



Universidad de Valladolid



ESCUELA DE INGENIERÍAS
INDUSTRIALES

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES

Grado en Ingeniería Mecánica

**Diseño y dimensionamiento estructural de
un chasis tubular para un monoplaza de
Formula Student**

Autor:

Rodríguez Pereda, Hugo

Tutores:

Magdaleno González, Álvaro

Lorenzana Ibán, Antolín

Departamento de Construcciones
Arquitectónicas, Ingeniería del
Terreno y Mecánica de los Medios
Continuos y Teoría de Estructuras

Valladolid, marzo 2025.

Resumen

El objetivo de este trabajo es el diseño y la verificación estructural mediante el método de los elementos finitos del chasis de un vehículo de *Formula Student*, una competición de ingeniería a nivel mundial en la que estudiantes universitarios diseñan y fabrican un vehículo monoplaza.

Se trata de una estructura tubular de acero con uniones soldadas, diseñada cumpliendo en todo momento con la normativa de la competición.

La metodología de trabajo escogida será, en primer lugar, modelado 3D con el software Catia V5 del diseño escogido atendiendo a los requerimientos técnicos del vehículo, obtención de las condiciones de contorno e hipótesis de carga y simulación de esfuerzos que sufre la estructura.

Palabras clave

Formula Student, Cálculo de estructuras, CAD, FEM, automoción

Abstract

The objective of this work is the design and structural verification of a Formula Student vehicle chassis using the finite element method. Formula Student is a worldwide engineering competition in which university students design and manufacture a single-seater race car.

The chassis consists of a steel tubular frame with welded joints, designed to fully comply with the competition regulations at all times.

The chosen work methodology consists of three main stages: first, the 3D modeling of the selected design using Catia V5, considering the vehicle's technical requirements. Then, the definition of boundary conditions and load hypotheses. Finally, structural simulations are performed to analyze the stress distribution and mechanical behavior of the chassis.

Keywords

Formula Student, Structural Analysis, CAD, FEM, Automotive Engineering.

Contenido

Capítulo 1. Introducción y objetivos.....	1
1.1. Motivación y antecedentes.....	1
1.2. Objetivos del trabajo	2
1.3. Introducción a la competición	3
1.4. Estudio de la normativa	5
Capítulo 2. Diseño	7
2.1. Definición parámetros básicos	8
2.2. Modelado de un diseño preliminar.....	10
2.3. Desarrollo de un modelo CAD con todos los elementos del vehículo ..	22
2.4. Revisión de normativa	35
Capítulo 3. Simulación	43
3.1. Generación del modelo en SAP2000	43
3.2. Condiciones de contorno	45
3.3. Hipótesis de cargas.....	46
3.4. Estudio Torsional.....	54
Capítulo 4. Resultados.....	57
4.1. Análisis de resultados.....	57
4.2. Resultados estudio torsional.....	68
Capítulo 5. Conclusiones	73
5.1. Conclusiones técnicas	73
5.2. Conclusiones académicas	74
5.3. Consideraciones adicionales.....	75
5.4. Posibles líneas de desarrollo futuro	76
Bibliografía.....	79

Índice de figuras

Figura 1. Vista lateral del monoplaza VRT24.....	7
Figura 2. Motor Suzuki Bandit refrigerado por aire (con aletas disipadoras) [8].	10
Figura 3. Motor Suzuki Bandit 650 refrigerado por agua [9].....	10
Figura 4. Geometría de la dinámica modelada en Catia V5.....	11
Figura 5. Dimensiones y posiciones máximas de carenado y dispositivos aerodinámicos. Artículo T 8.3 FS Rules 2024 _[7]	12
Figura 6. Perspectiva isométrica de FBH, FH, MH y el mamparo posterior....	12
Figura 7. Perspectiva isométrica de FBH, FH, MH y el mamparo posterior junto con la dinámica.	13
Figura 8. Vista lateral del chasis del vehículo.....	14
Figura 9. Diagrama estructura lateral de impacto (SIS) [7].....	14
Figura 10. Estructura alámbrica con estructura lateral de impacto incorporada.	15
Figura 11. Ejemplo de una suspensión tipo push rod. [10]	15
Figura 12. Geometría del balancín de la suspensión.....	16
Figura 13. Vista isométrica con la geometría de la suspensión incorporada..	17
Figura 14. Planteamiento con barras de unión de FH y FBH paralelas.	18
Figura 15. Planteamiento con barras de unión de FH y FBH cruzadas.	18
Figura 16. Suspensión y estructura de apoyo incorporadas al modelo alámbrico.	19
Figura 17. Vista lateral de la parte frontal del chasis (desde FBH a FH).	19
Figura 18. Geometría de la suspensión trasera.	20
Figura 19. Parte trasera del chasis a falta de incorporar el motor y sus anclajes.	21
Figura 20. Modelo final de la estructura alámbrica del chasis en Catia V5....	21
Figura 21. Hipótesis y consideraciones utilizadas en el cálculo de la barra de los cinturones [12].	23
Figura 22. Configuración del menú Swept Surface Definition en Catia V5.	24
Figura 23. Nudo Inferior Main Hoop con tubos colisionando.	25
Figura 24. Herramienta "Split" aplicada sobre los tubos de la estructura lateral.	25
Figura 25. Nudo inferior del Main Hoop con conflicto de colisiones solucionado.	26
Figura 26. Chasis completo con estructura tubular.	26
Figura 27. Conjunto del volumen del bloque motor con colector de escape	

modelados en Catia V5.....	27
Figura 28. Límites de la superficie "rollover envelope" según normativa de Formula Student.....	27
Figura 29. Prueba de instalación del motor a través de apertura superior de la cabina.	28
Figura 30. Prueba de instalación del motor a través del Main Hoop.....	28
Figura 31. Posición final del motor.....	29
Figura 32. Vista lateral del chasis con el sistema de transmisión completo. .	29
Figura 33. Chasis con los anclajes del motor incorporados.	31
Figura 34. Anclaje de la suspensión trasera aprovechando las barras de soporte del motor.....	31
Figura 35. Posición aproximada del piloto con batería y depósito de combustible ubicados entre su espalda y el Main Hoop.	32
Figura 36. Cortafuegos formado por chapa galvanizada (marrón) y soporte del reposacabezas (gris).	32
Figura 37. Posición aproximada del piloto con respecto a asiento, volante y pedales.	33
Figura 38. Ejemplo de panel de aluminio honeycomb como el utilizado en el atenuador de impactos [13].	33
Figura 39. Dinámica vehicular, frenos y suspensiones incorporadas al modelo.	34
Figura 40. Ensamblaje en Catia V5 del monoplaza completo.	34
Figura 41. Monoplaza de VallRacing Team en la prueba de AutoX en la Formula Student Spain [14].	35
Figura 42. Secciones horizontal y transversal mínimas que debe tener el habitáculo [7].	36
Figura 43. Plantilla del percentil 95 masculino (Percy) [7].	36
Figura 44. Comprobación en Catia V5 de que el chasis cumple perfectamente con los requisitos en el "cockpit".	37
Figura 45. Distancias mínimas al casco [7].	38
Figura 46. Medida de la inclinación del respaldo del piloto para determinar su posición.....	38
Figura 47. Montaje de cinturones en cadera y hombros [7].	38
Figura 48. Comprobación del ángulo del cinturón de la cadera, arnés de hombros horizontal y distancia mínima al del casco.....	39
Figura 49. Ejemplo de triangulación de la estructura tubular del chasis [7]....	40
Figura 50. Triangulación de cada arco según normativa (verde: MH, rojo: FH, azul: FBH).....	40

Figura 51. Descripción del diseño y montaje del Firewall en el SES.....	42
Figura 52. Hoja del SES referente al Front Hoop.....	42
Figura 53. Importación del archivo IGS del chasis en SAP2000.....	44
Figura 54. Estructura tubular con "links" representados en verde.	46
Figura 55. Cálculo del centro de gravedad del conjunto de transmisión con la herramienta "Measure Inertia".....	48
Figura 56. Ejemplo de asignación de la carga peso sobre el centro de gravedad del conjunto propulsivo.	49
Figura 57. Menú de configuración de "Load Patterns".....	49
Figura 58. Reacciones en Newtons en los apoyos ante peso propio de la estructura (subrayada en rojo la componente vertical).	50
Figura 59. Trazado del skidpad según normativa para todas las competiciones oficiales de Formula Student [7].	53
Figura 60. Resultados del Skid pad en Formula Student Spain 2023 [16].....	53
Figura 61. Sustitución de uno de los apoyos delanteros por fuerza vertical para estudio torsional.....	55
Figura 62. Fotografía de un ensayo de torsión sobre el chasis de un vehículo todoterreno [17].	56
Figura 63. Código alfanumérico de identificación de cada barra del chasis (representado en la vista lateral el lado izquierdo).	58
Figura 64. Distribución de tensiones en el chasis ante peso propio y masas suspendidas.	59
Figura 65. Desplazamientos en el chasis ante peso propio y masas suspendidas (en azul la forma deformada, en gris la original).	59
Figura 66. Diagramas de cortante V_2 y fuerzas equivalentes en la barra T7 para el caso de masas suspendidas.....	61
Figura 67. Modo de pandeo 1 para peso propio y masas suspendidas con barras a compresión representadas en rojo.....	63
Figura 68. Distribución de tensiones en el chasis ante frenada.....	64
Figura 69. Vista lateral de los desplazamientos en frenada (en azul la forma deformada, en gris la original).	65
Figura 70. Desplazamientos en la estructura ante un giro hacia la derecha..	67
Figura 71. Deformación por torsión de una viga cilíndrica empotrada [20].....	69
Figura 72. Diagrama de esfuerzo frente a deformación a torsión para el acero [21].....	70
Figura 73. Contorno de tensiones en el chasis ante el par torsor con el que se realiza el estudio.....	70

Figura 74. Prototipo de chasis del VRT25, el segundo Formula Student del equipo. 77

Índice de tablas

Tabla 1. Desglose de la puntuación de todas las pruebas en una competición de Formula Student [7]	4
Tabla 2. Distribución de pesos VRT24 (pesaje oficial Formula Student Spain).8	
Tabla 3. Puntos de anclaje y geometría de la suspensión calculados por el departamento de dinámica.	9
Tabla 4. Cálculos del departamento de dinámica de fuerzas y desplazamientos en el amortiguador para distintas situaciones del vehículo.	16
Tabla 5. Tipos de tubo y requisitos de su sección [7].....	22
Tabla 6. Características sección escogida.	23
Tabla 7. Hoja del SES (Structural Equivalency Spreadsheet) referente a la estructura lateral de impactos.	41
Tabla 8. Características del acero utilizado en la fabricación del chasis [11]... 44	
Tabla 9. Principales masas suspendidas en el monoplaza y ubicación de sus centros de gravedad.	48
Tabla 10. Parámetros sobre la capacidad de frenado del monoplaza.	52
Tabla 11. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante peso propio y masas suspendidas.	61
Tabla 12. Carga crítica de pandeo para cada modo de pandeo para el patrón de cargas "Masas suspendidas".	62
Tabla 13. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante frenada.....	64
Tabla 14. Comparación de tensiones en distintas barras para el caso de frenada y el estático.....	65
Tabla 15. Comparación de tensiones en barras laterales en función del sentido de giro.	66
Tabla 16. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante curva rápida hacia la izquierda.....	67
Tabla 17. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante curva rápida hacia la izquierda y frenada simultáneamente.....	68
Tabla 18. Resultados del estudio torsional con apoyo delantero completamente libre.	71

Capítulo 1. Introducción y objetivos

Este trabajo se encuadra dentro del **desarrollo del primer monoplaza de Formula Student** que se fabrica **en la Universidad de Valladolid**, y con el que se ha participado en la competición de *Formula Student Spain* en el Circuito de Montmeló en agosto del 2024. En particular, este proyecto se centra en el proceso de diseño y verificación del bastidor del vehículo.

1.1. Motivación y antecedentes

El desarrollo de un monoplaza para la competición *Formula Student* representa un desafío técnico y organizativo que impulsa el aprendizaje práctico de los estudiantes de ingeniería. Esta competición, de reconocimiento internacional, fomenta el desarrollo de habilidades en diseño, fabricación y gestión de proyectos, proporcionando una experiencia que complementa la formación académica tradicional. Bajo este planteamiento, surge el equipo **VallRacing Team**, que con su participación en esta competición busca fortalecer la formación de estudiantes, preparándolos para afrontar retos reales en la industria del automóvil y la ingeniería en general.

Dado que se trata de un primer monoplaza, el equipo se ha enfrentado a los problemas típicos de los principiantes en la competición. Esto es la necesidad de establecer una organización interna y metodología de trabajo, y de contar con miembros autodidactas capaces de sacar adelante el diseño del coche. Este aprendizaje se ha logrado gracias principalmente a la colaboración de otros equipos con mucha experiencia, antiguos alumnos que participaron en la competición y la realización de ingeniería inversa a partir de la observación de múltiples diseños en los distintos eventos a los que se ha asistido.

Como se indica, dentro de todo el desarrollo del monoplaza, el presente trabajo se centra en el **chasis**. Este es un componente crítico que influye directamente en el **rendimiento y seguridad del vehículo**. Su diseño debe equilibrar rigidez estructural y peso, garantizando una respuesta óptima en pista sin comprometer la resistencia ante cargas externas.

Al tratarse del elemento de seguridad pasiva de mayor importancia, este está supeditado a una estricta normativa técnica. Si bien esta normativa permite usar distintos tipos y tecnologías de fabricación, en el caso del monoplaza desarrollado por *VallRacing* se ha optado por un **chasis tubular en acero soldado**, una solución que optimiza costes y tiempos de fabricación. No obstante, el diseño y análisis estructural de esta configuración requieren estudios exhaustivos de rigidez torsional, resistencia a impactos y comportamiento dinámico ante distintas condiciones de carga.

Este proyecto se enmarca en la necesidad de garantizar que el chasis diseñado cumpla con los exigentes requisitos de la competición, optimizando su rendimiento mediante herramientas avanzadas de simulación. A través de este estudio, se pretende no solo validar la estructura del monoplaza, sino también sentar las bases para futuras mejoras en las siguientes ediciones del equipo.

Como parte de la investigación previa, se han analizado las distintas estrategias que los equipos emplean para optimizar sus chasis. Una de las primeras conclusiones extraídas es que, en *Formula Student*, el desarrollo sigue un **proceso de mejora continua**, avanzando progresivamente año tras año. Este desarrollo se explica bastante bien en el artículo de AVVE “*Formula Student*, el diseño de un coche eléctrico desde cero”. De este modo, en cada temporada se establecen objetivos claros de optimización, concentrando los esfuerzos en áreas específicas del diseño y la fabricación [1].

Siguiendo esta metodología, lo más habitual en el primer año de un equipo es desarrollar un **mínimo producto viable**. Esto es especialmente relevante cuando existen limitaciones presupuestarias, ya que el objetivo principal es lograr un coche que cumpla con la normativa, minimice costes y sirva como base para futuras mejoras.

El chasis no es una excepción a este enfoque progresivo. Tomando como referencia el trabajo de otros equipos, el primer prototipo debe priorizar la seguridad, garantizando su resistencia estructural mediante simulaciones y/o ensayos. Un buen ejemplo de ello es el estudio de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez en el que diseñaron un chasis según la normativa y realizaron simulaciones de esfuerzos para frenado y paso por curva para asegurar su viabilidad [2].

A partir de este punto inicial, las principales líneas de mejora en el diseño del chasis dentro de *Formula Student* se centran en la reducción de peso, el descenso del centro de gravedad del vehículo, el aumento de la rigidez y la optimización del empaquetamiento de los sistemas para favorecer la aerodinámica y ergonomía. En este sentido, el trabajo de José Juan Macías Solá para la Universidad de La Laguna no solo diseña el chasis, sino que también estudia cómo incorporar la dinámica y dirección del vehículo y reduce el peso optimizando las secciones de los tubos [3]. Por otro lado, en otro trabajo de la Universidad Politécnica de Valencia se consideran criterios de rigidez a flexión y torsión en la selección del material [4]. Por último, es interesante en este sentido el estudio sobre la ergonomía del vehículo y posición en la conducción realizado en la Universidad Politécnica de Cataluña [5].

Finalmente, abordando la metodología de trabajo usada por otros equipos, Se ha estudiado el trabajo de Roberto Redondo Martín de la Universidad Politécnica de Madrid, ya que plantea un diseño de la estructura alámbrica en con Catia V5 muy similar a la que se busca en este proyecto [6].

1.2. Objetivos del trabajo

El presente estudio se ha llevado a cabo con el propósito de diseñar un chasis tubular para un monoplaza de *Formula Student* que cumpla con la normativa de la competición y su verificación mediante la simulación de esfuerzos ante las distintas hipótesis de cargas que actúan sobre la estructura. Para ello, se han abordado los siguientes aspectos clave relacionados con el diseño, la validación y la optimización de la estructura.

Uno de los principales objetivos es, por supuesto, el **diseño de una estructura tubular** que asegurase el cumplimiento de las regulaciones establecidas en la

competición. Esto implica la elaboración de un modelo digital del chasis en software de diseño asistido por computadora (CAD) **Catia V5**.

El siguiente punto fundamental es la determinación de la **masa del vehículo y la distribución de pesos**, que influyen en la fidelidad de la simulación con el caso real. Además, como se conocen estos datos del pasaje del monoplaza realizado durante la competición, se busca **establecer un método de cálculo** que permitirá conocer estos datos en futuros diseños durante la etapa de concepto. De esta forma, se contribuye a la mejora progresiva del vehículo en los próximos años ya que se podrán comprobar si las estimaciones realizadas en base a estos datos son ciertas antes de fabricar el coche.

Además, se pretende realizar un **análisis estructural** mediante la herramienta de análisis por elementos finitos (FEM) **SAP2000**. Por ello se debe desarrollar también con esta tecnología un **modelo alámbrico que replique el diseño final**, y permita añadir cargas y condiciones de contorno que simulen el comportamiento dinámico del vehículo. Con esto se lograría desarrollar una estructura fiel a la realidad y optimizada para su fabricación. Este análisis pretende garantizar que el chasis **no esté cerca de sufrir plastificación** en ninguna de las situaciones de operación previstas.

Especial atención se debe prestar a la **zona delantera** del vehículo, encargada de la protección del piloto, asegurando que esté diseñada con un **margin de seguridad elevado** para minimizar cualquier riesgo ante impactos o esfuerzos extremos.

Finalmente, se desea calcular la **rigidez torsional del chasis**, un parámetro clave en el rendimiento del monoplaza. La obtención de este valor servirá como referencia en futuras iteraciones del proyecto, facilitando el desarrollo de mejoras en este aspecto.

Para cumplir con estos objetivos, el trabajo se ha estructurado en diferentes fases. Para el proceso de diseño se establecerán una serie de requisitos funcionales y dimensionales con los que el producto final debe cumplir. Estos vienen dados por ciertas especificaciones del vehículo que corresponden a otras áreas de trabajo del equipo, como la distancia entre ejes, altura libre o ancho de vías, los puntos de anclajes de la suspensión o la geometría del motor. Por tanto, la etapa inicial del proyecto requiere de la **colaboración con el resto de los miembros del equipo** responsables del diseño.

Posteriormente, se llevan a cabo los análisis distribución de pesos y de carga, donde se estiman el peso y las cargas sobre el vehículo y estudia el comportamiento del chasis bajo estas condiciones. Por último, se analiza la rigidez torsional del chasis, comparando distintos enfoques.

Cabe recordar que este trabajo se enmarca dentro del primer desarrollo de una organización que prevé competir con esta tecnología durante varios años, por lo que se espera que las prácticas llevadas a cabo en este proyecto puedan servir **como herramienta para el progreso técnico del equipo**.

1.3. Introducción a la competición

La *Formula Student* es una **competición estudiantil** organizada a nivel internacional en la que estudiantes universitarios de distintas áreas de

ingeniería desarrollan y fabrican un monoplaza de competición. Se divide en tres categorías: vehículos de combustión (CV), eléctricos (EV) y autónomos (DV), participando esta universidad solamente en la primera de ellas para esta temporada, aunque con vistas a competir en las otras dos en el largo plazo.

Los eventos de la *Formula Student* están formados, además de por unas pruebas dinámicas con los vehículos en pista, por unas pruebas estáticas en las que los equipos deben defender su diseño, plan de negocio y contabilidad. Las dinámicas están compuestas por una prueba de aceleración en línea recta, un *Skidpad* realizado en un trazado con forma de ocho, el *Autocross* que consiste en una prueba cronometrada a una vuelta en un circuito de 1 kilómetro de largo y bastante revirado y la última y más importante, la prueba de resistencia con 22 vueltas al mismo trazado de la anterior prueba.

La filosofía de la *Formula Student* es ser una **competición de ingeniería** y no solo de automovilismo. Por ello, se le da un importante peso de la puntuación final a los eventos estáticos y no se realizan carreras cuerpo a cuerpo. Esto último además favorece la seguridad de las pruebas y abarata costes a los equipos derivados de posibles accidentes. La Tabla 1 muestra el desglose de la puntuación por pruebas y por categorías.

Tabla 1. Desglose de la puntuación de todas las pruebas en una competición de *Formula Student* [7].

	CV & EV	DC
Static Events:		
Business Plan Presentation	75 points	-
Cost and Manufacturing	100 points	-
Engineering Design	150 points	150 points
Dynamic Events:		
Skidpad	50 points	-
Driverless (DV) Skidpad	75 points	75 points
Acceleration	50 points	-
Driverless (DV) Acceleration	75 points	75 points
Autocross	100 points	-
Driverless (DV) Autocross	-	100 points
Endurance	250 points	-
Efficiency	75 points	-
Trackdrive	-	200 points
Overall	1000 points	600 points

Los equipos diseñan la dinámica, chasis, aerodinámica, transmisión, electrónica, baterías en el caso de los vehículos eléctricos y sistema de conducción autónomo para la correspondiente categoría. Además, se incorporan sistemas como telemetría con información del comportamiento del vehículo en pista, paquete aerodinámico completo, sistemas de refrigeración propios, desarrollo de mapas motor, etc. Todo ello **desarrollado únicamente por los estudiantes** que integran los equipos.

1.4. Estudio de la normativa

La competición tiene un extenso **reglamento técnico** que regula todas las áreas del coche, recogido en un documento actualizado anualmente junto a con las reglas administrativas y deportivas.

Al tratar este trabajo solamente el diseño y verificación del chasis, se omitirán en este apartado artículos de la normativa que no entran dentro de los referentes a esta parte del vehículo, aunque sí se mencionan en el Capítulo 2 aquellos que sea necesario tener en cuenta para el empaquetamiento de distintos sistemas.

Los artículos sobre los que se va a trabajar principalmente son el “**T3: General Chassis Design**” y el “**T4: Cockpit**” [7], que también se tratará extensamente más adelante, aunque es necesaria una primera lectura para definir el tipo de estructura, materiales, requisitos mínimos y partes más importantes de la misma antes de diseñar nada.

Lo primero que se especifica son las partes que, por motivos de seguridad, la estructura del vehículo debe tener:

- **Estructura lateral de impacto** (*Side Impact Structure – SIS*).
- Dos arcos de acero debidamente arriostrados y en una única pieza que deben ir en la parte frontal (**Front Hoop - FH**) y posterior (**Main Hoop - MH**) de la cabina para la protección del piloto en caso de vuelco.
- Un mamparo en la parte más frontal del vehículo (**Front Bulkhead - FBH**) sobre el que debe apoyarse el elemento atenuador de impactos.

A partir de ahí, el reglamento contempla dos tipos de estructura para fabricar el chasis con sus correspondientes requisitos para cada una: tubular o monoblock fabricado en composites (en este caso FH y MH siguen siendo de acero). Como ya se ha explicado, para este proyecto se ha optado por el tubular. Este se debe a la falta de disponibilidad de tecnologías como un autoclave para la curación de los materiales compuestos o maquinaria para el mecanizado de los moldes; así como la reducción de horas de fabricación que se tiene soldando en vez de laminando fibra de carbono.

Si se opta por la estructura tubular, la normativa indica que no es necesario realizar ensayos en el material si se utiliza un acero con la siguiente **concentración máxima de aleantes**: 0.3% Carbono, 1.7% Magnesio y 0.6% de cualquier otro elemento. En cuanto a sus propiedades mecánicas no hay unas exigencias mínimas, pero sí se indica los valores de referencia que se deben utilizar para cálculos y verificaciones:

- Módulo de elasticidad (E): 200 GPa
- Límite elástico (S_y): 305 MPa
- Límite de rotura (S_u): 365 MPa

Estos datos se comparan más adelante con los dispuestos en la ficha técnica aportada por el fabricante del material y será el mínimo entre estos dos el que marque el coeficiente de seguridad de la estructura.

Como se ha indicado, existe la posibilidad de usar otro tipo de metal, aunque requiere de la realización de ensayos y presentación de probetas para verificar que posee unas propiedades similares a las mencionadas. De nuevo, por simplicidad y optimización del presupuesto, se ha optado por un acero estándar.

Para la sección de los tubos, se distingue entre tres tipos de aplicación en base a la función que tengan en la estructura, bien sean para los arcos antivuelco y cinturones superiores; estructura lateral y frontal de impacto o simplemente sirvan de soporte para estos elementos. Cada uno de estos tres tipos tendrá un espesor, área transversal y momento de inercia mínimo.

Además, el artículo T.3.2.5 especifica que ningún tubo con menos de 1.2 mm de espesor o 6695 mm^4 de inercia será considerado parte de la estructura, por tanto, **no podrá usarse para validar ninguna norma**.

Por último, en cuanto a ergonomía hay varios aspectos importantes a tener en cuenta. Para la extracción y comodidad del piloto se especifican mediante unas plantillas las superficies horizontales (la cabina debe ser abierta) y longitudinal que el habitáculo tiene que respetar. A su vez, se exige que una **persona del percentil 95 masculino** pueda caber cómodamente en el vehículo. Para ello, se facilita una plantilla con las dimensiones de esta persona a la que el reglamento, y así será también en lo sucesivo en este documento, se refiere como **Percy**.

Capítulo 2. Diseño

El diseño del bastidor debe tener en cuenta el resto de los elementos del vehículo, teniendo que encontrar el **balance entre resistencia de la estructura, reparto de pesos y estabilidad del vehículo**, además de actuar como elemento de seguridad pasiva.

Por tanto, es crucial para este proceso conocer perfectamente el tipo de vehículo que se está fabricando, todos los sistemas que va a integrar y el comportamiento y usos que se le van a solicitar.

En este caso en particular, se trata de un **automóvil de competición de tracción trasera destinado a circuito**. Por tanto, se busca un chasis con un centro de gravedad bajo y poca altura libre. También se desea una alta rigidez torsional, para mejorar el comportamiento en curva y hacerlo más predecible.

En cuanto al reparto de pesos, aunque se tiene una configuración de motor central posterior detrás de la cabina como muestra la Figura 1, por tanto, más cercano al eje trasero. Esto provoca que el centro de gravedad esté escorado ligeramente hacia detrás, lo que resulta de interés. No está lo suficiente retrasado como para comprometer el manejo en la entrada a curva, pero sí mejora el agarre en aceleración al ser el trasero el eje motriz.

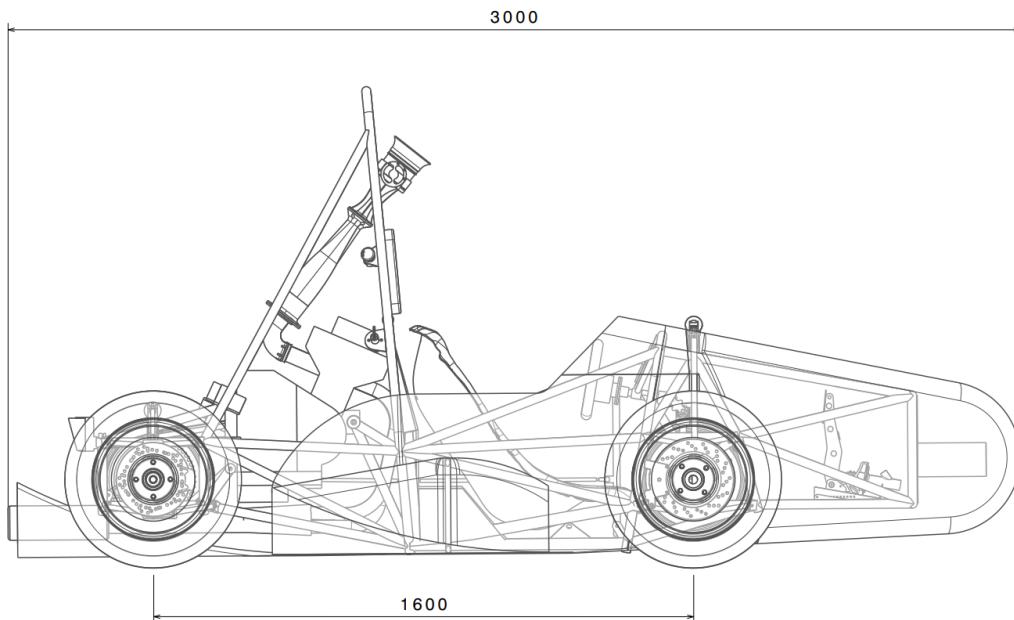


Figura 1. Vista lateral del monoplaza VRT24.

La Tabla 2 muestra la **distribución de pesos del monoplaza** obtenida del pesaje oficial en la *Formula Student Spain*. Esto prueba que en el producto final se logró el efecto deseado con un reparto de **46 % delante – 54 % detrás**. Además, otro dato positivo es el alto grado de simetría obtenido entre los dos lados del coche, algo que también contribuye positivamente al manejo del vehículo.

Tabla 2. Distribución de pesos VRT24 (pesaje oficial *Formula Student Spain*).

Neumático	Peso (kg)	Neumático	Peso (kg)
Trasero Izquierdo	87	Delantero Izquierdo	75.5
Trasero Derecho	87.5	Delantero Derecho	75
Total vehículo			325 kg

El proceso de diseño del chasis comienza con la recopilación de datos fundamentales sobre las geometrías de los elementos más importantes y que dependen de otros departamentos, como las dimensiones del motor, geometría de la suspensión, puntos de anclaje y distancia entre ejes. Estos datos iniciales son esenciales para establecer las dimensiones y restricciones básicas del chasis, garantizando que los componentes principales se integren adecuadamente dentro de la estructura.

Con esta información, se desarrolla un **modelo preliminar** del chasis, que consiste en una **estructura alámbrica** y sirve como base para la posterior incorporación de los demás elementos necesarios. En esta etapa, se consideran factores como la distribución del peso, la rigidez estructural, ergonomía y la accesibilidad para instalaciones y reparaciones. Este enfoque iterativo permite ajustar y optimizar el diseño del chasis, asegurando una integración eficiente de todos los componentes en el vehículo final.

2.1. Definición parámetros básicos

Antes de comenzar con el modelado del chasis es necesario que entre todas las partes involucradas en el diseño se establezcan unos parámetros básicos. Estos serán aquellos que se hayan fijado en el diseño conceptual del monoplaza o en el cálculo de la dinámica y que no pueden verse alterados por el chasis, sino que este debe adaptarse a ellos.

- **Distancia entre ejes:** 1600 mm
Aunque el mínimo que pide el reglamento es 1525 mm, aumentarlo ligeramente se mejora el reparto de pesos y el comportamiento del coche en curva rápida.
- **Ancho de vías:** 1200 mm
Medido de **centro a centro del neumático**, igual para ambos ejes.
Esta medida realmente no limita el diseño preliminar pero sí se utiliza en el posterior cálculo estructural, pues estos son los “apoyos” de la estructura.
- **Geometría de la dinámica:**
Es la mayor limitante para el diseño preliminar. Los puntos de anclaje de trapecios deben coincidir con nudos de la estructura, que además deben estar debidamente reforzados. Se podría decir que el diseño del chasis está supeditado a estas geometrías.
En la Tabla 3, se muestran los **centros de articulación de los trapecios** (es decir, el centro de la rótula *uniball* a través de la cual se unirán al chasis) y

el punto de aplicación de la fuerza sobre la estructura. Los valores numéricos corresponden a la distancia en mm en coordenadas XYZ referenciadas respecto a un **origen situado en el centro de la cabina**.

Tabla 3. Puntos de anclaje y geometría de la suspensión calculados por el departamento de dinámica.

			Coordenadas								
			Rótula			Fuerza			Rótulas mangueta en reposo		
			X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
Delantero	Superior	delantero	361.2	669.4	212.0	340.1	682.7	213.3	558.8	544.725	200
		trasero	361.2	420.1	212.0	340.1	406.7	213.3			
	Inferior	delantero	319.7	723.9	11.2	298.7	737.5	12.2	581.7	555.28	-1.24
		trasero	319.7	386.6	11.2	298.7	373.1	12.2			
		dirección	331.5	499.2	48.0						
Trasero	Superior	delantero	321.6	-912.5	209.3	300	-900	210	559.2	-1050	201.3
		trasero	321.6	-1187.5	209.3	300	-1200	210			
	Inferior	delantero	210.4	-908.9	20.8	187.1	-900	22.2	582.1	-1050	-2.07
		trasero	210.4	-1191.1	20.8	187.1	-1200	22.2			
		dirección	210.4	-863.9	20.8	187.1	-855	22.3			

- **Suspensiones tipo *push rod*:**

Tanto en eje delantero como trasero, el amortiguador estará conectado con el neumático con una geometría *push rod*, es decir, que cuando la rueda sube la barra y balancín que la unen al amortiguador trabajen a tracción y, por tanto, a compresión cuando baje.

Tanto el plano transversal en el que trabaja la suspensión como el ángulo del *push rod* en estático forman parte de los cálculos de la dinámica, por tanto, se trata de dos requisitos más que el diseño del chasis debe satisfacer.

No obstante, la longitud de la barra del *push rod* no influye en la relación de fuerzas con el amortiguador, por tanto, sí que se puede ajustar este parámetro para que se adapte de la mejor forma al diseño.

- **Motor: Suzuki GSF600**

El motor utilizado es el de una Suzuki Bandit de 600 centímetros cúbicos. Se trata de un motor de cuatro cilindros refrigerado por aire, por tanto, debido a las superficies de disipación térmica ocupa un mayor volumen que su homónimo refrigerado por agua (ver Figuras 2 y 3).

Otros aspectos a tener en cuenta son la inclinación, si no tiene la de diseño el cárter no funciona de forma óptima; los puntos de anclaje originales de la moto y la geometría del colector de escape.



