
2	20	0,874	0,715	6,481	616,75	0,021	0,714	-0,058	-0,146
2	21	0,874	0,715	5,229	672,70	0,024	0,740	-0,058	-0,131
3	6	0,929	0,831	13,613	244,11	0,006	1,074		
3	7	0,929	0,831	13,487	265,26	0,006	0,973	-0,032	-0,012
3	8	0,929	0,831	13,360	283,93	0,007	0,892	-0,032	-0,050
3	9	0,929	0,831	13,170	308,75	0,008	0,849	-0,032	-0,071
3	10	0,929	0,831	12,980	330,86	0,009	0,809	-0,032	-0,092

3	11	0,929	0,831	12,664	363,54	0,010	0,800	-0,032	-0,097
3	12	0,929	0,831	12,157	408,59	0,012	0,817	-0,032	-0,088
3	13	0,929	0,831	11,714	443,13	0,014	0,812	-0,032	-0,090
3	14	0,929	0,831	11,271	474,45	0,015	0,803	-0,032	-0,095
3	15	0,929	0,831	10,764	507,27	0,016	0,797	-0,032	-0,099
3	16	0,929	0,831	10,321	533,93	0,017	0,783	-0,032	-0,106
3	17	0,929	0,831	9,624	572,77	0,019	0,787	-0,032	-0,104
3	18	0,929	0,831	9,118	599,10	0,020	0,775	-0,032	-0,111
3	19	0,929	0,831	8,358	636,15	0,021	0,777	-0,032	-0,109
3	20	0,929	0,831	7,535	673,58	0,023	0,780	-0,032	-0,108
3	21	0,929	0,831	6,079	734,36	0,025	0,808	-0,032	-0,093
4	27	0,875	0,717	9,889	240,07	0,004	1,056		
4	28	0,875	0,717	9,834	251,85	0,005	0,923	-0,058	-0,035
4	29	0,875	0,717	9,616	290,55	0,006	0,913	-0,058	-0,040
4	30	0,875	0,717	9,452	314,31	0,007	0,864	-0,058	-0,063
4	31	0,875	0,717	9,233	341,89	0,008	0,836	-0,058	-0,078
4	32	0,875	0,717	8,960	371,98	0,010	0,818	-0,058	-0,087
4	33	0,875	0,717	8,523	413,57	0,011	0,827	-0,058	-0,082
4	34	0,875	0,717	8,141	445,49	0,013	0,817	-0,058	-0,088
4	35	0,875	0,717	7,758	474,46	0,014	0,803	-0,058	-0,095
4	36	0,875	0,717	7,321	504,85	0,015	0,793	-0,058	-0,101
4	37	0,875	0,717	6,884	532,94	0,016	0,782	-0,058	-0,107
4	38	0,875	0,717	6,338	565,53	0,017	0,778	-0,058	-0,109
4	39	0,875	0,717	5,737	598,76	0,019	0,775	-0,058	-0,111
4	40	0,875	0,717	4,808	645,92	0,021	0,789	-0,058	-0,103
4	41	0,875	0,717	3,715	696,40	0,023	0,806	-0,058	-0,094
5	27	0,942	0,860	11,863	201,98	0,005	0,889	-0,026	-0,051
5	28	0,942	0,860	11,797	215,24	0,005	0,789	-0,026	-0,103
5	29	0,942	0,860	11,535	258,41	0,007	0,812	-0,026	-0,090
5	30	0,942	0,860	11,338	284,75	0,008	0,783	-0,026	-0,106
5	31	0,942	0,860	11,076	315,24	0,009	0,770	-0,026	-0,113
5	32	0,942	0,860	10,749	348,43	0,011	0,766	-0,026	-0,116
5	33	0,942	0,860	10,224	394,21	0,012	0,788	-0,026	-0,103
5	34	0,942	0,860	9,766	429,31	0,014	0,787	-0,026	-0,104
5	35	0,942	0,860	9,307	461,15	0,015	0,780	-0,026	-0,108
5	36	0,942	0,860	8,782	494,52	0,016	0,777	-0,026	-0,110
5	37	0,942	0,860	8,258	525,36	0,018	0,770	-0,026	-0,113
5	38	0,942	0,860	7,603	561,12	0,019	0,771	-0,026	-0,113
5	39	0,942	0,860	6,882	597,58	0,021	0,773	-0,026	-0,112
5	40	0,942	0,860	5,768	649,31	0,023	0,794	-0,026	-0,100
5	41	0,942	0,860	4,457	704,67	0,025	0,816	-0,026	-0,088
6	47	0,930	0,833	9,907	235,94	0,004	1,038	-0,032	0,016

