



## **PROYECTO FIN DE MASTER**

**Máster en investigación en ingeniería de procesos y sistemas**

**TÍTULO:** Modelado y simulación de redes de gas natural

**AUTOR:** Tania Rodríguez Blanco

**COORDINADORES:** César de Prada Moraga, Daniel Sarabia Ortiz

**DEPARTAMENTO:** Ingeniería de Sistemas y Automática

**FECHA:** 03-09-2013



Universidad de Valladolid  
Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática  
ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES  
C/ Real de Burgos s/n  
47005 - Valladolid

D. CÉSAR DE PRADA MORAGA, Catedrático del Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid y D. DANIEL SARABIA ORTIZ, Profesor ayudante Doctor del Dpto. de Ingeniería Electromecánica, área de Ingeniería de Sistemas y Automática, de la Universidad de Burgos, CERTIFICAN:

Que D<sup>a</sup>. TANIA RODRÍGUEZ BLANCO ha realizado bajo nuestra dirección el Proyecto Fin de Máster titulado *Modelado y simulación de redes de gas natural*.

Valladolid, Septiembre de 2013

**Fdo. César de Prada**

**Fdo. Daniel Sarabia**

## ÍNDICE

Resumen .....	3
1. Introducción y marco del trabajo .....	6
1.1 Red de gas natural española .....	7
1.1.1 Elementos principales de la red .....	8
1.2 Red de Reganosa .....	12
2. Objetivos .....	13
3. Modelado de tuberías de gas natural .....	14
3.1 Modelo dinámico del flujo de gas natural .....	14
3.1.1 Consideraciones generales .....	14
3.1.2 Balances de materia .....	15
3.1.3 Ecuación de cantidad de movimiento .....	16
3.1.4 Balance de energía .....	17
3.1.5 Ecuación de estado de los gases reales .....	19
3.1.6 Cálculo factor de compresibilidad .....	19
3.1.7 Cálculo factor de fricción .....	22
3.1.8 Cálculos adicionales .....	23
3.1.9 Discretización espacial. Método de diferencias finitas .....	26
3.2 Modelo estacionario del flujo de gas natural .....	28
3.2.1 Ecuación fundamental de flujo de gas natural en estado estacionario .....	28
3.2.2 Balance de energía en régimen estacionario .....	30
3.2.3 Cálculos adicionales .....	31
3.3 Comparación entre el modelo dinámico y el estacionario .....	31
4. Modelado de la estación de compresión .....	36
4.1 Compresores centrífugos .....	39
4.1.1 Curvas características del compresor .....	40
4.2 Modelado .....	41
4.2.1 Modelo dinámico del compresor centrífugo .....	41
4.2.2 Modelo de la turbina de gas .....	47

4.2.3	Modelo dinámico de las válvulas .....	48
4.2.4	Modelo del acumulador o balón de aspiración del compresor .....	48
4.2.5	Modelo del combustor .....	50
4.2.6	Esquemático de la estación de compresión .....	52
4.2.7	Suposiciones .....	53
4.2.8	Lista de variables .....	56
5.	Control de compresores centrífugos .....	57
5.1	Bombeo límite .....	57
5.2	Control antibombeo .....	57
5.3	Control de la presión de descarga del compresor .....	60
5.4	Control de compresores conectados en paralelo .....	60
5.4.1	Descripción de la estrategia de control .....	62
6.	Simulación de los modelos .....	64
6.1	Simulación estación de compresión conectada a una tubería dinámica de entrada y otra de salida .....	64
6.2	Simulación de una red compleja con una estación de compresión en la entrada .....	70
6.3	Simulación de dos compresores conectados en paralelo .....	79
7.	Ajuste de parámetros .....	83
7.1	Programación cuadrática secuencial SQP .....	83
7.2	Resultados .....	88
7.2.1	Ajuste de parámetros de una sola tubería .....	88
7.2.2	Ajuste de parámetros de tres tuberías conectadas .....	93
7.2.3	Ajuste de parámetros ejemplo de una red compleja .....	99
8.	Conclusiones y trabajo futuro .....	112
9.	Contribuciones realizadas .....	114
10.	Referencias .....	114

## RESUMEN

Este trabajo forma parte del desarrollo de una librería dinámica de modelos de redes de gas natural formada por diferentes componentes como gasoductos, válvulas, estaciones de medida, estaciones de compresión, etc.

La contribución principal de este trabajo ha sido la realización del modelo dinámico de las estaciones de compresión que se utilizan para recuperar la pérdida de presión que se va produciendo en las redes de distribución de gas natural. Estas estaciones están formadas principalmente por los propios compresores (normalmente centrífugos) y turbinas de gas que son las encargadas de accionarlos.

Además se ha desarrollado el control de compresores centrífugos (control antibombeo y presión de impulsión) y el control de compresores centrífugos en paralelo, configuración típica de las estaciones de compresión, utilizada para aumentar la capacidad de flujo comprimido. Dicha estructura implica tener un sistema de control de la presión de descarga más complejo para poder tener en cuenta cambios de carga diferentes en cada compresor.

La librería dinámica previamente desarrollada en EcosimPro [1] contiene el modelo dinámico del flujo de gas natural a través de los gasoductos basado en balances de materia, energía y cantidad de movimiento. Permiten describir de manera rigurosa la dinámica del gas en un gasoducto, teniendo en cuenta que el comportamiento del fluido a través del gasoducto depende tanto del tiempo como de la posición del gas en la propia tubería. Esto da lugar a un modelo distribuido formado por un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales (PDEs).

Con el objetivo de poder utilizar los modelos de redes para optimización y reducir el tiempo de cálculo de los modelos, se ha desarrollado un modelo estacionario del comportamiento del gas natural en tuberías basado en ecuaciones solo algebraicas, junto con el ajuste de parámetros del modelo estacionario (eficiencia de la tubería,

coeficientes de transmisión de calor, rugosidad, etc.) de modo que dicho modelo aporte los mismos resultados que el modelo dinámico más riguroso en estado estacionario. Siendo este último punto la otra contribución de este trabajo.

## **1. INTRODUCCIÓN Y MARCO DEL TRABAJO**

Este trabajo ha sido desarrollado dentro del proyecto resultado de la colaboración entre la empresa Intergeo Tecnología S.L y el departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática de la Universidad de Valladolid, centrado en el desarrollo de diversas funcionalidades para una herramienta de supervisión y simulación de redes de gasoductos de gas natural.

Estas funcionalidades están orientadas a incrementar la calidad de la gestión y operación de la red de gas a través de la mejora de la información sobre el proceso que puede obtenerse mediante el uso de técnicas de simulación y de algoritmos de supervisión, estimación y optimización.

Para ello se ha desarrollado una librería dinámica de componentes basados en modelos rigurosos y detallados y formada por tuberías de gas, estaciones de medida, estaciones de regulación y medida, estaciones de compresión, válvulas, compresores, turbinas, etc. para la simulación de redes de gas.

Debido a la complejidad de la librería dinámica que presenta un elevado número de variables y ecuaciones, es necesario desarrollar una librería simplificada a partir de la cual se lleven a cabo simulaciones de redes de gas menos costosas computacionalmente que las realizadas usando la librería completa. Los resultados de las simulaciones deben ser los mismos usando cualquiera de las dos librerías por ello se realizará un ajuste de parámetros del modelo estacionario.

### 1.1 Red de distribución de gas natural española

A modo de ejemplo, las infraestructuras actuales de gas natural en España (ver Figura 1) se componen de seis plantas de regasificación de gas natural licuado, más de 10.000 km de gasoductos de transporte, más de 60.000 km de gasoductos de distribución, dos almacenamientos subterráneos, 14 estaciones de compresión y seis conexiones internacionales (con Argelia, con Marruecos, dos con Francia y dos con Portugal) [2].



-  Plantas de Regasificación
-  Estaciones de Compresión

*Figura 1. Mapa de infraestructuras de la red de gas natural española.*

### 1.1.1 Elementos principales de la red

Los elementos principales de cualquier red son los puntos de suministro de gas que incluyen plantas de regasificación, almacenamientos subterráneos y conexiones internacionales y los elementos de transporte formados fundamentalmente por gasoductos, estaciones de compresión, estaciones de medida y estaciones de regulación y medida [3].

#### Planta de regasificación

Lugar en el que se convierte el gas natural licuado, que llega en buques metaneros, a su estado gaseoso, gas natural, para inyectarlo a presión en la red de gasoductos.

El gas natural atraviesa numerosas etapas desde su extracción hasta su llegada al consumidor final como se muestra en la Figura 2:



Figura 2. Etapas del transporte de gas natural desde los yacimientos hasta el consumidor final.

En la Figura 3 se observa un esquema de la operación de una planta de regasificación en la que se distinguen cuatro etapas principales:

1. *Descarga:* Por medio de los brazos de descarga se transfiere el GNL del metanero a los tanques, utilizando las propias bombas del buque.
2. *Almacenamiento:* El GNL recibido es almacenado en tanques de contención total que garantizan el máximo grado de seguridad. Están diseñados para condiciones criogénicas, a  $-160\text{ }^{\circ}\text{C}$  de temperatura y presión ligeramente superior a la atmósfera.
3. *Regasificación:* Mediante unas bombas secundarias, el GNL es impulsado hasta los vaporizadores, donde se produce su regasificación. Se trata de un proceso físico, en el que se emplea agua de mar para calentar el GNL con el fin de que alcance una temperatura mayor de  $0^{\circ}\text{C}$  y, de este modo, vuelva a su estado gaseoso.
4. *Medida y odorización:* El gas natural es medido y regulado a la presión de emisión y odorizado, para que pueda ser detectado en caso de fugas. Una vez odorizado, el gas es inyectado a la red de gasoductos de alta presión para su transporte hasta el cliente final.

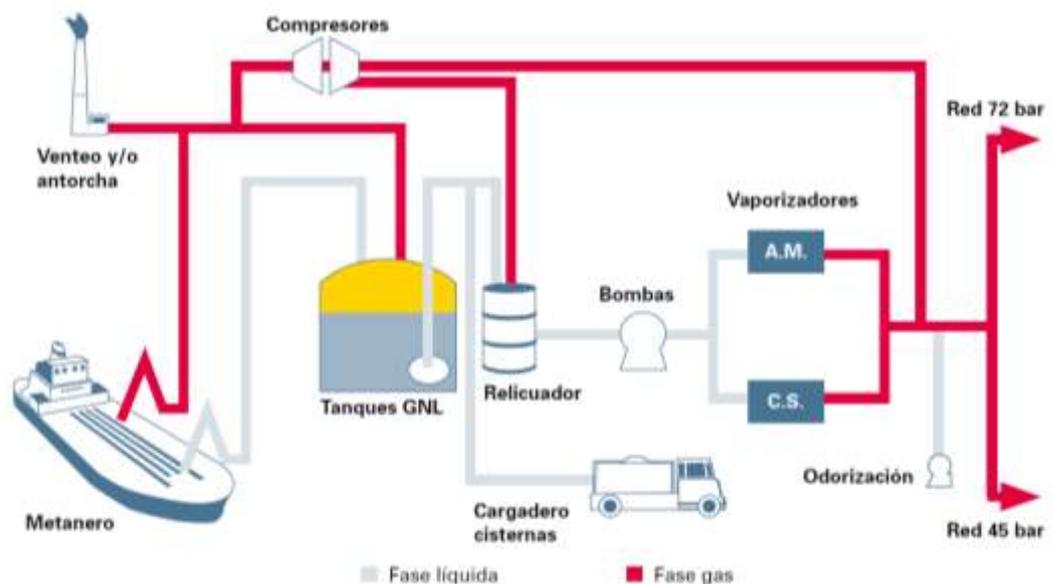


Figura 3. Esquema simplificado de una terminal de gas natural licuado.

### **Almacenamientos Subterráneos**

Para ajustar la oferta a la demanda y hacer frente a las puntas de consumo, motivadas por variaciones estacionales, interrupciones en el suministro, etc., es necesario almacenar grandes cantidades de gas. El gas, en estos casos, se almacena en el subsuelo aprovechando antiguos yacimientos o se inyecta en acuíferos profundos o en cavidades generadas en formaciones salinas. En estos casos, ver Figura 4, el gas inyectado desplaza el agua que rellena los poros de la roca almacén, que está sellada por una capa superior de roca impermeable. Cuando se realiza la extracción de gas el agua vuelve a rellenar los poros del acuífero.



*Figura 4. Almacenamiento en un acuífero natural de agua salada en roca porosa.*

### **Conexiones internacionales**

Gasoductos que conectan el sistema gasista español con otros sistemas o con yacimientos en el exterior. La red de gas natural española actualmente cuenta con seis conexiones internacionales: Argelia, Marruecos, dos con Francia y dos con Portugal.

## **Gasoductos**

Los gasoductos de alta presión son canales para el transporte de gas, hechos de tubos de acero con elevados niveles de elasticidad, cuyas uniones están soldadas. La presión máxima de diseño que soportan los gasoductos de la red troncal es de 72 u 80 bar y la mínima es de 30 bares. Las únicas excepciones son los tramos submarinos que tienen una presión de diseño de 220 bar.

## **Estaciones de Compresión**

Las estaciones de compresión se utilizan para recuperar la pérdida de presión que se va produciendo en las redes de distribución de gas natural [4]. En estas instalaciones se eleva la presión del gas hasta 72/80 bar, mediante compresores, normalmente centrífugos.

En el apartado 4 “Modelado de la estación de compresión” se detalla el funcionamiento y características de las estaciones de compresión.

## **Estaciones de medida**

Las redes de gas natural cuentan con estaciones de medida intermedias en las que se mide el valor de ciertas propiedades del gas como son la temperatura, la presión, y el flujo volumétrico.

## **Estaciones de Regulación y Medida (ERM)**

Las estaciones de regulación se encuentran ubicadas en los puntos de entrega (salidas) y en ellas se reduce la presión del gas hasta 16 bar, como iniciación del proceso de adaptación a la presión final a la que se utiliza por empresas y particulares, que puede bajar hasta 20 milibar.

El esquema de una ERM se muestra en la Figura 5, donde el gas natural recibido se filtra, se calienta (si es necesario) para compensar el enfriamiento producido en la expansión del gas en el regulador de presión, se reduce la presión en dicho regulador y se mide inmediatamente después en condiciones fijas de presión y temperatura.

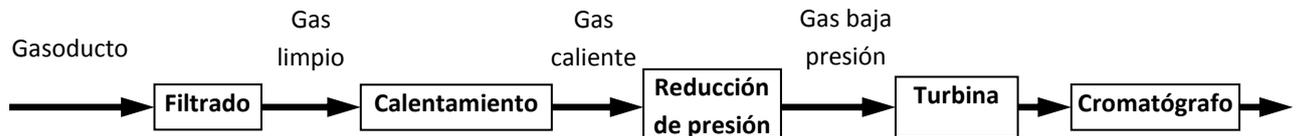


Figura 5. Esquema del proceso en una ERM.

## 1.2 Red de Reganosa

Dada la complejidad de la red de gas natural española, en este trabajo se ha abordado una red más simple gestionada por la empresa Reganosa y que está formada por un gasoducto que enlaza con la red nacional en Guitiriz (Lugo) y en Abegondo (A Coruña), (ver Figura 6). En total tiene una longitud de 130 kilómetros, la mayor parte de la conducción tiene un diámetro de veintiséis pulgadas y cuenta con 4 estaciones de medida [5].



Figura 6. Situación de la red de Reganosa.

A partir de esta red se pretende mostrar los resultados obtenidos y utilizarla de base para afrontar la construcción de redes más complejas.

## **2. OBJETIVOS**

Los objetivos del proyecto son los siguientes:

- Modelado dinámico y sistema de control de las estaciones de compresión, elemento de la red de transporte que permite recuperar la pérdida de presión que se va produciendo en las redes y por lo tanto, imprescindible para realizar la simulación de redes de gas completas.
- Desarrollo de una librería estacionaria de modelos de redes de gas natural con el objetivo de realizar simulaciones menos costosas computacionalmente que utilizando el modelo dinámico más riguroso.
- Estudio de algoritmos de optimización no lineal tipo SQP. En concreto se ha utilizado el algoritmo SNOPT.
- Uso de dicho algoritmo para plantear y resolver problemas de estimación de parámetros con el objetivo de caracterizar y ajustar adecuadamente los modelos estacionarios a las condiciones reales de operación de la red y que sirva de base para el planteamiento futuro de problemas de optimización económica y gestión de redes de gas natural. Se ha tomado como ejemplo de trabajo la red de Reganosa.

### **3. MODELADO DE TUBERÍAS DE GAS NATURAL**

Uno de los objetivos de este trabajo es el desarrollo de una librería estacionaria en EcosimPro que describa el comportamiento del gas natural en una tubería (gasoducto), para ello primero se va a describir el modelo general y las suposiciones realizadas del comportamiento dinámico del gas natural en una tubería y después se describirá el modelo desarrollado en condiciones estacionarias.

#### **3.1 Modelo dinámico del flujo de gas natural**

A continuación se detallan los balances de materia, cantidad de movimiento, energía, ecuación de estado y ecuaciones adicionales que se utilizan en el modelo para describir la dinámica del fluido dentro de una tubería.

##### **3.1.1 Consideraciones generales**

Para conocer la dinámica de las variables del modelo (masa, composición, velocidad, presión y temperatura) en función tanto del tiempo ( $t$ ) como de la coordenada longitudinal del gasoducto ( $x$ ), se plantean los correspondientes balances de materia, cantidad de movimiento y energía. Se supone que en la dirección radial el valor de las variables es constante y que el gas natural que circula por el interior del gasoducto está formado por una mezcla de 12 componentes, ver Tabla 1.

Tabla 1: Composición del gas natural.

Componente	Abreviatura
Metano	C1
Etano	C2
Propano	C3
i-Butano	i-C4
n-Butano	n-C4
i-Pentano	i-C5
n-Pentano	n-C5
Hexanos	C6
Heptanos	C7
Nitrógeno	N2
Dióxido de carbono	CO2
Ácido sulfhídrico	H2S

### 3.1.2 Balances de materia

#### Balance de materia global entre los extremos de una tubería

La ecuación (1) tiene en cuenta el término de acumulación y el término de convección.

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial(mv)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$m(x,t)$ : masa del gas (Kg)

$v(x,t)$ : velocidad del gas (m/s)

$t$ : tiempo de integración (s)

$x$ : coordenada longitudinal del gasoducto (m)

#### Balance de materia individual entre los extremos de una tubería

La ecuación (2) tiene en cuenta el término de acumulación y el término de convección.

Para todos los componentes  $i = 1, \dots, M-1$  excepto para uno (normalmente el de mayor composición, en este caso el metano o C1), cuya composición se calcula según la ecuación (3):

$$\frac{\partial(my_i)}{\partial t} + \frac{\partial(mvy_i)}{\partial x} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, M - 1 \quad (2)$$

$$1 = \sum_{i=1}^M y_i \quad (3)$$

$i$ : componente de la mezcla

$y_i(x,t)$ : composición del componente  $i$  (%)

$M$ : número de componentes presentes en la mezcla de gas natural.  $M = 12$

### 3.1.3 Ecuación de cantidad de movimiento

La ecuación (4) tiene en cuenta el término de acumulación, convección, pérdida de carga debido presiones, pérdida de carga debido a la fricción y pérdida de carga debida a la inclinación de la tubería:

$$\frac{\partial(mv)}{\partial t} + \frac{\partial(mv^2)}{\partial x} + V \frac{\partial P}{\partial x} = -m \frac{v|v|}{2d} 4\phi - mg \frac{(h_{out} - h_{in})}{L} \quad (4)$$

$P(x,t)$ : presión del gas (Pa)

$V$ : volumen de la tubería ( $m^3$ )

$d$ : diámetro interior de la tubería (m)

$\phi(x,t)$ : factor de fricción (adimensional)

$g$ : aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ ).

$h_{out}$ : cota de la tubería en el extremo final (m)

$h_{in}$ : cota de la tubería en el extremo inicial (m)

$L$ : longitud de la tubería (m)

### 3.1.4 Balance de energía

La ecuación (5) tiene en cuenta el balance de energía total (energía interna, energía cinética, energía potencial), suponiendo que las pérdidas de calor son debidas solo a la conducción entre la pared de la tubería y el gas a lo largo de la misma, y que existe transmisión de calor por convección a lo largo de la tubería.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ m \left( C_v T + \frac{v^2}{2} + gh \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ mv \left( C_v T + \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gh \right) \right] = kV \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + U_{ground} A (T_{suelo} - T) \quad (5)$$

$\rho(x,t)$ : densidad del gas ( $\text{kg/m}^3$ )

$T(x,t)$ : temperatura del gas (K)

$T_{suelo}$ : temperatura del suelo (K)

$C_v$ : capacidad calorífica a volumen constante del gas ( $\text{KJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$k(x,t)$ : conductividad térmica del gas natural ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$U_{ground}$ : coeficiente de transferencia de calor a través de la pared ( $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ )

$A$ : superficie de transmisión de calor ( $\text{m}^2$ )

$h$ : altura entre el extremo inicial y el final de la tubería (m)

La altura  $h$  entre los extremos de la tubería se calcula mediante la diferencia de cotas entre los mismos:

$$h = h_{out} - h_{in} \quad (6)$$

La superficie de transmisión de calor  $A$  (superficie de un cilindro) se calcula mediante la ecuación (7):

$$A = \pi dL \quad (7)$$

El coeficiente global de transmisión de calor es resultado de la combinación de los coeficientes de transferencia de calor por conducción a través de la pared de la tubería y del suelo [6]. Dicho coeficiente ( $U_{ground}$ ) se calcula para tuberías completamente enterradas a partir de la siguiente ecuación:

$$U_{ground} = \frac{k_{soil} B_i}{r \left( \sqrt{1 + Bi^2 \alpha_0^2 + 2Bi \alpha_0 \coth(\alpha_0)} \right)} \quad (8)$$

Dónde:

$\alpha_0$ : Factor auxiliar geométrico (adimensional)

$$\alpha_0 = \ln \left( \frac{H}{r} + \sqrt{\left( \frac{H}{r} \right)^2 - 1} \right) \quad (9)$$

$Bi$ : número de Biot

$$B_i = \frac{U_w r}{k_{soil}} \quad (10)$$

$U_w$ : coeficiente de transmisión de calor a través de la pared del tubo ( $W/m^2 K$ )

$$U_w = \frac{2\pi k_{cond}}{2.3 \log \left( \frac{d + 2esp}{d} \right)} \quad (11)$$

$H$ : Profundidad de enterramiento de la tubería (m)

$r$ : Radio de la tubería (m)

$k_t$ : Conductividad de la pared de la tubería ( $W/ mK$ )

$k_{soil}$ : Conductividad del suelo ( $W/ mK$ )

$D_{ext}$ : Diámetro externo de la tubería (m)

$D_{int}$ : Diámetro interno de la tubería (m)

### 3.1.5 Ecuación de estado de los gases reales

La ecuación de estado para gases reales es:

$$PV = ZnRT \quad (12)$$

$n$ : número de moles del gas (mol)

$Z(x,t)$ : factor de compresibilidad (adimensional)

$R$ : constante de los gases ideales ( $\text{Pa m}^3 \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ). Constante

### 3.1.6 Cálculo factor de compresibilidad

Existen diferentes métodos para el cálculo del factor de compresibilidad  $Z$  como Van der Waals, Redlich-Kwong, Peng-Robinson, Schmidt-Wenzel, Benedict-Webb-Sterling, AGA8, SGERG88, etc.

En este proyecto se ha utilizado el método de Sarem ya que el cálculo del factor de compresibilidad a partir de este método se realiza de forma explícita.

El método de Sarem [7], [8], [9], [10] para la determinación de  $Z$  se basa en los polinomios de Legendre de grado 0 a 5 y la fórmula básica para calcular  $Z$  está dada por la ecuación (13). Este método solo necesita como datos de entrada la presión y temperatura del gas ( $P$  y  $T$ ), las fracciones molares de todos los componentes ( $y_i$ ) y la presión y temperatura críticas de cada componente ( $P_{c_i}$  y  $T_{c_i}$ ) que forme el gas.

$$Z = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 A_{ij} P_i(x) P_j(y) \quad (13)$$

Dónde

$$\begin{aligned} x &= \frac{2P_r - 15}{14.8} = \frac{(P/P_{sc}) - 7.5}{7.4} \\ y &= \frac{2T_r - 4}{1.9} = \frac{(T/T_{sc}) - 2}{0.95} \end{aligned} \quad (14)$$

Siendo  $P_{sc}$  y  $T_{sc}$  la presión y temperaturas pseudocríticas de la mezcla que se calcularán a partir de la fracción molar  $y_i$  y de las presiones y temperaturas críticas ( $P_{ci}$  y  $T_{ci}$ ) de cada componente  $i$  presente en la mezcla de  $M$  componentes.

$$\begin{aligned} P_{sc} &= \sum_{i=1}^M y_i P_{ci} \\ T_{sc} &= \sum_{i=1}^M y_i T_{ci} \end{aligned} \quad (15)$$

Los polinomios de Legendre  $P_i(a)$  y  $P_j(a)$  presentes en la ecuación (13) se calcularán de la siguiente forma, donde “a” se remplazará por “x” e “y” dados en la ecuación (14), además los valores de la constante  $A_{ij}$  de la ecuación (13) se muestran en la 0.

$$\begin{aligned} P_1(a) &= 0.7071068 \\ P_2(a) &= 1.224745(a) \\ P_3(a) &= 0.7905695(3a^2 - 1) \\ P_4(a) &= 0.9354145(5a^3 - 3a) \\ P_5(a) &= 0.265165(35a^4 - 30a^2 + 3) \\ P_6(a) &= 0.293151(65a^5 - 70a^3 + 15a) \end{aligned} \quad (16)$$

Tabla 2. Valores de los coeficientes  $A_{ij}$ .

i	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6
1	2.1433504	0.0831762	-0.0214670	-0.0008714	0.0042846	-0.0016595
2	0.3312352	-0.1340361	0.0668810	-0.0271743	0.0088512	-0.0021521
3	0.1057287	-0.0503937	0.0050925	0.0105513	-0.0073182	0.0026960
4	-0.0521840	0.0443121	-0.0193294	0.0058973	0.0015367	-0.0028327
5	0.0197040	-0.0263834	0.0192621	-0.0115354	0.0042910	-0.0008130
6	0.0053096	0.0089178	-0.0108948	0.0095594	-0.0060114	0.0031175

Si la mezcla es ácida, es decir con presencia de  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{S}$  la temperatura y presiones pseudocríticas de la mezcla usadas en la ecuación (14) se modifican mediante una serie de factores para tener en cuenta la presencia de estos componentes mediante el método de Kay [11].

$$T'_{sc} = T_{sc} - Fsk$$

$$P'_{sc} = \frac{P_{sc} T'_{sc}}{T_{sc} + B(1-B)Fsk} \quad (17)$$

El factor de ajuste  $Fsk$  se utiliza para considerar que la mezcla es ácida y se calcula mediante la ecuación (18).

$$Fsk = 120(A^{0.9} - A^{1.6}) + 15(\sqrt{B} - B^4) \quad (18)$$

A: suma de la fracción molar de  $\text{CO}_2$  y  $\text{H}_2\text{S}$

B: fracción molar de  $\text{H}_2\text{S}$

### 3.1.7 Cálculo factor de fricción

El tipo de régimen de flujo en tuberías de gas es siempre turbulento ( $Re > 4000$ ), este flujo se caracteriza por un movimiento irregular y aleatorio de las moléculas, este hecho implica que el cálculo del factor de fricción en estos casos se basa en expresiones empíricas. Sin embargo para un flujo laminar donde las moléculas se mueven en paralelo unas con otras el factor de fricción puede ser calculado analíticamente.

