

BACHILLERATO DE INVESTIGACIÓN/EXCELENCIA
MODALIDAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA

I.E.S. TRINIDAD ARROYO – E.T.S.II.AA. DE PALENCIA



PROYECTO DE INVESTIGACIÓN:

¿Qué nos aportan los árboles en las ciudades? Un estudio basado en el escaneo laser y las relaciones de tamaños en los árboles

Autor:

Sergio Moro Andrés

Tutores:

(UVA) Felipe Bravo Oviedo

(UVA) Chamodi Tharuni Mahanama Dissanayake

(I.E.S) M^a Trinidad Pesquera Ortega

Palencia, 6 de marzo de 2026

La **ciencia** en la actualidad es un **trabajo en equipo**, sin embargo, no todos los científicos contribuyen de igual forma, ni en igual medida. Por ello se debe reconocer el trabajo de todos los integrantes de los equipos de investigación de acuerdo con esquema común. La **Taxonomía CRediT** ayuda a clarificar la contribución de cada participante en el proyecto.

La **ciencia en abierto** (Open Science) se ha convertido en el estándar de trabajo para investigadores de todo el mundo. Este informe, junto con los datos generados, se presenta como una contribución a la ciencia abierta, por lo que está depositado en la plataforma Zenodo (<https://zenodo.org/>) que es un repositorio de acceso abierto desarrollado dentro del programa europeo OpenAire (plataforma paneuropea de información científica en abierto) y gestionado por el CERN (Organización europea para la investigación nuclear).

Como citar (y localizar) este trabajo:

Moro-Andrés, S., Dissanayake, C., Pesquera, M.T., Bravo, F. 2026 ¿Qué nos aportan los árboles en las ciudades? Un estudio basado en el escaneo laser y las relaciones de tamaños en los árboles. *Informe final del trabajo de investigación del Bachillerato de Investigación y Excelencia, IES Trinidad Arroyo-Universidad de Valladolid* (ETS de Ingenierías Agrarias de Palencia) Zenodo <https://doi.org/10.5281/zenodo.18825408>

Contribución al trabajo de acuerdo con la **Taxonomía CRediT** (<https://credit.niso.org/implementing-credit/>):

Moro-Andrés, S.: Metodología, Software, Investigación, Recopilación y gestión de datos, Análisis formal, Visualización, Escritura del borrador original, Escritura (revisión y edición)

Dissanayake, C.: Metodología, Software, Investigación, Recopilación y gestión de datos, Análisis formal, Recursos, Visualización, Escritura (revisión y edición)

Pesquera, M.T.: Análisis formal, Escritura (revisión y edición), Administración del proyecto, Supervisión

Bravo, F.: Conceptualización, Metodología, Software, Análisis formal, Recursos, Escritura (revisión y edición), Administración del proyecto, Supervisión

Índice

Resumen	4
Abstract.....	5
Introducción	6
Material y Métodos.....	8
<i>Área de estudio</i>	8
<i>Mediciones de árboles</i>	8
<i>Cálculo de los volúmenes y áreas de las copas</i>	13
<i>Desarrollo temporal del trabajo</i>	15
Resultados.....	16
Discusión y conclusiones	19
Referencias.....	21
Agradecimientos	24
Anexo I: Script de R	25

Resumen

El arbolado urbano desempeña un papel fundamental en las ciudades debido a los numerosos servicios ecosistémicos (ES) que proporcionan, entre los que destacan, la reducción de temperatura del aire, la mejora de la calidad del aire, la captura de carbono y los beneficios sociales y paisajísticos. Muchos de estos servicios no tienen valor económico, sino que son esenciales para el bienestar humano. Mediante el análisis de 10 árboles de ocho especies diferentes (*Quercus ilex*, *Ulmus minor*, *Quercus suber*, *Quercus robur*, *Cedrus deodara*, *Abies nordmanniana*, *Malus sylvestris* y *Pinus pinea*) en el Campus de Palencia (La Yutera) de la Universidad de Valladolid, se obtiene información sobre la contribución de los árboles urbanos a la prestación de dos ES cruciales: la reducción de la temperatura del aire y el secuestro de carbono. Cada árbol se midió (diámetro a la altura del pecho y altura total) mediante métodos tradicionales (calibre e hipsómetro Vertex) y se escaneó con un escáner láser portátil. Las nubes de puntos de cada árbol se procesaron para obtener la altura total, el diámetro del tronco y las dimensiones de la copa. Se han calculado una serie de variables basadas en mediciones de las copas de los árboles que se representan la capacidad de los árboles para reducir la temperatura y aumentar el secuestro de carbono. Hemos utilizado el tamaño de la copa como variable representativa (variable proxy) bajo la hipótesis de que los árboles con las copas más grandes (1) proporcionan más sombra, lo que significa una mayor reducción de la temperatura, y (2) disponen de más área fotosintética, lo que facilita un mayor potencial de crecimiento de los árboles, es decir, un mayor secuestro de carbono. Así se calcularon la superficie y el volumen de la copa para estimar los servicios ecosistémicos considerados. El conjunto de datos (mediciones tradicionales e información del láser) se analizó utilizando el software libre R y su IDE (Rstudio). El código utilizado está depositado en abierto para incrementar las oportunidades de replicar nuestro trabajo

Palabras clave: Arbolado urbano, LiDAR, Mediciones de árboles, Secuestro de Carbono, Temperatura del aire

Abstract

Urban trees play a fundamental role in cities due to the numerous ecosystem services (ES) they provide, including climate regulation, air quality improvement, carbon sequestration, and social and landscape benefits. Although many of these services do not have a direct economic value, they are essential for human well-being. By analysing 10 representative trees from eight different species at the Palencia Campus (La Yutera), University of Valladolid, we insight on the contribution of urban trees to delivery two crucial ES: air temperature reduction and carbon sequestration. Each sample trees was measured (diameter at breast height and total height) following business as usual procedures (calliper and Vertex hypsometer) and scanned with handheld laser scanner. Individual trees laser point clouds were processed to obtain the total height, stem diameter and crown dimensions. Resulting dataset (traditional and laser-based measurements) was analysed using the free software R and its IDE (Rstudio). Used scripts are openly distributed to increase the opportunities to replicate our work. To obtain crown-based proxy variables related with temperature reduction and carbon sequestration. We use crown size as a proxy variable under the hypothesis that larger crowns provide (1) more shade, which means greater temperature reduction, and (2) more photosynthetic area, which facilitates greater tree growth potential, i.e., greater carbon sequestration. Crown surface area and crown volume were calculated and used as proxy of the considered ecosystem services.

Key words: Air temperature, Carbon sink, *LiDAR*, *Tree measurements*, *Urban forestry*

Introducción

Llamamos servicios ecosistémicos a los beneficios que los ecosistemas proporcionan a la sociedad y mejoran la salud, economía y la calidad de vida de las personas (Thorsen et al., 2014). Estos servicios son generados mediante el propio funcionamiento de los ecosistemas. En unos casos estos servicios ecosistémicos se pueden comercializar, como los servicios de provisión (madera, corcho, resina, ...) mientras que en otros no hay un mercado establecido para hacer una transacción con ellos. El arbolado urbano juega un papel fundamental en las ciudades como proveedor de diferentes servicios ecosistémicos como por ejemplo la reducción de la temperatura debido a la sombra que nos ofrecen (Moss et al., 2019), el incremento del secuestro de dióxido de carbono (Mazon, 2025) o la mejora de la calidad del aire (Schlaepfer et al., 2020), entre otros. Aunque hay esquemas de pago por servicios ambientales (ver, por ejemplo, Le et al., 2024) en el caso de las ciudades los árboles proveen estos servicios sin coste adicional. Sin embargo, es relevante considerar que los ayuntamientos usan los impuestos de los ciudadanos para financiar su desarrollo, cuidado y renovación.

El análisis del arbolado urbano sobre la provisión de los servicios ecosistémicos se ha realizado de forma extensa en diversas ciudades del mundo. Por ejemplo, en Texcoco de Mora, en México (Martínez-Trinidad et al., 2021) donde analizaron en cuatro parques la relación entre la estructura, diversidad y los servicios ecosistémicos del arbolado centrándose en la captura de CO₂ y la purificación del aire, usando otros métodos como el uso del software *i-TreeEco*, para calcular esos servicios. Otro ejemplo, ha sido realizado el cálculo de servicios ecosistémicos en la localidad de Ampudia en Palencia (López Fernández, 2019) mediante la definición correcta de los servicios ecosistémicos y a partir de las funciones ecosistémicas de las unidades geográficas a las que pertenecían. Un caso de especial interés es el uso de ciencia ciudadana mediante la implicación de la ciudadanía en la definición de objetivos y toma de datos para la toma de datos dendrométricos (diámetros y alturas) en arbolado urbano en Viladecans, Barcelona (Mazon, 2025)

Sin embargo, en la mayor parte de los estudios urbanos se utilizaron medidas tradicionales (con forcípula o cita e hipsómetro) pero no tecnología LiDAR. Como es el caso del trabajo realizado en la urbanización Zulema-Villalbilla en la Comunidad de Madrid (Domínguez-Lerena et al., 2022) en el cual para realizar su estudio aparte de usar el software *i-tree Eco* la obtención de los datos de las alturas han sido obtenidas mediante el uso del hipsómetro y basándose en estudios de la localidad realizados por métodos tradicionales.