Figura 2. Motor Suzuki Bandit refrigerado por aire (con aletas disipadoras) [8].



Figura 3. Motor Suzuki Bandit 650 refrigerado por agua [9].

2.2. Modelado de un diseño preliminar

Como se ha indicado al comienzo del capítulo, el diseño preliminar consiste en el modelado de una estructura alámbrica a la que, una vez se verifique que cumple con todos los requisitos necesarios, se le da volumen para estudiar colisiones y ensamblar todos los subsistemas. Este trabajo de modelado se realiza enteramente con el software de CAD Catia V5.

En primer lugar, se introducen los puntos de los anclajes de los trapecios y manguetas expuestos en la Tabla 3 mediante sus coordenadas XYZ. Así mismo se modela una circunferencia del diámetro del neumático, permitiendo así tener la geometría de las suspensiones con el plano suelo localizado.

De esta forma, ya se tienen **importadas las geometrías de la dinámica** del vehículo con respecto a un origen como se aprecia en la Figura 4.

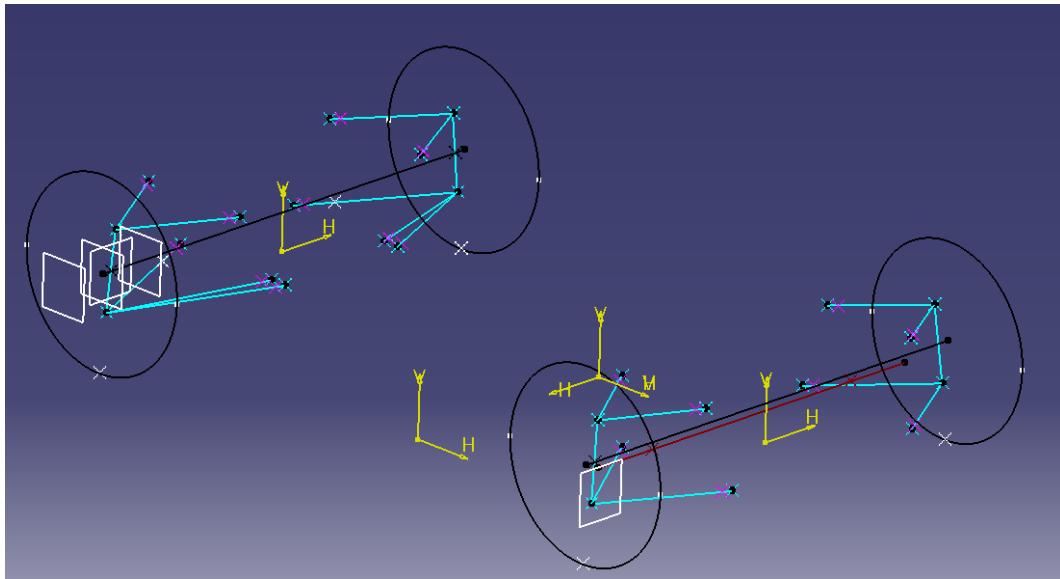


Figura 4. Geometría de la dinámica modelada en Catia V5.

El siguiente paso es ubicar la posición en el eje longitudinal de los planos transversales en los que se divide el chasis, que corresponden a los cuatro arcos o mamparos citados y son los siguientes:

- **Front Bulkhead (FBH)*:** Extremo frontal del bastidor, sobre él se situará el atenuador de impactos. Está formado por cuatro tubos rectos soldados a 90°. Debe estar suficientemente adelantado como para que quepan el Percy junto con los pedales (artículo T4.3 [7]), pero a su vez que haya espacio suficiente para instalar el atenuador de impactos y el carenado sin superar las limitaciones impuestas en el artículo T8.3: Aerodynamic Devices (Figura 5). Este margen es estrecho, por lo que es necesario comprobar todas las medidas en el ensamblaje del vehículo completo.
- **Front Hoop (FH)*:** Regulado por el artículo T 3.9 y situado en la parte frontal de la cabina. Se ha diseñado de tal forma que también sirva de soporte para los puntos de anclaje traseros de los trapecios del eje delantero. Por tanto, su posición e inclinación viene definida por esta geometría. Por normativa, este debe ser un único tubo curvado en forma de U.
- **Main Hoop (MH)*:** Regulado por el artículo T 3.8 y ubicado en la parte trasera de la cabina. Al igual que el FH, debe estar compuesto de una sola pieza. Su principal función es proteger al piloto en caso de vuelco. Su posición dependerá del FH, puesto que deben satisfacer los requisitos de la **plantilla horizontal** citada en el Capítulo 1 y **Percy**. Por otro lado, estará restringido por el volumen del motor y kit de arrastre, ubicados entre este arco y el eje trasero. Además, debe de ser suficientemente ancho como para que el motor se pueda introducir desde la cabina.

* Obligatorios y referidos así por el reglamento de la Formula Student.

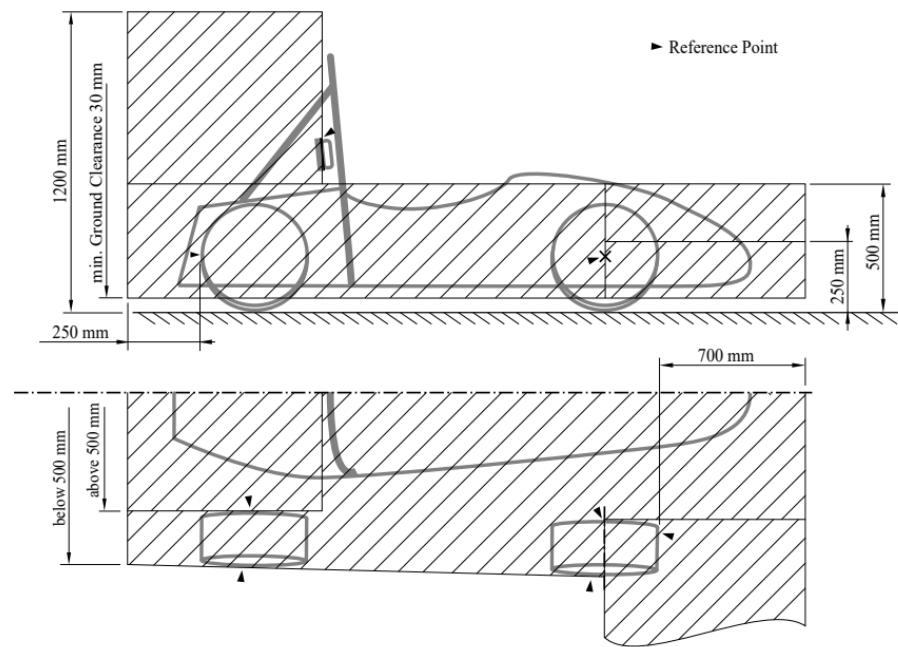


Figura 5. Dimensiones y posiciones máximas de carenado y dispositivos aerodinámicos. Artículo T 8.3 FS Rules 2024^[7].

- **Extremo posterior:** El punto más retrasado de la estructura, y por tanto sirve de apoyo para los anclajes traseros de los trapecios del eje posterior.

El resultado del modelado de los cuatro mamparos hasta este momento es el mostrado en las Figuras 6 y 7.

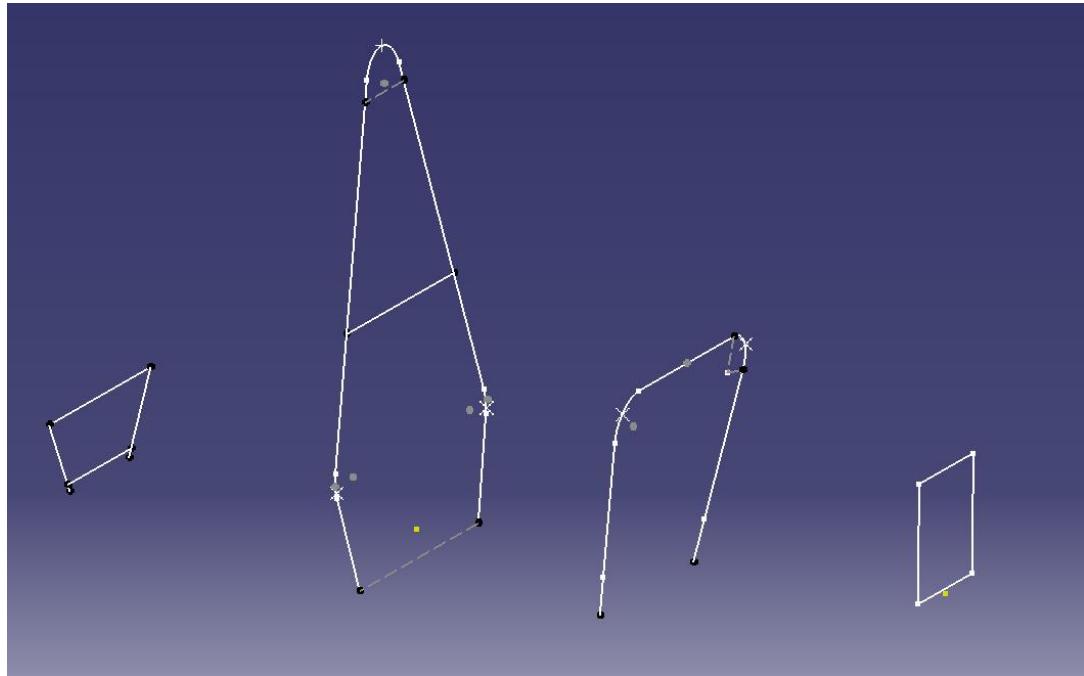


Figura 6. Perspectiva isométrica de FBH, FH, MH y el mamparo posterior.

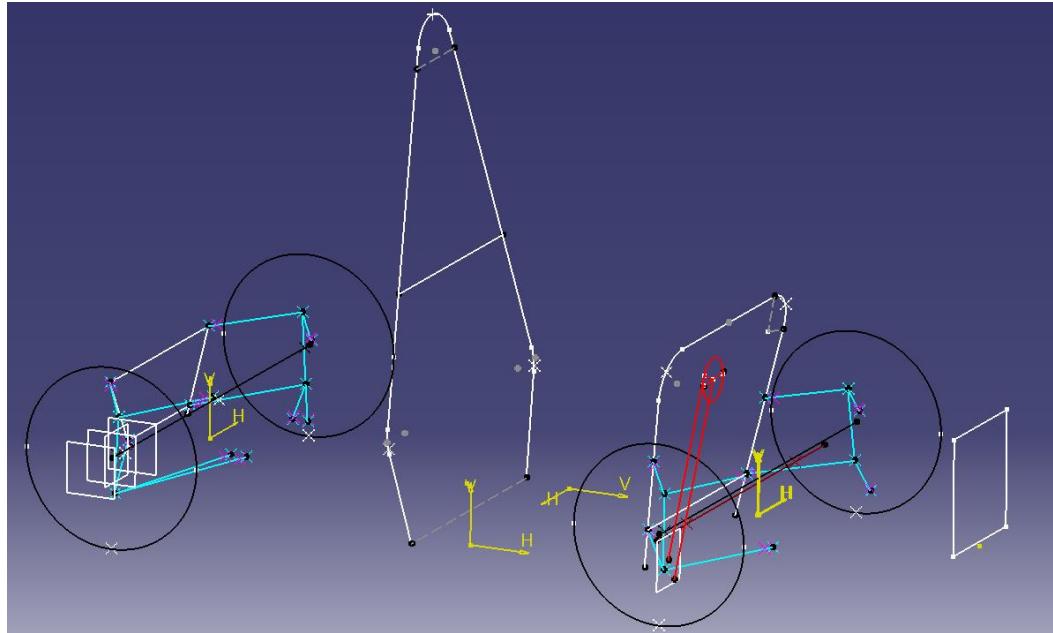


Figura 7. Perspectiva isométrica de FBH, FH, MH y el mamparo posterior junto con la dinámica.

Los arcos intermedios, **Front Hoop (FH)** y **Main Hoop (MH)**, son los puntos más bajos del chasis, decisión que reduce la altura general del vehículo. Al disminuir la altura respecto al suelo de estos arcos, se logra bajar el centro de gravedad del automóvil, lo que contribuye a mejorar su estabilidad y rendimiento en condiciones de competición.

La altura libre es la distancia desde el suelo al punto más bajo del chasis en estático. Como se ha comentado en el apartado anterior, interesa tener un vehículo lo más cerca del suelo posible, aunque por encima de los 30 mm mínimos permitidos por normativa. Al ser la llanta de 13 pulgadas y el neumático de perfil alto, el punto de anclaje inferior de los trapecios queda muy por encima de este valor. Dado que no refuerza nada y solo aporta peso, **no interesa tener estructura por debajo de estos anclajes** por lo que esa zona del chasis quedará más elevada. Sin embargo, sí que es de **interés reducir la altura del vehículo en la zona central** como muestra la Figura 8, que es donde se concentran las masas más grandes (motor, batería, depósito de combustible y piloto).

Definida la geometría del *Front Hoop (FH)* y *Main Hoop (MH)* se debe diseñar la estructura lateral de impactos, requisito para que el chasis cumpla normativa, y un importante elemento de seguridad para el monoplaza.

Según especifica el artículo *T 3.15 Impact Structures*, la **estructura lateral** o SIS (*Side Impact Structure*) como se refiere a ella el reglamento, en chasis tubulares debe estar formada por al menos tres tubos a cada lado que unan FH con MH y dispuestos de acuerdo con el esquema de la Figura 9.

La estructura lateral de impacto se diseña de abajo a arriba, definiendo primero el punto más bajo del chasis e incorporando tubos siguiendo con lo especificado en la norma.

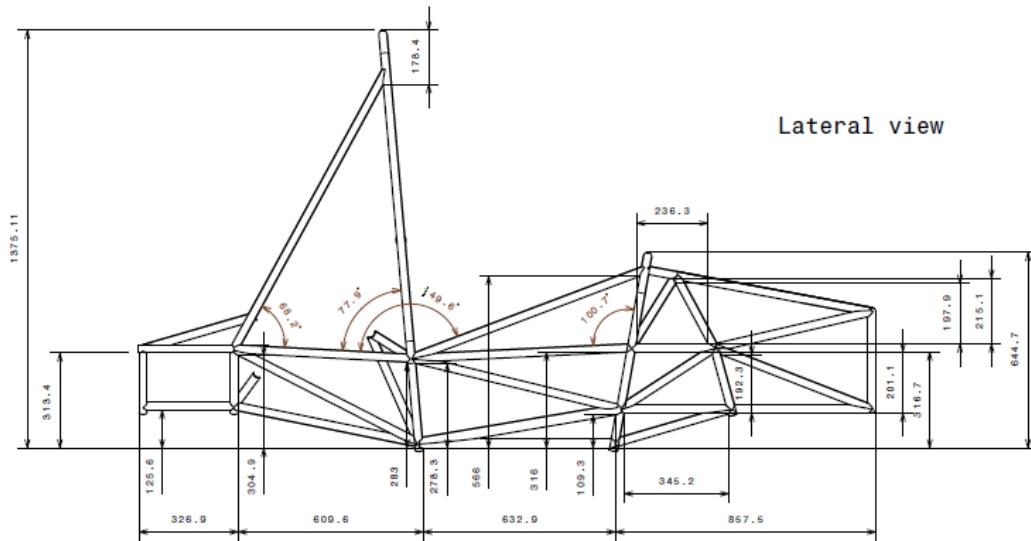


Figura 8. Vista lateral del chasis del vehículo.

Siguiendo el diagrama de la Figura 10 correspondiente al reglamento de la competición: El *Lower Side Impact Member* debe conectar los puntos más bajos de MH y FH, por tanto, no presenta muchas alternativas. En cuanto al *Upper Side Impact Member*, se tiene que encontrar enteramente alojado entre dos planos imaginarios a 240 y 320 mm del punto más bajo del chasis. Para cerrar, se debe añadir un elemento diagonal que una ambas barras, sin embargo, se opta por hacerlo en dos utilizando de nudo uno de los puntos de anclaje de la dinámica. Aunque esta decisión suponga un mayor peso en la estructura, debería reducir notablemente las deformaciones en los nudos que alojan los trapecios y mejora la rigidez de la estructura. La Figura 14 muestra el resultado final con los cuatro tubos a cada lado.

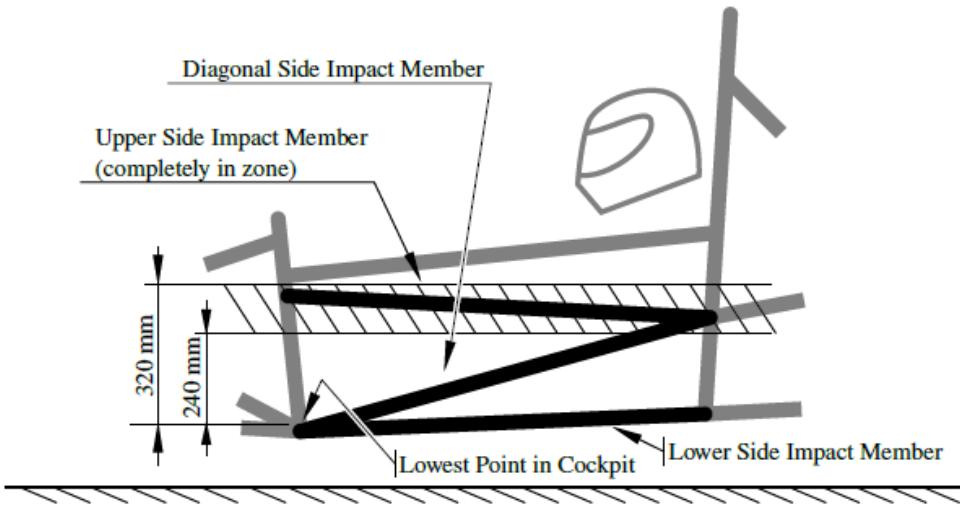


Figura 9. Diagrama estructura lateral de impacto (SIS) [7].

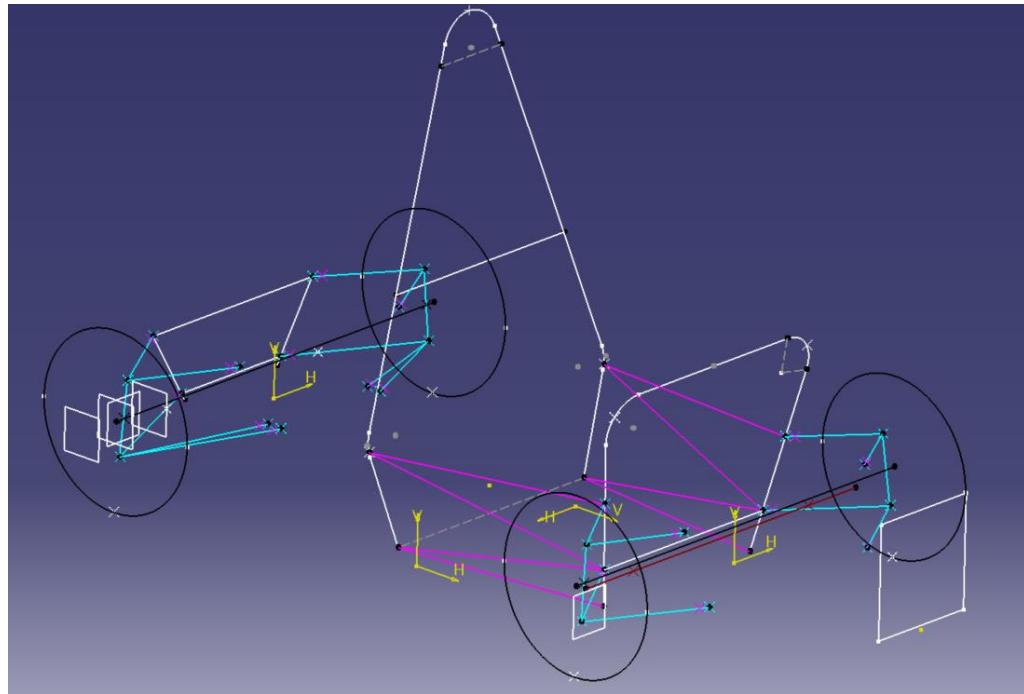


Figura 10. Estructura alámbrica con estructura lateral de impacto incorporada.

El siguiente elemento que se va a ubicar es la **suspensión delantera**. Esta es de tipo **push rod** similar al ejemplo de la Figura 11 y consiste en una suspensión de triángulos superpuestos en la que el amortiguador no está directamente conectado a la rueda, sino que trabaja mediante un brazo de unión a la mancueta y un balancín. Esto permite colocar el amortiguador en posición casi horizontal, aporta una conexión más rígida con el chasis y permite al muelle y al amortiguador trabajar con mayor eficacia, aportando así unas reacciones de conducción más precisas [10]. Otra alternativa a este tipo de suspensión es el **pull rod**, que funciona de forma análoga, pero trabajando a tracción cuando la rueda se levanta.



Figura 11. Ejemplo de una suspensión tipo push rod. [10]

Para que la suspensión funcione correctamente, se ha calculado una ratio de desplazamiento entre la rueda y el amortiguador y un ángulo de la barra en estático con respecto a la vertical. Si bien el cálculo de estos valores no es objeto de estudio de este trabajo, sí que es labor del diseño del chasis asegurarse de que se respetan.

La Tabla 4 resume los cálculos realizados por el departamento de dinámica estimando la **compresión del amortiguador** y el **recorrido de la suspensión** ante distintas situaciones a las que se someta el vehículo. Para replicar estos cálculos en el caso real es imprescindible que tanto el *alpha* (ángulo entre la vertical y la barra de empuje en estático) como la ratio entre la fuerza que aguanta la rueda y la que llega al amortiguador.

Para asegurar esa ratio se debe implementar una geometría concreta, trabajo también del departamento de dinámica, del balancín que une la barra de empuje con el amortiguador. Lo que se ha hecho es importar esas geometrías al modelo alámbrico del chasis, como se puede ver en las Figuras 12 y 13, con el fin de disponer la estructura de tal forma que sirva de sujeción para el punto de apoyo del balancín y para el extremo fijo del amortiguador.

Tabla 4. Cálculos del departamento de dinámica de fuerzas y desplazamientos en el amortiguador para distintas situaciones del vehículo.

Fuerzas suspensión		F normal (N)	Alpha (°)	F pushrod (N)	F suspensión (N)	K muelle (N/m)	Compresión (mm)	Recorrido (mm)
Delantero (Ratio=0,75)	Estático	900	25,1	814,9	611	$52 \cdot 10^3$	11,754	8,816
	Frenada	780	25,1	706,3	530	$52 \cdot 10^3$	10,187	7,640
	Giro	2027,8	25,1	1836,2	1377	$52 \cdot 10^3$	26,483	19,862
	Freno + Giro	2800	25,1	2535,4	1902	$52 \cdot 10^3$	36,568	27,426
Trasero (Ratio=1,25)	Estático	1200	66	490,4	613	$70 \cdot 10^3$	8,757	7,005
	Aceleración	780	66	317,5	397	$70 \cdot 10^3$	5,670	4,536
	Giro	2027,8	66	825,4	1032	$70 \cdot 10^3$	14,740	11,792
	Acel + Giro	2800	66	1139,8	1425	$70 \cdot 10^3$	20,353	16,282

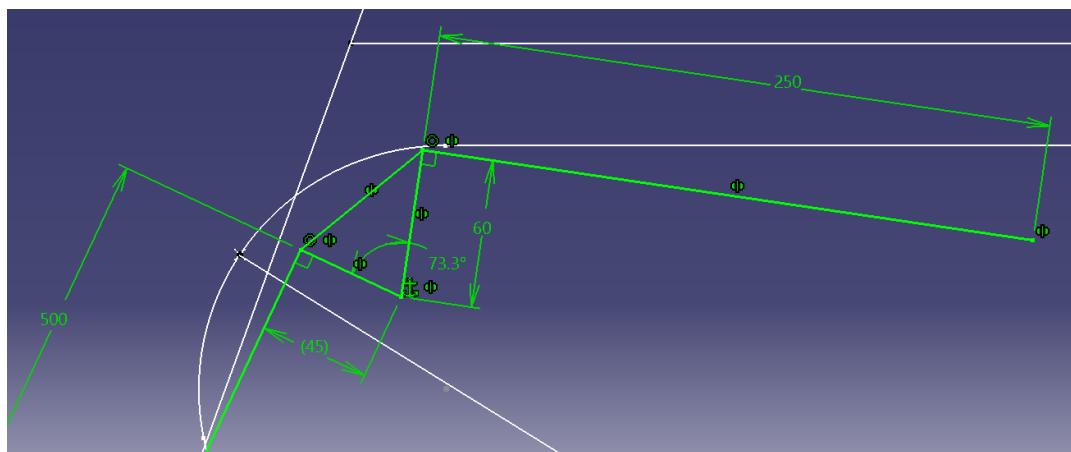


Figura 12. Geometría del balancín de la suspensión.

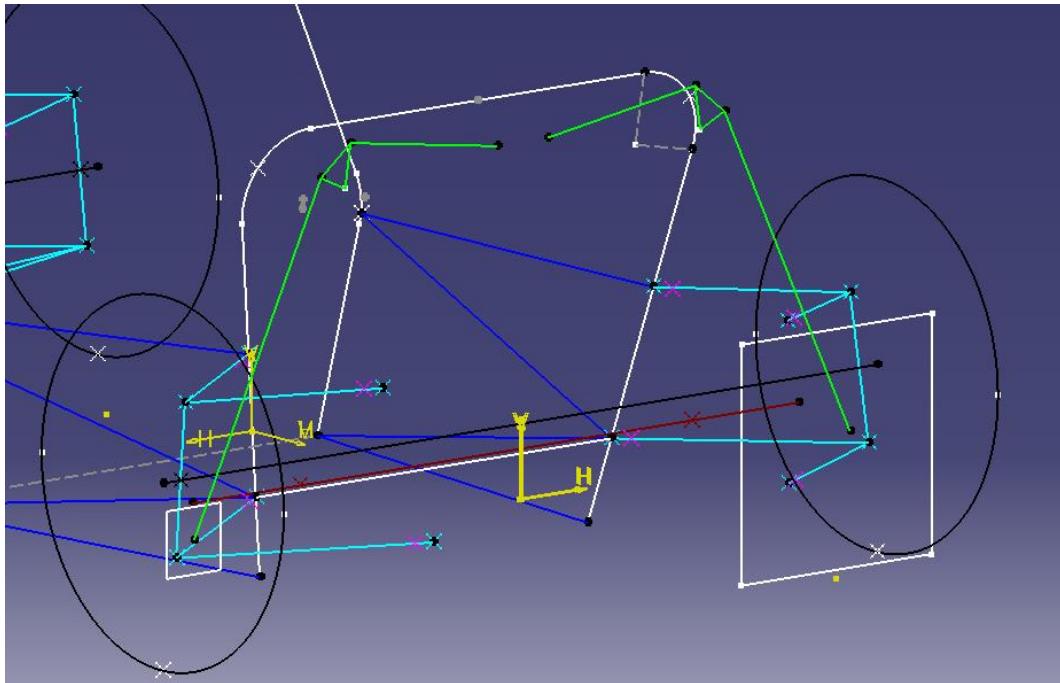


Figura 13. Vista isométrica con la geometría de la suspensión incorporada.

La solución que se plantea es un nudo en el que **confluyan varios tubos para el apoyo del balancín, y una barra transversal para fijar los amortiguadores al chasis**. Para ello, se debe tener en cuenta que esto es un mecanismo articulado, es decir que ocupará un volumen que no puede colisionar con el chasis y que la estructura no debe restringir el movimiento de este. Como punto positivo, **la longitud de la barra del pushrod es variable**, por lo que, dentro de los límites de pandeo, se puede ajustar en función de las necesidades del chasis. Partiendo de esta premisa, se plantean dos alternativas:

La primera opción es unir con una barra recta los extremos superiores de *Front Hoop* y *Front Bulkhead* a cada lado como en la Figura 14. Por otro lado, la segunda opción consiste en cruzar las barras que unen ambos arcos como en la Figura 15. Si bien es cierto que implicaría alargar la barra del *pushrod*, esta segunda alternativa resulta más adecuada ya que permite reducir el ancho del chasis en la parte superior, optimizando el espacio disponible. Además, el cruce de las barras contribuye a una mayor rigidez estructural, lo que también mejora el comportamiento del vehículo en pista como se explica en el Capítulo 3.

El siguiente paso en el diseño consiste en triangular el nudo de apoyo de los balancines. Esta acción es fundamental para reforzar la estructura en esa zona, ya que los balancines transmiten cargas significativas al chasis y asegura una mejor distribución de las fuerzas. En la Figura 16 se ve el resultado final con la barra del *push rod* alargada 20 mm y la **estructura alámbrica triangulada**.

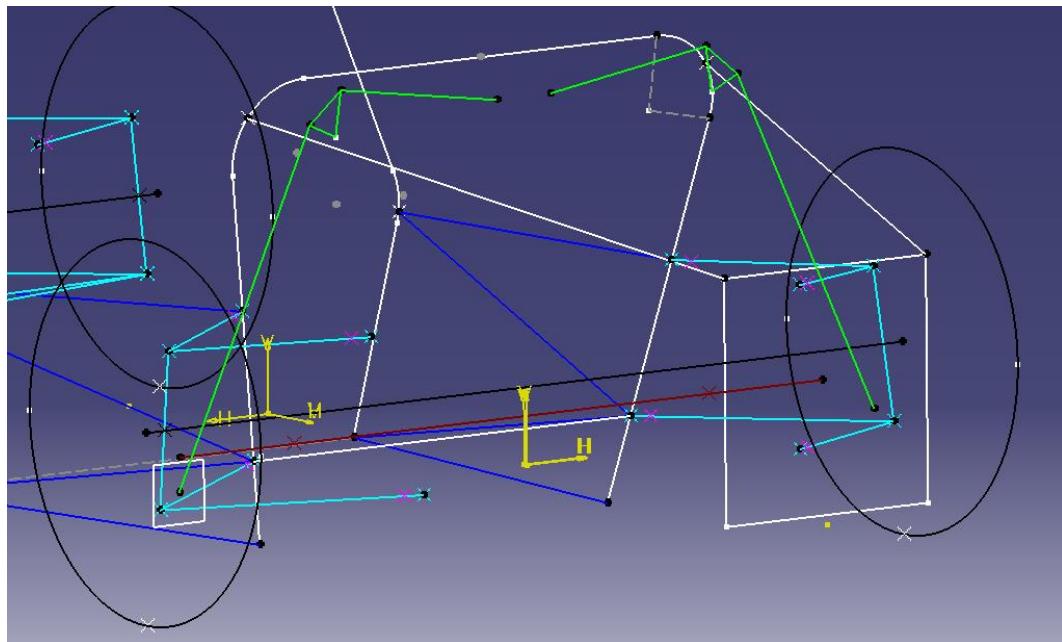


Figura 14. Planteamiento con barras de unión de FH y FBH paralelas.

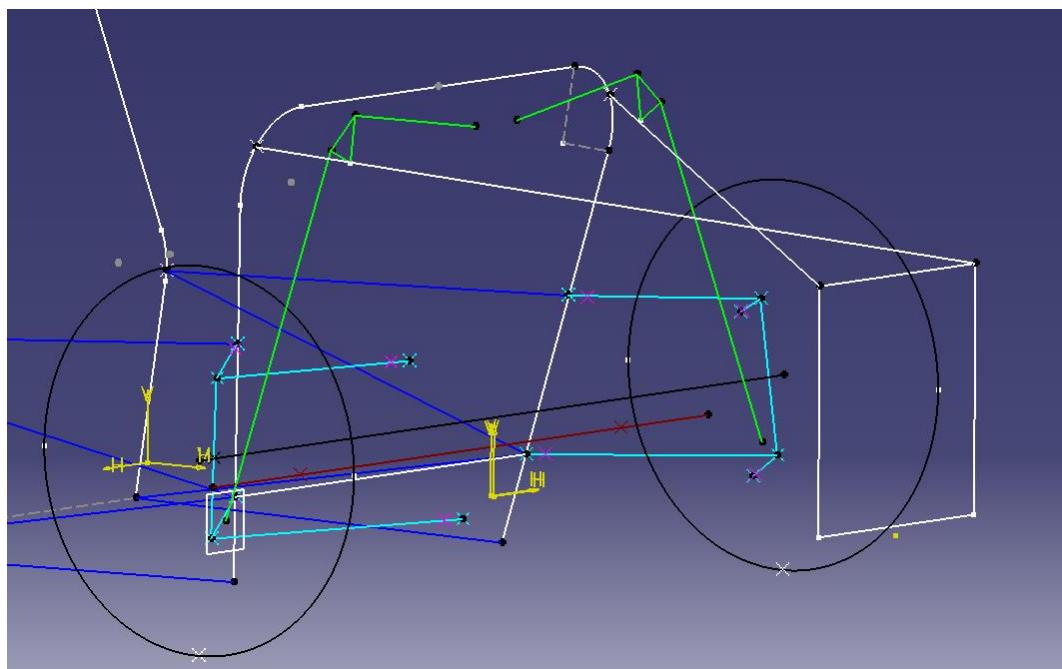


Figura 15. Planteamiento con barras de unión de FH y FBH cruzadas.

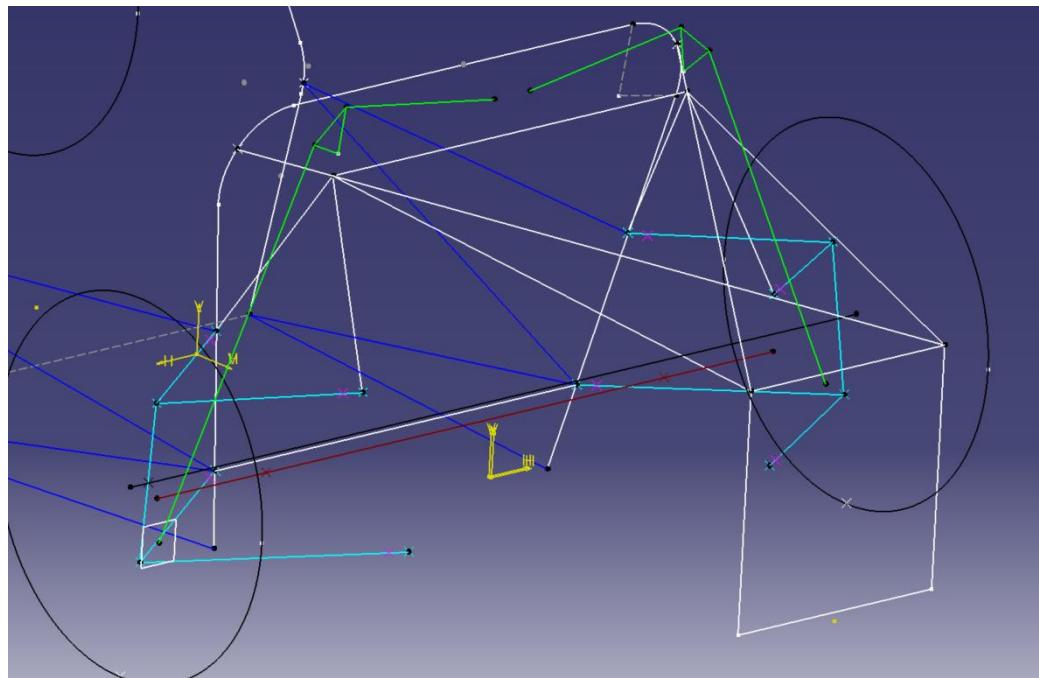


Figura 16. Suspensión y estructura de apoyo incorporadas al modelo alámbrico.