6	48	0,930	0,833	9,716	274,04	0,006	1,005	-0,032	0,002
6	49	0,930	0,833	9,526	304,00	0,007	0,955	-0,032	-0,020
6	50	0,930	0,833	9,145	352,10	0,009	0,968	-0,032	-0,014
6	51	0,930	0,833	8,954	372,59	0,010	0,911	-0,032	-0,041
6	52	0,930	0,833	8,573	409,11	0,011	0,900	-0,032	-0,046
6	53	0,930	0,833	8,256	436,24	0,012	0,872	-0,032	-0,059
6	54	0,930	0,833	7,875	465,91	0,013	0,854	-0,032	-0,069
6	55	0,930	0,833	7,367	501,80	0,015	0,849	-0,032	-0,071
6	56	0,930	0,833	6,859	534,52	0,016	0,840	-0,032	-0,076
6	57	0,930	0,833	6,097	579,16	0,018	0,849	-0,032	-0,071
6	58	0,930	0,833	5,335	619,74	0,020	0,852	-0,032	-0,070
6	59	0,930	0,833	4,318	669,12	0,022	0,866	-0,032	-0,063
6	60	0,930	0,833	3,810	692,18	0,022	0,846	-0,032	-0,073

Tabla 39. Sustituir en la ecuación ejemplo 2

### 10.3. Tercer ejemplo

D220			
Punto	Q(m <sup>3</sup> /h)	Q(L/min)	H(m)
1	0	0,0	92,0
2	1	16,7	92,0
3	2	33,3	91,0
4	3	50,0	90,0
5	4	66,7	89,5
6	5	83,3	89,0
7	6	100,0	88,5
8	7	116,7	88,0
9	8	133,3	87,5
10	9	150,0	87,0
11	10	166,7	86,5
12	11	183,3	86,0
13	12	200,0	85,0
14	13	216,7	84,5
15	14	233,3	83,5
16	15	250,0	82,5
17	16	266,7	82,0
18	17	283,3	81,0
19	18	300,0	79,5
20	19	316,7	78,5
21	20	333,3	77,5
22	21	350,0	76,5
23	22	366,7	75,0
24	23	383,3	73,5
25	24	400,0	72,5
26	25	416,7	71,0
27	26	433,3	70,0
28	27	450,0	68,0
29	28	466,7	67,0

Tabla 40. 220mm ejemplo 3

D208			
	Q(m <sup>3</sup> /h)	Q(L/min)	H(m)
30	0	0,0	80,0
31	1	16,7	79,5
32	2	33,3	79,5
33	3	50,0	79,0
34	4	66,7	79,0
35	5	83,3	78,5
36	6	100,0	78,0
37	7	116,7	77,0
38	8	133,3	76,5
39	9	150,0	76,0
40	10	166,7	75,5
41	11	183,3	74,5
42	12	200,0	74,0
43	13	216,7	73,0
44	14	233,3	72,0
45	15	250,0	71,0
46	16	266,7	70,0
47	17	283,3	68,5
48	18	300,0	67,5
49	19	316,7	66,0
50	20	333,3	64,5
51	21	350,0	63,5
52	22	366,7	62,0
53	23	383,3	60,5
54	24	400,0	58,5
55	25	416,7	57,0
56	26	433,3	55,0

Tabla 41. 208mm ejemplo 3

D197			
	Q(m <sup>3</sup> /h)	Q(L/min)	H(m)
57	0	0,0	70,0
58	1	16,7	69,5
59	2	33,3	69,0
60	3	50,0	68,5
61	4	66,7	68,0
62	5	83,3	68,0
63	6	100,0	67,5
64	7	116,7	67,0
65	8	133,3	66,5
66	9	150,0	66,0
67	10	166,7	65,5
68	11	183,3	65,0
69	12	200,0	64,0
70	13	216,7	63,0
71	14	233,3	62,0
72	15	250,0	61,0
73	16	266,7	60,0
74	17	283,3	58,5
75	18	300,0	57,5
76	19	316,7	56,0
77	20	333,3	54,5
78	21	350,0	53,0
79	22	366,7	51,5
80	23	383,3	50,0
81	24	400,0	48,0
82	25	416,7	47,0

Tabla 42. 197mm ejemplo 31

D183			
	Q(m <sup>3</sup> /h)	Q(L/min)	H(m)
83	0	0,0	58,5
84	1	16,7	58,0
85	2	33,3	58,0
86	3	50,0	57,5
87	4	66,7	57,5
88	5	83,3	57,0
89	6	100,0	56,5
90	7	116,7	56,0
91	8	133,3	55,0
92	9	150,0	54,5
93	10	166,7	54,0
94	11	183,3	53,0
95	12	200,0	52,0
96	13	216,7	51,0
97	14	233,3	49,5
98	15	250,0	48,5
99	16	266,7	47,5
100	17	283,3	46,0
101	18	300,0	44,5
102	19	316,7	43,0
103	20	333,3	42,0
104	21	350,0	40,5
105	22	366,7	39,0
106	23	383,3	37,5
107	24	400,0	36,0