También se han estudiado estos servicios ecosistémicos en diferentes tipos de bosques como es el caso del estudio realizado en Ampudia, en la provincia de Palencia, norte de España (Dissanayake et al., 2025). La masa forestal tiene una superficie de 30 ha y está compuesta por *Pinus halepensis*, *Pinus pinea* y *Cupressus sempervirens*, junto con regenerado natural de *Quercus faginea*. Usando la tecnología lidar para estudiar toda esta amplia área con la ayudada de un escáner láser portátil (HLS, de Handheld Laser Scanning) y datos SfM (Structure for Motion) obtenidos mediante un vuelo con dron equipado con el sensor HLS. El uso de tecnología LiDAR utilizada para la medición de las dimensiones de los árboles se está imponiendo en la gestión forestal, siendo de tal importancia que se puede llegar a suprimir los métodos tradicionales por esta nueva tecnología.

En algunos casos, el estudio del arbolado urbano y su relación con la provisión de servicios ecosistémicos se ha utilizado como recurso docente en la enseñanza secundaria (Angel Bermúdez et al., 2016) ,donde se estudia el tratamiento del concepto de servicios ecosistémicos en libros de texto de la educación secundaria obligatoria (ESO) y bachillerato de España, o para estudiar la percepción de los jóvenes sobre estos servicios (Morales Espinosa, 2020) donde los servicios ecosistémicos del arbolado urbano promueven el cambio en la percepción que tienen los jóvenes acerca de los servicios ecosistémicos del arbolado urbano.

En las ciudades la cobertura vegetal, en especial el arbolado, pueden influir en la relación entre el calor y la mortalidad humana reduciendo modificando las temperaturas ambientales (máximas, mínimas... diurnas y nocturnas) y mejorar la calidad del aire y las condiciones de vida de la población. Achebak et al. (2026) consideraron, estudiando diversas zonas en París (Francia); la importancia de la cobertura vegetal como medida necesaria para el considerable aumento de las temperaturas debida a la contaminación.

En este trabajo de investigación hemos estimado el papel del arbolado urbano en la reducción de la temperatura debido a la sombra producida y el secuestro del dióxido de carbono (CO₂), para ello asumimos la hipótesis que relaciona un mayor tamaño de copa con una mayor sombra producida por el árbol y una mayor capacidad fotosintética lo que se traduce una mayor cantidad de biomasa fijada y, por tanto, una mayor cantidad de carbono fijada.

Material y Métodos

Área de estudio

El estudio ha sido realizado en el campus de la Yutera de la Universidad de Valladolid en Palencia (fig. 1) donde se seleccionaron 10 árboles de 8 especies distintas: *Quercus ilex*, *Ulmus minor*, *Quercus suber*, *Quercus robur*, *Cedrus deodara*, *Abies nordmanniana* (2 árboles) *Malus sylvestris* y *Pinus pinea* (2 árboles).



Fig. 1 Localización de los árboles escaneados en el campus de Palencia (La Yutera) de la Universidad de Valladolid. Se escanearon 10 árboles de 8 especies diferentes, tanto coníferas como frondosas (imagen procedente de Google maps, con la localización de los 10 árboles escaneados: <https://maps.app.goo.gl/YqdUQ7Yd9xJZ5JAb8>) simbolizando la chincheta roja localizada en $41^{\circ}59'15.1''N$ $4^{\circ}30'59.9''W$, lugar donde se produjo el escaneo de 6 árboles de 5 especies distintas y la chincheta azul localizada en $41^{\circ}59'19.1''N$ $4^{\circ}30'56.0''W$, lugar donde se produjo el escaneo de 4 árboles de 3 especies distintas.

Mediciones de árboles

Se seleccionaron 10 árboles de las 8 especies diferentes presentes en el campus de Palencia de la Universidad de Valladolid. En estos árboles se han medido mediante

procedimientos tradicionales (forcípula o calibre e hipsómetro) el diámetro en cruz (mediante dos mediciones perpendiculares) a la altura normal (1,3 metros) y la altura total (fig. 2)

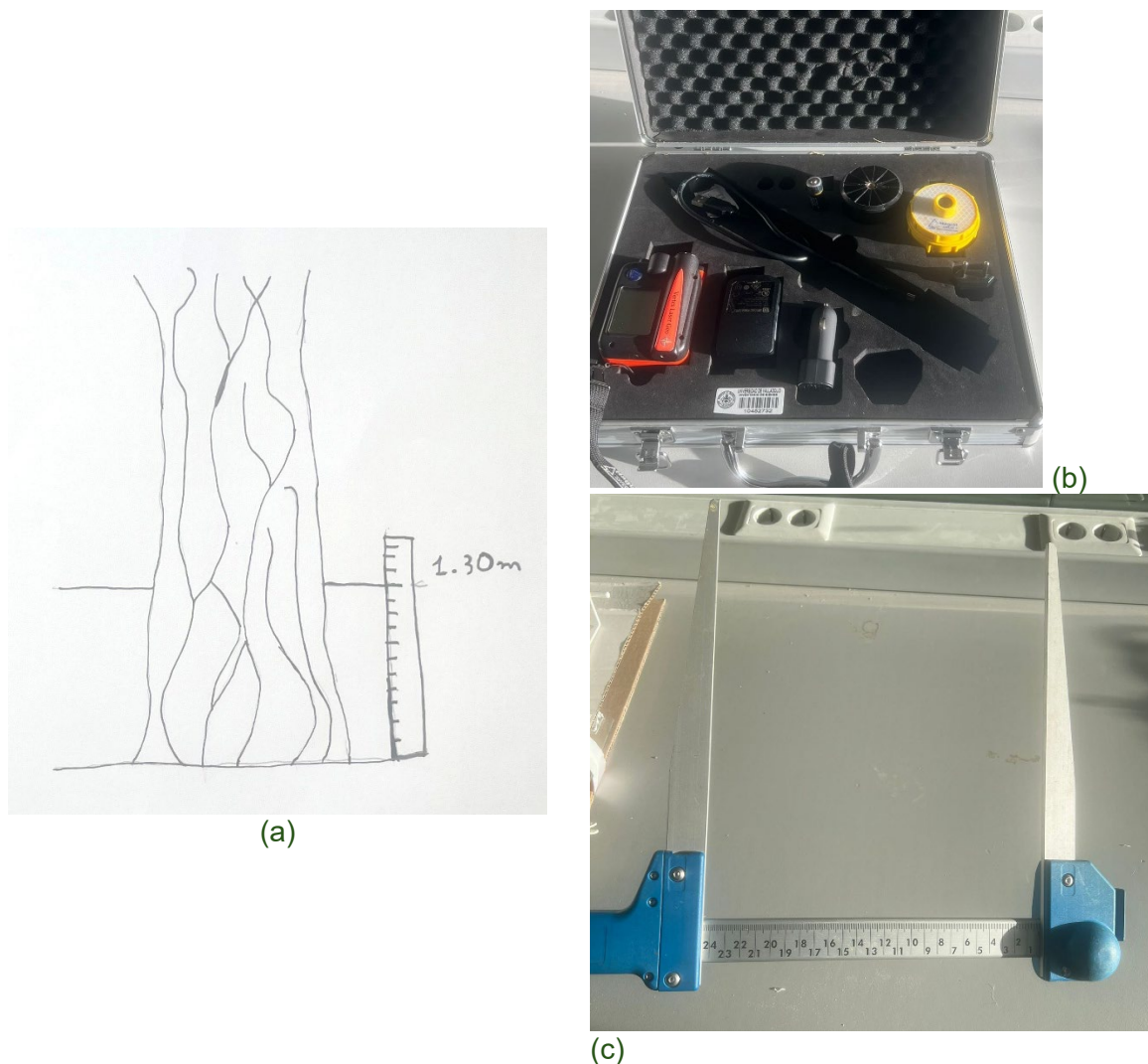


Fig. 2. Aparatos de medición forestal tradicionales como el calibre, o forcípula, que se usa para medir diámetros (c) e hipsómetro para medir alturas (b). El diámetro se mide a una altura de referencia, en los países que usan el sistema internacional de unidades se mide a 1,3 m sobre el suelo (a). Esta altura y la forma de expresar las variables está normalizada por la Unión Internacional de Organizaciones de Investigación Forestal (IUFRO por su nombre en inglés, <https://www.iufro.org/>). La estandarización sobre símbolos y variables forestales puede encontrarse en el informe desarrollado por la International Union of Forestry Research Organizations (1965)

Una vez tomados los datos con el procedimiento tradicional, se escanearon los árboles con un aparato LiDAR (*laser imaging, detection, and ranging*) de mano con el que se obtuvieron para cada árbol una nube de puntos (fig. 3) Cada uno de los puntos representa un rebote del pulso lidar sobre el árbol (acículas, ramas o tronco) La captura de puntos con