Para terminar el modelado de la parte delantera, solo quedaría triangular el resto del chasis respetando que los **puntos de anclaje de los trapecios se correspondan con nudos de la estructura**. La Figura 17 el resultado final de la parte frontal del chasis.

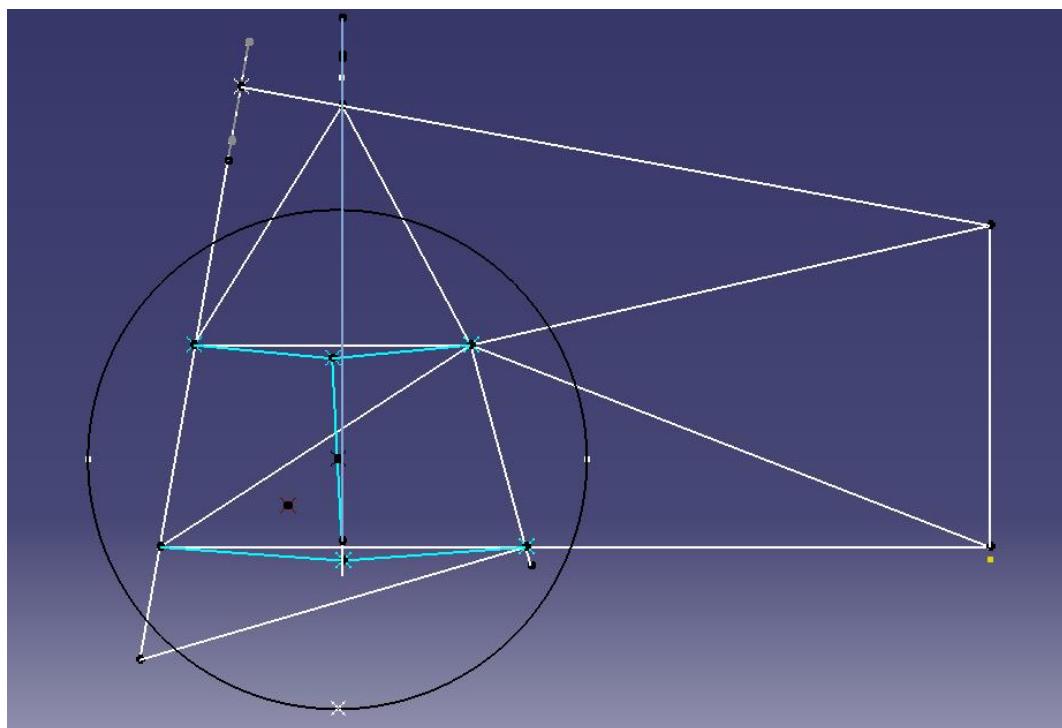


Figura 17. Vista lateral de la parte frontal del chasis (desde FBH a FH).

En la **suspensión trasera**, se implementará también un sistema **tipo pushrod**. Sin embargo, en este caso, las geometrías involucradas serán más complejas debido a la necesidad de evitar interferencias con el palier de transmisión. Esta configuración requiere un diseño que encuentre el compromiso entre asegurar que las fuerzas se transmitan de manera eficiente, pero sin comprometer la funcionalidad del sistema de transmisión. En la Tabla 4 se pueden ver los parámetros del *push rod* trasero y cómo, tanto el ángulo de la barra como la ratio, son mucho mayores.

Como se puede ver en la Figura 18, la presencia del **eje de transmisión** (representado por una línea negra horizontal) obliga a anclar la barra del *push rod* a la parte superior de la mangueta y, por tanto, a tener un ángulo de esta con la vertical mucho mayor.

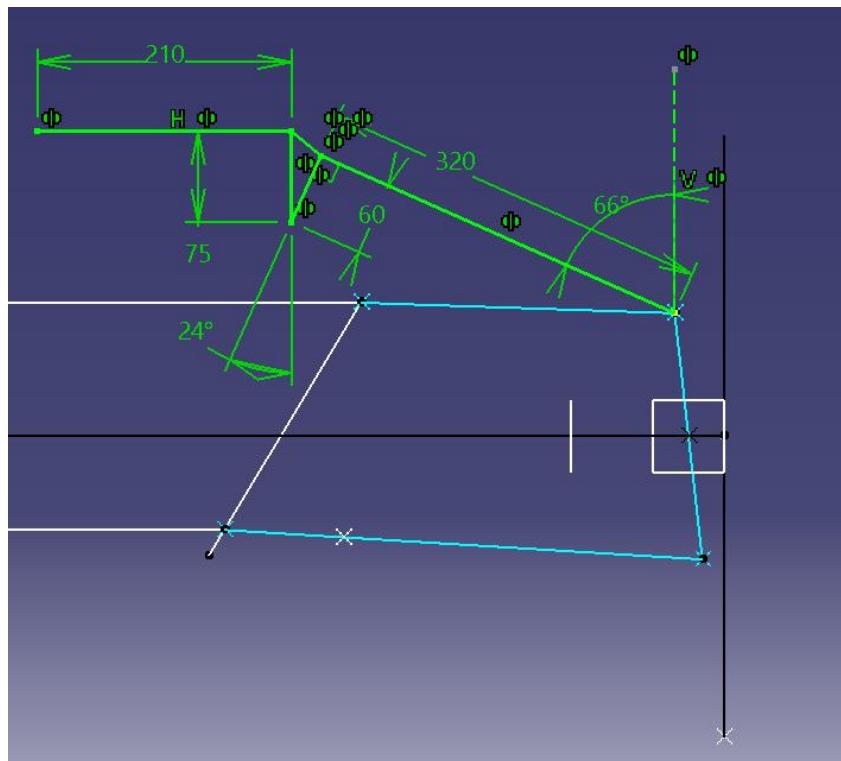


Figura 18. Geometría de la suspensión trasera.

En lugar de ampliar la estructura hacia arriba para anclar la suspensión, se optará por **aprovechar los anclajes del motor**, lo que permite mantener el chasis compacto y evita añadir más barras. Para llevar a cabo esta solución, es necesario integrar el modelo CAD del motor en el diseño, lo cual se aborda en el siguiente apartado.

Por el momento, **se triangula la estructura en la zona trasera** empezando por los denominados *Main Hoop Braces*, que son de gran importancia pues sirven de refuerzo para el antivuelco y que deben estar arriostrados a una distancia dada y un ángulo mínimo. Estas comprobaciones se detallan en el apartado de revisión de normativa, pero es importante tenerlas en cuenta para este modelo preliminar. En la Figura 19 se puede ver la zaga posterior del modelo alámbrico obtenido a falta de incorporar el motor.

Con las decisiones de diseño mencionadas y tras la integración de todos los elementos estructurales, se ha logrado definir un **modelo preliminar del chasis** que **cumple con las especificaciones y limitaciones impuestas**. Este modelo representa un equilibrio entre rigidez, peso y funcionalidad, respetando las geometrías necesarias para cada componente. A continuación, en la Figura 20, se presenta una **vista general del modelo** obtenido hasta este punto, que servirá como base para los análisis y ajustes posteriores.

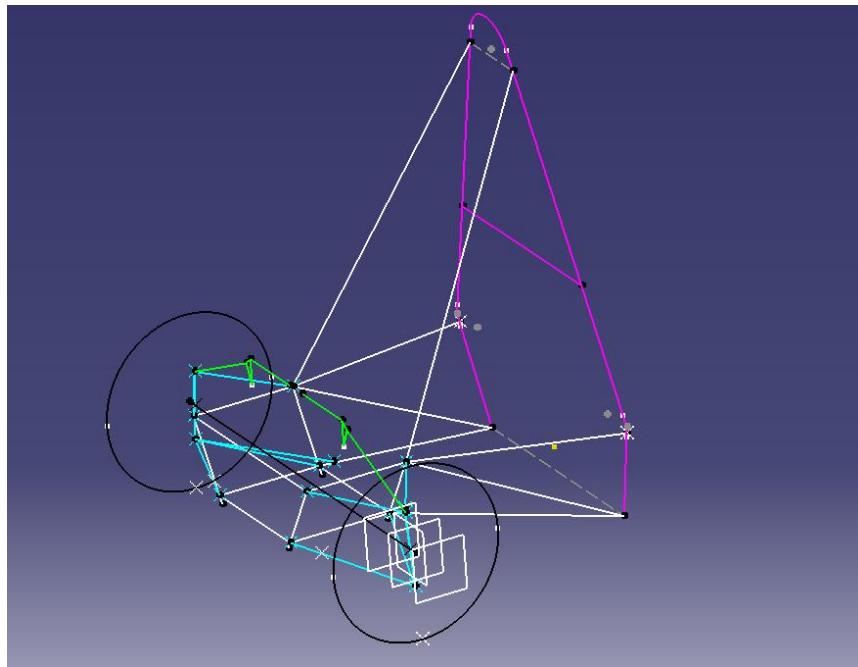


Figura 19. Parte trasera del chasis a falta de incorporar el motor y sus anclajes.

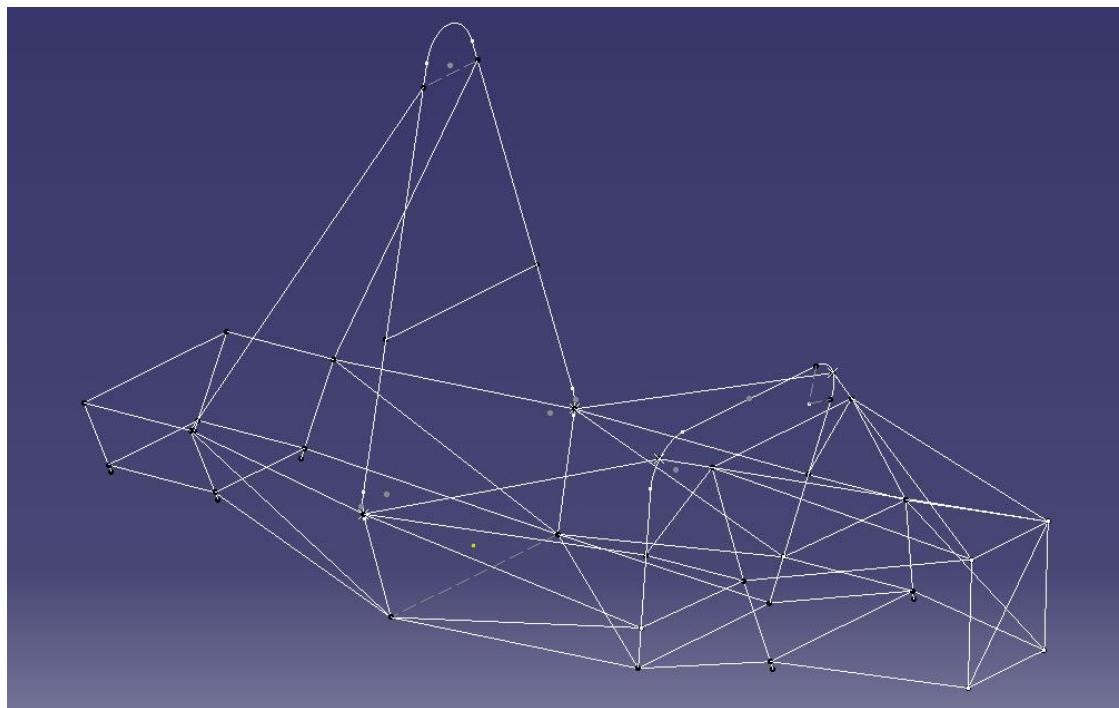


Figura 20. Modelo final de la estructura alámbrica del chasis en Catia V5.

2.3. Desarrollo de un modelo CAD con todos los elementos del vehículo

Construida ya la estructura alámbrica, se le va a dar volumen a los tubos e introducir todos los sistemas que va a equipar el coche con el fin de lograr un buen empaquetamiento dentro del chasis y detectar posibles colisiones entre piezas antes de la fabricación.

2.3.1. Selección de la sección del tubo

Como se ha dicho en el Capítulo 1, los tubos utilizados en la estructura se clasifican en tres tipos principales, cada uno con requisitos específicos en términos de espesor de pared, área de sección transversal y momento de inercia a fin de garantizar la integridad estructural y la seguridad del vehículo. La Tabla 5 recoge los elementos para los que se debe usar cada tubo, así como los requisitos mínimos.

Tabla 5. Tipos de tubo y requisitos de su sección [7].

Tipo de tubo	Espesor mínimo de la pared	Área mínima de sección transversal	Momento mínimo de inercia
Arcos principales y delanteros, barra de montaje del arnés de hombros	2.0 mm	173 mm ²	11,320 mm ⁴
Estructuras de impacto, mamparo delantero, refuerzos del arco de seguridad, restricción del conductor, fijación del arnés (excepto los mencionados arriba)	1.2 mm	119 mm ²	8,509 mm ⁴
Soporte del mamparo delantero, soportes de refuerzo del arco principal	1.2 mm	91 mm ²	6,695 mm ⁴

Estos parámetros teóricamente **aseguran que los componentes del chasis tengan la resistencia necesaria para proteger al piloto en caso de colisión y soportar las fuerzas dinámicas que a las que se le someterá**.

Para un mejor aprovechamiento del material y por stock de los suministradores, se ha optado por utilizar **una única sección para toda la estructura** con dos excepciones. Al ser un proyecto de estudiantes sin financiación, muchas de las decisiones técnicas como esta quedan supeditadas a la oferta de los patrocinadores del equipo. La sección escogida es de **Ø26.9 x 2.6 mm**, cuyas características cumplen con los mínimos exigidos para cualquier tipo de tubo.

Las dos excepciones corresponden a los cinturones, en las que la normativa exige que sean capaces de soportar una fuerza puntual en la dirección del arnés de valores de 13.5 y 19 kN respectivamente. Los arneses utilizados son de 6 puntos: 2 para los hombros unidos a una barra transversal arriostrada al *Main Hoop*, que debe soportar 13.5 kN de fuerza en cada punto; 2 para la cadera y otros 2 “anti-inmersión” para evitar el hundimiento del piloto hacia delante, que irán a un mismo punto de una barra de la estructura lateral, donde se aplican 19 kN.

Por tanto, después de hacer el correspondiente análisis, se ha optado por una sección de $\varnothing 33.7 \times 2.9$ mm. Si bien, el cálculo no es objeto de este trabajo, sí que son reseñables sus resultados para el modelado que se está realizando. En Tabla 6 se recogen las características de las dos secciones utilizadas:

Tabla 6. Características sección escogida.

	Espesor de la pared	Área de sección transversal	Momento de inercia
$\varnothing 26.9 \times 2.6$ mm	2.6 mm	198.5 mm ²	14 818 mm ⁴
$\varnothing 33.7 \times 2.9$ mm	2.9 mm	280.6 mm ²	33 568 mm ⁴

Considerando que esta barra está bi-empotrada con dos fuerzas puntuales, como la de la Figura 21, se ha estudiado este caso para distintas secciones y escogido la más pequeña cuya tensión σ_{VM} no supere los 399 MPa, límite de rotura del material [11].

Conociendo ya la sección, se le puede dar volumen a la estructura alámbrica y modelar los cortes para que ajusten entre sí en los nodos, teniendo así modelada la estructura real.

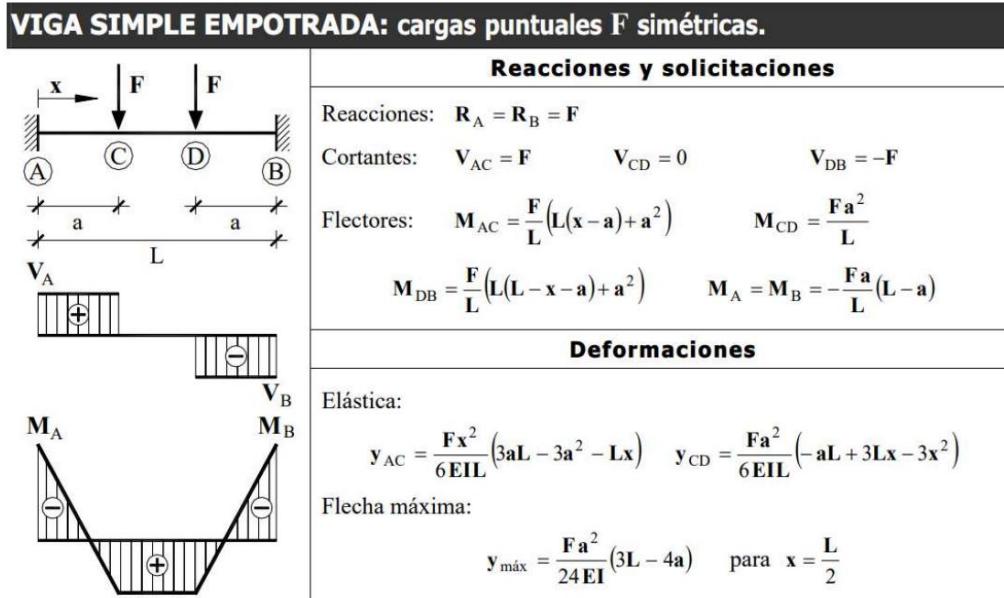


Figura 21. Hipótesis y consideraciones utilizadas en el cálculo de la barra de los cinturones [12].

2.3.2. Estudio de colisiones

En el apartado de estudio de colisiones, el principal objetivo es comprobar que todos los sistemas del vehículo **encajan correctamente dentro del chasis, sin solaparse** entre sí. El primer paso es dar volumen a la estructura alámbrica previamente diseñada, transformando el modelo en uno tridimensional con las secciones reales seleccionadas. Una vez completado, se irán incorporando los sistemas de los distintos departamentos, como la suspensión, el motor o la transmisión, para verificar que cada componente tiene el espacio adecuado y que no existen interferencias entre ellos.

Para incorporar las secciones seleccionadas se utiliza el **módulo de superficies de Catia V5** puesto que va a ser mucho más sencillo y rápido dar volumen a las barras que utilizando sólidos. Si bien es cierto que este módulo no permite darles espesor a las secciones, no es algo que impida realizar las comprobaciones que se pretenden.

Este modelado se realiza utilizando la herramienta de *Swept Surface*, que permite crear una superficie de simetría axial en torno a un eje dado. Usando la opción de circunferencia mediante centro y radio según indica la Figura 22, que permite crear un cilindro del diámetro exterior del tubo seleccionado en torno a las barras de la estructura alámbrica.

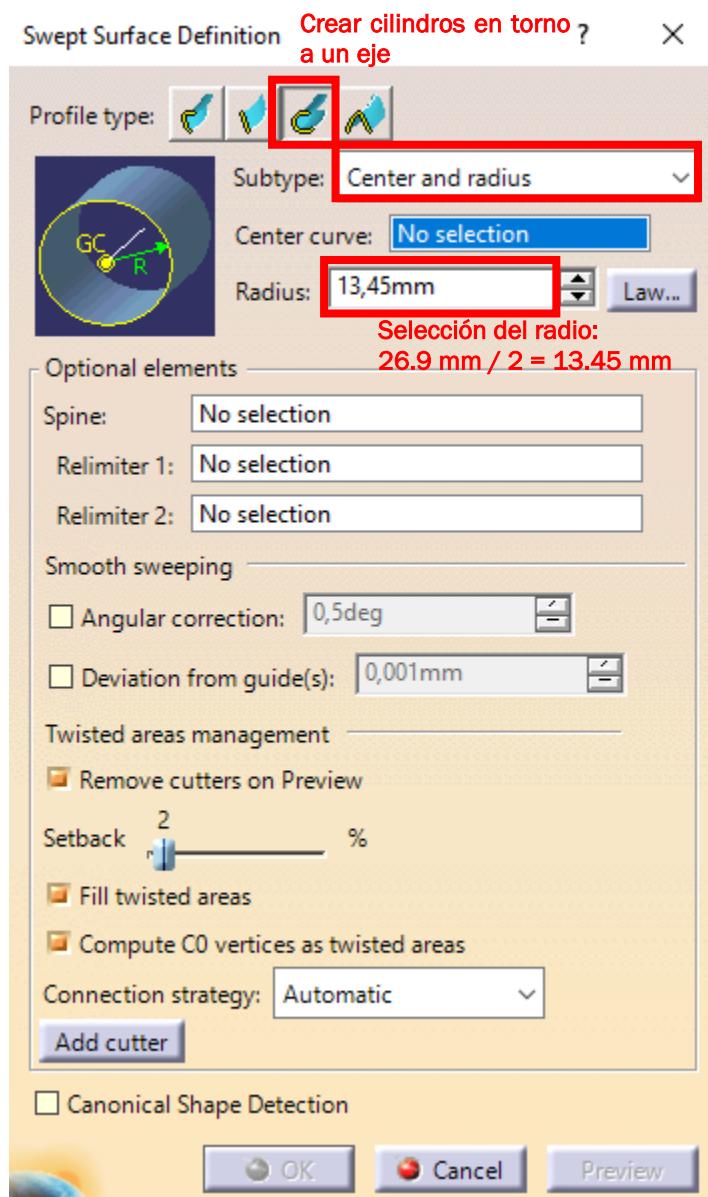


Figura 22. Configuración del menú *Swept Surface Definition* en Catia V5.

Una vez aplicada esta operación sobre todas las barras se puede observar que los extremos de los tubos están cortados en recto (perpendicularmente al eje) en el punto donde confluyen los ejes como se ve en la Figura 23, suponiendo un conflicto en todos los nudos de la estructura. Para solucionarlo, con la herramienta *Split* (cuya aplicación se explica en la Figura 24) se realizan los **cortes a los tubos eliminando las intersecciones** entre ellos. Además de ser imprescindible para la fabricación, este trabajo indica si es necesario acortar o alargar tubos, así como reubicar algún nudo de la estructura.

Por ejemplo, en la Figura 23 del nudo del inferior del *Main Hoop* se aprecia como el arco no es suficientemente largo como para poder arriostrar el resto de los tubos por lo que ha sido necesario alargarlo y como resultado se obtiene lo mostrado en la Figura 25. Otra opción hubiese sido hacer esta operación sobre el tubo horizontal, color azul en la Figura 25, y dejar este sin cortar. Sin embargo, por facilidad en la fabricación se prefiere no alterar el *Main Hoop* al ser un tubo curvado y de grandes dimensiones y, por tanto, difícil de cortar. No obstante, este tipo de decisiones corresponden a la manufacturación y no se detallarán en este trabajo.

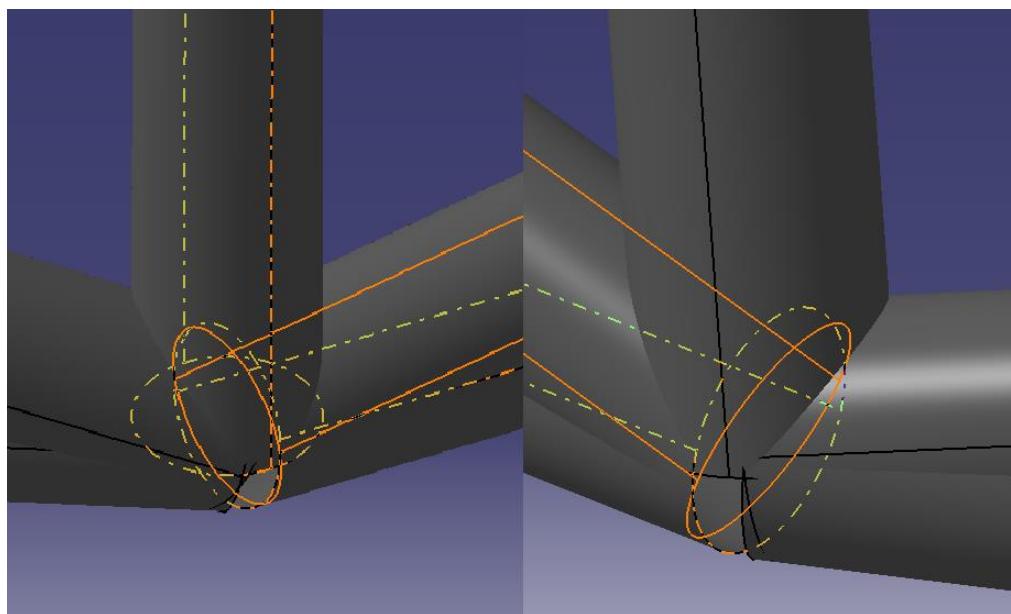


Figura 23. Nudo Inferior Main Hoop con tubos colisionando.

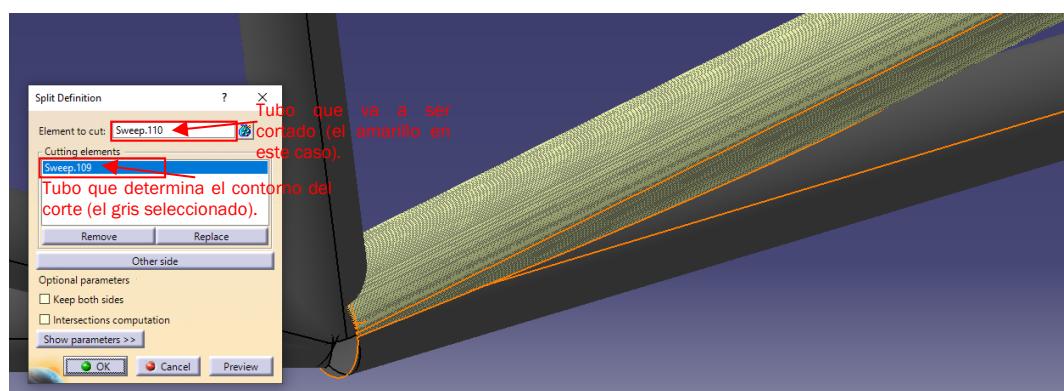


Figura 24. Herramienta "Split" aplicada sobre los tubos de la estructura lateral.

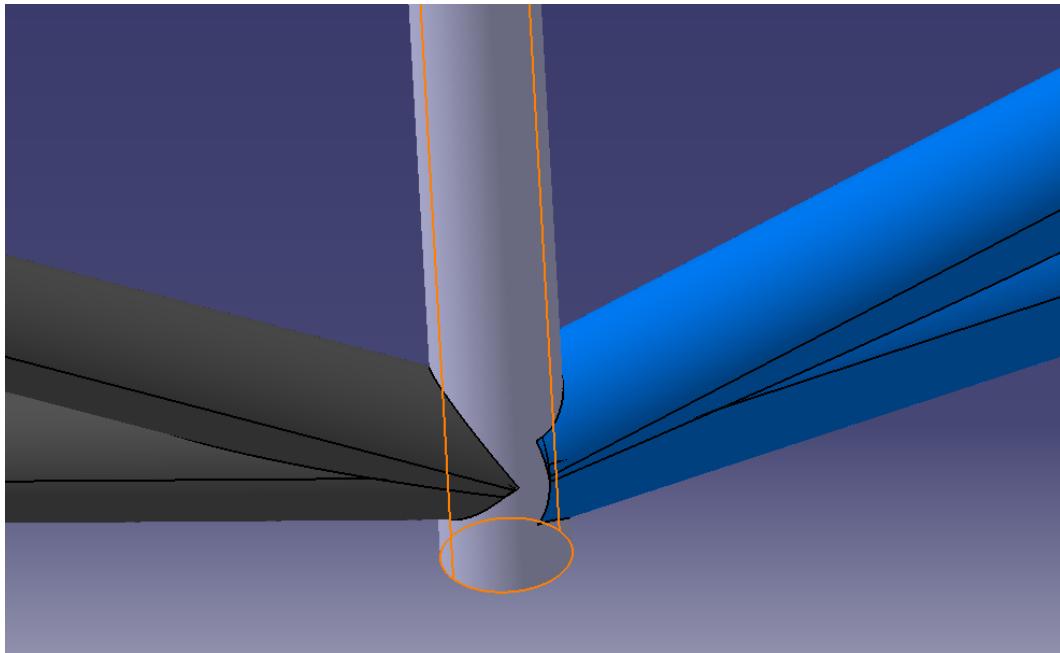


Figura 25. Nudo inferior del Main Hoop con conflicto de colisiones solucionado.

Con la estructura tubular ya modelada, ver Figura 26, se pueden introducir el resto de los sistemas al modelo empezando por el motor. Como se ha comentado en el apartado 2.1. el motor de la Suzuki Bandit 600 utilizado es refrigerado por aire, lo que conlleva la presencia de muchas aletas disipadoras de calor. Para el modelo CAD realizado no se han incluido, sino que se ha hecho un bloque sólido del volumen ocupado por estas como el de la Figura 27, puesto que es lo único que nos interesa para este caso.

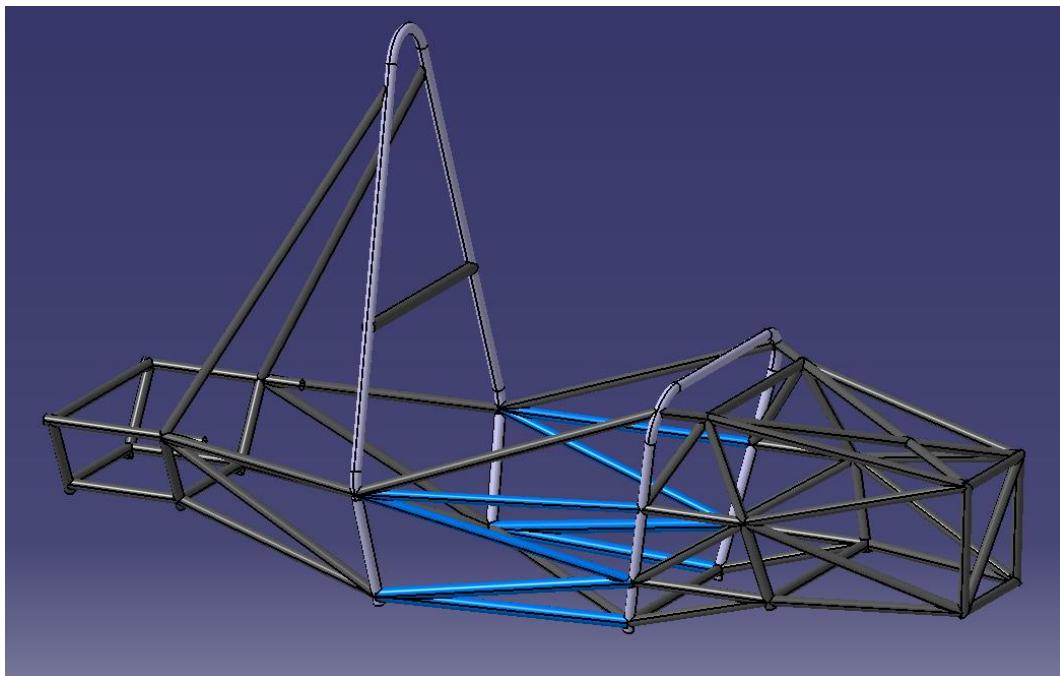


Figura 26. Chasis completo con estructura tubular.

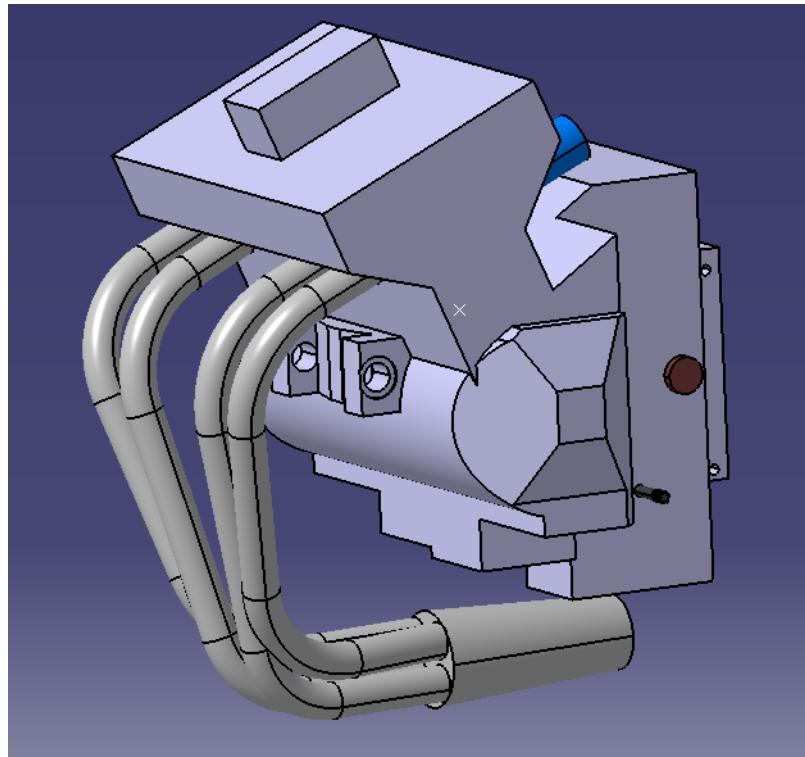


Figura 27. Conjunto del volumen del bloque motor con colector de escape modelados en Catia V5.

A la hora de posicionar el motor dentro del chasis se deben tener las siguientes consideraciones:

- **Ubicación:** El motor está en una configuración de motor central posterior. Se debe ubicar detrás de la cabina, pero dejando espacio suficiente para el sistema de transmisión y para poder tensar la cadena, reduciendo pérdidas mecánicas de potencia y aumentando su durabilidad.
- **Inclinación:** Para un correcto funcionamiento del sistema de lubricación, es importante que el motor tenga la misma inclinación de diseño de la moto, que en este caso es con el fondo del cárter paralelo al suelo.
- **Protección y seguridad:** Por normativa cualquier componente del motor debe estar dentro de una superficie ficticia en torno al chasis denominada *rollover envelope*, que viene a ser una superficie de protección antivuelco. Esta superficie está representada en la Figura 28 por una línea discontinua.