Tabla 43. 183mm ejemplo 3

## MÉTODO 1: PUNTOS HOMÓLOGOS

CASO	Puntos homól	Dt/D	Qt/Q	log10 (Dt/D)	log10 (Qt/Q)	Ht/H	H calculada	Punto cercano	Error relat(%)
1	4, 86	0,832	1,000			0,641	57,66	57,50	0,272
1	5, 87	0,832	1,000			0,641	57,34	57,50	0,285
1	6, 88	0,832	1,000			0,641	57,02	57,00	0,028
1	7, 89	0,832	1,000			0,641	56,70	56,50	0,346
1	8, 89	0,832	0,857	-0,080	-0,067	0,641	56,38	56,50	0,221
1	9, 90	0,832	0,875	-0,080	-0,058	0,641	56,05	56,00	0,098
1	10, 90	0,832	0,778	-0,080	-0,109	0,641	55,73	56,00	0,474
1	11, 91	0,832	0,800	-0,080	-0,097	0,641	55,41	55,00	0,753
1	12, 91	0,832	0,727	-0,080	-0,138	0,641	55,09	55,00	0,171
1	13, 92	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	54,45	54,50	0,086
1	14, 93	0,832	0,769	-0,080	-0,114	0,641	54,13	54,00	0,246
1	15, 94	0,832	0,786	-0,080	-0,105	0,641	53,49	53,00	0,929
1	16, 94	0,832	0,733	-0,080	-0,135	0,641	52,85	53,00	0,280
1	17, 94	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	52,53	53,00	0,884
1	18, 95	0,832	0,765	-0,080	-0,117	0,641	51,89	52,00	0,210
1	19, 96	0,832	0,778	-0,080	-0,109	0,641	50,93	51,00	0,137
1	20, 96	0,832	0,737			0,641	50,29	51,00	1,394
1	21, 97	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	49,65	49,50	0,300
1	22, 97	0,832	0,714	-0,080	-0,146	0,641	49,01	49,50	0,994
1	23, 98	0,832	0,727	-0,080	-0,138	0,641	48,05	48,50	0,934
1	24, 99	0,832	0,739	-0,080	-0,131	0,641	47,09	47,50	0,871
1	25, 100	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	46,45	46,00	0,969
1	26, 100	0,832	0,720			0,641	45,48	46,00	1,121
1	27, 101	0,832	0,731	-0,080	-0,136	0,641	44,84	44,50	0,773
1	28, 102	0,832	0,741			0,641	43,56	43,00	1,309
1	29, 102	0,832	0,714	-0,080	-0,146	0,641	42,92	43,00	0,181
2	5, 60	0,896	0,750	-0,048	-0,125	0,766	68,54	68,50	0,052
2	6, 61	0,896	0,800	-0,048	-0,097	0,766	68,15	68,00	0,225
2	7, 62	0,896	0,833	-0,048	-0,079	0,766	67,77	68,00	0,338
2	8, 63	0,896	0,857	-0,048	-0,067	0,766	67,39	67,50	0,167
2	9, 64	0,896	0,875	-0,048	-0,058	0,766	67,00	67,00	0,006
2	10, 65	0,896	0,889	-0,048	-0,051	0,766	66,62	66,50	0,183
2	11, 66	0,896	0,900	-0,048	-0,046	0,766	66,24	66,00	0,361
2	12, 66	0,896	0,818	-0,048	-0,087	0,766	65,86	66,00	0,219
2	13, 68	0,896	0,917	-0,048	-0,038	0,766	65,09	65,00	0,138
2	14, 68	0,896	0,846	-0,048	-0,073	0,766	64,71	65,00	0,451
2	15, 69	0,896	0,857	-0,048	-0,067	0,766	63,94	64,00	0,092



2	16, 70	0,896	0,867	-0,048	-0,062	0,766	63,18	63,00	0,279
2	17, 70	0,896	0,813	-0,048	-0,090	0,766	62,79	63,00	0,329
2	18, 71	0,896	0,824	-0,048	-0,084	0,766	62,03	62,00	0,043
2	19, 72	0,896	0,833	-0,048	-0,079	0,766	60,88	61,00	0,200
2	20, 73	0,896	0,842	-0,048	-0,075	0,766	60,11	60,00	0,187
2	21, 73	0,896	0,800	-0,048	-0,097	0,766	59,35	60,00	1,089
2	22, 74	0,896	0,810	-0,048	-0,092	0,766	58,58	58,50	0,138
2	23, 75	0,896	0,818	-0,048	-0,087	0,766	57,43	57,50	0,118
2	24, 76	0,896	0,826	-0,048	-0,083	0,766	56,28	56,00	0,506
2	25, 76	0,896	0,792	-0,048	-0,101	0,766	55,52	56,00	0,861
2	26, 77	0,896	0,800	-0,048	-0,097	0,766	54,37	54,50	0,240
2	27, 78	0,896	0,808			0,766	53,60	53,00	1,139
2	28, 79	0,896	0,815			0,766	52,07	51,50	1,111
2	29, 79	0,896	0,786	-0,048	-0,105	0,766	51,31	51,50	0,376
3	5, 36	0,946	1,500			0,873	78,16	78,00	0,202
3	6, 36	0,946	1,200			0,873	77,72	78,00	0,357
3	7, 37	0,946	1,167			0,873	77,28	77,00	0,370
3	8, 37	0,946	1,000			0,873	76,85	77,00	0,197
3	9, 38	0,946	1,000			0,873	76,41	76,50	0,116
3	10, 39	0,946	1,000			0,873	75,97	76,00	0,033
3	11, 40	0,946	1,000			0,873	75,54	75,50	0,050
3	12, 40	0,946	0,909	-0,024	-0,041	0,873	75,10	75,50	0,528
3	13, 42	0,946	1,000			0,873	74,23	74,00	0,308
3	14, 42	0,946	0,923	-0,024	-0,035	0,873	73,79	74,00	0,282
3	15, 43	0,946	0,929	-0,024	-0,032	0,873	72,92	73,00	0,112
3	16, 44	0,946	0,933	-0,024	-0,030	0,873	72,04	72,00	0,062
3	17, 44	0,946	0,875	-0,024	-0,058	0,873	71,61	72,00	0,544
3	18, 45	0,946	0,882	-0,024	-0,054	0,873	70,74	71,00	0,373
3	19, 46	0,946	0,889	-0,024	-0,051	0,873	69,43	70,00	0,821
3	20, 47	0,946	0,895	-0,024	-0,048	0,873	68,55	68,50	0,076
3	21, 48	0,946	0,900	-0,024	-0,046	0,873	67,68	67,50	0,265
3	22, 48	0,946	0,857			0,873	66,81	67,50	1,029
3	23, 49	0,946	0,864	-0,024	-0,064	0,873	65,50	66,00	0,765
3	24, 50	0,946	0,870	-0,024	-0,061	0,873	64,19	64,50	0,488
3	25, 51	0,946	0,875	-0,024	-0,058	0,873	63,31	63,50	0,296
3	26, 52	0,946	0,880	-0,024	-0,056	0,873	62,00	62,00	0,004
3	27, 53	0,946	0,885			0,873	61,13	60,50	1,040