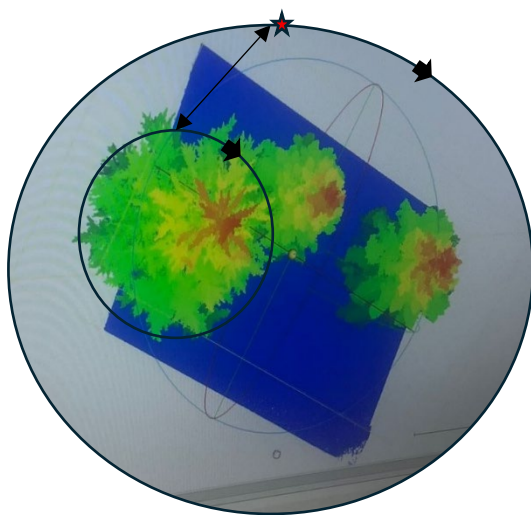
escáner se realiza mediante el algoritmo SLAM (*Silmultaneus Localization and Mapping*; Taheri y Xia, 2021) que fue desarrollado por primera vez en ingeniería robótica para problemas de localización en dos dimensiones y después extendido a problemas en tres dimensiones como es el caso del análisis de la alometría de los árboles. Por alometría nos referimos a las relaciones de tamaño entre las diferentes parte, en nuestro caso tronco y copa, de los árboles (Kershaw et al., 2016).



Fig. 3 Proceso de toma de datos con el escáner LiDAR de mano (a), el escáner (b) utiliza el algoritmo SLAM, del inglés *Silmultaneus Localization and Mapping* (Taheri & Xia, 2021) para, a partir de los rebotes de los pulsos láser, generar la nube de puntos en tres dimensiones (c) que representa la estructura del objeto escaneado, en nuestro caso árboles.

Para obtener los datos utilizando el dispositivo LiDAR, en nuestro caso el escáner láser portátil (HLS), el primer paso es conectar el dispositivo al registrador de datos (*data logger*) mediante el cable que tiene el dispositivo para tal fin. Para iniciar el dispositivo (HLS), primero debemos colocarlo en el suelo a una distancia desde la cual podamos ver claramente la copa del árbol y marcar este punto para utilizarlo como referencia de inicio y final del escaneo. Una vez colocado en el suelo, encendemos el registrador de datos. Cuando está encendido, aparece una luz roja en el escáner portátil, lo que indica que está listo para activarse. Además,

podemos comprobar el estado de funcionamiento del escáner observando el color de una pequeña luz en el registrador de datos. Después, presionamos y mantenemos pulsado el botón del escáner. La luz roja cambiará a una luz naranja parpadeante. Debemos mantener el escáner completamente quieto en el suelo; entonces aparecerá una luz verde que indica que el escaneo ha comenzado. El escáner empieza a girar alrededor del mango y debemos mantenerlo apoyado en el suelo durante 15 segundos sin moverlo. Durante estos segundos, el escáner registra la ubicación del punto inicial y comienza a emitir pulsos láser para registrar el entorno. Cuando el dispositivo está listo, lo levantamos y caminamos alrededor del árbol (Fig. 4). Primero realizamos una vuelta completa a una distancia que nos permita ver correctamente la parte superior de la copa. Después, hacemos otra vuelta más cerca del tronco para capturar mejor las ramas interiores y el tronco del árbol. Este recorrido no debe hacerse rápidamente, sino a una velocidad moderada y constante, para que el láser tenga suficiente tiempo de emitir todos los pulsos y registrar correctamente las hojas y ramas del árbol que estamos escaneando. Una vez finalizado el recorrido, regresamos al punto inicial previamente marcado, colocamos nuevamente el HLS en el suelo y esperamos aproximadamente 15 segundos antes de apagarlo manteniendo presionado el botón hasta que la luz desaparezca. Inmediatamente, aparecerá una luz naranja en el registrador de datos, indicando que los datos se están guardando. Cuando esta luz desaparece, significa que los datos se han guardado correctamente.



(a)



(b)

Figura 4. Recorrido realizado para hacer correctamente el escaneo, simbolizando la estrella roja el punto de inicio y final del recorrido (a) . El recorrido, en blanco, simula la espiral que se hace para escanear cada árbol. El punto de inicio debe permitir ver el ápice de la copa (b)

Después de recopilar los datos, los transferimos a un software de computadora llamado “FARO Connect”, donde obtenemos una nube de puntos creada a partir de los miles de puntos generados por los pulsos láser al reflejarse en la superficie del árbol. Luego, importamos estas nubes de puntos a otro software llamado “CloudCompare”, donde podemos visualizar las nubes de puntos en 3D. Utilizando una herramienta de análisis forestal, el complemento (plugin) 3DFin, podemos determinar los diámetros y la altura de cada árbol. También podemos usar la herramienta de sección transversal y la herramienta de medición para medir el ancho de la copa, la altura de inicio de la copa y la longitud de la copa. Finalmente, con la herramienta PoissonRecon, podemos calcular el volumen de la copa. El procedimiento utilizado ha seguido los protocolos ya empleados por nuestro grupo de investigación que pueden consultarse en detalle en (Tupinambá-Simões et al., 2023, 2024) y en (Dissanayake et al., 2025). Una vez realizado el escaneado se procedió a medir los árboles, mediante métodos tradicionales (forcípula e hipsómetro Vertex V) y sobre la nube de puntos LiDAR, con el fin de obtener el diámetro normal y la altura total de cada uno de ellos. Hemos realizado la obtención de datos de alturas y diámetros mediante el calibre y el Vertex V y mediante el software del HLS (Geoslam) obtuvimos nubes de puntos de cada árbol y gracias a ellos también obtuvimos los diámetros y las alturas respectivamente de cada árbol. Uno de los árboles fue descartado debido a su morfología, en la tabla 1 se presentan las mediciones fundamentales de los árboles muestreados.

Tabla 1. En esta tabla se muestran las magnitudes de cada árbol; las alturas obtenidas por el vertrex (método tradicional), Los 2 diámetros tomados con el calibre ambos a una altura de 1,3 m y la media de ambos, la altura y el diámetro calculada por el LiDAR

Árbol	h (m)	d1 (cm)	d2 (cm)	d (cm)	h _{LiDAR} (m)	d _{LiDAR} (cm)	Especies
1	6,7	23,5	25,1	24,3	6,56	23,0	<i>Quercus ilex</i>
2	5,5	7,0	7,0	7,0	5,53	6,0	<i>Ulmus minor</i>
3	7,0	18,5	18,9	18,7	6,33	17,0	<i>Quercus suber</i>
4	8,5	28,5	31,3	29,9	7,11	27,0	<i>Quercus robur</i>
5	13,2	36,5	34,8	35,65	12,8	34,0	<i>Cedrus deodara</i>
6	12,2	24,9	26,9	25,9	12,18	25,0	<i>Abies nordmanniana</i>
7	12,6	31,3	29,5	30,4	12,89	29,0	<i>Abies nordmanniana</i>
8	4,3	11,8	11,1	11,45	7,15	9,0	<i>Malus sylvestris</i>
9	14,1	71,9	67,4	69,65	11,13	66,9	<i>Pinus pinea</i>
10	13,9	55	57,3	56,15	12,78	55,8	<i>Pinus pinea</i>

Cálculo de los volúmenes y áreas de las copas

Para el análisis de datos y el cálculo de los volúmenes y las áreas de las copas, usando unas variables y los datos obtenidos por los métodos anteriores se usó el programa R versión 4.4.2 (R Core Team, 2024). El volumen de copas se calculó asimilando la forma de la copa de cada especie a un cono o dos semiparaboloides ajustados (fig. 5) Asumimos que un mayor volumen de copa proporciona una mayor reducción de temperatura siguiendo la hipótesis de que a mayor volumen de copa el árbol proveerá más sombra y por lo tanto facilitará mayor reducción de temperatura del aire.