Se ha usado la ecuación de Chen que incorpora una buena transición entre el comportamiento para tuberías lisas y el comportamiento para tuberías rugosas y a partir del cual el factor de fricción se calcula de manera explícita sin requerir ningún método iterativo.

$$\frac{1}{\sqrt{\phi}} = -4 \log \left( \frac{rug/d}{3.7065} - \frac{5.0452}{Re} \log \left( \frac{(rug/d)^{1.1096}}{2.8257} + \left( \frac{7.149}{Re} \right)^{0.8961} \right) \right) \quad (19)$$

$$Re = \frac{dv\rho}{\mu} \quad (20)$$

$Re(x,t)$ : Número de Reynolds (adimensional)

$\phi(x,t)$ : Factor de fricción Darcy-Weisbach (adimensional)

$1/\sqrt{\phi}$ : Factor de transmisión (adimensional)

$rug$ : Rugosidad de la tubería (m)

$rug/d$ : Rugosidad relativa (adimensional)

### 3.1.8 Cálculos adicionales

#### Volumen de la tubería

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 L \quad (21)$$

#### Densidad del gas

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (22)$$

#### Flujo volumétrico

$$Q = vA_s \quad (23)$$

$Q(x,t)$ : caudal volumétrico ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$A_s$ : sección de la tubería ( $\text{m}^2$ )

#### Sección de la tubería

$$A_s = \pi \left( \frac{d}{2} \right)^2 \quad (24)$$

#### Flujo másico

$$W = Q\rho \quad (25)$$

$W(x,t)$ : caudal másico ( $\text{Kg s}^{-1}$ )

#### Número de moles

$$n = \frac{m}{PM} \quad (26)$$

$n(x,t)$ : número de moles (mol)

$PM$ : peso molecular de la mezcla (g/mol)

Cálculo del peso molecular del gas

Si se supone que el gas está formado por una mezcla de  $M$  componentes, cada uno de ellos con un peso molecular  $PM_i$  y una fracción molar  $y_i$  ( $i=1, \dots, M$ ), el peso molecular de la mezcla  $PM$  se calcula como

$$PM = \sum_{i=1}^M y_i PM_i \quad (27)$$

$PM(x,t)$ : peso molecular de la mezcla (g/mol)

$PM_i$ : peso molecular de cada componente de la mezcla (g/mol)

Cálculo del calor específico a presión y volumen constante de la mezcla de gases

Si se supone que el gas está formado por una mezcla de  $M$  componentes, cada uno de ellos con un calor específico  $Cp_i$  y una fracción molar  $y_i$  ( $i=1, \dots, M$ ), El calor específico de la mezcla de gases  $Cp$  se calcula como

$$Cp = \frac{1}{PM} \sum_{i=1}^M y_i Cp_i \quad (28)$$

$$Cv = Cp - R \quad (29)$$

$Cp(x,t)$ : calor específico a presión constante de la mezcla de gases ( $\text{KJ Kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$Cp_i(x,t)$ : calor específico a presión constante de cada componente ( $\text{KJ Kmol}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$Cv(x,t)$ : calor específico a volumen constante de la mezcla de gases ( $\text{KJ Kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$$Cp_i = cp - g - a_i + cp - g - b_i T + cp - g - c_i T^2 + cp - g - d_i T^3 \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (30)$$

### Cálculo de la viscosidad de la mezcla de gases

Si se supone que el gas está formado por una mezcla de  $M$  componentes, cada uno de ellos con una viscosidad  $\mu_i$  y una fracción molar  $y_i$  ( $i=1, \dots, M$ ), la viscosidad de la mezcla de gases  $\mu$  se calcula como

$$\mu = \sum_{i=1}^M y_i \mu_i \quad (31)$$

$\mu(x,t)$ : viscosidad de la mezcla de gases ( $\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )

$\mu_i$ : viscosidad de cada componente de la mezcla ( $\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ )

$$\mu_i = vis\_g\_a_i + vis\_g\_b_i T^2 + vis\_g\_c_i T^2 \quad \forall i = 1, \dots, M \quad (32)$$

### Cálculo del flujo volumétrico en condiciones normales

$$Q_{normal} = Q \frac{Z_{normal}}{Z} \frac{T_{normal}}{T} \frac{P}{P_{normal}} \quad (33)$$

$Q_{normal}(x,t)$  - flujo volumétrico en condiciones normales ( $\text{Nm}^3 \text{s}^{-1}$ )

$Z_{normal}(x,t)$  - factor de compresibilidad normalizado (adimensional)

$P_{normal}$  - presión normalizada (Pa). Constante

$T_{normal}$  - temperatura normalizada (K). Constante

El factor de compresibilidad normalizado se calculará a partir del método descrito en la sección 3.1.6 pero asumiendo presión y temperaturas normalizadas.

### Cálculo flujo energético

Si se supone que el gas está formado por una mezcla de  $M$  componentes, cada uno de ellos con un poder calorífico superior  $HHV_i$  y una fracción molar  $y_i$  ( $i=1, \dots, M$ ), el flujo energético de la corriente de gas  $EHHV$  se calcula como

$$HHV = \sum_{i=1}^M y_i HHV_i \quad (34)$$

$$Power = CpQ_{normal}\rho T \quad (35)$$

$$PowerHHV = HHVQ_{normal} \quad (36)$$

$$EHHV = PowerHHV \cdot 3600 \quad (37)$$

*HHVi*: poder calorífico superior de cada componente (KJ/m<sup>3</sup>)

*HHV(x,t)*: poder calorífico superior de la mezcla (KJ/m<sup>3</sup>)

*Power(x,t)*: Potencia asociada al fluido (KW)

*PowerHHV(x,t)*: Potencia del poder calorífico asociado al fluido (KW)

*EHHV(x,t)*: Energía del poder calorífico asociado al fluido (KWh)

### 3.1.9 Discretización espacial. Método de diferencias finitas

Para resolver las ecuaciones en derivadas parciales en EcosimPro se hace necesario utilizar un método de integración. El método de integración utilizado en este modelo es el de diferencias finitas. Este método es ampliamente usado para resolver numéricamente ecuaciones en derivadas parciales (PDEs), transformando las derivadas parciales por una aproximación en un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) discretizando el dominio espacial de manera que puedan ser integradas respecto del tiempo mediante el integrador numérico que incorpora EcosimPro.

En este método, una derivada de una función  $\theta(t,x)$  en un punto discreto,  $\partial\theta(t,x_j)/\partial x_j$ , se evalúa usando la información sobre las variables en ese punto  $x_j$  (información local). El método comienza escogiendo la discretización espacial en N nodos y suponiendo que los pasos son iguales. El esquema de la discretización en la coordenada longitudinal se muestra en la Figura 7 siendo el paso de discretización  $\Delta x$  y el número de nodos en los que se divide la tubería N. El mínimo número de nodos para utilizar este método es 3,

en este trabajo las tuberías son discretizadas en 7 nodos pudiendo modificarse dicho valor en función de la longitud de la tubería.

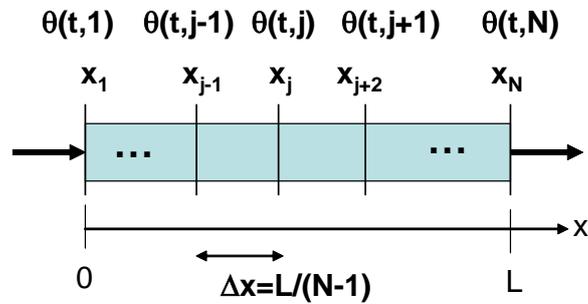


Figura 7. Discretización espacial de una tubería usando el método de diferencias finitas.

Existen algunas variantes en el método de diferencias finitas dependiendo de cómo se realice la aproximación de la ecuación diferencial en derivadas parciales: hacia adelante o método de diferencias progresivas, hacia atrás o método de diferencias regresivas o la variante utilizada en el modelo dinámico presentado, diferencia central, más exacta que las demás.

Utilizando el método de diferencias finitas centrales la aproximación para la primera derivada es:

$$\frac{d\theta(x)}{dx} \approx \frac{\theta(x + \Delta x) - \theta(x - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (38)$$

Por lo tanto para el esquema discretizado de la Figura 7 la aproximación de la derivada primera de  $\theta(x_j)$  respecto de  $x_j$  (cualquier nodo intermedio  $j$ ) será:

$$\frac{d\theta(x_j)}{dx_j} \approx \frac{\theta(x_j + \Delta x) - \theta(x_j - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (39)$$

Siendo necesario definir de la siguiente manera la aproximación de la primera derivada para el primer y último nodo  $N$ , que es una expresión diferente de la fórmula general para los nodos intermedios.

$$\frac{d\theta(x_N)}{dx_N} \approx \frac{\theta(x_{N-2}) - 4\theta(x_{N-1}) + 3\theta(x_N)}{2\Delta x} \quad (40)$$

Las aproximaciones para las derivadas segundas son definidas para un nodo cualquiera  $j$  en la expresión X y para el primer ( $j=1$ ) y último nodo ( $j=N$ ) en la expresión X.

$$\frac{d^2\theta(x_j)}{dx_j^2} \approx \frac{\theta(x_j + \Delta x) - 2\theta(x_j) + \theta(x_j - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (41)$$

$$\frac{d^2\theta(x_N)}{dx_N^2} \approx \frac{\theta(x_{N-2}) - 2\theta(x_{N-1}) + \theta(x_N)}{\Delta x^2} \quad (42)$$

### 3.2 Modelo estacionario del flujo de gas natural

#### 3.2.1 Ecuación fundamental de flujo de gas natural en estado estacionario.

La ecuación fundamental del flujo de fluidos compresibles en una sola dimensión y en estado estacionario es la siguiente [12]:

$$Q = C \cdot \frac{T_b}{P_b} \cdot D^{2.5} \cdot e \cdot \left( \frac{P_{in}^2 - P_{out}^2 - H_c}{L \cdot G \cdot T_a \cdot Z_a \cdot f} \right)^{0.5} \quad (43)$$

$C$ : Constante; 0.011493 (unidades métricas)

$D$ : Diámetro de la tubería (mm)

$e$ : eficiencia de la tubería

$f$ : Factor de fricción

$G$ : Gravedad específica

$L$ : Longitud de la tubería (Km)

$P_b$ : Presión base (KPa)

$P_{in}$ : Presión del gas a la entrada de la tubería (KPa)

$P_{out}$ : Presión del gas a la salida de la tubería (KPa)

$Q$ : Flujo volumétrico ( $m^3/día$ , en condiciones estándar)

$T_a$ : Temperatura media (K) (media geométrica entre las temperaturas de entrada y salida de la tubería)

$T_b$ : Temperatura base (K)

$Z_a$ : Factor de compresibilidad medio (calculado a partir de  $T_a$  y  $P_a$ )

Como presión y temperatura bases se han considerado las condiciones normales para los gases, es decir, la temperatura base es igual 273.15 Ka y la presión base es igual a  $10^5$  Pa.

Siendo  $H_c$  un factor de corrección para la variación de la carga estática del fluido con la pendiente, para el caso de tuberías no horizontales:

$$H_c = \frac{0.06835 \cdot (H_2 - H_1) \cdot P_a^2}{Z \cdot T_a} \quad (44)$$

$H_2$ : Cota final del tramo de tubería (m)

$H_1$ : Cota inicial del tramo de tubería (m)

$P_a$ : Presión media (KPa)

$$P_a = \frac{2}{3} \left[ P_{in} + P_{out} - \frac{P_{in} P_{out}}{P_{in} + P_{out}} \right] \quad (45)$$

### 3.2.2. Balance de energía en régimen estacionario

La temperatura del gas es función de la longitud de la tubería,  $T(x)$ , por ello se calcula a partir de una ecuación de balance de energía. En el balance de energía en régimen estacionario se distinguen tres términos, uno de transferencia de calor entre el suelo y el gas que circula por la tubería, otro debido al efecto Joule-Thomson por el cual la temperatura del gas disminuye debido a la reducción de presión que experimenta y otro de variación de energía potencial [13]:

$$F \cdot (T_{out} - T_{in} + \gamma_1) + \gamma_2 T_{out} F \cdot (P_{out} - P_{in}) + \gamma_3 (T_{out} - T_{soil}) = 0 \quad (46)$$

Dónde las constantes  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ , y  $\gamma_3$  se calculan como:

$$\gamma_1 = \frac{gsL}{C_p}, \quad \gamma_2 = \frac{dZ_a / dT}{C_p \rho_a Z_a}, \quad \gamma_3 = \frac{\pi U_{ground} L}{C_p} \quad (47)$$

$F$ : Flujo másico de gas natural (Kg/s)

$T_{soil}$ : Temperatura del suelo (K)

$U_{ground}$ : Coeficiente global de transmisión de calor ( $W/m^2 K$ )

$g$ : gravedad ( $m/s^2$ )

$C_p$ : capacidad calorífica del gas (J/Kg K)

$\rho_a$ : densidad media ( $Kg/m^3$ ) (calculada a partir de  $T_a$ ,  $P_a$  y  $Z_a$ )

$s$ : pendiente de la tubería

El valor de  $\gamma_2$  coincide con el coeficiente Joule-Thomson ( $\mu_{JT}$ ) dividido por  $T_{out}$ . Se ha supuesto un valor constante de  $7 \cdot 10^{-6}$  K/Pa tomado a partir la Figura 8 que muestra el valor de dicho coeficiente para un determinado tipo de gas natural con una composición típica.

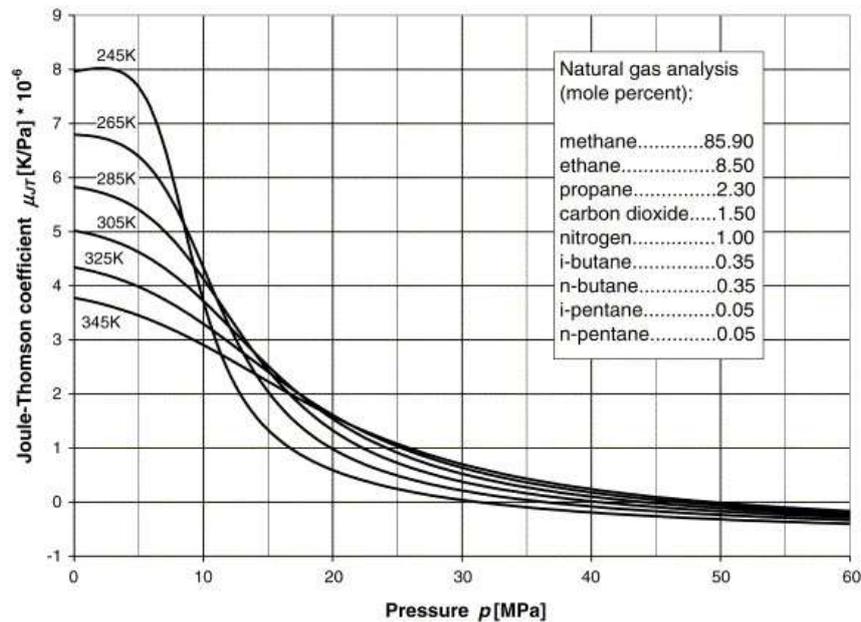


Figura 8. Coeficiente Joule-Thomson del gas natural

### 3.2.3 Cálculos adicionales

El resto de los cálculos adicionales, como por ejemplo, densidad, factor de fricción, factor de compresibilidad, etc. se hacen del mismo modo que en el modelo dinámico.

### 3.3 Comparación entre el modelo dinámico y el estacionario

Para realizar la comparación entre el modelo dinámico y el estacionario se ha llevado a cabo la simulación, con ambos modelos, de un tramo de tubería de 10000 m, con un diámetro de 1.22 m y se han analizado las variables más representativas (caudal, velocidad, densidad) para comprobar que el modelo estacionario desarrollado se corresponde con el estacionario del modelo dinámico.

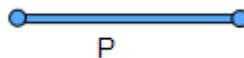


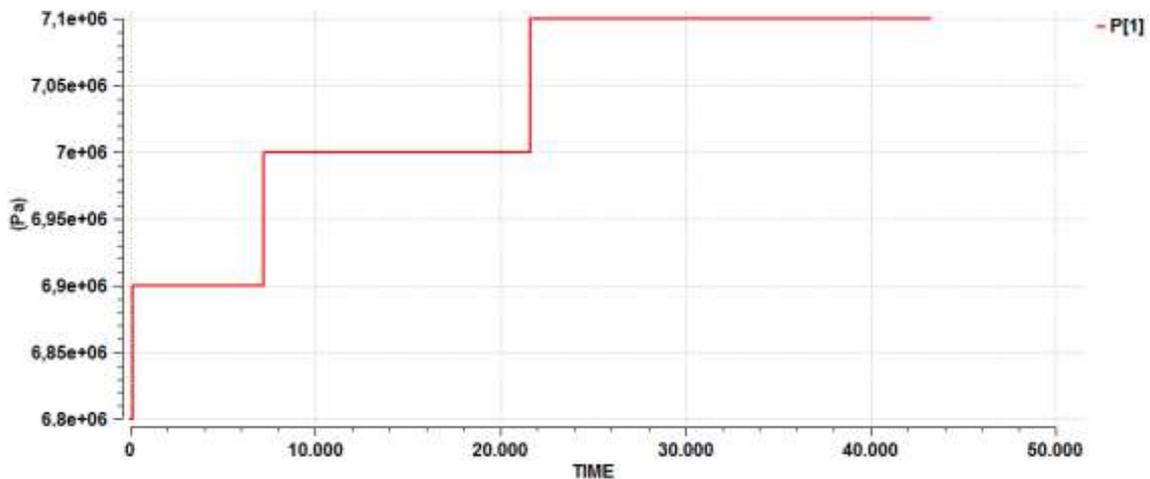
Figura 9. Esquemático de un tramo de tubería

Se ha realizado el mismo experimento con los dos modelos, simulando un tiempo de 43200 s.

Condiciones de contorno:

Presión de entrada (Pa):  $68 \cdot 10^5 + 1e+05 \cdot \text{step}(\text{TIME}, 100) + 1e+05 \cdot \text{step}(\text{TIME}, 2 \cdot 3600) + 1e+05 \cdot \text{step}(\text{TIME}, 6 \cdot 3600)$

Los saltos realizados en el valor de la presión de entrada de la tubería se muestran en la Figura 10.



*Figura 10. Saltos en la presión de entrada de la tubería*

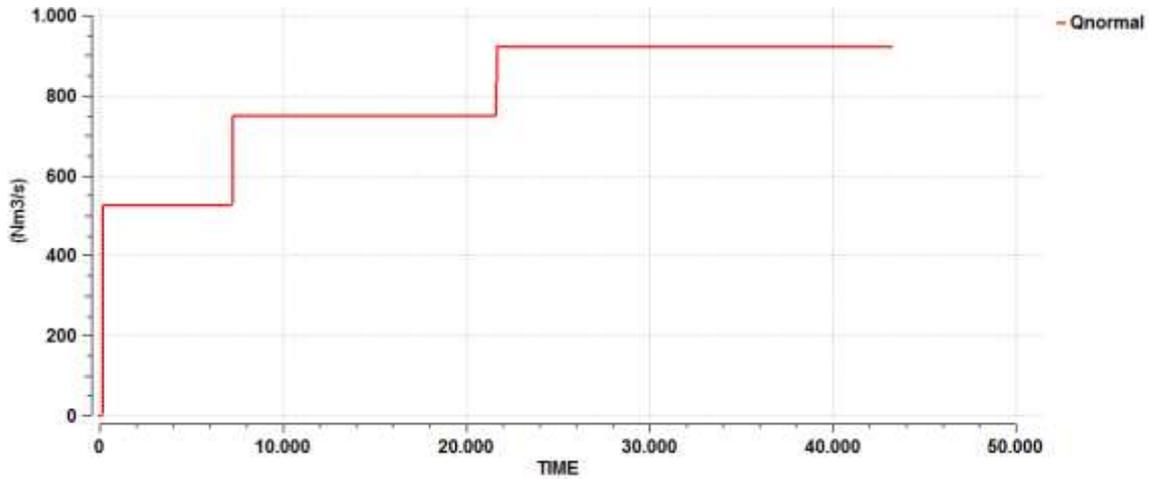
Presión de salida (Pa):  $68 \cdot 10^5$

Temperatura de entrada (K): 287.15

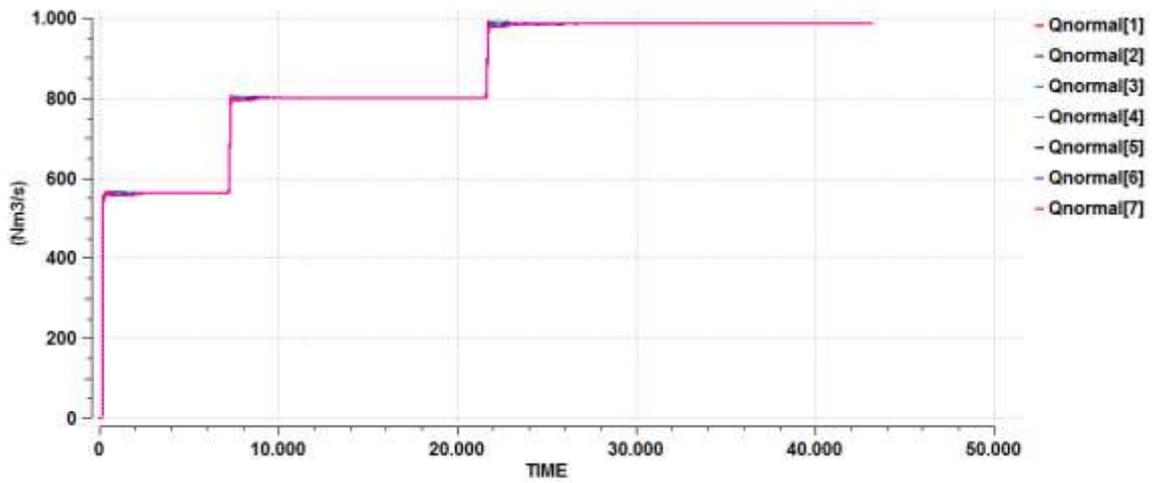
Composición del gas natural:

$$\langle \text{CO}_2, \text{H}_2\text{S}, \text{N}_2, \text{C1}, \text{C2}, \text{otros} \rangle = \{0.033, 0.0558, 0.0025, 0.82, 0.05, 0.038\}$$

En las Figuras 11, 12 y 13 se muestra como los valores de las principales variables del modelo son muy similares comparando el modelo estacionario con los estados estacionarios del modelo dinámico.

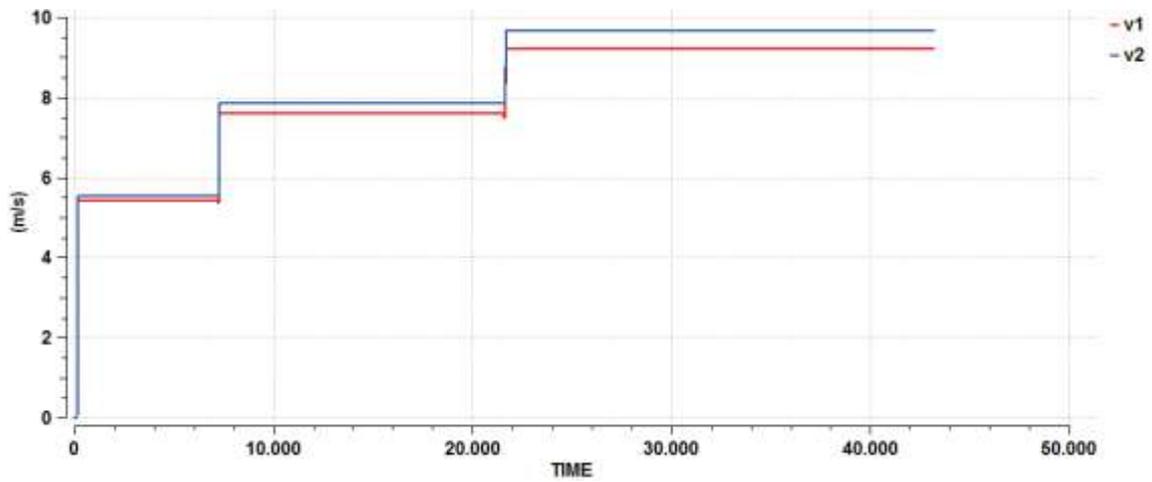


(a)

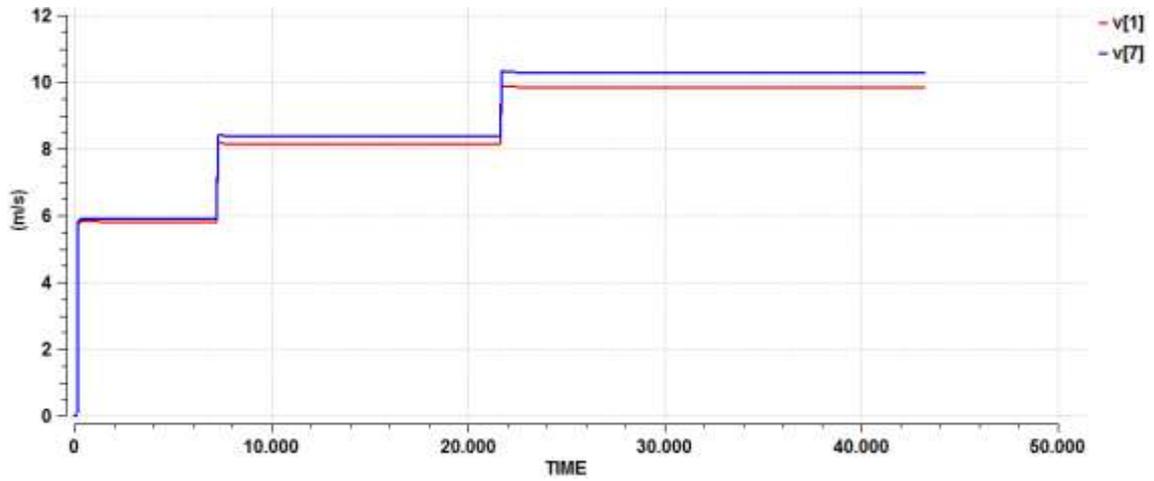


(b)

Figura 11. Caudal normalizado a) modelo estacionario, b) modelo dinámico.

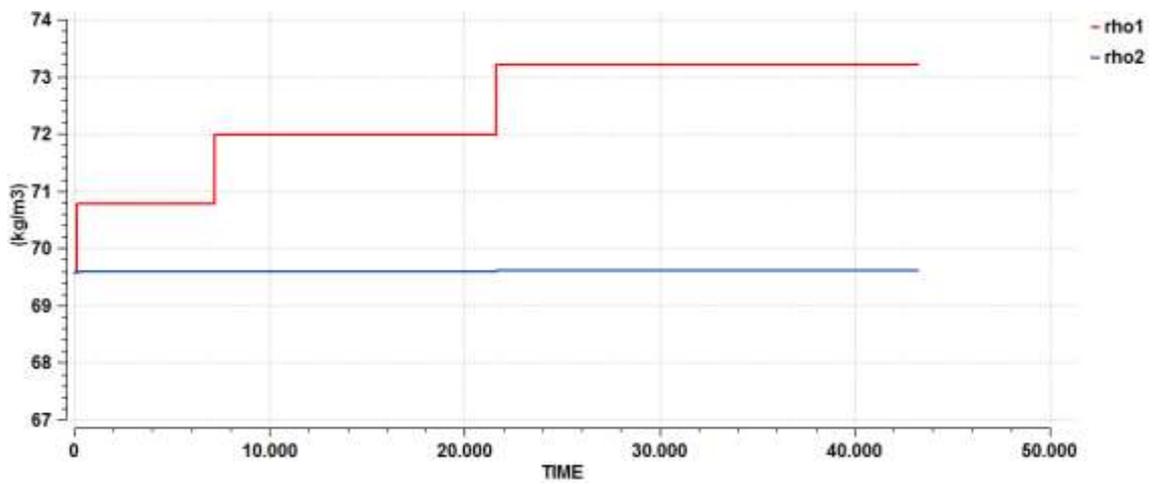


(a)

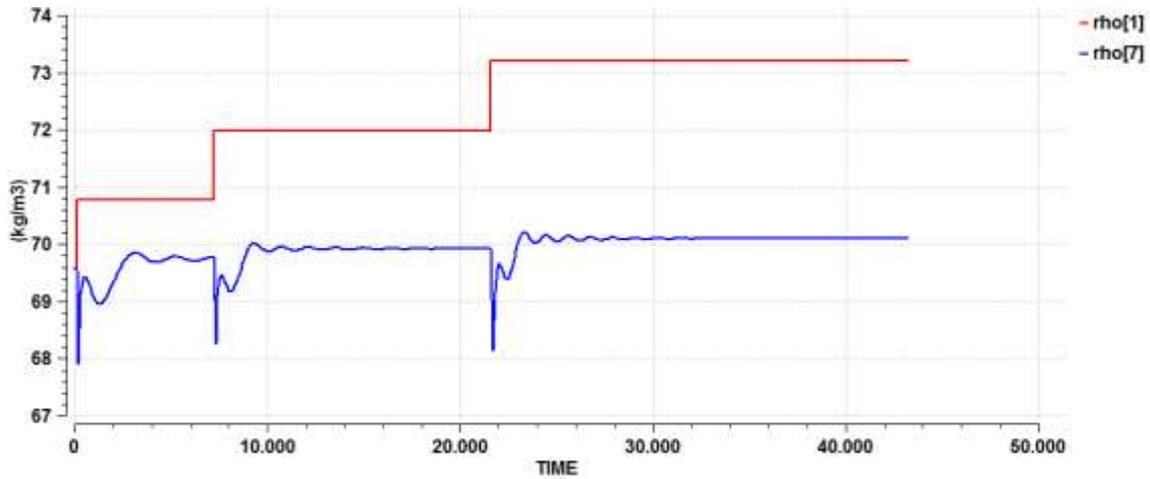


(b)

Figura 12. Velocidad del gas en la entrada (línea roja) y la salida (línea azul) de la tubería a) modelo estacionario, b) modelo dinámico.



(a)



(b)

Figura 13. Densidad del gas en la entrada (línea roja) y la salida (línea azul) de la tubería a) modelo estacionario, b) modelo dinámico.

En la sección 7 “Ajuste de parámetros”, se llevará a cabo el ajuste de parámetros del modelo estacionario (eficiencia de la tubería, rugosidad, coeficientes de transmisión de calor) de manera que los resultados obtenidos a partir de la simulación del modelo estacionario sean iguales a los obtenidos utilizando el modelo dinámico.

#### 4 MODELADO ESTACIÓN DE COMPRESIÓN

Las estaciones de compresión se utilizan para recuperar la pérdida de presión que se va produciendo en las redes de distribución de gas natural.