3	28, 54	0,946	0,889			0,873	59,38	58,50	1,509
3	29, 54	0,946	0,857	-0,024	-0,067	0,873	58,51	58,50	0,016
4	35, 87	0,880	0,800	-0,056	-0,097	0,734	57,60	57,50	0,166
4	36, 88	0,880	0,833	-0,056	-0,079	0,734	57,23	57,00	0,401
4	37, 89	0,880	0,857	-0,056	-0,067	0,734	56,50	56,50	0,009
4	38, 90	0,880	0,875	-0,056	-0,058	0,734	56,13	56,00	0,229
4	39, 90	0,880	0,778	-0,056	-0,109	0,734	55,76	56,00	0,426
4	40, 91	0,880	0,800	-0,056	-0,097	0,734	55,39	55,00	0,717
4	41, 92	0,880	0,818	-0,056	-0,087	0,734	54,66	54,50	0,295
4	42, 92	0,880	0,750	-0,056	-0,125	0,734	54,29	54,50	0,378
4	43, 93	0,880	0,769	-0,056	-0,114	0,734	53,56	54,00	0,814
4	44, 94	0,880	0,786	-0,056	-0,105	0,734	52,83	53,00	0,327
4	45, 95	0,880	0,800	-0,056	-0,097	0,734	52,09	52,00	0,179
4	46, 96	0,880	0,813	-0,056	-0,090	0,734	51,36	51,00	0,704
4	47, 96	0,880	0,765			0,734	50,26	51,00	1,454
4	48, 97	0,880	0,778	-0,056	-0,109	0,734	49,52	49,50	0,050
4	49, 98	0,880	0,789	-0,056	-0,103	0,734	48,42	48,50	0,156
4	50, 99	0,880	0,800	-0,056	-0,097	0,734	47,32	47,50	0,371
4	51, 100	0,880	0,810			0,734	46,59	46,00	1,283
4	52, 100	0,880	0,773			0,734	45,49	46,00	1,110
4	53, 101	0,880	0,783	-0,056	-0,106	0,734	44,39	44,50	0,249
4	54, 102	0,880	0,792	-0,056	-0,101	0,734	42,92	43,00	0,182
4	55, 103	0,880	0,800	-0,056	-0,097	0,734	41,82	42,00	0,426
4	56, 104	0,880	0,808	-0,056	-0,093	0,734	40,35	40,50	0,361
5	35, 59	0,947	0,400			0,877	68,83	69,00	0,242
5	36, 60	0,947	0,500			0,877	68,39	68,50	0,154
5	37, 63	0,947	0,857	-0,024	-0,067	0,877	67,52	67,50	0,026
5	38, 64	0,947	0,875	-0,024	-0,058	0,877	67,08	67,00	0,118
5	39, 65	0,947	0,889	-0,024	-0,051	0,877	66,64	66,50	0,211
5	40, 66	0,947	0,900	-0,024	-0,046	0,877	66,20	66,00	0,306
5	41, 67	0,947	0,909	-0,024	-0,041	0,877	65,33	65,50	0,267
5	42, 68	0,947	0,917	-0,024	-0,038	0,877	64,89	65,00	0,174
5	43, 69	0,947	0,923	-0,024	-0,035	0,877	64,01	64,00	0,016
5	44, 70	0,947	0,929	-0,024	-0,032	0,877	63,13	63,00	0,211
5	45, 71	0,947	0,933	-0,024	-0,030	0,877	62,26	62,00	0,413
5	46, 72	0,947	0,938	-0,024	-0,028	0,877	61,38	61,00	0,622
5	47, 73	0,947	0,941	-0,024	-0,026	0,877	60,06	60,00	0,107
5	48, 74	0,947	0,944			0,877	59,19	58,50	1,175
5	49, 75	0,947	0,947	-0,024	-0,023	0,877	57,87	57,50	0,647
5	50, 76	0,947	0,950	-0,024	-0,022	0,877	56,56	56,00	0,994
5	51, 76	0,947	0,905	-0,024	-0,043	0,877	55,68	56,00	0,572