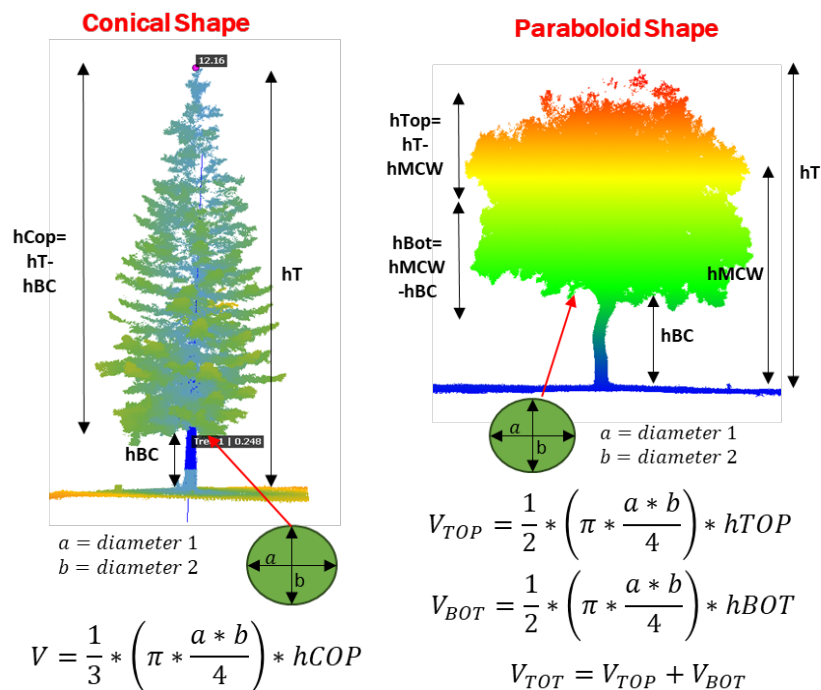


Figura 5: Fórmulas utilizadas para el cálculo del volumen de la copa de los árboles, dependiendo de si su copa es de forma paraboloidal o cónica, mediante el script desarrollado para R (anexo I).

Para cumplir el siguiente objetivo de nuestro proyecto, la captura de carbono, hemos calculado el volumen del tronco del árbol mediante una herramienta forestal que tiene el programa geoslam del LiDAR, el cual usa la fórmula Smalian (fig. 6 y Kershaw et al., 2016)), tomando como longitud 20 cm entre las dos superficies del tronco: Una alternativa hubiera sido integrar la función que representa por el perfil del árbol (*taper equation*) (Cellini et al., 2002; Rodríguez et al., 2015), pero dado que no se disponía de la ecuación de perfil para cada árbol se optó por utilizar la suma de los volúmenes de secciones del tronco y la aplicación de la fórmula de Smalian. No se consideró el volumen de biomasa que representan las ramas considerando que su aporte en el secuestro de carbono es pequeño con respecto al que representa el volumen del tronco.

Para el cálculo del secuestro de carbono, hemos usado una formula siguiendo la afirmación de Kollmann (1959) que indica que, en promedio, la madera, en peso seco, está compuesta en un 50% por carbono. El peso seco de la madera lo hemos obtenido multiplicando el volumen del tronco por la densidad de la madera de cada especie (tabla 2) y finalmente la relación entre el peso molecular del CO₂ y el peso atómico del carbono:

$$CO_2 \text{ fijado} = P_i * 0,5 * 3,67$$

Siendo el P_i el peso seco del árbol que se obtiene multiplicando el volumen del tronco por la densidad de la madera de la especie correspondiente. Se utiliza el factor 0,5 siguiendo la sugerencia de (Kollmann, 1959) de que la madera seca está compuesta en un 50% por carbono. Finalmente se aplica el factor, 3,67 que es la relación entre el peso de la molecular de CO₂ (44) y el atómico de carbono (12). Este procedimiento ya ha sido utilizado con anterioridad para la estimación del carbono secuestrado en la biomasa arbórea (Bravo, 2007; Bravo et al., 2008)

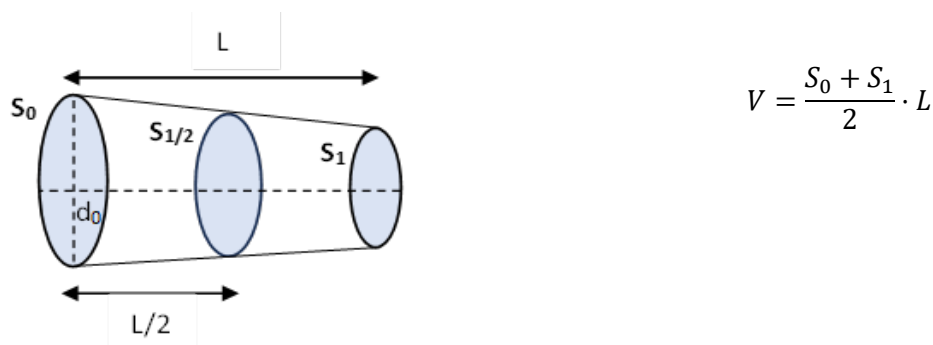


Figura 6, Fórmula de Smalian utilizada para calcular el volumen de las secciones en que se han dividido los troncos de los árboles escaneados

Tabla 2; Densidad de la madera para las especies estudiadas (Rodríguez et al., 2006). Qi: *Quercus ilex*; Um: *Ulmus minor*; Qs: *Quercus suber*; Qr: *Quercus robur*; Cd: *Cedrus deodara*; An: *Abies nordmanniana*; Ms: *Malus sylvestris*; Pp: *Pinus pinea*

Especie	<i>Qi</i>	<i>Um</i>	<i>Qs</i>	<i>Qr</i>	<i>Cd</i>	<i>An</i>	<i>Ms</i>	<i>Pp</i>
Densidad (kg/m³)	900	690	830	710	420	435	670	590 ³

Desarrollo temporal del trabajo

El estudio y realización de este proyecto ha tenido una duración aproximada de 6 meses (fig. 7) en los cuales ha habido una división del proyecto en tres periodos de tiempo los cuales algunos han sido empezados al acabar el anterior y otros no porque con la información obtenida podíamos ir empezando y avanzando en el siguiente sin haber cerrado el anterior, optimizando de esta manera más el trabajo. El primero de estos periodos es la definición de metodología y obtención de datos, en el cual tuvo una duración de dos meses y medio, el segundo fue el procesamiento de datos con una duración de dos meses y medio casi tres y el tercero fue el análisis de resultados, las discusiones y conclusiones con una duración de tres meses.

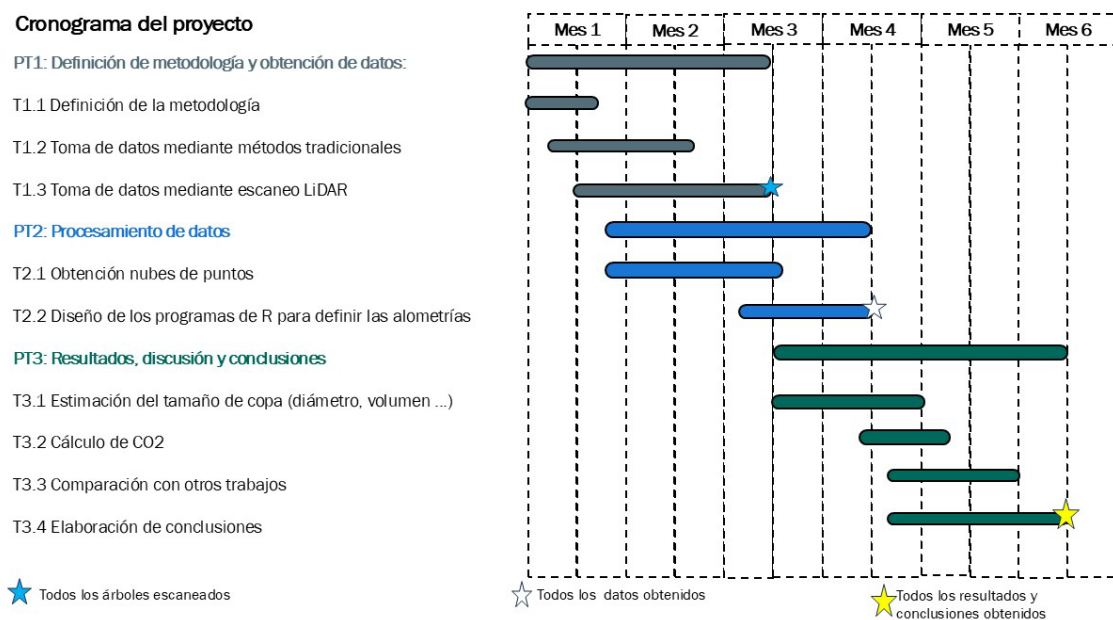
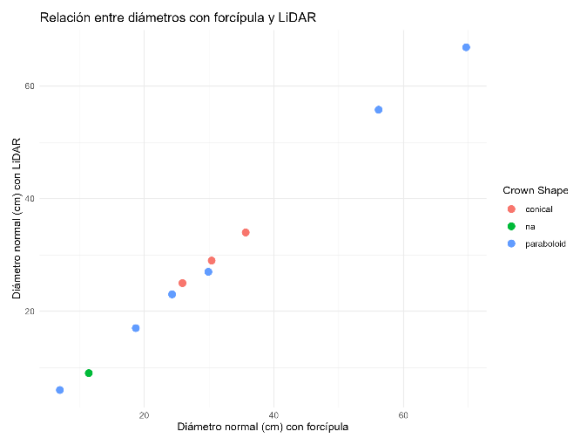


Figura 7: Diagrama de Gantt mostrando la evolución temporal de este proyecto.