El proceso de compresión se realiza normalmente con *compresores centrífugos* transfiriéndoles la energía mecánica que produce una turbina de gas o motor alternativo para aumentar la presión del gas que circula por el compresor.

Las prestaciones de la estación de compresión quedan determinadas por:

- La potencia instalada
- Las curvas de operación de los compresores.
- Los componentes de la estación como los filtros, aerorefrigeradores, etc.

Es posible caracterizar el proceso de compresión con pocos parámetros tales como:

- La altura politrópica.
- La eficiencia politrópica.
- La potencia absorbida por el compresor.

Además, existen distintas configuraciones de colocación de los compresores en una estación de compresión (ver Figura 14):

- Configuración en paralelo:

Empleada para comprimir un mayor flujo de gas.

- Configuración en serie:

Utilizada cuando se pretende conseguir un mayor incremento de presión.

- Configuración en serie-paralelo:

Permite lograr elevados incrementos de presión para un amplio rango de caudales.

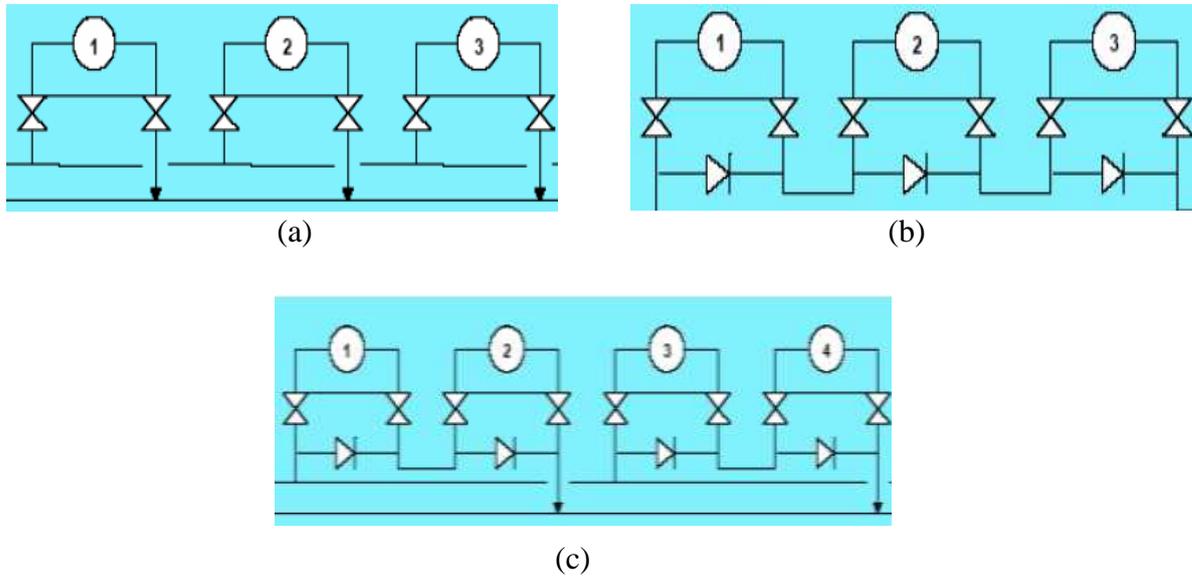


Figura 14. Configuraciones típicas de compresores a) en paralelo, b) en serie, c) en serie-paralelo.

En la siguiente figura se muestra un esquema de una estación de compresión típica:

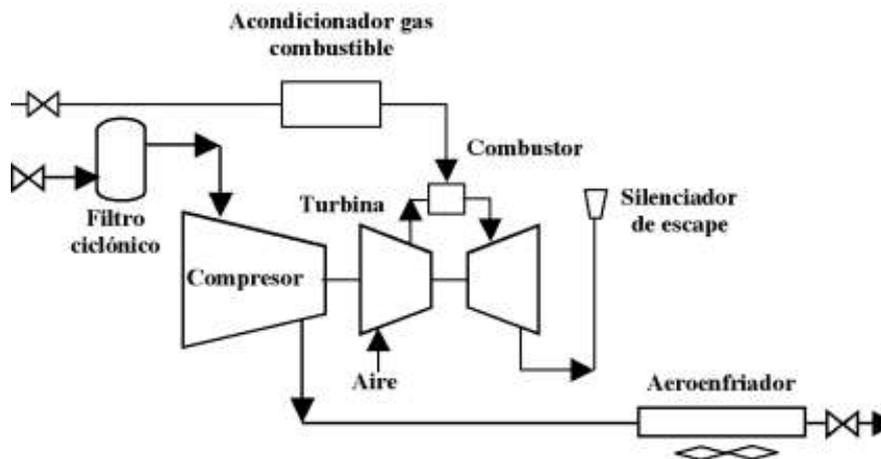
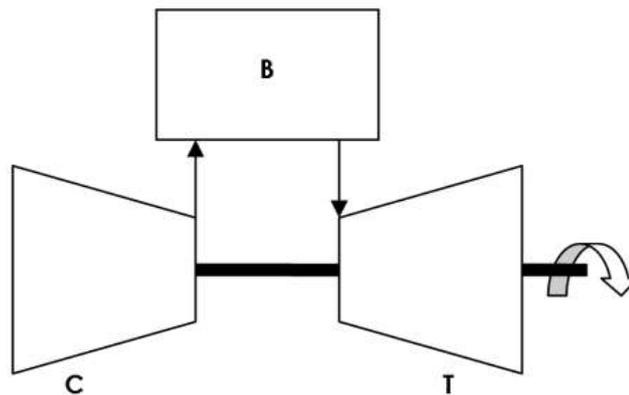


Figura 15. Esquema simplificado de una estación de compresión

En este esquema se distinguen los siguientes elementos:

- *La turbina de gas (Figura 16).* Es una turbomáquina motora encargada del accionamiento del compresor y consiste en un combustor, un compresor y la propia turbina. El compresor comprime el aire que va a ser introducido en el combustor, donde se realiza la combustión entre gas natural que es tomado de la propia red y el aire comprimido. Los gases de combustión se expanden a través de la turbina.



*Figura 16. Esquema turbina de gas. C: compresor, B: cámara de combustión, T: turbina de gas*

- *Compresor.* Elemento principal del tren de turbocompresión en el que se aumenta la presión del gas natural hasta la presión de descarga deseada.
- *Filtro ciclónico.* Elimina las partículas sólidas o líquidas que puedan provocar daños en el compresor.
- *Aeroenfriador.* Durante el proceso de compresión el gas natural experimenta un aumento de temperatura. El aeroenfriador consigue disminuir la temperatura del fluido hasta la que tenía antes del proceso de compresión.

#### 4.1 Compresores Centrífugos:

El compresor centrífugo es una turbomáquina que consiste en un rotor (impeller) que gira dentro de una carcasa (spiral casing) provista de aberturas para la circulación del fluido como se muestra en la Figura 17.

El rotor (impeller) es el elemento que convierte la energía mecánica del eje en cantidad de movimiento y por tanto en energía cinética del fluido, mientras que en la carcasa se encuentra incorporado el difusor (diffuser), que es el elemento que convierte la energía cinética en energía potencial de presión [14].

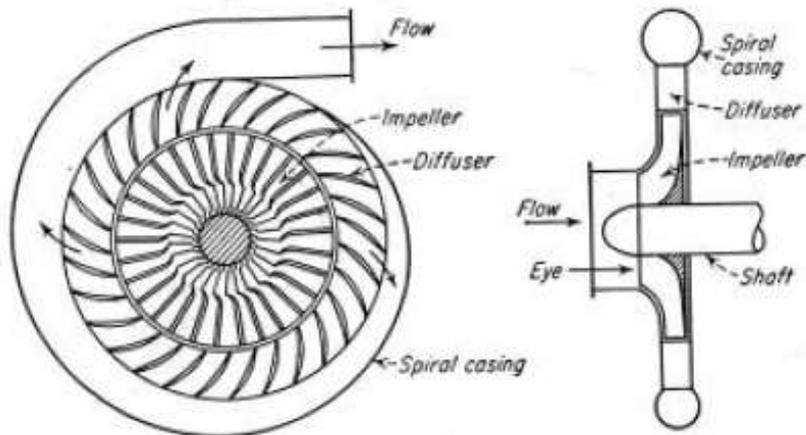


Figura 17. Esquema de las partes de un compresor centrífugo.

#### 4.1.1 Curvas características del compresor:

Para cada compresor el fabricante entrega una curva de operación donde están representadas las líneas de isovelocidad y de isoeficiencia representando en el eje de ordenadas la diferencia de presión (denominada altura si se expresa en metros de columna de fluido) y el flujo en abscisas.

El punto de operación del compresor vendrá dado por la intersección en la curva característica a una determinada velocidad de giro, del incremento de presión en el compresor y el caudal que circula por él.

Sin embargo, desde un punto de vista práctico, no todos los puntos de la curva característica pueden ser alcanzados, la Figura 18 muestra los márgenes operativos que deben ser respetados para el correcto funcionamiento del compresor [15]:

- 1) **Línea de bombeo.** Indica la capacidad mínima para cada velocidad por debajo de la cual la operación es inestable. Esta inestabilidad viene acompañada por un ruido característico denominado “surge”, por lo que la capacidad mínima se llama “límite de surge” y viene representado por la línea de bombeo. Este fenómeno de inestabilidad es explicado en el apartado 5.1.1 Bombeo límite.
- 2) **Línea de máxima velocidad.** El compresor no puede operar a una velocidad superior a la indicada.
- 3) **Línea de mínima velocidad.** El compresor no puede operar a una velocidad inferior a la indicada.
- 4) **Línea de máximo caudal.** El extremo superior del intervalo de caudales de operación está dado por el caudal al cual el aumento de presión es nulo y se representa en la línea de máximo caudal. Para caudales mayores el compresor opera como una pérdida de carga en serie con la tubería, por lo que sería aconsejable que no estuviera, o que fuera salteado mediante un by-pass. A esos caudales, la energía perdida internamente es mayor que la energía entregada por el compresor.

- 5) **Línea de máxima potencia.** Representa el límite por encima del cual la turbina no puede dar potencia al compresor.

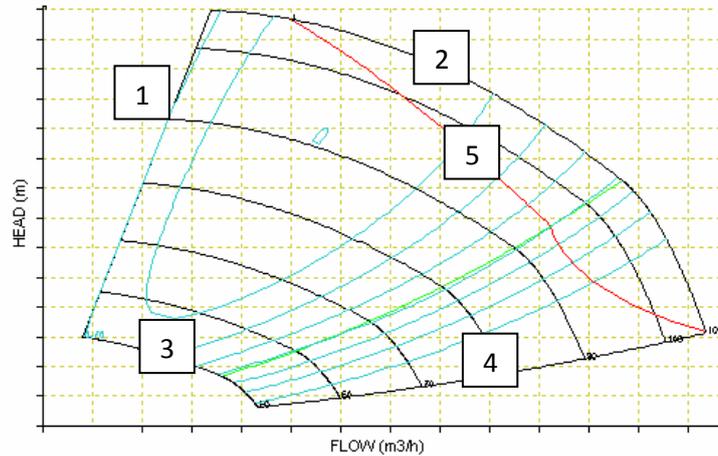


Figura 18. Curvas características típicas de un compresor centrífugo.

## 4.2 Modelado:

### 4.2.1 Modelo dinámico del compresor centrífugo.

Se ha implementado un modelo dinámico del compresor, la turbina de gas y las válvulas empleadas para el control del compresor. Estos modelos están basados en ecuaciones diferenciales para describir los balances de materia y de energía, perfil de presiones y la dinámica de apertura de las válvulas.

#### **Balance de materia**

Se supone que no hay acumulación de materia ni reacciones químicas en el compresor por lo que el balance de materia se expresa según la ecuación (48):

$$F_{in} = F_{out} \quad (48)$$

$F_{in}$ ,  $F_{out}$ : flujo másico de gas natural a la entrada y salida del compresor (Kg/s)

**Balance de energía:**

El proceso de compresión se considera una transformación adiabática ya que el proceso de transmisión de calor es muy lento en comparación con el proceso de compresión, por ello en el balance de energía no se tiene en cuenta ningún término de pérdida de calor hacia el exterior ( $Q=0$ ).

La expresión (49) muestra la ecuación del balance de energía global:

$$\frac{dE}{dt} = Q + P + F_{in} \left( h_{in} + \frac{1}{2} v_{in}^2 + gz_{in} \right) - F_{out} \left( h_{out} + \frac{1}{2} v_{out}^2 + gz_{out} \right) \quad (49)$$

$E$ : Energía (KJ)

$Q$ : Calor intercambiado con el exterior (KW)

$P$ : Potencia suministrada al compresor (KW)

$h$ : Entalpía del gas natural (KJ/Kg)

$v$ : Velocidad del gas (m/s)

$z$ : Altura (m)

$g$ : Gravedad ( $m/s^2$ )

Los cambios de energía cinética y potencial son despreciables, así como las pérdidas de carga por lo que el balance de energía dado por la ecuación (49) queda:

$$\frac{dE}{dt} = P + F (h_{in} - h_{out}) \quad (50)$$

Por otro lado, la energía del compresor es una combinación de energía mecánica y térmica:

$$E = \frac{1}{2} Jw^2 + mU = 2\pi^2 JN^2 + mU \quad (51)$$

$w$ : Velocidad de giro del compresor (rad/s)

$N$ : Velocidad de giro del compresor (rps)

$U$ : Energía interna del gas (KJ/Kg)

$J$ : Momento de inercia (Kg m<sup>2</sup>)

$m$ : masa de gas comprimida (Kg)

Entonces, diferenciando E se obtiene la expresión (52):

$$4\pi^2 J \frac{dN}{dt} + \frac{d(mU)}{dt} = P + F(h_{in} - h_{out}) \quad (52)$$

En esta expresión la variación de la velocidad del compresor se calcula como la diferencia entre el par motor de la turbina y del compresor:

$$J \frac{dN}{dt} = \tau_t - \tau_c = \frac{P_t}{\omega} - \frac{P}{N} \quad (53)$$

$\tau_t$ : par motor de la turbina (N m)

$\tau_c$ : par motor del compresor (N m)

Además, teniendo en cuenta las definiciones de energía interna (54) y variación de entalpía (55):

$$\frac{d(mU)}{dt} = mC_v \frac{dT}{dt} + mT \frac{dC_v}{dt} \quad (54)$$

$$h_{in} - h_{out} = FC_p(T_{in} - T_{out}) \quad (55)$$

$C_p$ : Capacidad calorífica del gas a presión constante (KJ/Kmol K)

$C_v$ : Capacidad calorífica del gas a volumen constante (KJ/Kmol K)

$T$ : Temperatura del gas (K)

Se obtiene la expresión final para el balance de energía global en el compresor:

$$4\pi^2 J \frac{dN}{dt} + mC_v \frac{dT}{dt} + mT \frac{dC_v}{dt} = P + F(h_{in} - h_{out}) \quad (56)$$

La potencia suministrada al compresor ( $P$ ) se obtiene a partir de la expresión (57):

$$P = W_a \cdot F \quad (57)$$

$W_a$  = trabajo real del compresor (KJ/Kg)

El trabajo realizado por el compresor se calcula a partir de las expresiones (58) y (59), estas expresiones son debidas al uso del modelo politrópico para compresores centrífugos explicado en la sección 4.2.1.1. "Conceptos termodinámicos. Modelo politrópico":

$$-W_p = Z_m \cdot \frac{R \cdot n \cdot T_{in}}{M \cdot (n-1)} \cdot \left[ \left( \frac{P_c}{P_{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (58)$$

$W_p$ : trabajo politrópico absorbido por el gas (KJ/Kg)

$Z_m$ : factor de compresibilidad medio  $Z_m = \frac{Z_{in} + Z_c}{2}$

$R$ : constante gases ideales = 8,31 J/K mol

$M$ : peso molecular del gas (g/mol)

$n$ : coeficiente politrópico

El factor de compresibilidad  $Z_m$  es calculado de forma explícita utilizando el método de Sarem [16].

El trabajo real del compresor vale:

$$-W_a = \frac{-W_p}{\eta_p} \quad (59)$$

$\eta_p$ : eficiencia politrópica

La eficiencia politrópica y el coeficiente politrópico son definidos en la sección 4.2.1.1, conceptos termodinámicos.

### **Variación de presión en el compresor**

La variación del incremento de presión en el compresor viene dada por la ecuación (60). El incremento de presión producido en el compresor es función de la velocidad del compresor y el caudal que circula por el compresor y se obtiene interpolando dichos valores en la curva característica del compresor.

$$\Delta P = f(Q, \text{velocidad compresor}) \quad (60)$$

Finalmente, la presión de impulsión del compresor  $P_c$  se define como:

$$P_c = P_{in} + \Delta P \quad (61)$$

$P_c$ : Presión salida compresor (impulsión) (Pa)

$P_{in}$ : Presión de aspiración del compresor (Pa)

$\Delta P$ : Incremento de presión en el compresor (Pa)

#### **4.2.1.1 Conceptos termodinámicos. Modelo politrópico:**

El modelo politrópico se utiliza en compresores centrífugos ya que todos los procesos de compresión se realizan entre el isoentrópico (no existe intercambio de calor con el exterior) y el isotérmico (hay intercambio de calor con el exterior) [17].

La ecuación que rige este modelo es la siguiente:

$$P \cdot V^n = P_{in} \cdot V_{in}^n = cte \quad (62)$$

$n$ : coeficiente politrópico

Algunos casos especiales de procesos politrópicos son:

Proceso isocoro:	$V = cte.$	$PV^\infty = cte.$	$n = \infty$
Proceso isobaro:	$P = cte.$	$PV^0 = cte.$	$n = 0$
Proceso isotermo:	$T = cte.$	$PV^1 = cte.$	$n = 1$
Proceso adiabático cuasiestático:	$Q = 0$	$PV^k = cte.$	$n = k$

Los procesos habituales de compresión o expansión de gases no son adiabáticos (proceso isoentrópico reversible) ni isotermos. Habitualmente estos procesos puede aproximarse a politrópicos con  $1 < n < k$ , siendo  $k$  el coeficiente característico de los procesos isoentrópicos.

La relación entre las temperaturas a la entrada y a la salida del compresor se puede expresar a partir de la siguiente ecuación:

$$T_c = T_{in} \cdot \left( \frac{Z_{in}}{Z_c} \right) \cdot \left( \frac{P_c}{P_{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (63)$$

$T_{in}, T_c$ : temperatura del fluido a la entrada y salida del compresor (K)

$P_{in}, P_c$ : presión del fluido a la entrada y salida del compresor (Pa)

$Z_{in}, Z_c$ : factor de compresibilidad del fluido en las condiciones de entrada y salida del compresor (adimensional)

Se define el coeficiente de eficiencia politrópica  $\eta_P$  como:

$$\eta_P = \frac{n \cdot (k - 1)}{k \cdot (n - 1)} \quad (64)$$

Otro parámetro importante para la caracterización del compresor centrífugo es la altura politrópica que se define como la energía acumulada en el fluido como consecuencia del aumento de energía termodinámica y se calcula a partir de la siguiente expresión [4]:

$$H_{pol} = \frac{n}{n-1} \cdot Z_{in} \cdot R \cdot T_{in} \cdot \left[ \left( \frac{P_c}{P_{in}} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad (65)$$

$H_{pol}$ : altura politrópica (J/mol)

#### 4.2.2 Modelo de la turbina de gas

##### **Balance de materia**

Se supone que no hay acumulación de materia ni reacciones químicas en la turbina por lo que el balance de materia queda:

$$F_{in} = F_{out} \quad (66)$$

$F_{in}$ ,  $F_{out}$ : flujo másico de gases de combustión a la entrada y salida de la turbina (Kg/s)

##### **Potencia suministrada por la turbina**

La potencia suministrada por la turbina ( $P_t$ ) de gas se calcula con la ecuación (67):

$$P_t = FC_p(T_{in} - T_{out}) \quad (67)$$

##### **Curva característica de la turbina:**

Al igual que para los compresores, los fabricantes de turbinas también deben aportar la curva característica en la que se muestre la relación entre el flujo de gas que circula a través de la turbina, su velocidad y la diferencia de presión entre la entrada y la salida.

Suponiendo que la diferencia de presión existente en la turbina está controlada y permanece en un valor constante, se ha establecido una relación entre el flujo de gases procedentes del combustor que se expanden en la turbina (Kg/s) y su velocidad de giro (rpm).

La Figura 22 dentro de la sección 4.2.7, “Suposiciones”, muestra como sube la velocidad de giro de la turbina cuando el flujo de gases de combustión aumenta.

Esta curva permite variar la velocidad de la turbina, y a su vez, la del compresor, regulando el flujo de gas procedente del combustor que se expande en la turbina.

### 4.2.3 Modelo dinámico de las válvulas.

#### Flujo másico que atraviesa la válvula

La ecuación (68) se utiliza para el cálculo del flujo másico de gas  $F_v$  en Kg/s que atraviesa cada válvula:

$$F_v = \max\left(0, K_v \cdot (u_v / 100) \cdot \sqrt{P_{in} \cdot rho_{in} \cdot (1 - P_{out} / P_{in})}\right) \quad (68)$$

$K_v$ : coeficiente de flujo de la válvula (m<sup>3</sup>/h)

$u_v$ : apertura de la válvula (%100)

$P_{in}$ ,  $P_{out}$ : presión a la entrada y a la salida de la válvula (Pa)

$rho_{in}$ : densidad a la salida de la válvula (Kg/m<sup>3</sup>)

El flujo volumétrico expresado en m<sup>3</sup>/s que atraviesa la válvula se obtiene a partir de la ecuación (69):

$$Q_v = F_v / rho_{in} \quad (69)$$

La apertura de la válvula sigue la dinámica que muestra la expresión (70):

$$0.25 \cdot \frac{du_v}{dt} = u - u_v \quad (70)$$

### 4.2.4 Modelo del acumulador o balón de aspiración del compresor:

El acumulador es un depósito situado antes del compresor que se utiliza para amortiguar los cambios de presión que se producen en la aspiración del compresor. Tiene como corrientes de entrada el caudal recirculado por el sistema antibombeo y el caudal de la propia red, la corriente de salida es el caudal aspirado por el compresor.

La capacidad del acumulador deberá ser lo suficientemente grande para amortiguar las oscilaciones que se producen en la presión y temperatura de aspiración del compresor.

Es decir, debe almacenar la cantidad suficiente de gas, para que aunque el compresor aspire un cierto flujo, el balón siga pudiendo amortiguar las oscilaciones.

### **Balance de materia:**

El balance de materia en el balón de aspiración viene dado por la ecuación (71):

$$\frac{dm}{dt} = F_{in1} + F_{in2} - F_{out} \quad (71)$$

$F_{in1}$ : Flujo másico de gas recirculado por el sistema antibombeo (Kg/s)

$F_{in2}$ : Flujo másico de gas proveniente de la red (Kg/s)

$F_{out}$ : Flujo másico de salida del acumulador (Kg/s)

### **Balance de energía**

El balance de energía en el acumulador se expresa a partir de la ecuación (72):

$$m \cdot C_{Pout} \cdot \frac{dT_{out}}{dt} + C_{Pout} \cdot T_{out} \cdot \frac{dm}{dt} = F_{in1} C_{Pin1} T_{in1} + F_{in2} C_{Pin2} T_{in2} - F_{out} C_{Pout} T_{out} \quad (72)$$

$C_{pin1}$ : Capacidad calorífica del gas recirculado a presión constante (KJ/Kmol K)

$C_{pin2}$ : Capacidad calorífica del gas de la red a presión constante (KJ/Kmol K)

$C_{pout}$ : Capacidad calorífica del gas de salida a presión constante (KJ/Kmol K)

$T_{in1}$ : Temperatura del gas recirculado por el sistema antibombeo (K)

$T_{in2}$ : Temperatura del gas de entrada de la red (K)

$T_{out}$ : Temperatura del gas de salida del acumulador (K)

**Presión en el acumulador (ecuación de estado de los gases reales)**

El valor de la presión en el acumulador  $P$  viene dado por la ecuación de estado de los gases reales:

$$P = \frac{m \cdot R \cdot T_{out} \cdot Z}{M \cdot V} \quad (73)$$

$V$ : Capacidad del acumulador ( $m^3$ )

$M$ : Peso molecular del gas (g/mol)

$R$ : Constante gases ideales = 8,31 J/K mol

$Z$ : Factor de compresibilidad (adimensional)

**4.2.5 Modelo del combustor:**

El combustor es el elemento de la turbina de gas en el cual se realiza la combustión entre gas natural tomado de la red y aire comprimido.

Por lo tanto, la corriente de entrada al combustor es gas natural de la red y la corriente de salida son los gases de combustión que se expanden a través de la turbina.

La fracción de gas natural de la red necesaria para la combustión se obtiene teniendo en cuenta la relación típica entre el comburente y el combustible, es decir, entre el aire comprimido y el gas natural.

$$\frac{Kg \text{ aire}}{Kg \text{ gas natural}} = \frac{16}{1}$$

$$\frac{Kg \text{ gases de combustión}}{Kg \text{ gas natural}} = \frac{17}{1}$$

Se ha supuesto una presión  $P = 7000000$  Pa y una temperatura  $T = 573$  K de los gases de combustión que entran en la turbina. Estos parámetros pueden variar dependiendo de las condiciones en las que realice el proceso de combustión. Las demás propiedades de los gases de combustión supuestas se muestran en la sección 4.2.7, "Suposiciones".

#### 4.2.6 Esquemático de la estación de compresión en EcosimPro

En la Figura 19 se muestra el esquemático de la estación de compresión realizado en EcosimPro en el que se distinguen todos los elementos descritos anteriormente, así como el sistema de control que se describirá en la sección 5.

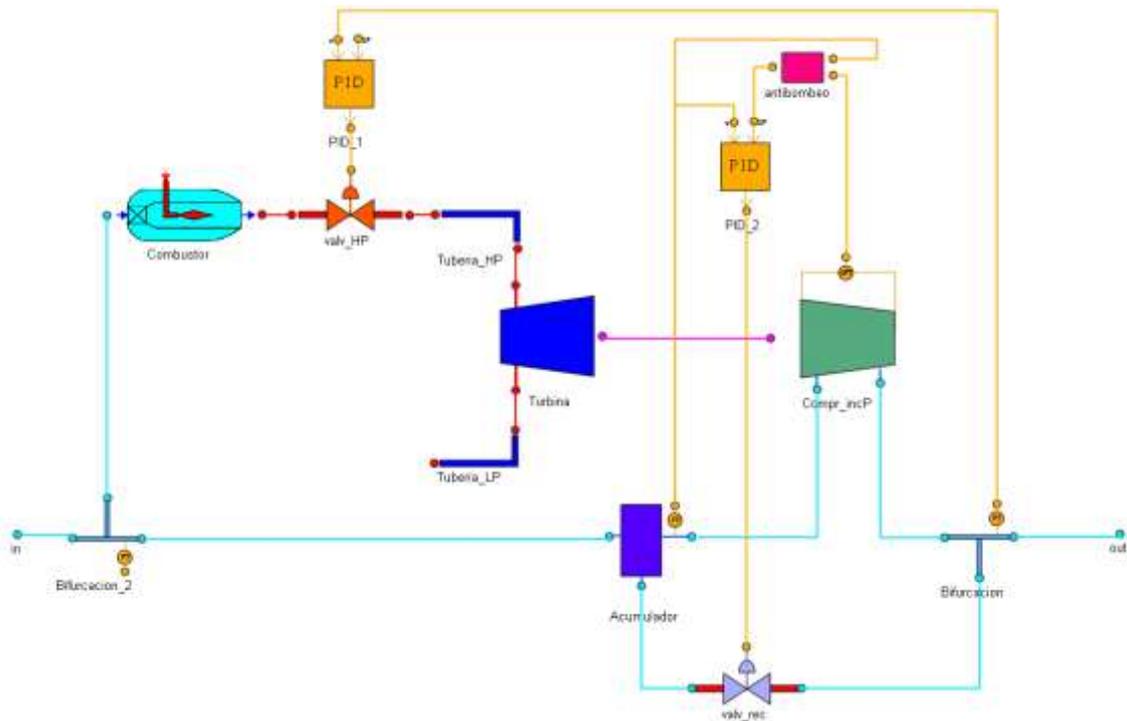


Figura 19. Esquemático de una estación de compresión en EcosimPro.