5	52, 77	0,947	0,909	-0,024	-0,041	0,877	54,36	54,50	0,248
5	53, 78	0,947	0,913	-0,024	-0,040	0,877	53,05	53,00	0,093
5	54, 79	0,947	0,917	-0,024	-0,038	0,877	51,30	51,50	0,397
5	55, 80	0,947	0,920	-0,024	-0,036	0,877	49,98	50,00	0,039
5	56, 81	0,947	0,923	-0,024	-0,035	0,877	48,23	48,00	0,472
6	62, 88	0,929	1,000			0,837	56,89	57,00	0,188
6	63, 89	0,929	1,000			0,837	56,47	56,50	0,045
6	64, 90	0,929	1,000			0,837	56,06	56,00	0,100
6	65, 90	0,929	0,875	-0,032	-0,058	0,837	55,64	56,00	0,647
6	66, 91	0,929	0,889	-0,032	-0,051	0,837	55,22	55,00	0,399
6	67, 91	0,929	0,800	-0,032	-0,097	0,837	54,80	55,00	0,361
6	68, 92	0,929	0,818	-0,032	-0,087	0,837	54,38	54,50	0,215
6	69, 93	0,929	0,833	-0,032	-0,079	0,837	53,55	54,00	0,840
6	70, 94	0,929	0,846	-0,032	-0,073	0,837	52,71	53,00	0,548
6	71, 95	0,929	0,857	-0,032	-0,067	0,837	51,87	52,00	0,244
6	72, 96	0,929	0,867	-0,032	-0,062	0,837	51,04	51,00	0,071
6	73, 97	0,929	0,875			0,837	50,20	49,50	1,413
6	74, 98	0,929	0,882	-0,032	-0,054	0,837	48,94	48,50	0,917
6	75, 98	0,929	0,833	-0,032	-0,079	0,837	48,11	48,50	0,808
6	76, 99	0,929	0,842			0,837	46,85	47,50	1,362
6	77, 100	0,929	0,850	-0,032	-0,071	0,837	45,60	46,00	0,874
6	78, 101	0,929	0,857	-0,032	-0,067	0,837	44,34	44,50	0,353
6	79, 102	0,929	0,864	-0,032	-0,064	0,837	43,09	43,00	0,205
6	80, 103	0,929	0,870	-0,032	-0,061	0,837	41,83	42,00	0,398
6	81, 104	0,929	0,875	-0,032	-0,058	0,837	40,16	40,50	0,840
6	82, 105	0,929	0,880	-0,032	-0,056	0,837	39,32	39,00	0,828

Tabla 44. Puntos homólogos ejemplo 3

#### 10.4. Cuarto ejemplo

220mm		
Punto	Q(L/min)	H(m)
1	0,0	90,5
2	16,7	90,5
3	33,3	90,5
4	50,0	90,0
5	66,7	89,5
6	83,3	89,0
7	100,0	89,0
8	116,7	88,5
9	133,3	88,0
10	150,0	87,5
11	166,7	87,0
12	183,3	86,5
13	200,0	85,5
14	216,7	85,0
15	233,3	84,5
16	250,0	84,0
17	266,7	83,5
18	283,3	82,5
19	300,0	82,0
20	316,7	81,0
21	333,3	80,0
22	350,0	79,0
23	366,7	78,0
24	383,3	77,0
25	400,0	76,0
26	416,7	75,0
27	433,3	73,5
28	450,0	72,0
29	466,7	70,5
30	483,3	69,0
31	500,0	67,0

Tabla 45. 220mm ejemplo 4

208mm		
Punto	Q(L/min)	H(m)
32	0,0	80,0
33	16,7	80,0
34	33,3	79,5
35	50,0	79,5
36	66,7	79,0
37	83,3	78,5
38	100,0	78,5
39	116,7	78,0
40	133,3	77,5
41	150,0	77,0
42	166,7	76,5
43	183,3	76,0
44	200,0	75,5
45	216,7	75,0
46	233,3	74,5
47	250,0	74,0
48	266,7	73,0
49	283,3	72,0
50	300,0	71,5
51	316,7	70,5
52	333,3	69,5
53	350,0	68,5
54	366,7	67,0
55	383,3	66,0
56	400,0	65,0
57	416,7	63,5
58	433,3	62,0
59	450,0	60,0
60	466,7	58,5

Tabla 46. 208mm ejemplo 4

197mm		
Punto	Q(L/min)	H(m)
61	0,0	70,0
62	16,7	69,75
63	33,3	69,5
64	50,0	69,5
65	66,7	69,0
66	83,3	68,5
67	100,0	68,0
68	116,7	68,0
69	133,3	67,5
70	150,0	67,0
71	166,7	66,5
72	183,3	66,0
73	200,0	65,5
74	216,7	64,5
75	233,3	64,0
76	250,0	63,0
77	266,7	62,25
78	283,3	61,5
79	300,0	60,5
80	316,7	59,5
81	333,3	58,5
82	350,0	57,5
83	366,7	56,0
84	383,3	55,0
85	400,0	54,0
86	416,7	52,5
87	433,3	51,0

