



**Universidad de Valladolid**



**ESCUELA DE INGENIERÍAS  
INDUSTRIALES**

**UNIVERSIDAD DE VALLADOLID**

**ESCUELA DE INGENIERIAS INDUSTRIALES**

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**Análisis estático y modal mediante RFEM y  
SAP2000**

**Autor:**

**Rico Serrano, Mario**

**Tutor(es):**

**Lorenzana Iban, Antolín  
Magdaleno González, Álvaro**

**Departamento  
Construcciones A, I. T y M.M.C. y T.  
Estructuras.**

**Valladolid, Julio de 2025.**

## Resumen

Se va a realizar un análisis estático y modal de una plataforma de 13,5 m de longitud fabricada en madera laminada que se sustenta mediante dos apoyos fijos a los extremos y tres apoyos elásticos en su interior. Los programas de elementos finitos a usar son RFEM y SAP2000. Para ello, se va a generar un estudio simplificado mediante elementos de tipo barra y un modelo avanzado mediante elementos superficiales. Los resultados se compararán con los ensayos experimentales disponibles y para el estudio avanzado se contrastarán los resultados entre ambos programas.

El propósito es obtener un modelo computacional calibrado en ambos software de forma que se puedan extrapolar los resultados de cualquier ensayo sin la necesidad de realizarlos experimentalmente.

## Palabras clave

Análisis estático, análisis modal, plataforma, elementos finitos, modelo computacional

## Abstract

A static and modal analysis will be performed of a 13.5 m long platform made of glued-laminated Wood that is supported by two fixed supports at the ends and three elastic supports inside. The finite element programs to be used are RFEM and SAP2000. To do this, a simplified study will be generated using beam elements and an advanced model using shell elements. The results will be compared with available experimental trials.

The purpose is to obtain a calibrated computational model in both software so that the results of any test for the platform can be extrapolated without the need to perform them experimentally.

## Keywords

Static análisis, modal analysis, platform, finite elements, computational model.

## Índice

Capítulo 1: Introducción y objetivos.....	1
1.1    Introducción.....	1
1.2    Objetivos .....	2
1.3    Antecedentes.....	2
Capítulo 2: Ingeniería asistida por ordenador.....	3
2.1    Aspectos generales en análisis de elementos finitos .....	3
2.2    Análisis estático y modal .....	6
2.3    Programas de cálculo .....	11
Capítulo 3: Verificación de resultados en SAP2000 y RFEM.....	15
3.1    Descripción .....	15
3.2    Cálculos teóricos .....	16
3.3    Modelado en RFEM.....	18
3.4    Modelado en SAP2000.....	34
3.5    Verificación en RFEM .....	39
3.6    Verificación en SAP2000 .....	42
3.7    Comparación entre RFEM y SAP2000.....	43
Capítulo 4: Modelado simplificado de una plataforma .....	45
4.1    Descripción .....	45
4.2    Ensayos experimentales.....	47
4.3    Resultados obtenidos del ensayo experimental.....	49
4.4    Resultados en modelo computacional .....	55
4.5    Conclusiones .....	68
Capítulo 5: Modelado avanzado computacional.....	69
5.1    Modelo avanzado en RFEM.....	69
5.2    Modelo avanzado en SAP2000.....	72
5.3    Configuración de mallado.....	75
5.4    Ensayo 1 .....	79
5.5    Ensayo 2 .....	83
5.6    Ensayo 3 .....	84
5.7    Ensayo 4 .....	85
5.8    Ensayo 5 .....	85
5.9    Consideraciones del análisis superficial .....	86
Capítulo 6: Conclusiones .....	87
6.1    Conclusiones generales.....	87
6.2    Objetivos alcanzados .....	87
6.3    Consideraciones adicionales.....	88
6.4    Líneas futuras.....	89
Bibliografía.....	91

## Índice de figuras

Figura 1: Comportamiento lineal y no lineal de un material.....	5
Figura 2: Viga biapoyada sometida a una fuerza puntual (F) en el centro .....	7
Figura 3: Viga biapoyada sometida a una carga uniforme (q) en todo el vano .	8
Figura 4: Expresión de la frecuencia con una masa en el centro .....	11
Figura 5: Sección de la viga de verificación .....	15
Figura 6: Modo de vibración 1 en viga simple .....	17
Figura 7: Modo de vibración 2 en viga simple .....	17
Figura 8: Modo de vibración 3 en viga simple .....	18
Figura 9: Pantalla de inicio .....	19
Figura 10: Modificación de aceleración gravitatoria .....	19
Figura 11: Cambiar el número de decimales a la aceleración gravitatoria .....	20
Figura 12: Procedimiento de crear barra .....	20
Figura 13: Pestaña general para crear nueva barra .....	21
Figura 14: Biblioteca de secciones.....	21
Figura 15: Dimensiones de la sección y material.....	22
Figura 16: Asignar material .....	22
Figura 17: Casilla de editar material .....	23
Figura 18: Editar propiedades del material .....	23
Figura 19: Sección final .....	24
Figura 20: Modelar barra.....	25
Figura 21: Insertar apoyos en nudos.....	25
Figura 22: Nuevo apoyo.....	26
Figura 23: Restricción de grados de libertad en nuevo apoyo .....	26
Figura 24: Crear nudos intermedios.....	27
Figura 25: Crear nudo intermedio.....	27
Figura 26: Crear caso de carga.....	28
Figura 27: Caso de carga y combinaciones .....	28
Figura 28: Insertar carga en nudo .....	28
Figura 29: Carga F1 .....	29
Figura 30: Eliminar casilla rigidez a cortante.....	29
Figura 31: Ventana general del análisis modal .....	30
Figura 32: Obtención del centro de masas .....	31
Figura 33: Métodos de cálculo.....	32
Figura 34: Configurar mallado del elemento .....	32
Figura 35: N° de divisiones de barra .....	33
Figura 36: Espaciado entre divisiones .....	35
Figura 37: Definición de material en SAP2000 .....	36
Figura 38: Definición de la sección en SAP2000 .....	36

Figura 39: Modificación de factores de la sección .....	37
Figura 40: Patrones de carga .....	38
Figura 41: Casos de carga en SAP2000 .....	38
Figura 42: División de la barra en SAP2000.....	39
Figura 43: Deformación de viga de prueba en RFEM .....	40
Figura 44: Modo de vibración flexión 1.....	41
Figura 45: Modo de vibración flexión 2.....	41
Figura 46: Modo de vibración flexión 3.....	42
Figura 47: Deformación de viga de prueba en SAP2000 .....	42
Figura 48: Sección de la plataforma.....	45
Figura 49: Sección real de la plataforma .....	45
Figura 50: Detalle de apoyos elásticos .....	46
Figura 51: Esquema Ensayo 1 .....	47
Figura 52: Esquema Ensayo 2 .....	47
Figura 53: Esquema Ensayo 3 .....	48
Figura 54: Esquema Ensayo 4 .....	48
Figura 55: Esquema Ensayo 5 .....	49
Figura 56: Relación desplazamiento - carga.....	50
Figura 57: Modo de flexión 1 .....	53
Figura 58: Modo de flexión 2 .....	54
Figura 59: Modo de torsión 1.....	54
Figura 60: Modo de flexión 3 .....	54
Figura 61: Modo de torsión 2.....	55
Figura 62: Copiar puntos en RFEM.....	56
Figura 63: Apoyo elástico en RFEM .....	57
Figura 64: Apoyos elásticos en SAP2000 .....	57
Figura 65: Masas externas en RFEM.....	58
Figura 66: Masas externas en SAP2000 .....	58
Figura 67: Modelo de la plataforma mediante elementos barra .....	59
Figura 68: Desplazamiento en RFEM (mm) ante una carga de 480,69 N .....	59
Figura 69: Desplazamiento en SAP2000 (m) ante una carga de 480,69 N ...	60
Figura 70: Deformación en RFEM Ensayo 2 modificando E .....	60
Figura 71: Deformación en SAP2000 Ensayo 2 modificando E .....	61
Figura 72: Deformación Ensayo 3 en RFEM .....	65
Figura 73: Deformación Ensayo 3 en SAP2000 .....	65
Figura 74: Modelos de material en RFEM.....	69
Figura 75: Rigidez ortótropa en RFEM.....	71
Figura 76: Modelo avanzado en RFEM.....	72
Figura 77: Modificación de la cuadrícula en SAP2000.....	73
Figura 78: Material ortótropo en SAP2000.....	73

Figura 79: Crear sección en superficie en SAP2000 .....	74
Figura 80: Casillas principales para modelado en SAP2000 .....	74
Figura 81: Modelo avanzado en SAP2000 .....	75
Figura 82: Configuración inicial de mallado.....	76
Figura 83: Mallado inicial en la plataforma .....	76
Figura 84: Configuración 4x4 de mallado .....	76
Figura 85: Mallado 4x4 en la plataforma.....	76
Figura 86: Configuración 8x8 de mallado .....	76
Figura 87: Mallado 8x8 en la plataforma.....	77
Figura 88: Configuración 16x16 de mallado .....	77
Figura 89: Mallado 16x16 en la plataforma .....	77
Figura 90: Configuración 32x32 de mallado .....	77
Figura 91: Mallado 32x32 en la plataforma .....	77
Figura 92: Configuración de malla de EF en RFEM .....	78
Figura 93: Configuración de malla en SAP2000 .....	79

## Índice de tablas

Tabla 1: Propiedades mecánicas del elemento de estudio .....	13
Tabla 2: Propiedades de la viga de verificación .....	15
Tabla 3: Resultados de cálculos teóricos.....	18
Tabla 4: Resultados análisis modal en RFEM.....	40
Tabla 5: Resultados análisis modal en SAP2000.....	43
Tabla 6: Desplazamiento del ensayo experimental.....	50
Tabla 7: Frecuencias naturales en ensayo experimental (medidas en Hz) ....	53
Tabla 8: Deformación ante una carga de 480,69 N .....	60
Tabla 9: Desplazamiento ante una carga de 480,69 N con $E=10.920$ MPa..	61
Tabla 10: Análisis modal en ensayo 1.....	61
Tabla 11: Análisis modal en ensayo 1 con datos modificados.....	63
Tabla 12: Análisis modal en ensayo 2.....	64
Tabla 13: Deformación en ensayo 3 en RFEM y SAP2000.....	65
Tabla 14: Análisis modal en ensayo 3.....	66
Tabla 15: Análisis modal en ensayo 4.....	67
Tabla 16: Análisis modal en ensayo 5.....	67
Tabla 17: Comparación del mallado en ensayo inicial a deformación .....	79
Tabla 18: Comparación del mallado en ensayo final a deformación.....	80
Tabla 19: Comparación del mallado en RFEM en análisis modal .....	81
Tabla 20: Comparación del mallado en SAP2000 en análisis modal.....	81
Tabla 21: Análisis modal de superficie en ensayo 1.....	83
Tabla 22: Análisis modal de superficie en ensayo 2.....	84
Tabla 23: Análisis modal de superficie en ensayo 3.....	84
Tabla 24: Análisis modal de superficie en ensayo 4.....	85
Tabla 25: Análisis modal de superficie en ensayo 5.....	85

## Capítulo 1: Introducción y objetivos.

### 1.1 Introducción

Los programas de análisis de elementos finitos son herramientas informáticas que permiten estimar las reacciones de un elemento sometido a una o varias fuerzas, ya sean estáticas o dinámicas; deformaciones y esfuerzos internos entre otros muchos parámetros relacionados con el cálculo en ingeniería.

En el entorno industrial, dichos programas facilitan y reducen notablemente el tiempo de cálculo, razón por la cual son tan utilizados por cualquier empresa hoy en día. De esta forma, permite analizar y optimizar el diseño de cualquier elemento.

Los principios de funcionamiento de los programas a estudiar son los mismos: definir la geometría, propiedades mecánicas de los materiales y cargas impuestas, con el objetivo de obtener los resultados mediante diferentes configuraciones de cálculo. Estas configuraciones consisten en dar un número determinado de divisiones al elemento, de forma que cuanto mayor sea este, mayor precisión tendrá el cálculo y por contra mayor tiempo será necesario para finalizar. De esta forma se pretende aproximar el comportamiento real de una estructura durante su vida útil ante diferentes escenarios y sollicitaciones de cargas.

En el presente Trabajo Fin de Grado (TFG) se van a comparar los resultados de dos programas de cálculo con los resultados obtenidos en determinados ensayos experimentales ya realizados en laboratorio.

El elemento objeto de estudio es una pasarela compuesta por diferentes vigas de sección rectangular de madera laminada. En el cálculo de las pasarelas se requiere poner especial atención a factores como resistencia estructural, durabilidad y resistencia a fatiga. Estos parámetros son imprescindibles para garantizar la estabilidad y seguridad de cualquier estructura. Una buena comprensión de los parámetros modales permite obtener las posibles resonancias que podrían comprometer la seguridad de la estructura.

## **1.2 Objetivos**

Con la realización del TFG se pretenden alcanzar los siguientes objetivos:

- Entender los diferentes parámetros que influyen a la hora de elaborar un modelo digital calibrado con el fin de ajustar el modelizado al comportamiento real de la estructura.
- Comprender los diferentes métodos de análisis para un mismo estudio, a la par que las ventajas e inconvenientes de cada uno.
- Obtener las diferencias entre los programas de cálculo de elementos finitos y contrastar los resultados con el ensayo experimental.
- Comprender el comportamiento de estructuras, especialmente de madera laminada bajo la acción de cargas estáticas.

## **1.3 Antecedentes**

Los ensayos realizados en laboratorio sobre la plataforma han sido llevados a cabo por los profesores correspondientes a la asignatura de Estructuras y Construcciones Industriales, de forma que en el presente TFG no se desarrolla el procedimiento de los ensayos experimentales. Únicamente se mostrará una descripción de cada ensayo y los resultados obtenidos con el objetivo de compararlos con los análisis de los programas de elementos finitos de DLUBAL y CSI.

Se han consultado Trabajos de Fin de Grado anteriores cuyo único fin es obtener los datos de la plataforma, tanto propiedades mecánicas del material como propiedades de la geometría y puntos de apoyo adaptándolos a los ensayos que se tratan de representar.

## Capítulo 2: Ingeniería asistida por ordenador

En este capítulo, se desarrolla una introducción general sobre los programas de elementos finitos definiendo dos de los muchos tipos de análisis que permiten hacer.

### **2.1 Aspectos generales en análisis de elementos finitos**

El análisis de elementos finitos es un método computacional utilizado para predecir la respuesta de una estructura ante fuerzas, vibración, calor y otros efectos físicos en condiciones ideales. Su uso es habitual para solventar problemas de ingeniería, ya sean elementos mecánicos simples o en estructuras de gran envergadura como pueden ser muros, cerchas o estructuras espaciales.

Su funcionamiento se basa en la descomposición de un objeto real en un determinado número de elementos finitos que están conectados entre sí por nodos. Para cada elemento geométrico, se establecen ecuaciones matemáticas que se ensamblan en un sistema global y su resolución proporciona los resultados deseados.

Este sistema global puede variar dependiendo del estudio que se quiera realizar y la precisión a obtener de forma que existen dos tipos de análisis: análisis lineal y análisis no lineal.

- **Análisis lineal o de primer orden.**

Se basa en suposiciones que simplifican las ecuaciones que forman el sistema global, las cuales se enuncian a continuación:

- **Ley de Hooke:** afirma que la deformación elástica que sufre un cuerpo es proporcional a la fuerza siempre y cuando no se sobrepase el límite de elasticidad del material.
- **Pequeños desplazamientos:** Se asumen deformaciones pequeñas de forma que la geometría no se vea alterada ante la acción de una carga.

- **Material lineal:** Un material se considera lineal cuando sus relaciones tensión-deformación unitaria son lineales. Este puede ser isótropo, ortótropo o anisótropo. Un material isótropo es aquel en el que sus propiedades no dependen de la dirección de la fibra, mientras que en un material ortótropo las propiedades pueden verse afectadas según la dirección de cada eje. En los anisótropos, las propiedades pueden variar en cualquier dirección arbitraria sin ser necesariamente ortogonales o simétricas.
- **Condiciones de contorno constantes:** Las condiciones de contorno no varían durante la aplicación de las cargas, las cuales tienen que ser constantes en cuanto magnitud, dirección y distribución.

Su uso es habitual en estructuras que operan dentro del rango elástico y con cargas moderadas. Sin embargo, este tipo de análisis no es correcto en estudios donde se produzca la plastificación o el colapso del material, donde existan efectos dependientes del tiempo o materiales viscoelásticos.

- **Análisis no lineal o de segundo orden.**

Todas las estructuras reales se comportan de forma no lineal en algún nivel de la carga. Un análisis es no lineal si se cumple alguno de los siguientes requisitos:

- **No linealidad geométrica:** Las estructuras sometidas a grandes desplazamientos pueden tener cambios significativos en su geometría debido a las deformaciones inducidas por la carga que pueden causar que la estructura responda de forma no lineal.
- **No linealidad de material:** Otra fuente importante de no linealidad deriva de la relación no lineal entre la tensión y la deformación unitaria. Esto sucede cuando se alcanza la plasticidad del material o en análisis de fluencia. La figura 1, que muestra la diferencia de comportamientos entre un material lineal y no lineal representa una relación exponencial entre la fuerza y el desplazamiento para el

caso del material no lineal, mientras que para el material lineal, esa relación se rige mediante una recta.

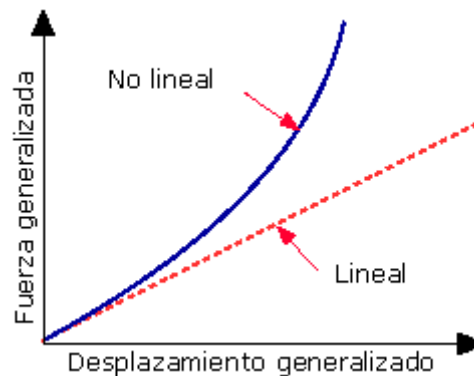


Figura 1: Comportamiento lineal y no lineal de un material

- **No linealidad de contacto:** Una clase especial de problemas no lineales está relacionada con la naturaleza cambiante de las condiciones de contorno en estructuras. Esto se puede deber a posibles interacciones entre puntos que entran o salen en contacto, lo cual produce discontinuidades, fricción y no linealidad condicional.

El análisis no lineal se usa en estudios de plastificación de estructuras, fracturas o daños progresivos, materiales hiperelásticos como tejidos, contactos móviles y grandes deformaciones como las que se pueden producir en láminas delgadas o membranas.

No obstante, para el presente TFG se hará uso del **análisis de primer orden** puesto que no se atenderán posibles plastificaciones ni grandes deformaciones que modifiquen la geometría de la sección.

Algunos de los principales estudios que pueden desarrollar los análisis de elementos finitos en el ámbito estructural se enuncian a continuación:

- **Análisis de cargas:** Permite obtener esfuerzos internos o deformaciones en cualquier elemento sometido a una fuerza externa ya sea por métodos lineales o no lineales.
- **Análisis de estabilidad (Pandeo):** Determina los factores de carga crítica que causan el pandeo en una estructura.
- **Análisis de vibraciones:** La vibración puede ser un defecto que cause un impacto considerable en la durabilidad de un objeto, por

lo que es necesario comprender como responderá ante las vibraciones causadas por fenómenos adversos. Existen una gran cantidad de estudios de vibraciones, sin embargo, para el presente TFG, el análisis modal cuya finalidad es obtener los modos propios de oscilación de una estructura cobra especial relevancia.

- Análisis a fatiga: El estudio a fatiga en determinados elementos sometidos a cargas cíclicas es muy importante para determinar su vida útil.
- Optimización: Una vez se tiene un predimensionamiento, algunos programas permiten realizar una optimización paramétrica en la que transforman la malla y son capaces de reducir material en puntos donde haya exceso del mismo.

El presente TFG se centra exclusivamente en los análisis de estructuras estáticos y modales. Con el propósito de simplificar los cálculos no se tendrán en cuenta cargas térmicas, fallas posibles por fatiga, pérdidas por rozamientos en los apoyos ni posibles defectos geométricos que pueda tener la plataforma como microfisuras o puntos de concentración de tensiones.

El uso de estos programas es muy abundante en el entorno de la ingeniería, puesto que permiten estudiar casos reales con un coste reducido y en un corto periodo de tiempo.

## **2.2 Análisis estático y modal**

### **Análisis estático**

El objetivo principal del estudio estático en los análisis estructurales es evaluar los estados tensionales y las deformaciones a las cuales está sometida una estructura cuando está solicitada bajo la acción de cargas constantes en el tiempo.

El análisis de resistencia en las estructuras es un pilar fundamental e imprescindible para el cálculo de las mismas. Sin embargo, el diseño se ve condicionado en muchas ocasiones por el parámetro de la rigidez más que por la propia resistencia, de forma que mediante el estudio estático no solo se

puede estudiar la resistencia sino que también se puede analizar la rigidez de un elemento.

La rigidez de una estructura se estudia mediante la Ley de Hooke, representada de la siguiente manera:

$$F = K \cdot u \quad (1)$$

Siendo:

F: Fuerza aplicada (N)

K: Rigidez del elemento ( $\frac{N}{m}$ )

u: Desplazamiento (m)

Para el análisis estático, existe un prontuario de vigas en el que se recogen un conjunto de fórmulas, diagramas y tablas de cálculo para una determinada disposición de cargas que permiten obtener los valores de las reacciones y deformaciones de una manera teórica exacta y rápida.

La figura 2 representa el prontuario con la sollicitación de cargas a estudiar en el TFG, formado por una viga biapoyada con una carga puntual en el punto medio de la viga.

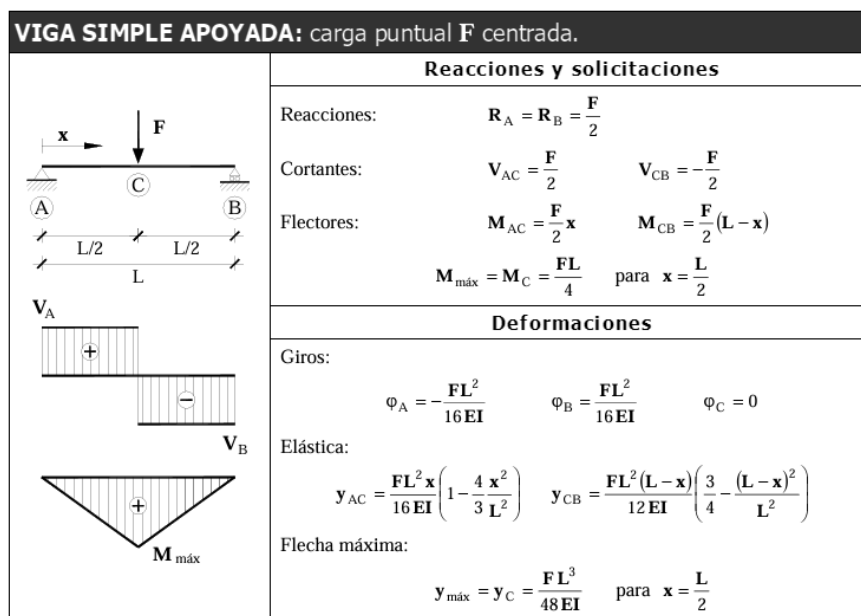


Figura 2: Viga biapoyada sometida a una fuerza puntual (F) en el centro

Donde:

L: Longitud de la viga (m)

F: Fuerza puntual aplicada (N)

E: Módulo de Young del material de la viga ( $\frac{N}{m^2}$ )

I: Momento de inercia de la sección de la viga respecto a su eje neutro ( $m^4$ )

Como se ha representado anteriormente, la fuerza es directamente proporcional a la rigidez y al desplazamiento. Despejando el parámetro de rigidez en la ecuación de la flecha máxima se obtiene la siguiente expresión:

$$K = \frac{48EI}{L^3} \quad (2)$$

Se hará uso también de la condición en la que la viga posee una carga uniforme ( $q$ ) a lo largo del vano simulando el peso propio representado en la figura 3:

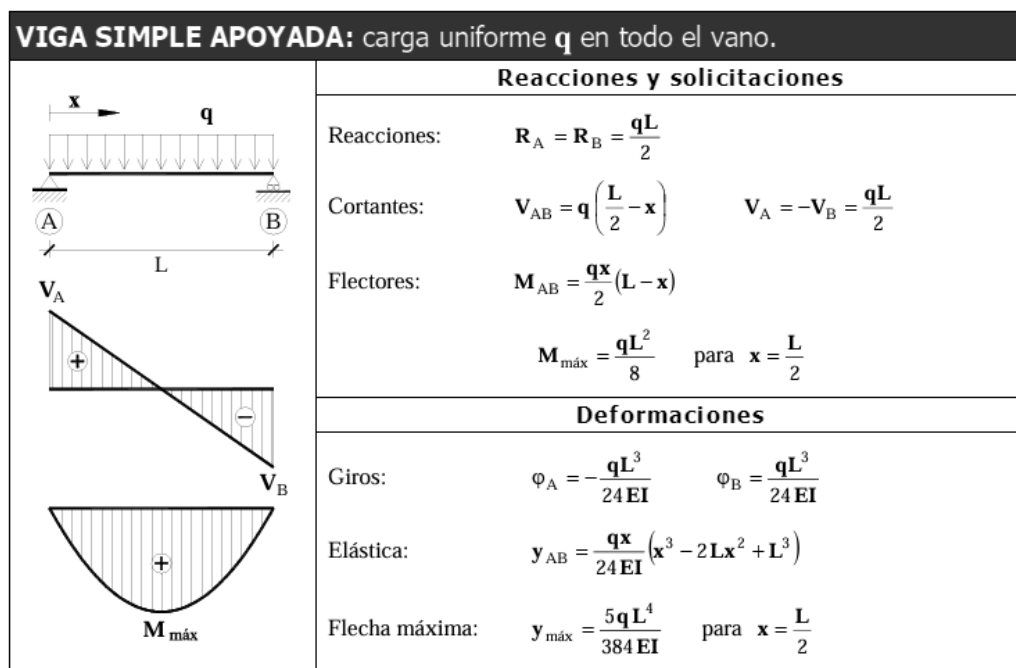


Figura 3: Viga biapoyada sometida a una carga uniforme ( $q$ ) en todo el vano

### Análisis modal

El análisis modal es un método de cálculo para estudiar las vibraciones de una estructura determinando las frecuencias naturales y las formas modales de un sistema sin considerar fuerzas externas.

Cada forma modal describe la geometría deformada de la estructura y es característica de la geometría y propiedades del sistema como la masa, la rigidez o el amortiguamiento.

Este estudio es imprescindible a la hora de evaluar la estabilidad de las estructuras sometidas a cargas dinámicas u oscilaciones que comprometan la seguridad de la misma.

Existen diferentes métodos de cálculo a la hora de obtener los valores propios del sistema: algoritmo de Lanczos, raíz del polinomio característico e iteración en el subespacio. No obstante, en este TFG se recurrirá al Método de los Elementos Finitos (MEF) el cual consiste en convertir un problema de autovalores en una forma matricial del siguiente tipo:

$$[K]\{X\} = \lambda[M]\{X\} \quad (3)$$

Donde:

[K]: Matriz de rigidez.

[M]: Matriz de masa.

$\lambda$ : Valor propio

{x}: Autovector

Las formas modales y las frecuencias naturales de un elemento son función de un índice entero  $i$ , el cual se relaciona con el número de medias ondas de flexión en la forma modal. Para cada índice  $i$  hay una frecuencia natural y una forma modal. En el caso de que la viga vibre libremente, la deformación transversal total es la suma de las deformaciones modales, dando como resultado la siguiente expresión:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \tilde{y}_i(x) \cdot \text{sen}(2\pi\omega_i \cdot t + \phi_i) \quad (4)$$

Donde:

$A_i$ : Parámetro constante de la  $i$ -ésima vibración modal (m).

$\tilde{y}_i$ : Forma modal asociada con la  $i$ -ésima vibración modal.

$\omega_i$ : Frecuencia natural de la  $i$ -ésima vibración modal (Hz).

$\phi_i$ : Ángulo de fase de la  $i$ -ésima vibración modal (rad).

La expresión de la frecuencia natural, que depende únicamente de las propiedades del elemento sin estar afectado por cargas adicionales, se muestra a continuación:

- Frecuencia natural (Hz):

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

- Frecuencia natural (rad/s):

$$\omega_i = \frac{\lambda_i^2}{L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Donde:

$\lambda_i$ : Parámetro adimensional el cual es función de las condiciones de frontera aplicadas a la viga.

L: Longitud efectiva de la viga (m).

E: Módulo de elasticidad del material de la viga ( $\frac{N}{m^2}$ ).