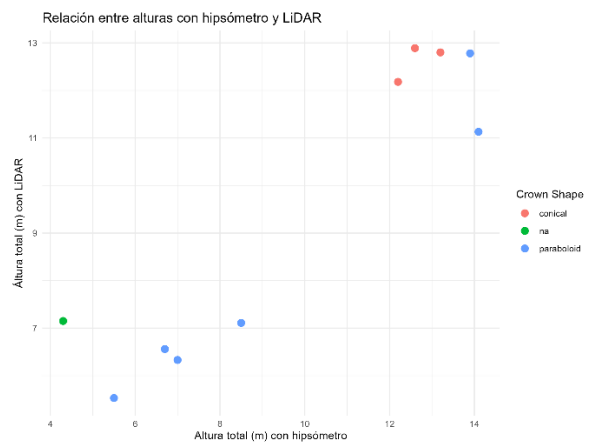
Resultados

A partir de los escaneos realizados con el HLS, hemos obtenido un conjunto de nubes de que han sido analizadas mediante el software de GeoSlam conseguimos introducir toda la información escaneada generando una nube de puntos correspondiente a cada árbol y mediante unas herramientas del propio software obtuvimos los diámetros y alturas de cada árbol (tabla 3). En el caso del manzano (*Malus sylvestris*) debido a su pequeño tamaño y a la falta de hojas no se ha podido obtener las mediciones. A partir de estos datos y los obtenidos por los métodos tradicionales conseguimos gracias al programa R las dimensiones derivadas, el área y el volumen de cada árbol los cuales nos ayudaran a cumplir nuestros objetivos del proyecto.

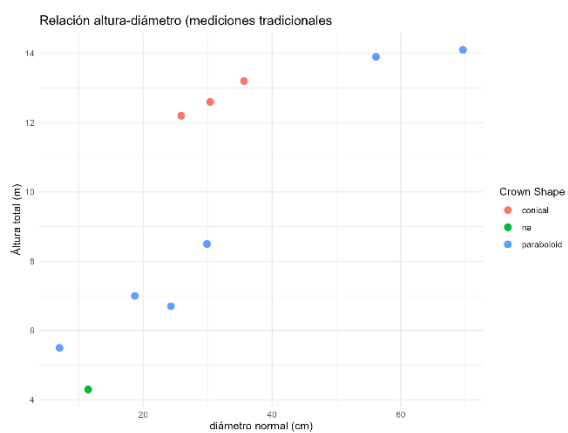
Las mediciones tradicionales, con forcípula e hipsómetro, muestran una buena concordancia con las mediciones realizadas con el escáner láser (LiDAR) tanto para el diámetro normal como para la altura total (fig 8a y b) Es especialmente adecuada la concordancia de los diámetros lo que no es extraño dado que desde el suelo es difícil medir con escáner LiDAR el ápice de la copa. La relacione alométrica sugiere una relación parabólica (fig 8c) lo que es coherente con el conocimiento forestal y la culminación de la altura de copa (ver (Kershaw et al., 2016) La relación entre el área lateral de la copa y su longitud está claramente influenciada por la forma de copa (cónica o paraboloides) lo que sugiere un impacto relevante sobre el potencial efecto sobre la sombra (fig 8d) mientras que los volúmenes de copa medido por los dos métodos son coherentes pero queda patente el mayor desarrollo de los pinos piñoneros (fig 8e)



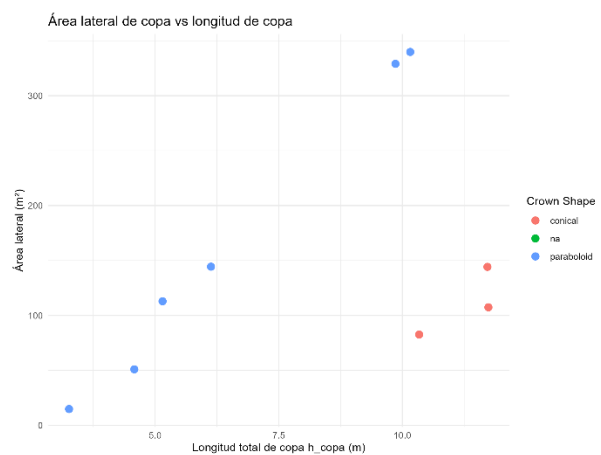
(a)



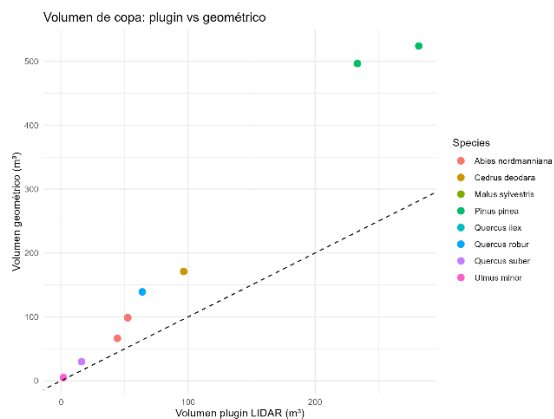
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 8. Relaciones entre mediciones tradicionales (forcípula e hipsómetro) y con escáner laser (LiDAR) y relaciones alométricas entre alturas, diámetros y variables de copa.

Mediante la fórmula de Smalian obtendremos los volúmenes y con estos y las densidades de cada especie podremos obtener la cantidad de secuestro de carbono de cada árbol.

Tabla 3: Tipos de copa de los árboles (c:cónica; p: parabolide; na: no disponible) y las distintas alturas para calcular el volumen dependiendo de su forma: HMCW: altura de la máxima expansión de copa, MCW: máxima amplitud de copa en las direcciones x e y, y en promedio, L_{copa} : longitud de copa; CBH_{LiDAR} altura a la base de la copa (ver fig 5 para obtener detalles sobre la medición y definición de las variables)

	Especies	Tipo de Copa	CBH_{LiDAR} m	L_{copa} m	CR_{LiDAR} %	HMCW m	MCW_x m	MCW_y m	MCW_{mean} m	Volumen LiDAR de copa m³	Puntos LiDAR en la copa	Densidad de Puntos LiDAR en la copa por m³
1	<i>Q. ilex</i>	p	1,41	5,15	78,51	2,66	6,78	7,21	7	52,33	5299158	101264,25
2	<i>U. minor</i>	p	2,27	3,26	58,95	3,77	1,98	1,95	1,97	1,75	1115010	637148,57
3	<i>Q. suber</i>	p	1,75	4,58	72,35	2,33	4,33	3,84	4,09	16,04	2062004	128553,87
4	<i>Q. robur</i>	p	0,98	6,13	86,22	1,85	7,1	8,14	7,62	63,89	3679189	57586,3
5	<i>C. deodara</i>	c	1,08	11,72	91,56	1,08	7,94	7,02	7,48	96,52	4433935	45937,99
6	<i>A. nordmanniana</i>	c	1,84	10,34	84,89	1,84	4,91	4,99	4,95	44,26	2097383	47387,78
7	<i>A. nordmanniana</i>	c	1,15	11,74	91,08	1,15	5,75	5,58	5,67	52,45	2674220	50986,08
8	<i>M. sylvestris</i>		na	na	na	na	na	na	na	na	na	na
9	<i>P. pinea</i>	p	1,27	9,86	88,59	4,97	9,05	14,96	12,01	281,74	5232619	18572,51
10	<i>P. pinea</i>	p	2,62	10,16	79,5	3,59	8,47	14,7	11,59	233,38	4594998	19688,91

Tabla 4: Carbono y dióxido de carbono (en Mg) almacenado en cada uno de los árboles medidos en el campus de Palencia (Universidad de Valladolid)

	Especies	Vol m ³	Densidad kg/m ³	Peso seco kg	Carbono Mg	CO ₂ Mg
1	<i>Q. ilex</i>	0,123	900	110,92	0,055	0,204
2	<i>U. minor</i>	0,016	690	10,82	0,005	0,020
3	<i>Q. suber</i>	0,163	830	135,29	0,068	0,248
4	<i>Q. robur</i>	0,611	710	433,77	0,217	0,796
5	<i>C. deodara</i>	0,297	420	124,67	0,062	0,229
6	<i>A. nordmanniana</i>	0,990	435	430,61	0,215	0,790
7	<i>A. nordmanniana</i>	0,275	435	119,71	0,060	0,220
8	<i>M. sylvestris</i>	0,027	670	18,32	0,009	0,034
9	<i>P. pinea</i>	1,487	590	877,28	0,439	1,610
10	<i>P. pinea</i>	1,382	590	815,10	0,408	1,496

Discusión y conclusiones

Las mediciones realizadas en diez árboles urbanos representativos de las zonas ajardinadas del campus de Palencia (Universidad de Valladolid) permiten disponer de datos actualizados del tamaño (altura total y diámetro normal, diámetro y longitud de copa) y del potencial para acumular CO₂ y proveer de sombra en las ciudades.

Los resultados obtenidos permiten valorar la importancia de estos dos servicios ecosistémicos y lo que nos aportan y así satisfacer y cumplir el objetivo principal de nuestro proyecto. Para la ciudadanía los servicios ecosistémicos que proveen los árboles pasan desapercibidos, pero absorben una cantidad de CO₂ relevante y hacen que las temperaturas sean más suaves, tanto en invierno como en verano.