Este esquemático y todos los que aparecen en este trabajo han sido creados a partir de una paleta de componentes gráficos desarrollados en EcosimPro (ver Figura 20)

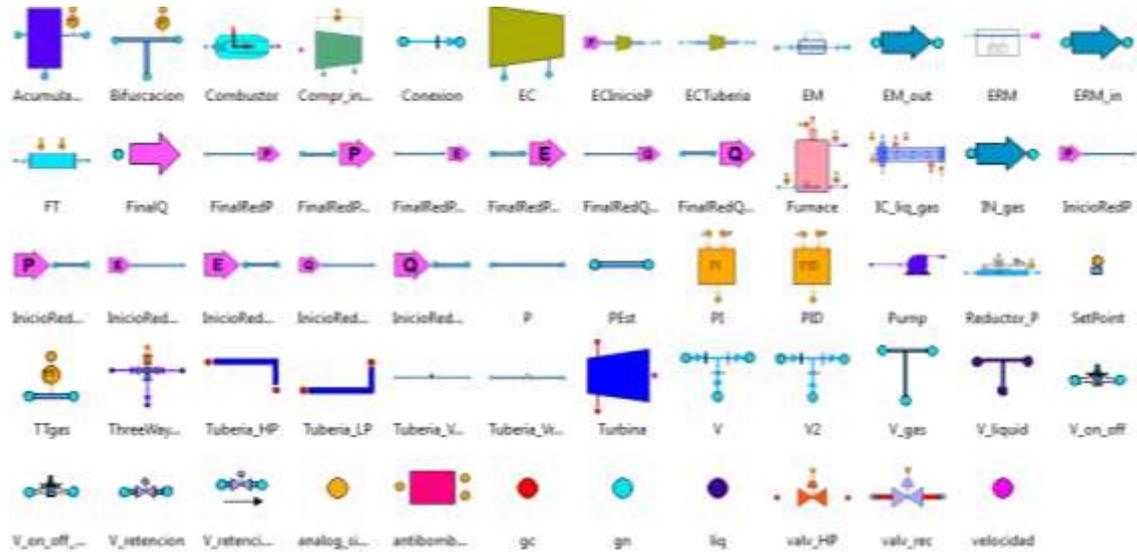


Figura 20. Paleta de componentes gráficos en EcosimPro.

#### 4.2.7 Suposiciones

##### Coefficiente politrópico del gas:

En turbocompresores centrífugos el coeficiente politrópico suele tomar un valor entre 1.5 y 1.6. Se ha supuesto  $n = 1.5$

##### Curva característica del compresor:

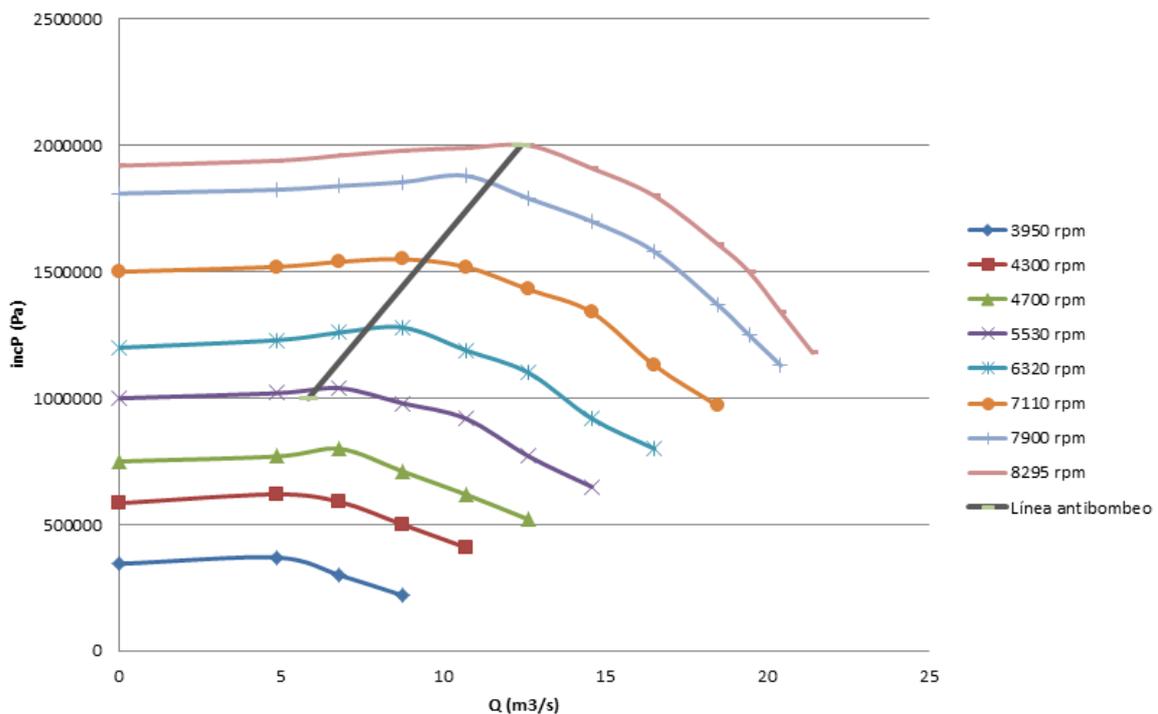


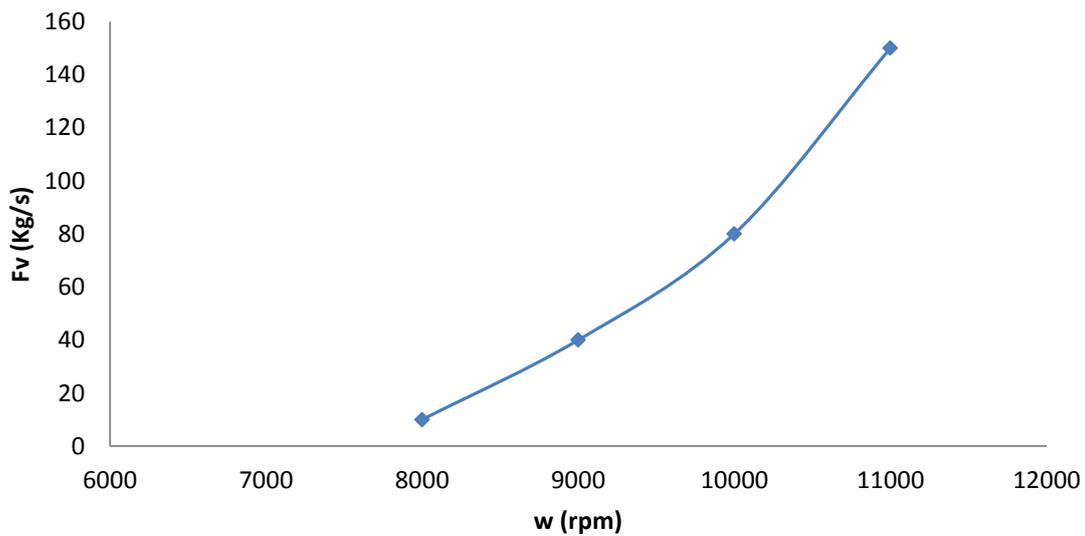
Figura 21. Curva característica del compresor centrífugo.

Ecuación línea de bombeo:  $Q (m^3/h) = 2362 * (\Delta P / 10^5) - 2610$

En realidad la curva característica del compresor no tomaría valores hacia la izquierda de la línea antibombeo. Esta curva característica se ha ampliado hacia caudales menores para facilitar el arranque del compresor en las condiciones en que no existe flujo en las tuberías o éste es muy pequeño.

### **Curva característica de la turbina**

Se ha supuesto una relación entre el flujo de gas que circula por la turbina y su velocidad de giro, suponiendo que la diferencia de presión del gas entre la entrada y la salida se mantiene constante.



*Figura 22. Curva característica de la turbina.*

### **Rango de velocidades de giro de la turbina y del compresor**

El modelado de la estación de compresión ha sido desarrollado basándose en las características de una estación de compresión real, en la que se utiliza un modelo de turbina y compresores determinados fabricados por la empresa GE Energy y que operan dentro del rango de velocidades que se muestra en la Tabla 3 [4], [18].

*Tabla 3. Rango real de velocidades de giro de la turbina y del compresor*

	<b>Turbina GE 10-2</b>	<b>Compresor PC 502</b>
<b>W mínima (rpm)</b>	7900	3950
<b>W máxima (rpm)</b>	11000	8295

**Características del gas de entrada a la turbina**

Se ha considerado que la combustión gas natural-aire que se realiza en el combustor de la turbina y que será la corriente de alimentación a ésta se ha producido a 300<sup>0</sup>C y que presenta las siguientes propiedades.

*Tabla 4. Propiedades del gas de entrada a la turbina.*

<b>Densidad en condiciones normales (Kg/m<sup>3</sup>)</b>	1.25
<b>Capacidad calorífica (KJ/ Kg <sup>0</sup>C)</b>	1.20
<b>Poder calorífico inferior (KJ/Kg)</b>	2.42e-05
<b>C<sub>p</sub>/C<sub>v</sub></b>	1.34
<b>C<sub>v</sub> (KJ/Kg <sup>0</sup>C)</b>	0.89
<b>Viscosidad (cP)</b>	0.0027
<b>Conductividad calorífica (W/m K)</b>	0.0043
<b>Composición CO<sub>2</sub>,H<sub>2</sub>S,N<sub>2</sub>,H<sub>2</sub>O (%1)</b>	0.1,0.002,0.708,0.19
<b>Temperatura (K)</b>	573
<b>Presión (bar)</b>	70

#### 4.2.8 Lista de variables

Tabla 5. Lista de las variables utilizadas en el modelo.

<b>NOMBRE</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>	<b>UNIDADES</b>
m	Masa de gas natural	Kg
F <sub>in</sub>	Flujo másico de gas (entrada compresor)	Kg/s
F <sub>out</sub>	Flujo másico de gas (salida compresor)	Kg/s
W <sub>a</sub>	Trabajo realizado por el compresor	KJ/Kg
W <sub>p</sub>	Trabajo politrópico absorbido por el gas	KJ/Kg
H	Entalpía del gas natural	KJ/Kg
T <sub>in</sub>	Temperatura del gas (entrada compresor)	K
T <sub>out</sub>	Temperatura del gas (salida compresor)	K
Z <sub>in</sub>	Factor de compresibilidad del gas (entrada compresor)	Adimensional
Z <sub>c</sub>	Factor de compresibilidad del gas (salida compresor)	Adimensional
Z <sub>m</sub>	Factor de compresibilidad medio	Adimensional
M	Peso molecular del gas natural	g/mol
n	Coficiente politrópico	Adimensional
η <sub>p</sub>	Eficiencia politrópica	Adimensional
P <sub>c</sub>	Presión salida del compresor	Pa
P <sub>in</sub>	Presión entrada del compresor	Pa
incP	Incremento de presión producida en el compresor	Pa
P <sub>g</sub>	Potencia del compresor	KW
H <sub>pol</sub>	Altura politrópica	J/mol
K <sub>v</sub>	Coficiente de apertura de la válvula	m <sup>3</sup> /s
u <sub>v</sub>	Apertura de la válvula	% 100
P <sub>in</sub>	Presión entrada de la válvula	Pa
P <sub>out</sub>	Presión salida de la válvula	Pa
rho	Densidad del gas natural	Kg/m <sup>3</sup>
Q <sub>v</sub>	Flujo volumétrico que atraviesa la válvula	m <sup>3</sup> /s

## 5 CONTROL COMPRESOR CENTRÍFUGO:

### 5.1 Bombeo límite

La operación de un compresor centrífugo puede llegar a ser inestable debido a cambios en alguna de las condiciones del proceso (presión, caudal, temperatura) llegando hasta la situación de *surge* o bombeo límite [19].

Si a cualquier velocidad dada disminuye el caudal de aspiración, la presión desarrollada por el compresor tiende también a disminuir, pudiendo llegar a un punto en el cual esta presión sea inferior a la existente en la línea de impulsión, resultando como consecuencia una inversión momentánea del sentido de flujo.

La inversión del sentido de flujo tiende a bajar la presión en la línea de impulsión, recuperándose la compresión normal y volviéndose a repetir el ciclo continuamente. Esta acción cíclica denominada *surge* o bombeo límite de la máquina es una condición inestable y puede causar daños importantes en el compresor.

### 5.2 Control antibombeo

#### 1) Obtención línea de bombeo

Existe una capacidad mínima para cada velocidad por debajo de la cual la operación es inestable y se produce el fenómeno de bombeo límite. Estos valores de caudal mínimo se representan en la línea de bombeo.

El antibombeo es un control inferencial, por tanto, el primer paso para diseñar el sistema de control es obtener la ecuación de la línea de bombeo.

La línea de bombeo (74) de pendiente  $K$  y término independiente  $BO$  se obtiene a partir de calcular la correspondiente recta que pasa por dos puntos de la curva próximos a la velocidad de trabajo, por ejemplo 80 y 100 % de velocidad nominal del compresor, como se puede observar en la Figura 23:

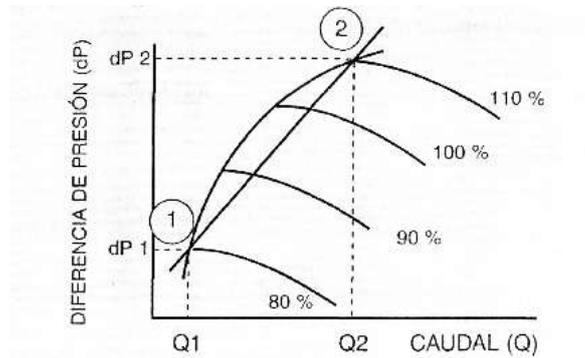


Figura 23. Línea de bombeo

Ecuación línea de bombeo:

$$Q = K \cdot \Delta P + B0 \quad (74)$$

$Q$ : Caudal (m<sup>3</sup>/h)

$\Delta P$ : Diferencia de presión a través de la etapa (KPa)

$K$ : Pendiente de la recta

$B0$ : Bías de caudal

2) Método de pendiente paralela de la línea de control.

En este método se emplea la ecuación de la recta de bombeo como línea de control. A continuación se suma un margen de seguridad ( $B1$ ) a la línea de bombeo.

$$Q = K \cdot \Delta P + B0 + B1 \quad (75)$$

Con esta ecuación, la línea de control se desplaza paralela en todo momento a la de bombeo.

El set point del controlador se posicionará en un valor paralelo a la línea de bombeo en todo momento, recirculando el caudal mínimo compatible con la seguridad del compresor.

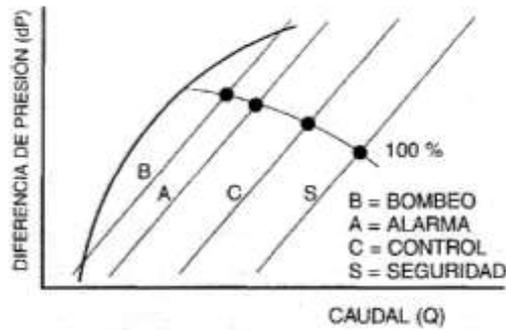


Figura 24. Desplazamiento paralelo de la línea de control.

3) Esquema del sistema de control.

Como puede verse en la Figura 25 el sistema de control se comporta como un lazo de control de caudal cuyo punto de consigna está fijado en función del cálculo efectuado para obtener la línea de control.

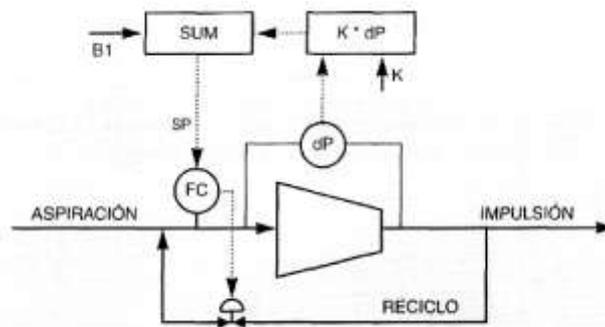


Figura 25. Esquema de control.

Para realizar dicho control se utiliza un controlador PID que recibe los valores de la variable a controlar (caudal de entrada al compresor) y del Set Point (caudal mínimo de entrada al compresor) y envía una señal a la válvula de reciclo para variar su apertura y recircular el caudal necesario para garantizar la seguridad del compresor.

### 5.3 Control de la presión de descarga del compresor

El otro control presente en todo compresor centrífugo es el necesario para controlar la presión de descarga del mismo, ver Figura 26. Lo habitual es regular la presión del compresor a partir de la velocidad de giro de la turbina de gas.

Por otro lado, la velocidad se ajusta modificando la apertura de la válvula que permite la entrada de gases de combustión a la turbina, vapores de alta presión (VAP) en la Figura 26.

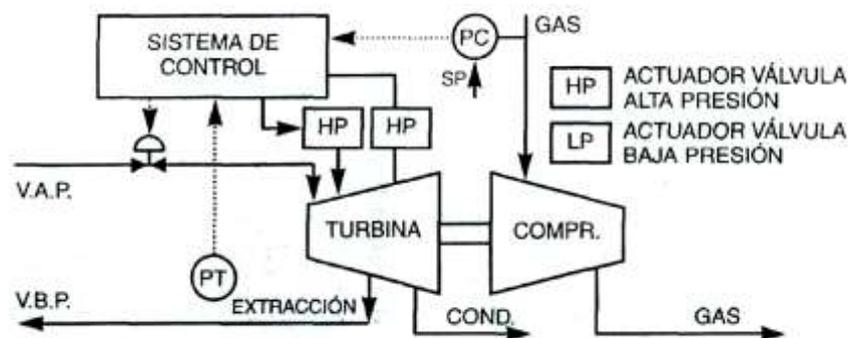


Figura 26. Sistema de control de velocidad.

Cuando la presión de descarga del compresor disminuya, el sistema de control hará que pase un flujo mayor de gases a la turbina, aumentando la velocidad de ésta y por tanto la del compresor.

### 5.4 Control de compresores en paralelo

La operación de compresores en paralelo permite aumentar la capacidad de flujo de gas a comprimir siendo una estructura ampliamente usada en las estaciones de compresión reales.

El objetivo principal del control de compresores en paralelo es mantener constante la presión de descarga de los compresores.

Un cambio en la presión de descarga implica una diferencia entre el flujo demandado y el flujo aportado, por lo que la capacidad de los compresores debe ser manipulada para mantener la presión en el valor deseado.

En el caso de los compresores centrífugos la capacidad de los compresores se modificará manipulando la válvula de alimentación de gas a la turbina que implica un cambio en la velocidad de giro del compresor.

El segundo objetivo en el control de compresores en paralelo es proveer una adecuada distribución de la carga entre los compresores que están operando. Esto es necesario aunque los compresores sean idénticos ya que siempre existen diferencias entre el rendimiento de una máquina y otra. El sistema de control descrito en este apartado ha sido obtenido de “Application data 353-123” de SIEMENS [20].

La estrategia de control de la presión de descarga incluye un controlador de posición (ZC) para compensar los cambios producidos en el arranque y parada de compresores y un bloque para ajustar la distribución de la carga gracias a un coeficiente R cuyo valor oscila entre 0 y 2. La suma del coeficiente R de los dos compresores deberá ser 2.

Cuando se trabaja con compresores centrífugos o axiales, es necesario que cada compresor tenga un sistema de protección antisurge (antibombeo) propio, como se ha explicado en los apartados anteriores . Esto es necesario para desacoplar el control de la capacidad y el antisurge y así minimizar la interacción entre estas variables.

### 5.4.1 Descripción de la estrategia de control

En esta sección se describe la estrategia de control utilizada para compresores conectados en paralelo. La Figura 27 muestra dicha estructura:

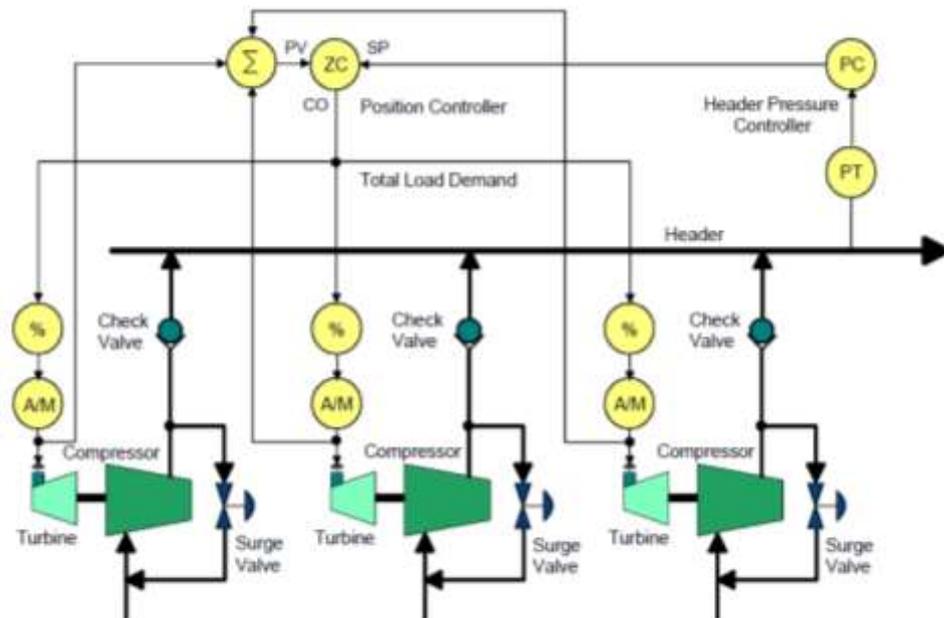


Figura 27. Estrategia de control de compresores en paralelo.

El controlador de presión PID manipula el set point del controlador de posición ZC.

El controlador de posición manipula la señal de demanda total que es enviada a los compresores.

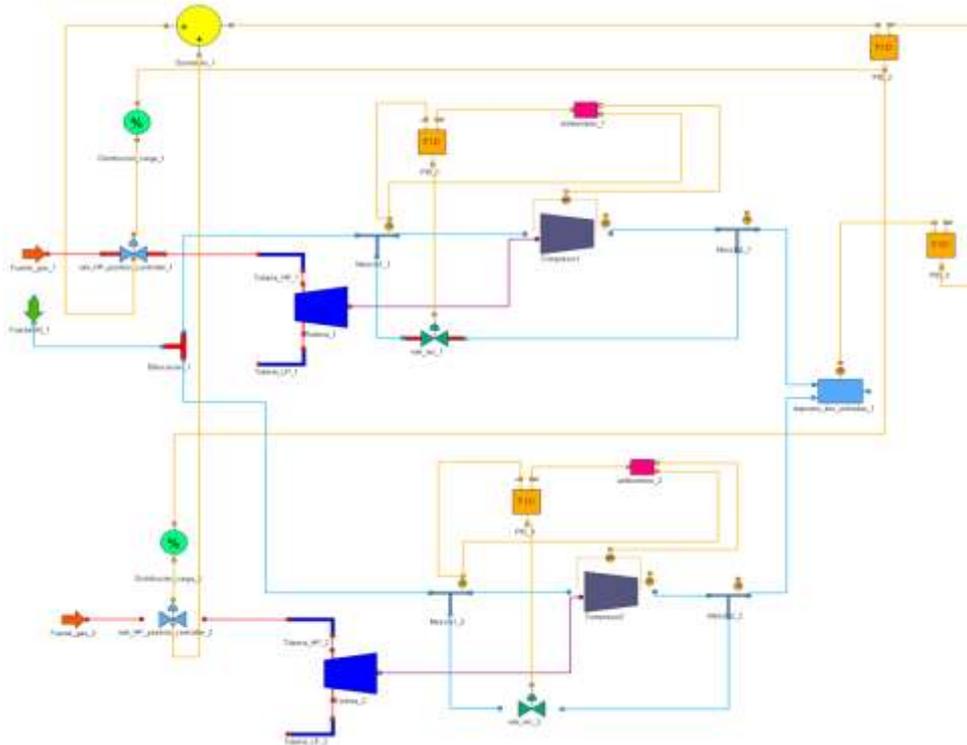
El bloque sumatorio calcula la suma de las señales de carga a cada compresor. Estas señales representan la apertura de las válvula de gas que alimentan a las turbinas.

Para el caso de dos compresores el rango de las señales de entrada será entre 0-50%.

Cualquier acción del operador que altere las señales de carga para uno de los compresores (cambio en el coeficiente de distribución de carga R) tendrá un impacto inmediato en la salida calculada por el sumatorio. Si, por ejemplo, el operador

disminuye la carga en el compresor 1, el controlador de posición aumentará la señal al otro compresor para incrementar la capacidad.

En la Figura 28 se muestra el esquemático en EcosimPro de dos compresores conectados en paralelo:



*Figura 28: Esquemático en EcosimPro del modelo de compresores en paralelo.*

## 6 SIMULACIÓN DE LOS MODELOS

En esta sección se realiza la simulación de tres ejemplos, primero, la simulación de una red sencilla formada por una estación de compresión y dos tuberías dinámicas, segundo, la simulación de una red compleja con una estación de compresión a la entrada y por último, la simulación de dos compresores conectados en paralelo.

Todas las simulaciones cuentan con unos datos comunes correspondientes a los parámetros de los controladores y de las válvulas de control y que son presentados en la Tabla 6.

Tabla 6. Datos de las simulaciones.

Parámetros controladores PID_1		
Ganancia proporcional	k (-)	$10^{-6}$
Tiempo integral	$T_i$ (s)	10
Tiempo derivativo	$T_d$ (s)	0.1
Filtro del parámetro derivativo	Alpha(-)	0.1
Parámetros controladores PID_2		
Ganancia proporcional	k (-)	1
Tiempo integral	$T_i$ (s)	0.1
Tiempo derivativo	$T_d$ (s)	0.1
Filtro del parámetro derivativo	Alpha(-)	0.1
Coeficiente de las válvulas		
$K_v$ válvula del gas de entrada a la turbina ( $m^3/s$ )		0.016
$K_v$ válvula de reciclo ( $m^3/s$ )		0.1

### 6.1 Simulación estación de compresión conectada a una tubería dinámica de entrada y otra de salida:

En este apartado se presenta la simulación de una estación de compresión conectada a dos tuberías dinámicas con una longitud de 10000 m y un diámetro de 1.22 m, situadas una a la entrada y otra a la salida, a través de dos estaciones de medida (ver Figura 29).

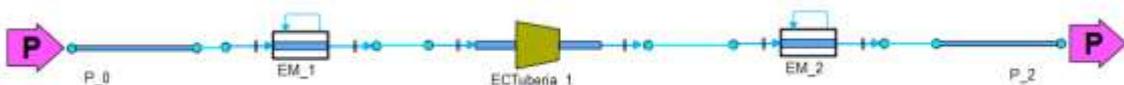


Figura 29. Esquemático estación de compresión conectada a dos tuberías

El modelo presenta un total de 2104 variables, 16 de ellas condiciones de contorno, 11 lazos algebraicos y 215 ecuaciones (diferenciales+algebraicas).

Se ha simulado un tiempo de 24 horas, es decir 86400 segundos y se ha realizado un experimento en el que se han variado la presión de entrada y salida de la red, la temperatura del gas de entrada y el Set Point de presión de descarga del compresor.

Las condiciones de contorno del experimento son:

- Composición del gas de entrada a la red

$$y \langle CO_2, H_2S, N_2, C1, C2, otros \rangle = \{0.033, 0.0558, 0.0025, 0.82, 0.05, 0.038\}$$

- Set Point de presión de descarga del compresor

$$SP(Pa) = (P_{in} + 2 \cdot 1e05) + 2 \cdot 1e05 \cdot step(TIME, 3600)$$

- Presión del gas en la entrada de la red

$$P_{in}(Pa) = 68 \cdot 10^5$$

$$P_{-0}.P_{cc} = P_{in} + 2 \cdot 1e05 \cdot step(TIME, 5 \cdot 3600) - 1 \cdot 1e05 * step(TIME, 8 \cdot 3600)$$

- Presión del gas en la salida de la red

$$P_{out}(Pa) = 68 \cdot 10^5$$

$$P_{-2}.P_{cc} = P_{out} + 2 \cdot 1e05 \cdot step(TIME, 5 \cdot 3600) - 1 \cdot 1e05 * step(TIME, 8 \cdot 3600)$$

- Temperatura del gas en la entrada de la red

$$T_{in}(K) = 287.15$$

$$P_{-0}.T_{cc} = T_{in} + 5 \cdot step(TIME, 11 \cdot 3600)$$

Resultados:

En la Figura 30 se muestra el seguimiento del valor de Set Point de presión de descarga del compresor (EC Tuberia\_1.PID\_1.set signal [1]). A pesar de las perturbaciones, como son, el cambio de presiones y de temperatura inicial del gas, el controlador de presión de descarga consigue que la presión de salida del compresor (EC Tuberia\_1.EC\_Compr\_incP.Pc) siga el valor de la referencia fijada.

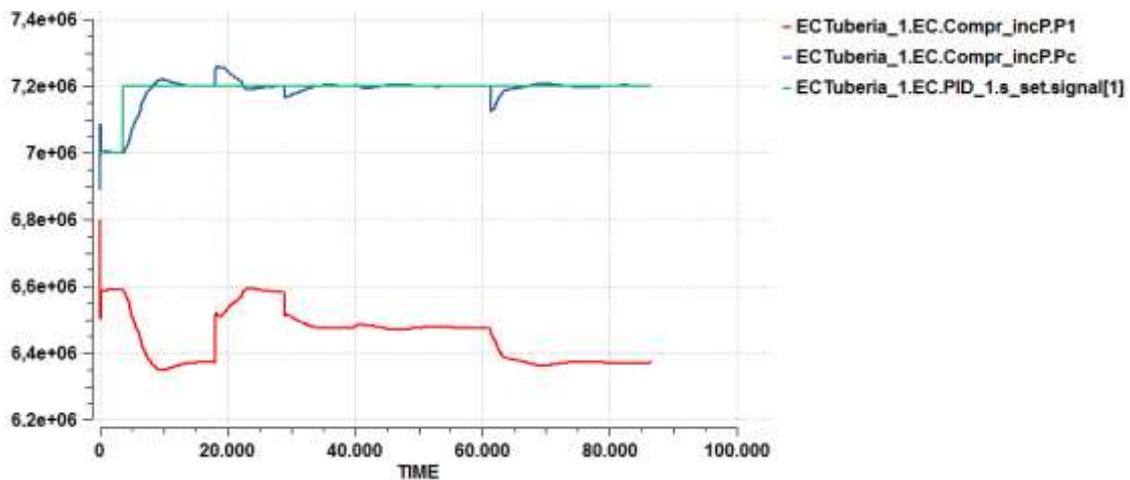


Figura 30. Seguimiento del valor de Set Point de presión de descarga del compresor

El controlador de presión de descarga modifica la apertura de la válvula (ver Figura 32) que permite la entrada de gases de combustión a la turbina modificando su velocidad y por lo tanto la del compresor (ver Figura 31).