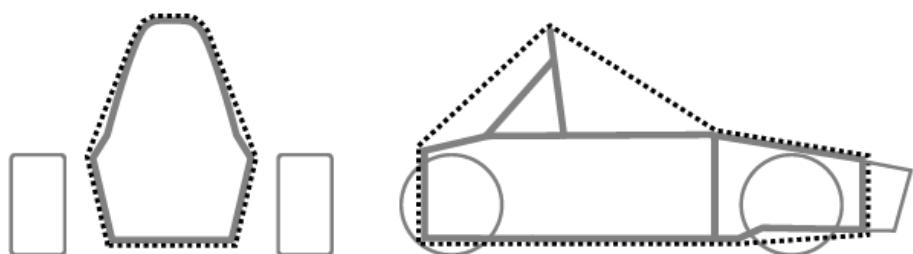


Figura 28. Límites de la superficie "rollover envelope" según normativa de Formula Student.

- **Introducción y montaje:** El chasis no se puede soldar en torno al motor, por lo que es importante asegurar que va a haber espacio suficiente para poder ser instalado. El motor se va a introducir por la cabina y a través del *Main Hoop*, lo que requiere que esta abertura sea lo suficientemente amplia para permitir el paso. Las Figuras 29 y 30 ilustran este proceso de instalación.

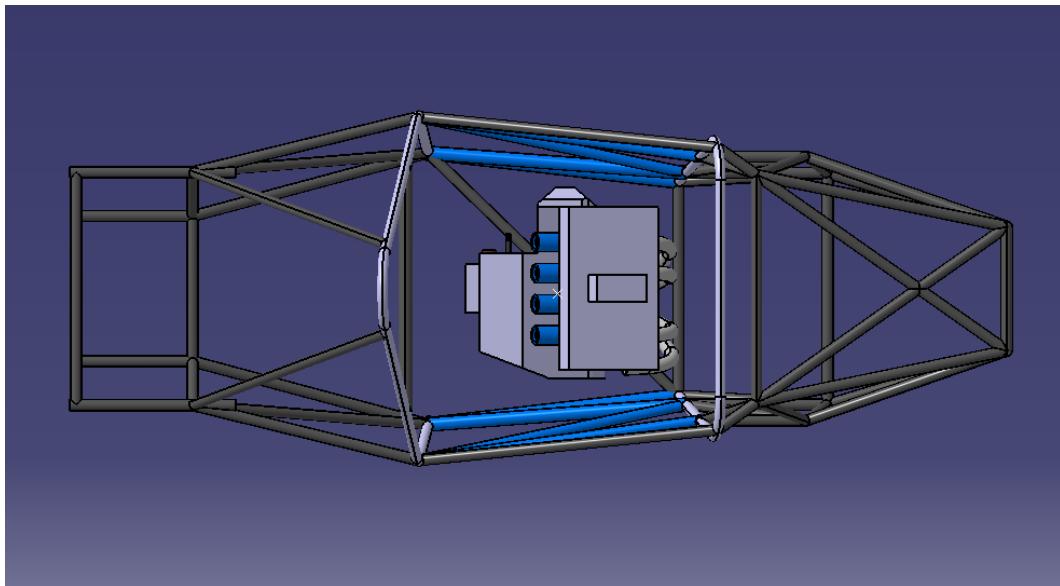


Figura 29. Prueba de instalación del motor a través de apertura superior de la cabina.

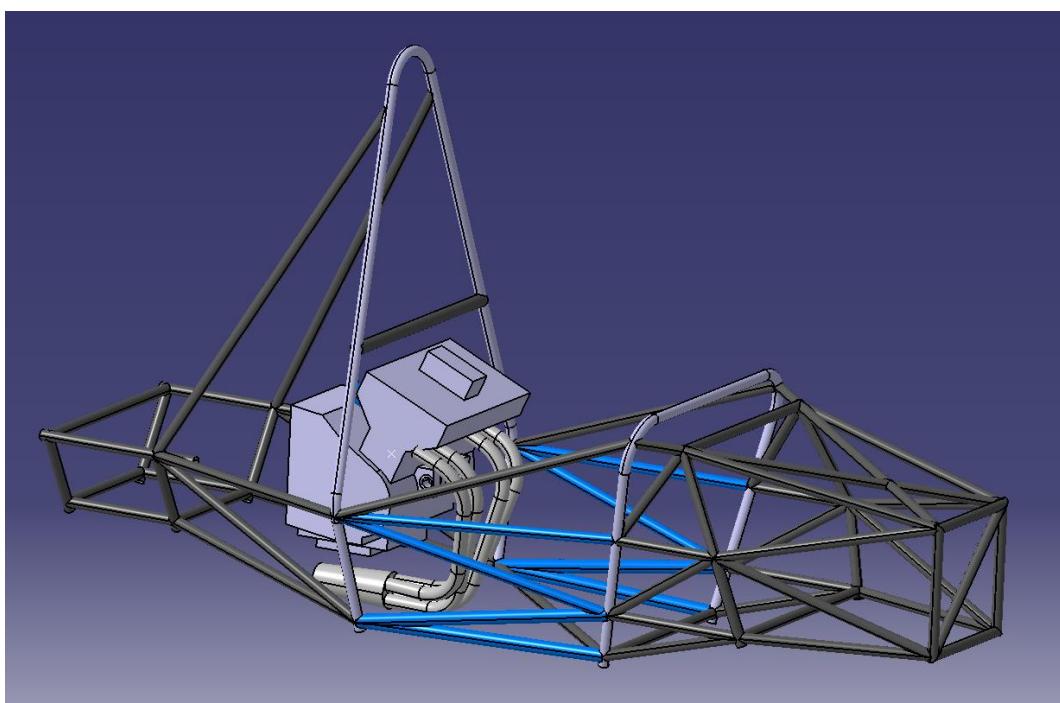


Figura 30. Prueba de instalación del motor a través del *Main Hoop*.

Atendiendo a estos criterios, la posición que se ha escogido para el motor es la representada en la Figura 31. En la vista lateral de la figura 32 se puede comprobar como esta posición cumple con los requisitos de inclinación, deja espacio para el sistema de transmisión y se encuentra completamente dentro del envelope.

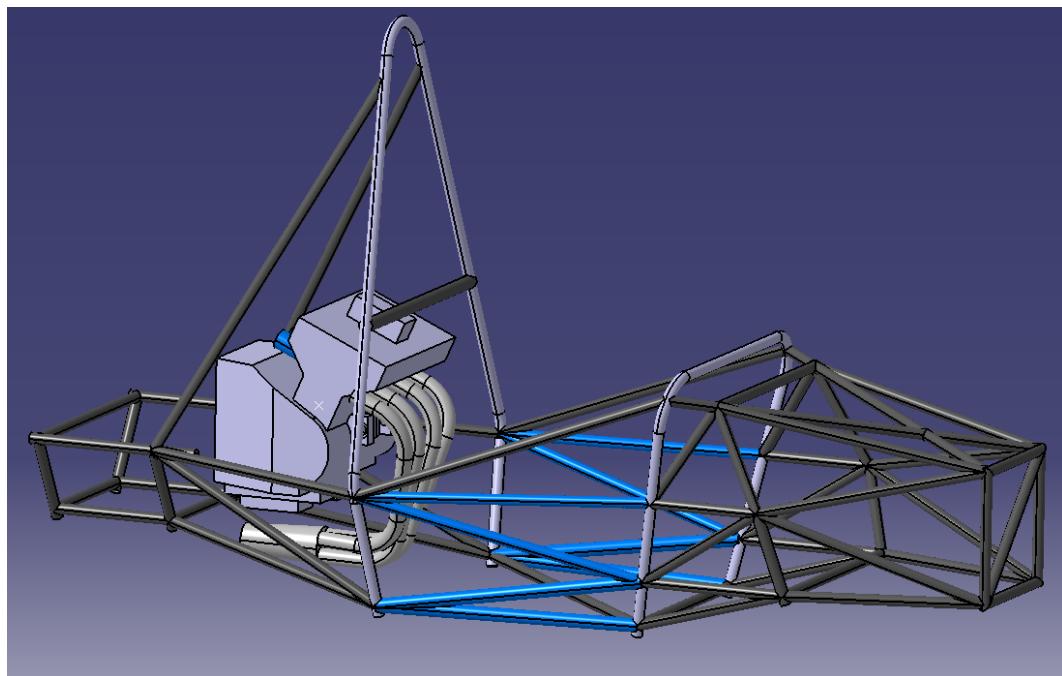


Figura 31. Posición final del motor.

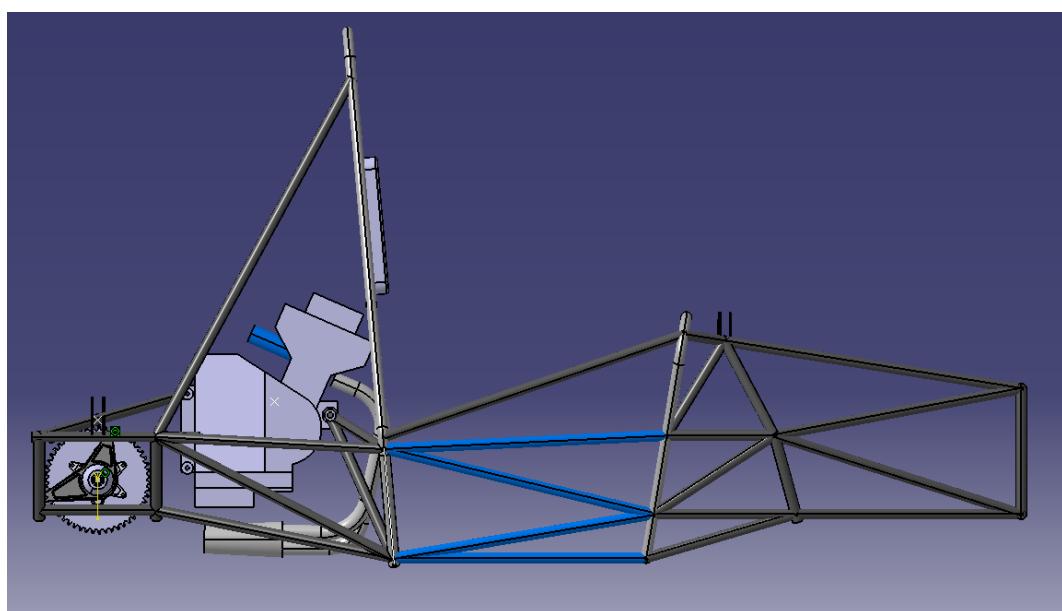


Figura 32. Vista lateral del chasis con el sistema de transmisión completo.

Para fijar el motor se han utilizado los **puntos de anclaje originales de la moto**, uniéndolos, mediante barras de igual sección a las del resto del chasis, a nudos ya existentes en la estructura y evitando modificaciones innecesarias. Estos anclajes se conectan a los nudos ya presentes en el chasis mediante barras de la misma sección que el resto de la estructura como muestra la Figura 33.

De esta manera, no solo se asegura que el motor quede firmemente integrado en el chasis, sino que además el bloque actúa como **elemento rigidizador de la estructura**, contribuyendo a aumentar la rigidez torsional del conjunto. Este efecto y cómo considerarlo en los cálculos se analiza con más detalle en el capítulo siguiente.

Una vez posicionado el motor, se puede retomar la conclusión a la que se ha llegado en el apartado anterior en torno al anclaje de la suspensión trasera. Como se ha comentado, se ha decidido aprovechar las barras de anclaje del motor también para este fin, reduciendo el número de barras adicionales en la estructura y evitando interferir con el sistema de transmisión. En la Figura 34 se puede observar cómo, mediante una barra transversal entre los dos anclajes traseros, **se ha fijado la suspensión trasera**.

Continuando de atrás hacia delante, los siguientes elementos introducidos son **depósito de combustible y batería**. Para su encajonamiento, se aprovecha el arco entre la espalda del piloto y la arista inferior formada entre el *Main Hoop* y el suelo de la cabina. Como muestra la Figura 35, la batería se ubica a la izquierda y el depósito a la derecha del vehículo. Esta decisión no es arbitraria, pues al encontrarse todo el sistema de cambio de marchas en el lado izquierdo se coloca el depósito, lleno en condiciones de carrera será bastante más pesado que la batería, para equilibrar pesos.

Si bien es cierto que no hay ningún problema por llevar estos componentes por delante del *Main Hoop*, es necesario equipar un **cortafuegos que proteja al piloto**. Este cortafuegos se instala como se representa en la Figura 36 y consiste en una plancha extraíble de acero galvanizado plegada de 2 mm de espesor. El dispositivo de seguridad debe aislar todas las fuentes de calor que puedan entrar en contacto con el piloto desde el reposacabezas hasta el suelo del vehículo, incluyendo cinturones.

Por encima de esta chapa, se encuentra otra lámina de 4 mm del mismo acero que los tubos y soldada a estos que cumple una doble función: a la vez que ejerce de protección contra el calor, sirve de apoyo para el **reposacabezas**. Es por esta segunda utilidad, la de soportar el peso del piloto, es por la que esta plancha debe ir soldada y ser de mayor espesor.

Los siguientes elementos que se suben al modelo son aquellos que influyen en la **ergonomía del vehículo**. Para ello, utilizando a Percy como modelo de piloto, se introducen asiento, reposacabezas, pedalera y dirección. Si bien las comprobaciones pertinentes para cumplir con la normativa se detallan en el siguiente apartado, la Figura 37 ilustra la posición aproximada del piloto dentro del monoplaza donde tiene campo de visión suficiente y buen acceso a los mandos.

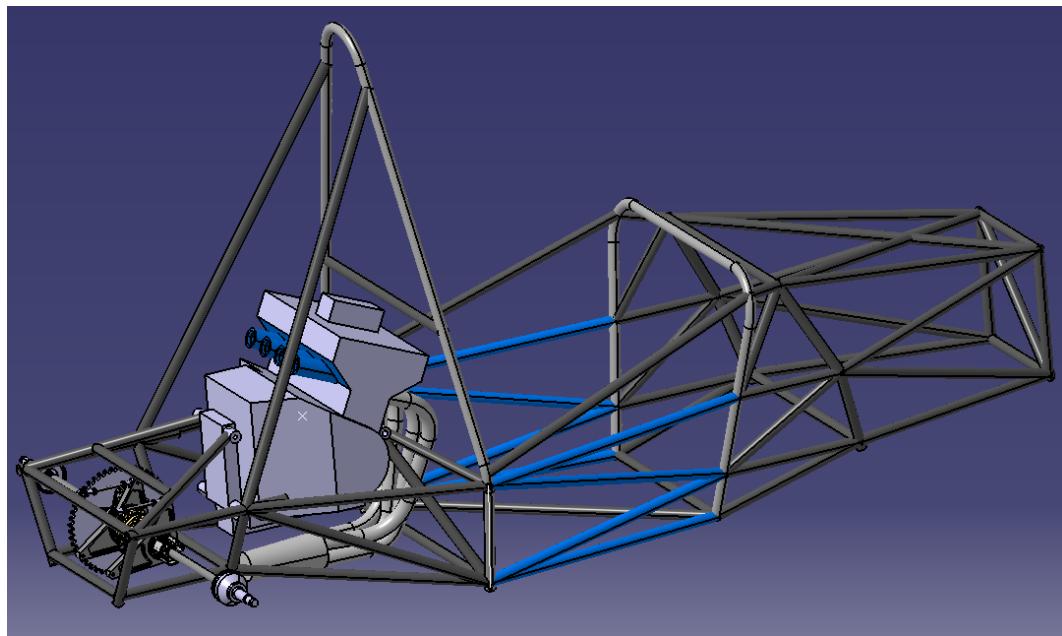


Figura 33. Chasis con los anclajes del motor incorporados.

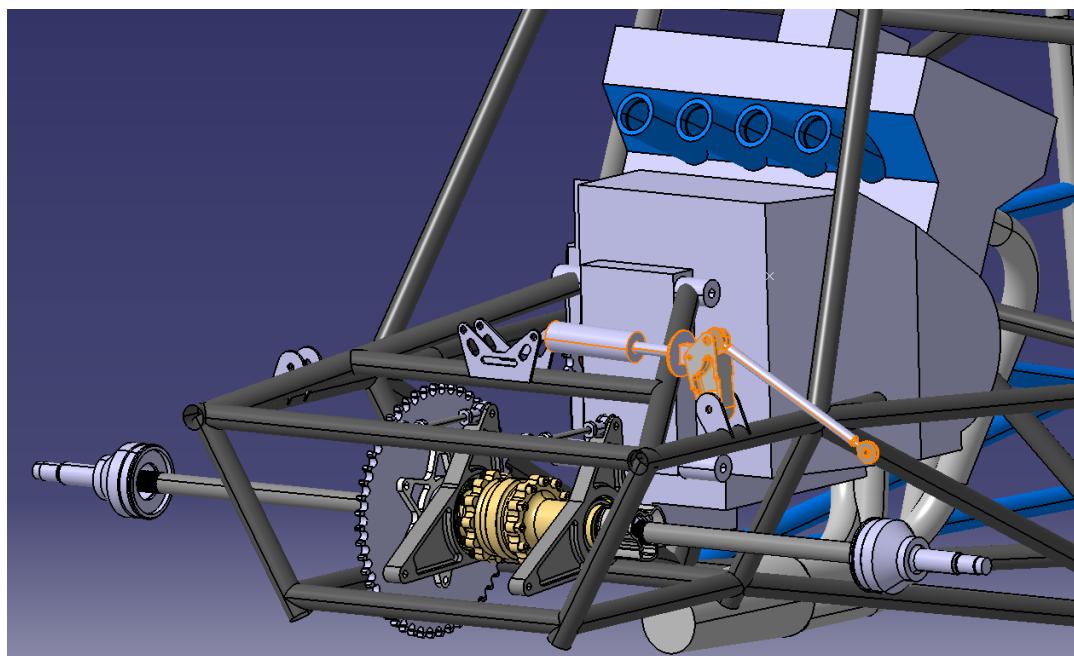


Figura 34. Anclaje de la suspensión trasera aprovechando las barras de soporte del motor.

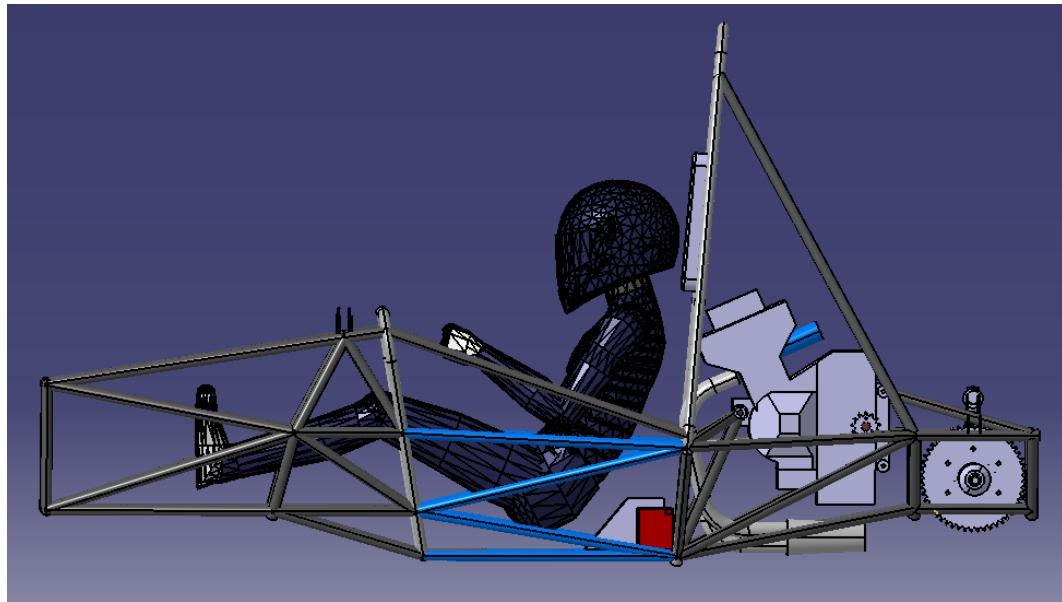


Figura 35. Posición aproximada del piloto con batería y depósito de combustible ubicados entre su espalda y el Main Hoop.

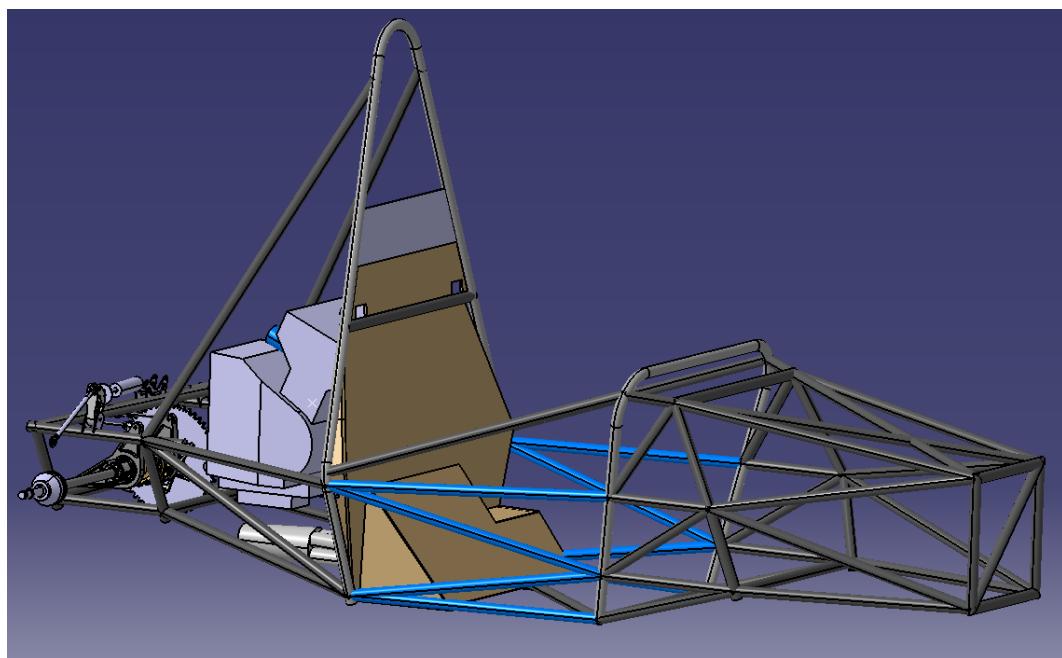


Figura 36. Cortafuegos formado por chapa galvanizada (marrón) y soporte del reposacabezas (gris).

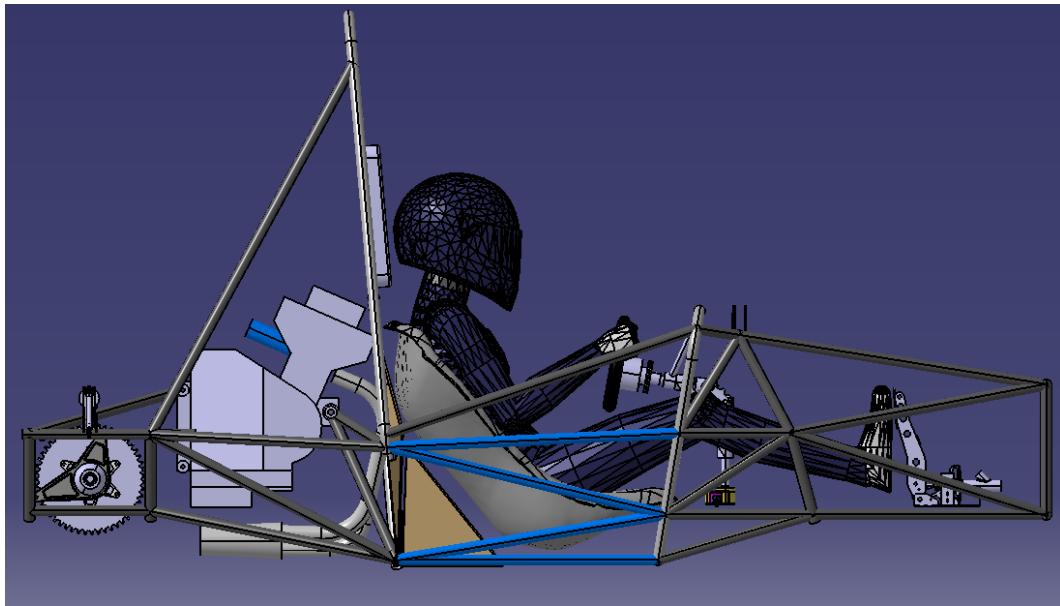


Figura 37. Posición aproximada del piloto con respecto a asiento, volante y pedales.

Siguiendo hacia la zona delantera, se debe posicionar el **atenuador de impactos** en el frontal del chasis. Este consiste en un panel de aluminio *honeycomb* como el de la Figura 38, con gran capacidad de deformación para absorber la energía de un impacto frontal, que va pegado al mamparo delantero (*Front BulkHead*).

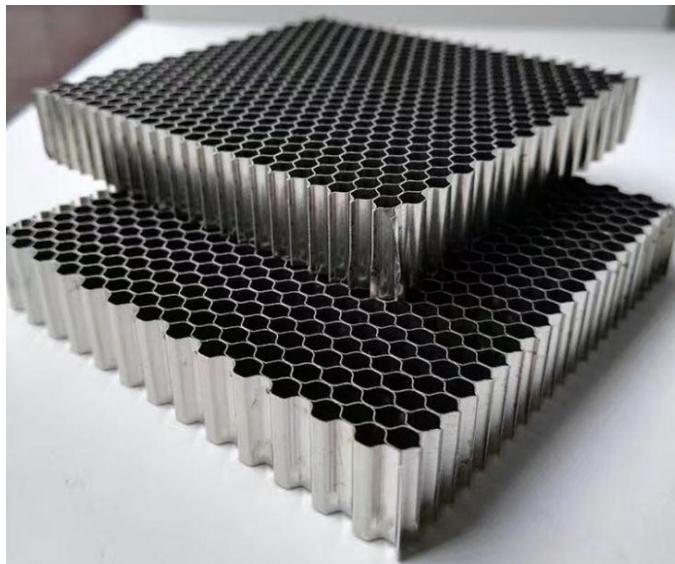


Figura 38. Ejemplo de panel de aluminio *honeycomb* como el utilizado en el atenuador de impactos [13].

A continuación, se integran los elementos externos al chasis, es decir, todos los componentes de **la dinámica y la carrocería**. Aunque el chasis ha sido diseñado teniendo en cuenta estos sistemas, al igual que con las barras del chasis, se les otorga volumen sustituyendo las geometrías alámbricas por sus correspondientes diseños mecánicos. Esto permite verificar que ambas configuraciones son compatibles entre sí. En la Figura 39 se muestra el modelo CAD con la dinámica implementada.

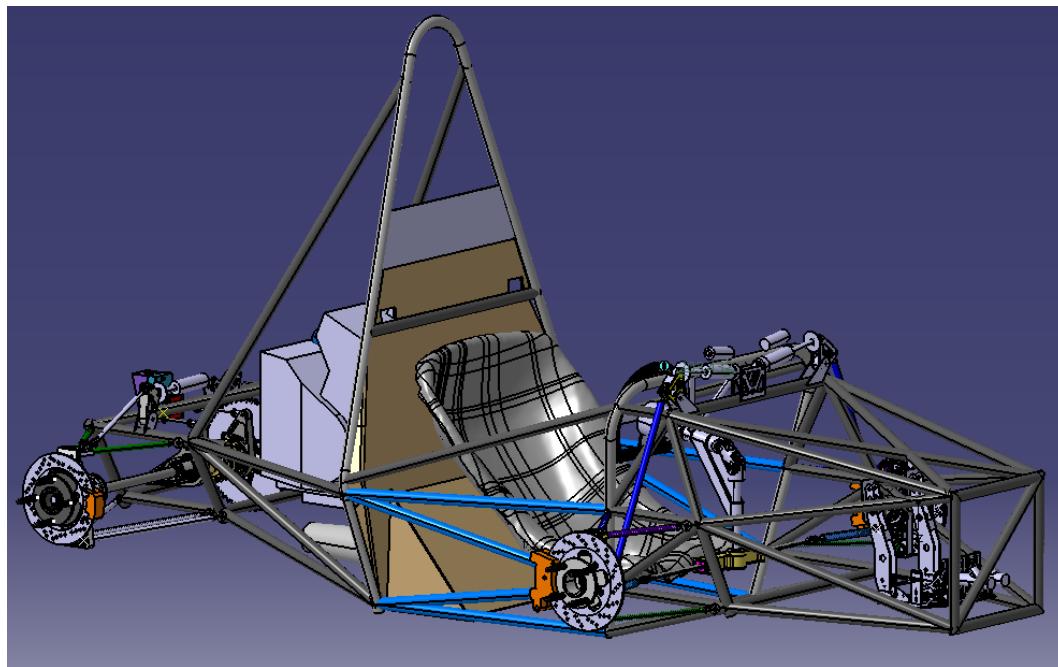


Figura 39. Dinámica vehicular, frenos y suspensiones incorporadas al modelo.

Finalmente, se añade la carrocería al modelo. Además de proteger al piloto y a algunos de los componentes del vehículo, desempeña una **función aerodinámica**. La Figura 40 presenta el modelo final, que es una fiel representación del vehículo con el que finalmente se compitió en la *Formula Student Spain* (Figura 41).



Figura 40. Ensamblaje en Catia V5 del monoplaza completo.



Figura 41. Monoplaza de VallRacing Team en la prueba de AutoX en la Formula Student Spain [14].

2.4. Revisión de normativa

Con el diseño definitivo del chasis completo, es imprescindible verificar que este cumple con el reglamento técnico de la competición. Este proceso implica la revisión exhaustiva los aspectos estructurales y de seguridad del chasis que se han ido citando a lo largo del documento, asegurando que cada componente se ajusta a los requisitos específicos establecidos por la competición. Entre las verificaciones necesarias se incluyen la comprobación de las plantillas del cockpit, de la ergonomía del piloto y de Percy, así como de aspectos relacionados con la triangulación la estructura.

Además, la *Formula Student* exige verificar el chasis antes de fabricarlo presentando un documento llamado **SES (Structural Equivalence Spreadsheet)** que también sirve como método de comprobación del cumplimiento de la normativa.

2.4.1. Plantillas, Percy y triangulación

Este apartado, con el fin de evitar repetir información, sirve simplemente como método de comprobación de las consideraciones relativas a la normativa que se han tenido ya en cuenta a la hora de diseñar.

El primer paso es introducir en el modelo CAD las plantillas de la Figura 42 y la plantilla de piloto “Percy” de la Figura 43, según indica la norma “T4: Cockpit”. Para cumplir con dicha norma, la sección de la izquierda debe caber en la apertura superior de la cabina hasta el tubo superior de la estructura lateral; mientras que la de la derecha tiene que pasar libremente a lo largo del chasis

hasta, al menos, 100 mm por detrás de los pedales dispuestos en posición de alojar a Percy dentro del vehículo. Como prueba la Figura 44, el chasis cumple con este punto del reglamento.

El proceso seguido ha sido desplazar el plano de la plantilla a lo largo de su eje normal hasta los puntos que se pide, comprobando que no existen colisiones entre plantilla y chasis.

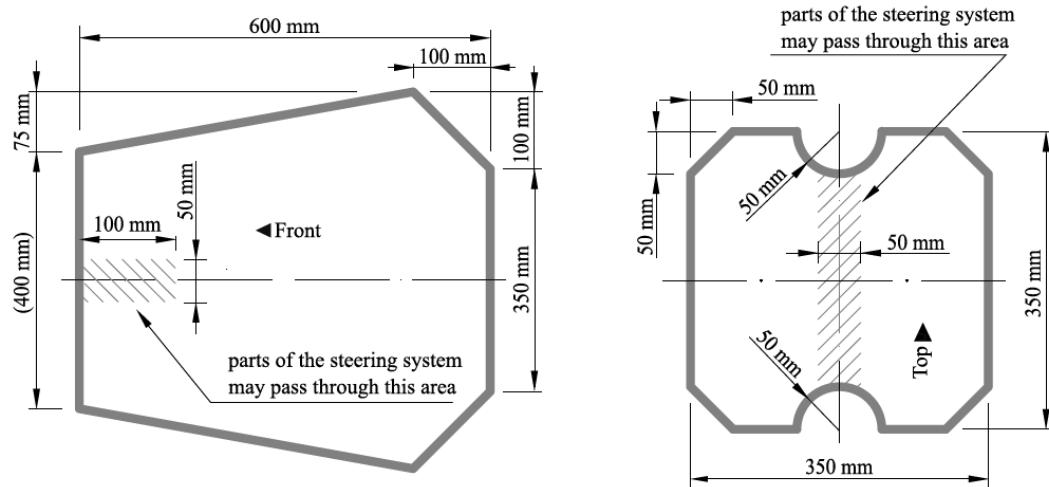


Figura 42. Secciones horizontales y transversales mínimas que debe tener el habitáculo [7].

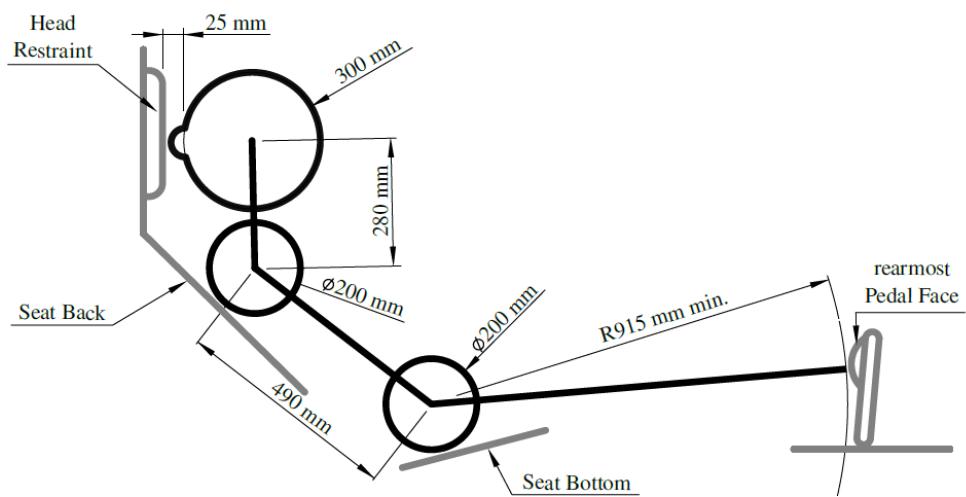


Figura 43. Plantilla del percentil 95 masculino (Percy) [7].