I: Momento de inercia de la sección transversal de la viga con respecto a su eje neutro (m<sup>4</sup>).

$\rho$ : Densidad de la viga ( $\frac{Kg}{m^3}$ )

A: Área de la sección de la viga (m<sup>2</sup>).

El valor del parámetro adimensional  $\lambda_i$  depende de las condiciones de contorno. Para el estudio correspondiente de una viga biapoyada, el parámetro adimensional quedaría de la siguiente forma:  $\lambda_i = i \cdot \pi$ . Por consiguiente, la nueva expresión de la frecuencia natural se muestra a continuación:

- Frecuencia natural (Hz):

$$f_i = \frac{i^2 \cdot \pi^2}{2\pi L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

Simplificándola:

$$f_i = \frac{i^2 \cdot \pi}{2L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Si a la estructura se le añaden cargas o masas, las ecuaciones anteriores no serían de utilidad para el cálculo. Para estos ensayos, cuyas masas se aplicaron en la mitad de la longitud de la plataforma, se aplica la siguiente expresión correspondiente a la primera frecuencia de vibración del conjunto, ya que al añadir masas, la precisión de cálculo de las frecuencias a través de fórmulas disminuye. El esquema del sistema se muestra en la figura 4.

$$f_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{3 \cdot E \cdot I}{L^3 \cdot (M + 0,49M_b)}} \quad (9)$$

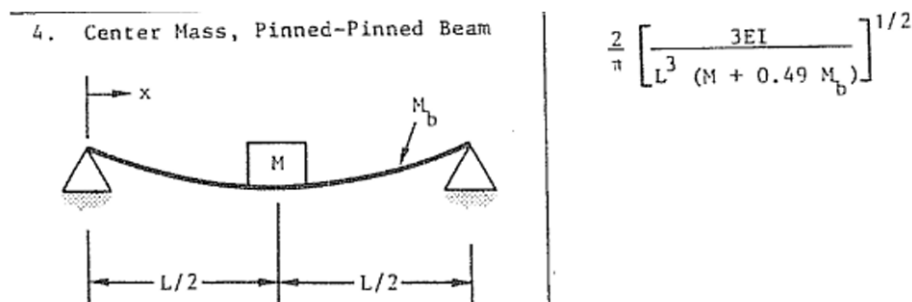


Figura 4: Expresión de la frecuencia con una masa en el centro

Donde:

M: masa añadida adicional a la viga (kg).

M<sub>b</sub>: masa de la viga (kg).

## 2.3 Programas de cálculo

### 2.3.1 RFEM 5

El software de análisis de elementos finitos desarrollado por DLUBAL se denomina RFEM 5 y es usado principalmente para solventar problemas de la ingeniería civil moderna mediante el cálculo de láminas, muros, paredes, membranas, sólidos y entramados entre otros. Permite llevar a cabo análisis lineales y no lineales a lo que RFEM se refiere como análisis de primer y segundo orden respectivamente; análisis de estabilidad, de pandeo, dinámicos y temporales.

El presente estudio se centrará en el análisis lineal para modelos tipo barra o *beam* y modelos superficiales o *shell*.

Este programa destaca por su cálculo en secciones de madera, permitiendo diferenciar sus propiedades en cada eje. En el caso de la madera, que es un material ortótropo, permite modificar los valores tanto del límite elástico como de rigidez a cortadura en la dirección paralela y perpendicular a las fibras de forma independiente para el caso del análisis de elementos de tipo superficial.

Como material principal del elemento de estudio se tiene madera, concretamente madera laminada GL24h. Antes de nombrar las características y propiedades mecánicas del material, se va a desarrollar una breve explicación del tipo de madera que se usa en el presente TFG.

### **Madera laminada encolada**

Uno de los tipos de maderas más usados a nivel estructural es la laminada encolada. Se obtiene encolando dos o más láminas de madera en dirección paralela al eje de las fibras. Se trata de un material ortótropo, lo cual quiere decir que sus propiedades mecánicas son diferentes en tres direcciones ortogonales entre sí.

Se clasifican en dos tipos según las clases resistentes de las láminas utilizadas:

- Madera laminada homogénea (GLh): todas las láminas utilizadas son de la misma clase resistente.
- Madera laminada combinada (GLc): las láminas exteriores tienen una clase resistente superior a las utilizadas en su interior.

El número correspondiente a cada tipo de madera laminada (20, 22, 24, 26...) se corresponde con la resistencia a flexión característica medida en MPa, de forma que cuanto mayor sea el número, mayor resistencia a flexión tendrá el material. El elemento de estudio es una plataforma de madera laminada GL24h, por lo que haciendo una lectura del tipo de madera, se observa que se clasifica como madera laminada homogénea con una resistencia a flexión de 24 MPa. Las propiedades mecánicas más importantes del material se muestran en la tabla 1.

Clases de resistencia	GL 24c	GL 24h	GL 28c	GL 30h
Módulo de elasticidad $E_{\text{mean}}$	11.000 N/mm <sup>2</sup>	11.500 N/mm <sup>2</sup>	12.500 N/mm <sup>2</sup>	13.600 N/mm <sup>2</sup>
$E_{\perp \text{mean}}$	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>	300 N/mm <sup>2</sup>
Módulo de empuje $G_{\text{mean}}$	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>	650 N/mm <sup>2</sup>
Resistencia a la flexión $\sigma_{0.05}$	24 N/mm <sup>2</sup>	24 N/mm <sup>2</sup>	28 N/mm <sup>2</sup>	30 N/mm <sup>2</sup>

Tabla 1: Propiedades mecánicas del elemento de estudio

### 2.3.2 SAP2000

SAP2000, desarrollado por la empresa Computers and structures, Inc (CSI) es otro programa de análisis de elementos finitos que permite resolver problemas de ingeniería de estructuras. Además de los análisis que permite hacer RFEM 5, SAP2000 permite obtener análisis en función de la frecuencia.

Se ha utilizado previamente en ensayos de laboratorio de la asignatura del grado de Ingeniería Mecánica de Estructuras y Construcciones Industriales, en la que únicamente se ha hecho uso del cálculo estático mediante análisis lineal para obtener deformaciones y esfuerzos en vigas, de forma que con el presente estudio se lograrán adquirir mayores conocimientos sobre el programa.



## Capítulo 3: Verificación de resultados en SAP2000 y RFEM

### 3.1 Descripción

En este apartado se van a configurar los parámetros de cálculo con el fin de comprobar que los resultados de los programas coinciden con los resultados teóricos que se obtendrán a continuación. Para ello, el elemento de verificación a estudiar va a ser una viga de madera GL24h de sección rectangular 100x140 mm con una longitud de 4 m. Se realizará un análisis estático con una carga puntual de 1000 N y se obtendrán las diferentes frecuencias naturales.

Las propiedades mecánicas del material son las siguientes:

- Módulo de elasticidad (E): 11.500 MPa
- Densidad: 420 kg/m<sup>3</sup>
- Peso específico: 4118,79 N/m<sup>3</sup>

Las propiedades básicas de la sección se enuncian en la siguiente tabla correspondiente a la sección mostrada en la figura 5.

Propiedades de la sección	
Área (m <sup>2</sup> )	0,014
Inercia en el eje y (m <sup>4</sup> )	2,28667·10 <sup>-5</sup>
Longitud (m)	4

Tabla 2: Propiedades de la viga de verificación

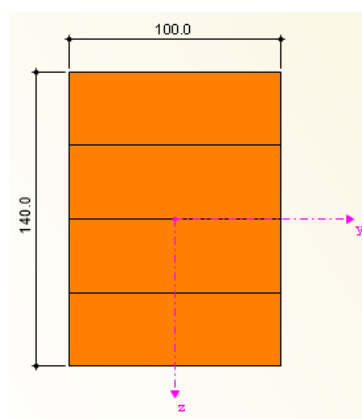


Figura 5: Sección de la viga de verificación

### 3.2 Cálculos teóricos

#### Objetivos del análisis teórico

En la realización del cálculo teórico se pretenden lograr los siguientes objetivos:

- Determinar el comportamiento de la viga ante la sollicitación de estudio y contrastarle con los modelos computacionales.
- Obtener el resultado de la deformación teórica y las frecuencias naturales en los modos de vibración para posteriormente compararlas con los resultados obtenidos en los modelos generados en RFEM y SAP2000.

#### Realización del cálculo teórico

Para el desarrollo de este apartado, serán de aplicación las expresiones mostradas en el apartado 2.2 correspondientes a “Análisis estático y modal”.

- **Flecha máxima**

El cálculo del desplazamiento máximo de la viga se obtiene de la expresión de la figura 2 correspondiente a la flecha máxima.

Sustituyendo:

$$Y(m) = \frac{1000 \text{ N} \cdot (4 \text{ m})^3}{48 \cdot 1,15 \cdot 10^{10} \cdot 2,28667 \cdot 10^{-5}} = 5,07 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5,07035 \text{ mm}$$

- **Modos de vibración**

El cálculo de la frecuencia natural en los diferentes modos de vibración de la viga se obtiene resolviendo la siguiente expresión:

$$f_i = \frac{i^2 \cdot \pi}{2L^2} \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot A}} \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Sustituyendo para el primer modo de vibración a flexión:

$$f_{1y} = \frac{1^2 \cdot \pi}{2 \cdot 4^2} \cdot \sqrt{\frac{1,15 \cdot 10^{10} \cdot 2,28667 \cdot 10^{-5}}{420 \cdot 0,014}} = 20,761 \text{ Hz}$$

El resultado anterior representa la frecuencia y el correspondiente modo de vibración se representa según la figura 6:

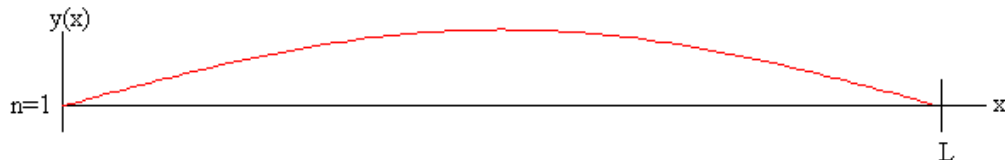


Figura 6: Modo de vibración 1 en viga simple

La frecuencia del 2º modo de vibración a flexión es:

$$f_{2y} = \frac{2^2 \cdot \pi}{2 \cdot 4^2} \cdot \sqrt{\frac{1,15 \cdot 10^{10} \cdot 2,28667 \cdot 10^{-5}}{420 \cdot 0,014}} = 83,046 \text{ Hz}$$

El resultado anterior representa la frecuencia y el correspondiente modo de vibración se representa según la figura 7:

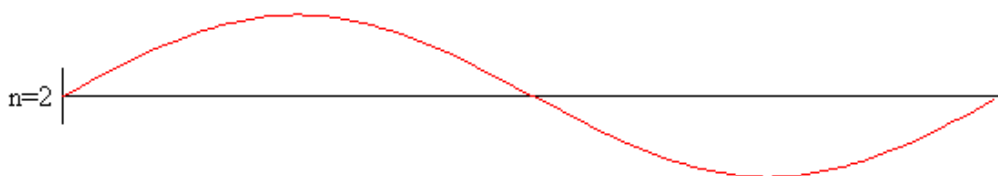


Figura 7: Modo de vibración 2 en viga simple

La frecuencia del 3er modo de vibración a flexión es

$$f_{3y} = \frac{3^2 \cdot \pi}{2 \cdot 4^2} \cdot \sqrt{\frac{1,15 \cdot 10^{10} \cdot 2,28667 \cdot 10^{-5}}{420 \cdot 0,014}} = 186,855 \text{ Hz}$$

El resultado anterior representa la frecuencia y el correspondiente modo de vibración se representa según la figura 8:

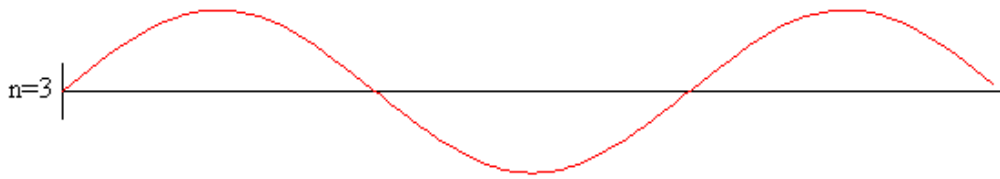


Figura 8: Modo de vibración 3 en viga simple

### Resumen de los resultados

Tipo de análisis	Resultado
<b>Análisis estático</b>	
Flecha máxima (mm)	5,07035
<b>Análisis modal</b>	
Frecuencia de vibración 1 (Hz)	20,760
Frecuencia de vibración 2 (Hz)	83,046
Frecuencia de vibración 3 (Hz)	186,855

Tabla 3: Resultados de cálculos teóricos

### 3.3 Modelado en RFEM

En este apartado se presenta el procedimiento detallado seguido para llevar a cabo el análisis de la plataforma mediante el software RFEM 5 con elementos de tipo barra siguiendo un análisis lineal.

En primer lugar, al realizar un modelo nuevo en RFEM aparecerá una pantalla en la que se designa el nombre del proyecto y su ubicación a la hora de guardar el archivo. Además, se puede crear un modelo en diferentes planos en 2 dimensiones o en 3 dimensiones. A su vez, puedes orientar la dirección positiva del eje Z siendo esta ascendente o descendente. Para análisis y cálculos en los que tengan que obedecer una normativa, el programa permite crear combinaciones de carga según diferentes normativas de distintos países e incluso europeas. En el caso del presente análisis, no se seguirá ningún procedimiento normativo por lo que la casilla “crear combinaciones automáticamente” debe quedar en blanco. La orientación positiva del eje se ha escogido como descendente. Finalmente, el modelo se ha realizado en entorno de 3 dimensiones. La figura 9 mostrada a continuación representa la pantalla de datos generales:

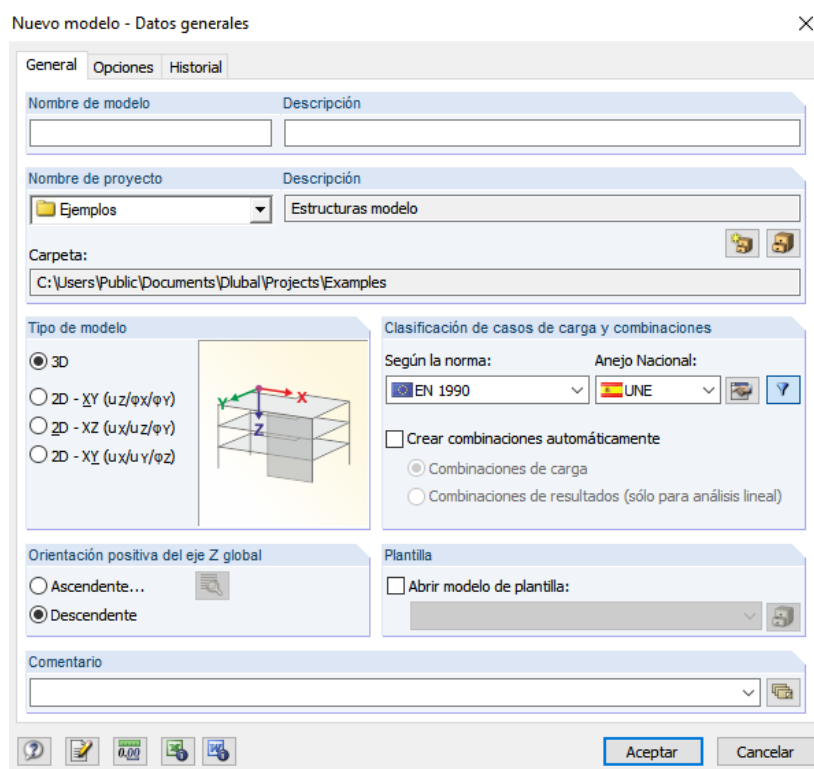


Figura 9: Pantalla de inicio

Seguidamente, en la pestaña de opciones se da la opción de cambiar la aceleración gravitatoria, siendo el valor predeterminado por el programa de 10,00 m/s<sup>2</sup> considerando así situaciones más desfavorables y por tanto aportando resultados que están del lado de la seguridad respecto a la realidad. Para el análisis de la viga, se utilizará un valor de aceleración gravitatoria de 9,80665 m/s<sup>2</sup>.

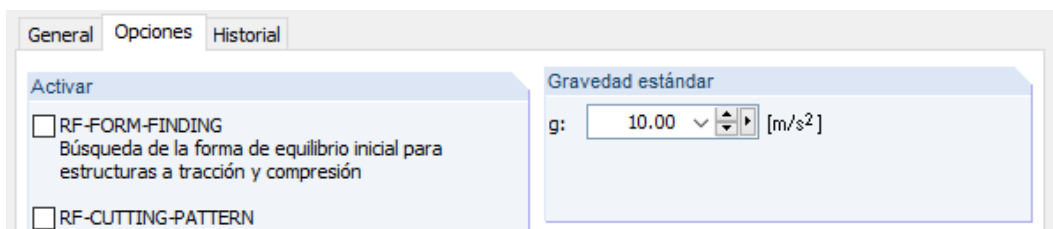


Figura 10: Modificación de aceleración gravitatoria

Para ello, como se indica en la figura 10, primeramente, se debe ir a la zona inferior y clicar en la casilla unidades y decimales, ya que el modelo inicial solo cuenta con dos decimales y para ajustar el valor deseado se cambiará de pestaña y se modificará el número de decimales requeridos en la casilla destacada de la figura 11.

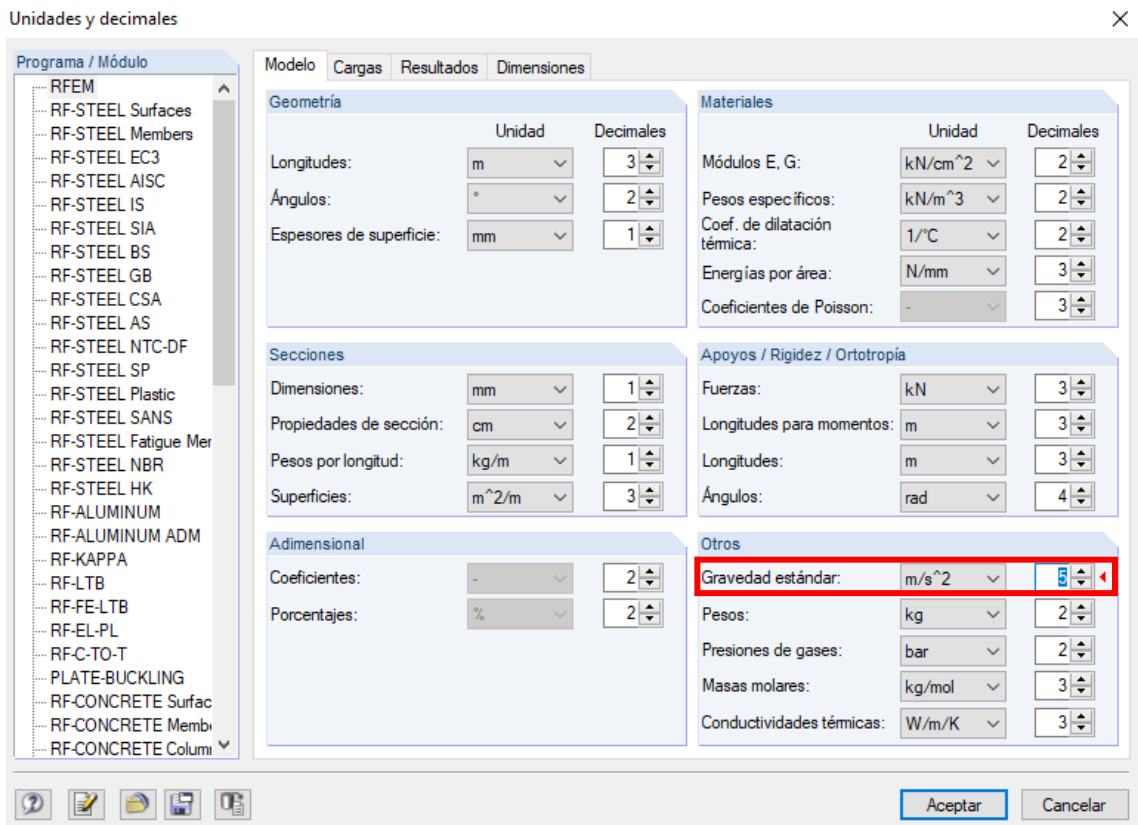


Figura 11: Cambiar el número de decimales a la aceleración gravitatoria

### Crear la sección

A continuación, se mostrará en la pantalla el entorno en 3 dimensiones donde se modela el elemento de estudio. Para ello lo primero es crear una viga siguiendo los pasos de la figura 12.

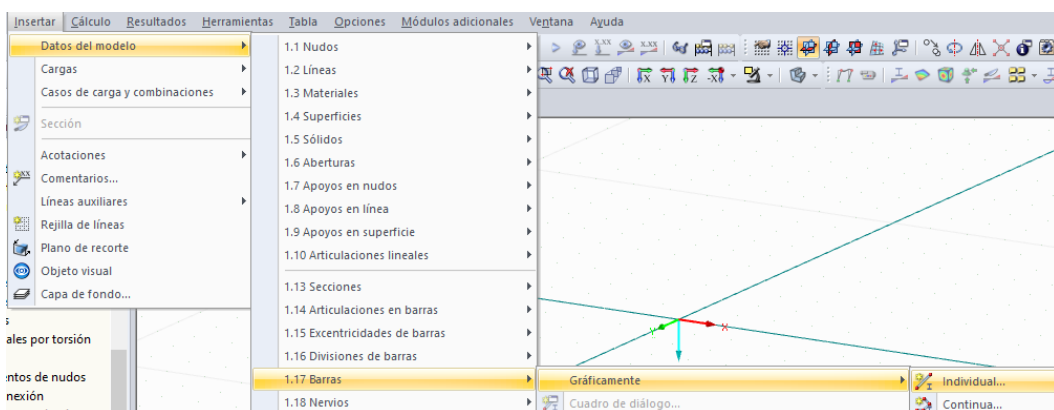


Figura 12: Procedimiento de crear barra

Se abre una nueva pestaña, mostrada en la figura 13, en la que se permite crear vigas con diferentes secciones en sus extremos de forma que puedan tener una sección variable. A su vez, se puede modificar el valor del

apoyo, considerándolo como articulado, empotrado o elástico. Para el presente estudio se importará una sección de la biblioteca de secciones y no se crearán articulaciones en barra ya que posteriormente se asignarán apoyos fijos.

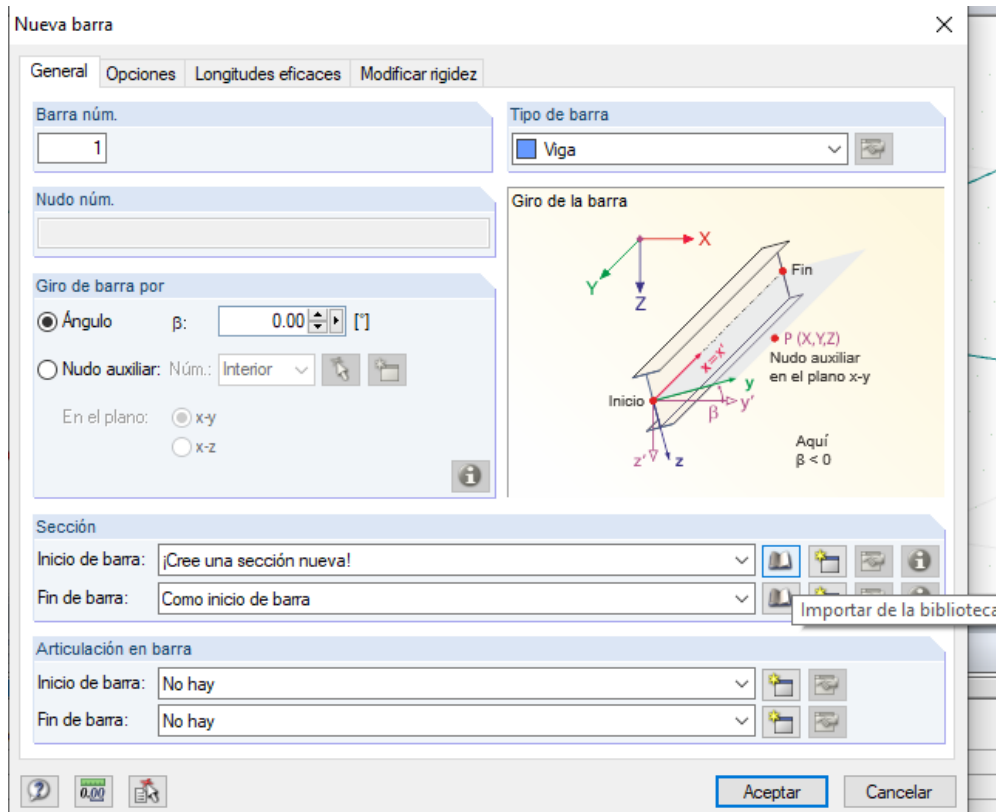


Figura 13: Pestaña general para crear nueva barra

Como se puede apreciar en la figura 14, hay una cantidad elevada de secciones clasificadas según su material (acero, hormigón o madera). La sección a considerar es rectangular de 100 mm de ancho y 140 mm de canto.



Figura 14: Biblioteca de secciones

Una vez introducimos los valores de las dimensiones de la barra, se puede asignar el material clicando en cualquiera de las dos casillas del apartado material como se indica en la siguiente figura, siendo la de la izquierda para importar un material de la biblioteca y la del centro para crear un material de cero.

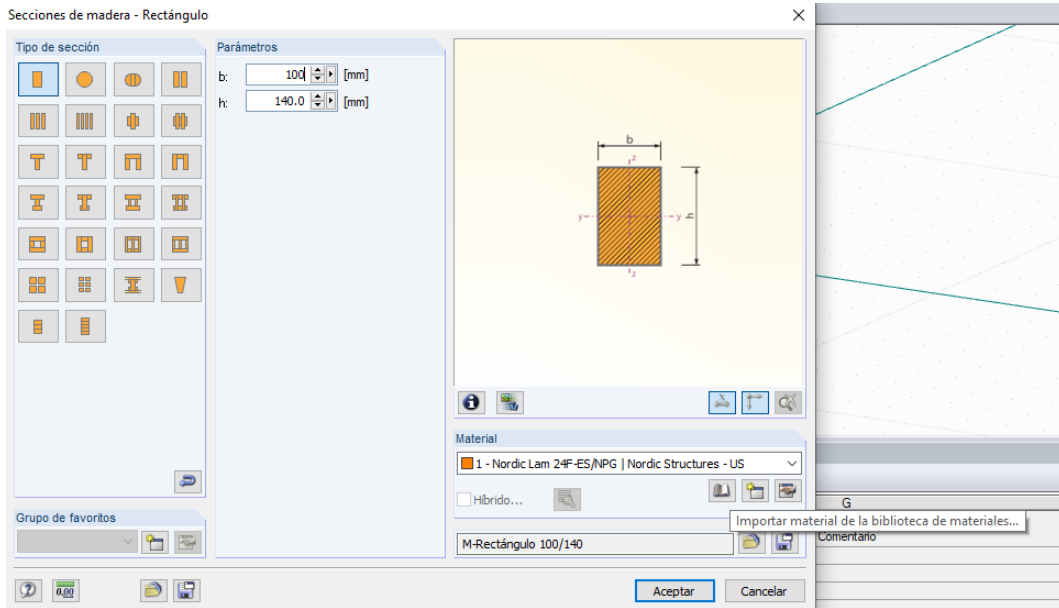


Figura 15: Dimensiones de la sección y material

Al abrir la pestaña de la biblioteca de materiales donde aparece un desplegable según la figura 16, se aprecia que, aun habiendo escogido una sección rectangular de madera, se puede escoger un material distinto de este. Como hemos mencionado en apartados anteriores, el material de la viga de verificación es madera laminada encolada GL24h. Para asignar el material se clicará dos veces sobre este.