A modo de ejemplo, vamos a considerar las emisiones asociadas a un dispositivo que prácticamente todos los jóvenes de España, en edades entre los 14 y los 18 años. Usan a diario: el teléfono móvil. Las emisiones asociadas a la producción y uso de uno de estos dispositivos están entre los 43 y 149 kg de CO₂ por año de uso (Ercan et al., 2016), La mayor parte de estas emisiones (~57%) están asociadas a la fase de producción por lo que alargar la vida útil de los aparatos y no renovarlos constantemente reduce muy efectivamente nuestra huella ecológica. Los pinos piñoneros muestreados (árboles 9 y 10) almacenan el carbono que corresponde a unos 18 teléfonos móviles (con emisiones de ~85 kg de CO₂ por año). Parece un valor tranquilizador, sin embargo debemos considerar que un pino piñonero alcanza, en condiciones de productividad intermedia, ese tamaño a una edad aproximada de 110-120 años, siendo el crecimiento medio de biomasa aproximadamente de unos ~0,0333 m³ por árbol (ver Montero et al., 2008 para valores detallados por productividad de las

estaciones forestales), es decir que cada árbol de este tamaño ha acumulado en promedio durante su vida unos 35,7 kg de CO₂, menos de la mitad de lo que requiere un dispositivo móvil para compensar sus emisiones. En otras palabras, en una ciudad como Palencia se necesitan al menos 2 árboles para compensar las emisiones asociadas a cada teléfono móvil. Además, habría que tener en cuenta las emisiones asociadas al transporte, la calefacción, la iluminación ... Sin duda, plantar y mantener árboles en las ciudades para compensar emisiones de CO₂ tendrá un impacto pequeño sobre el cambio climático. Sin embargo, esta acción es solo una de las soluciones que se deben implementar para luchar contra el cambio climático y mitigar sus efectos. Ampliar la investigación sobre el arbolado urbano, su capacidad para generar beneficios y las formas adecuadas de gestión es una de las acciones clave. Implicar a los estudiantes de todos los niveles mediante programas de ciencia ciudadana sería una manera de hacer investigación al tiempo que se sensibiliza a la ciudadanía. Herramientas como EducaWood (Andrade-Hoz et al., 2021) pueden ayudar a esta tarea. Este trabajo puede complementarse con el análisis de ciclo de vida y la compensación de las emisiones asociadas con otros dispositivos de uso común como, por ejemplo, patinetes eléctricos, automóviles (coches, motocicletas, autobuses, ...), tren, avión ..., junto con otros aspectos como la dieta, la ropa, ... y en general nuestro estilo de vida dado que todas estas acciones están asociadas a emisiones que pueden ser compensadas, al menos parcialmente, por el arbolado urbano.

En este trabajo hemos comprobado como el escaneo LiDAR sirve para facilitar las mediciones y toma de datos en zonas urbanas, pudiendo sustituir, con éxito, a los métodos tradicionales (forcípula e hipsómetro). El uso de esta tecnología nos permite obtener mediciones más exactas, pero si eliminar totalmente los posibles errores que se puedan cometer durante la toma y procesado de datos.

Referencias

- Achebak, H., Masselot, P., Ballester, J., Gasparrini, A., & Rey, G. (2026). Greening mitigates heat-related mortality in Paris. *Npj Urban Sustainability*, 6(1), 29.
<https://doi.org/10.1038/s42949-025-00334-5>
- Andrade-Hoz, J., Vega-Gorgojo, G., Ruano, I., Bote-Lorenzo, M. L., Asensio-Pérez, J. I., Bravo, F., & Ordóñez, C. (2021). Educawood: A Socio-semantic Annotation System for Environmental Education. En T. De Laet, R. Klemke, C. Alario-Hoyos, I. Hilliger, & A. Ortega-Arranz (Eds.), *Technology-Enhanced Learning for a Free, Safe, and Sustainable World* (Vol. 12884, pp. 368-372). Springer International Publishing.
https://doi.org/10.1007/978-3-030-86436-1_37
- Angel Bermúdez, G. M., & De Longhi, A. L. (2016). *El tratamiento de los bienes y servicios que aporta la biodiversidad en manuales de la educación secundaria española: Un estudio epistemológico*. Universidad de Cádiz / Asociación de Profesores Amigos de la Ciencia Eureka. <http://hdl.handle.net/10498/18495>
- Bravo, F. (Ed.). (2007). *El papel de los bosques españoles en la mitigación del cambio climático* (1a. ed). Fundación Gas Natural.
- Bravo, F., Bravo-Oviedo, A., & Diaz-Balteiro, L. (2008). Carbon sequestration in Spanish Mediterranean forests under two management alternatives: A modeling approach. *European Journal of Forest Research*, 127(3), 225-234.
<https://doi.org/10.1007/s10342-007-0198-y>
- Cellini, J. M., Martínez Pastur, G., Wabö, E., & Lencinas, M. V. (2002). Taper equations for *Nothofagus pumilio* (Poepp. Et Endl.) Krasser and their use in total volume estimation. *Forest Systems*, 11(2), 245-261. <https://doi.org/10.5424/771>
- Dissanayake, C. T. M., Tupinambá-Simões, F., Vázquez-Veloso, A., Bravo-Núñez, A., & Bravo, F. (2025). Estimación del volumen maderable mediante LiDAR y fotogrametría en bosques mediterráneos mixtos. *9º Congreso Forestal Español*.
<https://9cfe.congresoforestal.es/wp-content/uploads/2025/9cfe-1614.pdf>

- Domínguez-Lerena, S., Manzano Rodríguez, A., & Aguilar Parra, V. (2022). Estudio y valoración de los servicios ecosistémicos del arbolado urbano de la urbanización Zulema-Villalbilla (Comunidad de Madrid). En E. Ayuga-Téllez & A. Ugidos (Eds.), *Actas del 48 Congreso de Parques y Jardines Públicos PARJAP* (pp. 51-72). Asociación Española de Parques y Jardines Públicos.
https://www.itreetools.org/documents/958/Libro_de_Actas_PARJAP_2022_ZGZ-1_230823_165003.pdf#page=55
- Ercan, M., Malmödin, J., Bergmark, P., Kimfalk, E., & Nilsson, E. (2016). Life Cycle Assessment of a Smartphone. *Proceedings of ICT for Sustainability 2016*. ICT for Sustainability 2016. <https://doi.org/10.2991/ict4s-16.2016.15>
- International Union of Forestry Research Organizations. (1965). *The standardization of symbols in forest mensuration*. [Technical Bulletin 15]. Maine Agricultural Experiment Station. https://digitalcommons.library.umaine.edu/aes_techbulletin/193/
- Kershaw, J. A., Ducey, M. J., Beers, T. W., & Husch, B. (2016). *Forest Mensuration* (1.^a ed.). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118902028>
- Kollmann, F. (1959). *Tecnología de la madera y sus aplicaciones*. Instituto Forestal de Investigaciones y Experiencias y Servicio de la Madera.
<https://books.google.es/books?id=hgelnQAACAAJ>
- Le, T.-A. T., Vodden, K., Wu, J., Bullock, R., & Sabau, G. (2024). Payments for ecosystem services programs: A global review of contributions towards sustainability. *Heliyon*, 10(1), e22361. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2023.e22361>
- López Fernández, J. (2019). *Análisis y valoración económica de los servicios ecosistémicos del término municipal de Ampudia (Palencia)* [Info:eu-repo/semantics/masterThesis]. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/38204>
- Martínez-Trinidad, T., Hernández López, P., López-López, S. F., & Mohedano Caballero, L. (2021). Diversidad, estructura y servicios ecosistémicos del arbolado en cuatro parques de Texcoco mediante i-Tree Eco. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales*, 12(67). <https://doi.org/10.29298/rmcf.v12i67.880>

- Mazon, J. (2025). Integrating Urban Tree Carbon Sequestration into Metropolitan Ecosystem Services for Climate-Neutral Cities: A Citizen Science-Based Methodology. *Urban Science*, 9(11), 463. <https://doi.org/10.3390/urbansci9110463>
- Montero, G., Calama, R., & Ruiz-Peinado, R. (2008). Selvicultura de Pinus pinea. En R. Serrada, G. Montero, & J. A. Reque (Eds.), *Compendio de selvicultura aplicada en España* (pp. 431-470). INIA.
- Morales Espinosa, D. P. (2020). *Los servicios ecosistémicos del arbolado urbano desde la percepción de los jóvenes de básica secundaria*. <http://hdl.handle.net/11349/25470>
La - Spanish
- Moss, J. L., Doick, K. J., Smith, S., & Shahrestani, M. (2019). Influence of evaporative cooling by urban forests on cooling demand in cities. *Urban Forestry & Urban Greening*, 37, 65-73. <https://doi.org/10.1016/j.ufug.2018.07.023>
- R Core Team. (2024). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>
- Rodríguez, F., Broto, M., & Lizarralde, I. (2006). *Densidad normal de la madera de las principales especies forestales de Castilla y León* [Informe]. CESEFOR.
- Rodríguez, F., Lizarralde, I., & Bravo, F. (2015). Comparison of stem taper equations for eight major tree species in the Spanish Plateau. *Forest Systems*, 24(3), e034. <https://doi.org/10.5424/fs/2015243-06229>
- Schlaepfer, M. A., Guinaudeau, B. P., Martin, P., & Wyler, N. (2020). Quantifying the contributions of native and non-native trees to a city's biodiversity and ecosystem services. *Urban Forestry & Urban Greening*, 56, 126861. <https://doi.org/10.1016/j.ufug.2020.126861>
- Taheri, H., & Xia, Z. C. (2021). SLAM; definition and evolution. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 97, 104032. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2020.104032>
- Thorsen, B. J., Mavsar, R., Tyrväinen, L., Prokofieva, I., & Stenger, A. (Eds.). (2014). *The Provision of Forest Ecosystem Services: Quantifying and valuing non-marketed ecosystem services*. European Forest Institute.