*Tabla 47. 197mm ejemplo 4*

183mm		
Punto	Q(L/min)	H(m)
88	0,0	58,5
89	16,7	58,25
90	33,3	57,75
91	50,0	57,5
92	66,7	57,0
93	83,3	56,5
94	100,0	56,25
95	116,7	56,0
96	133,3	55,5
97	150,0	55,0
98	166,7	54,5
99	183,3	54,0
100	200,0	53,0
101	216,7	52,5
102	233,3	51,75
103	250,0	51,0
104	266,7	50,0
105	283,3	49,0
106	300,0	48,0
107	316,7	47,0
108	333,3	45,75
109	350,0	44,5
110	366,7	43,0
111	383,3	42,0
112	400,0	40,5

Tabla 48. 183mm ejemplo 4

## MÉTODO 1: PUNTOS HOMÓLOGOS

CASO	Puntos homól	Dt/D	Qt/Q	log10 (Dt/D)	log10 (Qt/Q)	Ht/H	H calculada	Punto cercano	Error relat(%)
1	7, 92	0,832	0,667	-0,080	-0,176	0,641	57,02	57,00	0,028
1	8, 93	0,832	0,714	-0,080	-0,146	0,641	56,70	56,50	0,345
1	9, 93	0,832	0,625	-0,080	-0,204	0,641	56,38	56,50	0,221
1	10, 95	0,832	0,778	-0,080	-0,109	0,641	56,05	56,00	0,098
1	11, 96	0,832	0,800	-0,080	-0,097	0,641	55,73	55,50	0,421
1	12, 96	0,832	0,727	-0,080	-0,138	0,641	55,41	55,50	0,155
1	13, 97	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	54,77	55,00	0,413
1	14, 98	0,832	0,769	-0,080	-0,114	0,641	54,45	54,50	0,086
1	15, 99	0,832	0,786	-0,080	-0,105	0,641	54,13	54,00	0,246
1	16, 99	0,832	0,733	-0,080	-0,135	0,641	53,81	54,00	0,348
1	17, 100	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	53,49	53,00	0,921
1	18, 100	0,832	0,706	-0,080	-0,151	0,641	52,85	53,00	0,280
1	19, 101	0,832	0,722	-0,080	-0,141	0,641	52,53	52,50	0,060
1	20, 102	0,832	0,737	-0,080	-0,133	0,641	51,89	51,75	0,271
1	21, 103	0,832	0,750	-0,080	-0,125	0,641	51,25	51,00	0,488
1	22, 103	0,832	0,714	-0,080	-0,146	0,641	50,61	51,00	0,771
1	23, 104	0,832	0,727	-0,080	-0,138	0,641	49,97	50,00	0,062
1	24, 105	0,832	0,739	-0,080	-0,131	0,641	49,33	49,00	0,666
1	25, 105	0,832	0,708	-0,080	-0,150	0,641	48,69	49,00	0,641
1	26, 106	0,832	0,720	-0,080	-0,143	0,641	48,05	48,00	0,098
1	27, 107	0,832	0,731	-0,080	-0,136	0,641	47,09	47,00	0,183
1	28, 108	0,832	0,741	-0,080	-0,130	0,641	46,13	45,75	0,813
1	29, 108	0,832	0,714	-0,080	-0,146	0,641	45,16	45,75	1,297
1	30, 109	0,832	0,724	-0,080	-0,140	0,641	44,20	44,50	0,671
1	31, 110	0,832	0,733	-0,080	-0,135	0,641	42,92	43,00	0,182
2	7, 67	0,896	1,000			0,766	68,15	68,00	0,224
2	8, 68	0,896	1,000			0,766	67,77	68,00	0,339
2	9, 69	0,896	1,000			0,766	67,39	67,50	0,167
2	10, 70	0,896	1,000			0,766	67,00	67,00	0,006
2	11, 71	0,896	1,000			0,766	66,62	66,50	0,182
2	12, 72	0,896	1,000			0,766	66,24	66,00	0,360
2	13, 73	0,896	1,000			0,766	65,47	65,50	0,042
2	14, 73	0,896	0,923	-0,048	-0,035	0,766	65,09	65,50	0,630
2	15, 74	0,896	0,929	-0,048	-0,032	0,766	64,71	64,50	0,320
2	16, 74	0,896	0,867	-0,048	-0,062	0,766	64,32	64,50	0,273