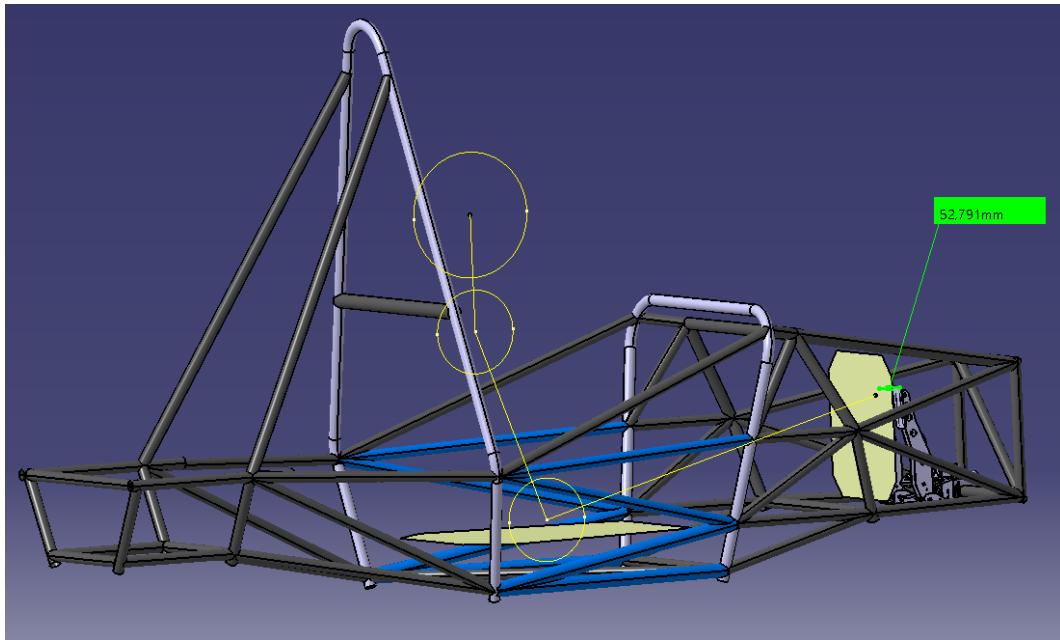


Figura 44. Comprobación en Catia V5 de que el chasis cumple perfectamente con los requisitos en el "cockpit".

Habiendo verificado que el habitáculo es suficientemente amplio, se posiciona al piloto sirviéndose del modelo Percy que facilita la normativa. Se modifican los ángulos de las articulaciones de Percy para que se adapte a la geometría del chasis y se comprueban las medidas pertinentes.

Atendiendo al artículo “T 4.3 Percy”, la cabeza del piloto debe cumplir con las distancias indicadas en la Figura 45. En competición estas medidas se comprueban con los pilotos reales y con Percy, sin embargo, ninguno de los pilotos de esta temporada es más alto que este modelo de normativa por lo que con verificar el caso más desfavorable (Percy) será suficiente.

Para fijar de manera definitiva la posición del piloto en el chasis, es fundamental verificar la ubicación y el ángulo de los cinturones de seguridad. Esta comprobación se realiza utilizando la plantilla Percy, aunque previamente debe determinarse si el piloto se encuentra en posición vertical o reclinada según la definición del artículo “T 5 Driver Restraint System”. Si el respaldo del asiento, en Percy el tramo recto de 490 mm entre cadera y hombros se encuentra inclinado más de 30° respecto a la vertical, se considera que el piloto está en posición reclinada; en caso contrario, se considerará vertical. De la Figura 46 se deduce que en este monoplaza el piloto lleva una **posición vertical** (*upright driving position* como se indica en la norma).

Una vez establecida la postura, se miden la inclinación de los cinturones, cuyos requisitos cambian en función de la posición del piloto, asegurando que cumplen con los valores recomendados para una retención óptima. Para la posición vertical, se debe cumplir con los requisitos expuestos en la Figura 47.

A modo de conclusión, la Figura 48 muestra la posición de los anclajes de los arneses, así como la comprobación del resto de medidas expuestas.

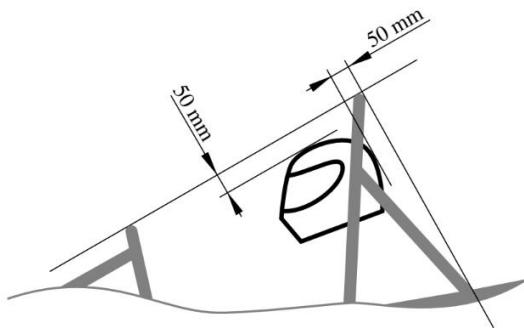


Figura 45. Distancias mínimas al casco [7].

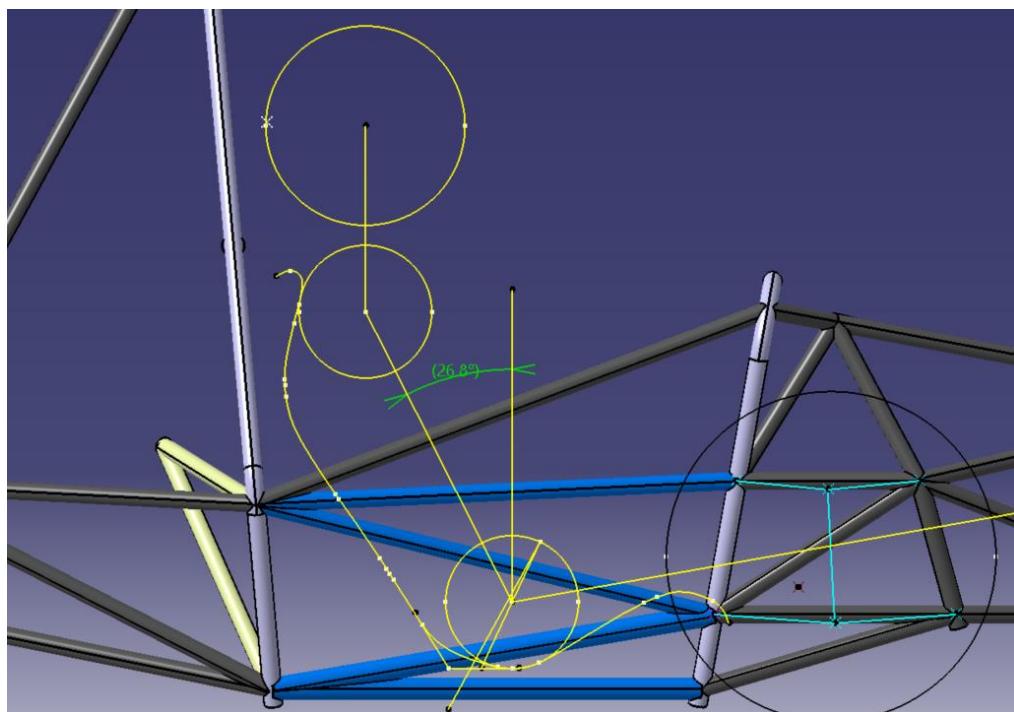


Figura 46. Medida de la inclinación del respaldo del piloto para determinar su posición.

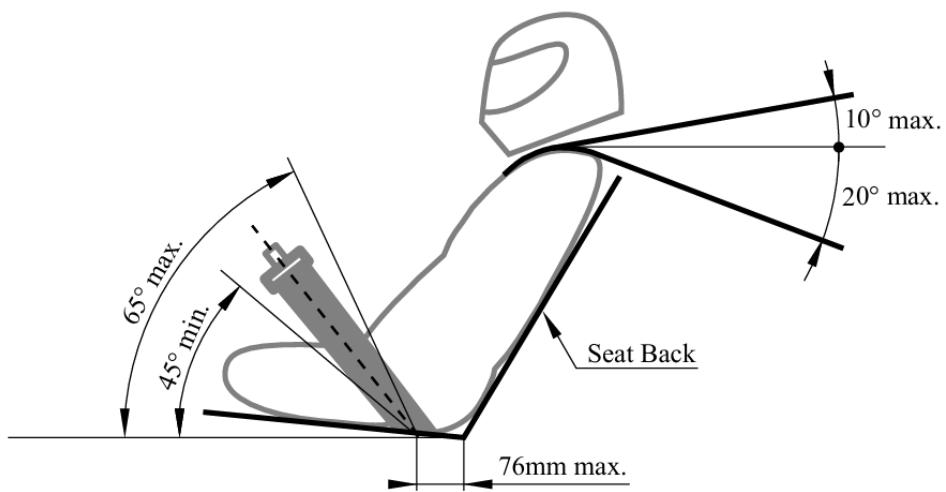


Figura 47. Montaje de cinturones en cadera y hombros [7].

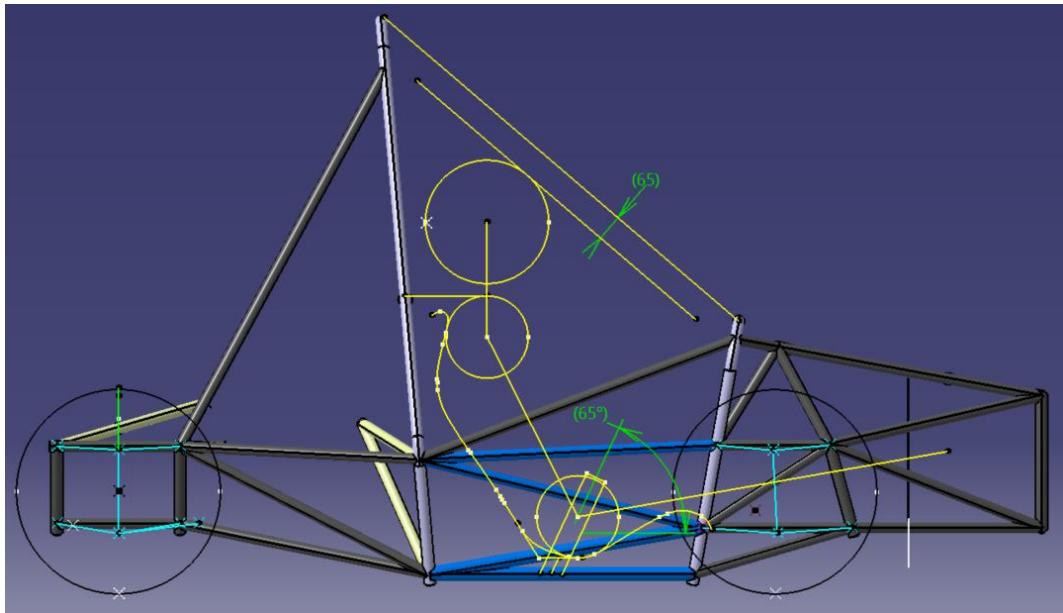


Figura 48. Comprobación del ángulo del cinturón de la cadera, arnés de hombros horizontal y distancia mínima al del casco.

Como se ha explicado, estas medidas se realizan sobre plantilla. Sin embargo, y como se ha expuesto en el apartado anterior, también se ha estudiado la posición y ergonomía del piloto con un modelo mucho más realista (Figura 37).

Otro aspecto de gran importancia tanto para cumplir con la normativa de la competición como para el diseño eficiente de estructuras metálicas es que esta esté debidamente triangulada. Esto es fundamental para una mejor **distribución de las cargas**, evitando deformaciones en los tubos y, por tanto, aumentando la rigidez estructural.

La triangulación consiste en unir los tubos entre sí a través de los nodos o puntos de unión formando triángulos entre los ejes de los tubos. Esta forma geométrica presenta una **mayor oposición para ser deformada** y no resulta difícil adaptarla a geometrías complejas como puedes ser el chasis de un vehículo. Además, al transferirse las cargas aplicadas directamente a los nodos arriostrados, disminuye la flexión en los tubos.

En chasis tubulares, la *Formula Student* exige que el punto más bajo de cada uno de los arcos (*MH*, *FH* y *FBH*) esté unido mediante “**triangulación nodo a nodo**” con el nodo superior de cada arco, como se expone en el ejemplo de la Figura 49.

La Figura 50 muestra cómo el chasis cumple con la triangulación exigida por la normativa, remarcando los nodos de la estructura.

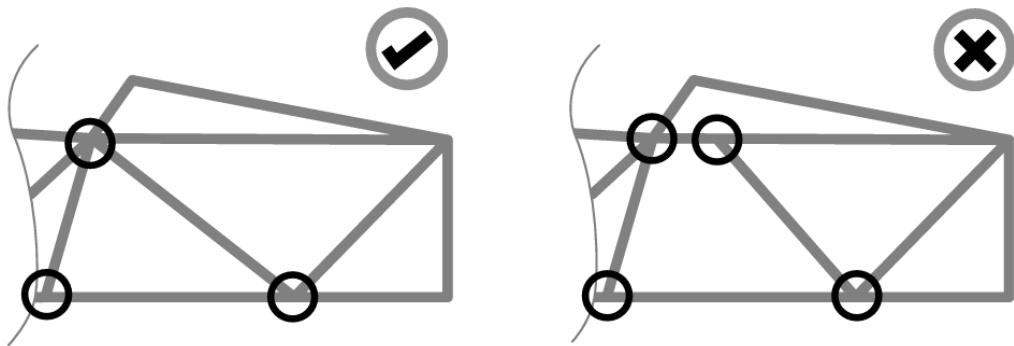


Figura 49. Ejemplo de triangulación de la estructura tubular del chasis [7].

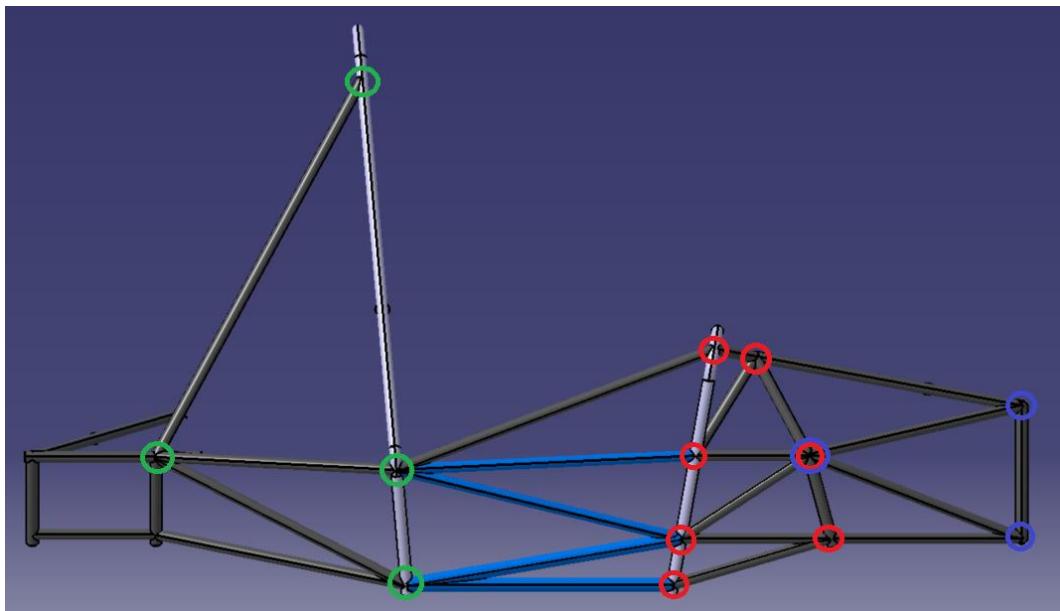


Figura 50. Triangulación de cada arco según normativa (verde: MH, rojo: FH, azul: FBH).

2.4.2. SES: Documento de la competición para verificación del chasis

El *Structural Equivalency Spreadsheet* (SES) es un **documento obligatorio exigido por la competición** para verificar que el diseño del chasis cumple con todos los requisitos establecidos en la normativa. Este documento se presenta en formato de libro de Excel compuesto por varias hojas, en las cuales se deben introducir medidas, cálculos y datos específicos solicitados. Además, incluye imágenes del modelo CAD del chasis para respaldar la información presentada. En este apartado, se ofrece una visión general del contenido y propósito del SES, destacando los aspectos clave necesarios para garantizar que el diseño cumpla plenamente con las exigencias reglamentarias.

A su vez, el SES es una herramienta que sirve como verificación del diseño pues el propio documento **ofrece retroalimentación** en cada uno de los artículos que revisa. Ejemplo de ella la Tabla 7, que corresponda a la hoja referente a la estructura lateral. En ella se introducen solamente las secciones de los tubos y el propio SES realiza todos los cálculos estructurales utilizando las propiedades del material indicadas en el Capítulo 1 y da por válidas las secciones seleccionadas (celdas en verde).

Tabla 7. Hoja del SES (Structural Equivalency Spreadsheet) referente a la estructura lateral de impactos.

Side Impact Structure							
		Enter construction type		Tubing only			
Material Property	Baseline	Upper SIS Member	Your Tube type 2	Your Tube type 3	Your Tubes Total	Composite Side (Vertical)	Composite Floor (Horizontal)
Material type	Steel	Steel	Steel	Steel	2,00E+11	Composite 1	Composite 1
Tubing Type	Round	Round	Round	Round	2,00E+11	NA	NA
Material name /grade	Steel	Steel	Steel	Steel	3,05E+08	T3.5_Laminate	T3.5_Laminate
Youngs Modulus, E	2,00E+11	2,00E+11	2,00E+11	2,00E+11	0,00E+00		
Yield strength, Pa	3,05E+08	3,05E+08	3,05E+08	3,05E+08	#DIV/0!		
UTS, Pa	3,65E+08	3,65E+08	3,65E+08	3,65E+08	#DIV/0!		
Yield strength, welded, Pa	1,80E+08	1,80E+08	1,80E+08	1,80E+08	N/A	N/A	
UTS welded, Pa	3,00E+08	3,00E+08	3,00E+08	3,00E+08	N/A	N/A	
Straight or Bent / Multipiece Upper Member?	N/A	BentMulti	N/A	N/A			
Number of tubes	3	2	2	0			
Tube OD, mm	25,4	26,9	33,7	25,4			
Wall, mm	1,6	2,6	3,2	1,6			
Thickness of panel, mm							
Thickness of core, mm							
Thickness of inner skin, mm							
Thickness of outer skin, mm							
Panel height (vertical Side)/half width (Horiz_Floor),mm							
OD, m	0,0254	0,0269	0,0337	No tubes			
Wall, m	0,0016	0,0026	0,0032				
I, m ⁴	8,51E-09	1,48E-08	3,61E-08		5,09E-08	Tubing Only	Tubing Only
EI	5,11E+03	5,93E+03	1,44E+04		2,03E+04		
Area, mm ²	358,9	397,0	613,2		1010,2		
Yield tensile strength, N	1,09E+05	1,21E+05	1,87E+05		3,08E+05		
UTS, N	1,31E+05	1,45E+05	2,24E+05		3,69E+05		
Yield tensile strength, N as welded	6,46E+04	7,15E+04	1,10E+05		1,82E+05		
UTS, N as welded	1,08E+05	1,19E+05	1,84E+05		3,03E+05		
Max load at mid span to give UTS for 1m long tube, N	2,93E+03	3,22E+03	6,25E+03		9,46E+03		
Max deflection at baseline load for 1m long tube, m	1,20E-02	1,03E-02	4,24E-03		3,00E-03		
Energy absorbed up to UTS, J	1,76E+01	1,82E+01	2,82E+01		4,64E+01		

En resumen, el SES abarca todos los aspectos clave mencionados a lo largo del texto, funcionando como una herramienta esencial para asegurar el cumplimiento de la norma. Entre los puntos que se analizan se incluyen la triangulación de la estructura, las distancias mínimas y máximas permitidas, especificaciones y diseño del *firewall* (Figura 51) y el *Impact Attenuator*, así como la posición e inclinación de los arcos estructurales como el *Main Hoop* (Figura 52) y el *Front Hoop*. Además, también evalúa aspectos relacionados con los cinturones de seguridad y la ergonomía, garantizando que cada elemento del diseño cumpla con las especificaciones exigidas por la normativa.

Junto al SES, es necesario adjuntar el **3DSES**, que consiste en el archivo CAD del chasis diseñado con el que ya se ha trabajado en apartados anteriores. Este modelo tridimensional (que no es el alámbrico) sirve como referencia directa para la fabricación del chasis, asegurando que la estructura final cumpla exactamente con las especificaciones y requisitos definidos en el documento de verificación.

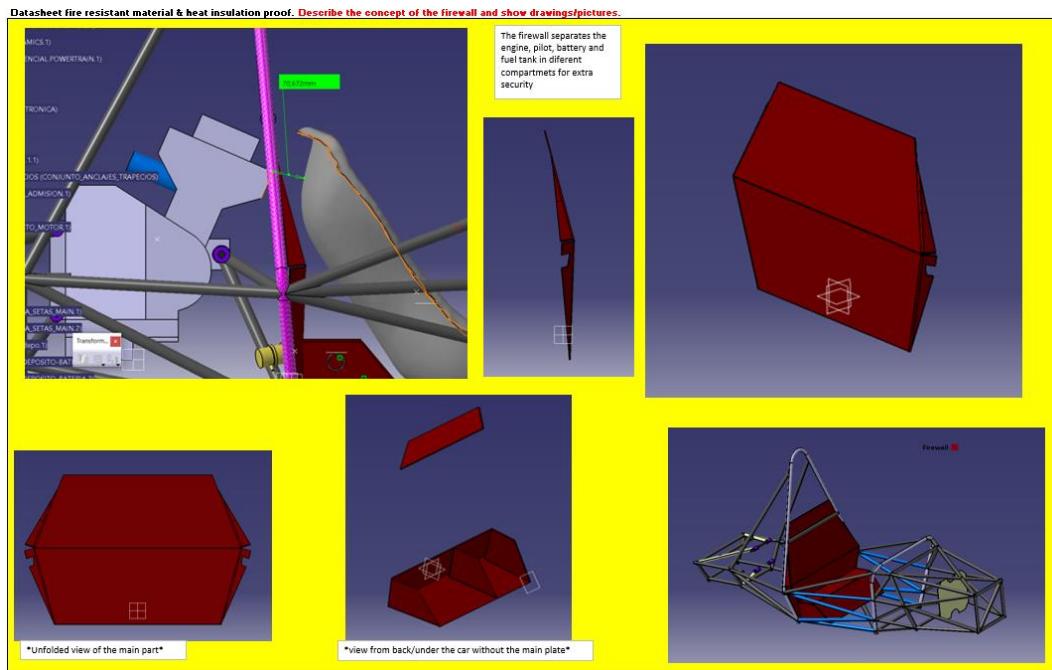


Figura 51. Descripción del diseño y montaje del Firewall en el SES.

Front Hoop Structural Equivalency

Material Property	Baseline	Your Tube
Material type	Steel	Steel
Tube shape	Round	Round
Material name /grade	Steel	Steel
Youngs Modulus, E	2.00E+11	2.00E+11
Yield strength, Pa	3.05E+08	3.05E+08
UTS, Pa	3.65E+08	3.65E+08
Yield strength, welded, Pa	1.80E+08	1.80E+08
UTS welded, Pa	3.00E+08	3.00E+08
Tube OD, mm	25.4	26.9
Wall, mm	2.4	2.6
OD, m	0.0254	0.0269
Wall, m	0.0024	0.0026
I, m ⁴	1,1593E-08	1,48201E-08
EI	2,32E+03	2,96E+03
Area, mm ²	173.4	198.5
Yield tensile strength, N	5,29E+04	6,05E+04
UTS, N	6,33E+04	7,24E+04
Yield tensile strength, N as welded	3,12E+04	3,57E+04
UTS, N as welded	5,20E+04	5,95E+04
Max load at mid span to give UTS for 1m long tube, N	1,33E+03	1,61E+03
Max deflection at baseline load for 1m long tube, m	1,20E-02	9,37E-03
Energy absorbed up to UTS, J	7,98E+00	9,10E+00

CAD Screenshots / Images proving all dimensions

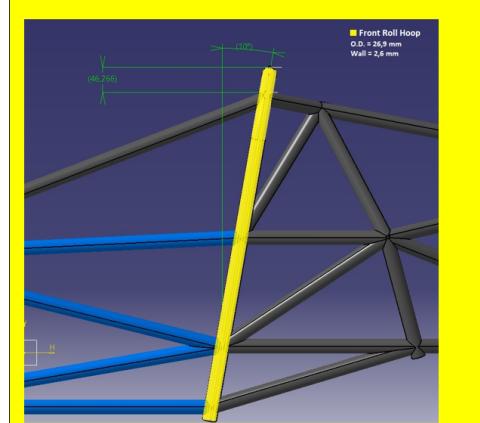


Figura 52. Hoja del SES referente al Front Hoop.

Capítulo 3. Simulación

En este capítulo, se verifica el diseño del chasis mediante el cálculo estructural, utilizando el programa **SAP2000**. Esta es una herramienta avanzada de análisis y diseño estructural ampliamente utilizada en la ingeniería civil y mecánica. Este software emplea la tecnología de cálculo por elementos finitos (FEA), que permite modelar y analizar estructuras complejas con gran precisión.

El método de elementos finitos divide la estructura en una malla de elementos discretos, facilitando el análisis de cómo responde cada parte del chasis a diversas cargas y condiciones. Esta tecnología proporciona información detallada sobre tensiones, deformaciones y otros parámetros críticos que son fundamentales para asegurar la integridad y seguridad del diseño. A través de este proceso, se confirma que el chasis cumple con todos los requisitos estructurales que se le va a exigir en competición.

A continuación, se detalla el proceso de modelado de la estructura del chasis en el programa e incorporación de las cargas que se quieren estudiar.

Para ello se parte del modelo alámbrico formado por los ejes de los tubos, al cual se le asignan secciones y materiales. Posteriormente, se definirán los apoyos del chasis, uniones rígidas entre apoyos o cargas y estructura, centros de gravedad de las masas, etc.

Además, se establecen las condiciones de contorno y cargas que actuarán sobre la estructura, simulando distintas situaciones a las que el vehículo estará sometido durante la competición.

3.1. Generación del modelo en SAP2000

La primera etapa del modelado consiste en exportar el modelo alámbrico de la estructura generado en el Capítulo 2. Este modelo diseñado en CATIA V5 se exporta en **formato IGES (IGS)** para ser cargado en SAP2000, un formato de archivo que facilita la transferencia de datos entre diferentes programas de ingeniería. La Figura 53 muestra el resultado de la importación en el software.

A continuación, se asignan las secciones transversales y material correspondientes a cada eje. Para organizar esta tarea de manera eficiente, se crean "grupos" dentro del programa, donde cada grupo representa un conjunto de elementos con características similares. Por ejemplo, se puede tener un grupo para los tubos del arco principal, otro para la estructura lateral de impacto, parte delantera, parte trasera, etc. Este enfoque facilita la gestión y la asignación de propiedades específicas a cada parte del chasis.

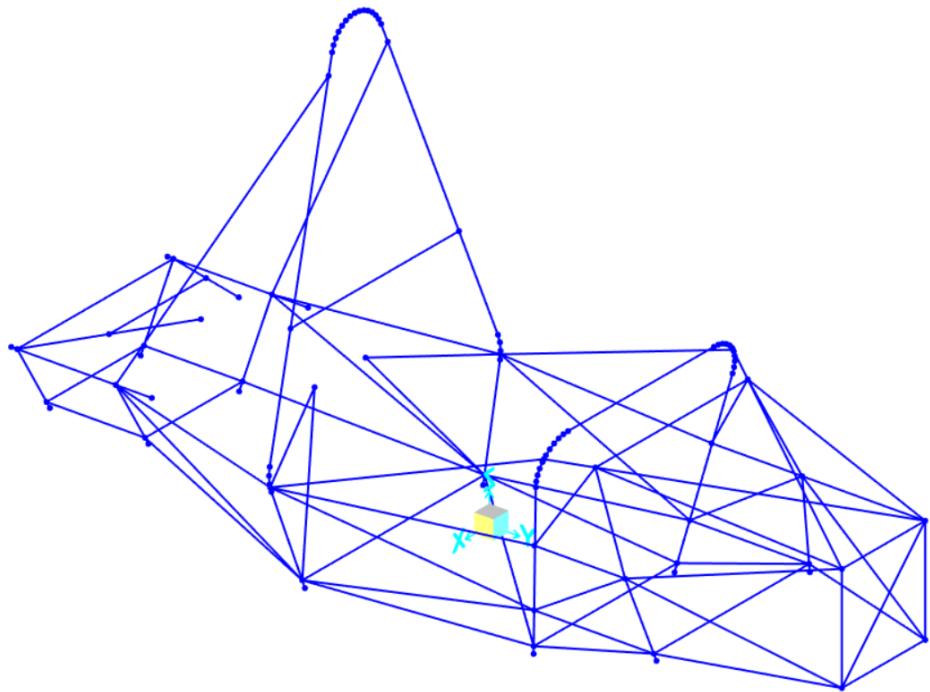


Figura 53. Importación del archivo IGS del chasis en SAP2000.

En el caso del modelo de este chasis, se distinguen únicamente dos grupos correspondientes a cada una de las secciones recogidas en la Tabla 6.

En cuanto al material, se incorporan las **propiedades mecánicas del acero** correspondiente, detalladas en la ficha técnica facilitada por la empresa suministradora de los tubos (Tabla 8). Esto únicamente servirá para un análisis de resultados en una etapa final del estudio, puesto que los esfuerzos de la estructura obedecen exclusivamente a la geometría, secciones, carga y apoyos de esta, siendo el material completamente independiente.

Tabla 8. Características del acero utilizado en la fabricación del chasis [11].

Tipo de acero	Límite elástico	Límite de rotura	Módulo de elasticidad (E)	Densidad [15]
S 195T	280 MPa	399 MPa	200 GPa	7 850 kg/m ³

El valor que aporta conocer el material, y por tanto crucial para validar el diseño, es para calcular los **desplazamientos** (dependientes de la rigidez del material) y para la comparación entre las tensiones alcanzadas y las **máximas admisibles**.

Sin embargo, anteriormente se han utilizado unas propiedades del acero genéricas indicadas en normativa (apartado 1.3) distintas a las reales. Como la rigidez (a torsión y a tracción) del acero es la misma para cualquier tipo, los desplazamientos de la estructura **serán los mismos para los dos aceros citados**. En cuanto al cálculo del coeficiente de seguridad, es decir, lo cerca que esté de plastificar la estructura, como es lógico se utilizará el **criterio más restrictivo** que en este caso será el impuesto por el material utilizado.

3.2. Condiciones de contorno

Esta sección describe las restricciones de movimiento que tiene el sistema que se está calculando. Normalmente, en estructuras civiles estas suelen estar bien definidas, pero para el caso de estudio, al tratarse de un vehículo en movimiento las condiciones de contorno no son tan evidentes.

Por tanto, se realiza una aproximación en la que se modela el punto de contacto del neumático (punto tangente al suelo de la sección central) como un apoyo fijo con las siguientes restricciones:

- **Restricción de desplazamientos:** No permite movimiento en ninguna de las tres direcciones del espacio (X, Y, Z), asegurando que el punto de apoyo quede completamente inmóvil.
- **Restricción de giros:** En estructuras tridimensionales, un apoyo fijo impide también la rotación en los tres ejes, aunque en algunos casos específicos pueden permitirse ciertas libertades dependiendo del tipo de unión.
- **Transmisión de esfuerzos:** Soporta y transmite tanto fuerzas como momentos a la estructura, generando reacciones que deben ser consideradas en el análisis estructural.

Sin embargo, los puntos de apoyo **no están mecánicamente unidos a la estructura** en el modelo analizado, este es el papel de la suspensión en un vehículo. Como modelar todo el sistema de suspensión complicaría los cálculos además de no aportar información relevante, este se sustituye por los denominados **“links”**.

Los *links* en SAP2000 sirven para modelar conexiones entre nodos con propiedades específicas de rigidez, amortiguamiento y comportamiento no lineal. Se emplean para representar apoyos elásticos, conexiones semirrígidas, resortes, amortiguadores o uniones complejas entre elementos.

En el caso del chasis del monoplaza, los *links*, aparte de modelar la interacción con los apoyos del neumático, se usan **para conectar el centro de masas de elementos** como el piloto, motor o diferencial con sus correspondientes nodos a los que irán anclados. En el siguiente apartado, se desarrollará cómo introducir estos centros de masas en el modelo.

En la Figura 54 se muestra el **modelo del chasis** una vez incluidos los apoyos correspondientes a los neumáticos y las conexiones mediante *links*. Se pueden identificar en ella los centros de gravedad con sus respectivos enlaces de motor, diferencial y piloto, estando este último conectado con los anclajes de los cinturones. Estos centros de gravedad son una estimación calculada en Catia partiendo del modelo CAD de estos elementos.

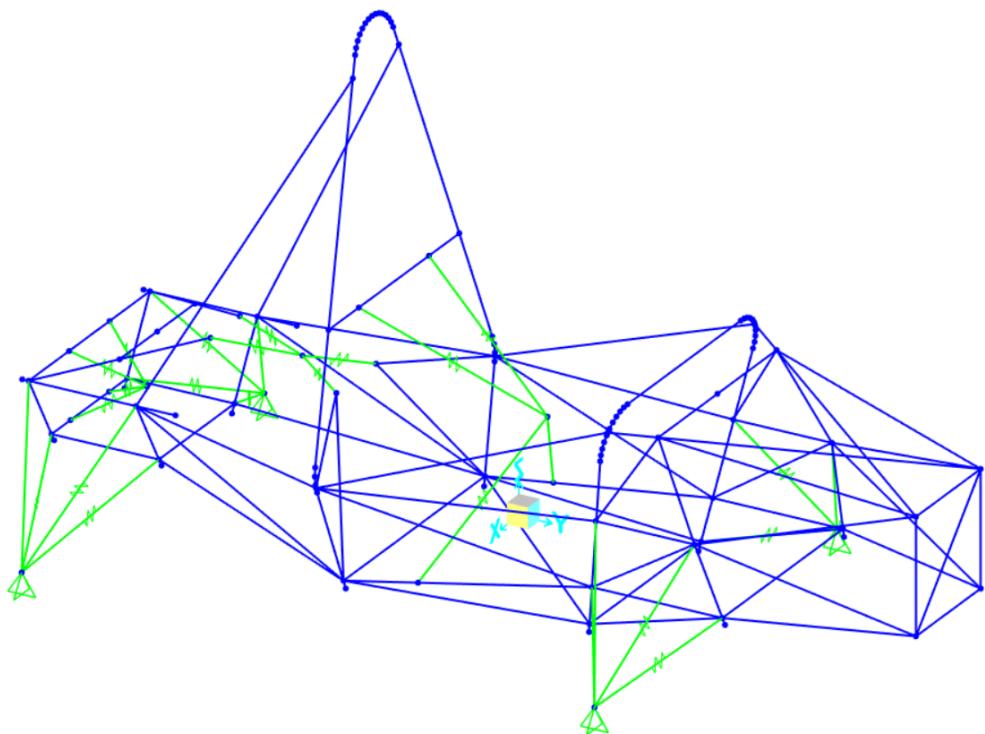


Figura 54. Estructura tubular con "links" representados en verde.