Tupinambá-Simões, F., Pascual, A., Guerra-Hernández, J., Ordóñez, C., De Conto, T., & Bravo, F. (2023). Assessing the Performance of a Handheld Laser Scanning System for Individual Tree Mapping—A Mixed Forests Showcase in Spain. *Remote Sensing*, 15(5), 1169. <https://doi.org/10.3390/rs15051169>

Tupinambá-Simões, F., Pascual, A., Guerra-Hernández, J., Ordóñez, C., De Conto, T., & Bravo, F. (2024). Accuracy of tree mapping based on hand-held laser scanning comparing leaf-on and leaf-off conditions in mixed forests. *Journal of Forestry Research*, 35(1), 93. <https://doi.org/10.1007/s11676-024-01747-1>

Agradecimientos

Al IES Trinidad Arroyo de Palencia por mantener este programa de Bachillerato de Investigación y Excelencia, a la directora y la jefa de estudios, así como a la tutora y la coordinadora del BIE por impulsar este proyecto y apoyarnos en todas las dudas que hemos tenido. A la Universidad de Valladolid por facilitar sus medios e instalaciones para realizar este trabajo.

Anexo I: Script de R

```
---
title: "Informe de copa del arbolado (HBC y dos paraboloides)"
author: "Felipe Bravo Oviedo"
date: "`r format(Sys.Date())`"
output:
  html_document:
    toc: true
    number_sections: true
---

```{r}
Usaremos únicamente dplyr y ggplot2
Que ya están cargadas en RStudio, si no lo estuvieran hay que usar
acuerdate de quitar la # para instalar las librerías/paquetes
#install.packages(dplyr)
#install.packages(ggplot2)

library(dplyr)
library(ggplot2)

Opciones base
options(dplyr.summarise.inform = FALSE)
```

# 1. Datos y preparación

Leemos el CSV en formato europeo (separador `;`, decimal `,`) con base R (read.csv2).
No usamos paquetes de limpieza de nombres; trabajamos con los nombres originales tal como están
en el archivo.
El archivo Rmd y el archivo de datos deben estar en el mismo directorio
Si no lo estuvieran hay que usar las instrucciones setwd() para definir el working directory y luego
getwd() para comprobar que estamos usando el directorio correcto.

```{r}
Lectura usando base R: read.csv2 asume sep=';' y dec=','
df <- read.csv2("Treemetrics-total.csv", stringsAsFactors = FALSE, check.names = FALSE)

Conversión de columnas numéricas relevantes (por si estuvieran en texto)
num_cols <- c("tree_number", "tree_height_field_m", "dbh1_field_cm", "dbh2_field_cm", "dbh_field_cm",
 "tree_height_lidar_m", "dbh_lidar_cm", "CBH_lidar_m", "Crown_length_lidar_m",
 "crown_ratio_lidar_percentage", "Height_toMaximumCrownWidth_m",
 "Crown_widthX_lidar_m", "Crown_widthY_lidar_m", "Crown_width_lidar_m",
 "Crown_volume_lidarPlugin_m3", "Crown_points_lidar_numbers", "Crown_density_lidarPlugin_number
sbym3")

conv_num <- function(x){
 if(is.numeric(x)) return(x)
 as.numeric(gsub(",", ".", x))
}

for (cn in intersect(num_cols, names(df))) {
 df[[cn]] <- conv_num(df[[cn]])
}

Normalizamos 'Crown Shape' a minúsculas
df[["Crown Shape"]] <- tolower(df[["Crown Shape"]])

```

```
Vista previa
head(df, 5)
...

```

### ## 1.1 Reglas de omisión y coherencia

- Para el cálculo de copa se requieren (por árbol): `Crown\_widthX\_lidar\_m` (a, diámetro X) > 0, `Crown\_widthY\_lidar\_m` (b, diámetro Y) > 0, `tree\_height\_lidar\_m` (altura total) > 0, `CBH\_lidar\_m` (HBC) ≥ 0, `Height\_toMaximumCrownWidth\_m` (HmaxCW) ≥ 0.
- Para paraboloides, `HmaxCW` debe estar en  $\{[HBC, \text{altura total}]\}$ .
- Si falta algo o no se cumple, **no se calcula** y se deja `NA`.

```
...{r}
has_crown_data <- function(row) {
 a <- row[["Crown_widthX_lidar_m"]]
 b <- row[["Crown_widthY_lidar_m"]]
 h_tot <- row[["tree_height_lidar_m"]]
 hbc <- row[["CBH_lidar_m"]]
 hmaxcw <- row[["Height_toMaximumCrownWidth_m"]]
 if (any(is.na(c(a, b, h_tot, hbc, hmaxcw)))) return(FALSE)
 (a > 0) && (b > 0) && (h_tot > 0) && (hbc >= 0) && (hmaxcw >= 0)
}
...

```

### # 2. MÓDULO: **VOLÚMENES** (solo funciones)

Definiciones (con **diámetros** (a,b)):

- Área elíptica:  $A = \pi \frac{a}{2} \frac{b}{2} = \frac{\pi a b}{4}$ .
- **Cono elíptico**:  $V = \frac{1}{3} A h = \frac{\pi a b h}{12}$ , usando  $h_{\text{copa}} = \text{altura total} - \text{HBC}$ .
- **Paraboloide elíptico** (un tramo):  $V = \frac{1}{2} A h = \frac{\pi a b h}{8}$ .
- **Paraboloide en dos tramos**:  $V_{\text{total}} = V(h_{\text{bot}}) + V(h_{\text{top}})$  con  $h_{\text{bot}} = \text{HmaxCW} - \text{HBC}$ ,  $h_{\text{top}} = \text{Altura total} - \text{HmaxCW}$ .

```
...{r}
area_elipse <- function(a, b) {
 if (any(is.na(c(a, b))) || a <= 0 || b <= 0) return(NA_real_)
 pi * a * b / 4
}

vol_cone_eliptico <- function(a, b, altura_total, hbc) {
 A <- area_elipse(a, b)
 h_copa <- altura_total - hbc
 if (is.na(A) || is.na(h_copa) || h_copa <= 0) return(NA_real_)
 (1/3) * A * h_copa # = pi*a*b*h_copa/12
}

vol_paraboloide_tramo <- function(a, b, h_tramo) {
 A <- area_elipse(a, b)
 if (is.na(A) || is.na(h_tramo) || h_tramo <= 0) return(NA_real_)
 0.5 * A * h_tramo # = pi*a*b*h_tramo/8
}

vol_paraboloide_dos_tramos <- function(a, b, altura_total, hbc, hmaxcw) {
 if (any(is.na(c(a, b, altura_total, hbc, hmaxcw)))) return(NA_real_)
 h_bot <- hmaxcw - hbc

```

```

h_top <- altura_total - hmaxcw
if (a <= 0 || b <= 0 || h_bot <= 0 || h_top <= 0) return(NA_real_)
vol_paraboloide_tramo(a, b, h_bot) + vol_paraboloide_tramo(a, b, h_top)
}
...

```

### # 3. MÓDULO: \*\*ÁREA LATERAL\*\* (solo funciones)

- \*\*Radio equivalente por área\*\* (círculo con igual área que la elipse):  $(r_{eq} = \sqrt{ab}/2)$  (con \*\*diámetros\*\*  $(a,b)$ ).
- \*\*Semiparaboloide\*\* (apex en  $(z=0)$ , altura  $(h)$ ):  $(r(z) = r_{eq}\sqrt{z/h})$ .
- Área lateral por \*\*frustas\*\*: discretización de  $([0,h])$  en  $(n)$  segmentos; para cada segmento generatriz  $(s = \sqrt{(\Delta z)^2 + (\Delta r)^2})$ , radio medio  $(r_m)$ ,  $(A_{seg} \approx 2\pi r_m s)$ ; suma total.
- \*\*Cono\*\*:  $(SA \approx \pi r_{eq} l)$ , con  $(l = \sqrt{r_{eq}^2 + h_{copa}^2})$ .