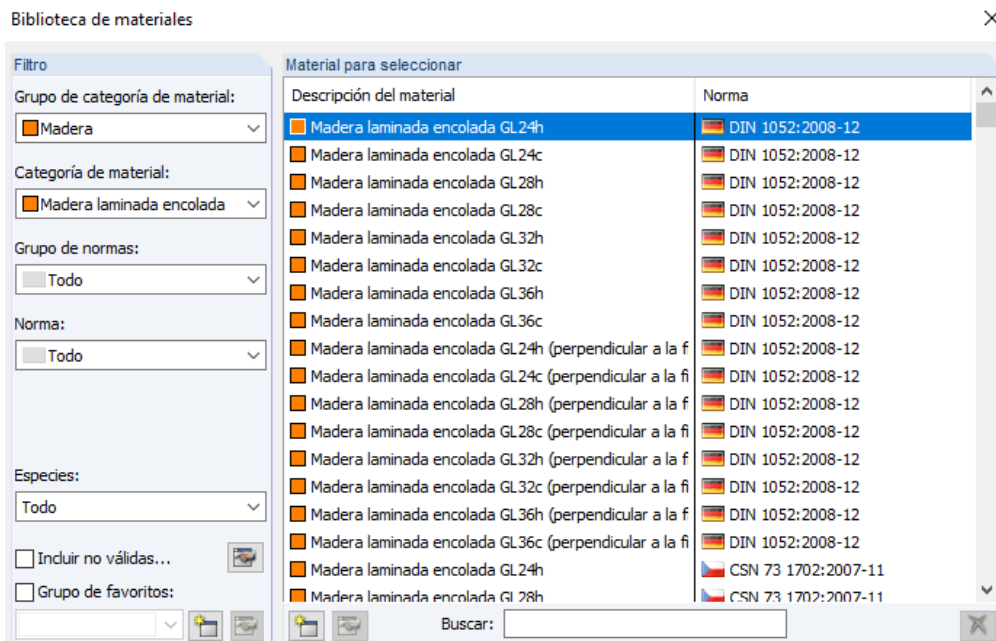


Figura 16: Asignar material

Si el material no tiene las propiedades requeridas, se podrán modificar clicando en la casilla de editar material expuesta en la figura 17:

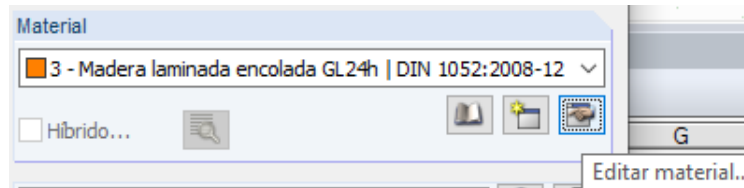


Figura 17: Casilla de editar material

Se mostrará la siguiente pestaña indicada en la figura 18 en la que se permite modificar los valores del módulo de elasticidad, el módulo de cortante, coeficiente de Poisson, peso específico, el coeficiente de dilatación térmica y el coeficiente parcial de seguridad. Para nuestro estudio, los valores que afectan a los resultados finales son el módulo de elasticidad y el peso específico. Muy importante considerar el coeficiente parcial de seguridad con el valor **1,00** ya que de forma predeterminada considera un valor mayor situando el cálculo en el lado de la seguridad. El material considerado en elementos barra es de tipo isótropo elástico lineal, es decir, las propiedades de rigidez elástico-lineal del material no dependen de las direcciones. En el caso de tener la necesidad de modificar los decimales o las unidades de medida del material, se clicará en la casilla “Unidades y decimales” que aparece en la zona inferior de forma que permita obtener las unidades y decimales que se deseen.

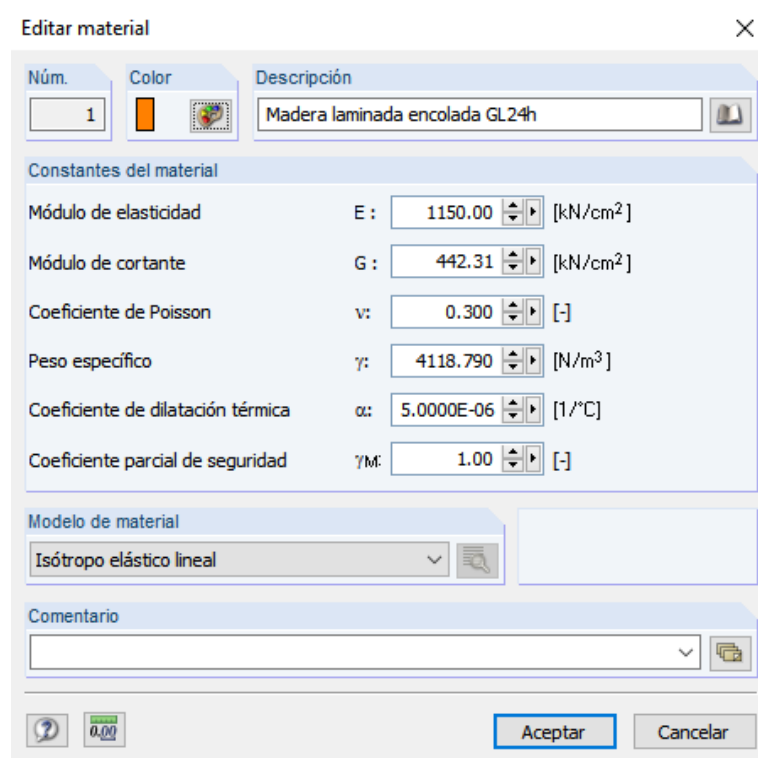


Figura 18: Editar propiedades del material

Una vez editados todos los parámetros necesarios, el procedimiento de crear la sección se daría por finalizado llegando a la pestaña representada por la figura 19:

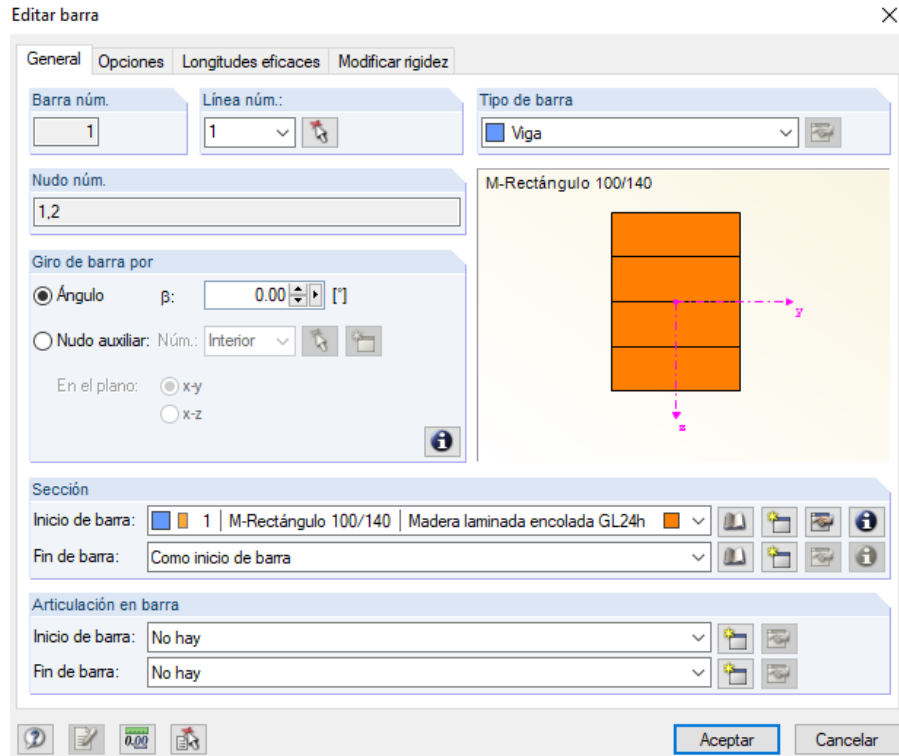


Figura 19: Sección final

Como se puede apreciar en la figura 19, la sección se ha dividido en 4 láminas unidas entre sí. Esto se debe a que el programa tiene implementado el proceso de fabricación de vigas laminadas encoladas según la normativa UNE-EN 14080. Esto no afecta al cálculo puesto que solo tiene en cuenta las dimensiones de la sección, y no tiene en cuenta los adhesivos entre las diferentes láminas.

Una vez definida la sección y el material, se procede a dimensionar la viga en el entorno 3d. Para ello, una vez se acepta en la pestaña “General” de la nueva viga, se mostrará una ventana que permite escoger puntos por coordenadas y definir así las dimensiones de la viga. El punto inicial se situará en el (0,0,0) y el punto final en el (4,0,0) siendo los valores los puntos en el plano definidos en metros en los ejes (x,y,z).

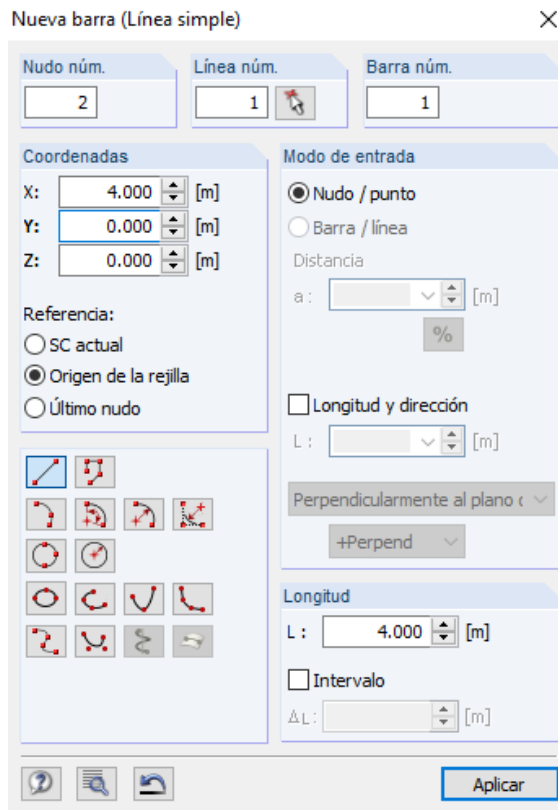


Figura 20: Modelar barra

### Crear apoyos en nudos

La viga quedaría definida en el entorno, y para el cálculo es necesario insertar apoyos fijos para su estabilidad. Para insertar los apoyos se hace siguiendo los pasos mostrados en la figura 21.

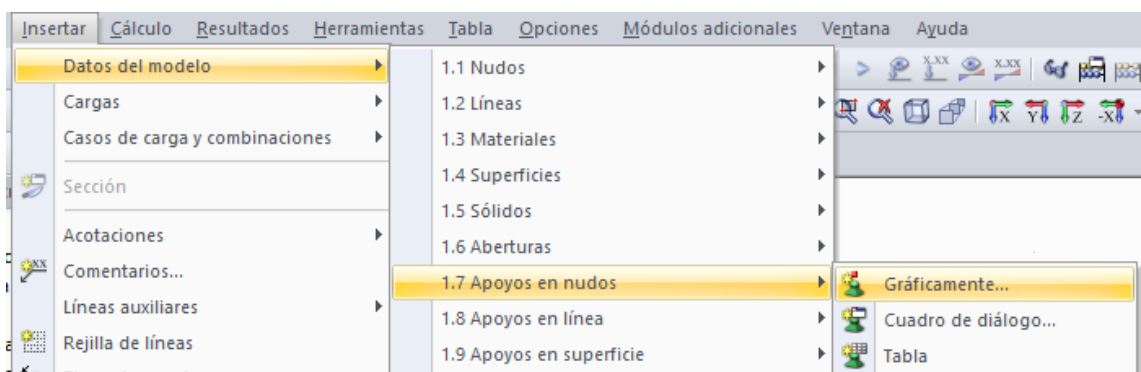


Figura 21: Insertar apoyos en nudos

En la pestaña que se abre a continuación representada según la figura 22, se permite escoger el tipo de apoyo mediante un desplegable con diferentes apoyos en función de los grados de libertad que se necesite. En caso de no existir en el desplegable el apoyo con los grados de libertad requeridos,

se puede crear uno nuevo donde, de manera manual, se pueden definir y restringir los valores de libertad así como, crear apoyos elásticos o apoyos que solo afecten en una dirección.

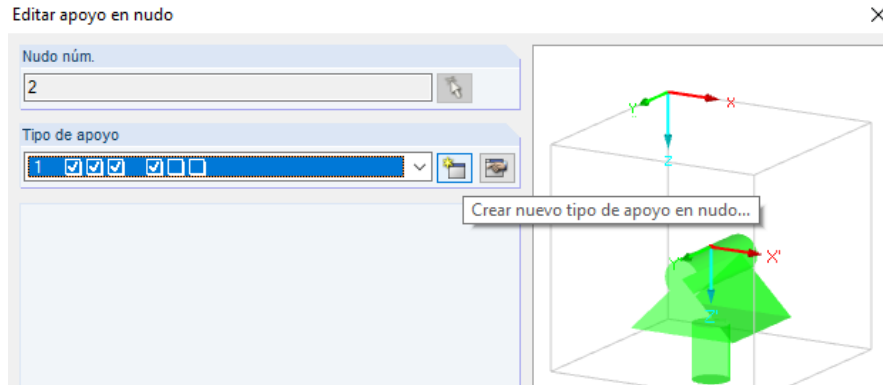


Figura 22: Nuevo apoyo

Con el objetivo de proporcionar estabilidad a la viga, el apoyo fijo tendrá restringidos los desplazamientos en los ejes x,y,z y el giro en el eje x, de forma que no permita ningún desplazamiento ni una torsión libre de la viga.

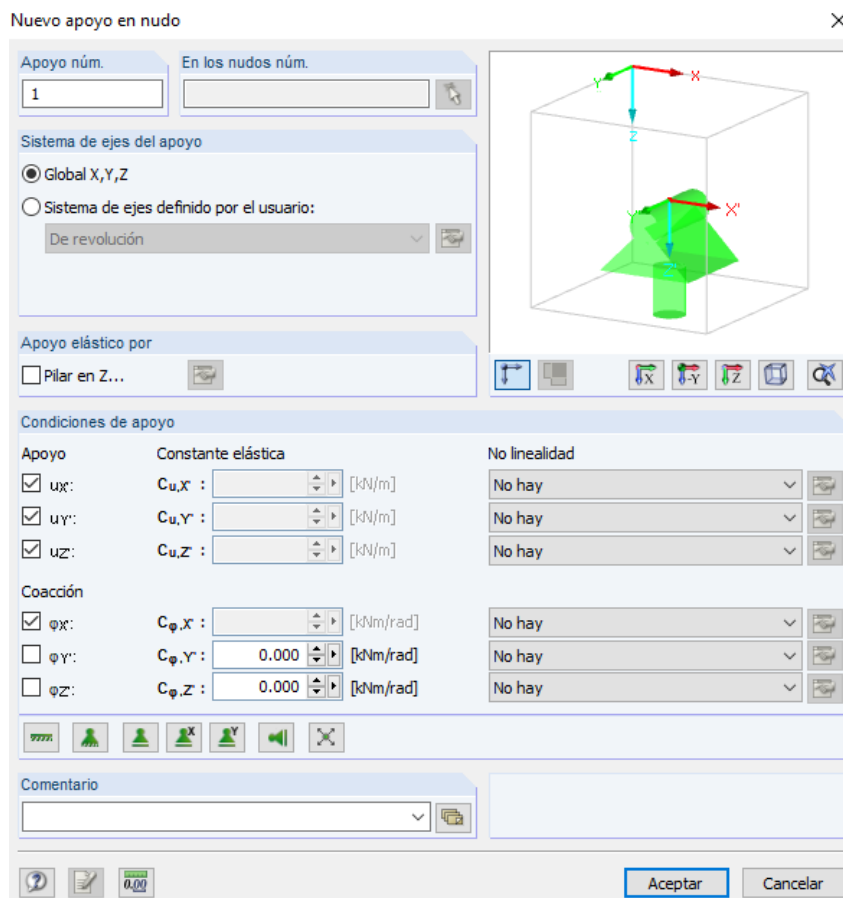


Figura 23: Restricción de grados de libertad en nuevo apoyo

Una vez definidos los apoyos, desde la ventana principal del entorno 3d se escogerán los nudos que se desean apoyar. En este caso, únicamente se dispondrá de apoyos en los extremos de la viga.

Seguidamente, se crearán nudos intermedios en la viga para poder insertar una carga puntual. Para ello se clicará con el botón derecho encima de la viga y en el desplegable se seguirá el orden indicado en la figura 24.



Figura 24: Crear nudos intermedios

Una vez abierta la pestaña, se podrán crear el número de nudos necesarios para resolver el análisis. En este caso, todos los nudos que se inserten tendrán la misma distancia entre ellos.

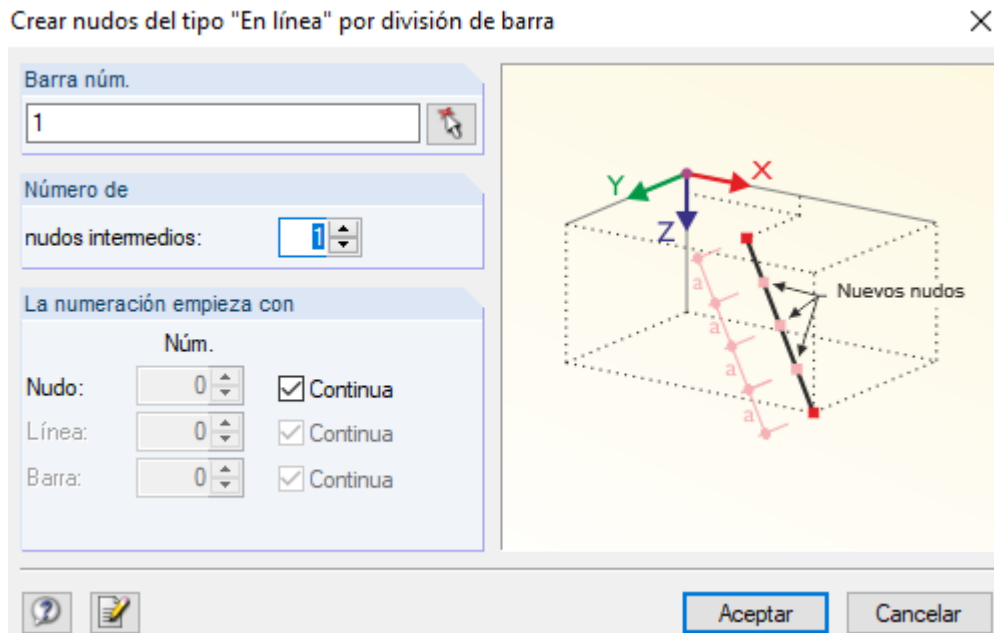


Figura 25: Crear nudo intermedio

### Crear un caso de cargas

Con el nudo intermedio creado, solo quedaría crear el caso de cargas para el estudio. El proceso es el mostrado en la figura 26:

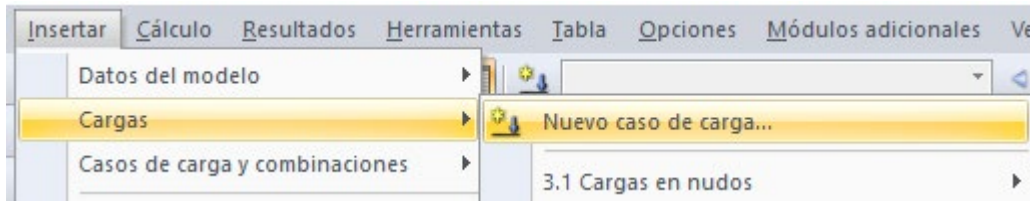


Figura 26: Crear caso de carga

Seguidamente, en la ventana de casos de carga se define uno en el que no se considerará el peso propio de la viga, con el objetivo de que, en el cálculo de la deformación solo intervenga la carga. No se definirán combinaciones de carga ya que la única fuerza que va a excitar el comportamiento de la viga es la que se ubicará en el centro como carga puntual. La ventana quedará rellena de la forma mostrada en la figura 27.

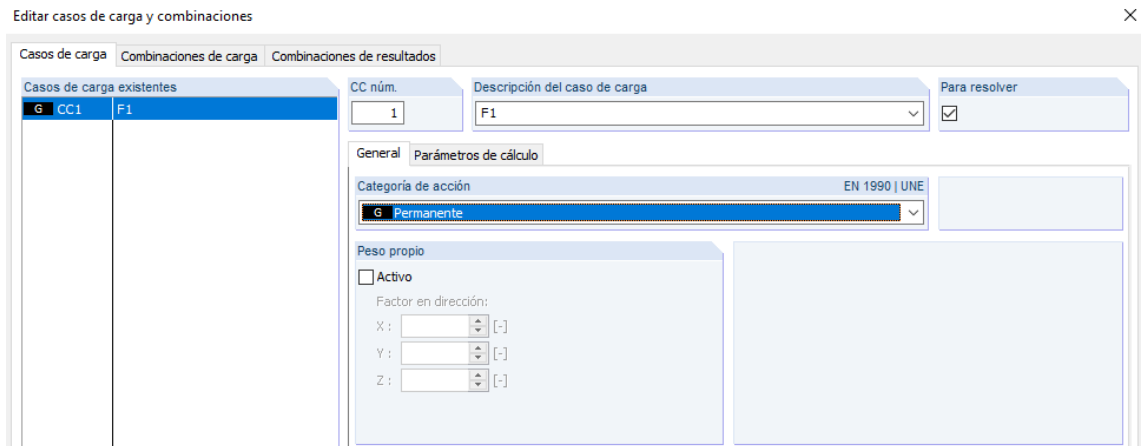


Figura 27: Caso de carga y combinaciones

Una vez creado el caso de carga, se insertará sobre el nudo deseado siguiendo el proceso de la figura 28.

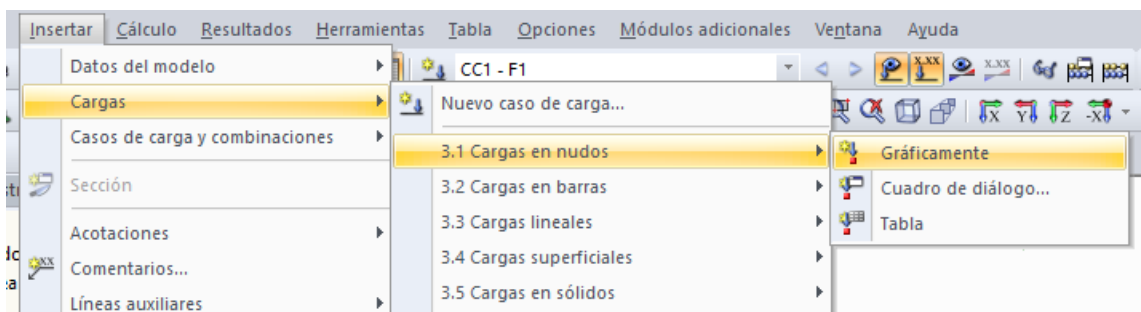


Figura 28: Insertar carga en nudo

En la nueva ventana, se pueden crear cargas en diferentes direcciones o aplicar momentos puntuales en cualquier nudo. En este apartado, hay que

recordar que en el inicio del modelo, el sistema de ejes se ha elegido con la dirección positiva del eje z descendente por lo que la fuerza aplicada será positiva. Se definirá una carga de 1 kN en el eje Z.

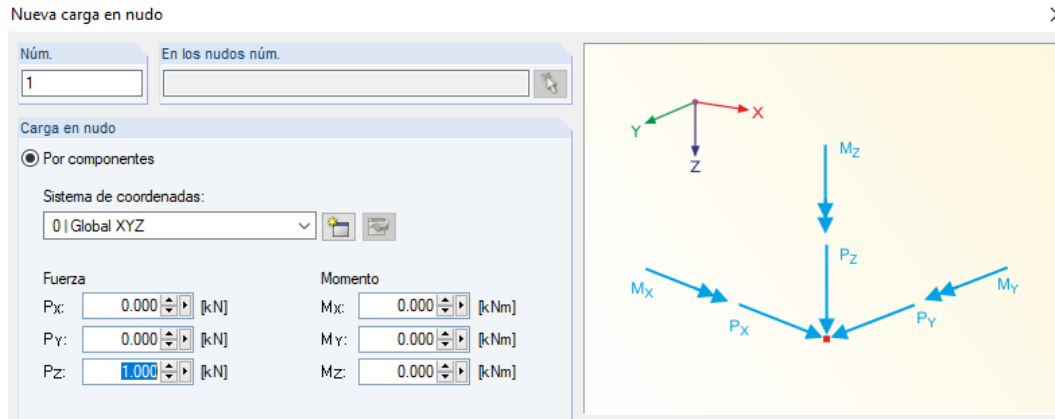


Figura 29: Carga F1

### Rigidez a cortante

El paso final para definir la viga y realizar un cálculo sería asignar la carga designada como F1 al nodo intermedio creado. Sin embargo, se hará un paso previo antes del cálculo final, ya que RFEM tiene en cuenta la rigidez a cortante en secciones de madera, lo cual aumenta la deformación respecto de la teórica.

Para eliminar la consideración de la rigidez a cortante y por tanto, obtener unos valores de deformación teóricos correctos se modificarán los parámetros de cálculo de la siguiente forma: "Cálculo" > "Parámetros de cálculo". Se desactivará la casilla "Activar rigidez a cortante de barras (Áreas de sección  $A_y$ ,  $A_z$ )" como se muestra en la figura 30:

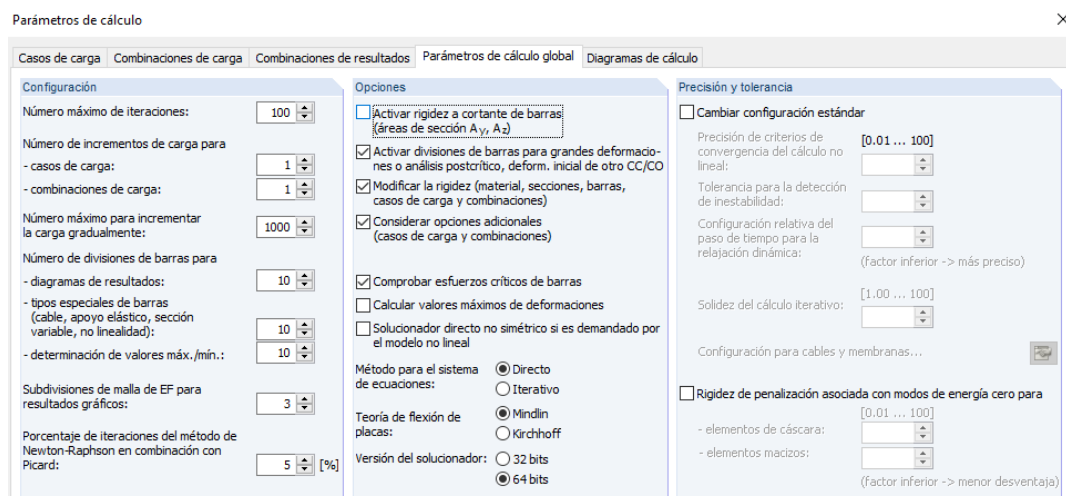


Figura 30: Eliminar casilla rigidez a cortante

Con todo lo anterior, ya quedaría definida la viga con su correspondiente sección y material, así como sus apoyos y su caso de carga. De esta forma ya se podría llevar a cabo el análisis estático.

## ANÁLISIS MODAL

RFEM 5 tiene diferentes módulos adicionales de cálculo según el material de la viga y según el análisis que se necesite realizar (estabilidad, dinámico entre otros). El análisis de vibraciones pertenece al módulo de análisis dinámico denominado “RF-DYNAM pro”. Los diferentes módulos se presentan en el menú superior, en el desplegable denominado “Módulos adicionales”. Dentro del apartado dinámica, aparecerá el módulo “RF-DYNAM pro” en el que, si se clicca sobre él, aparecerá la ventana mostrada en la figura 31.

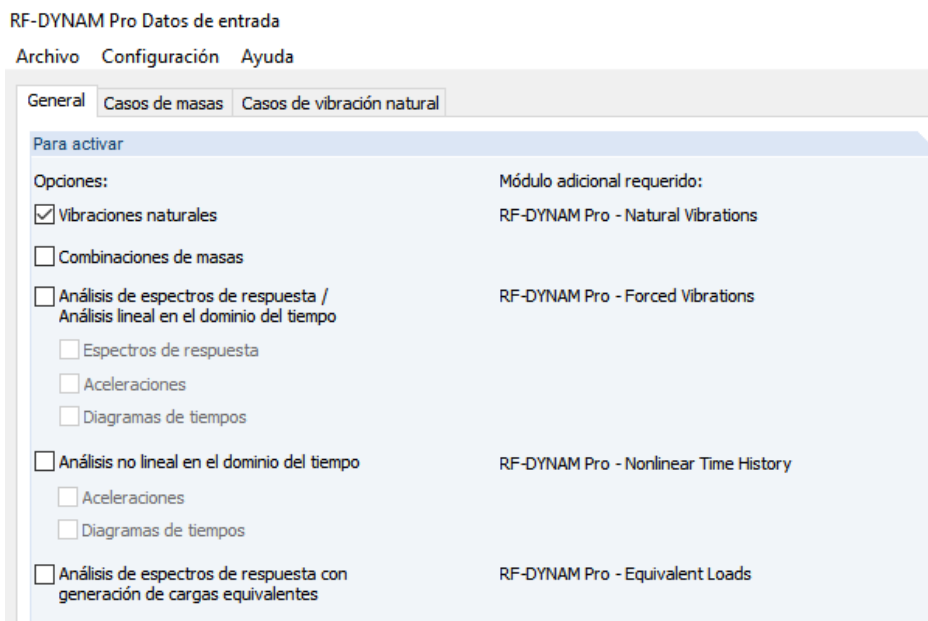


Figura 31: Ventana general del análisis modal

El módulo presente incluye análisis de vibraciones naturales, vibraciones forzadas, análisis lineal en el dominio del tiempo, análisis no lineal en el dominio del tiempo y análisis de espectros de respuesta. Para el estudio de la viga, únicamente se considerará las vibraciones naturales puesto que solo interesa los modos de vibración de la misma junto a sus frecuencias naturales.