3.3. Hipótesis de cargas

En este apartado se presentan las hipótesis de carga consideradas en el análisis estructural. Estas condiciones representan las diferentes cargas y fuerzas que el chasis debe soportar durante su operación. Dimensionar correctamente estas cargas es fundamental para asegurar que el análisis estructural sea preciso y refleje las condiciones reales a las que estará sometido el vehículo.

Para introducir las fuerzas en el modelo, primero se identifican y clasifican las diferentes **fuentes de carga**. Estas incluyen:

- **Masas suspendidas:** Estas cargas representan el peso de componentes adicionales montados en el chasis, como el motor, la transmisión o el piloto. Se aplican como fuerzas gravitacionales sobre los centros de masas y transmitidas a la estructura mediante los links a los puntos de montaje correspondientes en el chasis.
- **Aceleraciones:** Estas cargas son resultado de las aceleraciones experimentadas durante la frenada o al tomar curvas. Se introducen como fuerzas iniciales, calculadas en función de la masa del vehículo y las aceleraciones previstas, y se aplican sobre los centros de gravedad en las direcciones adecuadas para simular las condiciones de frenado y giro.

Cada tipo de fuerza se define en SAP2000 utilizando las herramientas del programa para especificar magnitudes, direcciones y puntos de aplicación. La

introducción de cargas se realiza de distintos modos en función de la naturaleza de las mismas. El programa permite agrupar las cargas entre *pattern*, *cases* o *combination*:

- **Patterns (Patrones):** Estas agrupaciones representan las cargas que actúan en cada situación específica. Es en esta etapa se asigna una masa a cada de unos de los centros de gravedad de los componentes citados previamente.
- **Cases (Casos):** Los casos representan los estudios específicos que se quieren realizar con cada patrón de cargas, como análisis modal o de pandeo. Aquí se introducen las aceleraciones, configurando el valor de cada aceleración en m/s^2 para simular las condiciones de frenada y/o curva.
- **Combinations (Combinaciones):** Estas son combinaciones de varios casos actuando simultáneamente. Además, permite añadir un factor de escala por si se desease multiplicar la carga para, por ejemplo, añadir un coeficiente de seguridad.

3.3.1. Masas suspendidas

Este estudio tiene como principal fin el **análisis del vehículo en estático** para comprobar que, una vez se han instalados todos los componentes y el piloto subido, las deformaciones no son elevadas y la estructura está lejos de plastificar. Dado que estas cargas suponen la **masa flotante del coche**, estarán presentes siempre en cada una de las siguientes situaciones expuestas. Por ello, es importante que el chasis pueda aguantarlas holgadamente.

En primer lugar, se deben traspasar al modelo en SAP2000 los puntos correspondientes a anclajes y centros de gravedad a partir del modelo de Catia. Como el sistema de referencia es igual en los dos programas, origen y orientación de los ejes, mediante las **coordenadas XYZ** se pueden replicar fácilmente estos puntos.

Para extraer sus coordenadas en el sistema XYZ del modelo en Catia, se utiliza por un lado la herramienta *Measure Inertia* (Figura 55), que permite obtener las coordenadas del centro de gravedad de cualquier componente o conjunto. Esta herramienta facilita la medición de la posición exacta de elementos clave como el motor, el diferencial o el piloto, asegurando que su ubicación en el modelo de análisis sea fiel a la realidad.

Por otro lado, para determinar las coordenadas de los puntos de anclaje, se emplea la herramienta *Measure Between*, que permite medir distancias y posiciones relativas entre diferentes elementos del chasis. Con esta función, se registran las coordenadas de los nodos donde se fijarán los distintos componentes, garantizando que su posición en SAP2000 coincida con la definida en Catia. Una vez realizado este proceso y su unión mediante *links*, el resultado es el mostrado en la Figura 55.

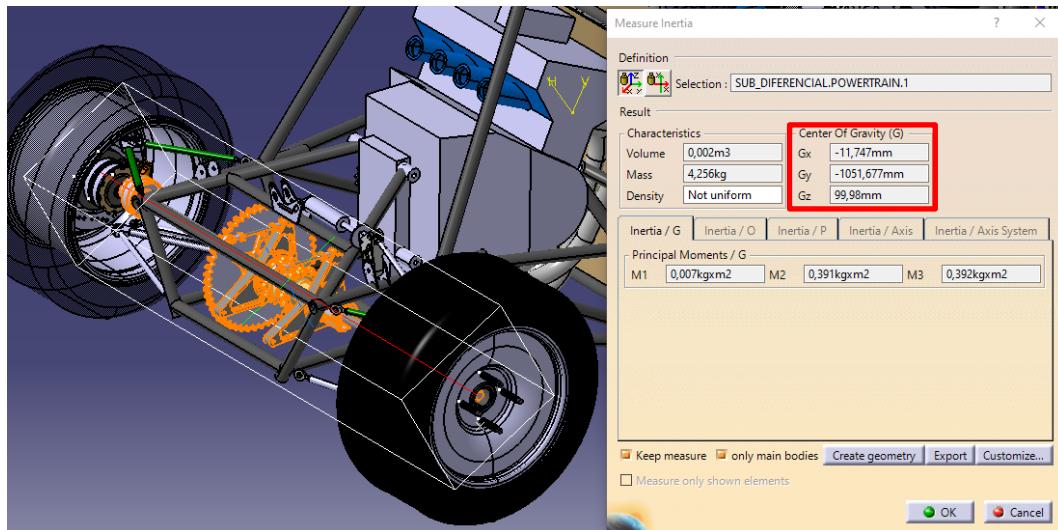


Figura 55. Cálculo del centro de gravedad del conjunto de transmisión con la herramienta "Measure Inertia".

Por último, se van a asignar las **masas correspondientes a cada componente** incluido en el modelo que quedan recogidas en la Tabla 9. Nótese que el valor de la coordenada X de los conjuntos propulsivo y de transmisión no es nulo, es decir, **no se encuentra en el plano de simetría del coche**. Esto es porque el motor no es completamente simétrico y porque el diferencial está ligeramente escorado hacia un lado para poder alojar el kit de arrastre.

Tabla 9. Principales masas suspendidas en el monoplaza y ubicación de sus centros de gravedad.

Componente	Peso (N)	Coordenadas (mm)
Conjunto propulsivo: Motor, caja de cambios, carburadores, colectores y escape, admisión, etc.	1000	X = 11.9 Y = - 595,2 Z = 287.8
Piloto con todo el equipamiento de protección y asiento	900	X = 0 Y = 80 Z = 283
Conjunto de transmisión: Diferencial, kit de arrastre (piñón, cadena, corona), soportes, etc.	500	X = - 11.8 Y = - 1051.7 Z = 100

Estas masas se incluyen dentro de un **patrón de cargas** que se va a denominar **"Masas suspendidas"**. Para incorporarlas, se selecciona el punto correspondiente al centro de gravedad y dentro del menú desplegable se pueden asignar cargas a dicho punto. Al ser las **unidades utilizadas por el programa (N, mm, C)** y fuerzas gravitatorias, se añaden al patrón mencionado las cargas en N y en sentido negativo del eje Z, como exemplifica la Figura 56. Este *Load Pattern* está definido como de tipo *Dead*, es decir, que el programa interpreta estas cargas como permanentes.

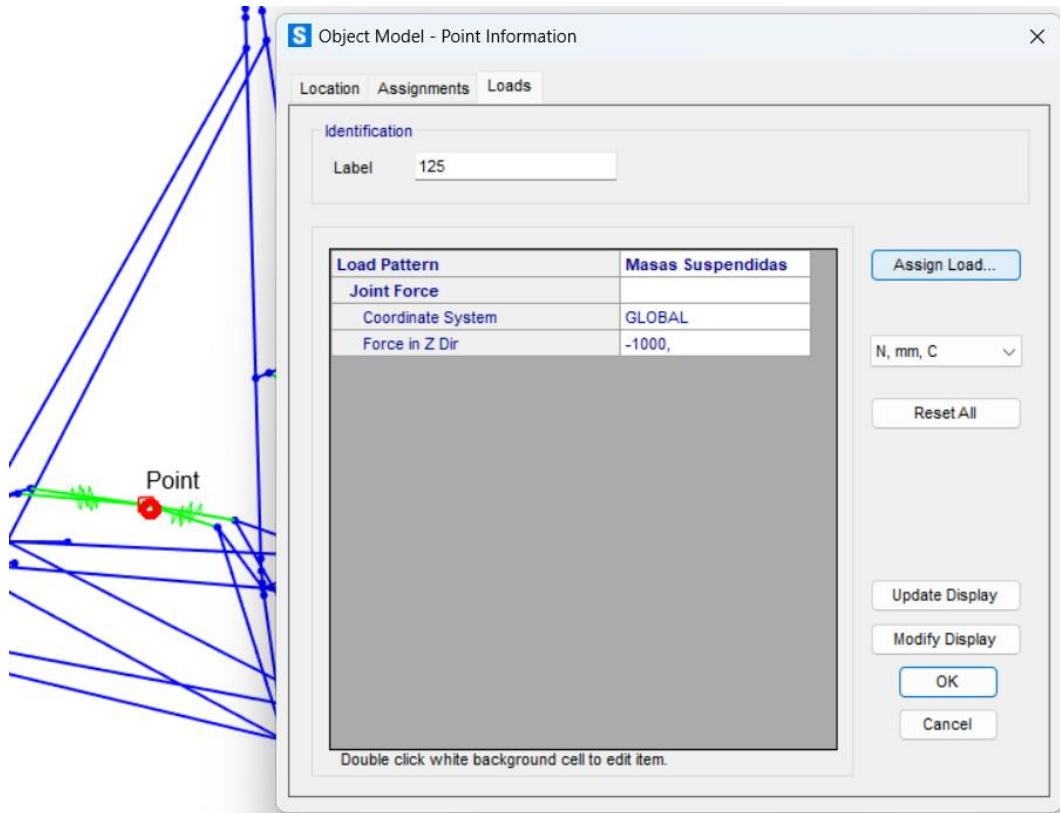


Figura 56. Ejemplo de asignación de la carga peso sobre el centro de gravedad del conjunto propulsivo.

Además, en el patrón de cargas se va a añadir el factor *Self Weight Multiplier* (Figura 57) que tiene en cuenta el **peso propio de la estructura**. Por ello, es importante haber definido correctamente la densidad del material (Tabla 7) utilizado en las unidades indicadas (N, mm, C), como se desarrolla en la Ecuación 01:

$$\frac{7850 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 77038.5 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^3}{\text{mm}^3} = 7.85 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{mm}^3} \quad (01)$$

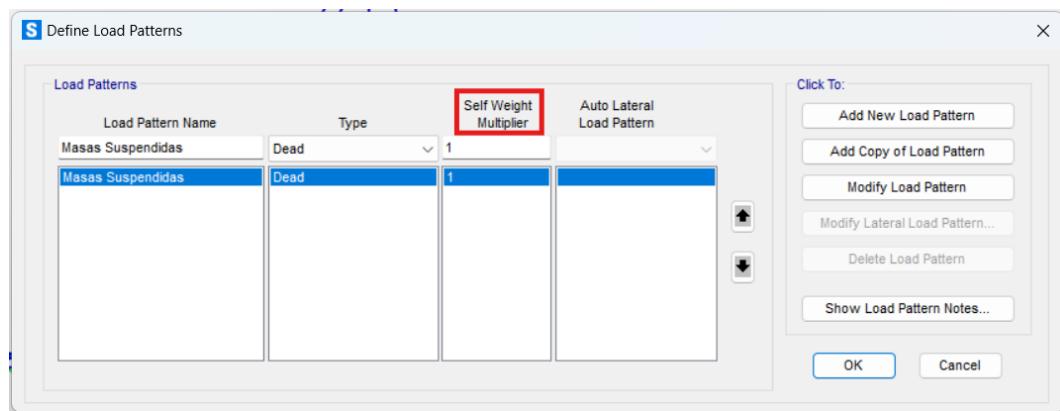


Figura 57. Menú de configuración de "Load Patterns".

Por último, se va a verificar que los valores de **reparto de pesos longitudinal** del modelo, con los elementos incorporados, sea **coherente** con el indicado en la Tabla 2 del Capítulo 2 (46 % delante – 54 % detrás) correspondiente al **pesaje oficial sin piloto**.

Si bien esta comprobación no deja de ser una aproximación debido a que se utilizan masas estimadas, se asumen materiales homogéneos (se usa el centro geométrico como centro de masas) y se omiten componentes de menor peso; sirva para asegurar que los resultados que se han obtenido del estudio son aplicables al caso real.

Para este cálculo, será necesario estimar el peso y la posición del centro de gravedad del chasis. Como en SAP2000 se han incluido las características del material, el programa calcula el peso de la estructura. Para conocerlo se crea un patrón de cargas con el factor *Self Weight Multiplier* igual a 1, pero sin ninguna fuerza ni masa añadida. De esta forma, el **peso del chasis será igual a la suma de las reacciones verticales** en los cuatro apoyos (Ecuación 02), representadas en Newtons en la Figura 58. Así mismo, viendo el porcentaje de peso en cada eje se puede estimar la posición longitudinal del centro de gravedad (Ecuación 03).

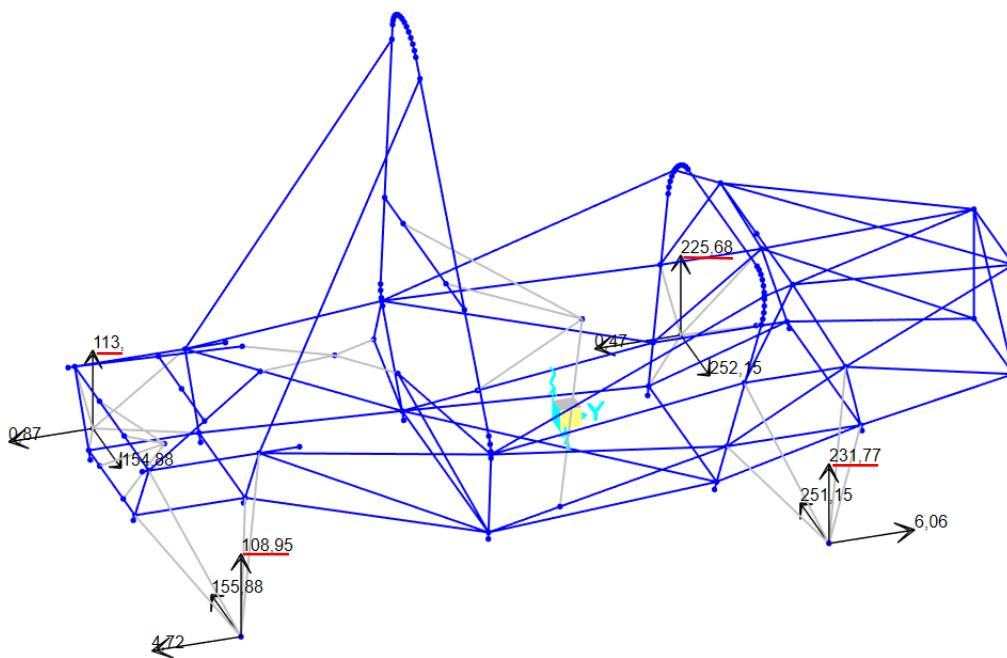


Figura 58. Reacciones en Newtons en los apoyos ante peso propio de la estructura (subrayada en rojo la componente vertical).

$$\begin{aligned} \text{Peso en N: } P_{\text{chasis}} &= 113 + 108.95 + 225.68 + 231.7 = 679.4 \text{ N} \\ \Rightarrow m_{\text{chasis}} &= 69.33 \text{ kg} \end{aligned} \quad (02)$$

$$\% \text{ peso eje delantero}_{\text{chasis}} = \frac{(225.68 + 231.7)}{P_{\text{chasis}}} \cdot 100 = 64.68 \% \quad (03)$$

$$y_{\text{CdG}}_{\text{chasis}} = y_{\text{eje trasero}} + (\text{Distancia entre ejes}) \left(\frac{\% \text{ peso eje delantero}}{100} \right)_{\text{chasis}} \\ = (-1050) + 1600 \cdot 0.6468 = 27.3 \text{ mm}$$

En la Ecuación 04, se utilizan los datos de la Tabla 8 y de las expresiones 02 y 03 para obtener la posición en Y del centro de gravedad del modelo construido en SAP2000:

$$\frac{y_{\text{CdG}}_{\text{motor}} \cdot m_{\text{motor}} + y_{\text{CdG}}_{\text{trans}} \cdot m_{\text{trans}} + y_{\text{CdG}}_{\text{chasis}} \cdot m_{\text{chasis}}}{m_{\text{motor}} + m_{\text{transmisión}} + m_{\text{chasis}}} \\ \approx y_{\text{CdG}}_{\text{total}} \Rightarrow y_{\text{CdG}}_{\text{total}} \\ \approx -333.02 \text{ mm} \quad (04)$$

Si se representa ese punto y se acotan sus distancias a cada uno de los ejes se puede comprobar si las hipótesis hasta ahora son válidas: Ecuación 05. Al igual que con el peso del chasis, la distancia del centro de gravedad al eje es inversamente proporcional al peso que soportará.

$$1 - \frac{|y_{\text{eje delantero}} - y_{\text{CdG}}_{\text{total}}|}{\text{Distancia entre ejes}} \approx 1 - \frac{|550 - (333.02)| \text{ mm}}{1600 \text{ mm}} = 0.4481 \\ \Rightarrow 44.81 \% \text{ eje delantero} \\ \Rightarrow 55.19 \% \text{ eje trasero} \quad (05)$$

Se comprueba por tanto que el **modelo generado en SAP2000 tiene un reparto de pesos muy similar al modelo real**. Esto es fundamental para garantizar que los resultados del análisis estructural sean representativos del comportamiento del vehículo en la práctica. Una distribución de masas incorrecta podría alterar la forma en que las cargas se transmiten a través del chasis, afectando la precisión de los cálculos, por tanto, podría subestimar o sobreestimar la resistencia real de la estructura.

Nótese que para el cálculo se desprecian las masas de la suspensión. Esto es debido a que se usan los mismos componentes y materiales delante y detrás, y están evidentemente ubicados sobre cada uno de los ejes, por lo que no influyen en el reparto de pesos.

3.3.2. Frenada

La siguiente etapa del estudio es simular las **aceleraciones lineales y laterales** que sufre el vehículo en pista. Para ello, el programa permite crear un tipo de Load Case denominado *Linear Static* en el que se pueden asignar una aceleración con un valor y en una dirección concretas sobre las masas presentes en el modelo.

Por tanto, las fuerzas a las que se somete la estructura serán de $F = m \cdot a$ aplicadas sobre sus respectivos centros de gravedad.

Basándose en las especificaciones del conjunto de discos y pinzas utilizados, así como la presión máxima a la que puede trabajar el sistema hidráulico de frenos; el equipo responsable de la dinámica estimó los datos reflejados en la

Tabla 10 en cuanto a la **fuerza de frenado**:

Tabla 10. Parámetros sobre la capacidad de frenado del monoplaza.

	Eje delantero	Eje trasero
Ø pistón (mm)	40	25.4
Nº pistones	2	2
Superficie pistón (mm ²)	502.65	202.7
Presión en el pistón (MPa)	2.81	1.51
Fuerza de fricción disco-pastilla (N)	1216.6	74.5
Radio efectivo disco (mm)	95.1	257
Radio neumático (mm)	290	290
Par de frenado sobre el eje (N m)	231.4	74.5
Fuerza de frenado del neumático (N)	797.8	257

Ahora para determinar el valor de la deceleración, se va a suponer que el coeficiente de agarre del neumático es suficientemente alto como para evitar que este bloquee. Es decir, que no haya deslizamiento entre la rueda y el asfalto por lo que toda la fuerza de frenado del neumático se transmite al monoplaza.

Con esto, la **deceleración máxima en frenada** que sufre el coche se deduce de forma tan simple como la expuesta en la Ecuación 06 (utilizando los datos de las Tablas 2, 9 y 10):

$$\sum F = m \cdot a \Rightarrow a_{\text{frenada}} = \frac{2 \cdot F_{\text{delantero}} + 2 \cdot F_{\text{trasero}}}{m_{\text{VRT 24}} + m_{\text{piloto}}} = \frac{2 \cdot 797.8 + 2 \cdot 257}{325 + 90}$$

$$a_{\text{frenada}} = -5.08 \text{ m/s}^2 \quad (06)$$

3.3.3. Curva rápida

Para estudiar el comportamiento en el paso por curva, se va a usar de referencia el **círculo del Skidpad**, una de las pruebas dinámicas de la competición explicadas en el Capítulo 1 y cuyo trazado se muestra en la Figura 59, donde se somete al coche a las mayores aceleraciones laterales.

Esta situación se simula de forma análoga a la de frenada, creando un *Load Case* con valor de la aceleración lateral en dirección X. Este dato se obtiene a partir del radio de curva y de la velocidad de paso, como se detalla en la Ecuación 07. El radio es el correspondiente a la línea central de la pista.

En cuanto a la velocidad, se estima en base a datos de otros *Formula Student* semejantes a este (peso-potencia-aerodinámica similares). De los resultados del *Skidpad* de *Formula Student Spain 2023*, se selecciona el tiempo de la Universidad Francisco de Vitoria (destacado en rojo en la Figura 60), con un **monoplaza similar en cuanto a tecnología** al diseñado en este trabajo. Asumiendo una velocidad más o menos constante, y teniendo en cuenta que los tiempos de vuelta se toman cada vez que el coche pasa por la línea de puntos que uno ambos centros en la Figura 65 (es decir, cada vez que se da una vuelta a cada una de las circunferencias) es sencillo calcular el resto de los valores.

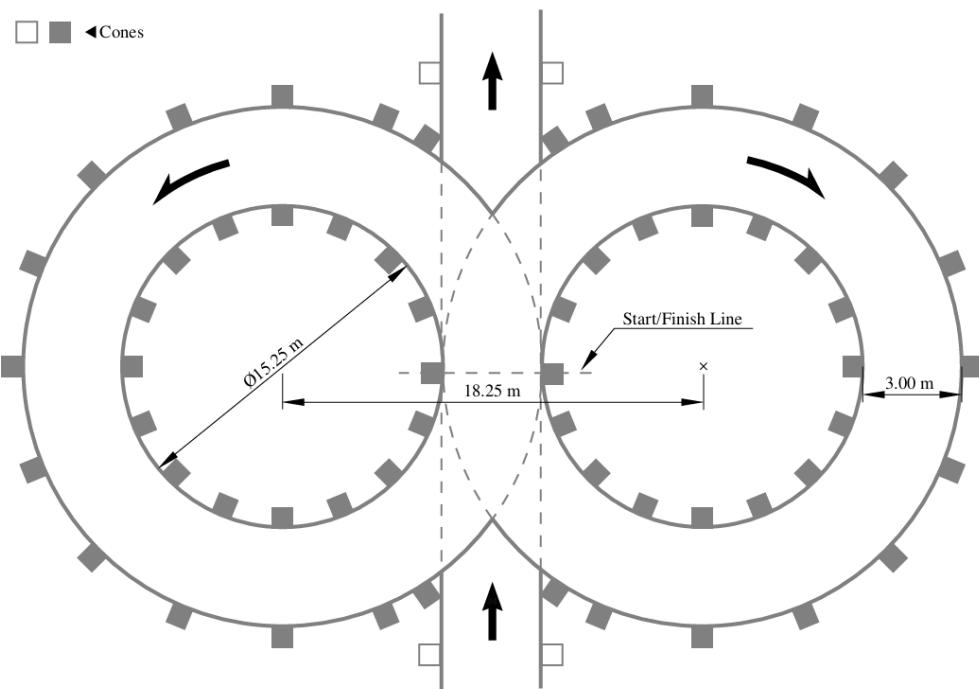


Figura 59. Trazado del skidpad según normativa para todas las competiciones oficiales de Formula Student [7].

FORMULA STUDENT SPAIN
[13/08/2023 13:52]

FSS
FORMULA STUDENT SPAIN
COMBUSTION

FSS CV 2023 SKID PAD SCORING RESULTS - COMBUSTION

Place	Car Num	Team	Best Time [s]	Penalty	Score
1	395	Universitat Politecnica de Valencia	5,105		75,0
2	71	FH Aachen	5,382		55,1
3	225	UPC Manresa	5,489		48,2
4	111	Transilvania University of Brasov	5,499		47,6
5	314	University of Vigo	5,546		44,7
6	212	Universidad de Cádiz	5,567		43,4
7	10	UAS Vienna	5,914		24,4
8	364	Universidad de Málaga	5,967		21,8
9	269	Universidad Francisco de Vitoria	6,639		3,5
	83	Universidad Europea		DNA	0,0

Figura 60. Resultados del Skid pad en Formula Student Spain 2023 [16].

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\overbrace{15.25 \text{ m}}^{\text{Radio interior}}}{2} + \frac{\overbrace{3 \text{ m}}^{\text{Ancho de pista}}}{2} = 9.125 \text{ m} \\
 V &= \frac{\overbrace{(2 \cdot \pi \cdot R)}^{\text{Ltrazado}}}{t} = \frac{114.67 \text{ m}}{6.639 \text{ s}} = 17.27 \text{ m/s} \\
 a_{\text{lateral}} &= \frac{V^2}{R} = \frac{17.27^2}{9.125} = 8.17 \text{ m/s}^2
 \end{aligned} \tag{07}$$

3.4. Estudio Torsional

El estudio torsional del chasis es un análisis fundamental en el desarrollo de un monoplaza, ya que **permite evaluar la rigidez estructural del bastidor frente a torsiones inducidas por la dinámica del vehículo**. La resistencia a la torsión influye directamente en el comportamiento del coche en pista, afectando a la precisión de la suspensión, la respuesta a las fuerzas laterales y la capacidad de transmitir correctamente las cargas desde las ruedas hasta el chasis.

En un vehículo donde la suspensión funcione correctamente, interesa que el chasis sea **lo más rígido posible**. Una rigidez insuficiente puede provocar deformaciones que alteren las cotas de la suspensión y un reparto ineficiente del peso que comprometan la estabilidad del vehículo. Sin embargo, en muchas ocasiones conseguir un chasis más firme supone un aumento de peso sin aportar beneficios significativos. Por lo tanto, se debe optimizar el diseño y **encontrar un equilibrio entre rigidez y peso**.

El caso contrario sería en vehículos sin suspensión como los karts, donde interesa que el chasis torsione mucho en las curvas para favorecer el agarre sobre los neumáticos evitando deslizamientos innecesarios. Es decir, que de alguna forma el chasis realice las funciones de suspensión.

Para el *Formula Student* que se está diseñando, al tratarse de un vehículo con suspensión y sin barra estabilizadora, interesa por los motivos expuestos que el chasis sea rígido. No obstante, como se puede ver en el cálculo de la Ecuación 07, por las características de los circuitos las velocidades en curva no son excesivamente altas (en torno a los 30-50 km/h). Esto quiere decir que los pares torsores a los que se verá sometida la estructura no serán tan altos en comparación con vehículos de competición de mayor rendimiento. Por ende, el requisito de rigidez es un factor importante en el diseño, pero **siempre prevalece el de la reducción de peso**.

Para este trabajo, el análisis simplemente proporciona información la rigidez torsional del vehículo diseñado, expresada en términos de $\text{Nm}/^\circ$, lo que indica el par necesario para generar un grado de torsión en la estructura. Este valor servirá para conocer la respuesta del chasis, así como punto de partida para futuros desarrollos.

El procedimiento de análisis torsional consiste en sustituir uno de los apoyos fijos del tren delantero por una fuerza vertical y hacia arriba (como representa la Figura 61), generando un **par de torsión en el eje longitudinal** del vehículo similar al que se produce en el paso por curva.

Otros autores en cambio optan por sustituir los dos apoyos delanteros por cargas [17]. Estas dos fuerzas serían de igual valor, pero con direcciones opuestas, de tal forma que se anulen entre sí, pero provoquen el par torsor deseado. Sin embargo, esta opción se ha descartado debido a que es probable que al no tener apoyos en el eje delantero se produzcan movimientos típicos del sólido rígido en vez de torsión, que podrían alterar los resultados.

Asimismo, el estudio podría realizarse manteniendo los dos apoyos en el tren delantero, pero permitiendo el desplazamiento vertical en estas sujeteciones en

lugar de restringir completamente el movimiento en las tres direcciones. Este enfoque se asemeja a cómo suelen llevarse a cabo los ensayos reales de este tipo, como se muestra en la Figura 62. Por ello, se realizará una segunda simulación con esta configuración, lo que permitirá comparar los resultados obtenidos en ambos casos y analizar si converge a un valor similar.

Para determinar estas deformaciones, se mide el **desplazamiento vertical del punto donde se aplica la fuerza**. A continuación, se calcula el ángulo de torsión haciendo una aproximación a una viga cilíndrica. Aunque esto se detalla más ampliamente en el Capítulo 4.

Este estudio es complementario al de aceleraciones y masas expuesto anteriormente. Es decir, en este caso se desea conocer el valor de la rigidez a torsión del chasis cómo estructura **no simular su respuesta** ante una situación concreta.

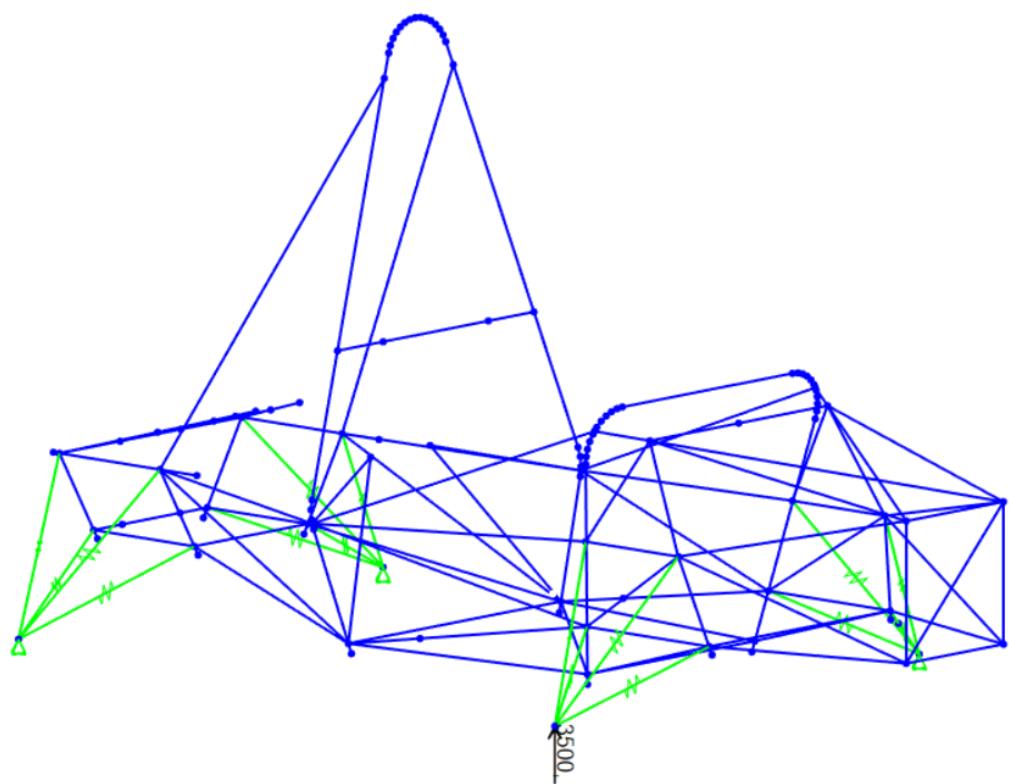


Figura 61. Sustitución de uno de los apoyos delanteros por fuerza vertical para estudio torsional.



Figura 62. Fotografía de un ensayo de torsión sobre el chasis de un vehículo todoterreno [17].

Capítulo 4. Resultados

En este capítulo se analiza la respuesta del chasis del automóvil bajo las diferentes condiciones de carga establecidas en el Capítulo anterior. Para ello se calcularán **solicitudes, esfuerzos y desplazamientos en todas las barras** con el objetivo de determinar si son aceptables, y si las tensiones se mantienen dentro del límite elástico del material. Para cada situación de carga, se localizan los puntos críticos donde estos parámetros alcanzan cotas más altas.

El análisis detallado de los resultados permite verificar que el chasis puede soportar las exigencias de la competición sin comprometer su integridad ni la seguridad del piloto. Por otro lado, este estudio puede utilizarse como base para futuras evoluciones del modelo, ayudando identificar sus debilidades y posibles puntos de mejoras en el diseño.

De esta forma, de cara al desarrollo de un segundo chasis se conoce información sobre qué zonas son más o menos críticas, dónde podría reforzarse o aligerarse la estructura respectivamente.

4.1. Análisis de resultados

Para la exposición de resultados se va a seguir el mismo orden que en el Capítulo 3, comprobando en primer lugar el estado de la estructura con el coche en estático, con cada una de las situaciones de aceleración longitudinal y lateral y, por último, con las dos simultáneamente. Para esta última situación, SAP2000 permite dos opciones que afectos prácticos son idénticas: Crear un *Load Case* con la aceleración lateral y longitudinal, que es el método por el que se ha optado; o crear un *Load Combination* sumando los casos de aceleración o de frenada.

Antes de comenzar con la exposición de los resultados, se ha considerado a bien **nombrar cada una de las barras de la estructura** a fin de facilitar al lector la comprensión de este apartado.