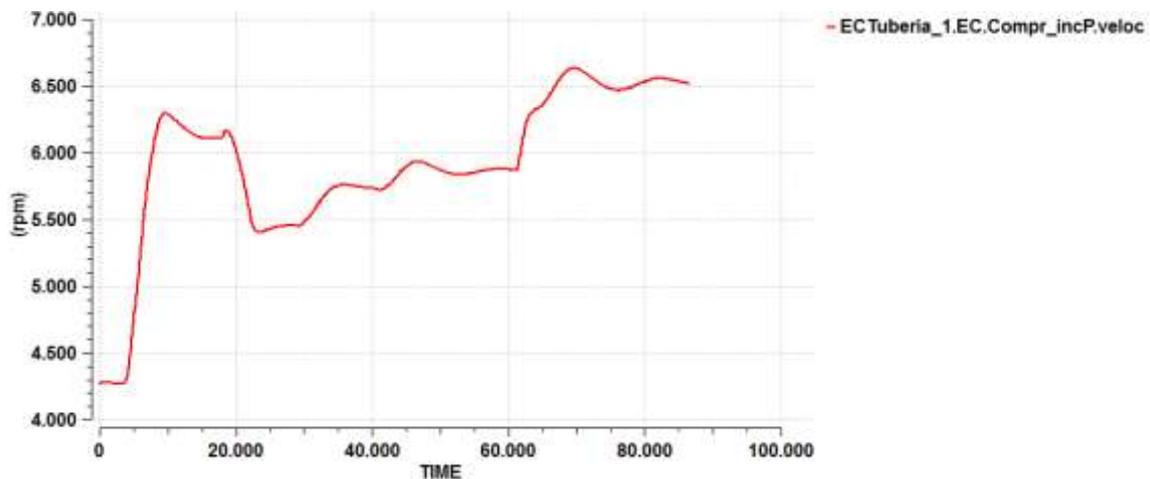


Figura 31. Velocidad de giro del compresor.

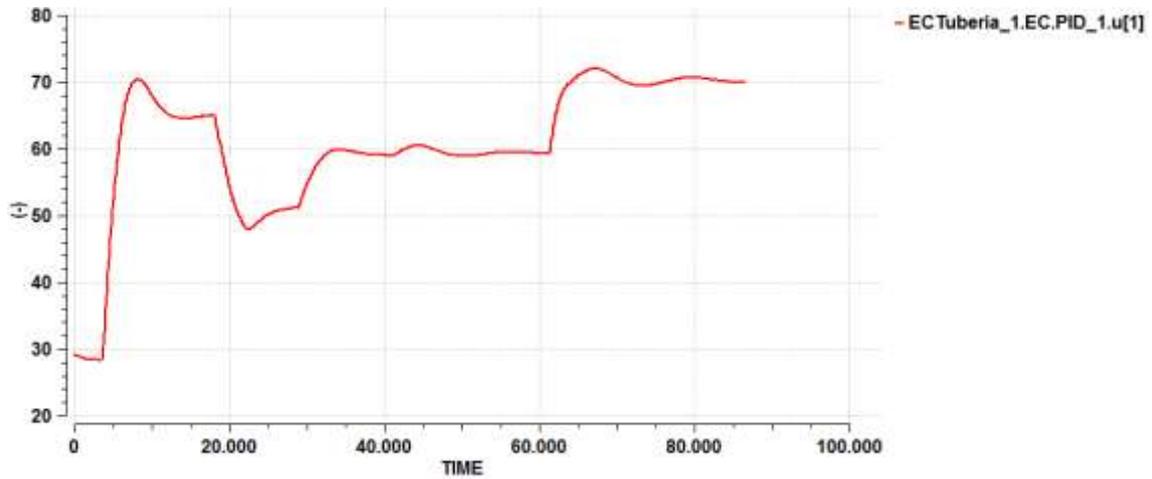


Figura 32. Apertura de la válvula del control de presión de descarga del compresor.

El proceso de compresión implica un aumento de la temperatura del fluido como muestra la Figura 33.

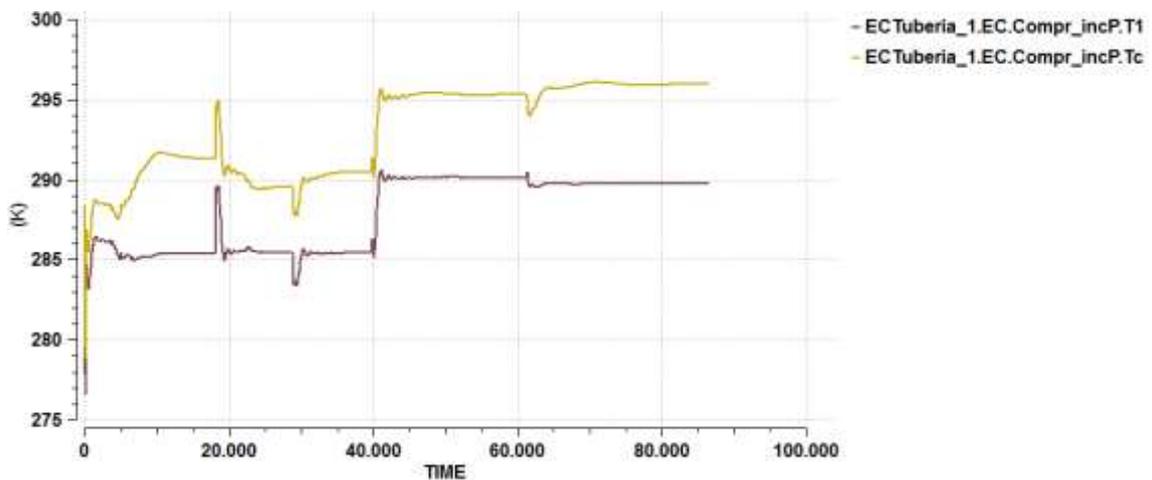


Figura 33. Temperatura del gas en la aspiración ( $T_1$ ) y descarga del compresor ( $T_c$ ).

El flujo de gas aspirado por el compresor debe tener un valor intermedio entre el caudal mínimo ( $Q_{min}$ ), determinado por la línea de bombeo, y el caudal máximo ( $Q_{max}$ ), fijado por la línea de caudal máximo de la curva característica del compresor.

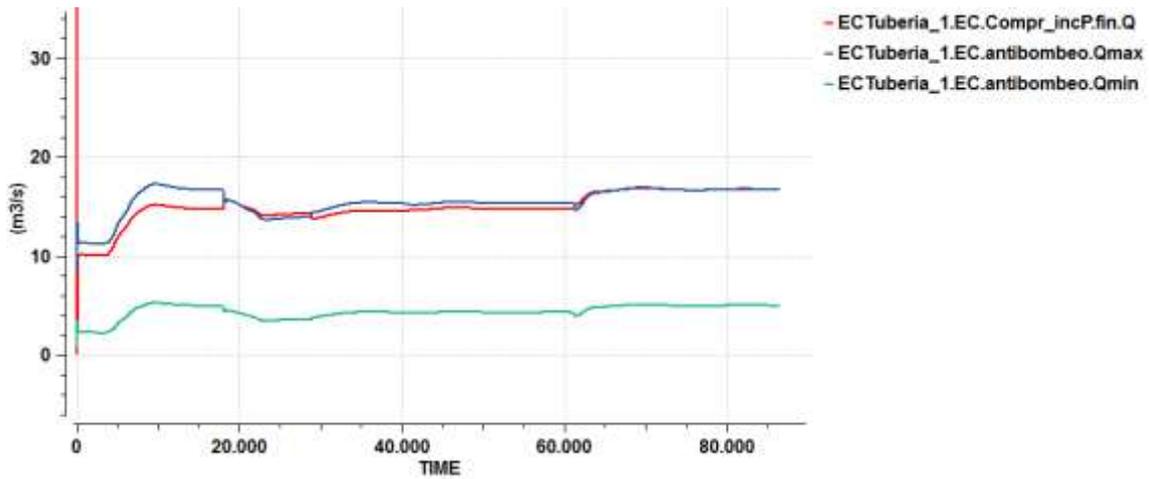


Figura 34. Caudal de aspiración del compresor (EC Tubería\_1.EC.Compr\_incP.fin.Q).

El gas natural va perdiendo presión a medida que avanza por la red, por ello es necesario que existan estaciones de compresión a lo largo de la red de distribución, para que el fluido recupere la energía perdida y pueda seguir circulando a través de los gasoductos.

Ésta pérdida de presión se muestra en los perfiles de presión de las tuberías de gas (ver Figuras 35 y 36).

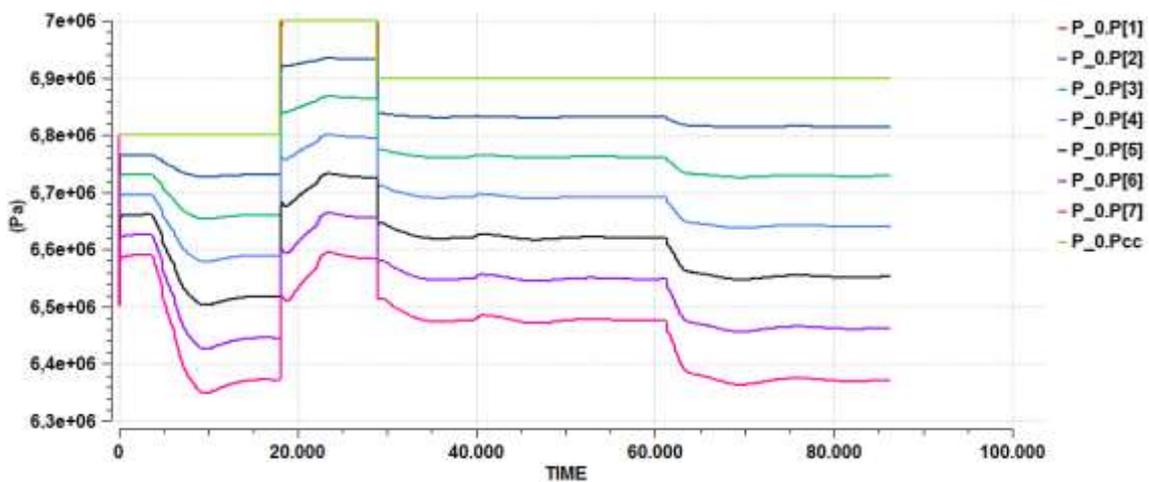


Figura 35. Perfil de presiones de la tubería de inicio de red P\_0.

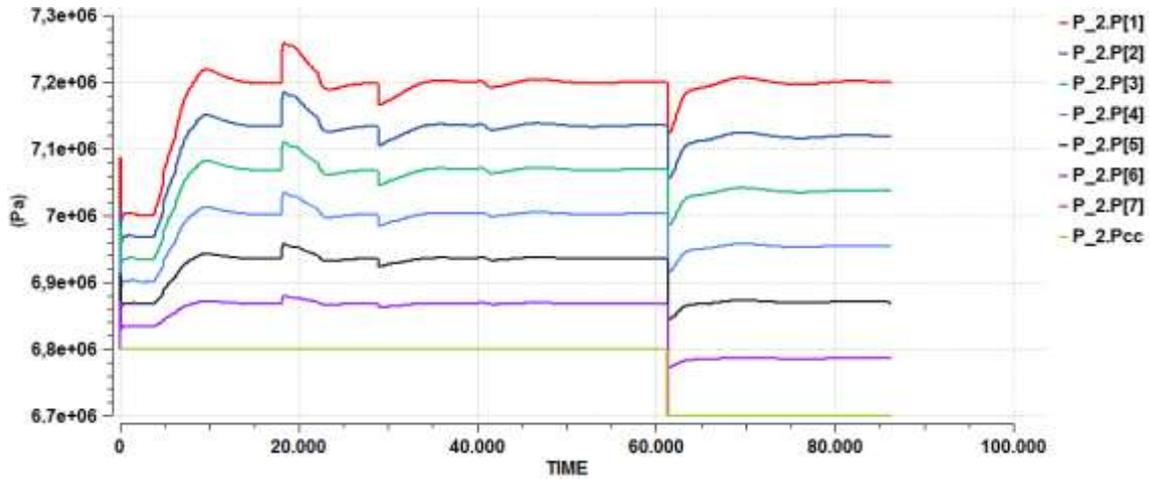


Figura 36. Perfil de presiones de la tubería de fin de red P\_2.

La pérdida de presión provoca una disminución de la densidad del gas lo que provoca un aumento del flujo de gas natural y su velocidad a lo largo de la tubería (ver Figuras 37y 38)

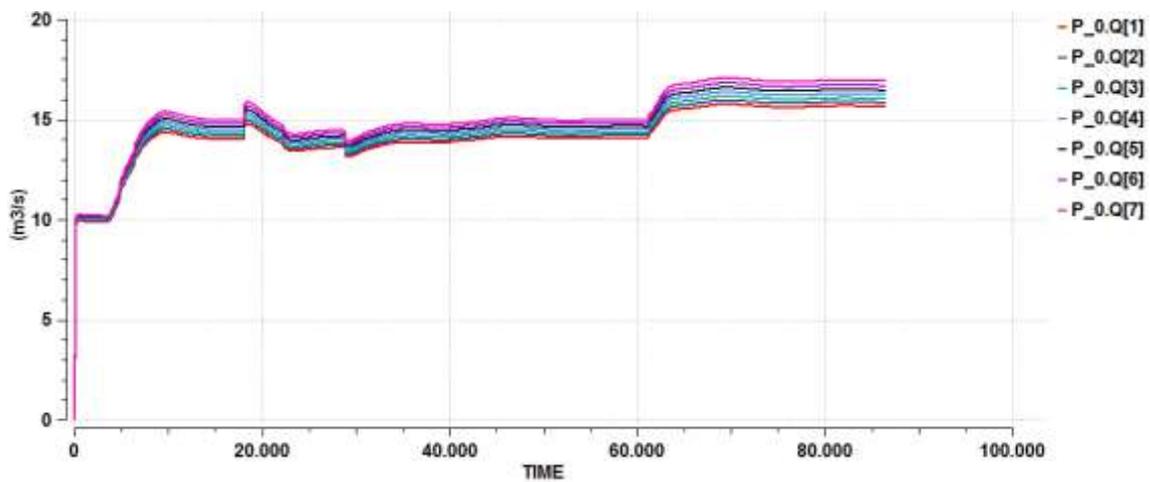


Figura 37. Flujo de gas natural a lo largo de la tubería de entrada P\_0.

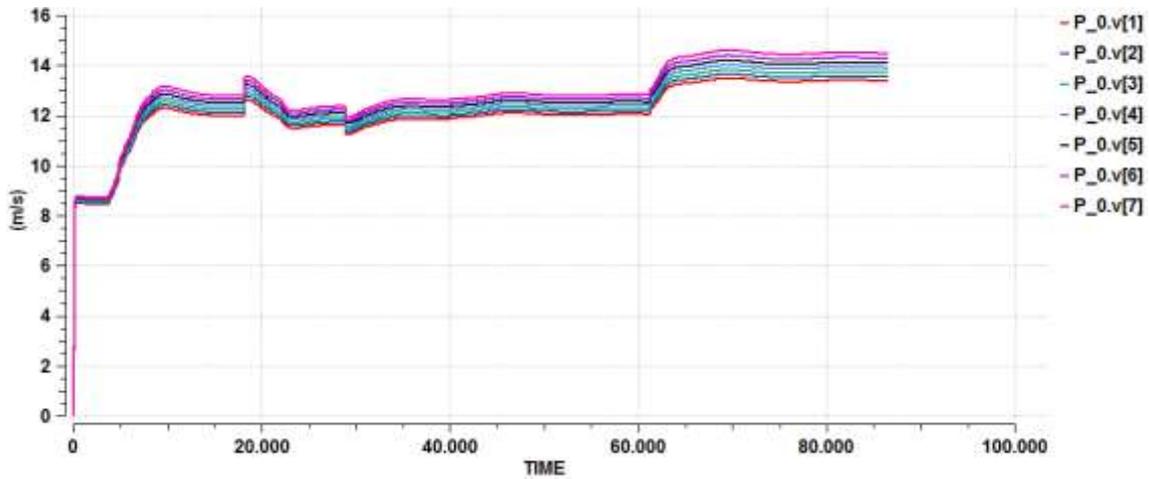


Figura 38. Velocidad del flujo de gas a lo largo de la tubería de entrada P\_0.

### 6.2 Simulación de una red compleja de gas con una estación de compresión a la entrada:

En este apartado se realiza la simulación de una red compleja de gas basándonos en la topología de una red existente como es la red de Reganosa.

Reganosa gestiona un gasoducto que enlaza con la red nacional en Guitiriz (Lugo) y en Abegondo (A Coruña). En total tiene una longitud de 130 kilómetros y cuenta con 4 estaciones de medida. En este ejemplo se ha añadido una estación de compresión a la entrada para analizar su operación en una red más compleja.

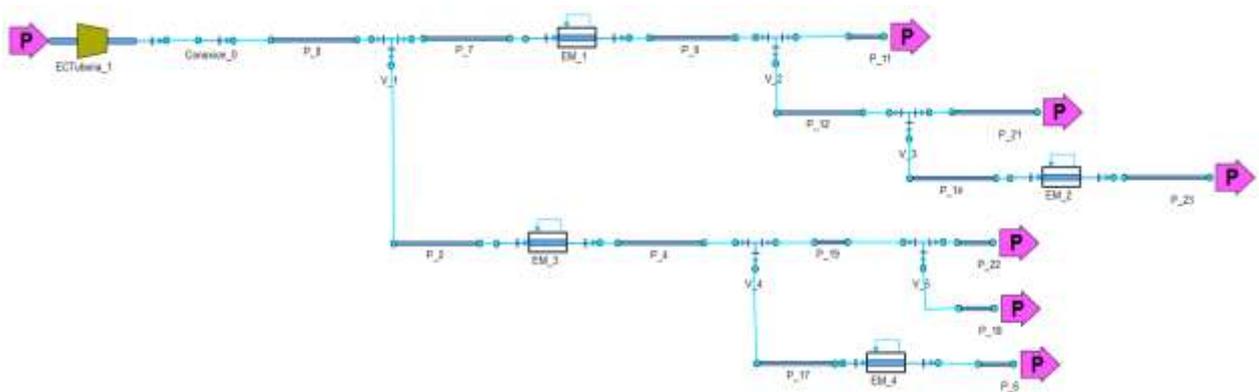


Figura 39. Esquemático de la red compleja con una estación de compresión.

En la siguiente tabla se presentan las principales características de la red:

*Tabla 7. Características de la red*

<b>NOMBRE</b>	<b>TIPO</b>	<b>LONGITUD (m)</b>	<b>DIÁMETRO (m)</b>	<b>RUGOSIDAD (m)</b>	<b>DIFERENCIA DE COTAS (m)</b>
<b>P_0</b>	INICIO	10000	0.7620	0.000046	250
<b>P_2</b>	INTERMEDIO	6650	0.6604	0.000046	240
<b>P_4</b>	INTERMEDIO	15650	0.6604	0.000046	10
<b>P_6</b>	CORTO	150	0.5080	0.000046	0
<b>P_7</b>	INTERMEDIO	9500	0.6604	0.000046	-210
<b>P_9</b>	INTERMEDIO	19700	0.6604	0.000046	40
<b>P_11</b>	CORTO	50	0.5080	0.000046	30
<b>P_12</b>	INTERMEDIO	14900	0.4064	0.000046	320
<b>P_14</b>	INTERMEDIO	26250	0.4064	0.000046	-300
<b>P_17</b>	INTERMEDIO	18000	0.5080	0.000046	120
<b>P_18</b>	CORTO	50	0.6604	0.000046	0
<b>P_19</b>	CORTO	50	0.6604	0.000046	0
<b>P_21</b>	FINAL	4600	0.2540	0.000046	0
<b>P_22</b>	FINAL	1550	0.4064	0.000046	-10
<b>P_23</b>	FINAL	5650	0.4064	0.000046	10

Las tuberías cortas, es decir, con una longitud igual o inferior a 150 m han sido modeladas utilizando el modelo estacionario mientras que los tubos de mayor longitud son tuberías que presentan un comportamiento dinámico.

El modelo presenta un total de 8832 variables, 21 de ellas condiciones de contorno, 51 lazos algebraicos y 960 ecuaciones (diferenciales+algebraicas).

En este experimento se han realizado variaciones en el valor de Set Point de presión de descarga del compresor y se han provocado cambios en la composición del gas, la temperatura del gas en la entrada y la presión en una de las salidas. El tiempo total de simulación del modelo es de 72 horas, es decir, 259200 segundos.

Las condiciones de contorno del experimento son:

- Composición del gas de entrada a la red

$$y \langle CO_2, H_2S, N_2, C1, C2, otros \rangle = \{0.033, 0.0558 - 0.005 \cdot \text{step}(TIME, 40 \cdot 3600), 0.0025, 0.82, 0.05 + 0.005 \cdot \text{step}(TIME, 40 \cdot 3600), 0.038\}$$

- Set Point de presión de descarga del compresor

$$SP(Pa) = (P_{in} + 2 \cdot 1e05) + 2 \cdot 1e05 \cdot \text{step}(TIME, 10 \cdot 3600) + 3 \cdot 1e05 \cdot \text{step}(TIME, 20 \cdot 3600) + 3e05 \cdot \text{step}(TIME, 50 \cdot 3600)$$

- Presión del gas en la entrada de la red

$$P_{in}(Pa) = 68 \cdot 10^5$$

$$P_{0\_Pcc} = P_{in}$$

- Presión del gas en las 6 salidas de la red

$$P_{out}(Pa) = 68 \cdot 10^5$$

$$P_{6\_Pcc} = P_{out}$$

$$P_{11\_Pcc} = P_{out}$$

$$P_{18\_Pcc} = P_{out}$$

$$P_{21\_Pcc} = P_{out}$$

$$P_{22\_Pcc} = P_{out} - 0.5 \cdot 1e05 \cdot \text{step}(TIME, 60 \cdot 3600)$$

$$P_{23\_Pcc} = P_{out}$$

- Temperatura del gas en la entrada de la red

$$T_{in}(K) = 287.15$$

$$P_{0\_Tcc} = T_{in} + 2 \cdot \text{step}(TIME, 30 \cdot 3600)$$

Resultados:

Una vez realizado el experimento se observan los resultados de la simulación para analizar si la estación de compresión funciona correctamente. Por ello, primero se comprueba que ha sido capaz de comprimir el gas hasta el valor de Set Point fijado (ver Figura 40).

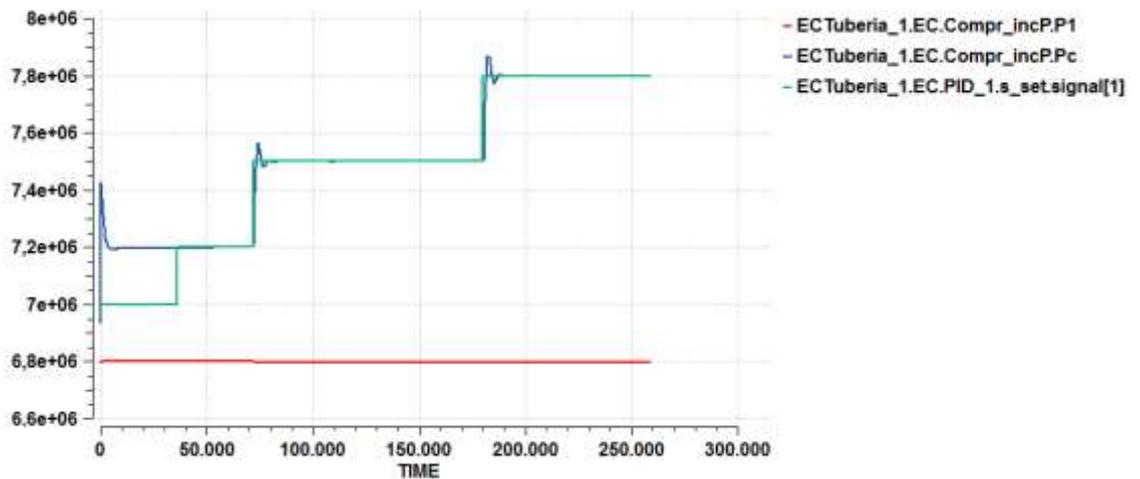


Figura 40. Seguimiento del Set Point de presión de descarga del compresor.

Para conseguir alcanzar el valor de Set Point deseado, la velocidad de giro del compresor debe variar como muestra la Figura 41.

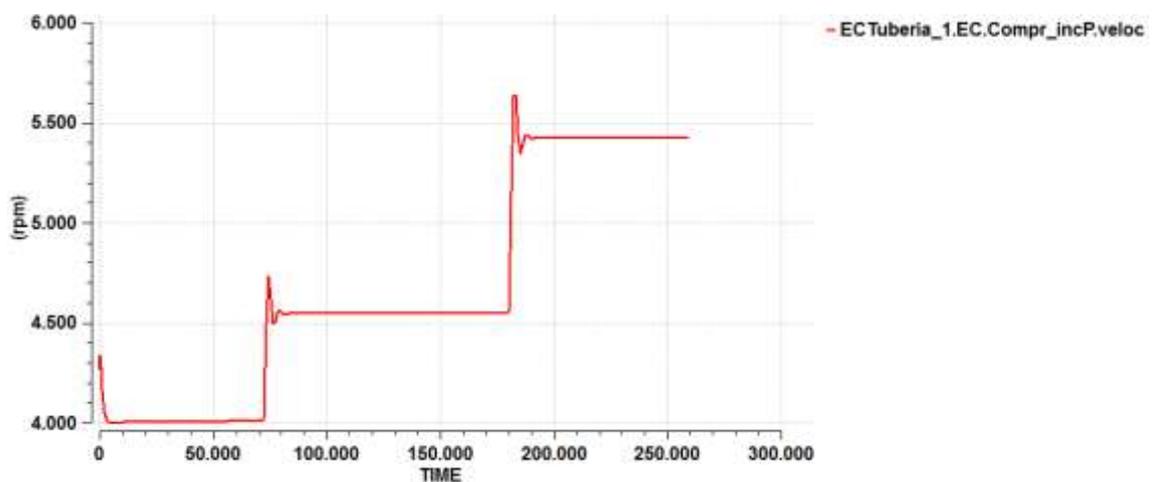


Figura 41. Variación de la velocidad de giro del compresor.

La variación de la velocidad de giro del compresor es debida al cambio en la velocidad de la turbina que es provocado por la variación de la apertura de la válvula que permite la entrada de gases de combustión a la turbina (ver Figura 42).

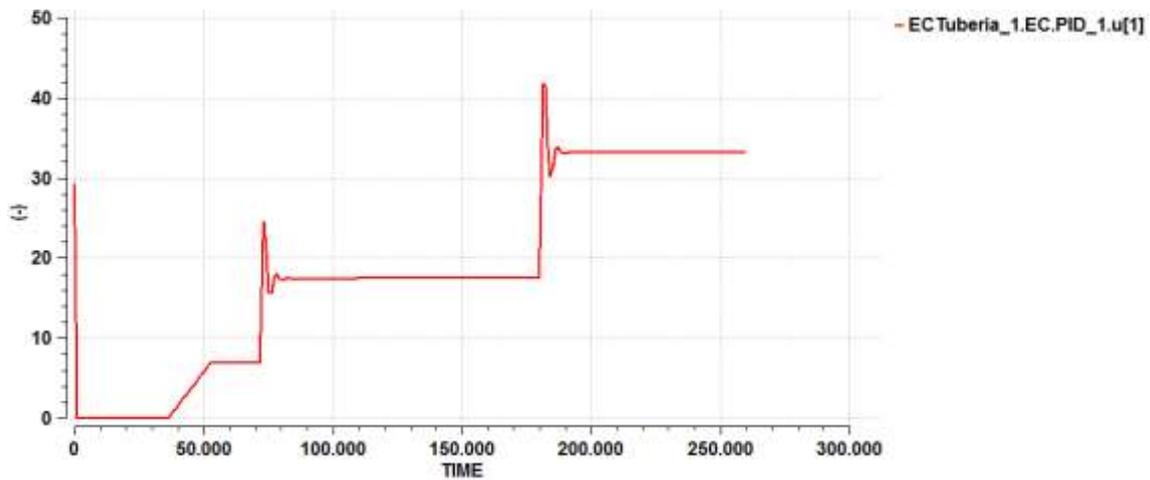


Figura 42. Variación de la apertura de la válvula de entrada a la turbina.