```

```{r}
r_eq_from_ab <- function(a, b) {
  if (any(is.na(c(a, b))) || a <= 0 || b <= 0) return(NA_real_)
  sqrt(a * b) / 2
}

sa_paraboloid_part <- function(r_eq, h, n = 200) {
  if (is.na(r_eq) || is.na(h) || r_eq <= 0 || h <= 0) return(NA_real_)
  z <- seq(0, h, length.out = n + 1)
  r <- r_eq * sqrt(z / h)
  dz <- diff(z)
  dr <- diff(r)
  s <- sqrt(dz^2 + dr^2)
  r_m <- (r[-1] + r[-length(r)]) / 2
  sum(2 * pi * r_m * s)
}

```

```

sa_paraboloid_two_parts <- function(a, b, altura_total, hbc, hmaxcw, n = 200) {
  if (any(is.na(c(a, b, altura_total, hbc, hmaxcw)))) return(NA_real_)
  r_eq <- r_eq_from_ab(a, b)
  h_bot <- hmaxcw - hbc
  h_top <- altura_total - hmaxcw
  if (is.na(r_eq) || r_eq <= 0 || h_bot <= 0 || h_top <= 0) return(NA_real_)
  sa_paraboloid_part(r_eq, h_bot, n) + sa_paraboloid_part(r_eq, h_top, n)
}

```

```

sa_cone_eliptico <- function(a, b, altura_total, hbc) {
  r_eq <- r_eq_from_ab(a, b)
  h_copa <- altura_total - hbc
  if (is.na(r_eq) || is.na(h_copa) || r_eq <= 0 || h_copa <= 0) return(NA_real_)
  l <- sqrt(r_eq^2 + h_copa^2)
  pi * r_eq * l
}
...

```

4. Cálculo por árbol e integración

Aplicamos las funciones por árbol con **dplyr**. Mantendremos `NA` si faltan datos o si `HmaxCW` no está dentro del rango $([HBC, \text{altura total}])$.

```

```{r}
calc <- df %>%
 rowwise() %>%
 mutate(

```

```

Accesos cortos
a = Crown_widthX_lidar_m,
b = Crown_widthY_lidar_m,
h_tot = tree_height_lidar_m,
hbc = CBH_lidar_m,
hmaxcw = Height_toMaximumCrownWidth_m,
shape = tolower(`Crown Shape`),

Validaciones
valid_data = has_crown_data(cur_data()),
valid_hmax = ifelse(is.na(hmaxcw) | is.na(hbc) | is.na(h_tot), FALSE,
 (hmaxcw >= hbc) & (hmaxcw <= h_tot)),

Alturas según tus definiciones
h_copa = ifelse(valid_data, h_tot - hbc, NA_real_),
h_bot = ifelse(valid_data & valid_hmax, hmaxcw - hbc, NA_real_),
h_top = ifelse(valid_data & valid_hmax, h_tot - hmaxcw, NA_real_),

Volumen
volume_geom_m3 = case_when(
 valid_data & shape == "paraboloid" & valid_hmax ~ vol_paraboloid_dos_tramos(a, b, h_tot, hbc,
hmaxcw),
 valid_data & shape == "conical" ~ vol_cone_eliptico(a, b, h_tot, hbc),
 TRUE ~ NA_real_
),

Área lateral
lateral_area_geom_m2 = case_when(
 valid_data & shape == "paraboloid" & valid_hmax ~ sa_paraboloid_two_parts(a, b, h_tot, hbc,
hmaxcw, n = 200),
 valid_data & shape == "conical" ~ sa_cone_eliptico(a, b, h_tot, hbc),
 TRUE ~ NA_real_
),

Radio equivalente (referencia)
r_eq_max_m = r_eq_from_ab(a, b)
) %>%
ungroup()

Vista previa de resultados
head(calc[, c("Species","Crown
Shape","h_copa","h_bot","h_top","volume_geom_m3","lateral_area_geom_m2")], 10)
...

5. Resúmenes

``{r}
Resumen global vs volumen del plugin (si existe)
resumen_global <- calc %>%
 summarise(
 n = n(),
 vol_plugin_mean = mean(Crown_volume_lidarPlugin_m3, na.rm = TRUE),
 vol_geom_mean = mean(volume_geom_m3, na.rm = TRUE),
 bias_vol = mean(volume_geom_m3 - Crown_volume_lidarPlugin_m3, na.rm = TRUE),
 rmse_vol = sqrt(mean((volume_geom_m3 - Crown_volume_lidarPlugin_m3)^2, na.rm =
TRUE))
)

resumen_especie <- calc %>%
 group_by(Species) %>%

```

```

summarise(
 n = n(),
 h_copa_mean = mean(h_copa, na.rm = TRUE),
 h_bot_mean = mean(h_bot, na.rm = TRUE),
 h_top_mean = mean(h_top, na.rm = TRUE),
 a_mean = mean(Crown_widthX_lidar_m, na.rm = TRUE),
 b_mean = mean(Crown_widthY_lidar_m, na.rm = TRUE),
 r_eq_mean = mean(r_eq_max_m, na.rm = TRUE),
 vol_geom_mean = mean(volume_geom_m3, na.rm = TRUE),
 sa_geom_mean = mean(lateral_area_geom_m2, na.rm = TRUE)
)

```

```

Impresión base
resumen_global
resumen_especie

```

```

...

```

## # 6. Figuras y exportación de PNG

```

``{r}
Volumen: plugin vs geométrico
p_vol <- ggplot(calc, aes(x = Crown_volume_lidarPlugin_m3, y = volume_geom_m3, color =
Species)) +
 geom_point(size = 3) +
 geom_abline(slope = 1, intercept = 0, linetype = 2) +
 labs(x = "Volumen plugin LIDAR (m³)", y = "Volumen geométrico (m³)",
 title = "Volumen de copa: plugin vs geométrico") +
 theme_minimal()

```

```

Área lateral vs longitud total de copa (h_copa)
p_sa <- ggplot(calc, aes(x = h_copa, y = lateral_area_geom_m2, color = `Crown Shape`)) +
 geom_point(size = 3) +
 labs(x = "Longitud total de copa h_copa (m)", y = "Área lateral (m²)",
 title = "Área lateral de copa vs longitud de copa") +
 theme_minimal()

```

## # Altura vs diámetro

```

h_d <- ggplot(calc, aes(x = dbh_field_cm, y = tree_height_field_m, color = `Crown Shape`)) +
 geom_point(size = 3) +
 labs(x = "diámetro normal (cm)", y = "Áltura total (m)",
 title = "Relación altura-diámetro (mediciones tradicionales)") +
 theme_minimal()

```

## # Diámetro forcípula vs diámetro LiDAR

```

dtrad_dlidar <- ggplot(calc, aes(x = dbh_field_cm, y = dbh_lidar_cm, color = `Crown Shape`)) +
 geom_point(size = 3) +
 labs(x = "Diámetro normal (cm) con forcípula", y = "Diámetro normal (cm) con LiDAR",
 title = "Relación entre diámetros con forcípula y LiDAR") +
 theme_minimal()

```

## # Altura tradicional vs Altura LiDAR

```

htrad_hlidar <- ggplot(calc, aes(x = tree_height_field_m, y = tree_height_lidar_m, color = `Crown
Shape`)) +
 geom_point(size = 3) +

```

```
labs(x = "Altura total (m) con hipsómetro", y = "Áltura total (m) con LiDAR",
 title = "Relación entre alturas con hipsómetro y LiDAR") +
theme_minimal()
```

```
p_vol
p_sa
h_d
dtrad_dlidar
htrad_hlidar
```

```
Guardar PNG
if (!dir.exists("figuras")) dir.create("figuras") # si no existe el directorio 'figuras' lo creamos
ggsave("figuras/volumen_plugin_vs_geom.png", p_vol, width = 8, height = 6, dpi = 300)
ggsave("figuras/area_lateral_vs_longitud_copa.png", p_sa, width = 8, height = 6, dpi = 300)
ggsave("figuras/relacion_altura_díámetro.png", h_d, width = 8, height = 6, dpi = 300)
ggsave("figuras/relacion_diametro-trad_diametro-lidar.png", dtrad_dlidar, width = 8, height = 6, dpi = 300)
ggsave("figuras/relacion_altura-trad_altura-lidar.png", htrad_hlidar, width = 8, height = 6, dpi = 300)
```

```
Mostrar rutas de imágenes guardadas (impresión base)
list.files("figuras", pattern = "\\.*png$", full.names = TRUE)
```
```

```
# 7. Diagnóstico
```

```
```{r}
Árboles sin cálculo (NA) o HmaxCW fuera de rango
diag <- calc %>%
 mutate(id = seq_len(n())) %>%
 filter(is.na(volume_geom_m3) | is.na(lateral_area_geom_m2))
```

```
Impresión base
subset(diag, select = c("id", "Species", "Crown
Shape", "tree_height_lidar_m", "CBH_lidar_m", "Height_toMaximumCrownWidth_m", "h_copa", "h_bot", "
h_top"))
```
```

```
# 8. Reproducibilidad
```

```
```{r}
sessionInfo()
```
```