La siguiente ventana corresponde al cálculo del centro de masas. En la presente verificación, el centro de masas no es complejo de calcular puesto que se trata de una viga simple y por lo tanto su centro de masas estará en la

mitad de su longitud. A mayores, se pueden definir manualmente masas en los nudos requeridos tal y como se muestra en la figura 32, lo cual, se realizará en ensayos más adelante.

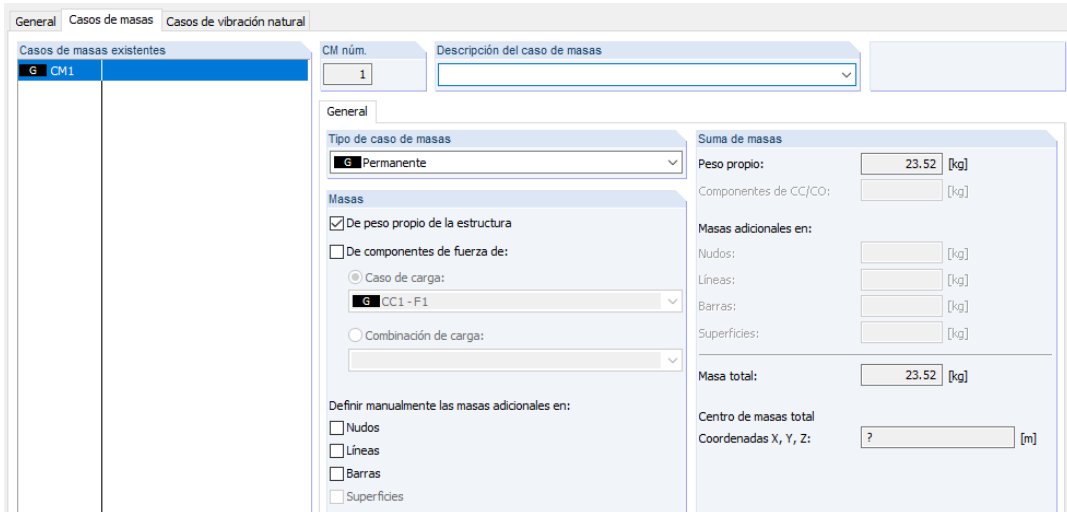


Figura 32: Obtención del centro de masas

Por último, el programa permite determinar el número de valores propios o número de modos, así como su matriz de masas y el procedimiento de cálculo como indica la figura 33. Los “parámetros de cálculo” se dejarán de la forma que viene predeterminada en el programa, siendo la matriz de masas una matriz diagonal con grados de libertad traslacionales. Hay más opciones de tipos de matriz entre las que se encuentran las diagonales con grados de libertad traslacionales y torsionales y la matriz diagonal con grados de libertad traslacionales y rotacionales entre otras. El inconveniente de estos dos últimos tipos de matriz es el tiempo de optimización de cálculo, ya que es elevado y los valores resultantes no distan lo suficiente de la matriz diagonal con grados de libertad traslacionales como para justificar ese aumento de tiempo de cálculo.

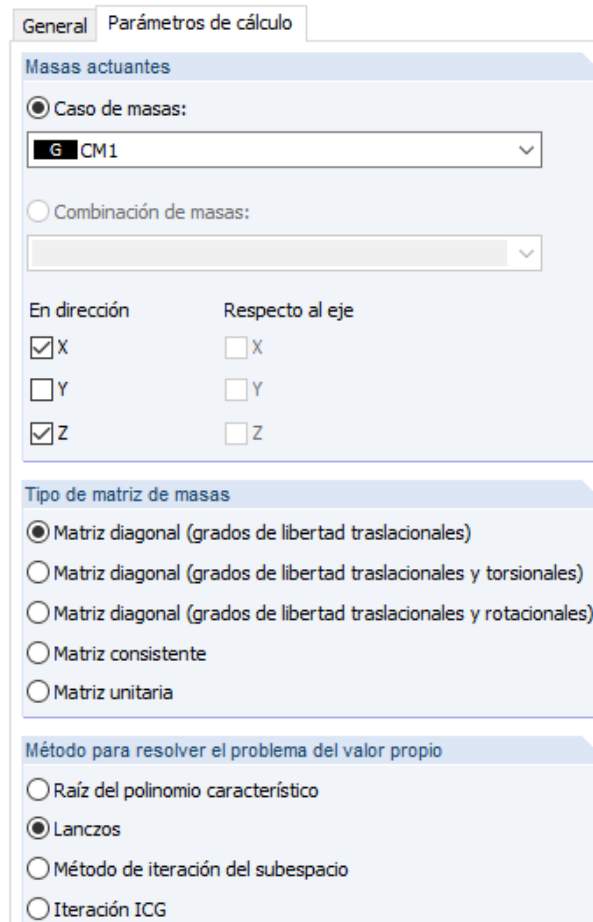


Figura 33: Métodos de cálculo

Antes de calcular los análisis estático y modal, se modelará la viga de forma que tenga un número determinado de divisiones que permita obtener los modos de vibración necesarios. Para ello se seguirá el proceso indicado en la figura 34.

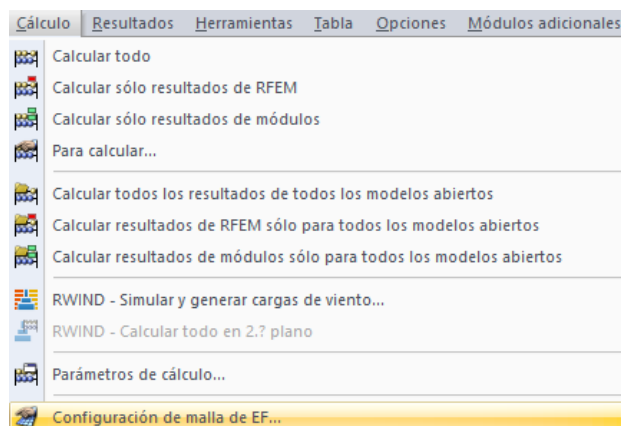


Figura 34: Configurar mallado del elemento

El único parámetro a modificar será el número de divisiones de barra. Este valor es importante a la hora de obtener los valores de las frecuencias naturales de vibración ya que cuanto mayor número de divisiones tenga la barra, más preciso será el resultado final. Sin embargo, a partir de un número determinado de divisiones los resultados convergen por lo que es importante obtener ese número de divisiones donde converge para no tener un tiempo elevado de análisis. En los ensayos realizados, el número de particiones donde se puede considerar que converge el resultado y por lo tanto tener una suficiente precisión en el análisis se ha determinado con el valor de 8, o lo que es lo mismo, una longitud de destino de elementos finitos de 0,5 m. La figura 35 muestra las diferentes configuraciones de la malla de elementos finitos.

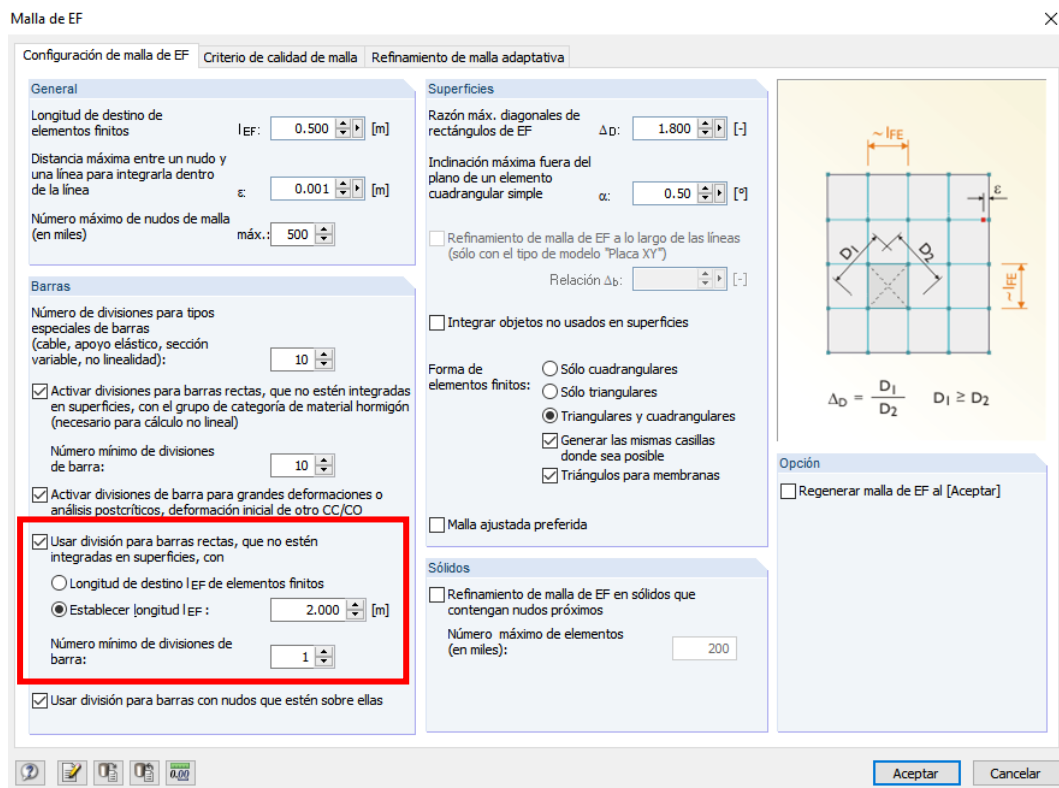


Figura 35: N° de divisiones de barra

Una vez llegados a este punto, se podría llevar a cabo el análisis tanto estático como modal de la viga.

### Resumen de procedimiento de cálculo

Se va a proceder a realizar un breve resumen con los pasos principales para realizar el estudio:

#### Análisis estático

**1º. Ajustar los parámetros principales,** tales como la aceleración gravitatoria, y las unidades y decimales de los parámetros a utilizar.

**2º. Definir la viga:** En este proceso se define el material dando las propiedades correspondientes y se crea una sección obteniéndose de forma automática sus propiedades geométricas.

**3º. Definir los apoyos.** Se crearán apoyos según los grados de libertad que tenga el nudo.

**4º Definición de casos de carga.** Se definirán los casos de carga considerados e incluso las combinaciones de estos. Existe la opción de aplicar un factor de corrección para cada caso de carga.

**5º. Eliminar la rigidez a cortante:** El programa RFEM 5 tiene en consideración la rigidez a cortante en secciones de madera y modificando los parámetros de cálculo se podrá desactivar la casilla correspondiente.

### **Análisis modal**

Además de los pasos anteriores, para completar el estudio de vibraciones y determinar los modos y frecuencias naturales es conveniente seguir el siguiente procedimiento:

**6º. Elegir el análisis dinámico:** El análisis dinámico es amplio y por lo tanto hay que tener conocimientos sobre el análisis que se pretende realizar, para así distinguir los diferentes tipos de análisis entre los que se encuentran vibración natural, vibración forzada o análisis temporales. Para el presente TFG se estudiará únicamente la vibración natural.

**7º. Obtener el centro de masas.**

**8º. Definir el número de modos a estudiar.**

**9º. Configurar el mallado:** Este paso es muy importante ya que un número escaso de divisiones puede no dar resultados fiables y se puede dar la condición de no obtener los resultados para el número de modos definido.

## **3.4 Modelado en SAP2000**

La descripción de la metodología seguida para el cálculo va a ser menos desarrollada y por lo tanto con menos detalles que en RFEM ya que SAP2000 es un programa conocido por el personal de la Universidad de Valladolid y por

lo tanto se tiene en consideración una base acerca del uso y manejo del programa.

Inicialmente, el programa SAP2000 permite definir diferentes entornos dependiendo del estudio a realizar. Para el presente proyecto, se elige la opción “Grid only” que permite trabajar con una cuadrícula en la que se puede modelar cada elemento. Las unidades de medida a utilizar son las del Sistema Internacional: Newton (N), metros (m) y grados centígrados (°C). El valor de la aceleración gravitatoria viene por defecto en el programa con un valor de 9,80665 m/s<sup>2</sup> por lo que no será necesario modificar su valor. A continuación, se define la cuadrícula y, como el estudio es bidimensional se otorgarán 3 divisiones en la dirección del eje X y 1 división en el resto de ejes. La longitud de cada división se puede observar en la siguiente Figura:

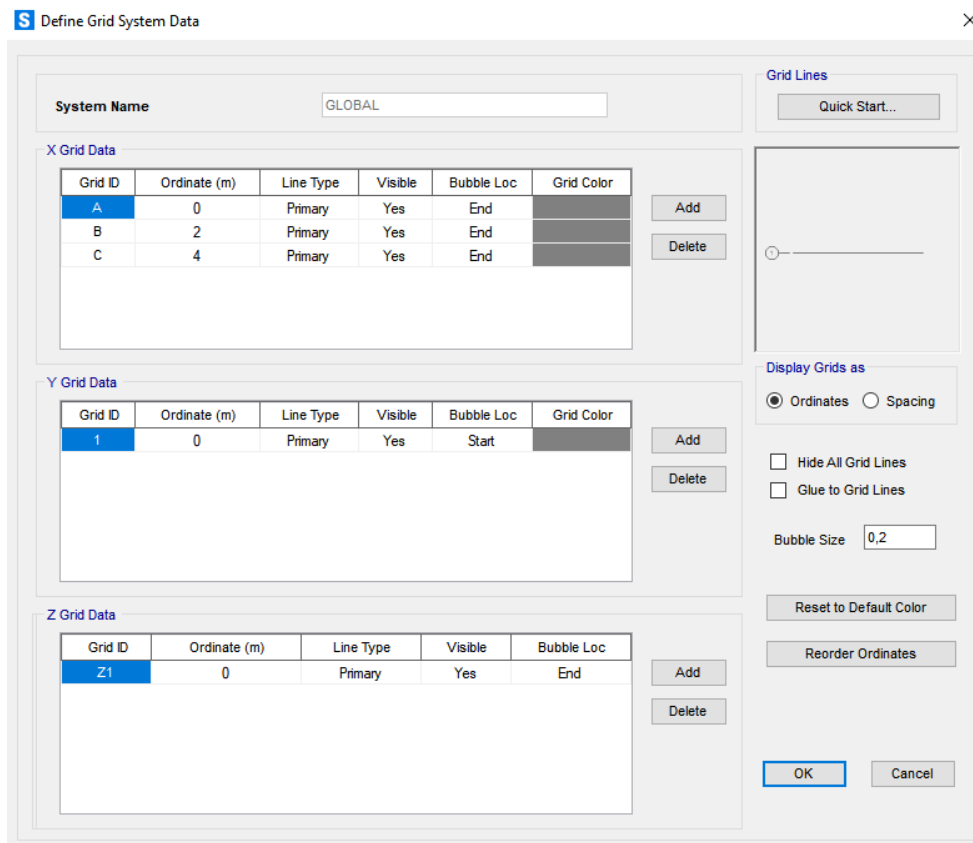


Figura 36: Espaciado entre divisiones

A continuación, se define el material de la viga y para ello se sigue el siguiente proceso: “Define” > “Materials” > “Add new material”. En la nueva ventana, se pueden modificar las propiedades mecánicas del material que se ha creado. Como se ha comentado anteriormente se trata de madera laminada GL24h con un módulo de elasticidad (E) de 11.500 MPa y un peso específico de 4118,790 N/m<sup>3</sup>.

Figura 37: Definición de material en SAP2000

Una vez definidas las propiedades del material, se determina la sección geométrica de la viga siguiendo el siguiente proceso: “Define” > “Section properties” > “Frame section” > “Add new property”. Se seleccionará una sección maciza general, se darán las dimensiones y se le asignará el material definido en el paso anterior.

Figura 38: Definición de la sección en SAP2000

En la casilla “Set Modifiers” de la figura 38 se modificarán los factores que multiplican las propiedades de la sección de forma que a la hora de calcular la deformación no intervenga la rigidez a cortante puesto que el esfuerzo cortante producido es despreciable. De este modo, la ventana quedaría según la figura 39.

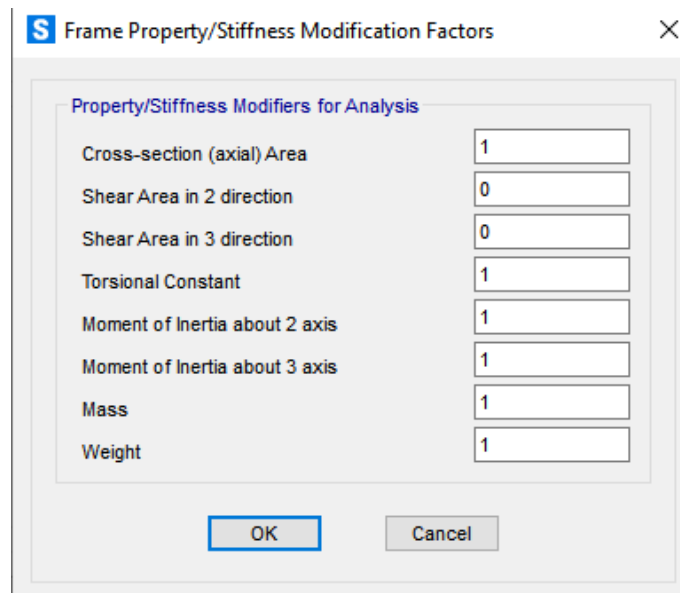


Figura 39: Modificación de factores de la sección

El siguiente paso es modelar la viga en el entorno entre los puntos extremos distanciados 4 m. Para ello, desde la casilla “Draw Frame/Cable”, clicando en los puntos extremos y seleccionando “Straight Frame” como tipo de objeto y “Sección prueba” como sección principal se obtiene el modelo de la viga.

Finalmente se definen los apoyos clicando en “Assign” > “Joint” > “Restraints”. Se asignarán dos apoyos fijos, uno en cada extremo de la viga, resultando restringidos únicamente los desplazamientos.

Con el procedimiento seguido hasta ahora, se podrían obtener los resultados del análisis modal sin masas adicionales. Sin embargo, es necesario crear un caso de carga para analizar las deformaciones solicitadas por dicho caso de carga.

Por lo tanto, seguido al paso anterior se crean los casos de carga considerados. Para ello se sigue el siguiente proceso: “Define” > “Load pattern”. Para el presente estudio se asignará F1 a la carga aplicada en el centro de la viga de forma que no tenga en consideración el peso propio del elemento.

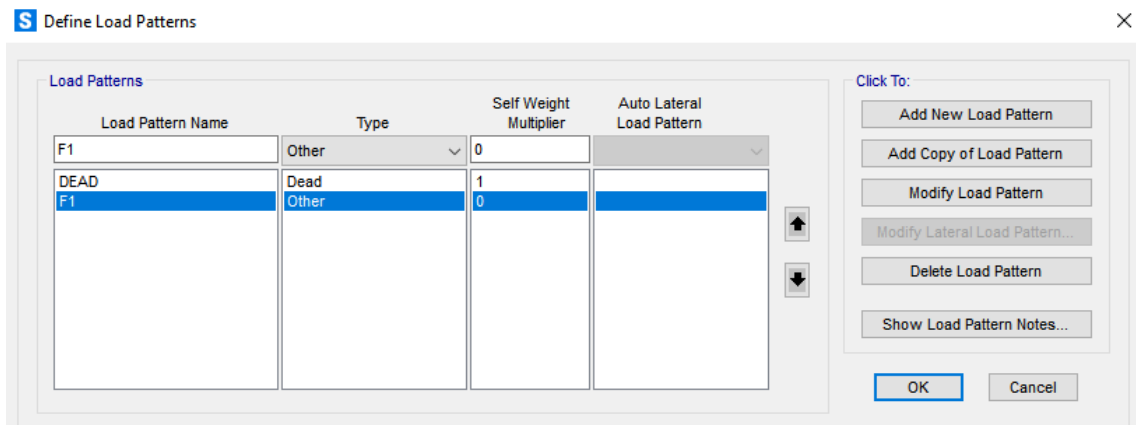


Figura 40: Patrones de carga

Una vez creada la carga, se puede designar el caso de carga a estudiar desde “Define” > “Load cases” > “Add New load case”, donde se escogerá la carga F1 para llevar a cabo un cálculo lineal como representa la figura 41 y posteriormente asignar la carga en el nodo correspondiente.

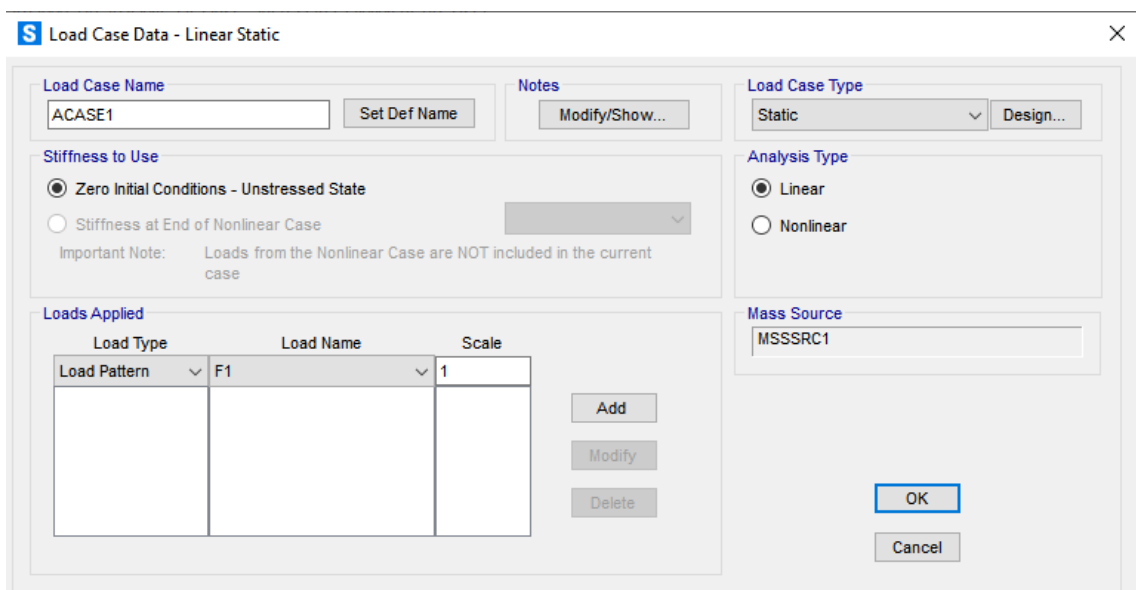


Figura 41: Casos de carga en SAP2000

Con todo lo anterior se asigna la carga definida como vertical con un valor de 1000 N en sentido descendente clicando en “Assign” > “Joint loads” > “Forces” en el nodo central de la viga.

Hay que tener en cuenta que la viga modelada está dividida en dos por el nudo que tiene asignada la carga, de forma que las divisiones de la viga serán la mitad que en RFEM. Esto se lleva a cabo seleccionando “Assign” > “Frame” > “Automatic Frame Mesh” donde se abrirá la siguiente ventana:

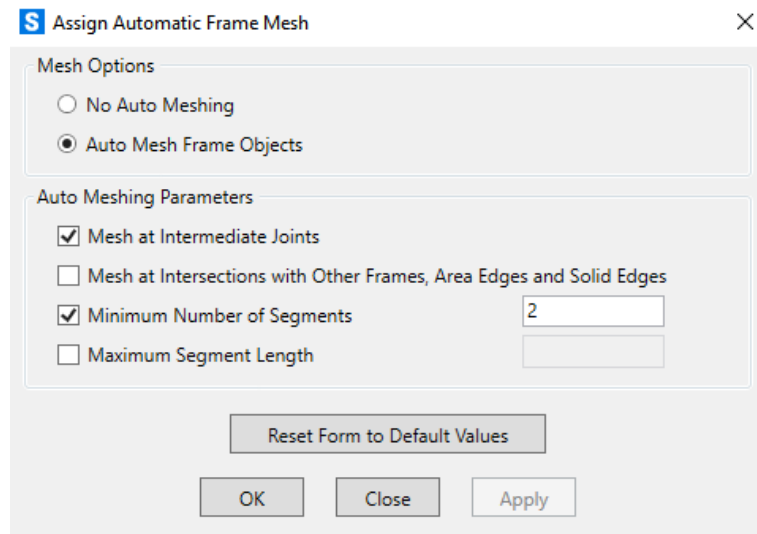


Figura 42: División de la barra en SAP2000

Para el presente estudio, si el número de divisiones se selecciona como 1, la barra estará dividida en dos puesto que el modelo está compuesto por dos vigas divididas por el nudo central. Para obtener 4 divisiones habría que seleccionar 2 en la casilla correspondiente y para 8 divisiones se insertan 4 divisiones para el modelo.

Finalmente, ya se podría llevar a cabo el estudio estático para obtener las deformaciones provocadas por la sollicitación de la carga.

### 3.5 Verificación en RFEM

En este apartado se mostrarán los resultados obtenidos por el programa de elementos finitos RFEM 5 y se compararán con los teóricos elaborando así un resumen con los errores relativos entre ambos.

Para el análisis modal se va a realizar el mismo ensayo con diferente número de divisiones de barra con el objetivo de determinar el número por el cual los resultados convergen y son lo suficientemente fiables como para compararlos con los teóricos.

#### Análisis estático

La deformación obtenida en la viga cuando es solicitada mediante una carga en su punto medio de 1.000 N es representada por la figura 43.

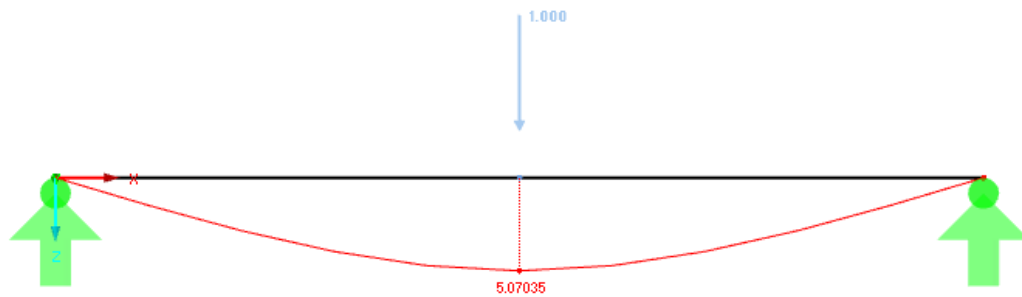


Figura 43: Deformación de viga de prueba en RFEM

El resultado del desplazamiento máximo expresado en milímetros es de: **5,07035 mm.**

Si se compara el resultado anterior con el cálculo teórico realizado en el apartado 4.1, el cual se recuerda que es de 5,07035 mm se obtiene el siguiente error relativo:

$$error (\%) = \frac{|5,07035 - 5,07035|}{5,07035} = 0,00\%$$

Como se puede apreciar, el error en la medición es nulo. Esto se debe a que se realiza un cálculo lineal y por tanto el software emplea la ecuación utilizada en la teoría para obtener la deformación.

### Análisis modal

A continuación, se muestra la tabla 4 con los resultados obtenidos en el análisis dinámico con el valor de la frecuencia natural medido en Hercios.

Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			error relativo (%)			Cálculo teórico
	Número de divisiones						
	2	4	8	2	4	8	
Flexión 1	20,61	20,755	20,761	0,730	0,032	0,003	20,762
Flexión 2	-	82,439	83,017	100,000	0,732	0,036	83,047
Flexión 3	-	175,02	186,489	100,000	6,335	0,196	186,855

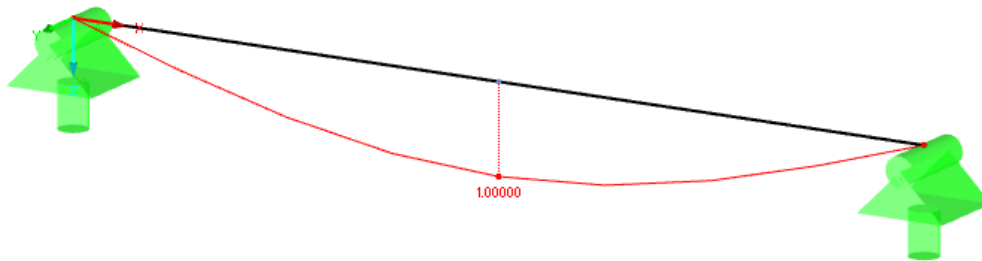
Tabla 4: Resultados análisis modal en RFEM

La tabla representa los diferentes modos de vibración a flexión del eje más resistente de la viga hasta una frecuencia natural aproximada de 200 Hz. Se aprecia con claridad que, a medida que se aumenta el número de divisiones de la viga, los resultados tienen una mayor precisión y por tanto el error con respecto al cálculo teórico va disminuyendo hasta considerar que la cifra de este es lo suficientemente baja como para tener unos resultados admisibles.