La nomenclatura que se ha seguido es la utilizada por el equipo para la identificación de cada tubo durante la etapa de fabricación. Siendo los arcos designados según la abreviatura con la que se refiere a ellos la norma con la que también se ha trabajado en el Capítulo 2. En cuanto a los tubos simétricos, es decir aquellos que tienen un “gemelo” a cada lado de la estructura se denominan con la letra “D” o “I” según se refiera a derecha o izquierda, seguido del número identificativo. Por último, las barras transversales que no tienen simétrico se denominan como X1, X2, X3, etc. La Figura 63, perteneciente a los planos de fabricación del chasis, **identifica cada barra con su correspondiente código**.

4.1.1. Análisis de cargas muertas

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el patrón de cargas correspondiente a las masas suspendidas. En ellos se muestran la distribución de esfuerzos y desplazamientos generados por estas cargas constantes. En la Figura 64 se han graficado sobre cada barra las **tensiones según el criterio de**

Von Misses (definidas por la Ecuación 08 [18]), de igual forma la Figura 65 muestra la deformación provocada en la estructura por este patrón de cargas, con los puntos de mayores desplazamientos destacados en rojo.

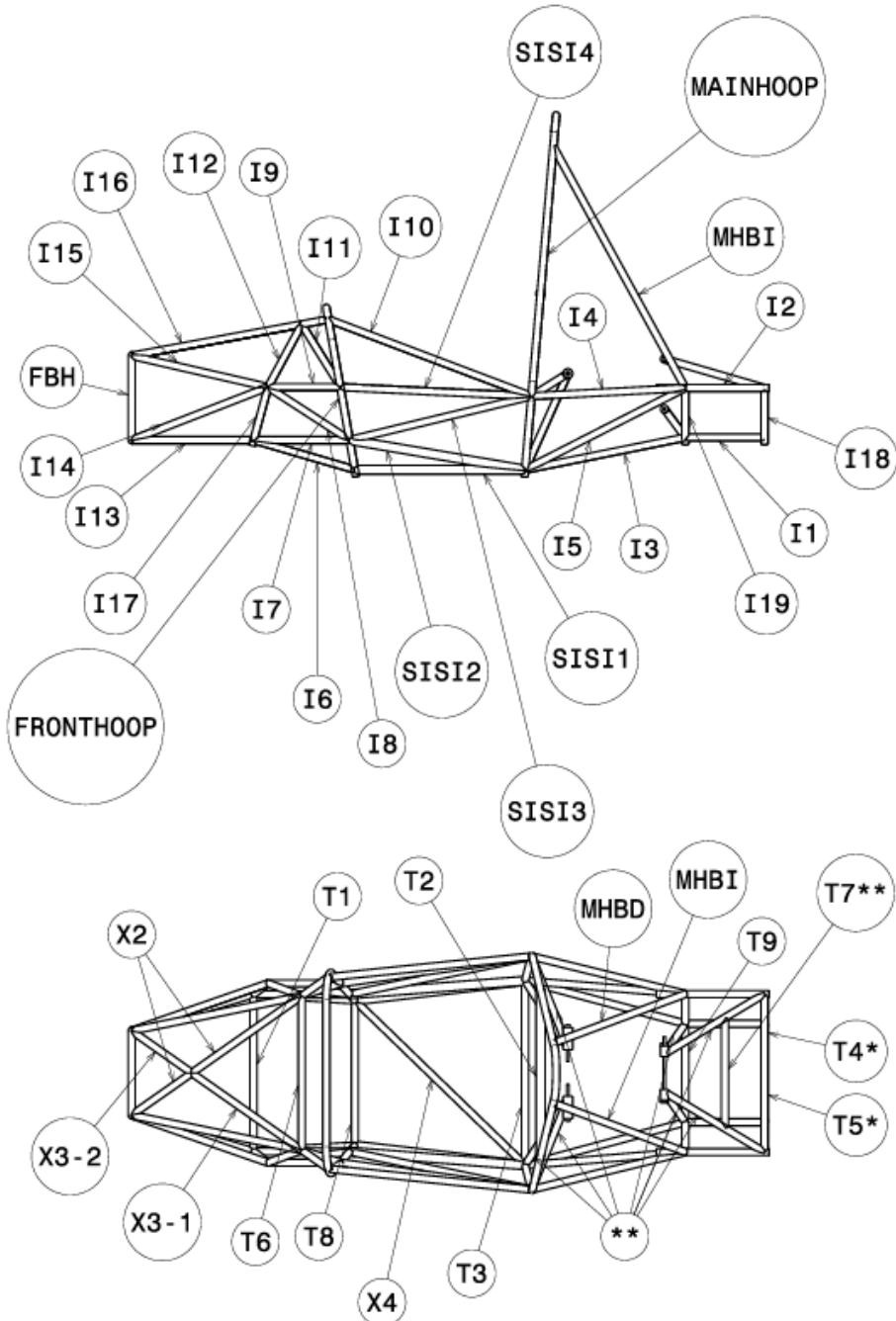


Figura 63. Código alfanumérico de identificación de cada barra del chasis (representado en la vista lateral el lado izquierdo).

* T4 se refiere a la barra superior, T5 a la inferior.

** De los tres pares de barras que sirven de soporte del motor finalmente las inferiores traseras no se instalaron por problemas de colisión con la cadena de transmisión.

El resto de las barras, empezando por la barra inferior del soporte delantero y siguiendo en sentido horario, se nombran: MD1, MD2 y MD3 para el lado derecho; MI1, MI2, MI3 para el lado izquierdo.

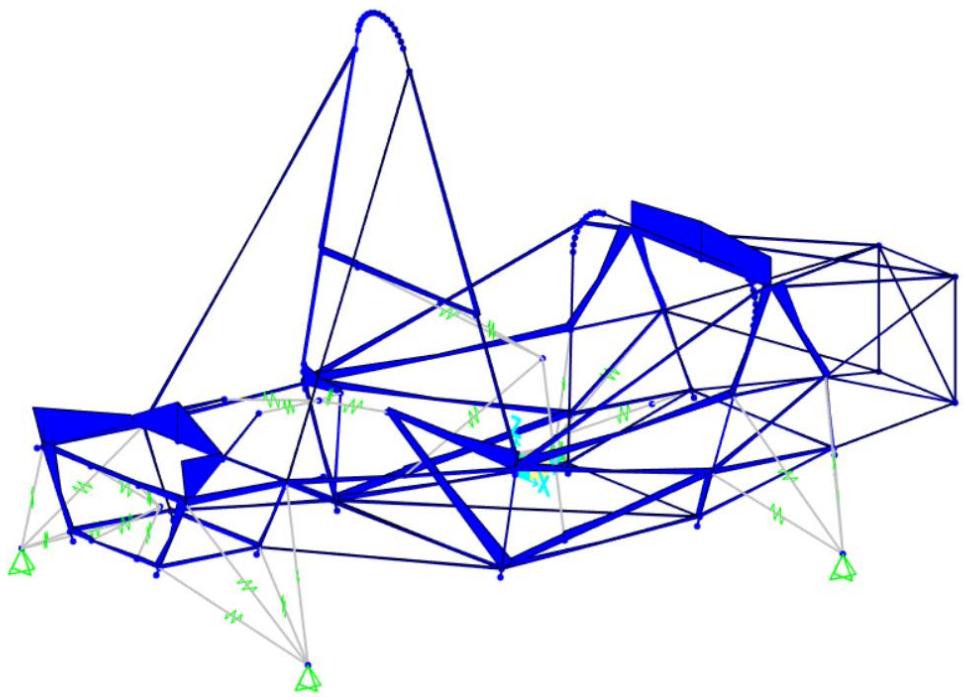


Figura 64. Distribución de tensiones en el chasis ante peso propio y masas suspendidas.

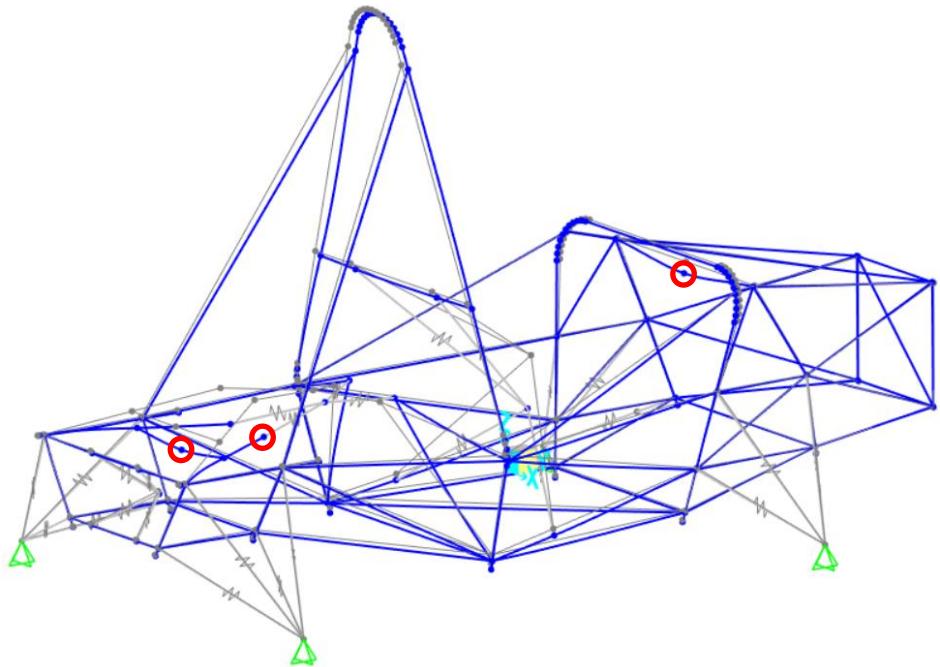


Figura 65. Desplazamientos en el chasis ante peso propio y masas suspendidas (en azul la forma deformada, en gris la original).

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 - (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx}) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (08)$$

donde σ_{ii} son los esfuerzos normales y τ_{ii} los tangenciales.

En la Tabla 11 se recogen los **valores máximos de tensión y desplazamiento** y la posición relativa de cada uno para esta distribución de cargas. Estos datos han sido directamente extraídos de la simulación realizada en SAP2000 y calculado el **Coeficiente de Seguridad (C_u)** a partir de la ecuación 09.

$$C_u = \frac{\sigma_{\text{admisible}}}{\sigma_{\text{VM}}} \quad (09)$$

donde $\sigma_{\text{admisible}} = \sigma_{\text{elástico S } 195T} = 280 \text{ N/mm}^2$ para este caso.

Si $C_u < 1 \Rightarrow$ La estructura tiene riesgo de plastificar.

Si $C_u > 1 \Rightarrow$ La estructura es segura y no plastifica.

Para interpretarla correctamente se debe comprender **el significado de los subíndices 1, 2 y 3**. Estos tienen distintos significados en función de si se trata de desplazamientos o solicitudes. En el primer caso, se trata de desplazamientos en ejes globales, referidos al nodo sobre el que se mide (que, de hecho, este podría pertenecer a varias barras).

Por otro lado, cuando se miden tensiones y solicitudes, estos subíndices se refieren a los ejes locales de cada barra, siendo 1 el eje longitudinal del tubo (es decir, los representados en el modelo alámbrico) con sentido positivo a tracción y negativo a compresión. Mientras, los ejes 2 y 3 son los transversales a la sección, perpendiculares entre sí y formando triángulo a derechas.

Cabe destacar que, en una barra dentro de una estructura sometida a ciertas cargas, **los puntos donde se alcanza la tensión y deformación máximas no tienen por qué coincidir**. Si bien sí que lo hacen en T6 y T7 (barras biempotradas), las barras MD3 y MI3 (ménulas) tiene el punto de máximo desplazamiento en el extremo libre, donde por definición la tensión es nula, mientras que los mayores esfuerzos se localizan en el extremo empotrado. En la segunda columna de la Tabla 11 se especifica dónde se localizan estos dos valores máximos, siendo "L" la longitud total de cada barra.

Además, es importante entender que, aunque la estructura es simétrica respecto al plano longitudinal (a excepción de la diagonal de la cabina), el centro de masas del motor está ligeramente **escorado hacia la derecha** como se explica en el Capítulo 2. Por ello, **las barras de este lado** tenderán a estar más tensionadas.

Como último apunte para ayudar a comprender las tablas de resultados, aquellas barras cuyo cortante máximo viene precedido por un \pm , quiere decir que en el punto de mayor tensión hay un cambio en el signo del cortante, aunque este mantenga su módulo. Esto resulta en una carga equivalente en ese punto del doble del módulo del cortante, como se puede comprobar en la Figura 66 que muestra los diagramas de cortante V_2 y fuerzas equivalentes en la barra T7 para el caso de masas suspendidas.

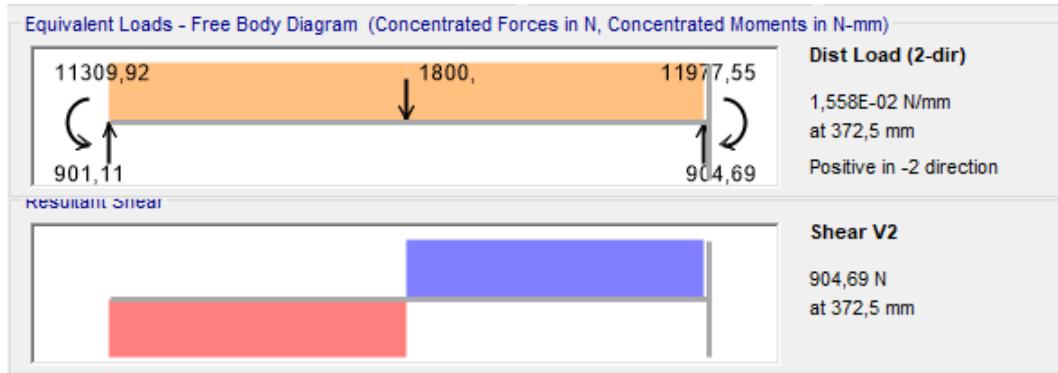


Figura 66. Diagramas de cortante V_2 y fuerzas equivalentes en la barra T7 para el caso de masas suspendidas.

Tabla 11. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante peso propio y masas suspendidas.

Barra	Pos. Longitudinal	$\sigma_{VM_{max}}$ [MPa]	C_u	Solicitaciones en punto de tensión máxima		Deformación máxima [mm]
MD3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	177.5	1.58	$N = -1035$ N	$T = 7.9$ Nm	$U_1 = -0.125$
	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)			$V_2 = -826.1$ N	$M_2 = 54.16$ Nm	$U_2 = 1.039$
				$V_3 = 283.1$ N	$M_3 = -189.4$ Nm	$U_3 = -3.355$
MI3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	150.2	1.86	$N = -1038.9$ N	$T = 3.51$ Nm	$U_1 = -0.089$
	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)			$V_2 = 753.58$ N	$M_2 = 34.13$ Nm	$U_2 = 1.142$
				$V_3 = -255.4$ N	$M_3 = -159.5$ Nm	$U_3 = -3.322$
T7	Deformación y tensión máx.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	142.7	1.96	$N = -299$ N	$T = -0.65$ Nm	$U_1 = -0.074$
				$V_2 = \pm 902.9$ N	$M_2 = -26.5$ Nm	$U_2 = 0.66$
				$V_3 = 48.36$ N	$M_3 = 155.6$ Nm	$U_3 = -2.114$
T6	Deformación y tensión máx.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	136.8	2.05	$N = -723.6$ N	$T = 0.032$ Nm	$U_1 = -0.001$
				$V_2 = \pm 902.8$ N	$M_2 = 2.15$ Nm	$U_2 = -0.184$
				$V_3 = -3.96$ N	$M_3 = 146.7$ Nm	$U_3 = -0.978$

El aspecto más importante que vierte esta primera simulación es que, efectivamente, **todos los tubos están lejos de plastificar** teniendo en el punto de mayor estrés un coeficiente de seguridad de 1.58. Sin embargo, estas masas ya inducen unas tensiones y unas deformaciones sobre la estructura suficientes como para que **no se puedan despreciar las cargas muertas** en el resto de los cálculos.

Otra información que se extrae de este primer análisis es que las tres barras destacadas trabajan a compresión. Esto quiere decir que además de poder plastificar, **existe el riesgo de fallo por pandeo**, especialmente en la barra T6 que es la más esbelta. Este fenómeno se dará si la carga axial sobre una barra es de compresión (negativa según el criterio de signos estandarizado) y supera la carga crítica de pandeo (Ecuación 10).

Por ello, se comprueba en SAP2000 también la estabilidad a pandeo de la estructura. Para ello, se crea un *Load Case* del tipo *Buckling* (pandeo) a partir del *Load Pattern* de “Masas suspendidas” que calcula el factor de carga crítica de pandeo en cada barra (ecuación 11 [19]).

$$\text{Carga crítica de pandeo: } N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (10)$$

donde E es el módulo de elasticidad del material;
 I el momento de inercia de la sección;
 α el coeficiente de longitud de pandeo (depende de las condiciones de contorno de la barra);
 L la longitud total de la barra

$$\text{Factor de carga crítica: } f = \frac{N_{cr}}{N_{barra}} \quad (11)$$

En la Tabla 12, se recoge el **factor de carga crítica** para cada uno de los modos de pandeo calculados. En este caso, el factor de carga el programa lo interpreta como el **número de veces que habría que escalar el patrón “Masas suspendidas” para que la estructura falle a pandeo**. En cuanto a los modos de pandeo, son las distintas formas en las que se puede deformar una barra que pandee, aunque no se va a profundizar en ellos. Se ha escogido obtener seis modos de forma arbitraria, ya que se considera que son más que suficientes para determinar la estabilidad de la estructura y no porque no se puedan calcular más.

Tabla 12. Carga crítica de pandeo para cada modo de pandeo para el patrón de cargas “Masas suspendidas”.

Modo de Pandeo	Factor de carga crítica
1	34,41
2	59,61
3	149,35
4	209,81
5	245,44
6	251,9

También es importante destacar que un modo de pandeo no afecta a todas las barras de la estructura. En este caso, por ejemplo, el modo 1 afecta a T6 (en la Figura 67 se destacan en rojo las barras que trabajan a compresión) pero no a MD3, MI3, ni a T7. Por tanto, ya que el factor de carga crítica para el modo 1 es mucho menor, con esta distribución de cargas pandearía mucho antes T6 que las otras dos barras.

No obstante, comparando los datos de tensiones de la Tabla 11 y el factor de carga de la Tabla 12, **el fallo por pandeo de las barras no parece un problema que deba tenerse muy en cuenta** en este chasis.

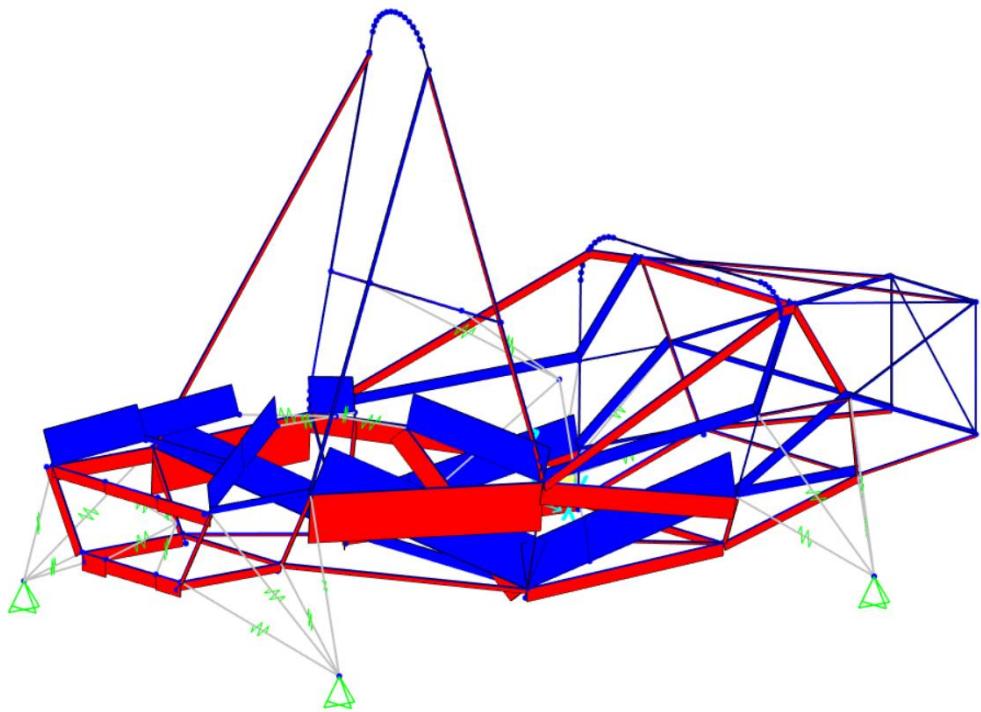


Figura 67. Modo de pandeo 1 para peso propio y masas suspendidas con barras a compresión representadas en rojo.

4.1.2. Análisis de cargas dinámicas

Una vez se ha verificado que la estructura no corre riesgo de fallar con las cargas que se consideran fijas, se comprueba su comportamiento ante cargas dinámicas provocadas por las distintas actuaciones del vehículo en pista. Estas son las especificadas en el apartado 3.3. Siguiendo el mismo orden que en el Capítulo 3, en la Tabla 13 se representan los resultados obtenidos de ejecutar el caso de cargas muertas sometidas a una **aceleración longitudinal** (en sentido negativo del eje Y) **de 5.1 m/s²**.

Al comparar los resultados obtenidos simulando solo las cargas estáticas frente al caso de la frenada, las imágenes muestran una distribución de tensiones aparentemente similar en ambos casos (Figuras 64 y 68), aunque existen diferencias debido a la naturaleza de las cargas aplicadas. En ambas situaciones, **las barras más tensionadas coinciden** (Tabla 13), lo que indica que ciertas zonas del chasis son críticas bajo distintas condiciones de carga.

Sin embargo, la magnitud y distribución de las tensiones varían debido a cómo se generan los esfuerzos internos en la estructura. Al frenar, las fuerzas iniciales hacen que **el peso aparente del vehículo se redistribuya hacia el eje delantero**. Esto se traduce en un desplazamiento de las masas suspendidas hacia delante debido a su propia inercia, como se puede comprobar en el esquema de la deformación del chasis de la Figura 69.

Además, al tratarse de casos de carga distintos, la tensión en cada barra no aumenta de forma proporcional y uniforme, sino que varía significativamente dependiendo de su ubicación y función estructural. Algunas barras pueden experimentar incrementos de tensión considerables, mientras que en otras la

variación puede ser mínima o incluso decrecer en comparación con el otro caso de carga. Esto se evidencia en la Tabla 14, donde se comparan las tensiones según el criterio de Von Misses para ambos casos.

Tabla 13. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante frenada.

Barra	Pos. Longitudinal	$\sigma_{VM\max}$ [MPa]	C_u	Solicitaciones en punto de tensión máxima			Deformación máxima [mm]
MD3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	196.7	1.42	$N = - 856.3$ N	$T = - 4.09$ Nm	$U_1 = - 0.108$
					$V_2 = - 882.2$ N	$M_2 = 56.8$ Nm	$U_2 = 1.391$
					$V_3 = 283.1$ N	$M_3 = - 211.8$ Nm	$U_3 = - 3.951$
MI3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	165.4	1.69	$N = - 821.4$ N	$T = - 0.87$ Nm	$U_1 = - 0.080$
					$V_2 = 799.55$ N	$M_2 = 32.91$ Nm	$U_2 = 1.523$
					$V_3 = - 242.9$ N	$M_3 = - 177.6$ Nm	$U_3 = - 3.951$
T7	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	146.8	1.91		$N = - 281.6$ N	$T = - 0.86$ Nm	$U_1 = - 0.075$
					$V_2 = \pm 900.6$ N	$M_2 = - 27.3$ Nm	$U_2 = 0.89$
					$V_3 = 45.1$ N	$M_3 = 160.1$ Nm	$U_3 = - 2.318$
T6	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	134.2	2.07		$N = - 773.1$ N	$T = - 0.043$ Nm	$U_1 = 0.0055$
					$V_2 = \pm 903.8$ N	$M_2 = 1.868$ Nm	$U_2 = - 0.0548$
					$V_3 = - 5.75$ N	$M_3 = 144.56$ Nm	$U_3 = - 0.977$

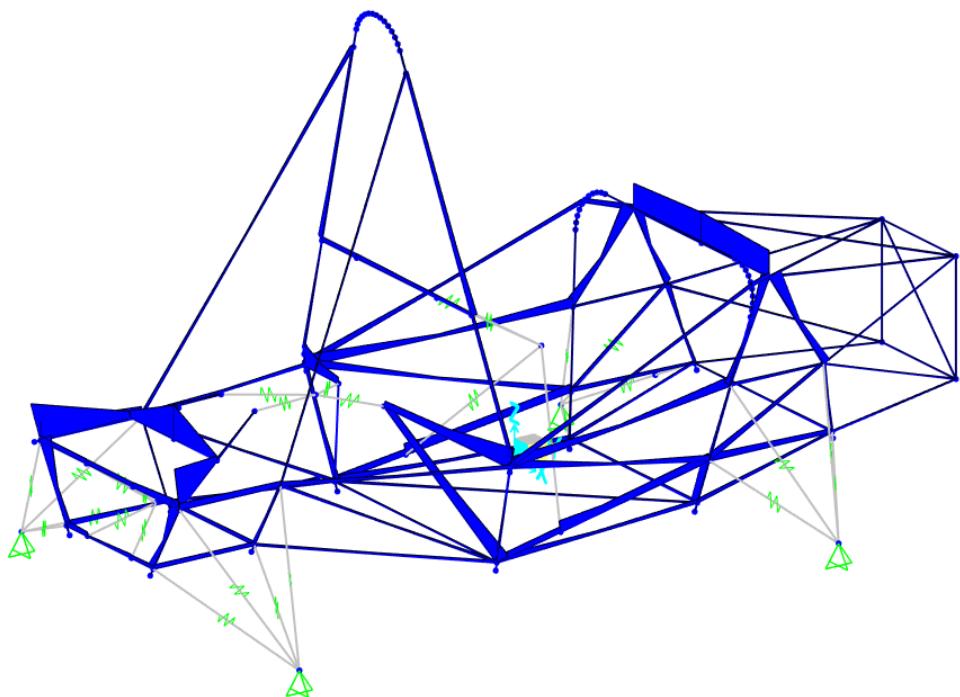


Figura 68. Distribución de tensiones en el chasis ante frenada.

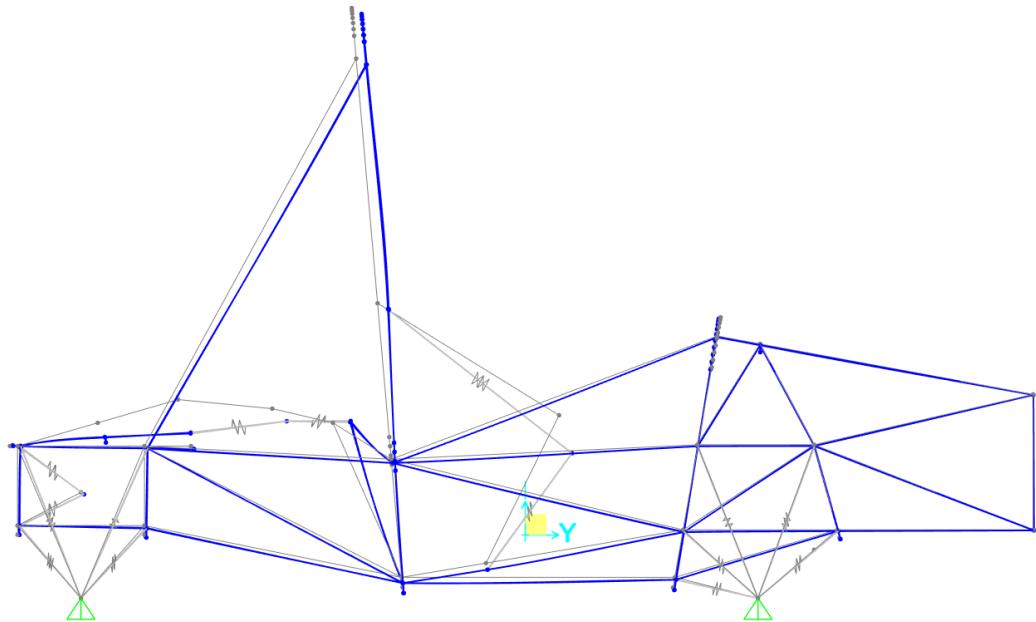


Figura 69. Vista lateral de los desplazamientos en frenada (en azul la forma deformada, en gris la original).

Tabla 14. Comparación de tensiones en distintas barras para el caso de frenada y el estático.

Barra	σ_{VMmax} en estático [MPa]	σ_{VMmax} en frenada [MPa]	$\Delta\sigma$	$\% \Delta\sigma$
MI1	59.27	69.83	10.56	17.82
MI2	77.22	95.39	18.17	23.53
T4	30.69	37.57	6.88	22.42
T5	21.35	22.53	1.18	5.53
T6	136.8	134.2	-2.6	-1.9
SISI2	34.88	50.5	15.62	44.78
I11	51.68	56.88	5.2	4.22

Siguiendo con el caso del paso por curva, se realiza una simulación introduciendo la **aceleración lateral** calculada en la Ecuación 07, en la dirección del eje transversal del vehículo. Este análisis permite evaluar cómo se distribuyen las tensiones en el chasis cuando el vehículo experimenta fuerzas de inercia laterales durante un giro a alta velocidad.

Dado que el centro de masas del motor no coincide exactamente con el plano de simetría del chasis y este no es perfectamente simétrico, se estudia **tanto el giro hacia la izquierda como hacia la derecha**. De este modo, se puede determinar cuál de las dos situaciones genera un estado de carga más crítico en la estructura. Esto permite identificar las barras más solicitadas en cada caso y evaluar si el comportamiento estructural se ve afectado de manera significativa por esta asimetría.

Dado que el chasis actúa como un sistema de referencia inercial, el giro se asocia con una **aceleración centrípeta**, es decir, hacia el interior de la curva. Por tanto, en la **curva a derechas** la aceleración es **positiva en el eje X** (hacia la

derecha del vehículo), mientras que el **giro a izquierdas** corresponde a una aceleración **negativa** en dicho eje. Para analizar el efecto de esta aceleración lateral en la estructura, se ha elaborado la Tabla 15, que compara la tensión de Von Mises máxima en las barras laterales que actúan como puntos de anclaje del motor y los cinturones de seguridad, para ambos sentidos de giro.

A partir de la tabla, se pueden extraer varias conclusiones. En primer lugar, se observa que las barras de soporte del motor (MD y MI) presentan **diferencias significativas entre ambos lados** debido a la posición del motor, como ya pasaba en los casos anteriores.

Por otro lado, se observa que ante aceleración lateral **sufre más el lado contrario al sentido de giro**, es decir, que el giro a izquierdas genera mayores esfuerzos en el lado derecho del chasis y viceversa. Por ejemplo, la barra MD3 experimenta una mayor tensión en el giro a izquierdas (180.5 MPa) que en el giro a derechas (177.6 MPa), mientras que la barra MI3 tiene el comportamiento inverso, con mayor tensión en el giro a derechas (151.5 MPa frente a 148.9 MPa en el giro a izquierdas).

Este comportamiento es coherente con la física del sistema, ya que, en un viraje, las fuerzas iniciales hacen que el **peso aparente del vehículo se redistribuya hacia el exterior de la curva**. En la Figura 70, que representa los desplazamientos en la estructura en un giro hacia la derecha, se puede comprobar esto en cómo los centros de gravedad del piloto y motor están desplazados hacia la izquierda del vehículo.

Debido a estas diferencias, el **caso más crítico corresponde al giro hacia la izquierda**, ya que genera mayores esfuerzos en la barra más solicitada del chasis (es decir, el punto de menor coeficiente de seguridad). Por este motivo, este es el caso cuyos resultados se desarrollan en la Tabla 16 de mayores tensiones y desplazamientos, análoga a las expuestas anteriormente.

Tabla 15. Comparación de tensiones en barras laterales en función del sentido de giro.

Barra	$\sigma_{VM_{max}}$ en giro a derechas [MPa]	$\sigma_{VM_{max}}$ en giro a izquierdas [MPa]
MD3	178.4	181.8
MI3	152.7	149.8
MD2	72.85	74.20
MI2	79.22	76.46
MD1	55.13	47.09
MI1	51.26	58.47
SISD2	32.05	55.06
SISI2	52.86	31.54

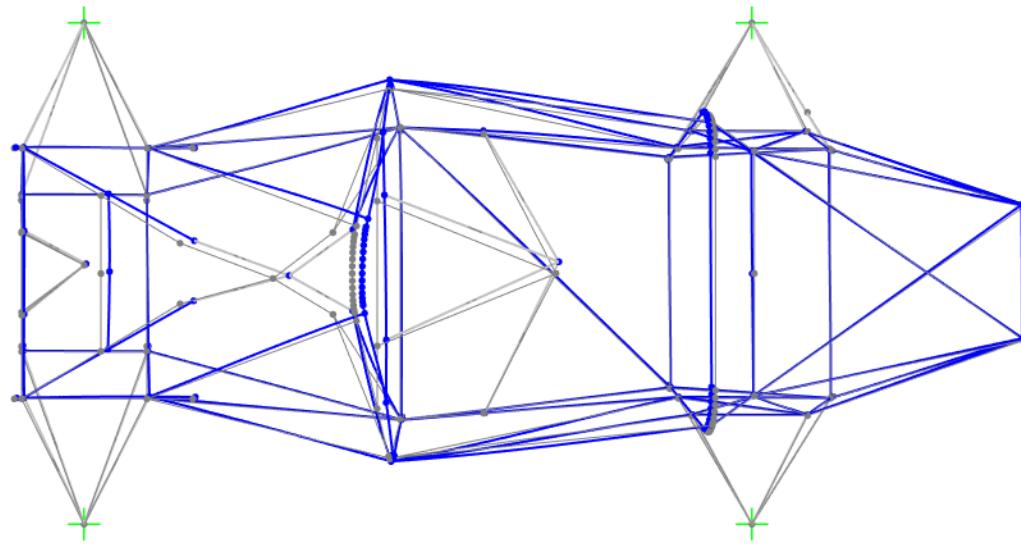


Figura 70. Desplazamientos en la estructura ante un giro hacia la derecha.

Tabla 16. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante curva rápida hacia la izquierda.