2	17, 75	0,896	0,875	-0,048	-0,058	0,766	63,94	64,00	0,092
2	18, 76	0,896	0,882	-0,048	-0,054	0,766	63,18	63,00	0,278
2	19, 76	0,896	0,833	-0,048	-0,079	0,766	62,79	63,00	0,330
2	20, 77	0,896	0,842	-0,048	-0,075	0,766	62,03	62,25	0,360
2	21, 78	0,896	0,850	-0,048	-0,071	0,766	61,26	61,50	0,390
2	22, 79	0,896	0,857	-0,048	-0,067	0,766	60,50	60,50	0,008
2	23, 80	0,896	0,864	-0,048	-0,064	0,766	59,73	59,50	0,384
2	24, 81	0,896	0,870	-0,048	-0,061	0,766	58,96	58,50	0,787
2	25, 81	0,896	0,833	-0,048	-0,079	0,766	58,20	58,50	0,519
2	26, 82	0,896	0,840	-0,048	-0,076	0,766	57,43	57,50	0,118
2	27, 83	0,896	0,846	-0,048	-0,072	0,766	56,28	56,00	0,504
2	28, 84	0,896	0,852	-0,048	-0,070	0,766	55,13	55,00	0,245
2	29, 85	0,896	0,857	-0,048	-0,067	0,766	53,99	54,00	0,025
2	30, 86	0,896	0,862	-0,048	-0,064	0,766	52,84	52,50	0,639
2	31, 87	0,896	0,867	-0,048	-0,062	0,766	51,31	51,00	0,597
3	7, 40	0,946	1,333			0,873	77,72	77,50	0,285
3	8, 40	0,946	1,142	-0,024	0,058	0,873	77,28	77,50	0,279
3	9, 41	0,946	1,125	-0,024	0,051	0,873	76,85	77,00	0,198
3	10, 42	0,946	1,111	-0,024	0,046	0,873	76,41	76,50	0,116
3	11, 43	0,946	1,100	-0,024	0,041	0,873	75,97	76,00	0,033
3	12, 44	0,946	1,091	-0,024	0,038	0,873	75,54	75,50	0,050
3	13, 46	0,946	1,167	-0,024	0,067	0,873	74,66	74,50	0,221
3	14, 47	0,946	1,154	-0,024	0,062	0,873	74,23	74,00	0,307
3	15, 47	0,946	1,072	-0,024	0,030	0,873	73,79	74,00	0,283
3	16, 48	0,946	1,067	-0,024	0,028	0,873	73,35	73,00	0,484
3	17, 48	0,946	1,000			0,873	72,92	73,00	0,112
3	18, 49	0,946	1,000			0,873	72,04	72,00	0,062
3	19, 49	0,946	0,944	-0,024	-0,025	0,873	71,61	72,00	0,547
3	20, 51	0,946	1,000			0,873	70,74	70,50	0,332
3	21, 52	0,946	1,000			0,873	69,86	69,50	0,518
3	22, 53	0,946	1,000			0,873	68,99	68,50	0,708
3	23, 53	0,946	0,954	-0,024	-0,020	0,873	68,12	68,50	0,565
3	24, 54	0,946	0,957	-0,024	-0,019	0,873	67,24	67,00	0,360
3	25, 55	0,946	0,958	-0,024	-0,019	0,873	66,37	66,00	0,556
3	26, 56	0,946	0,960	-0,024	-0,018	0,873	65,50	65,00	0,756
3	27, 57	0,946	0,962			0,873	64,19	63,50	1,068
3	28, 57	0,946	0,926	-0,024	-0,033	0,873	62,88	63,50	0,993
3	29, 58	0,946	0,928	-0,024	-0,032	0,873	61,57	62,00	0,705
3	30, 59	0,946	0,931	-0,024	-0,031	0,873	60,26	60,00	0,424