Una vez comprobado que el control de presión de descarga funciona correctamente, es necesario comprobar el sistema antibombeo el cual impide que el caudal de aspiración sea inferior a un valor fijado por la línea de bombeo del compresor centrífugo.

En la Figura 43 se muestra el caudal mínimo de aspiración (línea verde), el caudal máximo (línea azul) y el caudal aspirado por el compresor (línea roja) que siempre debe estar comprendido entre el máximo y el mínimo.

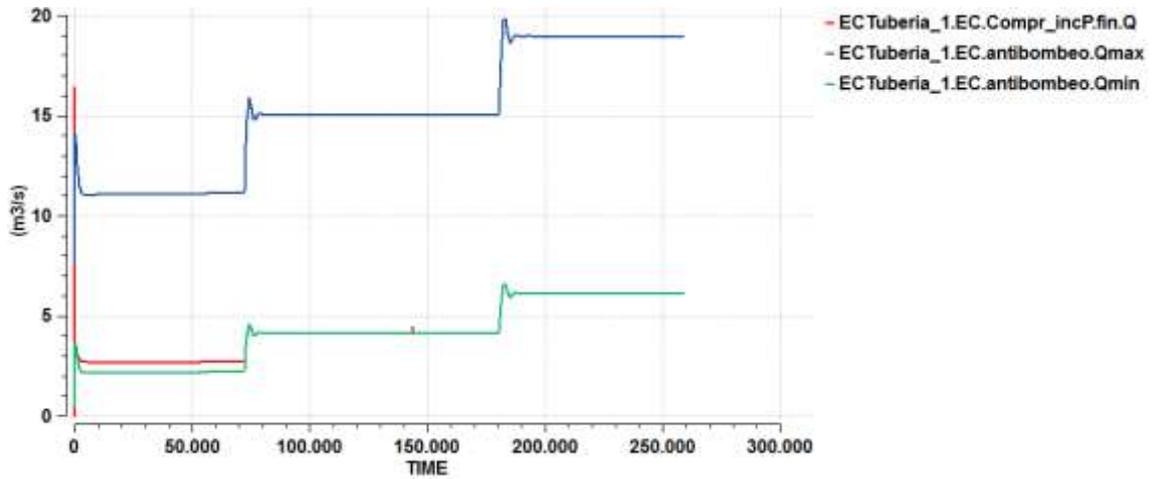


Figura 43. Caudal aspirado por el compresor y sus límites de operación.

Para lograr que el caudal aspirado siempre sea superior al valor mínimo, el sistema antibombeo varía la apertura de la válvula de reciclo del compresor como muestra la Figura 44.

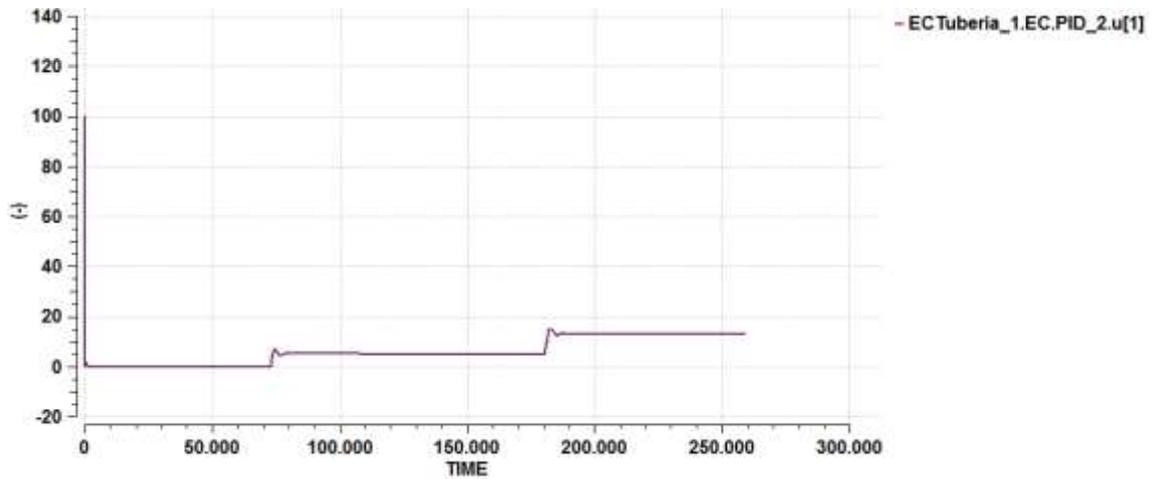


Figura 44. Variación de apertura de la válvula de reciclo del compresor

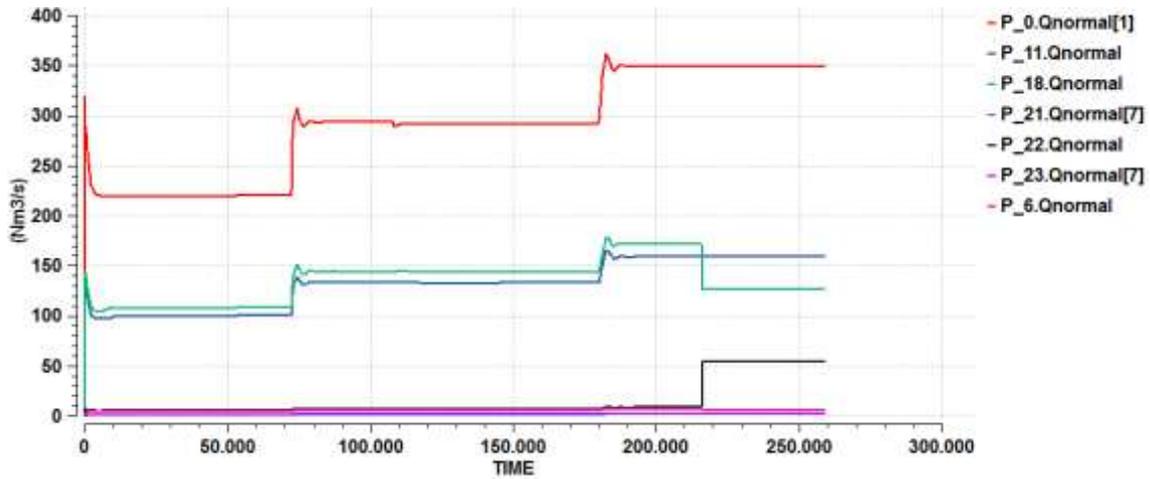


Figura 45. Caudal normalizado de entrada ( $P_0.Qnormal[1]$ ) y de las 6 salidas.

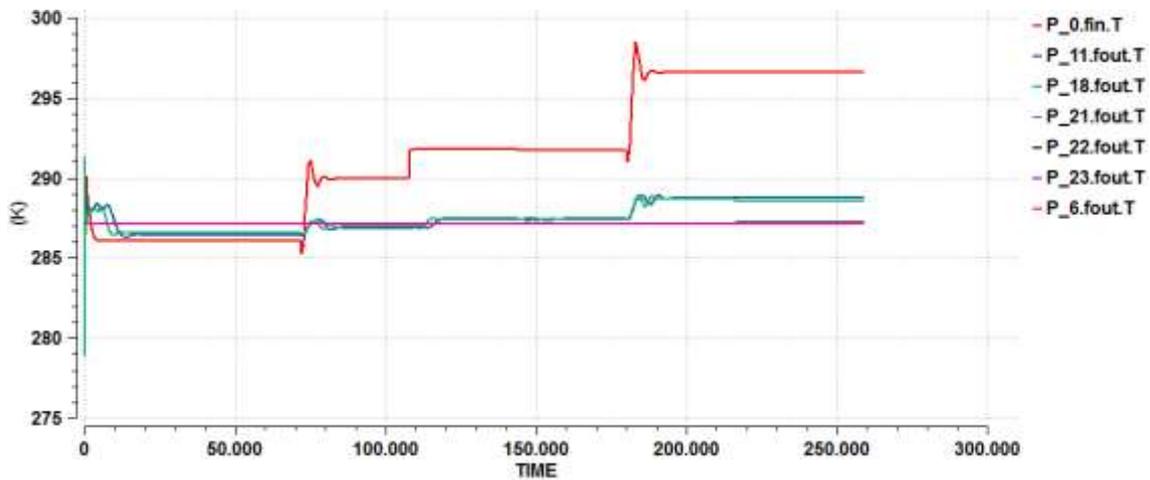


Figura 46. Temperatura del gas en la entrada ( $P_0.fin.T$ ) y en las 6 salidas.

La red construida se puede dividir en 6 ramales que están formados por las tuberías que conducen el gas desde la entrada hasta cada una de las seis salidas. En las siguientes figuras se muestra el perfil de presiones en cada ramal de la red.

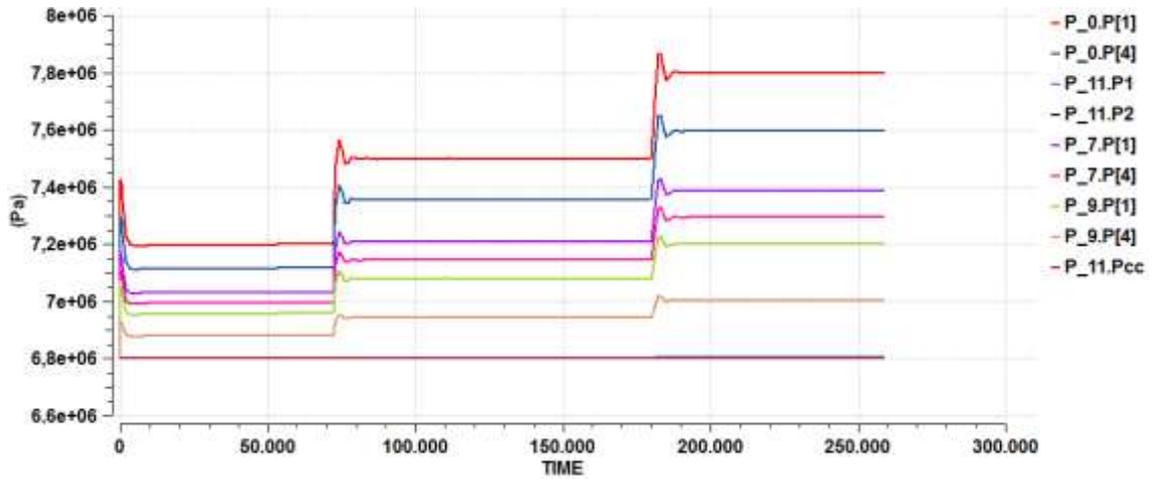


Figura 47. Perfil de presiones ramal 1.

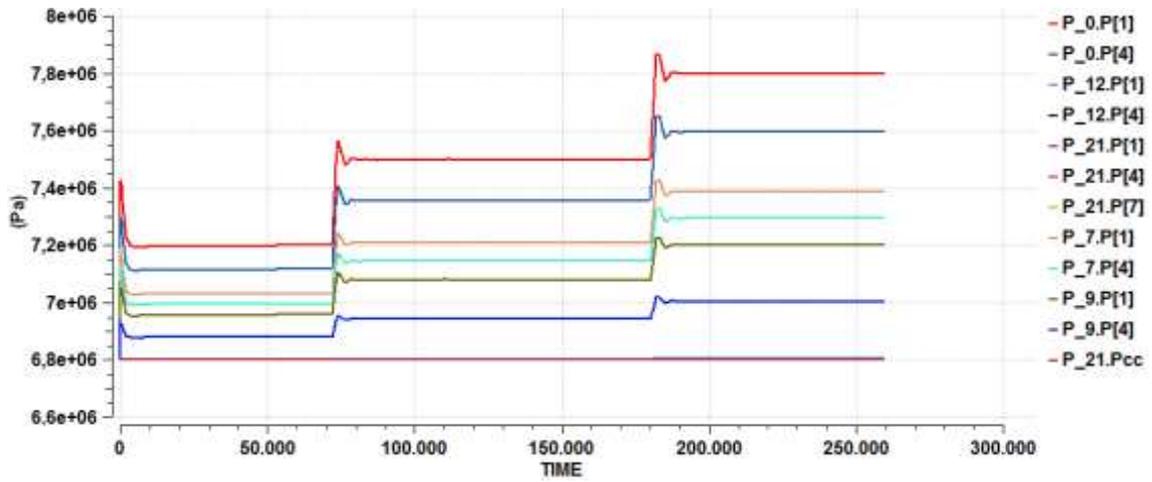


Figura 48. Perfil de presiones ramal 2.

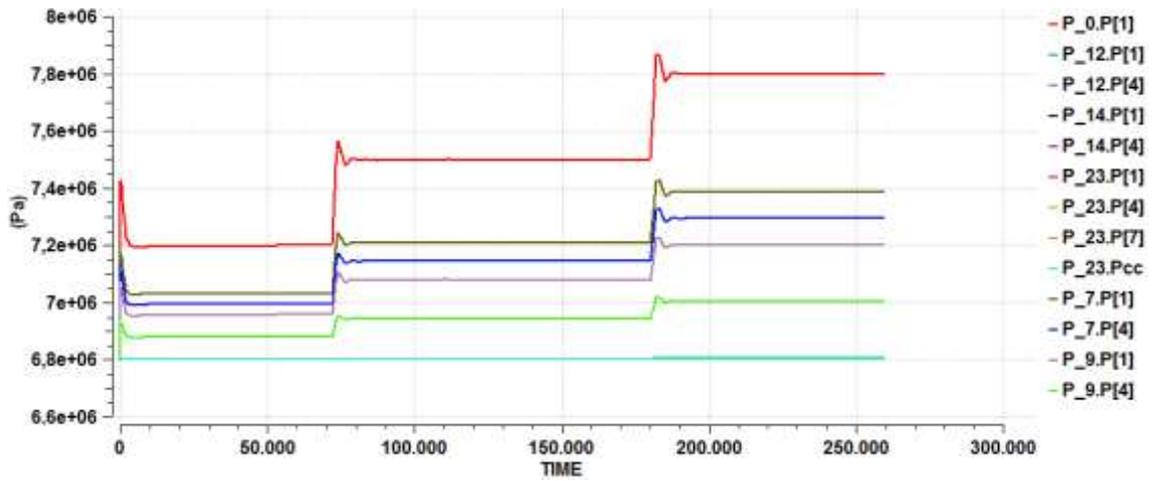


Figura 49. Perfil de presiones ramal 3.

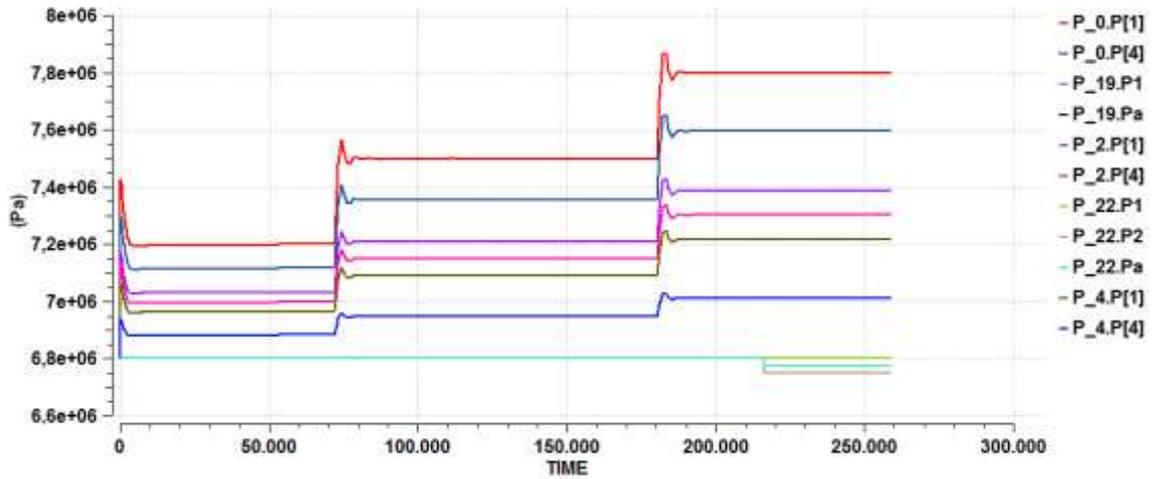


Figura 50. Perfil de presiones ramal 4.

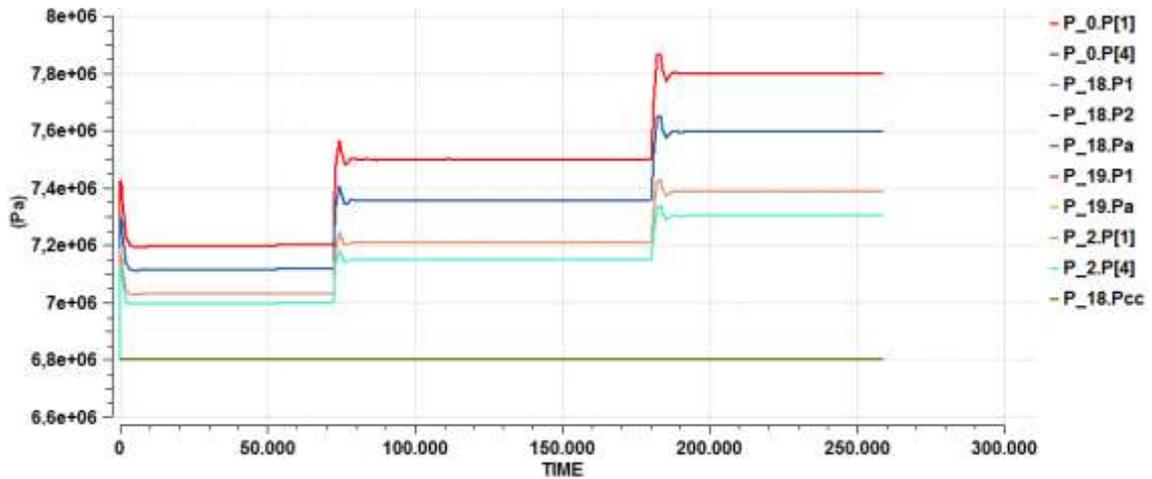


Figura 51. Perfil de presiones ramal 5.

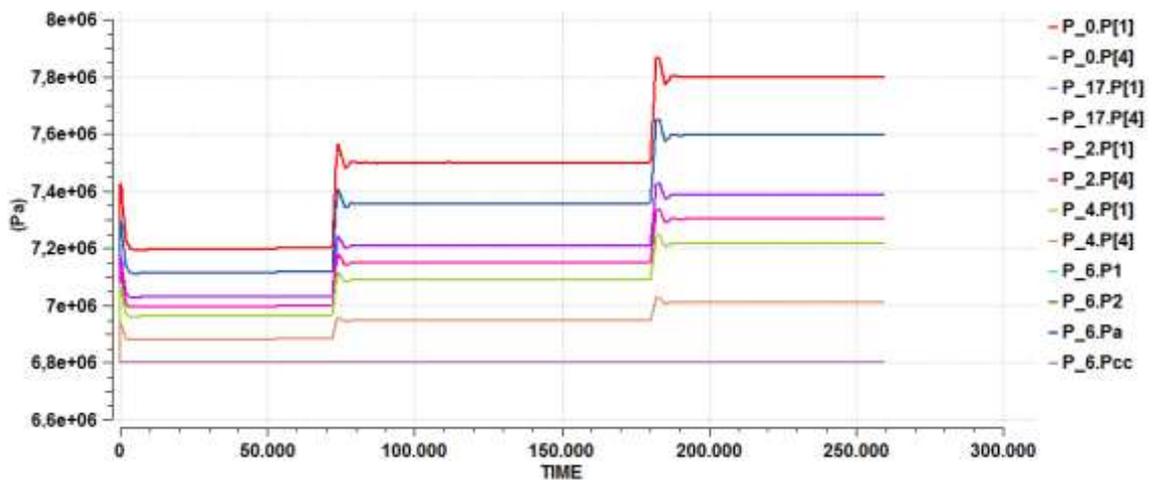


Figura 52. Perfil de presiones ramal 6.

### 6.3 Simulación de dos compresores conectados en paralelo

En este ejemplo mostrado en la Figura 28, se ha añadido un depósito a la salida de los compresores que determina la cantidad de flujo demandado y cuya presión será la variable controlada por el sistema de control.

Se ha realizado un experimento en el cual se varía el coeficiente de distribución de carga  $R_1$  y  $R_2$  de cada compresor a partir de la siguiente expresión.

$$\zeta \cdot \frac{dR_1}{dt} = R_f - R_1 \quad (76)$$

$$\zeta \cdot \frac{dR_2}{dt} = R_f - R_2 \quad (77)$$

Inicialmente la carga se distribuye uniformemente entre los dos compresores por lo que los coeficientes  $R_1$  y  $R_2$  son igual a 1. Una vez alcanzado el estado estacionario se cambia el valor de  $R_f$  a los 20 segundos de manera que el coeficiente de distribución va variando hasta que  $R_1$  tome el valor de 1.3 y  $R_2$  tome el valor 0.7 (ver Figura 53). De esta manera la velocidad de la turbina del compresor 1 aumenta y por lo tanto la del propio compresor. El incremento de presión del compresor 1 será mayor que el incremento en el compresor 2 (ver Figura 55), es decir, el compresor con mayor carga aporta un mayor incremento de presión, pero ambos incrementos se compensan de modo que en el depósito de salida la presión se mantenga en el valor de set point deseado (ver Figura 56).

Finalmente, en tiempo igual a 100 s se ha realizado de nuevo un cambio en los coeficientes de distribución de modo que toda la carga la realice el compresor 1, es decir, su coeficiente tome el valor 2, siendo 0 la carga del compresor 2. Aunque no se haya asignado ninguna carga al compresor 2, éste, por el hecho de estar conectado, girará a la mínima velocidad de giro y dará el incremento de presión mínimo determinado por su curva característica. El sistema de control mostrado no tienen en cuenta la posibilidad de parar uno u otro compresor.

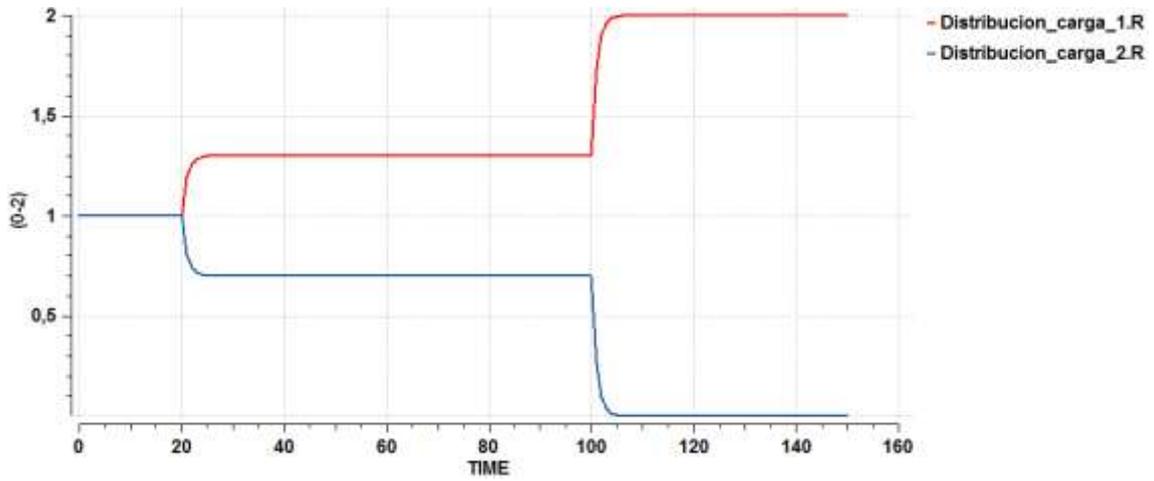


Figura 53. Variación del coeficiente de distribución de carga de los compresores. La suma debe ser siempre 2.

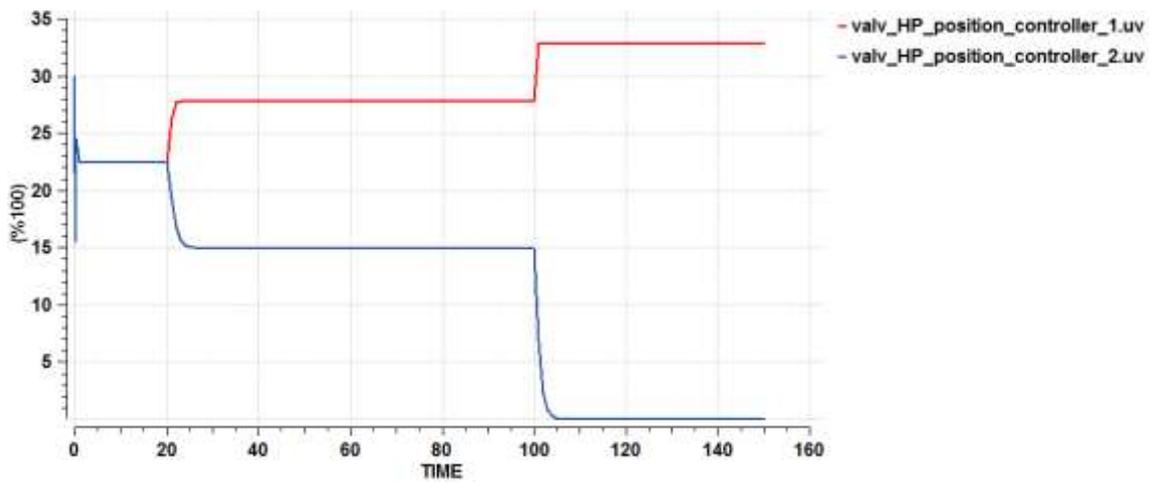


Figura 54. Variación de apertura de las válvulas del controlador de posición.

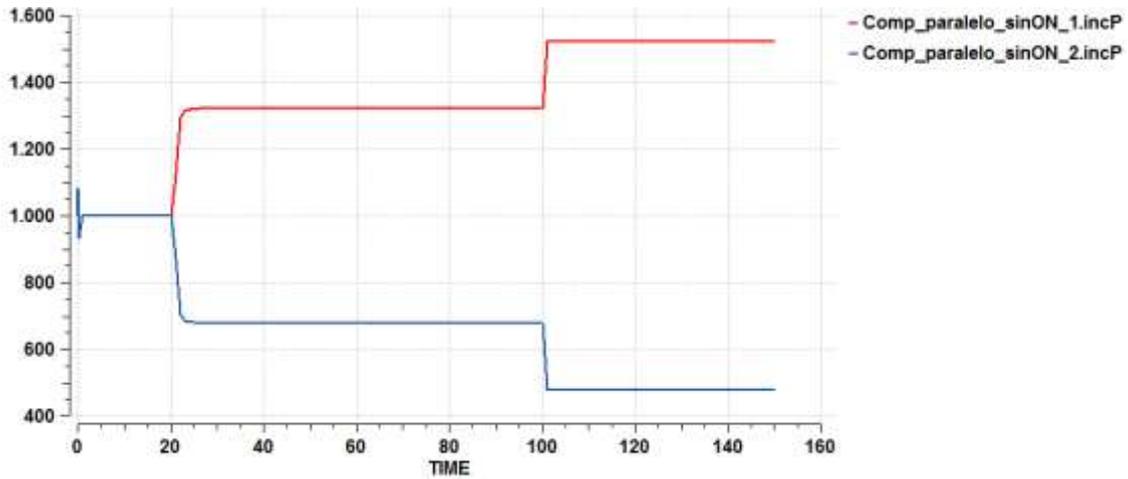


Figura 55. Incremento de presión en cada compresor. La suma debe ser el valor de la presión de descarga en el depósito.

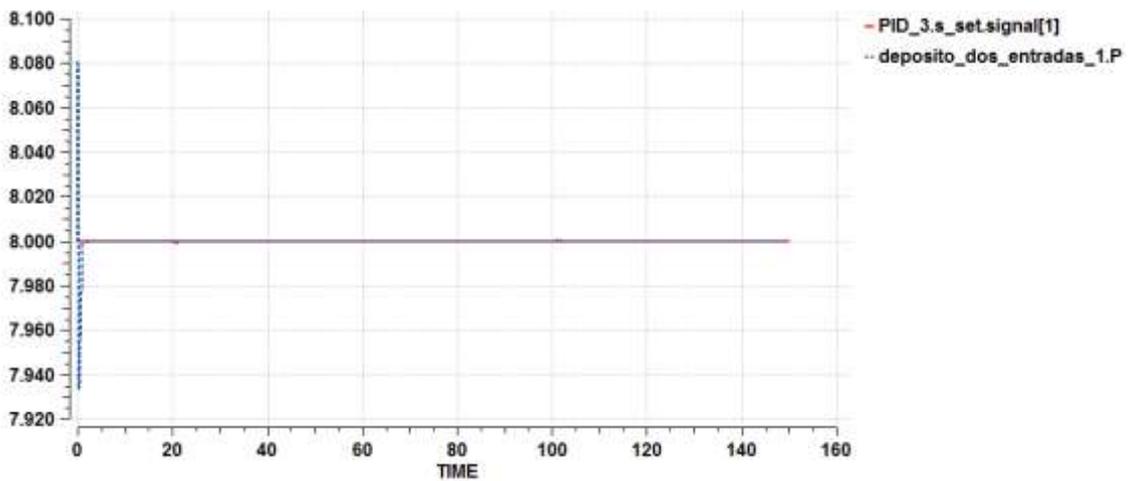


Figura 56. Seguimiento del Set Point de presión de descarga en el depósito.