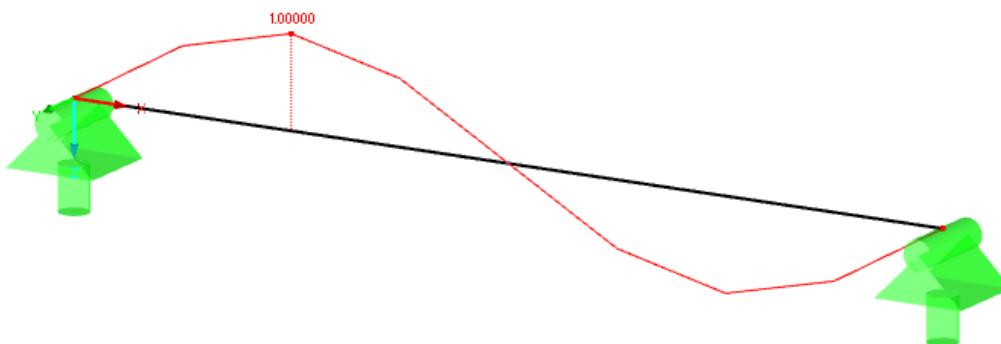
De este modo, se considera que se alcanza la convergencia cuando la barra está dividida en 8 elementos de 0,5 m cada uno.

En el ensayo de cálculo con 2 divisiones en la barra, es decir, dos elementos de 2 m cada uno, solo existe un modo de vibración correspondiente al modo 1 de flexión. El razonamiento de que solo exista un modo de vibración para el primer ensayo es que el sistema va a tener tantas frecuencias naturales como grados de libertad tenga la estructura. Para el siguiente modo de vibración, el cual se muestra en la Figura 9, la viga debe tener mínimo 3 segmentos a analizar.

Las siguientes figuras reflejan la deformación que produce la vibración en la viga, ordenadas de menor a mayor frecuencia natural de oscilación:



*Figura 44: Modo de vibración flexión 1*



*Figura 45: Modo de vibración flexión 2*

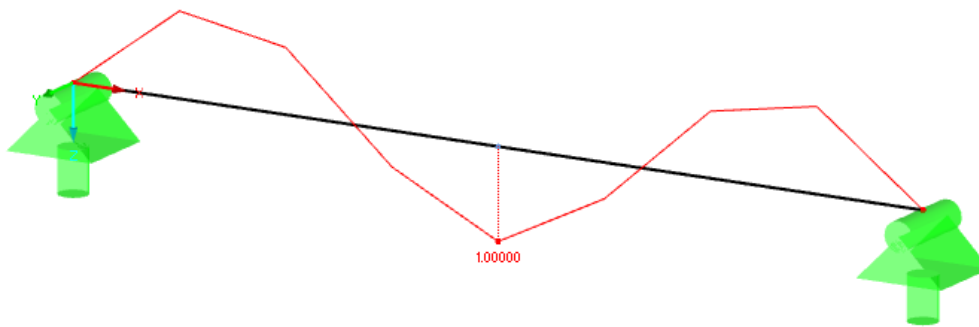


Figura 46: Modo de vibración flexión 3

A modo de conclusión en la verificación de RFEM, se puede relatar que, al seguir un análisis lineal, la flecha máxima coincide con la obtenida teóricamente y se puede considerar que los resultados de las frecuencias de oscilación obtenidas por el programa son lo suficientemente precisos como para proceder a llevar a cabo los ensayos de la plataforma con las configuraciones de los parámetros de cálculo mencionados anteriormente.

### 3.6 Verificación en SAP2000

El procedimiento de cálculo es el descrito en apartados anteriores.

#### Análisis estático

En el estudio estático se obtendrá únicamente la deformación de la viga con una carga puntual en el centro de 1.000 N, la cual se muestra en la figura 47:

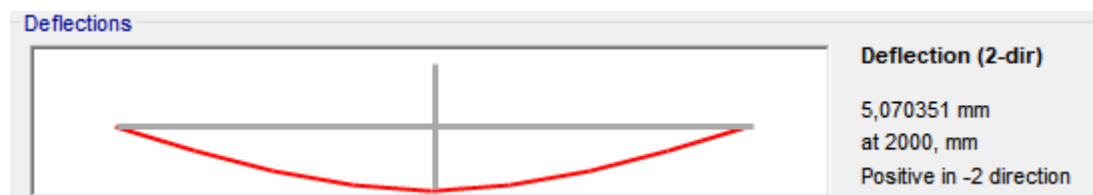


Figura 47: Deformación de viga de prueba en SAP2000

El resultado del desplazamiento máximo expresado en milímetros es de: **5,07035 mm.**

Si se compara el resultado anterior con el cálculo teórico realizado en el apartado 4.1, el cual se recuerda que es de 5,07035 mm se obtiene el siguiente error relativo:

$$error (\%) = \frac{|5,07035 - 5,07035|}{5,07035} = 0,00\%$$

Como se puede apreciar, el error en la medición es nulo. Esto se debe a que, al igual que en RFEM, se realiza un cálculo lineal y por tanto el software emplea la ecuación utilizada en la teoría para obtener la deformación. Es muy importante eliminar la rigidez a cortante, multiplicando su factor por 0, ya que en caso contrario, la deformación no sería la misma puesto que el cálculo tiene también en cuenta esfuerzos cortantes que son despreciables en el cálculo teórico.

### Análisis modal

A continuación, se muestra la tabla 5 con los resultados obtenidos en el análisis de vibraciones con el valor de la frecuencia natural medido en Hercios.

Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			error relativo (%)			Cálculo teórico
	Número de divisiones						
	2	4	8	2	4	8	
Flexión 1	20,61	20,755	20,761	0,730	0,032	0,003	20,762
Flexión 2	-	82,439	83,017	100,000	0,732	0,036	83,047
Flexión 3	-	175,02	186,489	100,000	6,335	0,196	186,855

Tabla 5: Resultados análisis modal en SAP2000

Como se puede observar, los valores son los mismos que en el modelo generado en RFEM.

### 3.7 Comparación entre RFEM y SAP2000

La diferencia entre ambos softwares presentada hasta ahora es nula puesto que el análisis en elementos barra es el mismo en ambos programas. Es muy importante configurar los parámetros de cálculo como se ha mencionado desactivando la casilla de análisis de rigidez a cortante ya que este factor tiene repercusión en la deformación al considerar esfuerzos cortantes despreciables.

En cuanto al análisis modal, los resultados son exactamente los mismos en ambos programas, de forma que se puede llegar a la conclusión que usan el mismo procedimiento de cálculo para obtener las frecuencias naturales en cada modo de vibración.



## Capítulo 4: Modelado simplificado de una plataforma

### 4.1 Descripción

Una vez que se asegura que la configuración de cálculo es correcta, se prosigue con la pasarela del ensayo. En el presente capítulo, se mostrarán los cálculos con la sección correspondiente a la plataforma mediante análisis lineal y la configuración de parámetros de cada programa mencionada anteriormente.

La plataforma, de 13,5 m de largo consta de una sección rectangular de 1 m de ancho y 140 mm de canto como se muestra en la figura 48 y está fabricada en madera laminada homogénea GL24h. Se sustenta mediante dos apoyos considerados fijos a 75 mm de cada extremo, mientras que a lo largo de su longitud cuenta con determinados apoyos elásticos representados en la figura 50, con una rigidez de 6.633 N/m cada muelle ubicados en las dos superficies laterales de la plataforma. El primer apoyo elástico se ubica a  $L/3$  del extremo y cuenta con 2 muelles a cada lado, por lo que, en ese nudo, la barra tendrá una rigidez total de 26.532 N/m. El segundo apoyo elástico, ubicado en el punto medio de la viga, está formado por 3 muelles en cada lateral, luego se obtiene una rigidez total en ese punto de 39.798 N/m. El tercer y último apoyo elástico se sitúa a  $3/4$  de la longitud total de la viga y posee las mismas características que el apoyo 1 de forma que su rigidez también tiene el valor de 26.532 N/m.

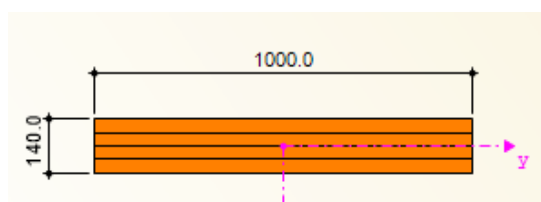


Figura 48: Sección de la plataforma



Figura 49: Sección real de la plataforma

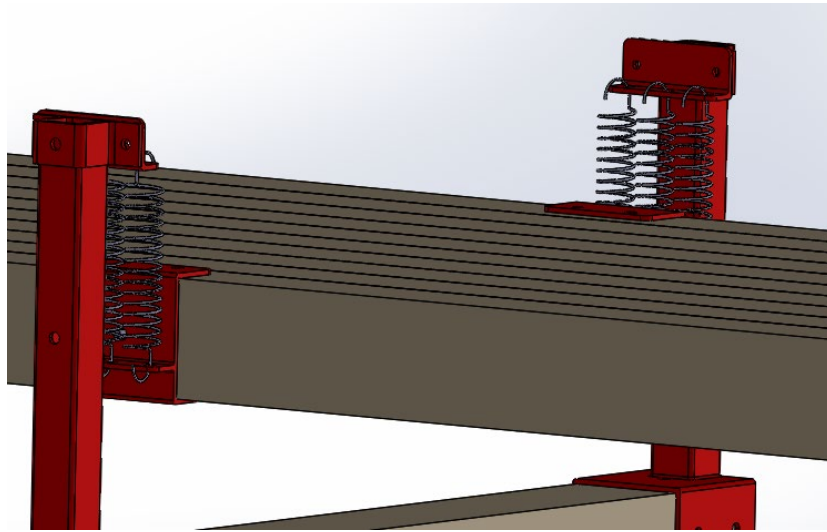


Figura 50: Detalle de apoyos elásticos

### Propiedades del ensayo

- **Material:** GL24h
  - **Módulo de elasticidad (E):** 11.500 MPa
  - **Módulo de cortadura (G):** 650 MPa
  - **Peso específico:** 4.411 N/m<sup>3</sup>

A diferencia del anterior capítulo, en este los resultados obtenidos por los programas no se van a comparar con cálculos teóricos, sino con datos obtenidos experimentalmente. El objetivo es realizar un modelo computacional calibrado que simule de la manera más precisa posible ensayos experimentales con el fin de conseguir hacer cualquier análisis obteniendo valores reales, sin depender de ensayos experimentales. Esto se debe, a que, una vez finalizado el modelo computacional, no será necesario hacer más ensayos experimentales puesto que se usará el mismo para llevar a cabo cualquier otro análisis y por tanto reducir el tiempo de ejecución para obtener los resultados y coste de cada ensayo.

## 4.2 Ensayos experimentales

Los ensayos experimentales de donde proceden los resultados se han realizado por cuenta ajena al presente TFG, por lo tanto, no se desarrollará una explicación del método seguido ni los instrumentos utilizados, si no que se va a relatar una breve descripción con las características cada uno.

- Ensayo 1:** En el primer estudio, se analizará la plataforma sin cargas ni masas adicionales. Consta de dos puntos de apoyo fijos a 75 mm de cada extremo de la viga, además de 3 apoyos elásticos. El único caso de cargas a estudiar será el peso propio de la estructura. El esquema de estudio es representado por la figura 51.

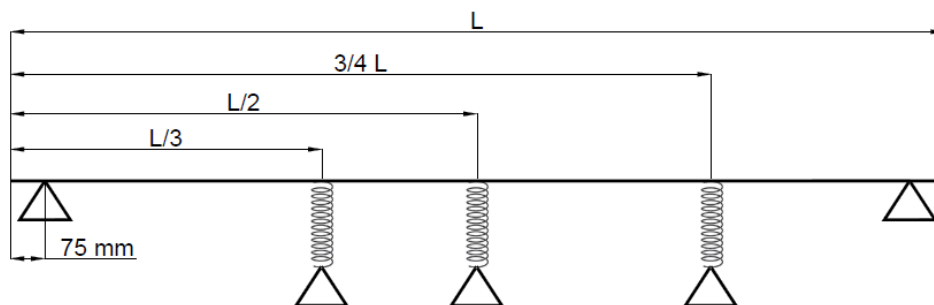


Figura 51: Esquema Ensayo 1

- Ensayo 2:** El 2º ensayo sigue el esquema del primero con la salvedad de que se le añade una masa en el centro del vano con un valor de 49 kg. La figura 52 muestra el esquema de la estructura.

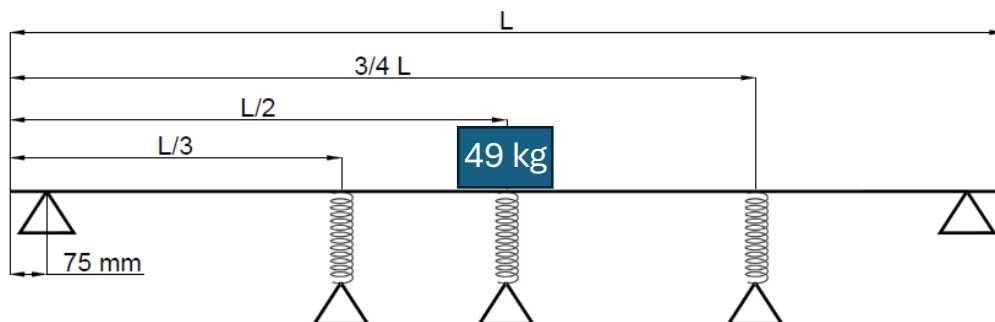


Figura 52: Esquema Ensayo 2

- **Ensayo 3:** Al 3<sup>er</sup> ensayo se le añaden otros 49 kg en el centro del vano, de forma que se estudiará el elemento ante una carga total de 98 kg. La figura 53 muestra el esquema de cálculo.

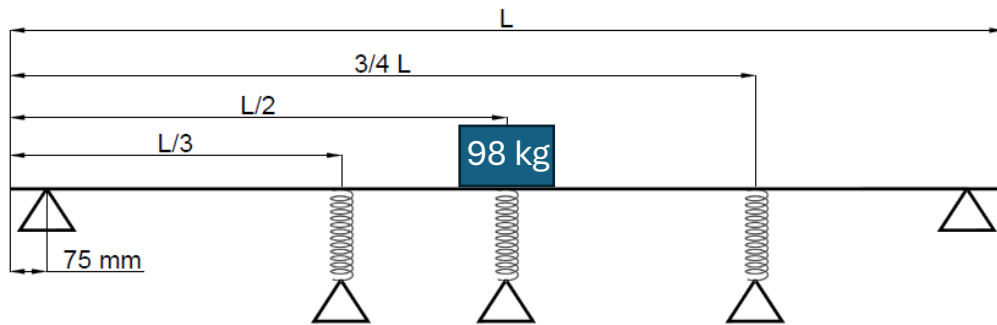


Figura 53: Esquema Ensayo 3

- **Ensayo 4:** Este ensayo se caracteriza por someter a la plataforma a cargas puntuales en diferentes puntos a lo largo de la misma. En el ensayo experimental se cargaba la plataforma con vigas colocadas transversalmente con una masa cada una de  $12,25 \text{ kg}$  separadas cada  $1,1125 \text{ m}$ , obteniendo una masa total de  $159,25 \text{ kg}$  correspondiente a las 13 vigas que soporta la plataforma a lo largo del vano. Con el fin de reducir el número de cargas, el peso específico del material de la plataforma se verá alterado de forma que aumenta considerando la masa total de cada viga y realizando el estudio sin cargas externas. La figura 54 representa el estudio de cargas del ensayo real.

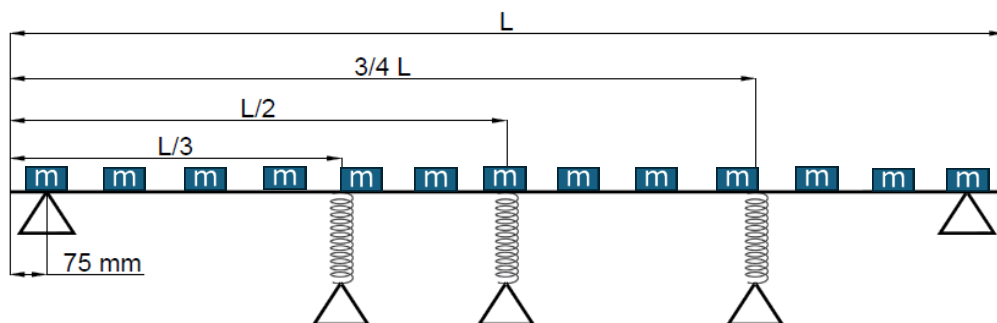


Figura 54: Esquema Ensayo 4

- **Ensayo 5:** El 5º ensayo es idéntico al primero a excepción de la eliminación del apoyo elástico ubicado a  $L/3$  del extremo más cercano. La figura 55 muestra el esquema de cálculo del ensayo 5.

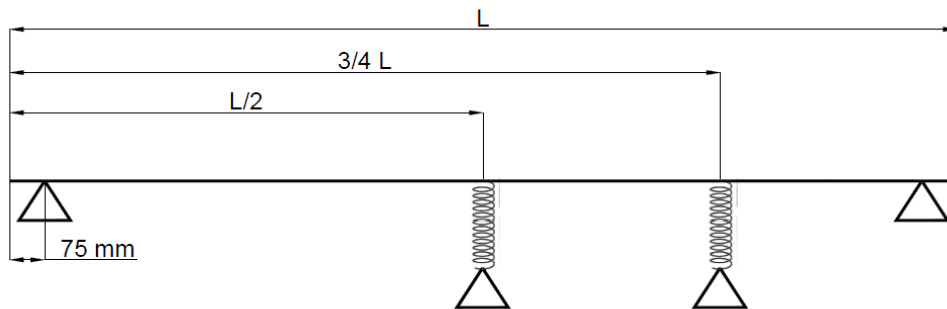


Figura 55: Esquema Ensayo 5

### 4.3 Resultados obtenidos del ensayo experimental

Los resultados proceden de estudios llevados a cabo ajenos al presente TFG, por lo que se desconocen los instrumentos de medición, así como su precisión y calibración inicial.

#### Análisis estático

Se ha estudiado la deformación de la plataforma en diferentes casos de carga:

- **Caso 1:** No existen cargas externas, luego la lectura del láser de medición será la correspondiente a la deformación obtenida únicamente por el peso propio de la viga.
- **Caso 2:** Se añade una masa de 49 kg a lo largo del eje central de la viga, de manera que quede uniformemente repartida a lo largo de la sección transversal.
- **Caso 3:** Se añade una masa con las mismas propiedades que la anterior y en la misma posición, llegando a un total de 98 kg de masa en el punto medio de la viga.

Además de lo anterior, se han realizado mediciones al eliminar la carga con el fin de verificar que el desplazamiento relativo no se vea alterado por la carga.

Los resultados de medición son los mostrados en la tabla 6.

Carga (N)	Desplazamiento (mm)
0	0
480,69	4,049
961,38	8,045
1442,07	11,764
961,38	8,066
480,69	4,070
0	0,298

Tabla 6: Desplazamiento del ensayo experimental

Realizando un gráfico con los valores anteriores, se puede obtener una relación lineal entre desplazamiento y carga soportada por la plataforma, resultando de como la figura 56:

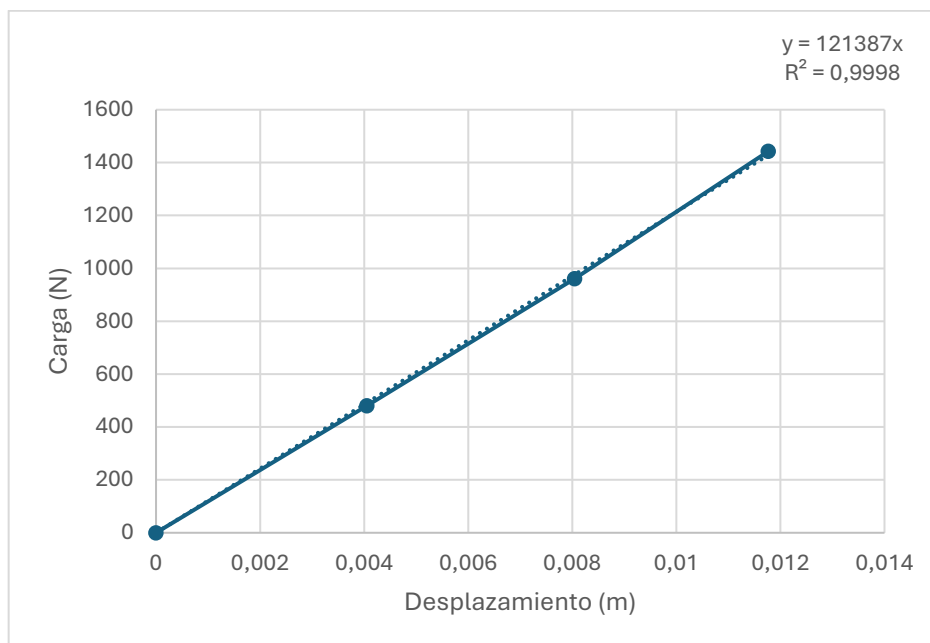


Figura 56: Relación desplazamiento - carga

De la tabla 6, se verifica que los resultados al eliminar la carga son diferentes a los iniciales. Esto puede deberse a diferentes motivos, ya sea por haber superado el límite elástico del material o bien, las tolerancias de diseño del láser métrico utilizado en la medición. Con el fin de descartar la primera

opción, se hará un breve estudio de los esfuerzos internos que posee la viga en su punto más desfavorable en el que se hace uso de la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{M}{I} \cdot y \quad (10)$$

Donde:

M: Momento en el punto de estudio (N/m)

I: Inercia del eje correspondiente (m<sup>4</sup>)

Y: Distancia de la fibra neutra hasta el extremo de la sección (m)

Para ello, se hará la suposición de que la plataforma es una viga biapoyada sin apoyos elásticos con el fin de simplificar el cálculo haciéndole más desfavorable, de forma que si no supera el límite elástico siguiendo la hipótesis anterior, no la superará en el caso real. El momento máximo que se produce en la viga se produce en el punto medio del vano y se corresponde con la suma debida a la sollicitación de la carga puntual y al peso propio de la viga. Las expresiones de los momentos básicos se obtienen de los prontuarios correspondientes. De esta forma, el momento máximo se calcula mediante la siguiente ecuación:

- Momento debido a la carga puntual:

$$M_1 = \frac{1.442,07 \text{ N} \cdot 13,35 \text{ m}}{4} = 4.812,91 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Momento debido al peso propio:

$$M_2 = \frac{617,54 \text{ N/m} \cdot 13,35^2 \text{ m}}{8} = 13.757,44 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- El momento total correspondiente a la suma de los dos anteriores es:

$$M_T = 4.812,91 + 13.757,44 = 18.570,35 \text{ N} \cdot \text{m}$$

- Una vez calculado el momento máximo, solo faltaría obtener la inercia de la viga en el eje a flexión. Para ello se hace uso de la siguiente ecuación:

$$I = \frac{B \cdot h^3}{12} \quad (15)$$

Donde:

B: Ancho de la sección (m)

H: Canto de la sección (m)

Sustituyendo los datos correspondientes se obtiene una inercia de  $2,28667 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ .

Finalmente, se procede a calcular la tensión normal máxima en el punto más desfavorable de la viga:

$$\sigma = \frac{18.570,35 \text{ N} \cdot \text{m}}{2,28667 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4} \cdot 0,07 \text{ m} = 5,68 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 5,68 \text{ MPa}$$

Como el límite elástico de la viga es de aproximadamente 24 MPa se concluye que en ningún momento se ha superado el límite elástico y por lo tanto el error en las mediciones se deben a fallos en la tolerancia del instrumental utilizado. Por ello, se realiza la gráfica mostrada en la figura 55 que representa una relación lineal entre la carga a la que se ve sometida la plataforma y el desplazamiento en el punto medio y permite obtener la flecha máxima para cualquier fuerza inducida en el punto medio. Dicha relación viene determinada por la siguiente expresión:

$$F = k \cdot d \quad (16)$$

Donde:

F: Carga expresada en N.

K: Valor de la rigidez que para el caso presente es de 121.387 N/m.

d: Desplazamiento máximo expresado en m.

En el presente estudio, se obtiene la deformación para el primer caso de carga aplicando la ecuación 16.

- Desplazamiento con 49 kg de carga:

$$d = \frac{480,69 \text{ N}}{121.387 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,00396 \text{ m}$$

### **Análisis modal**

El estudio dinámico de la plataforma se ha realizado según los 5 ensayos mencionados, de forma que cada uno posee para cada modo una frecuencia natural diferente. Para ello se han usado acelerómetros ubicados en distintos puntos de la viga.

Los resultados obtenidos en cada ensayo se muestran en la tabla 7.

Modo de vibración	Ensayos				
	1	2	3	4	5
Flexión 1	2,75	2,60	2,48	2,54	2,53
Flexión 2	7,32	7,32	7,31	6,79	7,27
Torsión 1	10,46	10,31	10,07	10,2	10,26
Flexión 3	15,74	15,04	14,53	14,59	15,79
Torsión 2	20,76	20,80	20,7	20,33	20,82

Tabla 7: Frecuencias naturales en ensayo experimental (medidas en Hz)

Los resultados finales parecen lógicos por los siguientes motivos: en el ensayo 1 no existen cargas externas por lo que la frecuencia natural de vibración a flexión será mayor y esta irá disminuyendo a medida que se le añada carga, como ocurre en los ensayos 2 y 3. En el 4º ensayo, la masa añadida es mucho mayor. Sin embargo, esta se reparte a lo largo del vano haciendo que su frecuencia natural no se reduzca en exceso. Si se compara el último ensayo con el primero, se aprecia un descenso notable en los resultados, ya que al eliminar un apoyo elástico, cada modo de vibración tendrá más amplitud y por tanto menor frecuencia.