Barra	Pos. Longitudinal	σ_{VM}^{max} [MPa]	C_u	Solicitaciones en punto de tensión máxima	Deformación máxima [mm]									
MD3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	181.8	1.54	<table border="1"> <tr> <td>$N = - 1459.1$ N</td> <td>$T = - 10.38$ Nm</td> <td>$U_1 = - 0.009$</td> </tr> <tr> <td>$V_2 = - 837.3$ N</td> <td>$M_2 = 58.14$ Nm</td> <td>$U_2 = 1.065$</td> </tr> <tr> <td>$V_3 = 303.6$ N</td> <td>$M_3 = - 191.6$ Nm</td> <td>$U_3 = - 3.340$</td> </tr> </table>	$N = - 1459.1$ N	$T = - 10.38$ Nm	$U_1 = - 0.009$	$V_2 = - 837.3$ N	$M_2 = 58.14$ Nm	$U_2 = 1.065$	$V_3 = 303.6$ N	$M_3 = - 191.6$ Nm	$U_3 = - 3.340$
$N = - 1459.1$ N	$T = - 10.38$ Nm	$U_1 = - 0.009$												
$V_2 = - 837.3$ N	$M_2 = 58.14$ Nm	$U_2 = 1.065$												
$V_3 = 303.6$ N	$M_3 = - 191.6$ Nm	$U_3 = - 3.340$												
MI3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	149.8	1.87	<table border="1"> <tr> <td>$N = - 611.1$ N</td> <td>$T = 0.788$ Nm</td> <td>$U_1 = 0.025$</td> </tr> <tr> <td>$V_2 = 755.3$ N</td> <td>$M_2 = 33.22$ Nm</td> <td>$U_2 = 1.122$</td> </tr> <tr> <td>$V_3 = - 249.9$ N</td> <td>$M_3 = - 161.5$ Nm</td> <td>$U_3 = - 3.417$</td> </tr> </table>	$N = - 611.1$ N	$T = 0.788$ Nm	$U_1 = 0.025$	$V_2 = 755.3$ N	$M_2 = 33.22$ Nm	$U_2 = 1.122$	$V_3 = - 249.9$ N	$M_3 = - 161.5$ Nm	$U_3 = - 3.417$
$N = - 611.1$ N	$T = 0.788$ Nm	$U_1 = 0.025$												
$V_2 = 755.3$ N	$M_2 = 33.22$ Nm	$U_2 = 1.122$												
$V_3 = - 249.9$ N	$M_3 = - 161.5$ Nm	$U_3 = - 3.417$												
T7	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	143.2	1.96	<table border="1"> <tr> <td>$N = - 312.0$ N</td> <td>$T = 1.05$ Nm</td> <td>$U_1 = 0.079$</td> </tr> <tr> <td>$V_2 = \pm 927.6$ N</td> <td>$M_2 = - 23.95$ Nm</td> <td>$U_2 = 0.677$</td> </tr> <tr> <td>$V_3 = 33.17$ N</td> <td>$M_3 = 156.0$ Nm</td> <td>$U_3 = - 2.143$</td> </tr> </table>	$N = - 312.0$ N	$T = 1.05$ Nm	$U_1 = 0.079$	$V_2 = \pm 927.6$ N	$M_2 = - 23.95$ Nm	$U_2 = 0.677$	$V_3 = 33.17$ N	$M_3 = 156.0$ Nm	$U_3 = - 2.143$	
$N = - 312.0$ N	$T = 1.05$ Nm	$U_1 = 0.079$												
$V_2 = \pm 927.6$ N	$M_2 = - 23.95$ Nm	$U_2 = 0.677$												
$V_3 = 33.17$ N	$M_3 = 156.0$ Nm	$U_3 = - 2.143$												
T6	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)	136.7	2.05	<table border="1"> <tr> <td>$N = - 779.9$ N</td> <td>$T = 0.742$ Nm</td> <td>$U_1 = - 0.017$</td> </tr> <tr> <td>$V_2 = \pm 912.9$ N</td> <td>$M_2 = 2.66$ Nm</td> <td>$U_2 = - 0.180$</td> </tr> <tr> <td>$V_3 = 6.32$ N</td> <td>$M_3 = 146.2$ Nm</td> <td>$U_3 = - 0.982$</td> </tr> </table>	$N = - 779.9$ N	$T = 0.742$ Nm	$U_1 = - 0.017$	$V_2 = \pm 912.9$ N	$M_2 = 2.66$ Nm	$U_2 = - 0.180$	$V_3 = 6.32$ N	$M_3 = 146.2$ Nm	$U_3 = - 0.982$	
$N = - 779.9$ N	$T = 0.742$ Nm	$U_1 = - 0.017$												
$V_2 = \pm 912.9$ N	$M_2 = 2.66$ Nm	$U_2 = - 0.180$												
$V_3 = 6.32$ N	$M_3 = 146.2$ Nm	$U_3 = - 0.982$												

Por último, en la Tabla 17 se verifica que, en una situación en la que el piloto deba frenar en plena trazada de una curva, la estructura del chasis sigue manteniendo unos márgenes de seguridad adecuados. Este escenario es un caso de carga en la que **se combinan las aceleraciones de la frenada con las del paso por curva**.

A pesar de esta combinación de cargas, se observa que los **coeficientes de seguridad** en las barras más solicitadas permanecen holgadamente **por encima de 1**. Por tanto, a partir de los análisis realizados hasta el momento, se puede concluir que la **estructura del monoplaza es segura** dentro de los rangos de operación más exigentes que se prevé que deba soportar.

Por otro lado, se obtiene una vez más una distribución de esfuerzos muy similar a la de los casos anteriores por lo que se puede extraer de este análisis cuales van a ser las zonas más críticas del vehículo y posibles puntos a reforzar en futuras versiones del monoplaza.

Tabla 17. Barras de mayores tensiones y desplazamientos ante curva rápida hacia la izquierda y frenada simultáneamente.

Barra	Pos. Longitudinal		$\sigma_{VM\max}$ [MPa]	C_u	Solicitaciones en punto de tensión máxima		Deformación máxima [mm]		
MD3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	200.4	1.40	$N = - 1276$ N	$T = - 6.642$ Nm	$U_1 = - 0.013$		
					$V_2 = - 892.6$ N	$M_2 = 59.86$ Nm	$U_2 = 1.457$		
					$V_3 = 299.3$ N	$M_3 = - 213.4$ Nm	$U_3 = - 3.928$		
MI3	Tensión máx.: $x = 0$ (Extremo empotrado)	Deform. máx.: $x = L$ (Extremo libre)	164.6	1.70	$N = - 399.9$ N	$T = - 3.465$ Nm	$U_1 = 0.038$		
					$V_2 = 800.3$ N	$M_2 = 31.82$ Nm	$U_2 = 1.497$		
					$V_3 = - 236.7$ N	$M_3 = - 179.1$ Nm	$U_3 = - 3.986$		
T7	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)		147.1	1.90	$N = - 287.4$ N	$T = 0.747$ Nm	$U_1 = 0.009$		
					$V_2 = \pm 929.8$ N	$M_2 = - 24.19$ Nm	$U_2 = 0.945$		
					$V_3 = 28.6$ N	$M_3 = 160.5$ Nm	$U_3 = - 2.337$		
T6	Deformación y tensión max.: $x = 0.5 \cdot L$ (Punto medio)		134.4	2.08	$N = - 850$ N	$T = 0.641$ Nm	$U_1 = - 0.006$		
					$V_2 = \pm 911.4$ N	$M_2 = - 1.368$ Nm	$U_2 = - 0.002$		
					$V_3 = 5.19$ N	$M_3 = 143.4$ Nm	$U_3 = - 0.980$		

4.2. Resultados estudio torsional

Como se explica en el Capítulo 3, la rigidez torsional del chasis es un aspecto fundamental que influye en la respuesta dinámica del vehículo, afectando a la precisión de la conducción.

Para la realización del estudio se va a medir el desplazamiento vertical del punto correspondiente al apoyo del neumático delantero derecho (sin restricción de movimiento y donde se aplica la fuerza que provoca el par torsor). De esta forma, y aproximando la estructura a una **viga empotrada cilíndrica** como la de la Figura 71, se calcula el ángulo de torsión según la expresión 11 [20].

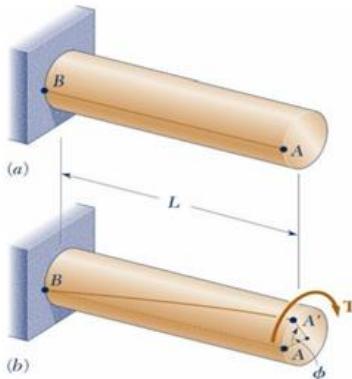


Figura 71. Deformación por torsión de una viga cilíndrica empotrada [20].

$$\phi \ll 1 \Rightarrow r_{\text{cilindro}} \cdot \phi = \gamma \cdot L_{\text{viga}} \quad (11)$$

donde

ϕ = ángulo de torsión (entre A y A');

γ = ángulo de deformación (entre B y A).

En el caso del chasis, el ángulo γ al ser muy pequeño se determina como el cociente entre el desplazamiento vertical global del apoyo delantero (correspondiente al punto A en la Figura 71) y la batalla del coche (1600 mm). Por otro lado, el radio de giro es la mitad del ancho de vía (600 mm). Por último, la rigidez a torsión (K) del bastidor se obtiene según la expresión 12:

$$K = \frac{T}{\phi} \underset{\substack{\phi = \frac{\gamma \cdot r}{r} \gamma \cdot r \\ L = WB}}{\underset{\gamma \ll 1}{\approx}} \frac{T \cdot r}{\frac{\delta_{\text{del}}}{WB} \cdot WB} = \frac{T \cdot r}{\delta_{\text{del}}} \quad (12)$$

Por tanto, queda determinar el par torsor que se aplica sobre la estructura. Si bien este valor es arbitrario, es importante mantener un coeficiente de seguridad alto en todas las barras. De esta forma, se asegura que el material se encuentra en la **zona de deformación elástica lineal** (es decir, hasta el punto P de la gráfica de la Figura 72) y que por tanto se cumplen las suposiciones realizadas.

De acuerdo con el gráfico de la Figura 73, aplicando una **fuerza vertical de 500 N** el esfuerzo es menor (en módulo) a 60 MPa en todas las barras del chasis. De esta forma, se puede garantizar que el material sigue en la zona plástica lineal en cualquier punto de la estructura.

Una vez comprobado que la tensión del material no compromete la validez de los resultados, se realiza la medida del desplazamiento del punto indicado y a partir de ello se calculan el resto de los parámetros deseados, que quedan reflejados en la Tabla 18.

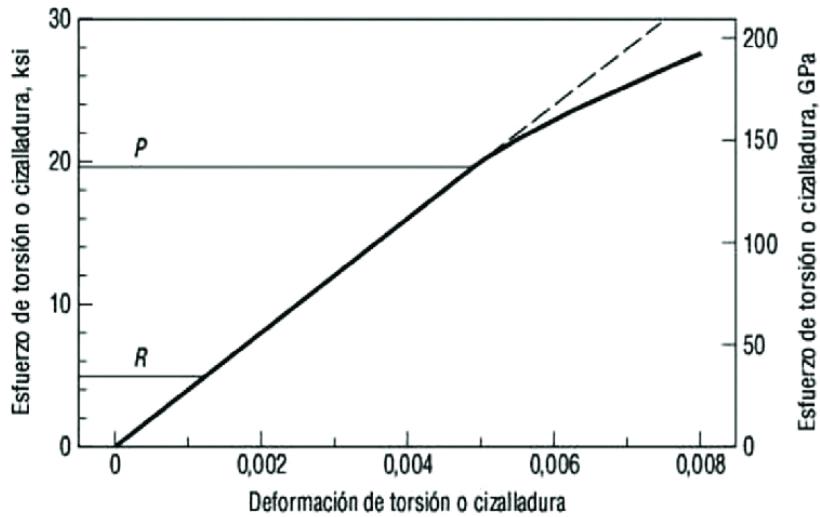


Figura 72. Diagrama de esfuerzo frente a deformación a torsión para el acero [21].

Cabe destacar, y como se puede comprobar en la Figura 73, que para este estudio **se han eliminado las masas suspendidas** y sus correspondientes links. Esto se debe a que el objetivo principal es determinar la rigidez del chasis, un parámetro independiente del resto del vehículo. Si bien es cierto que la masa y la posición de estos componentes influyen en la respuesta en pista, como se mencionó en el Capítulo 3, este estudio no pretende replicar el comportamiento dinámico del coche, sino obtener un valor de rigidez estructural que sirva como referencia para futuros desarrollos.

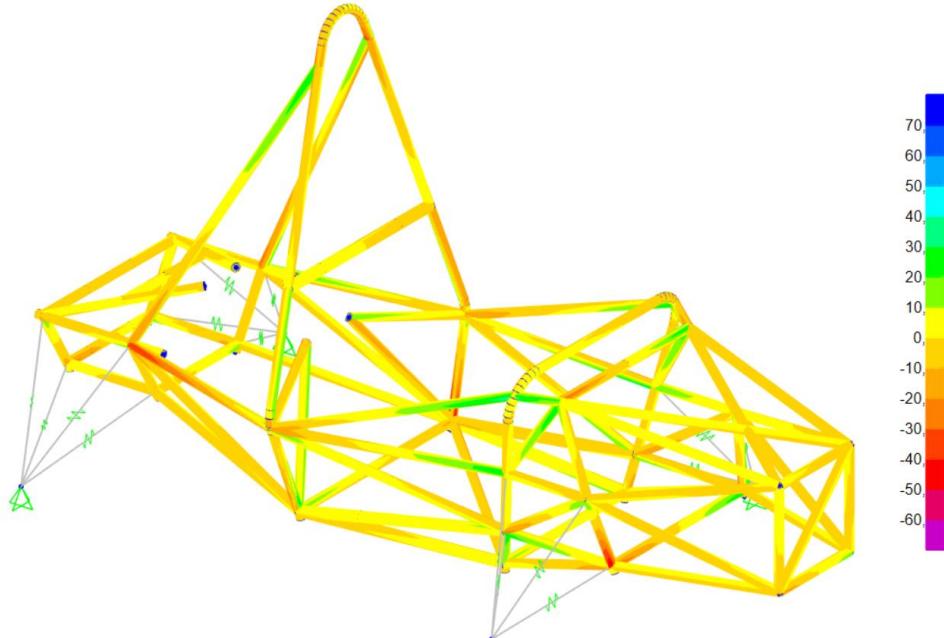


Figura 73. Contorno de tensiones en el chasis ante el par torsor con el que se realiza el estudio.

Tabla 18. Resultados del estudio torsional con apoyo delantero completamente libre.

Fuerza vertical [N]	500	Radio de torsión [m]	0.6
Par Torsor [Nm]	300	Desplazamiento Vertical $\delta_{del.}$ [m]	$8.426 \cdot 10^{-3}$
Batalla [m]	1.6	Ángulo deformación γ [rad]	$5.266 \cdot 10^{-3}$
Ángulo de torsión ϕ [rad]	$1.975 \cdot 10^{-3}$	Rigidez torsional del chasis [Nm/rad]	21 362
Rigidez torsional del chasis [Nm/°]		373	

Habiendo analizado los resultados obtenidos con el apoyo delantero completamente libre, se procede ahora a realizar una nueva simulación en la que **se restringe el desplazamiento** en todas las direcciones excepto en la vertical. Este ajuste busca reproducir con mayor fidelidad las condiciones de ensayo habituales como el de la Figura 62 y evaluar si la modificación en las restricciones tiene un impacto significativo en los resultados.

Al tratarse de ángulos muy pequeños, se puede seguir haciendo la aproximación a una viga cilíndrica y utilizar las ecuaciones 11 y 12. Por otro lado, al ser el desplazamiento vertical $\delta_{del.}$ el único que se permite, la medida de ambos ángulos (γ, ϕ) no queda distorsionada por las deformaciones transversales y longitudinales.

Introduciendo la nueva restricción en el apoyo delantero, el desplazamiento vertical disminuye a $\delta_{del.} = 8.131$ mm, lo que supone una reducción del 3.5 % respecto al caso anterior. Dado que la **rigidez torsional (K)** es inversamente proporcional al desplazamiento, esta reducción implica un **aumento de la rigidez del 3.63 %** en comparación con el otro método resultando en un valor final de **386.4 Nm/°**. Por tanto, la condición de apoyo influye en la medida de la rigidez del chasis, aunque en una proporción relativamente baja.

Capítulo 5. Conclusiones

Este capítulo recoge las conclusiones extraídas del desarrollo del proyecto, evaluando el grado de consecución de los objetivos planteados y analizando los principales hallazgos del estudio. Además, se pretende recopilar las competencias y habilidades adquiridas durante su realización.

También se comentan consideraciones adicionales que engloban aspectos como la viabilidad práctica y económica del trabajo, su impacto medioambiental y las implicaciones en términos de seguridad. Finalmente, se analizan las posibles líneas de trabajo futuro, con propuestas de mejora en el diseño del chasis y en la metodología de validación.

5.1. Conclusiones técnicas

A lo largo de este estudio, se han abordado diversos aspectos clave en el diseño y validación del chasis. A continuación, se detallan las principales conclusiones extraídas en relación con los objetivos técnicos planteados.

En primer lugar, se ha logrado **desarrollar un modelo de chasis tubular** que cumple con la normativa vigente de la competición *Formula Student*, asegurando que el diseño respeta las restricciones y exigencias establecidas. A su vez, se ha verificado que es válido para albergar el resto de los componentes del vehículo y permitir el correcto funcionamiento de este. Para ello, se ha empleado el software Catia V5, primero elaborando un modelo alámbrico representando los ejes de cada barra para posteriormente transformarlo en un modelo sólido con el volumen de los tubos donde incorporar el resto de sistemas.

El siguiente paso, ha sido **exportar el modelo alámbrico** a la herramienta de cálculo por elementos finitos SAP2000. Esto ha permitido cumplir el resto de los objetivos propuestos. El primero de ellos ha sido la obtención de un **método fiable para determinar la masa total del vehículo y la distribución de pesos**. Mediante el cálculo de las reacciones en los apoyos del chasis se puede conocer el peso y posición longitudinal del centro de gravedad. Por otro lado, con las geometrías en Catia V5 del resto de componentes de masa considerable se han estimado estos mismos parámetros. En conjunto, se ha comprobado que se obtiene un modelo con un peso y distribución en cada eje muy similar al del vehículo real, lo que avala la validez de los resultados.

Además, saber que este método de estimación es válido servirá para el desarrollo de los próximos vehículos. El peso y el reparto de este en cada eje son **dos parámetros básicos en el diseño conceptual** de un automóvil, especialmente en el cálculo de la dinámica vehicular. Por tanto, es crucial tener una forma de cerciorarse de que se están cumpliendo estas directrices a medida que avanza el diseño.

Asimismo, el análisis estructural realizado ha permitido **verificar que el chasis no experimenta plastificación en ninguna de las situaciones de operación consideradas**. Las simulaciones han demostrado que la estructura mantiene su integridad dentro de los límites de carga previstos para el material

seleccionado.

Como se puede deducir del estudio de la normativa, se presta especial atención a la triangulación y **protección de la zona delantera del chasis**, con gran influencia en la seguridad del piloto. Por ello, uno de los requisitos de la verificación estructural es que en este sector crítico los **márgenes de seguridad fuesen significativamente altos**, alejándose del umbral de fallo estructural. Esto no solo se cumple, sino que además al encontrarse el mayor porcentaje de peso en la zaga trasera, la delantera está mucho más protegida ante cargas iniciales.

Por último, se ha determinado con éxito un **valor de rigidez torsional del chasis**, lo que proporciona un punto de referencia fundamental para el desarrollo de futuros diseños. La rigidez obtenida permite evaluar la respuesta del bastidor ante esfuerzos de torsión, facilitando la toma de decisiones en cuanto a posibles refuerzos estructurales o modificaciones en la geometría del chasis para mejorar su comportamiento dinámico.

A su vez, los jueces de la competición valoran muy positivamente en el evento de diseño (una de las pruebas estáticas) que los participantes sean capaces de **cuantificar las mejoras de un monoplaza con respecto a sus versiones pretéritas**. De esta forma, el equipo podrá en la nueva versión del chasis baremar la reducción de peso y el aumento de su rigidez como parámetros de mejora.

En conclusión, el estudio ha permitido alcanzar los objetivos planteados, asegurando que **el chasis cumple con los estándares de seguridad** y rendimiento exigidos en la competición. De igual modo, la metodología empleada y los resultados obtenidos servirán como base para optimizaciones futuras, contribuyendo al **desarrollo de una estructura cada vez más eficiente y competitiva** dentro de la Universidad de Valladolid.

5.2. Conclusiones académicas

El desarrollo de este proyecto ha permitido la adquisición y consolidación de diversas competencias técnicas y habilidades fundamentales en el ámbito de la ingeniería mecánica, especialmente aplicadas al sector de la automoción.

En primer lugar, se ha fortalecido el conocimiento sobre tecnologías CAD y FEA, herramientas esenciales para el **diseño y verificación estructural de componentes mecánicos**. A través del uso de un software de cálculo como SAP2000, se ha aprendido a modelar y evaluar el comportamiento del chasis del monoplaza, lo que ha supuesto una mejora en la capacidad para interpretar y optimizar estructuras bajo diferentes condiciones de carga, tanto estáticas como dinámicas. Además, el proyecto ha favorecido el desarrollo de habilidades en **análisis y validación de resultados**, comparando los datos obtenidos en simulaciones tanto con referencias teóricas como con parámetros reales conocidos.

Desde el punto de vista de la gestión y la planificación. Se han desarrollado habilidades en la **toma de decisiones técnicas**, priorizando soluciones que optimicen tanto el rendimiento estructural como la viabilidad constructiva y económica del chasis. Por otro lado, el proyecto ha fomentado el trabajo en

equipo y la comunicación técnica, habilidades esenciales en el entorno profesional. La necesidad de coordinar diferentes áreas del diseño y de justificar las decisiones tomadas ha mejorado la capacidad para documentar y exponer análisis de manera clara y estructurada.

5.3. Consideraciones adicionales

Además del análisis estructural y la evaluación del chasis, es importante reflexionar sobre diversos aspectos transversales que influyen en el desarrollo del proyecto. En este apartado se abordan cuestiones relativas a la utilidad práctica del estudio, su impacto medioambiental y económico y la seguridad y ergonomía del vehículo.

5.3.1. Valoración práctica y económica

El estudio realizado ha sido imprescindible para el diseño y posterior fabricación del monoplaza. Gracias a estos análisis, se ha podido validar que la estructura cumple con los requisitos de seguridad sin incurrir en un sobredimensionamiento innecesario, optimizando así su peso y por tanto su coste de fabricación.

Además, este trabajo no solo tiene aplicabilidad en el modelo actual, sino que es una base para futuras ediciones del monoplaza. La metodología utilizada y los datos obtenidos podrán emplearse en iteraciones futuras, facilitando la toma de decisiones y **reduciendo el tiempo de desarrollo en próximas versiones** del vehículo.

Por último, hay que destacar que este proyecto se enmarca dentro de una competición universitaria, por tanto, también tiene un **valor docente** como complemento para la formación de ingenieros.

5.3.2. Impacto medioambiental

Si bien el objetivo principal de este trabajo ha sido la validación estructural, también se debe tener en cuenta el impacto medioambiental de la fabricación. Algunas formas de disminuir la huella de carbono durante esta etapa son la **centralización de todo el proceso** centros obtención de tubos, corte y soldadura con poca distancia entre ellos para reducir transportes, escoger materiales cuya producción no sea excesivamente contaminante y **reducir al mínimo** posible los **residuos** generados durante el proceso.

5.3.3. Seguridad y ergonomía

La seguridad del piloto ha sido **una de las prioridades durante todo el proceso de diseño**. Los análisis han demostrado que las zonas críticas, especialmente el área del **cockpit**, presentan márgenes de seguridad elevados, proporcionando un entorno seguro para el conductor.

En cuanto a la ergonomía, se ha prestado atención a la posición del piloto en el habitáculo para asegurar que esta sea cómoda y eficiente, a la vez que segura en caso de accidente y que garantice una **rápida extracción** del piloto.

5.4. Posibles líneas de desarrollo futuro

A partir del análisis realizado en este trabajo, se han identificado diversas evoluciones que pueden implementarse en versiones venideras del chasis. Estas mejoras pueden dividirse en dos grandes categorías: optimización de la metodología de trabajo y mejoras técnicas en el diseño del chasis.

5.4.1. Mejoras en la metodología de trabajo

En primer lugar, para facilitar el posicionamiento de elementos dentro del vehículo, se propone **fijar el origen de coordenadas del coche en el plano de simetría en el eje trasero**, y a la altura del punto más bajo del chasis (es decir, el suelo estará en el plano $Z = -40$ mm, siendo esta la altura libre que se calcule inicialmente). Además, se invertiría la posición de los ejes X e Y por estandarizarlo a **como se trabaja en la industria automotriz**. De esta forma, quedaría el triángulo a derechas con el eje Z vertical y con sentido positivo hacia arriba, el eje X como el longitudinal orientado hacia delante y el eje Y transversal y positivo hacia la izquierda. Con esto se consigue que cualquier sistema que vaya anclado o en el interior del chasis, tendrá una cota en Z positiva. A su vez, se puede identificar mucho más fácilmente la posición longitudinal solamente con sus coordenadas sin consultar el modelo CAD.

Asimismo, se sugiere **parametrizar** en CAD los puntos de anclaje y las geometrías clave del chasis, **fusionando el diseño de chasis y dinámica en un mismo modelo CAD** de manera que una modificación en cualquiera de las dos áreas pueda realizarse de forma rápida y eficiente, sin necesidad de rehacer completamente el modelo.

Por otro lado, se plantea la posibilidad de llevar a cabo **un análisis estructural del chasis para el caso de impacto**, lo que permitiría evaluar los daños que sufriría la estructura ante una hipotética colisión en pista.

5.4.2. Mejoras técnicas

En cuanto a las mejoras técnicas, se desea para un segundo diseño lograr una reducción de peso considerable, aumentar la rigidez de la estructura (si esto no supone un perjuicio para el primer objetivo) y mejorar la respuesta en pista del monoplaza.

Una primera línea de trabajo consiste en **eliminar todas las barras innecesarias** y reducir el número de aquellas que sean necesarias para cumplir con los requisitos mínimos de triangulación. Las dos vías por las que se quiere abordar este objetivo son la de usar un menor número de barras en la estructura lateral y la de simplificar la triangulación en la parte delantera entre FBH y FH. Esto permitiría aligerar el peso del chasis sin comprometer su resistencia estructural.

Otra optimización clave, y probablemente la más importante, sería la **reducción del peso mediante la optimización de secciones**. En lugar de emplear un único diámetro para todos los tubos del chasis, se prevé ajustar la sección de cada uno a los requisitos mínimos según su función dentro del chasis (Tabla 5). En este aspecto, lo ideal es utilizar tubos de mayor diámetro y menor espesor (a misma área de sección, tienen más rigidez) pero sin que haya mucha diferencia

de diámetro entre los distintos tipos, lo que dificultaría la fabricación.

Además, se planea **reducir considerablemente el ancho del chasis en el eje delantero**. Esta mejora, en conjunto con el equipo de dinámica vehicular, permite disminuir la inercia del eje delantero al girar, favoreciendo así la entrada y paso por curva, mejorando notablemente el comportamiento dinámico del monoplaza.

Por último, se propone **adelantar la posición del eje delantero con respecto al Front Bulkhead**, lo que traería consigo varias ventajas. Entre ellas, un aumento de la longitud del cockpit, proporcionando una posición más cómoda para el piloto al separarlo del volante. Además, esta modificación permitiría reducir la altura del Main Hoop, facilitando el cumplimiento de la norma que se ilustra en la Figura 45.

En conjunto, todas estas mejoras contribuirían a optimizar el diseño del chasis, y por tanto lograr una evolución en el rendimiento del vehículo, sin comprometer la seguridad estructural del mismo. En la Figura 74, se representa un primer prototipo, siguiendo estas directrices, del chasis del VRT25, el monoplaza de VallRacing Team para la temporada 2025.

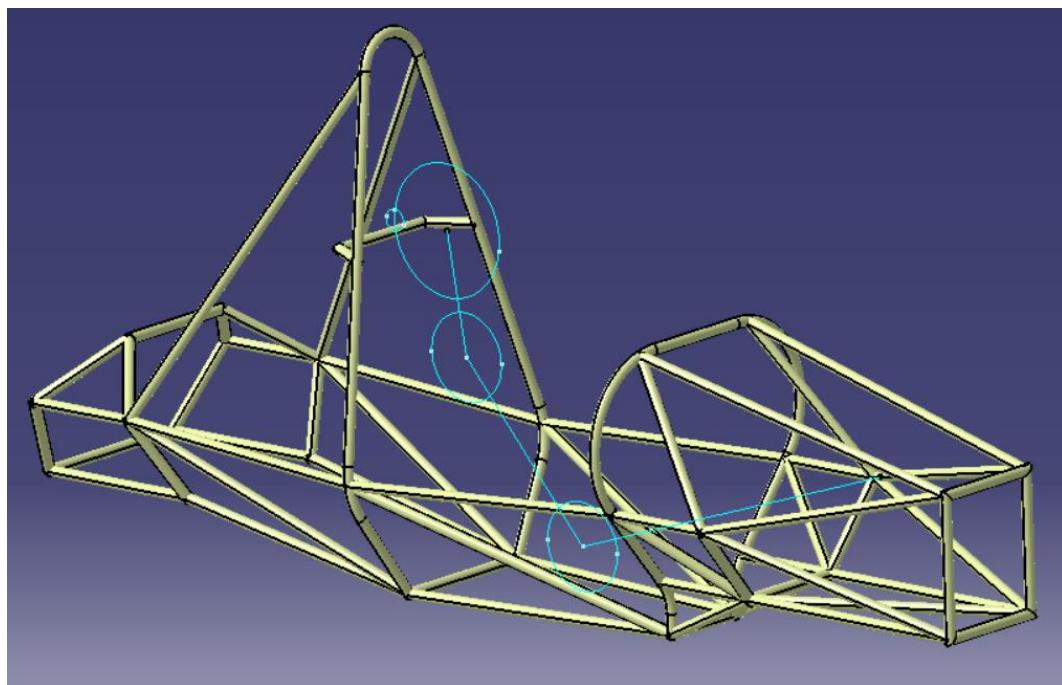


Figura 74. Prototipo de chasis del VRT25, el segundo Formula Student del equipo.

Bibliografía

- [1]. AVVE. (2022). *Formula Student, el diseño de un coche eléctrico desde cero*. AVVE. [En línea]. Disponible: <https://avve.info/formula-student-el-diseno-de-un-coche-electrico-desde-cero/> [Último acceso: 27 marzo 2025].
- [2]. R. A. Valenzuela Nájera et al. “Diseño de chasis para un monoplaza Formula SAE”. *Cultura Científica y Tecnológica (CULCyT)*, vol. 50, pp. 57-87. Mayo-agosto, 2013.
- [3]. J. J. Macías Solá, “Diseño de un chasis para un monoplaza eléctrico de Formula Student”, Trabajo de Fin de Master, Escuela de Doctorado y Estudios de Posgrado, Universidad de La Laguna, San Cristóbal de La Laguna, 2019.
- [4]. A. Pons Estruch, “Vehículo de competición Formula SAE: Diseño y optimización del chasis”, Trabajo de Fin de Grado, Universitat Politècnica de València, Campus d'Alcoi, Alcoy, España, 2016.
- [5]. M. Rueda Capdevila, “Diseño y optimización de la posición de conducción en un Formula Student,” Trabajo de Fin de Grado, Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona (ETSEIB), Univ. Politècnica de Catalunya, 2024.
- [6]. R. Redondo Martín, “Diseño y simulación de un chasis tubular para un vehículo tipo Fórmula,” Trabajo de Fin de Grado, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, 2017.
- [7]. Institution of Mechanical Engineers. *Formula Student Rules*, 2023.
- [8]. Espíritu Racer, *Moto del día: Suzuki GSF 600 Bandit*. [En línea]. Disponible: <https://motos.espirituracer.com/cilindrada/501-a-750-cc/moto-del-dia-suzuki-gsf-600-bandit/> [Último acceso: 24 marzo 2025]
- [9]. Espíritu Racer, *Moto del día: Suzuki GSF 650 Bandit 2008*. [En línea]. Disponible: <https://motos.espirituracer.com/motodeldia/moto-del-dia-suzuki-gsf-650-bandit-2008/> [Último acceso: 24 marzo 2025].
- [10]. Autolimite, *Suspensión Push-Rod y frenos carbono-cerámicos*. [En línea]. Disponible: <https://www.autolimite.com/mas-info/suspension-push-rod-y-frenos-carbono-ceramicos> [Último acceso: 24 marzo 2025].
- [11]. MARCEGAGLIA CARBON STEEL, *Ficha Técnica Tubo de Acero*, 2023.
- [12]. B. Antón, *Prontuario básico de estructuras simples*, Departamento de Ingeniería de la Construcción, Obras Públicas e Infraestructura Urbana, Universidad de Alicante, 2002.
- [13]. DMCRF, *Aluminum Honeycomb Core*. [En línea]. Disponible: <https://www.dmcrf.com/aluminum-honeycomb-core/> [Último acceso: 24 marzo 2025].

- [14]. Formula Student Spain. (2024, agosto). *Media Photos*. [En línea]. Disponible: <https://mediaformulastudentspain.smugmug.com/> [Último acceso: 24 marzo 2025].
- [15]. Artizono. (2024). *Tabla de densidades de los metales*. [En línea]. Disponible: <https://artizono.com/es/tabla-de-densidades-metalicas/> [Último acceso: 24 marzo 2025].
- [16]. Formula Student Spain. (2023). *Results Skidpad FSS CV 2023*. Disponible: https://www.formulastudent.es/wp-content/uploads/2024/07/Results_SkidPad_CV_20230813_V0.pdf [Último acceso: 24 marzo 2025].
- [17]. M. del Pezzo, A. Cavallini y M. Actis, “Simulación y ensayo de rigidez torsional de un chasis de un vehículo todo terreno”. Universidad Nacional de La Plata, Departamento de Aeronáutica, La Plata, 2013.
- [18]. R. Hill, *The Mathematical Theory of Plasticity*. Reino Unido: Oxford University Press, 1950.
- [19]. M. Villoldo Lozano, “Pandeo lineal y no lineal de estructuras de vigas”, Trabajo de Fin de Grado, E.T.S. de Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid, 2021.
- [20]. F. P. Beer et al. *Mecánica de Materiales*, España: McGraw Hill, 2007.
- [21]. E. R. Monroy Vargas et al. *Conceptos Básicos de Materiales de Ingeniería*. Colombia: Fundación Universitaria Juan de Castellanos, 2019.