Para un caudal de gas determinado, un aumento del incremento de presión de cada compresor implica un aumento de la velocidad de giro (y viceversa) como se muestra en la Figura 57.

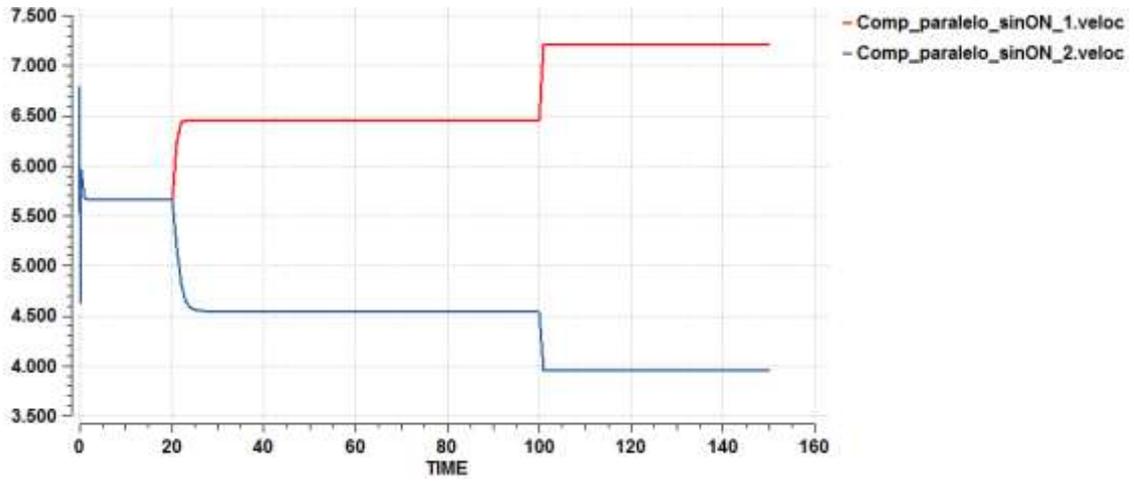


Figura 57. Velocidad de giro de cada compresor.

## 7 AJUSTE DE PARÁMETROS

Con el objetivo de usar el modelo estacionario en un futuro para la optimización de la distribución de la red, ya que es más sencillo y menos costoso computacionalmente de simular que el dinámico, se ha realizado el ajuste de parámetros de dicho modelo, como la eficiencia de la tubería o los coeficientes de transferencia de calor, tomando como datos reales los obtenidos a partir de la experimentación con el modelo dinámico, más exacto y riguroso que el modelo estacionario. Este ajuste de parámetros se realizará de nuevo cuando se disponga de datos de una red de distribución real.

Se parte realizando el ajuste de parámetros en el elemento más sencillo, una sola tubería estacionaria (sección 7.3.1), luego en un ejemplo formado por tres tuberías conectadas (sección 7.3.2) y por último se realiza un caso más complejo como es la red de distribución de gas natural gestionada por la empresa Reganosa que comprende 130 Km de gasoducto (sección 7.3.3).

La herramienta utilizada para la realización del ajuste de parámetros ha sido SNOPT, un algoritmo de programación cuadrática secuencial para problemas de optimización a gran escala [21].

### 7.1 Programación cuadrática secuencial SQP

El método SQP trata de resolver las condiciones KKT haciendo una aproximación lineal de las mismas en torno a un valor de de las variables de decisión  $x$  y de los multiplicadores de lagrange  $\lambda$  (o resolviendo un problema QP equivalente) para obtener una solución aproximada e itera para mejorar la estimación hasta llegar a un punto en que no haya mejora sensible.

Sea el problema de optimización no lineal (78) con restricciones de igualdad  $h(x)$  y cuyo lagrangiano es  $L(x,\lambda)$

$$\left. \begin{array}{l} \min_x J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{array} \right\} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = J(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}' \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (78)$$

Las condiciones KKT del problema son las siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_x L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \nabla_x J(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}' \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{array} \right. \quad (79)$$

Para resolver las condiciones KKT, puede hacerse un desarrollo en serie de Taylor de primer orden en torno a una estimación inicial  $x_k, \lambda_k$  de la solución:

$$\begin{aligned} \nabla_x L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) &\approx \nabla_x L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) + \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) + \Delta \boldsymbol{\lambda}' \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (80)$$

Este es un sistema lineal de ecuaciones que puede resolverse para encontrar  $\Delta \mathbf{x}$  y  $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ .

La notación utilizada queda definida por las siguientes expresiones:

$$\nabla_x J(\mathbf{x}) = \left[ \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_1} \quad \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial J(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right] \quad (81)$$

$$\nabla_x L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \left[ \frac{\partial L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial x_1} \quad \frac{\partial L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial x_n} \right] \quad (82)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_1(\mathbf{x})}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial h_m(\mathbf{x})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial h_m(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_x h_1(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \nabla_x h_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$\begin{aligned} \nabla_x^2 L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial x_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 L}{\partial x_n \partial x_1} & \dots & \frac{\partial^2 L}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} & \boldsymbol{\lambda}' \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^m \lambda_i \nabla_x h_i(\mathbf{x}) \\ & & \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} (\boldsymbol{\lambda}' \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})) &= \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x})' \end{aligned} \quad (84)$$

También es posible hallar la misma solución resolviendo un problema QP equivalente:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{x}} \quad & \nabla_x L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \Delta \mathbf{x} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} = 0 \end{aligned} \quad (85)$$

En efecto, la Lagrangiana  $L_s$  de este problema QP es:

$$L_s(\Delta \mathbf{x}, \sigma) = \nabla_x L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \Delta \mathbf{x} + \sigma' (\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x}) \quad (86)$$

y las correspondientes condiciones KKT para el mismo son:

$$\begin{aligned} \nabla_{\Delta \mathbf{x}} L_s(\Delta \mathbf{x}, \sigma) &= \nabla_x L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) + \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) + \sigma' \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} &= 0 \end{aligned} \quad (87)$$

Que se corresponden con el sistema de ecuaciones lineales (80) pero con  $\sigma = \Delta \lambda$ .

Como la solución de las condiciones KKT es solo aproximada, el método toma como nuevo punto de búsqueda:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda}_{k+1} &= \boldsymbol{\lambda}_k + \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{aligned} \quad (88)$$

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{x}} \quad & \nabla_x L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k)' \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) \Delta \mathbf{x} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} = 0 \\ \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k) &= \nabla_x^2 J(\mathbf{x}_k) + \sum_i \lambda_k \nabla_x^2 h_i(\mathbf{x}_k) \end{aligned} \quad (89)$$

E itera resolviendo los problemas QP hasta que no hay un cambio sensible en  $\mathbf{x}$  y en  $\mathbf{J}$

Como

$$\nabla_x L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \nabla_x J(\mathbf{x}) + \sum_i \lambda_i \nabla_x h_i(\mathbf{x}) \quad (90)$$

Sustituyendo en el sistema de ecuaciones (89) y usando la definición de  $h(x_k)$  se obtiene :

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta x} \nabla_x J(\mathbf{x}_k)' \Delta \mathbf{x} + \lambda_k' \nabla_x h_i(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \Delta \mathbf{x} = \\ & = \min_{\Delta x} \nabla_x J(\mathbf{x}_k)' \Delta \mathbf{x} + \lambda_k' \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \Delta \mathbf{x} \end{aligned} \quad (91)$$

Equivalente a:

$$\begin{aligned} & \min_{\Delta x} \nabla_x J(\mathbf{x}_k)' \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_x^2 L(\mathbf{x}_k, \lambda_k) \Delta \mathbf{x} \\ & \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_x \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} = 0 \end{aligned} \quad (92)$$

En el caso más general en el que existan restricciones de igualdad y desigualdad el problema se enfoca transformando, mediante variables de holgura, las desigualdades en igualdades:

$$\begin{array}{ll} \min_x J(\mathbf{x}) & \min_x J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} & \mathbf{g}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0} \\ & \boldsymbol{\varepsilon} \geq \mathbf{0} \end{array} \quad (93)$$

El vector de decisión  $x$  se amplía a las variables de holgura:

$$\text{nuevo } x = [ x , \boldsymbol{\varepsilon} ]$$

Además, aparecerán ecuaciones de desigualdad adicionales de las variables de holgura que pueden expresarse como:

$$\mathbf{m} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{M} \quad \text{o} \quad \mathbf{m} \leq \mathbf{x}_k + \Delta x \leq \mathbf{M}$$

Donde parte de  $m$  ó  $M$  pueden ser  $-\infty$  o  $\infty$

El conjunto de ecuaciones linealizadas que corresponden a las condiciones de KKT incluyen ahora desigualdades, pero estas pueden considerarse sin mayor inconveniente en el problema QP asociado a cada iteración.

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \\ \mathbf{m} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{M} \end{array} \right\} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mu, \boldsymbol{\eta}) = J(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}' \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mu'(\mathbf{m} - \mathbf{x}) + \boldsymbol{\eta}'(\mathbf{x} - \mathbf{M}) \quad (94)$$

Las condiciones KKT del problema serán las siguientes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mu, \boldsymbol{\eta}) = \nabla_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) + \sum_i \lambda_i \nabla_{\mathbf{x}} h_i(\mathbf{x}) - \mu + \boldsymbol{\eta} = \mathbf{0} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{m} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{M} \quad \mu'(\mathbf{m} - \mathbf{x}) = 0 \quad \boldsymbol{\eta}'(\mathbf{M} - \mathbf{x}) = 0 \\ \mu \geq 0, \quad \boldsymbol{\eta} \geq 0 \end{array} \right. \quad (95)$$

Para resolverlas se hace un desarrollo en serie de Taylor de primer orden en torno a una estima inicial  $\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k$  de la solución:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, \mu, \boldsymbol{\eta}) &\approx \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) + \Delta \mathbf{x}' \nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) + \Delta \boldsymbol{\lambda}' \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) - \Delta \mu' + \Delta \boldsymbol{\eta}' = 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} &= 0, \quad \mathbf{m} \leq \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x} \leq \mathbf{M}, \\ \mu_k'(\mathbf{m} - \mathbf{x}_k) - \mu_k' \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{m} - \mathbf{x}_k)' \Delta \mu &= 0 \quad \mu_k + \Delta \mu \geq 0 \\ \boldsymbol{\eta}_k'(\mathbf{x}_k - \mathbf{M}) + \boldsymbol{\eta}_k' \Delta \mathbf{x} + (\mathbf{x}_k - \mathbf{M})' \Delta \boldsymbol{\eta} &= 0 \quad \boldsymbol{\eta}_k + \Delta \boldsymbol{\eta} \geq 0 \end{aligned} \quad (96)$$

En este caso la solución es equivalente a la del problema QP:

$$\begin{aligned} \min_{\Delta \mathbf{x}} \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) \Delta \mathbf{x} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x} = 0, \quad \mathbf{m} \leq \mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x} \leq \mathbf{M} \end{aligned} \quad (97)$$

Como puede comprobarse calculando sus condiciones de KKT a partir de su Lagrangiana  $L_s$ :

$$\begin{aligned} L_s(\Delta \mathbf{x}, \Delta \boldsymbol{\lambda}, \Delta \mu, \Delta \boldsymbol{\eta}) &= \\ &= \nabla_{\mathbf{x}} L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) \Delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} \Delta \mathbf{x}' \nabla_{\mathbf{x}}^2 L(\mathbf{x}_k, \boldsymbol{\lambda}_k, \mu_k, \boldsymbol{\eta}_k) \Delta \mathbf{x} + \\ &+ \Delta \boldsymbol{\lambda}' (\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)' \Delta \mathbf{x}) - \Delta \mu' (\mathbf{m} - \mathbf{x}_k - \Delta \mathbf{x}) + \Delta \boldsymbol{\eta}' (\mathbf{x}_k + \Delta \mathbf{x} - \mathbf{M}) = 0 \end{aligned} \quad (98)$$

## 7.2 Resultados

### 7.2.1 Ajuste de parámetros de una tubería estacionaria

En este apartado se realiza el ajuste de parámetros de una tubería estacionaria para que su comportamiento se asemeje al de una tubería dinámica en estado estacionario.

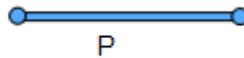


Figura 58. Esquemático de un tramo de tubería.

Las únicas variables que se miden en línea en un gaseoducto real son presiones, caudales normalizados y composiciones en ciertos puntos de la red, normalmente en las estaciones de medida (EM) y en el inicio y fin del gaseoducto y serán las que se usen para determinar el comportamiento del modelo dinámico (descrito en el apartado 3.1) y el estacionario (descrito en la sección 3.2). Por otro lado, los parámetros ajustables son la eficiencia de la tubería ( $e$ ), la rugosidad ( $rug$ ), el coeficiente global de transmisión de calor ( $U_{ground}$ ) y el coeficiente Joule-Thomson ( $\mu_{JT}$ ), que serán las variables de decisión del problema de optimización. Estos parámetros aparecen en las ecuaciones (43), (46), (47) y han sido seleccionados para ser estimados ya que no pueden ser determinados con exactitud o difieren de los valores iniciales diseñados debido al uso.

Primero, se realiza un experimento con el modelo dinámico para tomar los datos necesarios. Las entradas del experimento serán la presión de inicio de la tubería ( $P_1$ ) y presión final ( $P_2$ ), así como temperatura y composiciones al inicio de la tubería y las salidas serán el  $Q_{normal}$  y  $T_{out}$ . Se supone que no hay cambios en la composición. Segundo, los datos tomados a partir de este experimento se filtran para eliminar los transitorios, quedándonos solo con las respuestas estacionarias.

Finalmente, el problema de optimización planteado para el ajuste de parámetros es el siguiente ():

$$\min_{\{e, rug, U_{ground}, \mu_{JT}\}} J = \left( \frac{Q_{normal} - \hat{Q}_{normal}}{Q_{normal_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{T_{out} - \hat{T}_{out}}{T_{out_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{P_{out} - \hat{P}_{out}}{P_{out_{medio}}} \right)^2$$

*s.t.:*

modelo estacionario ecuaciones : (43) – (47)

$$0 < e < 1$$

$$4.00 \cdot 10^{-5} < rug < 1.00 \cdot 10^{-4}$$

$$0.01 < U_{ground} < 0.1$$

$$3 \cdot 10^{-6} < \mu_{JT} < 8 \cdot 10^{-6}$$

$Q_{normal}$ : Caudal normalizado obtenido a partir del modelo dinámico (Nm<sup>3</sup>/s)

$\hat{Q}_{normal}$ : Caudal normalizado obtenido a partir del modelo estacionario (Nm<sup>3</sup>/s)

$Q_{normal_{medio}}$ : Caudal normalizado medio obtenido a partir del modelo dinámico (Nm<sup>3</sup>/s)

$T_{out}$ : Temperatura de salida del gas usando el modelo dinámico (K)

$\hat{T}_{out}$ : Temperatura de salida del gas usando el modelo estacionario (K)

$T_{out_{medio}}$ : Temperatura de salida media usando el modelo dinámico (K)

$P_{out}$ : Presión de salida del gas usando el modelo dinámico (Pa)

$\hat{P}_{out}$ : Presión de salida del gas usando el modelo estacionario (Pa)

$P_{out_{medio}}$ : Presión de salida media usando el modelo dinámico (Pa)

En el caso de una sola tubería  $P_{out}$  es una de las entradas del sistema y por ello tendrá el mismo valor en el modelo dinámico y en el estacionario.

El problema de optimización planteado para resolver el problema de ajuste de parámetros es claramente no lineal, debido a la presencia de ecuaciones no lineales, por ejemplo, la ecuación (43) que indica el cálculo de caudal de gas en estado estacionario o la (46) que representa el balance de energía estacionario. Será resuelto con el algoritmo de optimización SNOPT que resuelve un SQP. Dicho optimizador es ejecutado

directamente desde EcosimPro, donde se encuentra implementado el modelo estacionario.

Se realiza el experimento del modelo dinámico formado por una tubería dinámica de 5000 m de longitud y un diámetro de 1.22 m. Se provocan saltos en una de las entradas del sistema, en la presión inicial de la tubería como muestra la Figura 59, el valor del resto de entradas permanecerá constante:

$$P_{out}(Pa) = 70 \cdot 10^5$$

$$T_{in}(K) = 287.15$$

$$y(\%1)\{CO_2, H_2S, N_2, C1, C2, C3, iC4, nC4, iC5, nC5, C6, C7\}$$

$$= \{0.033, 0.0558, 0.025, 0.82, 0.05, 0.005, 0.0001, 0.0001, 0.001, 0.001, 0.001, 0.008\}$$

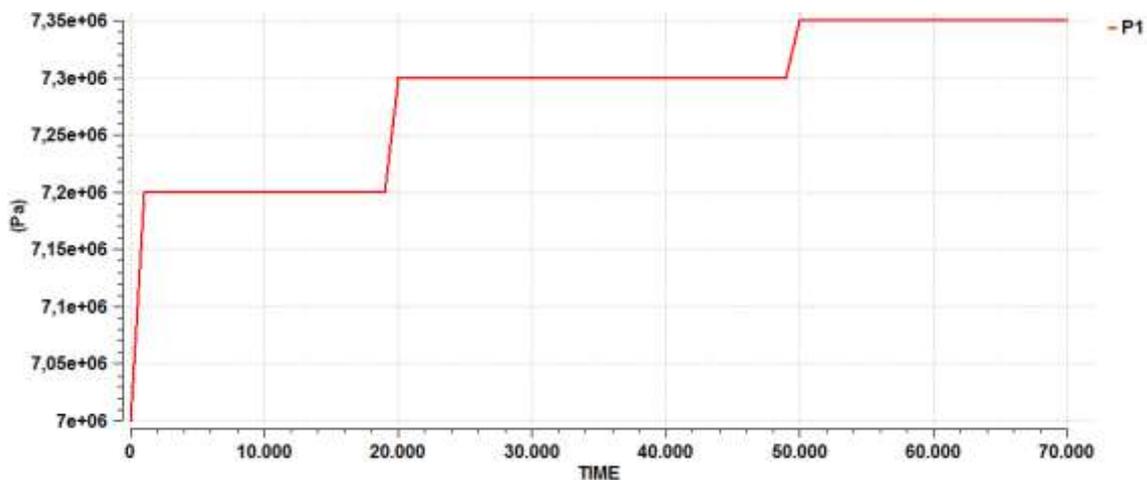


Figura 59. Saltos en la presión de entrada de la tubería.

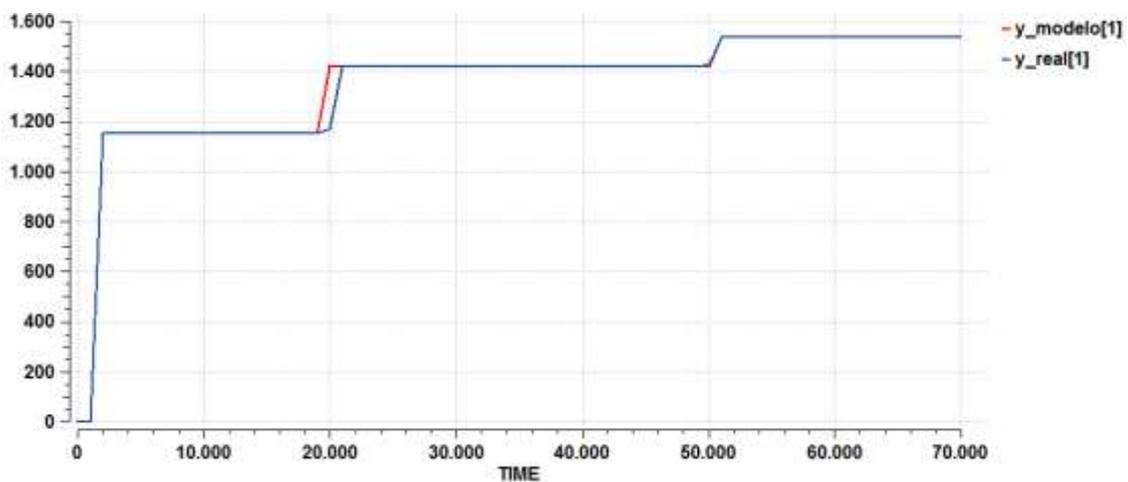
**Resultado del ajuste de parámetros**

*Tabla 8. Valor de los parámetros estimados y de la función de coste*

<b>J</b>	$2.51 \cdot 10^{-9}$
<b>e</b>	0.48
<b>rug (m)</b>	$4.43 \cdot 10^{-5}$
<b>Uground (W/m<sup>2</sup>K)</b>	0.10
<b><math>\mu_{JT}</math> (K/Pa)</b>	$6.41 \cdot 10^{-6}$

En el modelo dinámico el valor de la rugosidad es de  $4.60 \cdot 10^{-5}$  m y el valor del coeficiente global de transmisión de calor  $0.80 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ .

En las siguientes figuras se compara los datos obtenidos a partir del modelo dinámico y los obtenidos a partir del modelo estacionario:



*Figura 60. Comparación del  $Q_{normal}$  obtenido a partir del modelo dinámico (línea azul) y el estacionario (línea roja).*

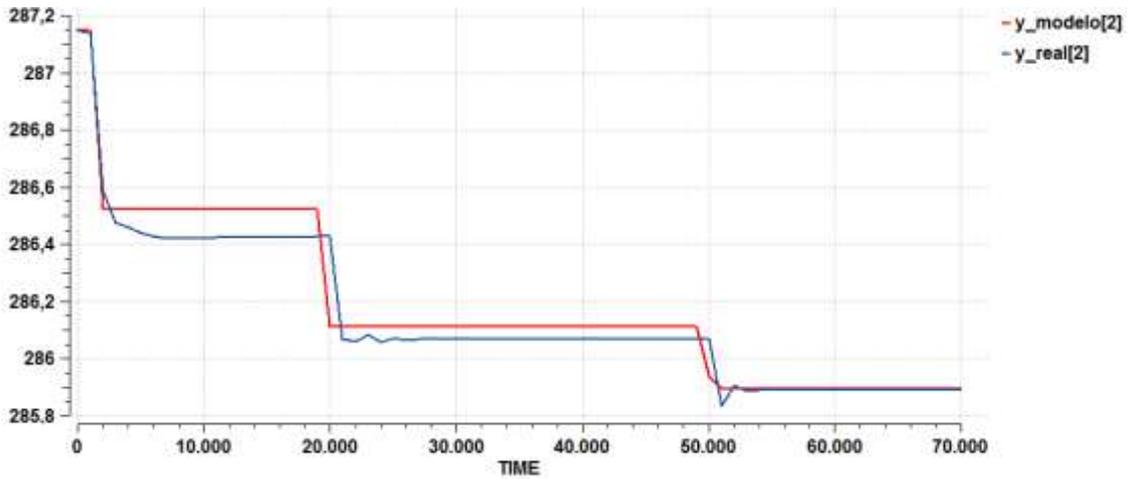


Figura 61. Comparación de  $T_{out}$  obtenida a partir del modelo dinámico (línea azul) y el estacionario (línea roja).

Tabla 9. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (I).

	Inicio			Salto 1		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{normal}$ (Nm <sup>3</sup> /s)	0	0	0	1151.92	1151.07	0.07
$T_{out}$ (K)	287.15	287.15	0	286.42	286.52	0.03
$P_{out}$ (Pa)	$70 \cdot 10^5$	$70 \cdot 10^5$	0	$70 \cdot 10^5$	$70 \cdot 10^5$	0

Tabla 10. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (II).

	Salto 2			Salto 3		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{normal}$ (Nm <sup>3</sup> /s)	1417.95	1417.54	0.03	1535.25	1535.19	0.003
$T_{out}$ (K)	286.06	286.11	0.02	285.89	285.59	0.10
$P_{out}$ (Pa)	$70 \cdot 10^5$	$70 \cdot 10^5$	0	$70 \cdot 10^5$	$70 \cdot 10^5$	0

### 7.2.2 Ajuste de parámetros de tres tuberías estacionarias conectadas:

Este ejemplo (Figura 62) presenta tres tuberías conectadas a través de dos estaciones de medida, tienen 5000 m de longitud y un diámetro de 1.22 m . Se pretende encontrar el valor de los parámetros de ajuste que hagan que el caudal, presión y temperatura del gas en cada estación de medida y al final de red sean el mismo utilizando el modelo dinámico o el estacionario.



Figura 62. Ejemplo de tres tuberías conectadas.

El problema de optimización que se plantea ahora es:

$$\min_{\{e(j), rug(j), U_{ground}(j), \mu_{JT}(j), j=1, \dots, 3\}} J = \sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{Q_{normal}(i) - \hat{Q}_{normal}(i)}{Q_{normal_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{T_{out}(i) - \hat{T}_{out}(i)}{T_{out_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{P(i) - \hat{P}(i)}{P_{medio}} \right)^2 \right)$$

s.t.:

modelo estacionario ecuaciones : (43) – (47)

$$0 < e(j) < 1 \quad \forall j = 1, \dots, 3$$

$$4.00 \cdot 10^{-5} < rug(j) < 1.00 \cdot 10^{-4} \quad \forall j = 1, \dots, 3$$

$$0.01 < U_{ground}(j) < 1 \quad \forall j = 1, \dots, 3$$

$$3 \cdot 10^{-6} < \mu_{JT}(j) < 8 \cdot 10^{-6} \quad \forall j = 1, \dots, 3$$

Donde j indica la tubería correspondiente (j=1,...,3) y i indica el punto de medida disponible (i=1,...,3), las dos estaciones de medida y el final de la red. Se ha supuesto que los parámetros ajustados son iguales en todas las tuberías ya que tienen dimensiones idénticas, el mismo material de diseño y el fluido que las atraviesa es el mismo. Por lo tanto, en este caso tenemos 4 variables de decisión.

En el experimento del modelo dinámico se realizan saltos en la presión de entrada de la red:

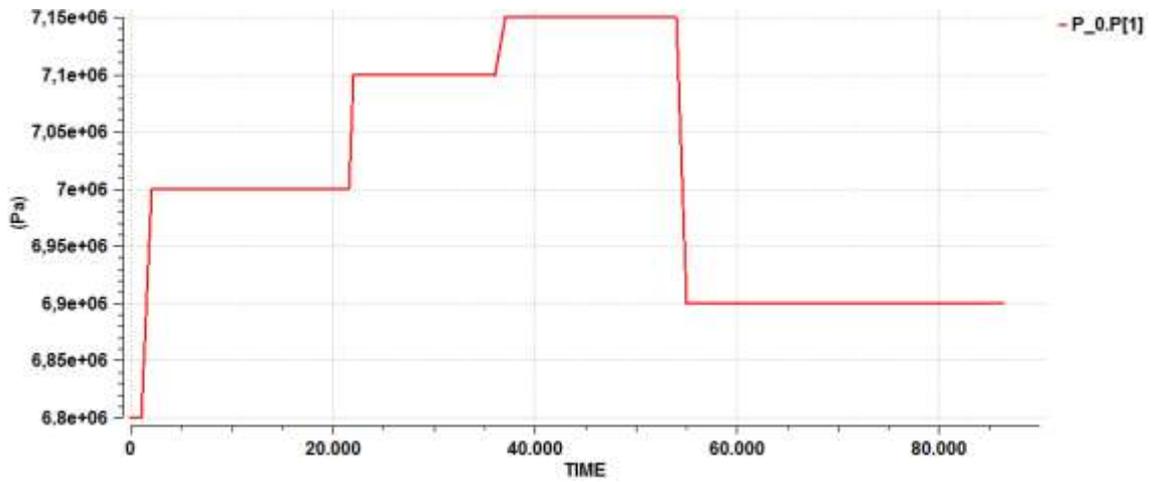


Figura 63. Saltos realizados en la presión de entrada de la red.

### Resultado del ajuste de parámetros

Tabla 11. Valor de los parámetros estimados y de la función de coste

<b>J</b>	$2.06 \cdot 10^{-8}$
<b>e</b>	0.47
<b>rug (m)</b>	$4.00 \cdot 10^{-5}$
<b>Uground (W/m<sup>2</sup>K)</b>	0.01
<b><math>\mu_{JT}</math> (K/Pa)</b>	$5.40 \cdot 10^{-6}$

A continuación, se compara gráficamente los resultados obtenidos a partir del modelo dinámico y del estacionario una vez que los parámetros han sido ajustados.