Las figuras siguientes muestran los modos de oscilación en RFEM:

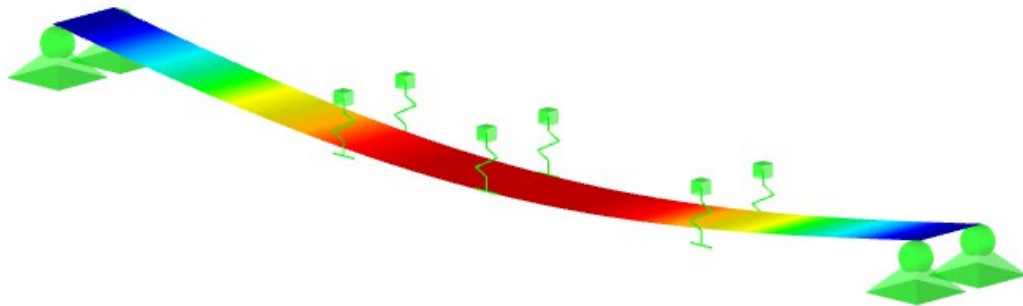


Figura 57: Modo de flexión 1

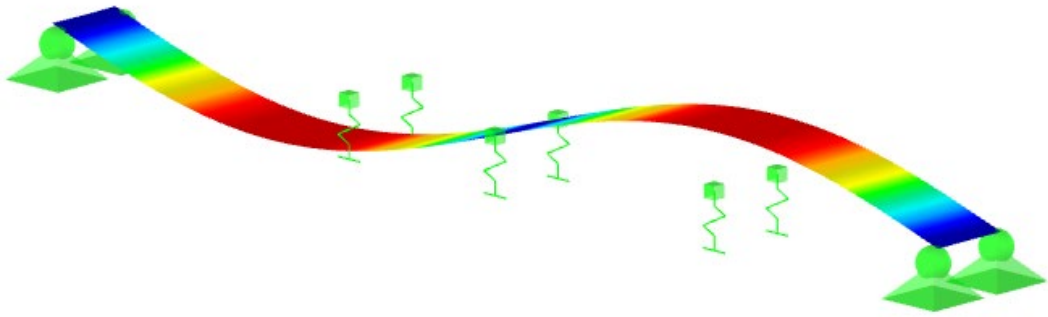


Figura 58: Modo de flexión 2

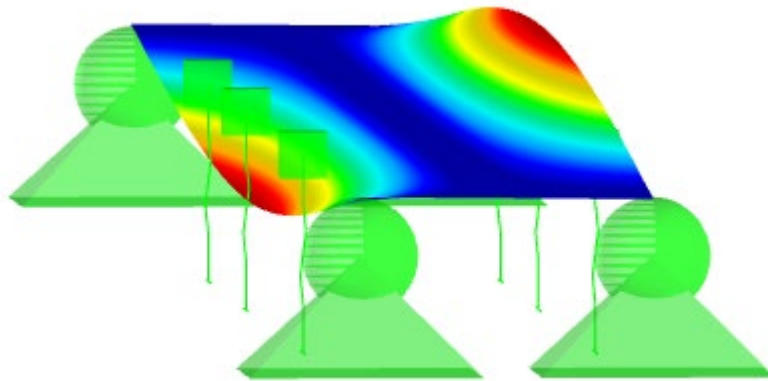


Figura 59: Modo de torsión 1

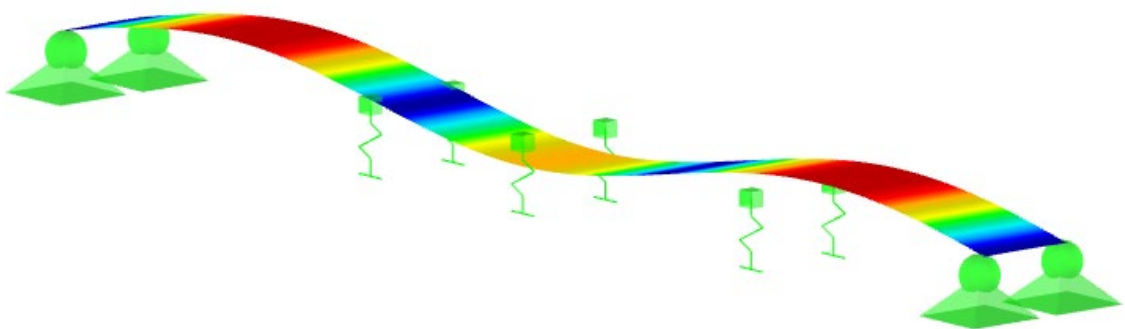


Figura 60: Modo de flexión 3

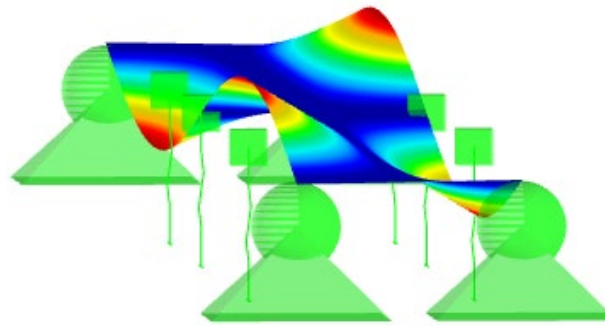


Figura 61: Modo de torsión 2

#### **4.4 Resultados en modelo computacional**

Previo a la muestra de resultados, se indicarán consideraciones adicionales que se han tenido en cuenta a la hora de realizar el modelado en ambos programas ya que no han sido usadas en el apartado de verificación. Algunas de ellas son la inserción de apoyos elásticos y el desarrollo del análisis dinámico con cargas externas.

Asimismo, únicamente se trabajará con modos de oscilación a flexión, concretamente, los representados en las figuras 57,58 y 60. Los modos de torsión requieren de un modelado avanzado que se desarrollará en el capítulo siguiente.

##### **Consideraciones adicionales para modelado simplificado**

Para generar el modelo digital en RFEM, se seguirá el proceso mencionado en el apartado 4 denominado Modelado en RFEM, con la salvedad de que en el presente estudio se usará una división de barra conocida. El paso de división de barras se llevará a cabo de una forma más sencilla que se explicará a continuación.

Se generará un nuevo proyecto en el que habrá que ajustar el valor de la aceleración gravitatoria dejándolo en  $9,80665 \text{ m/s}^2$ . Una vez situados en el entorno tridimensional, se creará la sección con el material correspondiente y se dotará a la viga una longitud de 13,5 m. A continuación, viene el paso diferente al proceso realizado anteriormente. Con la viga ya modelada, clicando con el botón derecho se selecciona “Mover o copiar” y se abre una ventana que

permite crear copias de un elemento. En primera instancia, se hará una copia del nudo seleccionado a una distancia de 0,075 m con el fin de crear el punto de apoyo de la viga. La ventana tiene que quedar rellena como muestra la figura 62.

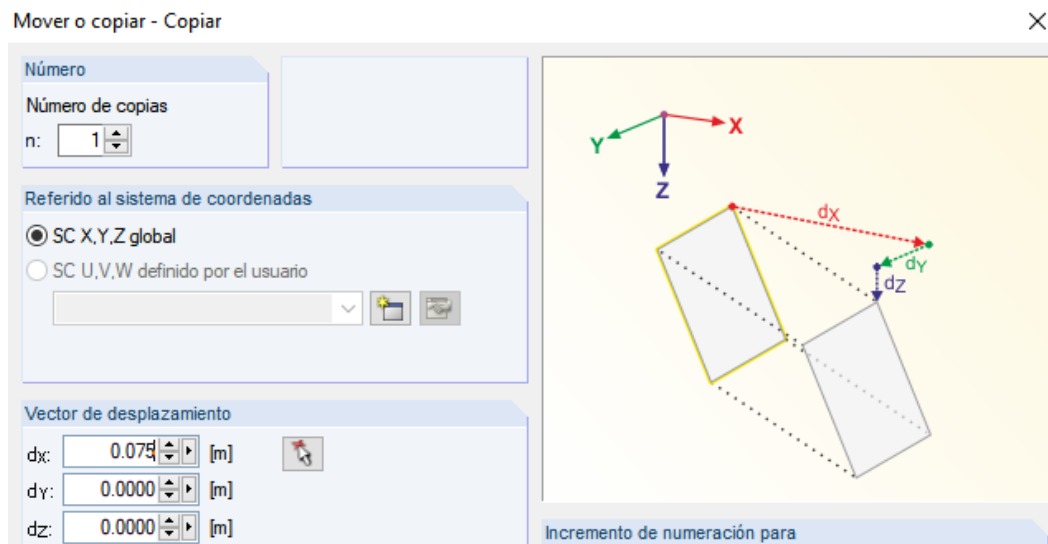


Figura 62: Copiar puntos en RFEM

El desplazamiento depende del eje de la viga, en el presente estudio, se escoge el eje x como eje longitudinal y el eje y como eje transversal de la barra.

Seguidamente, se repetirá el mismo paso seleccionando el nuevo nudo creado y se crearán 12 copias a una longitud cada una de ellas respecto de la anterior de 1,1125 m. De esta forma se obtienen 12 divisiones de barra entre apoyos fijos, lo cual se considera una división lo suficiente precisa como para tener una correcta fiabilidad de los resultados como se ha explicado en el capítulo 3 de “Verificación en RFEM y SAP2000”. A continuación, se configura los parámetros del mallado de forma que las divisiones de la barra sean creadas por los nudos separados 1,1125 m. Para ello, se activará la casilla “Usar división para barras con nudos que estén sobre ellas” y se desactivará la casilla “Usar división para barras rectas que no estén integradas en superficies” que aparece en la figura 35.

### Crear apoyo elástico

- RFEM

Para modelar los apoyos elásticos en RFEM, se establecerán todos los grados de libertad como libres a excepción del desplazamiento en el eje Z, el cual posee una determinada rigidez. La ventana correspondiente a la edición de un nuevo apoyo en nudo tiene que quedar según la figura 63.

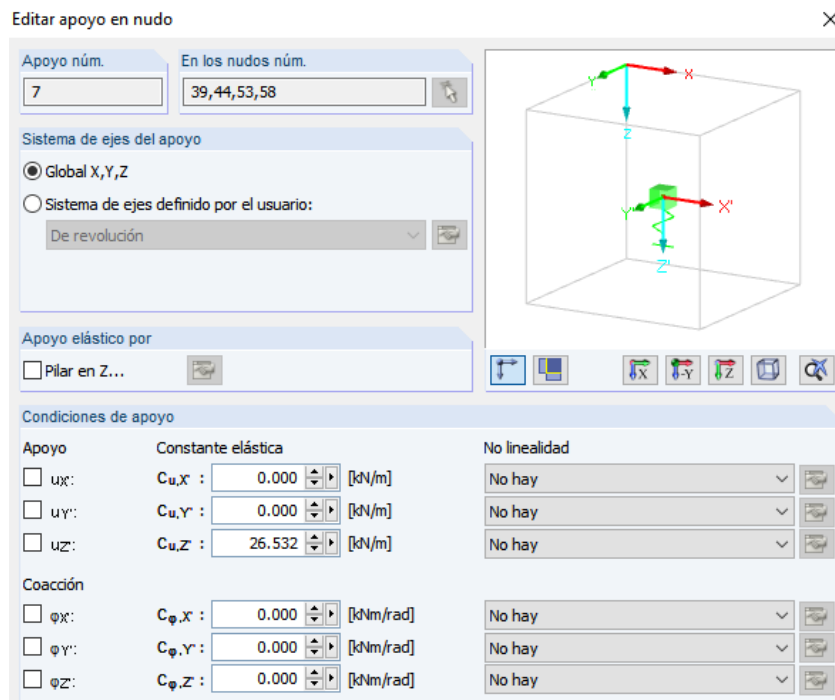


Figura 63: Apoyo elástico en RFEM

El apoyo mostrado en la imagen corresponde a los nodos ubicados a 1/3 y 3/4 de la longitud total de la barra. El apoyo elástico central tiene un valor de 39,798 kN/m.

- SAP2000

Los apoyos elásticos en SAP2000 se generan siguiendo el siguiente proceso: “Assign” > “Joint” > “Spring” donde se abrirá la ventana mostrada en la figura 64 que permite asignar el valor correspondiente de la rigidez del muelle según la dirección deseada.

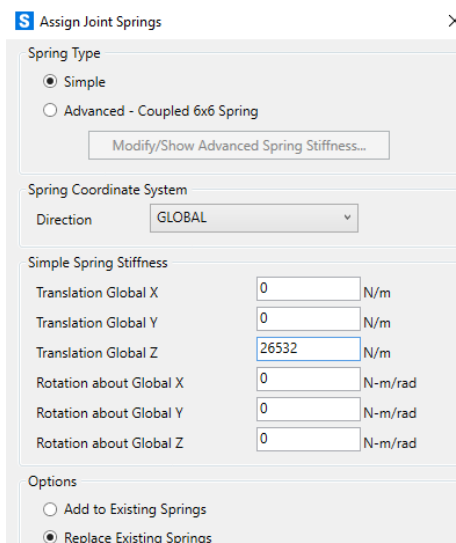


Figura 64: Apoyos elásticos en SAP2000

### Crear masas adicionales para análisis modal

- RFEM

Para analizar las formas modales con cargas externas, se irá a la ventana del módulo RF-DYNAM pro y en la pestaña de centro de masas se activará la casilla de “masas en nudos” y en la ventana que se abre a la derecha mostrada en la figura 65 se añadirá la carga correspondiente para cada nudo.

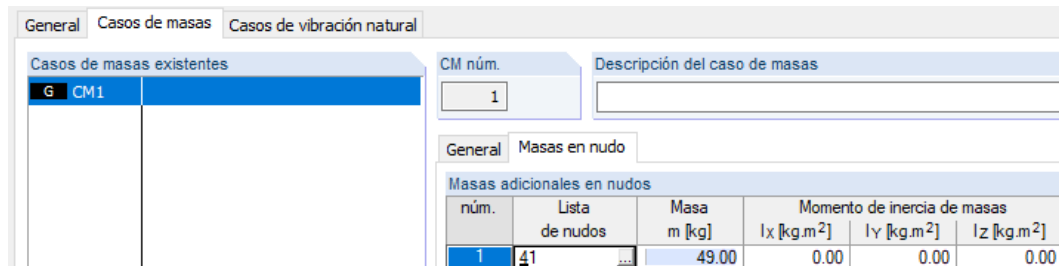


Figura 65: Masas externas en RFEM

- SAP2000

Las cargas externas en nudos se insertan desde la pestaña “Masses” que aparece en el desplegable de los “Joint” y se pueden insertar en cualquiera de los 3 ejes como se indica en la figura 66. Se hace uso de este apartado en los ensayos 2 y 3 en los que el análisis dinámico cuenta con una carga externa de 49 kg y 98 kg respectivamente.

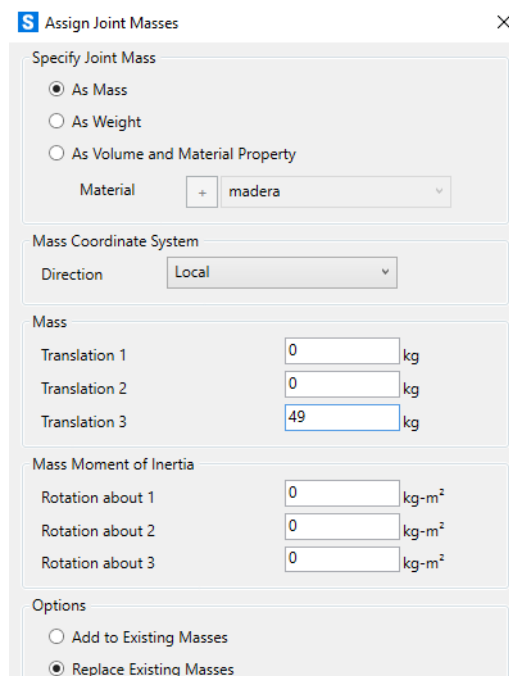


Figura 66: Masas externas en SAP2000

Finalmente, ya se habría generado el modelo computacional calibrado mediante elementos barra, representado por la figura 67.

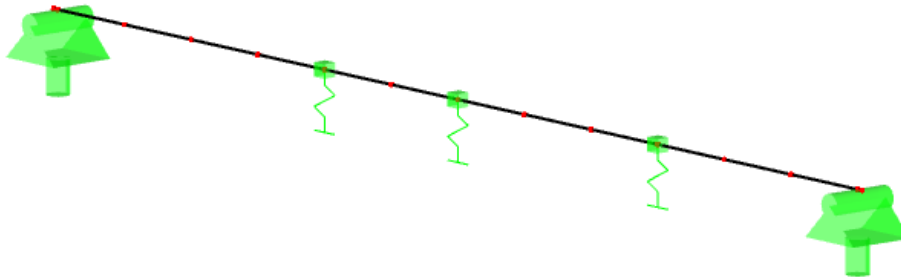


Figura 67: Modelo de la plataforma mediante elementos barra

#### 4.4.1 Ensayo 1

Siguiendo el esquema correspondiente a la Figura 50, se aprecia que el ensayo 1 se caracteriza por la ausencia de cargas externas.

No obstante, se llevará a cabo el cálculo estático con el objetivo de fijar un valor al módulo elástico. Se desarrollará de esta forma debido a que la deformación depende únicamente del módulo de elasticidad en cuanto a propiedades mecánicas del material. De este modo, si se fija un valor para dicha propiedad, a la hora de realizar el análisis dinámico solo se modificará el peso específico, pues la frecuencia solo depende del peso específico y del módulo elástico.

#### Análisis estático

Las figuras 68 y 69 representan la deformada de la estructura y muestran el valor del desplazamiento máximo en su punto medio.

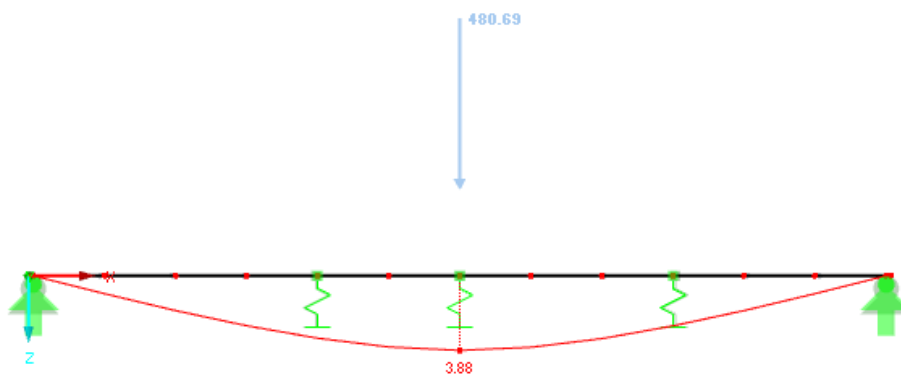


Figura 68: Desplazamiento en RFEM (mm) ante una carga de 480,69 N

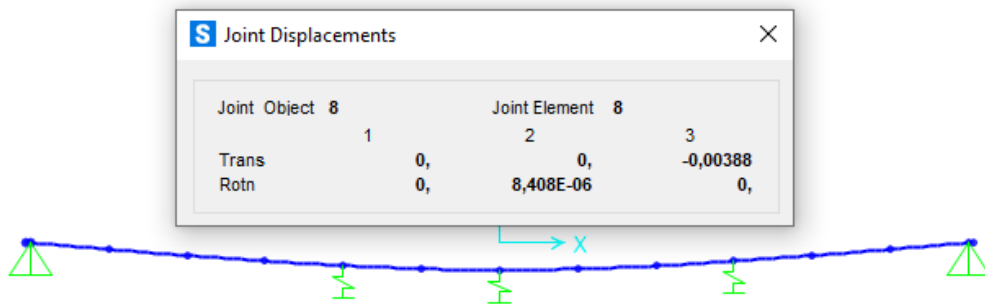


Figura 69: Desplazamiento en SAP2000 (m) ante una carga de 480,69 N

La tabla 8 muestra el desplazamiento máximo obtenido en los programas de elementos finitos y el error relativo entre dicho valor y el obtenido en el ensayo experimental.

Desplazamiento con E=11.500 MPa		
SAP2000 y RFEM (mm)	Ensayo experimental (mm)	Error (%)
3,88	3,96	2,02

Tabla 8: Deformación ante una carga de 480,69 N

Con el fin de obtener una deformación de 3,96 mm, se va a modificar el valor del módulo elástico del material mediante ensayos prueba y error. Se sabe que, al aumentar el módulo de elasticidad de un material, este va a tener menor deformación ante una misma situación de cargas, y como el objetivo es aumentar la flecha máxima en el centro del vano, el valor del módulo elástico se verá disminuido.

De los ensayos realizados se obtiene un módulo de Young de 10.920 MPa. Las figuras 70 y 71 representan la deformada de la estructura y muestran el valor del desplazamiento máximo en su punto medio para el nuevo valor del módulo de elasticidad.

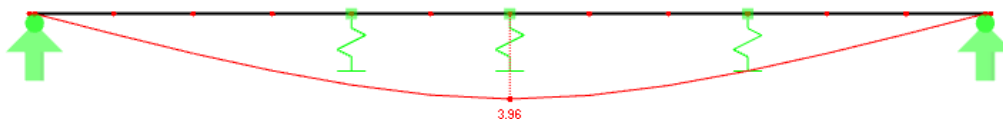


Figura 70: Deformación en RFEM Ensayo 2 modificando E

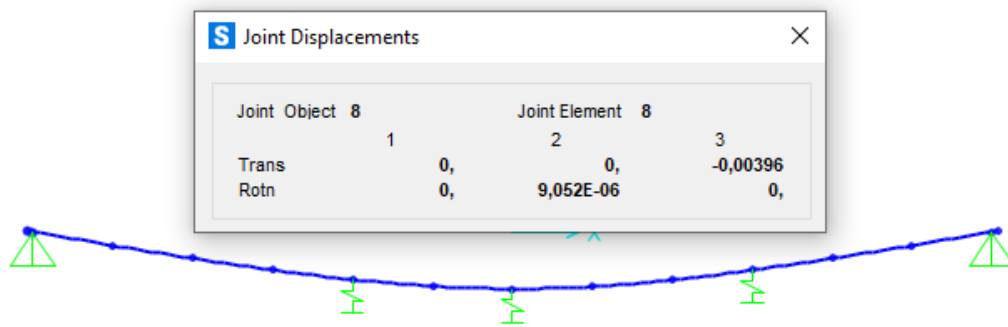


Figura 71: Deformación en SAP2000 Ensayo 2 modificando E

Los valores del desplazamiento obtenido con un módulo de Young de 10.920 MPa se representan en la tabla 9.

Desplazamiento con E=10.920 MPa		
SAP2000 y RFEM (mm)	Ensayo experimental (mm)	Error (%)
3,96	3,96	0,00

Tabla 9: Desplazamiento ante una carga de 480,69 N con E=10.920 MPa

Una vez obtenido el valor final, se realiza el análisis modal obteniéndose los siguientes valores:

**Análisis modal**

Ensayo 1			
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)		Error (%)
	Software	Ensayo experimental	
Flexión 1	2,732	2,75	0,662
Flexión 2	7,318	7,35	0,432
Flexión 3	15,892	15,74	0,965

Tabla 10: Análisis modal en ensayo 1

Previo a análisis de la tabla anterior, hay que considerar que para obtener los resultados de los análisis modales en cualquier modo de oscilación a torsión se deberá realizar un modelo computacional avanzado mediante elementos superficiales como se mostrará en capítulo 5.

Analizando la tabla 10, en el primer análisis se aprecia que existe un error mayor al obtenido en la verificación a pesar de usar más divisiones y por lo tanto otorgar al cálculo mayor precisión. Este error puede deberse a múltiples factores como la precisión de los instrumentos de medición, la precisión a la hora de realizar el ensayo o factores relacionados con las propiedades de la sección, ya que la viga del ensayo tiene las aristas redondeadas, puede contar

con un recubrimiento de barniz o incluso puede variar la sección mínimamente a lo largo de su longitud. Para compensar estos factores, se van a modificar diferentes parámetros del material como son el módulo de elasticidad o el peso específico.

Según la expresión (7), en la que se obtiene la frecuencia natural para cada modo de vibración según las propiedades del material, si se aumenta el valor del módulo de elasticidad, la frecuencia de oscilación aumentará, puesto que la deformación de la viga va a ser menor. La expresión (1) correspondiente a la Ley de Hooke, establece una relación entre la rigidez, la deformación y la fuerza. Aplicando esta ley al caso presente, si se aplica la misma fuerza y la deformación obtenida es menor, indica que la rigidez de la viga se ha visto modificada de forma que ha aumentado. Por consiguiente, si se modifica el valor del módulo de elasticidad a un valor superior, su rigidez aumentará y por tanto la frecuencia de oscilación en cada modo también lo hará.

Otra opción para disminuir la frecuencia natural, es aumentar el peso específico del material, ya que según la expresión (7), el valor de la densidad se ubica en el denominador por lo que si este aumenta, la frecuencia natural disminuye.

No hay una ecuación que rijan las propiedades de este ensayo, a diferencia del análisis de verificación, en el que se utilizaba la ecuación (8) correspondiente a la expresión que define la frecuencia natural de oscilación de una viga simple apoyada sin carga externa. En el presente estudio, la viga posee apoyos elásticos por lo que el uso de la expresión anterior es incorrecto. El valor final del peso específico se obtendrá siguiendo el método de prueba y error, considerando en todo momento su relación con la frecuencia de vibración.

El objetivo es obtener el mínimo error en el primer modo de vibración, el cual se da a frecuencias bajas, por ello, se ajustará el valor del peso específico para obtener la frecuencia natural de oscilación del primer modo de vibración lo más similar al ensayo experimental.

Siguiendo el criterio anterior, el valor del peso específico se ve reducido en aproximadamente un 2% de su valor inicial considerado como  $4.411 \text{ N/m}^3$ , de tal manera que en los próximos ensayos se utilizará el siguiente valor:

$$\text{Peso específico } (\gamma) = 4.353 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

Rehaciendo el resultado en los programas se obtiene la siguiente tabla:

Ensayo 1 con datos finales				Ensayo 1 original
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)		Error (%)	Error (%)
	Software	Ensayo experimental		
Flexión 1	2,750	2,75	0,000	0,662
Flexión 2	7,264	7,35	1,175	0,432
Flexión 3	15,997	15,74	1,635	0,965

Tabla 11: Análisis modal en ensayo 1 con datos modificados

Observando la tabla 11, se aprecia un aumento del error máximo en el análisis general. Sin embargo, se ha conseguido reducir el error en el primer modo de vibración a un valor mínimo, por lo que los resultados son fiables para esa condición. No ocurre lo mismo para los modos 2 y 3, ya que se han visto modificados y los errores finales son más elevados que en el primer cálculo. No obstante, el presente TFG se centrará en el análisis dinámico en bajas frecuencias de oscilación, por lo que unos errores sensiblemente más elevados en frecuencias elevadas no supondrán ningún problema.

Una apreciación de los valores obtenidos mediante los softwares es que la frecuencia en el modo 2 de vibración es menor en ellos que en el ensayo experimental. Sin embargo, en el modo 3 de vibración ocurre lo contrario, la frecuencia obtenida en RFEM y SAP2000 es mayor que en el ensayo experimental. Esto se puede deber a irregularidades o imperfecciones en la plataforma, ya que puede no presentar las mismas propiedades geométricas a lo largo de la misma.

En los ensayos siguientes se usarán las siguientes propiedades del material:

- Módulo de elasticidad (E): 10.920 MPa
- Peso específico: 4.353 N/m<sup>3</sup>

#### 4.4.2 Ensayo 2

En el presente ensayo, se añade una masa de 49 kg en el centro de la viga con el fin de estudiar la deformación obtenida y las frecuencias naturales en cada modo de ensayo.

### Análisis estático

La deformación máxima obtenida en la plataforma ante una carga de 480,69 N se ha obtenido en el ensayo anterior, por lo que se omitirá en este apartado.

### Análisis modal

Previo al cálculo de los modos de vibración, se va a hacer una deducción de las tendencias a seguir con el objetivo de entender y comprender el análisis así como sus variables dependientes.

Al añadir una carga externa en el centro del vano, la frecuencia natural de oscilación para cada modo de vibración se verá reducida ya que el punto central posee mayor masa, y un aumento de la masa en el centro del vano de una viga equivale a una reducción en la frecuencia de oscilación, o lo que es lo mismo, se deforma menos veces en un mismo modo de vibración ante el mismo tiempo.

A continuación, se van a mostrar los resultados del análisis dinámico en la tabla 12.

Ensayo 2			
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)		Error (%)
	Software	Ensayo experimental	
Flexión 1	2,605	2,6	0,188
Flexión 2	7,264	7,32	0,770
Flexión 3	15,208	15,04	1,119

Tabla 12: Análisis modal en ensayo 2

Como se puede apreciar, la deducción anterior es correcta ya que la frecuencia de oscilación se ha visto reducida. Sin embargo, se ha incrementado el error en el primer modo de flexión y se ha reducido en el resto. No obstante, el error continúa siendo lo suficientemente bajo como para considerar el modelo generado como calibrado.

### **4.4.3 Ensayo 3**

En el presente ensayo, se añade otra masa de 49 kg en el centro de la viga, que junto a los 49 kg del ensayo anterior suman un total de 98 kg.

**Análisis estático**

El desplazamiento máximo obtenido en el punto medio de la viga se muestra en las figura 72 y 73.

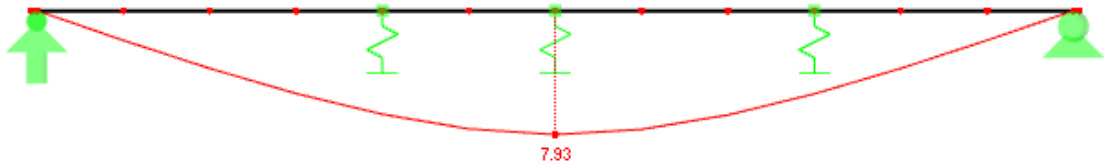


Figura 72: Deformación Ensayo 3 en RFEM

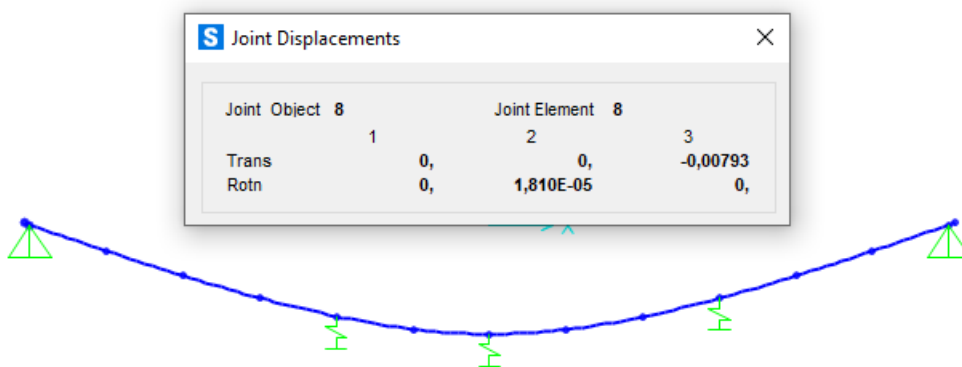


Figura 73: Deformación Ensayo 3 en SAP2000

La deformación máxima en el punto medio del vano de la viga es de 7,93 mm.