3	31, 60	0,946	0,933	-0,024	-0,030	0,873	58,51	58,50	0,016
4	38, 91	0,879	0,500	-0,056	-0,301	0,732	57,45	57,50	0,081
4	39, 92	0,879	0,572	-0,056	-0,243	0,732	57,09	57,00	0,153
4	40, 93	0,879	0,625	-0,056	-0,204	0,732	56,72	56,50	0,390
4	41, 93	0,879	0,555	-0,056	-0,255	0,732	56,36	56,50	0,256
4	42, 95	0,879	0,700	-0,056	-0,155	0,732	55,99	56,00	0,019
4	43, 96	0,879	0,727	-0,056	-0,138	0,732	55,62	55,50	0,222
4	44, 96	0,879	0,667	-0,056	-0,176	0,732	55,26	55,50	0,439
4	45, 97	0,879	0,692	-0,056	-0,160	0,732	54,89	55,00	0,197
4	46, 98	0,879	0,715	-0,056	-0,146	0,732	54,53	54,50	0,047
4	47, 99	0,879	0,733	-0,056	-0,135	0,732	54,16	54,00	0,295
4	48, 100	0,879	0,750	-0,056	-0,125	0,732	53,43	53,00	0,801
4	49, 100	0,879	0,706	-0,056	-0,151	0,732	52,70	53,00	0,577
4	50, 101	0,879	0,722	-0,056	-0,141	0,732	52,33	52,50	0,325
4	51, 102	0,879	0,737	-0,056	-0,133	0,732	51,60	51,75	0,294
4	52, 103	0,879	0,750	-0,056	-0,125	0,732	50,87	51,00	0,263
4	53, 104	0,879	0,762	-0,056	-0,118	0,732	50,13	50,00	0,268
4	54, 105	0,879	0,773	-0,056	-0,112	0,732	49,04	49,00	0,075
4	55, 106	0,879	0,783	-0,056	-0,106	0,732	48,30	48,00	0,631
4	56, 106	0,879	0,750	-0,056	-0,125	0,732	47,57	48,00	0,898
4	57, 107	0,879	0,760			0,732	46,47	47,00	1,130
4	58, 108	0,879	0,769	-0,056	-0,114	0,732	45,38	45,75	0,822
4	59, 109	0,879	0,778			0,732	43,91	44,50	1,336
4	60, 110	0,879	0,786	-0,056	-0,105	0,732	42,82	43,00	0,431
5	38, 65	0,947	0,667	-0,024	-0,176	0,877	68,83	69,00	0,243
5	39, 66	0,947	0,714	-0,024	-0,146	0,877	68,39	68,50	0,155
5	40, 67	0,947	0,750	-0,024	-0,125	0,877	67,96	68,00	0,065
5	41, 69	0,947	0,889	-0,024	-0,051	0,877	67,52	67,50	0,026
5	42, 70	0,947	0,900	-0,024	-0,046	0,877	67,08	67,00	0,118
5	43, 71	0,947	0,909	-0,024	-0,041	0,877	66,64	66,50	0,211
5	44, 72	0,947	0,917	-0,024	-0,038	0,877	66,20	66,00	0,305
5	45, 72	0,947	0,846	-0,024	-0,073	0,877	65,76	66,00	0,359
5	46, 73	0,947	0,857	-0,024	-0,067	0,877	65,33	65,50	0,267
5	47, 74	0,947	0,867	-0,024	-0,062	0,877	64,89	64,50	0,596
5	48, 75	0,947	0,875	-0,024	-0,058	0,877	64,01	64,00	0,016
5	49, 76	0,947	0,882	-0,024	-0,054	0,877	63,13	63,00	0,211
5	50, 76	0,947	0,833	-0,024	-0,079	0,877	62,69	63,00	0,487
5	51, 78	0,947	0,895	-0,024	-0,048	0,877	61,82	61,50	0,514
5	52, 79	0,947	0,900	-0,024	-0,046	0,877	60,94	60,50	0,724
5	53, 79	0,947	0,857	-0,024	-0,067	0,877	60,06	60,50	0,726
5	54, 81	0,947	0,909	-0,024	-0,041	0,877	58,75	58,50	0,424
5	55, 82	0,947	0,913	-0,024	-0,039	0,877	57,87	57,50	0,643

5	56, 82	0,947	0,875	-0,024	-0,058	0,877	57,00	57,50	0,886
5	57, 83	0,947	0,880	-0,024	-0,056	0,877	55,68	56,00	0,575
5	58, 85	0,947	0,923	-0,024	-0,035	0,877	54,36	54,00	0,671
5	59, 86	0,947	0,926	-0,024	-0,033	0,877	52,61	52,50	0,211
5	60, 87	0,947	0,928	-0,024	-0,032	0,877	51,30	51,00	0,576
6	67, 92	0,929	0,667	-0,032	-0,176	0,837	56,89	57,00	0,188
6	68, 92	0,929	0,572	-0,032	-0,243	0,837	56,89	57,00	0,188
6	69, 93	0,929	0,625	-0,032	-0,204	0,837	56,47	56,50	0,045
6	70, 95	0,929	0,778	-0,032	-0,109	0,837	56,06	56,00	0,100
6	71, 96	0,929	0,800	-0,032	-0,097	0,837	55,64	55,50	0,248
6	72, 97	0,929	0,818	-0,032	-0,087	0,837	55,22	55,00	0,398
6	73, 97	0,929	0,750	-0,032	-0,125	0,837	54,80	55,00	0,363
6	74, 99	0,929	0,846	-0,032	-0,073	0,837	53,96	54,00	0,066
6	75, 99	0,929	0,786	-0,032	-0,105	0,837	53,55	54,00	0,847
6	76, 100	0,929	0,800	-0,032	-0,097	0,837	52,71	53,00	0,551
6	77, 102	0,929	0,875	-0,032	-0,058	0,837	52,08	51,75	0,638
6	78, 102	0,929	0,824	-0,032	-0,084	0,837	51,45	51,75	0,574
6	79, 103	0,929	0,833	-0,032	-0,079	0,837	50,62	51,00	0,755
6	80, 104	0,929	0,842	-0,032	-0,075	0,837	49,78	50,00	0,439
6	81, 105	0,929	0,850	-0,032	-0,071	0,837	48,94	49,00	0,113
6	82, 106	0,929	0,857	-0,032	-0,067	0,837	48,11	48,00	0,224
6	83, 107	0,929	0,864	-0,032	-0,064	0,837	46,85	47,00	0,314
6	84, 108	0,929	0,870	-0,032	-0,061	0,837	46,02	45,75	0,579
6	85, 108	0,929	0,833			0,837	45,18	45,75	1,262
6	86, 109	0,929	0,840			0,837	43,92	44,50	1,310
6	87, 110	0,929	0,846	-0,032	-0,072	0,837	42,67	43,00	0,774

Tabla 49. Puntos homólogos ejemplo 4