La tabla 13 expone el error relativo entre el desplazamiento obtenido en RFEM y SAP2000 con el obtenido en el ensayo experimental.

Ensayo 3		
SAP2000 y RFEM (mm)	Ensayo experimental (mm)	Error (%)
7,93	7,92	0,126

Tabla 13: Deformación en ensayo 3 en RFEM y SAP2000

**Análisis modal**

La tendencia a disminuir la frecuencia natural de oscilación continúa ya que se sigue aumentando la carga ubicada en el centro del vano.

Ensayo 3			
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)		Error (%)
	Software	Ensayo experimental	
Flexión 1	2,480	2,48	0,004
Flexión 2	7,264	7,31	0,634
Flexión 3	14,634	14,53	0,713

Tabla 14: Análisis modal en ensayo 3

En este ensayo, según la tabla 14, los resultados obtenidos para el primer modo de vibración son muy realistas ya que tiene un error mínimo con respecto al ensayo experimental. El error en los modos 2 y 3, se ve reducido por lo que este cálculo es capaz de representar la realidad de una forma muy precisa.

#### 4.4.4 Ensayo 4

En el 4º ensayo, las cargas ubicadas cada 1,125 m se van a ver repercutidas en la densidad del material. Existen un total de 13 cargas de 12,25 kg cada una, lo cual genera una carga total de 159,25 kg a lo largo de la viga. Con el objetivo de facilitar el cálculo, el valor de la densidad se verá aumentado a causa de la carga, por lo que no existirán cargas externas durante el ensayo.

Se van a estudiar dos casos diferentes: uno modificando el valor del peso específico inicial de 4.411 N/m<sup>3</sup> y otro en el que se modificará el peso específico usado en apartados anteriores con un valor de 4.353 N/m<sup>3</sup>.

Para obtener la densidad correspondiente a la carga uniformemente repartida se sigue el siguiente cálculo:

- Carga total añadida: 159,25 kg.

$$\rho = \frac{159,25 \text{ kg}}{0,14 \text{ m} \cdot 13,5 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}} = 84,26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Por lo tanto, los pesos específicos resultantes son:

$$\gamma_{\text{inicial}} = 4.411 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} + 84,26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5.236,6 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma_{\text{final}} = 4.353 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} + 84,26 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 5.179,3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

En el presente ensayo únicamente se estudiará el análisis modal, cuyos resultados en muestran en la tabla 15:

Ensayo 4					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	Software		Ensayo experimental	$\gamma_{inicial}$	$\gamma_{final}$
	$\gamma_{inicial}$	$\gamma_{final}$			
Flexión 1	2,507	2,521	2,54	1,291	0,746
Flexión 2	6,623	6,659	6,79	2,466	1,928
Flexión 3	14,585	14,666	14,59	0,032	0,520

Tabla 15: Análisis modal en ensayo 4

Los resultados son bastante similares entre ambos cálculos ya que, para el caso en el que se modifica el peso específico inicial, el error obtenido en frecuencias bajas es sensiblemente alto, situándose por encima del 1%, mientras que a frecuencias elevadas correspondientes para el tercer modo de vibración el error es mínimo. En el estudio donde se modifica el peso específico final, el error a frecuencias bajas es menor que en el caso anterior. Sin embargo, el mínimo error también se produce en la frecuencia de vibración del modo 3, lo cual hace que si se necesitara estudiar el primer modo de vibración con suficiente precisión, habría que modificar por una parte el módulo elástico aumentándolo o por otra parte, reducir el peso específico para incrementar los valores de frecuencia de oscilación natural para cada modo de vibración.

La precisión en el presente ensayo es menor que en estudios anteriores ya que se ha hecho la suposición de que no hay cargas puntuales en cada nudo de la plataforma, si no que la carga se ha redistribuido a lo largo de su longitud.

#### 4.4.5 Ensayo 5

Las condiciones de contorno se modifican eliminando el apoyo elástico ubicado a L/3 de su extremo más próximo. Además, se eliminan las cargas externas de forma que el único estudio a realizar será el análisis de vibraciones debidas a su propio peso.

##### Análisis modal

Ensayo 5			
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)		Error (%)
	Software	Ensayo experimental	
Flexión 1	2,514	2,53	0,650
Flexión 2	7,182	7,27	1,214
Flexión 3	15,997	15,79	1,313

Tabla 16: Análisis modal en ensayo 5

Observando la tabla 16, se aprecia que, a diferencia del ensayo anterior, el error mínimo se da para el primer modo de vibración, lo cual quiere decir que el análisis se sigue ajustando al primer modo de oscilación a flexión. Sin embargo, cuenta con un error mayor que en ensayos anteriores.

## 4.5 Conclusiones

Los análisis estáticos y dinámicos correspondientes a elementos barra son lineales, por lo que no existen diferencias entre ambos programas a la hora de aplicar dichos análisis.

Es necesario un ajuste de las propiedades del material no solo porque no se ha tenido en cuenta la ortotropía del mismo, si no que la plataforma a estudiar puede tener defectos o irregularidades en la sección, tales como grietas, sección discontinua a lo largo de la viga. Además, no se ha tenido en cuenta las masas puntuales de los instrumentos de medición si no que, se ha sumado el peso de todos ellos a la masa total de la plataforma. Incluso los resultados experimentales se pueden ver afectados en menor medida por el rozamiento en los apoyos extremos. Para conseguir el “gemelo digital”, es necesario modificar ciertos parámetros ya sea al material o a la sección con el fin de obtener los cálculos reales y así poder llevar a cabo estudios más complejos sin la necesidad de realizar ensayos experimentales.

## Capítulo 5: Modelado avanzado computacional

El modelo avanzado consiste en generar la plataforma mediante elementos superficiales modelando el sólido de tipo placa o *shell*.

El procedimiento para crear el modelo digital de una superficie en el programa de análisis de elementos finitos en RFEM 5 y SAP2000 se va a explicar a continuación.

### 5.1 Modelo avanzado en RFEM

Lo primero es designar los puntos esquina que forman la superficie. Para ello se pulsa en “Insertar” > “Datos del modelo” > “Nudos” > “Gráficamente”. Se abrirá una ventana en la que se pueden introducir los nudos por coordenadas. Las coordenadas para los puntos serán (0,0,0), (0,1,0), (13.5,0,0) y (13.5, 1, 0), siendo los ejes (x, y, z). A continuación, se modelan las aristas de la plataforma clicando en “Datos del modelo” > “Líneas” > “Polilínea” > “Gráficamente” y uniendo los puntos se obtiene la planta de la plataforma. Se añadirán los nudos necesarios correspondientes a los apoyos, tanto fijos como elásticos a ambos laterales de la plataforma. Una vez creada una geometría cerrada se puede modelar una superficie desde “Datos del modelo” > “Superficies” > “Plana” > “Gráficamente” > “Seleccionar líneas de contorno”. La pestaña que se abre muestra el material que debe tener la plataforma y el tipo de superficie que es. Para escoger el material se hará desde la biblioteca de secciones y se seleccionará el material correspondiente, GL24h.

RFEM tiene predeterminado un material isotrópico elástico lineal, pero para el estudio se hará uso de un material ortótropo para realizar el ajuste en los modos de oscilación a torsión, ya que tiene diferentes propiedades en el sentido de la fibra que en el sentido perpendicular a la misma. Sin embargo, tiene la opción de seleccionar el modelo del material a escoger en el apartado editar material, el cual se muestra en la figura 74.

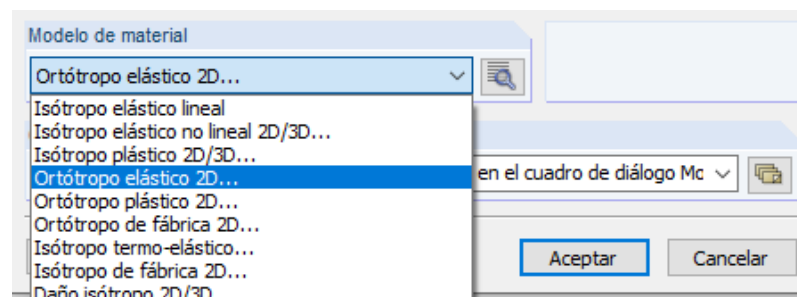


Figura 74: Modelos de material en RFEM

Existen una gran variedad de modelos de materiales según su isotropía o anisotropía, tales como los mencionados a continuación:

- **Isótropo elástico lineal:** Las propiedades de rigidez elástico-lineal del material no dependen de las direcciones. Es el material considerado en el estudio realizado con modelo barra.
- **Ortótropo elástico 2D:** Se pueden definir las propiedades según la dirección paralela o perpendicular de la fibra. Es el más conveniente para materiales derivados de la madera.
- **Isótropo termo-elástico:** Las propiedades del material varían según la temperatura del mismo.
- **Isótropo de fábrica 2D:** RFEM usa este modelo para considerar paredes de fábrica no capaces de soportar esfuerzos de tracción pero que reaccionan con la formación de fisuras.

Se selecciona el material ortótropo 2D ya que es el que cumple con los requisitos para materiales derivados de la madera. Para un primer cálculo se mantendrán las propiedades correspondientes a la normativa con un módulo de elasticidad de 11.500 MPa en ambos ejes y un peso específico de 4.411 N/m<sup>3</sup>.

A continuación, se selecciona el tipo de rigidez de la superficie, clasificándose en los siguientes tipos:

- **Ortótropa:** Se establecen diferentes rigideces en la dirección perpendicular y paralela de la fibra.
- **Rígida:** Este tipo de rigidez se usa para generar superficies muy rígidas creando una conexión rígida entre objetos contiguos.
- **Membrana ortótropa:** Solo se transfieren esfuerzos tangenciales.
- **Nula:** La superficie nula se usa para la definición de sólidos, proceso que no se va a ver en el presente TFG.

Se selecciona la rigidez como ortótropa. Esta acción permite editar los coeficientes de multiplicación de rigidez para cada uno de los elementos de la matriz como se muestra en la figura 75:

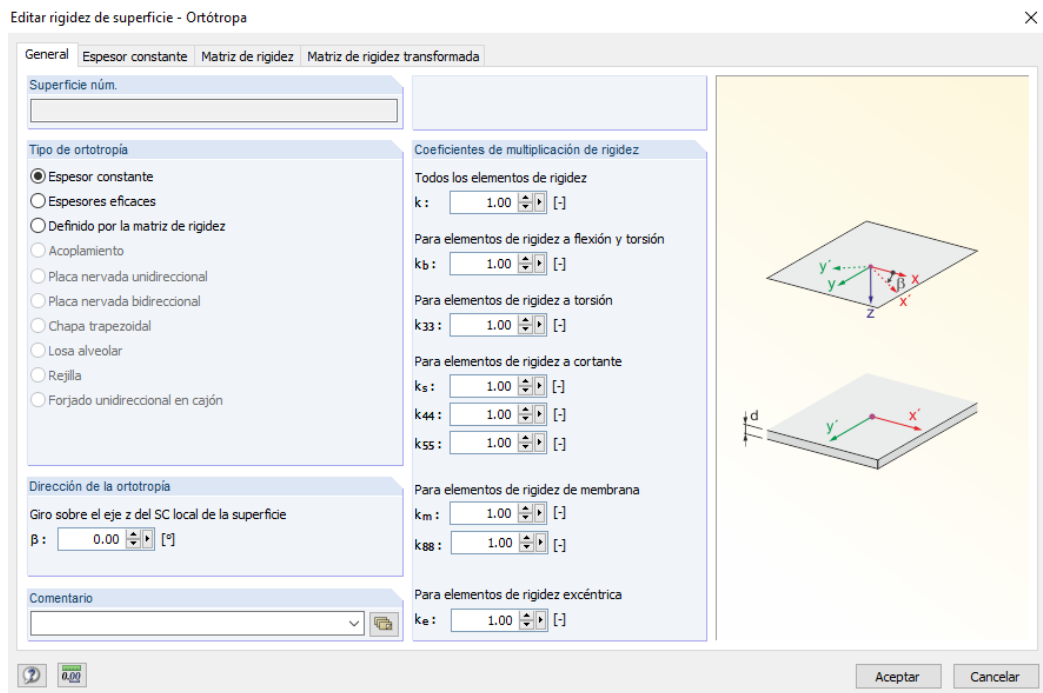


Figura 75: Rigidez ortótropa en RFEM

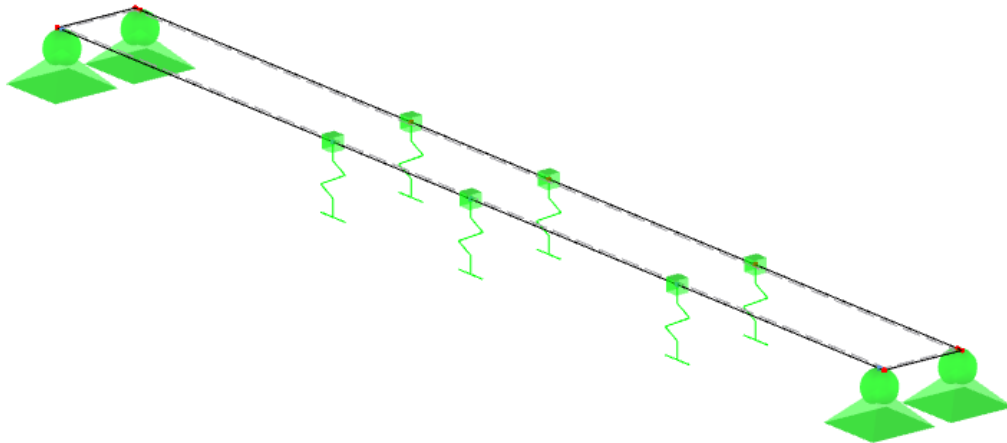
Sin embargo, al escoger un material ortótropo en el que se permite modificar el valor de cada propiedad en función de la dirección de la fibra, no será necesario alterar los coeficientes de rigidez ya que esto únicamente es válido en el caso de seleccionar un material isótropo y modificar sus propiedades alterando los coeficientes de rigidez necesarios.

Por último, se fijará un espesor constante de 140 mm. Con todo ello, quedaría definida la plataforma y se seleccionarían las líneas de contorno modeladas anteriormente.

Puesto que en el ensayo experimental la carga que soportaba la plataforma eran vigas apoyadas transversalmente en el centro del vano, las cargas modeladas serán puntuales en el punto medio en cada arista, de forma que se aproxime lo suficiente a la realidad. De esta forma, cada carga será la mitad que en el caso anterior puesto que ésta se repetirá a ambos lados del elemento. Lo mismo ocurre con los apoyos elásticos, ya que existirán a ambos lados de la plataforma de modo que sus valores de rigidez serán de 13.266 N/m para los muelles extremos y de 19.899 N/m para el apoyo elástico intermedio.

Una vez dimensionada la plataforma y generadas sus condiciones de contorno, se creará una malla con el objetivo de obtener una cantidad lo suficientemente elevada de puntos de estudio. La malla generada será de elementos cuadrangulares únicamente, con una geometría inicial de 1,125 m de longitud y 0,5 m de ancho.

El modelo final de cálculo es representado por la figura 76.



*Figura 76: Modelo avanzado en RFEM*

## **5.2 Modelo avanzado en SAP2000**

Para crear el modelo avanzado mediante superficies en el programa desarrollado por CSI, lo primero será iniciar un nuevo proyecto escogiendo la opción “Grid only”, en la que designaremos los puntos por los que se formará cada superficie. Inicialmente, se designarán las 6 primeras casillas con el valor unidad, siendo las 3 primeras para referenciar los nudos y las 3 últimas el espaciado entre dichos puntos. A continuación, se abre la pestaña principal y se clicará el botón derecho del ratón para escoger la opción “edit grid data” y modificar el entorno 3D. La plataforma, de un metro de ancho, está dividida en 14 superficies, 2 de ellas de 0,075 m y las restantes de 1,1125 m, por lo que son necesarios 15 puntos para designar todas las superficies que componen la estructura. Estos puntos se designan en el eje x mientras que el eje y solo se compone por dos nudos con una separación de 1 m. Para añadir los puntos, se clicará en la casilla “Add” y se añadirán los puntos que conforman el sistema quedando según la figura 77:

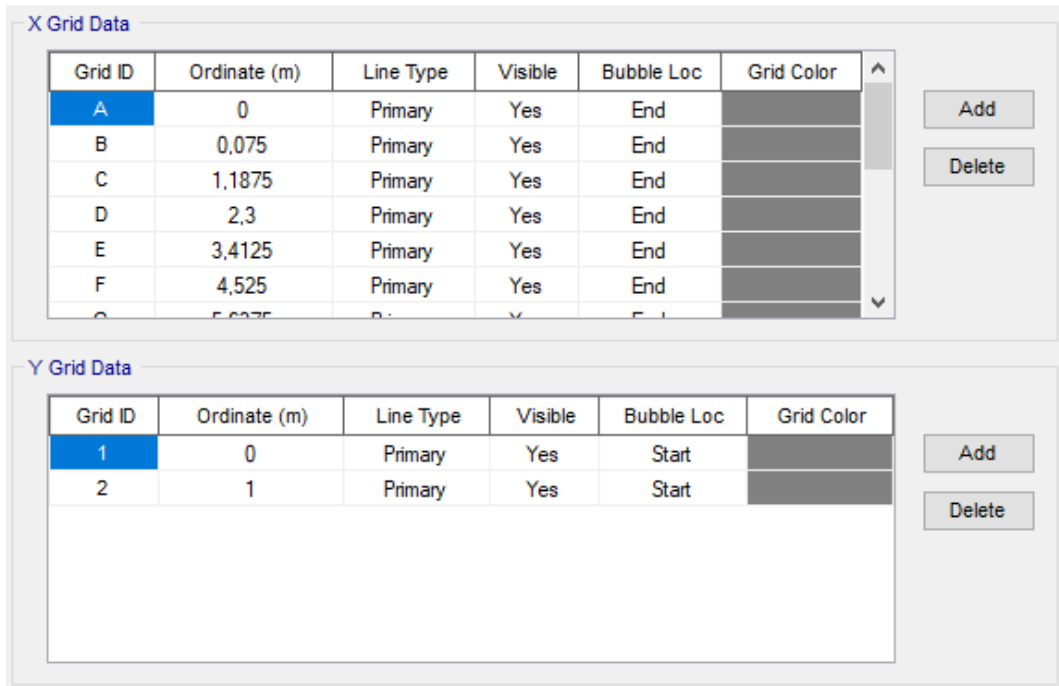


Figura 77: Modificación de la cuadrícula en SAP2000

A continuación, se creará el material del mismo modo que el definido en el apartado “3.4 Modelado en SAP2000” con la salvedad de que para el estudio avanzado se usará un material ortótropo. Para designar este tipo de material, la pestaña de propiedades del material posee un desplegable para otorgar una relación entre las cualidades y la dirección de la fibra como el que se muestra en la figura 78:

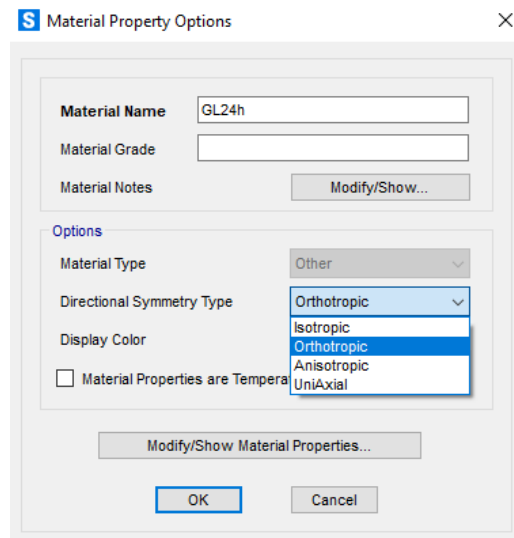


Figura 78: Material ortótropo en SAP2000

Para modificar las propiedades de los materiales se clicará en la casilla “Modify/Show Material Properties” y se designarán los valores requeridos.

El grosor de la superficie que representa el espesor de la plataforma, se definirá siguiendo los siguientes pasos: “Define” > “Section properties” > “Area section”. Al crear una nueva sección, hay que asignar el material creado en el apartado anterior y dar el valor del espesor de la plataforma. La figura 79 representa la ventana final de la geometría de la plataforma para un espesor de 140 mm.

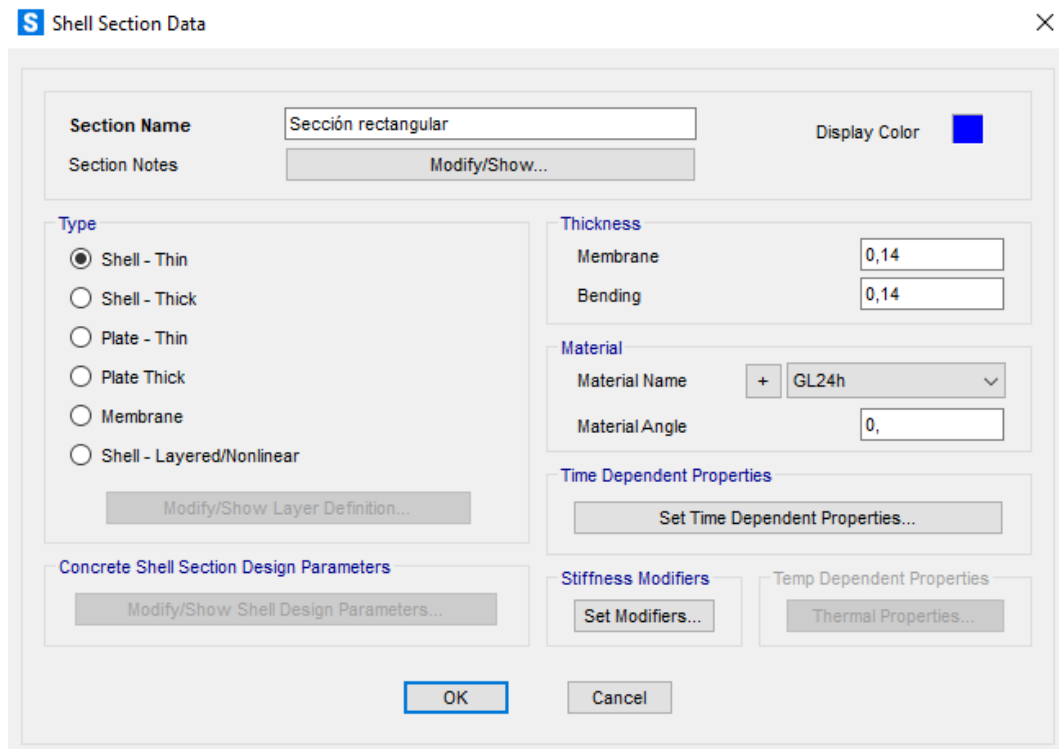


Figura 79: Crear sección en superficie en SAP2000

Seguidamente, se crearán los nudos que forman la plataforma clicando en la casilla “Draw special joint” marcada en rojo y se generarán las superficies uniendo los puntos anteriores mediante la casilla destacada en verde “Draw poly área”.



Figura 80: Casillas principales para modelado en SAP2000

Tanto las condiciones de contorno del sistema como los patrones y casos de carga se llevan a cabo siguiendo los pasos explicados en el apartado 3.4, de forma que, con lo desarrollado hasta ahora, se puede dar por completado el modelo avanzado de la plataforma cuya representación se puede ver en la figura 81.

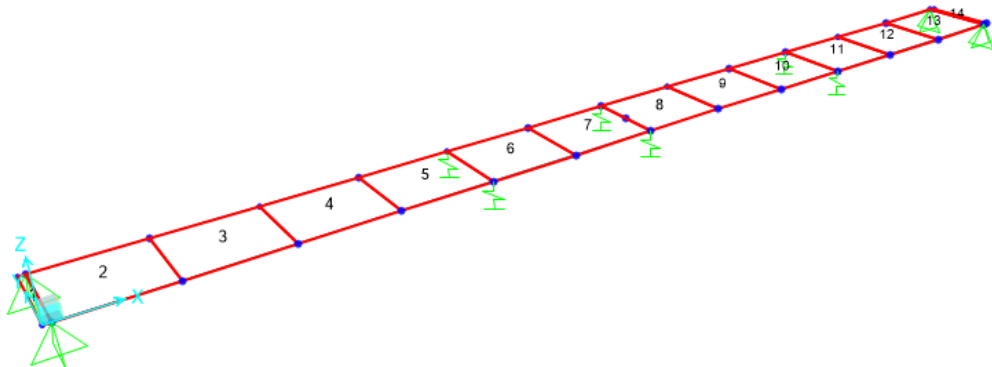


Figura 81: Modelo avanzado en SAP2000

### 5.3 Configuración de mallado

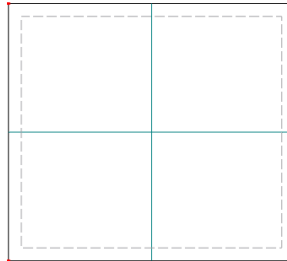
Previo al análisis del ensayo, se estudiarán los posibles ajustes a la hora de mejorar la precisión en el cálculo. Para ello, se realizarán diferentes cálculos con una configuración de malla determinada para cada uno de ellos. En el modelo anterior tipo barra, la precisión mejoraba cuanto mayor fuera la cantidad de divisiones del elemento. En los modelos superficiales es muy similar, con la salvedad de que las divisiones las genera en dos ejes diferentes generando geometrías triangulares y/o cuadrangulares. El funcionamiento es el mismo, cuanto menor tamaño tenga cada geometría, mayor cantidad de puntos de estudio hay que calcular y por tanto mayor precisión y a su vez mayor tiempo de cálculo. Por ello, se realizará un análisis de la malla con el fin de obtener un resultado eficiente como se vio en el apartado 3.5 “Verificación en RFEM”.

La verificación de cálculo consiste en ir disminuyendo progresivamente el tamaño de cada geometría de la malla, o lo que es lo mismo, aumentar las divisiones de la misma, con el fin de obtener una configuración en el que se logre apreciar una convergencia en los resultados. En el programa RFEM se designará la malla por el tamaño de sus geometrías cuadrangulares mientras que en SAP2000 la configuración viene determinada por el número de divisiones de cada superficie.

Para realizar una disposición de mallado equivalente en ambos programas, se supondrá el mallado en una superficie correspondiente a la anchura total de la plataforma equivalente a 1 metro por la longitud entre dos

puntos longitudinales distanciados 1,1125 m. De esta forma se analizarán las siguientes disposiciones de mallado sobre la superficie mencionada:

- Mallado 2x2 o separación de 0,55625 m.



Ancho: 1m

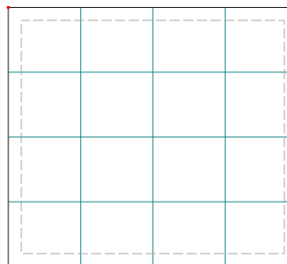
Longitud: 1,1125 m

*Figura 82: Configuración inicial de mallado*



*Figura 83: Mallado inicial en la plataforma*

- Mallado 4x4 o separación de 0,278125 m.

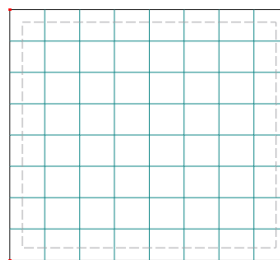


*Figura 84: Configuración 4x4 de mallado*



*Figura 85: Mallado 4x4 en la plataforma*

- Mallado 8x8 o separación de 0,1390625 m.



*Figura 86: Configuración 8x8 de mallado*

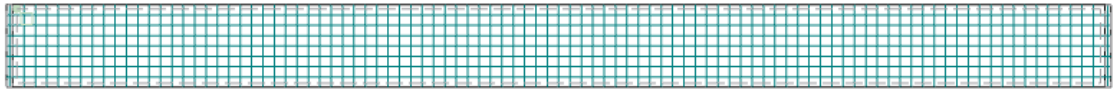


Figura 87: Mallado 8x8 en la plataforma

- Mallado 16x16 o separación de 0,06953125 m.

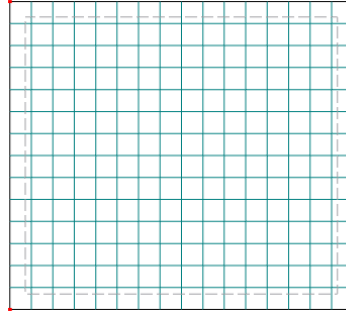


Figura 88: Configuración 16x16 de mallado

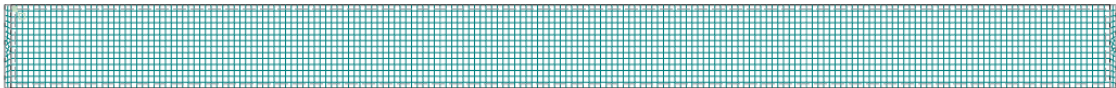


Figura 89: Mallado 16x16 en la plataforma

- Mallado 32x32 o separación de 0,034765625 m.

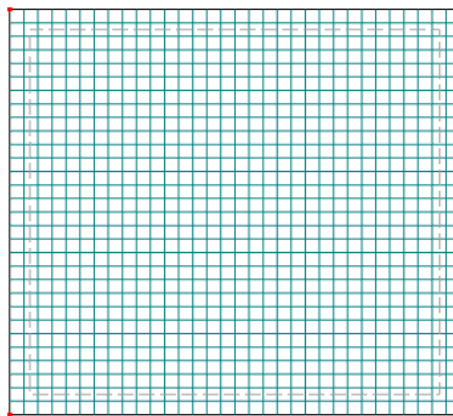


Figura 90: Configuración 32x32 de mallado

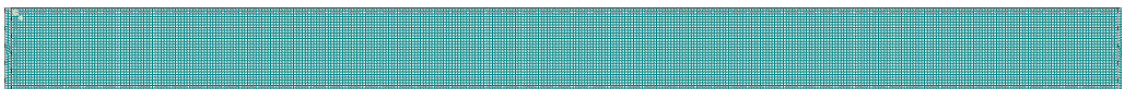


Figura 91: Mallado 32x32 en la plataforma

Una vez descritos los tipos de malla a utilizar, se va a definir el procedimiento para modificar los parámetros requeridos.

### Configuración en RFEM

En el programa RFEM, el apartado de configuración de la malla del elemento se ubica en “Cálculo” > “Configuración de malla de EF”. Seleccionando la casilla mencionada, se abrirá la ventana que muestra la figura 92:

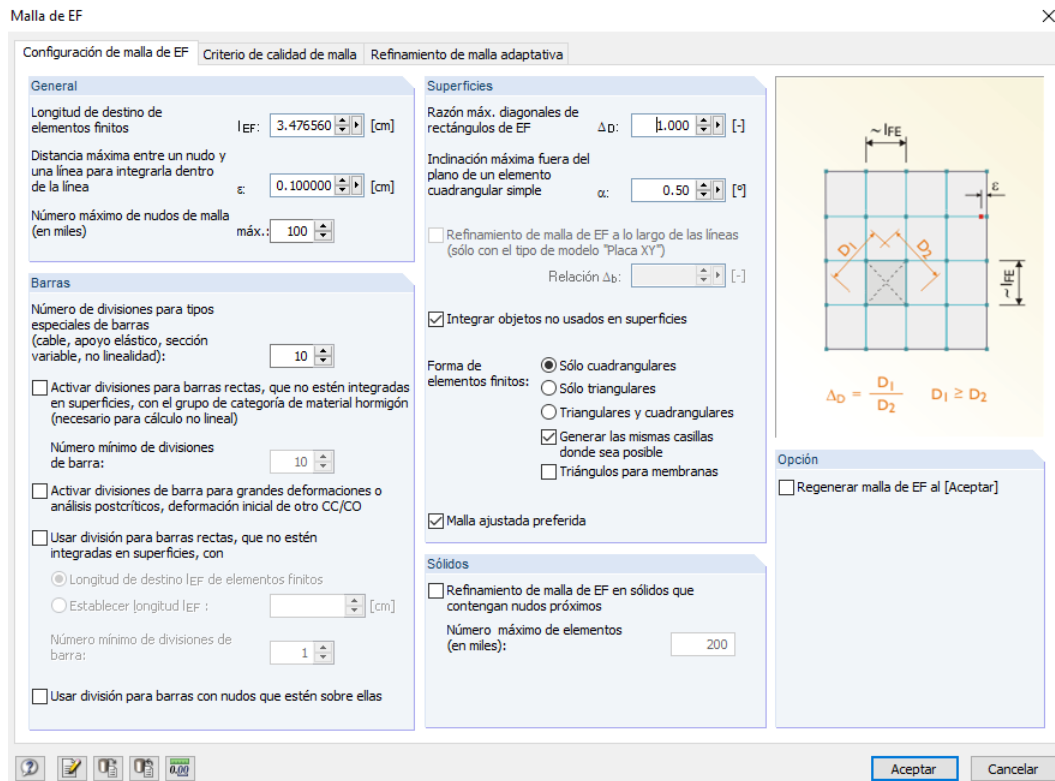


Figura 92: Configuración de malla de EF en RFEM

En ella se puede modificar desde la longitud de destino de cada elemento hasta su tipo de geometría. Para el presente trabajo, el valor de la longitud de elementos finitos se irá modificando hasta alcanzar la convergencia en los resultados. Además, en el apartado de superficies la razón de diagonales de rectángulos tendrá el valor unidad, lo que supone que las diagonales del elemento cuadrangular sean iguales y por tanto se formen rectángulos. Por último, se seleccionará la casilla correspondiente a la forma de elementos finitos que indica que la geometría será únicamente cuadrangular. Para ver el resultado del mallado generado se clica en “Cálculo” > “Generar malla de EF”.

### Configuración en SAP2000

En el programa SAP2000 la configuración de la malla de EF aparece en “Assign” > “Area” > “Automatic area mesh” y se seleccionará el número de divisiones correspondientes para cada dirección como muestra la figura 93:

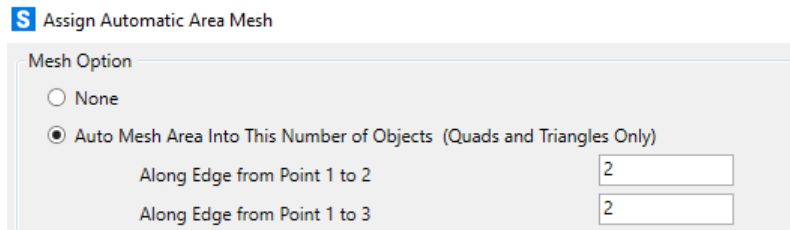


Figura 93: Configuración de malla en SAP2000

Con todo lo anterior, se pueden llevar a cabo el análisis de los ensayos con la plataforma generada por modelos superficiales.

### 5.4 Ensayo 1

En este apartado no solo se van a obtener los resultados del ensayo, si no que se va a realizar el estudio de eficiencia de la malla con el objetivo de optimizar el tiempo de cálculo en relación a la precisión de los resultados.

Para un primer ensayo se usarán los valores iniciales de cálculo, los cuales se muestran a continuación:

- Módulo de elasticidad:  $E_x=E_y=11.500 \text{ MPa}$
- Módulo de cortante:  $G_{yz}=G_{xz}= G_{xy}= 650 \text{ MPa}$
- Peso específico:  $4.411 \text{ N/m}^3$

#### Análisis estático

Los resultados para un estudio inicial son los indicados en la tabla 17:

		Ensayo 1				
		2x2	4x4	8x8	16x16	32x32
RFEM	Configuración de malla					
	Desplazamiento (mm)	3,8821	3,8843	3,8852	3,8856	3,8861
	Diferencia (mm)	-	0,0022	0,0008	0,0005	0,0005
SAP2000	Desplazamiento (mm)	3,8807	3,8820	3,8823	3,8824	3,8824
	Diferencia (mm)	-	0,0013	0,0003	0,0001	0,0000

Tabla 17: Comparación del mallado en ensayo inicial a deformación

En la tabla 17 se aprecia una sensible tendencia a un aumento de deformación a medida que se optimiza el mallado. En el estudio de SAP2000, la deformación converge antes que en RFEM ante el mismo mallado, ya que la diferencia entre los valores consecutivos de deformación es menor en SAP que en RFEM. Sin embargo, en el estudio estático no es de utilidad usar una malla optimizada ya que el resultado va a ser muy similar al obtenido con una malla más simple. Una malla excesivamente mejorada hace que la relación entre la precisión de los resultados y el tiempo de cálculo se vea desfavorable.

A continuación, se ajustará la deformación al valor obtenido en los ensayos experimentales con un valor de 3,96 mm en el que se han utilizado los siguientes valores en cuanto a propiedades del material:

- Módulo de elasticidad:  $E_x=E_y=11.000$  MPa
- Módulo de cortante:  $G_{yz}=G_{xz}=G_{xy}=650$  MPa
- Peso específico:  $4.411$  N/m<sup>3</sup>

Los resultados del ensayo para un primer ajuste se muestran en la tabla 18:

		Ensayo 1				
Configuración de malla		2x2	4x4	8x8	16x16	32x32
RFEM	Desplazamiento (mm)	3,9564	3,9586	3,9595	3,9600	3,9605
	Diferencia (mm)	-	0,0022	0,0009	0,0005	0,0005
SAP2000	Desplazamiento (mm)	3,9571	3,9584	3,9593	3,9594	3,9594
	Diferencia (mm)	-	0,0013	0,0009	0,0001	0,0000

Tabla 18: Comparación del mallado en ensayo final a deformación

La tendencia es idéntica a la anterior, de hecho las diferencias en el caso de RFEM son completamente idénticas. Este segundo ensayo sirve para fijar un valor para el módulo de elasticidad de forma que en el análisis de vibraciones se modifique el módulo a cortante y/o el peso específico.

### Análisis modal

Con los valores anteriores, se lleva a cabo el análisis dinámico de la plataforma para obtener las frecuencias naturales en cada modo de vibración mostradas en las tablas 19 y 20:

<b>Ensayo 01 en RFEM</b>					
<b>Configuración de malla</b>	<b>2x2</b>	<b>4x4</b>	<b>8x8</b>	<b>16x16</b>	<b>32x32</b>
Flexión 1	2,7346	2,7340	2,7338	2,7337	2,7336
Diferencia	-	-0,0005	-0,0002	-0,0001	-0,0001
Flexión 2	7,2155	7,2067	7,2040	7,2027	7,2018
Diferencia	-	-0,0089	-0,0027	-0,0012	-0,0010
Torsión 1	10,3345	11,8122	12,2062	12,2585	12,2635
Diferencia	-	1,4777	0,3940	0,0523	0,0050
Flexión 3	15,8228	15,7787	15,7653	15,7591	15,7544
Diferencia	-	-0,0441	-0,0134	-0,0061	-0,0048
Torsión 2	20,5785	23,4359	24,1988	24,2966	24,3030
Diferencia	-	2,8574	0,7629	0,0978	0,0064

*Tabla 19: Comparación del mallado en RFEM en análisis modal*

<b>Ensayo 01 en SAP2000</b>					
<b>Configuración de malla</b>	<b>2x2</b>	<b>4x4</b>	<b>8x8</b>	<b>16x16</b>	<b>32x32</b>
Flexión 1	2,7373	2,7376	2,7376	2,7376	2,7336
Diferencia	-	0,0003	0,0001	0,0000	-0,0040
Flexión 2	7,2406	7,2394	7,2390	7,2389	7,2018
Diferencia	-	-0,0012	-0,0004	-0,0001	-0,0371
Torsión 1	10,4354	12,0537	12,5903	12,7357	12,2635
Diferencia	-	1,6183	0,5366	0,1454	-0,4722
Flexión 3	15,9455	15,9381	15,9356	15,9349	15,7544
Diferencia	-	-0,0074	-0,0025	-0,0007	-0,1805
Torsión 2	20,7270	23,9775	25,0561	25,3485	24,3030
Diferencia	-	3,2505	1,0786	0,2924	-1,0455

*Tabla 20: Comparación del mallado en SAP2000 en análisis modal*

Las tablas anteriores muestran los valores de las frecuencias naturales asociadas a cada modo de oscilación y a su vez la diferencia entre los valores consecutivos con el fin de obtener la mejor relación entre tiempo de cálculo y precisión en los resultados.

Los valores de frecuencia a flexión poseen valores similares en las diferentes configuraciones de malla, existiendo un error relativo entre el mallado 2x2 y 32x32 menor del 0,1 %. Sin embargo, en los modos de torsión, la convergencia de resultados es mas tardía, de forma que para el análisis de torsión es necesario una malla optimizada. El error entre los valores de los modos de torsión entre la malla 2x2 y la 32x32 tiene un valor aproximado del 15 %, lo cual supone una imprecisión elevada en configuraciones de malla no optimizados.

La conclusión obtenida en los ensayos anteriores es que la configuración del mallado afecta sensiblemente tanto en deformación como en las frecuencias naturales asociadas a los modos de oscilación de flexión, mientras que, en los modos de torsión, la configuración de la malla suma importancia a la hora de obtener unos valores precisos.

Para los ensayos siguientes, se utilizará la malla **8x8** con el fin de obtener valores precisos en los modos de oscilación a torsión y a su vez, no tener un tiempo de cálculo excesivo. Además, los análisis serán ajustados al programa RFEM con el fin de obtener las diferencias entre ambos y relacionar las tendencias respecto de los resultados experimentales.

Para ajustar las propiedades de los materiales, hay que recordar como afectaban estos a las frecuencias de vibración. El módulo de elasticidad es directamente proporcional a la frecuencia de forma que, un aumento en el valor de E supone una frecuencia natural de oscilación mayor. Por el contrario, el peso específico es inversamente proporcional, por lo que un aumento de este, supone una disminución de la frecuencia natural.

Como se ha comentado anteriormente, el valor del módulo de elasticidad se ha fijado en 11.000 MPa, no obstante se modificará el valor el peso específico para ajustar los valores de frecuencia a flexión. Seleccionando el valor del primer modo a flexión cuyo valor es de 2,73 Hz, se aprecia que para llegar al resultado experimental de 2,75 Hz es necesario reducir el peso específico. Tras pruebas de ensayo error, el valor del peso específico que optimiza la frecuencia natural es de 4.356 N/m<sup>3</sup>.

En las formas modales de torsión se aprecia una diferencia notable entre la malla a utilizar (8x8) y la inicial (2x2). Por ello se va a realizar un ajuste modificando el valor del módulo de cortadura en el plano transversal. Esto se debe a que la estructura se torsiona respecto al eje longitudinal X lo que conlleva a producir esfuerzos cortantes en la sección transversal.

El ajuste final de cálculo posee las siguientes propiedades del material:

- Módulo de elasticidad:  $E_x = E_y = 11.000$  MPa
- Módulo de cortante en los planos XY y XZ:  $G_{yz} = G_{xy} = 650$  MPa
- Módulo de cortante en el plano  $G_{xz} = 405$  MPa
- Peso específico: 4.356 N/m<sup>3</sup>

La tabla 21 muestra los resultados del análisis modal con los datos finales ajustados en RFEM:

Ensayo 1					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	RFEM	SAP2000	Valor real	RFEM	SAP2000
Flexión 1	2,751	2,755	2,750	0,041	0,174
Flexión 2	7,251	7,284	7,320	0,939	0,498
Torsión 1	10,455	10,736	10,460	0,049	2,636
Flexión 3	15,874	16,031	15,740	0,854	1,848
Torsión 2	20,689	21,319	20,760	0,343	2,695

Tabla 21: Análisis modal de superficie en ensayo 1

La tabla representa los resultados del análisis modal en cada uno de los 3 métodos de cálculo: el ensayo experimental y los análisis tanto en RFEM como en SAP2000. Como se ha mencionado anteriormente, las propiedades del material se han ajustado a RFEM, lo que significa que pueden existir diferencias entre los resultados de SAP y RFEM y por tanto el error existente entre los respectivos programas de cálculo y el ensayo experimental no indica que un programa sea más preciso que otro.

Analizando los resultados, se aprecia una ligera rigidez superior en SAP2000 ya que las frecuencias naturales son mayores que en RFEM.

Si se compara esta tabla con las dos anteriores, se aprecia un aumento de rigidez en el sistema dado que se ha reducido el peso específico. Los modos correspondientes a torsión, poseen unas frecuencias más elevadas que en la tabla anterior a pesar de haber reducido el módulo de cortadura, no obstante el aumento se debe a la modificación del peso específico ya que afecta a todos los modos.

## 5.5 Ensayo 2

En el análisis dinámico para obtener los modos de oscilación interviene una carga transversal en el centro de la viga. Para su modelado, se crea un nudo en el centro de la misma y se hace un reparto de cargas de forma equitativa para representar la realidad. De esta forma, los nudos extremos poseen una masa de 4,5 kg mientras que el nudo central cuenta con 40 kg de masa completando los 49 kg correspondientes a la viga colocada transversalmente.

Los resultados de las formas modales se muestran en la tabla 22:

Ensayo 2					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	RFEM	SAP2000	Valor real	RFEM	SAP2000
Flexión 1	2,606	2,610	2,600	0,235	0,373
Flexión 2	7,250	7,284	7,320	0,962	0,485
Torsión 1	10,168	10,445	10,310	1,378	1,314
Flexión 3	15,085	15,247	15,040	0,302	1,380
Torsión 2	20,672	21,319	20,800	0,615	2,497

Tabla 22: Análisis modal de superficie en ensayo 2

Comparando los datos entre SAP2000 y RFEM, se aprecia que sigue la tendencia comentada en el ensayo anterior, en la que el cálculo en SAP2000 posee una mínima mayor rigidez que en RFEM. No obstante, también continúa la tendencia de obtener una diferencia elevada entre el valor real de los modos de torsión y el valor obtenido en programas de cálculo.

Por otra parte, como se vio en los resultados en el modelado simplificado, las frecuencias naturales en el ensayo 2 se ven disminuidas al contar con una masa en el centro de la viga.

### 5.6 Ensayo 3

Al igual que en el ensayo 2, el análisis dinámico cuenta con cargas en el centro de la viga, que para este caso los nudos extremos tendrán 9 kg de masa mientras que el nudo central contará con 80 kg, teniendo un total de 98 kg correspondientes a los dos listones colocados transversalmente sobre la plataforma.

Los resultados de las formas modales se muestran en la tabla 23:

Ensayo 3					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	RFEM	SAP2000	Valor real	RFEM	SAP2000
Flexión 1	2,481	2,485	2,480	0,050	0,188
Flexión 2	7,252	7,284	7,310	0,794	0,362
Torsión 1	9,920	10,174	10,070	1,487	1,029
Flexión 3	14,525	14,676	14,530	0,035	1,006
Torsión 2	20,711	21,319	20,700	0,052	2,992

Tabla 23: Análisis modal de superficie en ensayo 3

La tendencia continúa existiendo, de forma que SAP2000 obtiene frecuencias naturales de vibración más elevadas que en RFEM. Como era de

esperar, la frecuencia natural se reduce en comparación a los ensayos anteriores por la sollicitación de una carga externa mayor.

### 5.7 Ensayo 4

En el 4º ensayo, se ha considerado que no existen cargas externas por lo que no se tendrá en cuenta ninguna masa en los nudos para el análisis dinámico.

Los resultados de las formas modales se muestran en la tabla 24:

Ensayo 4					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	RFEM	SAP2000	Valor real	RFEM	SAP2000
Flexión 1	2,523	2,527	2,540	0,665	0,524
Flexión 2	6,651	6,681	6,790	2,050	1,613
Torsión 1	9,599	9,847	10,200	5,897	3,462
Flexión 3	14,562	14,704	14,590	0,192	0,778
Torsión 2	18,994	19,554	20,330	6,571	3,816

Tabla 24: Análisis modal de superficie en ensayo 4

Las frecuencias naturales continúan siendo más elevadas en SAP2000. Cabe destacar que el error en los modos de torsión es menor que en ensayos anteriores ya que el presente ensayo se puede considerar el menos preciso por no tener una consideración de cargas real. Sin embargo, el error aumenta en los modos de flexión, al igual que ocurría en el modelo de cálculo simplificado.

### 5.8 Ensayo 5

Al igual que en el ensayo anterior, no existen cargas externas que alteren el análisis dinámico, con lo cual, únicamente se tendrá en cuenta el peso propio de la plataforma.

Los resultados de las formas modales se muestran en la tabla 25:

Ensayo 5					
Modo de vibración	Frecuencia natural (Hz)			Error (%)	
	RFEM	SAP2000	Valor real	RFEM	SAP2000
Flexión 1	2,515	2,518	2,530	0,586	0,460
Flexión 2	7,170	7,202	7,270	1,373	0,934
Torsión 1	10,294	10,568	10,260	0,327	3,000
Flexión 3	15,878	16,031	15,790	0,558	1,525
Torsión 2	20,626	21,236	20,820	0,931	1,998

Tabla 25: Análisis modal de superficie en ensayo 5

Comparándolo con el ensayo 1, al eliminar un apoyo elástico se obtiene que la frecuencia de excitación tiende a reducirse de forma que se produzcan menos movimientos en un mismo lapso de tiempo. Esta deducción es lógica ya que el sistema posee una menor rigidez y por tanto una mayor deformación. Analizando los resultados entre RFEM y SAP2000, se observa que se sigue la tendencia en la que RFEM posee una menor rigidez que SAP2000.

### **5.9 Consideraciones del análisis superficial**

A lo largo de los análisis llevados a cabo mediante elementos superficiales, se ha llegado a la conclusión de que la configuración del mallado es importante a la hora de obtener unos resultados precisos en cualquier programa de elementos finitos, más aun en los estudios que incluyan análisis dinámicos con frecuencias naturales de torsión.

Comparando ambos programas se ven muy similares en cualquiera de los ensayos. Sin embargo, SAP2000 sigue una tendencia a dar valores con mayor frecuencia natural que RFEM para un mismo mallado de la superficie.

## Capítulo 6: Conclusiones

### 6.1 Conclusiones generales

Una vez concluido el presente TFG, tras haber realizado los análisis estáticos y modales y habiendo alcanzado todos los objetivos mencionados en el capítulo 1, se puede llegar a las siguientes conclusiones.

En primer lugar, se llevó a cabo una verificación de resultados en una viga simple con el fin de configurar correctamente los programas para un análisis lineal. Este paso ha sido muy importante debido a que con la configuración predeterminada de los programas los resultados no eran exactos, por lo que había que modificar parámetros como la aceleración gravitatoria o la consideración de la rigidez a cortante. Por otra parte, para generar un modelo computacional calibrado en el análisis modal se han generado divisiones en la viga, de forma que cuanto mayor es el número de estas, más preciso es el cálculo y por contra más longevo su tiempo de cálculo.

En segundo lugar, en el modelado computacional avanzado se aprecian diferencias entre ambos programas, existiendo una tendencia en la que el software SAP2000 posee una mayor rigidez o lo que es lo mismo, unas frecuencias naturales de oscilación más elevadas que el programa RFEM 5 ante una misma configuración de mallado.

### 6.2 Objetivos alcanzados

En el capítulo 1, apartado 1.2 Objetivos, se plantearon diferentes objetivos con el propósito de cumplirlos en su totalidad:

- Se ha podido entender y comprender el comportamiento de estructuras de madera sometidas a acciones de cargas estáticas. Su estudio ha permitido elaborar un “gemelo digital” con el fin de realizar ensayos sobre el y no llevar a cabo estudios experimentales.
- A su vez, se han comprendido los diferentes métodos de análisis y modelado. El análisis con elementos barra realiza cálculos teóricos básicos dando los mismos resultados en ambos programas. Sin embargo, en los modelos avanzados de elementos superficiales, los resultados se ven mínimamente diferentes,, permitiendo a su vez, un

abanico más amplio de cálculo para el análisis modal con las frecuencias naturales de vibración a torsión.

- Se ha comprendido el análisis dinámico y la influencia de las propiedades del material así como de las cargas externas. De esta forma se ha podido ajustar el análisis modificando el módulo de elasticidad del material, de manera que un aumento de este aumente la rigidez del material y por tanto aumente la frecuencia de oscilación del elemento. Por otra parte, se ha modificado el peso específico del material de manera que un aumento de este proporciona una disminución en la frecuencia de oscilación ya que el sistema posee más masa. En análisis no lineales, se ha ajustado el valor de la rigidez a cortante existiendo una relación directa con la frecuencia de oscilación. Finalmente, las cargas externas presentan una gran influencia en el análisis modal, de forma que cuanto mayor momento generen las cargas en la estructura, más se reducirá la frecuencia natural de oscilación.

### **6.3 Consideraciones adicionales**

En este apartado se matizan diferentes repercusiones asociadas al desarrollo del TFG, abarcando el ámbito económico, medioambiental y de seguridad.

Los análisis experimentales no han sido desarrollados para el presente trabajo por lo que únicamente se han llevado a cabo los análisis en los diferentes programas de elementos finitos. Con ello, se ha seguido la normativa vigente de seguridad e higiene en el trabajo haciendo un uso más específico al apartado de la ergonomía. No obstante, no existen impactos ambientales a considerar durante el desarrollo del presente TFG.

En cuanto al tema económico, los costes para las licencias de los software utilizados son de 4.185,00 € para RFEM 5, a lo que hay que sumar el módulo adicional de análisis dinámico que tiene un coste total de 1.215,00 €, lo que hace un total de 5.500,00 € en licencias para el programa desarrollado por Dlubal. El importe de la licencia de SAP2000 es de 6390,00 € en su versión plus. Los precios anteriores son licencias de compra, de forma que también se puede obtener licencias trimestrales, semestrales o anuales reduciendo así el coste final.

Para estimar el coste total del presente trabajo, se hace uso del sueldo de un ingeniero técnico en formación y el tiempo empleado para la realización del trabajo. Por una parte, un ingeniero técnico en formación recibe un sueldo estimado de 20.000 € anuales trabajando 1.800 h/año obteniéndose una media de 11,11 €/h, y por otra parte, se han empleado un total de 100 horas.

En fase de cálculo computacional se emplearon en torno a 60 horas, mientras que la redacción del informe ha necesitado de un tiempo de 40 horas.

Para determinar el coste final, se multiplica el coste horario por el total de horas empleadas, obteniendo un coste total de **1.111,00 €**.

#### **6.4 Líneas futuras**

Las propuestas como líneas futuras a partir del presente TFG hacen referencia a análisis y programas diferentes a los utilizados. Algunos ejemplos son los siguientes:

- Análisis de la plataforma con programas de elementos finitos distintos de RFEM y SAP2000.
- Comparación entre análisis lineal y no lineal tanto en el estudio estático como en el modal.
- Estudio de vibraciones de la estructura.
- Comparación entre los distintos métodos de cálculo de los análisis dinámicos.
- Análisis del impacto de fenómenos meteorológicos sobre la plataforma.



## Bibliografía

- [1] Manual de usuario de RFEM 5 - versión marzo 2016.
- [2] *Software de análisis de elementos finitos* | Autodesk. (2021, January 19). Autodesk.com. <https://www.autodesk.com/es/solutions/finite-element-analysis>
- [3] *Soluciones de software de análisis y simulación estructural de estructuras* | Ansys. (2021). Ansys.com. <https://www.ansys.com/products/structures#tab1-3>
- [4] *Análisis estático no lineal - 2021 - Ayuda de SOLIDWORKS*. (2021). Solidworks.com. [https://help.solidworks.com/2021/spanish/SolidWorks/cworks/c\\_Nonlinear\\_Static\\_Analysis.htm?id=5f7c687389cd426297f134fbbc11173c#Pg0](https://help.solidworks.com/2021/spanish/SolidWorks/cworks/c_Nonlinear_Static_Analysis.htm?id=5f7c687389cd426297f134fbbc11173c#Pg0)
- [5] *AITIM - Asociación de Investigación de las Industrias de la Madera*. (n.d.). Infomadera.net. <https://infomadera.net/modulos/index.php>
- [6] Prontuario básico de estructuras simples.
- [7] Dlubal Software. (2024, January 5). *Configuración del análisis modal*. Dlubal Software. <https://www.dlubal.com/es/descargas-e-informacion/documentos/manuales-en-linea/rfem-6-rstab-9-analisis-dinamico/000359>
- [8] TFG-I-2989: Variación de los parámetros modales de una plataforma de madera tras ser intervenida.
- [9] TFG-I-1843: Modelado, calibración y simulación de una plataforma multiconfigurable y transitable.
- Software de análisis de elementos finitos* | Autodesk. (2021, January 19). Autodesk.com. <https://www.autodesk.com/es/solutions/finite-element-analysis>