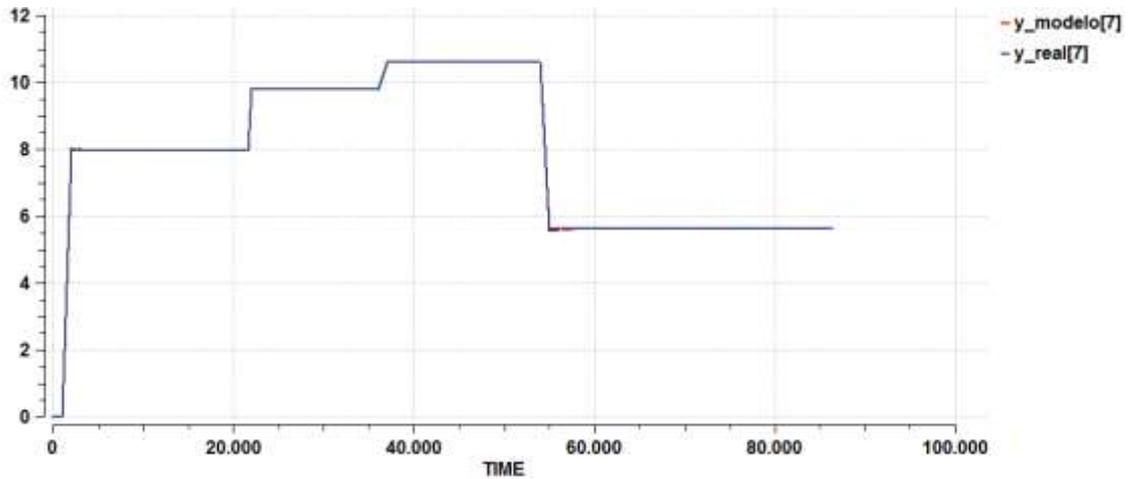


Figura 64. Caudal de salida de la red obtenido con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

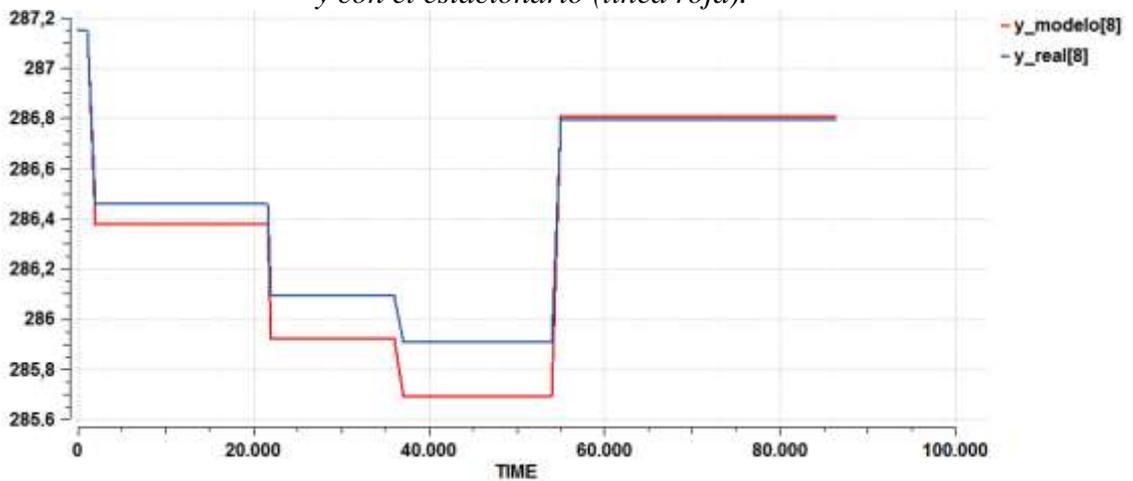


Figura 65. Temperatura de gas de salida de la red obtenido con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

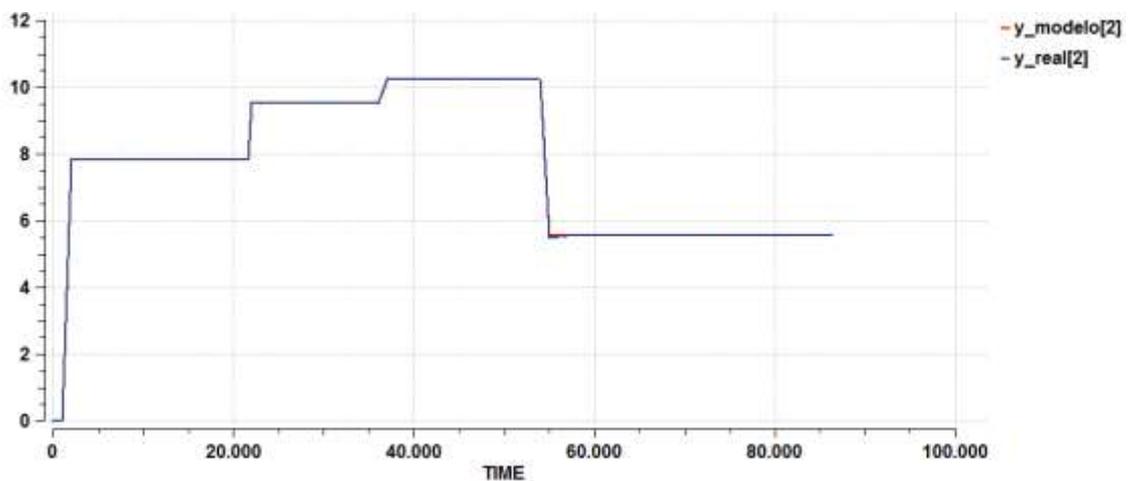


Figura 66. Caudal de gas medido en EM\_1 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

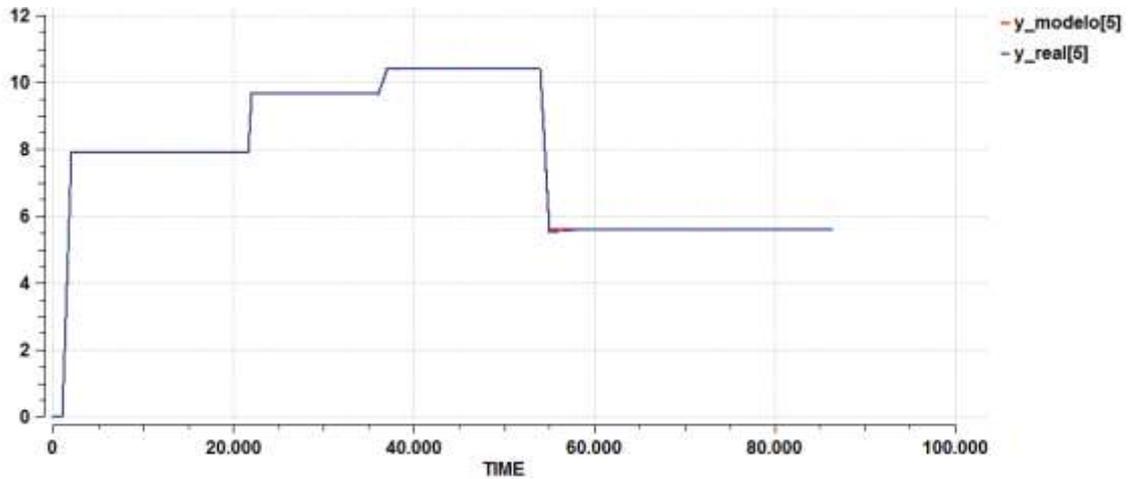


Figura 67. Caudal de gas medido en EM\_2 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

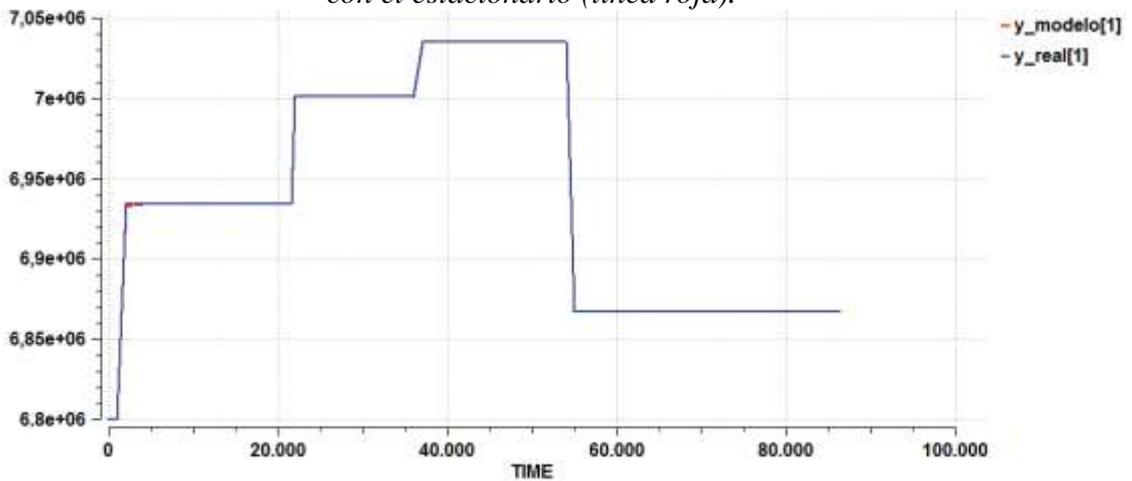


Figura 68. Presión medida en EM\_1 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

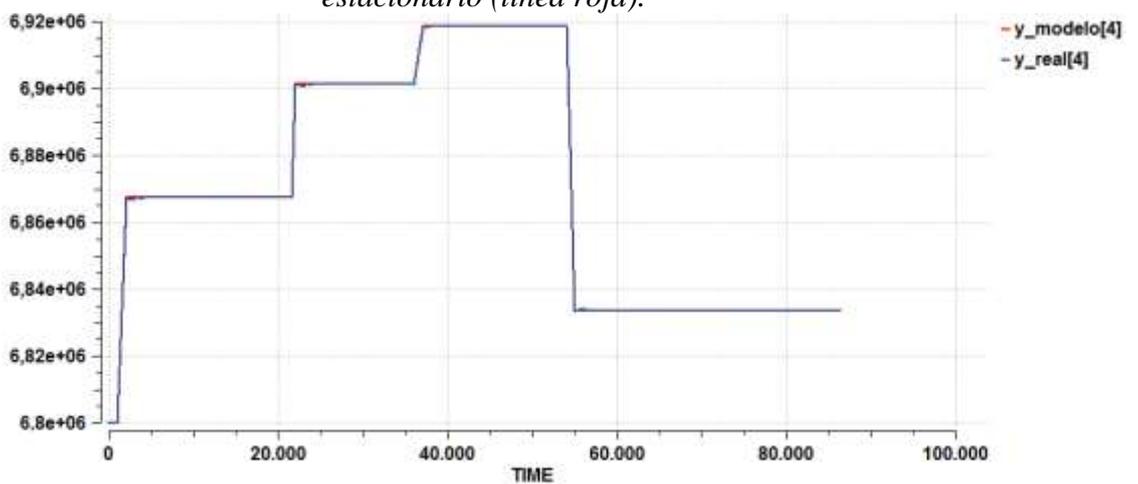


Figura 69. Presión medida en EM\_2 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

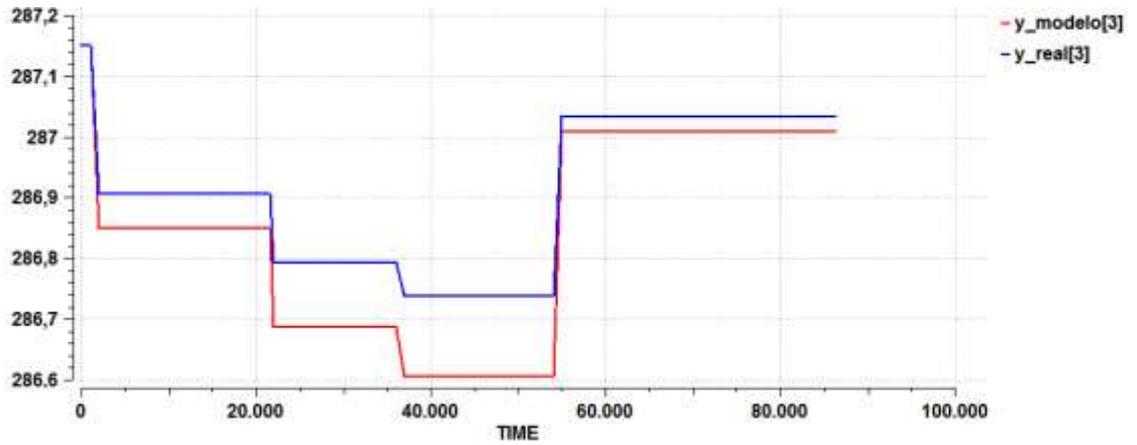


Figura 70. Temperatura del gas medida en EM\_1 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

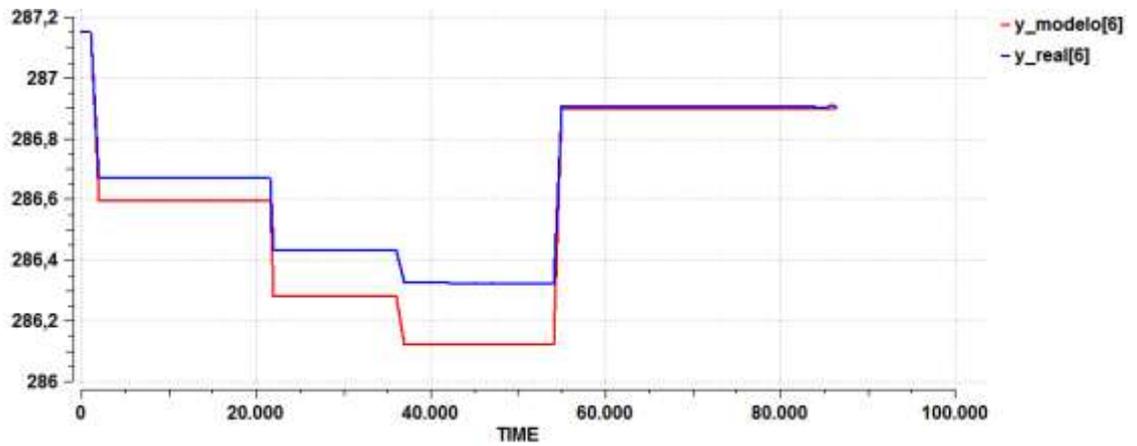


Figura 71. Temperatura del gas medida en EM\_2 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).

Tabla 12. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (I).

	Salto 1			Salto 2		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{EM_1}(m^3/s)$	7.82	7.82	0	9.51	9.51	0
$Q_{EM_2}(m^3/s)$	7.89	7.89	0	9.65	9.65	0
$Q_{out}(m^3/s)$	7.97	7.97	0	9.79	9.79	0
$T_{EM_1}(K)$	286.90	286.85	0.01	286.79	286.69	0.03
$T_{EM_2}(K)$	286.67	286.60	0.02	286.42	286.28	0.05
$T_{out}(K)$	286.45	286.38	0.02	286.08	285.92	0.06
$P_{EM_1}(Pa)$	$6.93 \cdot 10^6$	$6.93 \cdot 10^6$	0	$7.00 \cdot 10^6$	$7.00 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_2}(Pa)$	$6.86 \cdot 10^6$	$6.86 \cdot 10^6$	0	$6.90 \cdot 10^6$	$6.90 \cdot 10^6$	0
$P_{out}(Pa)$	$7.00 \cdot 10^6$	$7.00 \cdot 10^6$	0	$7.00 \cdot 10^6$	$7.00 \cdot 10^6$	0

Tabla 13. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (II).

	Salto 3			Salto 4		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{EM_1}(m^3/s)$	10.24	10.24	0	5.55	5.55	0
$Q_{EM_2}(m^3/s)$	10.41	10.41	0	5.58	5.58	0
$Q_{out}(m^3/s)$	10.59	10.59	0	5.61	5.61	0
$T_{EM_1}(K)$	286.72	286.61	0.04	287.03	287.02	0
$T_{EM_2}(K)$	286.32	286.12	0.06	286.90	286.90	0
$T_{out}(K)$	285.90	285.69	0.07	286.81	286.80	0
$P_{EM_1}(Pa)$	$7.03 \cdot 10^6$	$7.03 \cdot 10^6$	0	$6.86 \cdot 10^6$	$6.86 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_2}(Pa)$	$6.91 \cdot 10^6$	$6.91 \cdot 10^6$	0	$6.83 \cdot 10^6$	$6.83 \cdot 10^6$	0
$P_{out}(Pa)$	$7.00 \cdot 10^6$	$7.00 \cdot 10^6$	0	$7.00 \cdot 10^6$	$7.00 \cdot 10^6$	0



Se provocan cambios en la presión de entrada como se muestra en la siguiente figura:

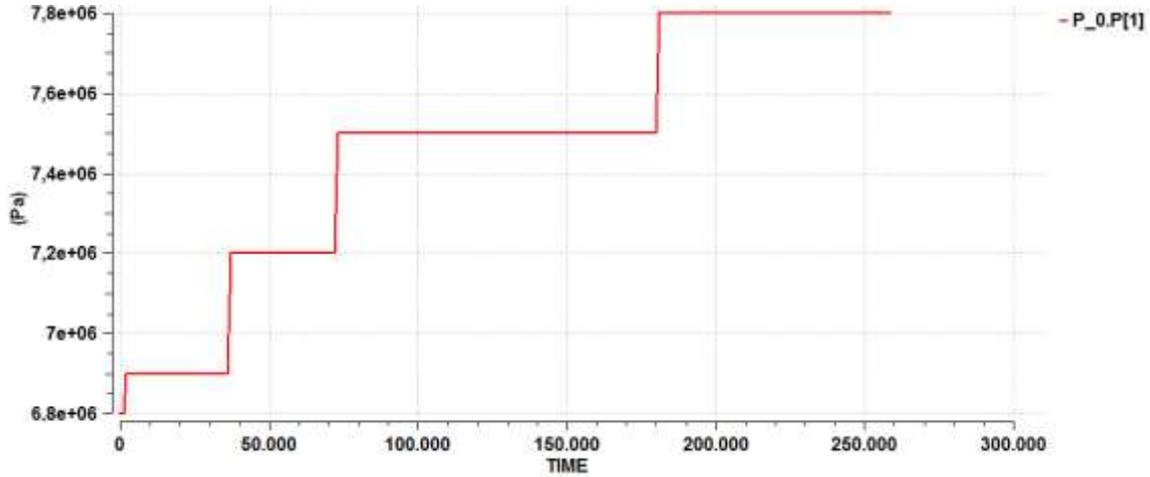


Figura 73. Saltos en la presión de inicio de la red.

La función de coste del problema de optimización es:

$$\min_{\{e, rug, U_{ground}, \mu_{JT}\}} J = \sum_{i=1}^3 \left( \left( \frac{Q_{normal}(i) - \hat{Q}_{normal}(i)}{Q_{normal_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{T_{out}(i) - \hat{T}_{out}(i)}{T_{out_{medio}}} \right)^2 + \left( \frac{P(i) - \hat{P}(i)}{P_{medio}} \right)^2 \right)$$

s.t.:

modelo estacionario ecuaciones : (43) – (47)

$$0 < e < 1$$

$$4.00 \cdot 10^{-5} < rug < 1.00 \cdot 10^{-4}$$

$$0.01 < U_{ground} < 1$$

$$3 \cdot 10^{-6} < \mu_{JT} < 8 \cdot 10^{-6}$$

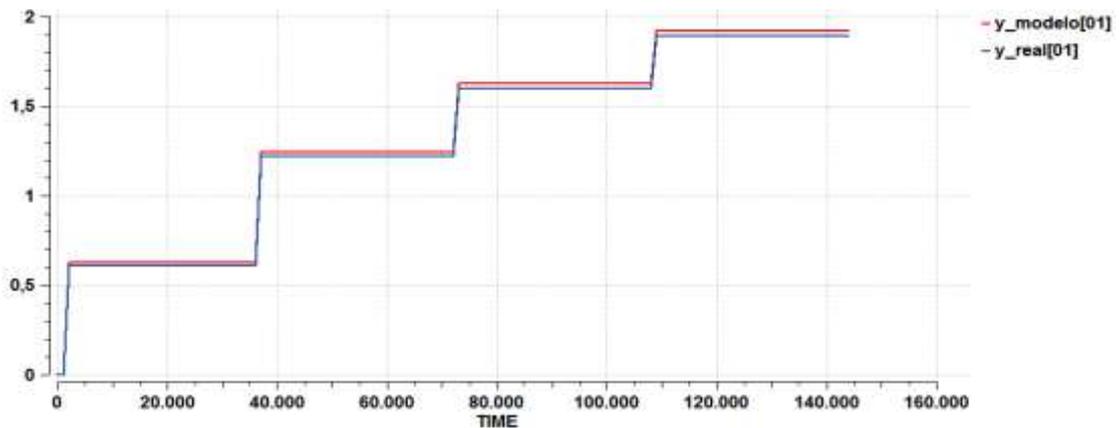
Donde  $i$  indica el punto de medida disponible ( $i=1, \dots, 10$ ), las cuatro estaciones de medida y las seis salidas de la red. Se ha supuesto que los parámetros ajustados son iguales en todas las tuberías, por lo tanto, se tienen cuatro variables de decisión.

**Resultados del ajuste de parámetros:**

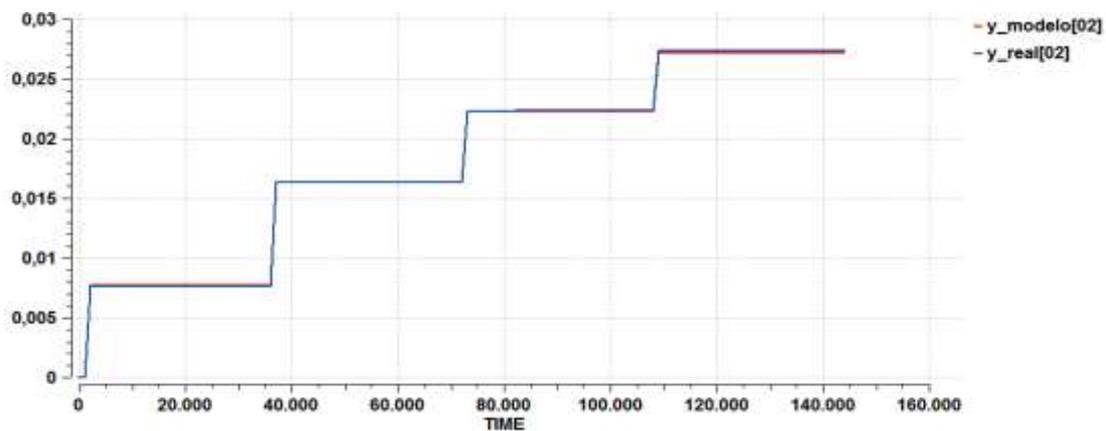
*Tabla 14. Valor de los parámetros estimados y de la función de coste*

<b>J</b>	0.007
<b>e</b>	0.53
<b>rug (m)</b>	$4.00 \cdot 10^{-5}$
<b>Uground (W/m<sup>2</sup>K)</b>	0.01
<b><math>\mu_{JT}</math> (K/Pa)</b>	$8.00 \cdot 10^{-6}$

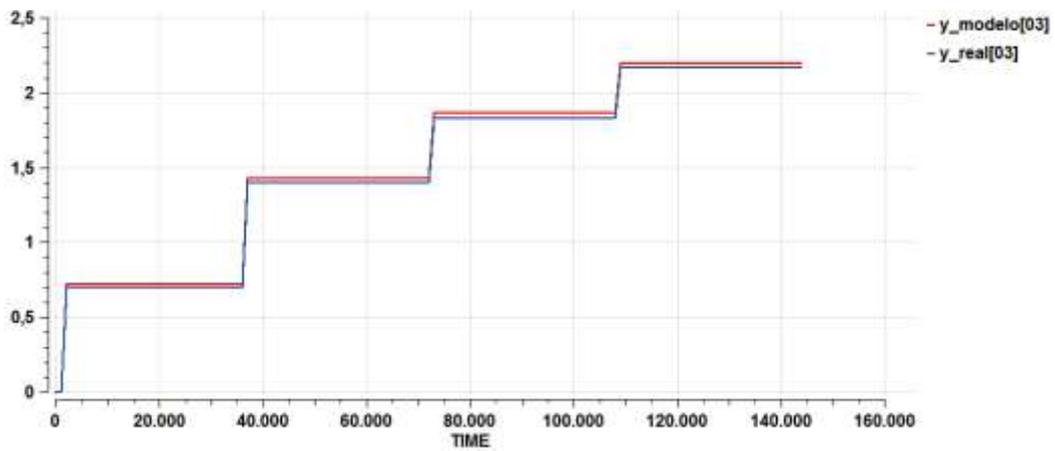
En las siguientes figuras se comparan los datos obtenidos a partir del modelo dinámico y los obtenidos a partir del modelo estacionario una vez que los parámetros han sido ajustados:



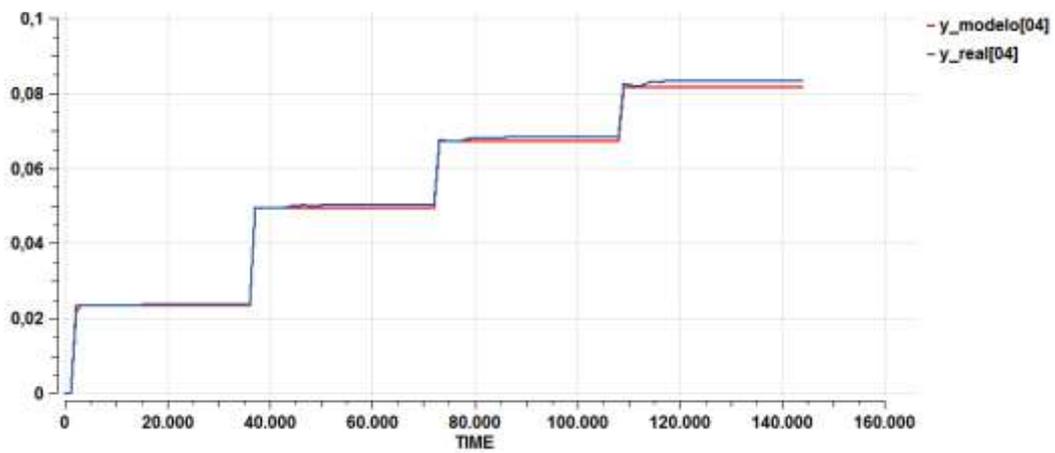
(a)



(b)

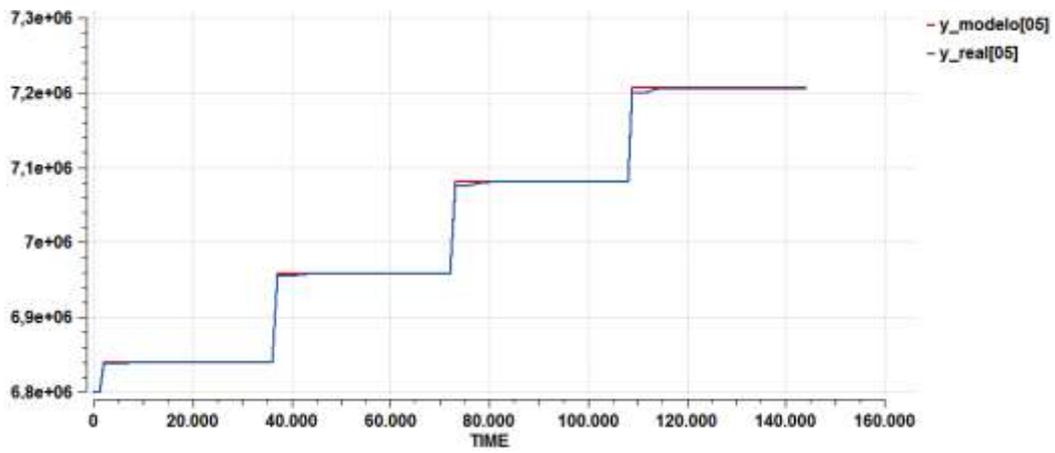


(c)

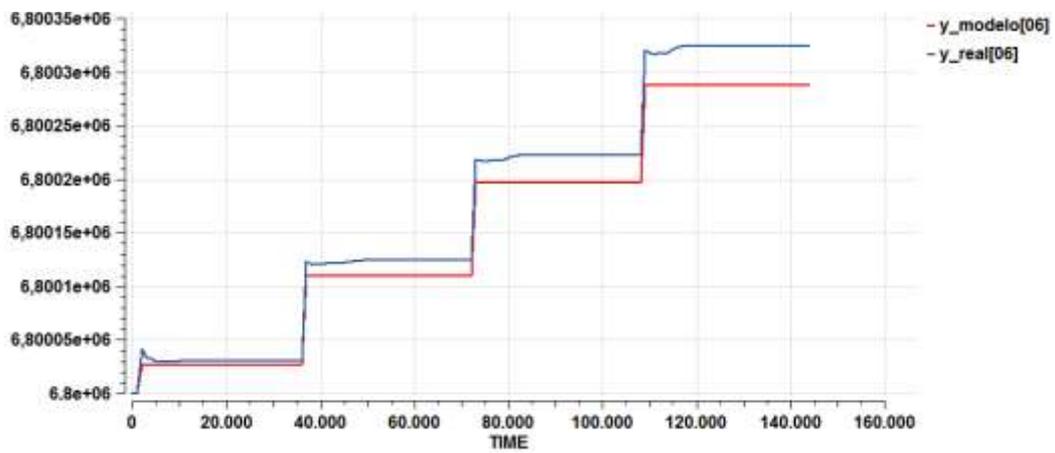


(d)

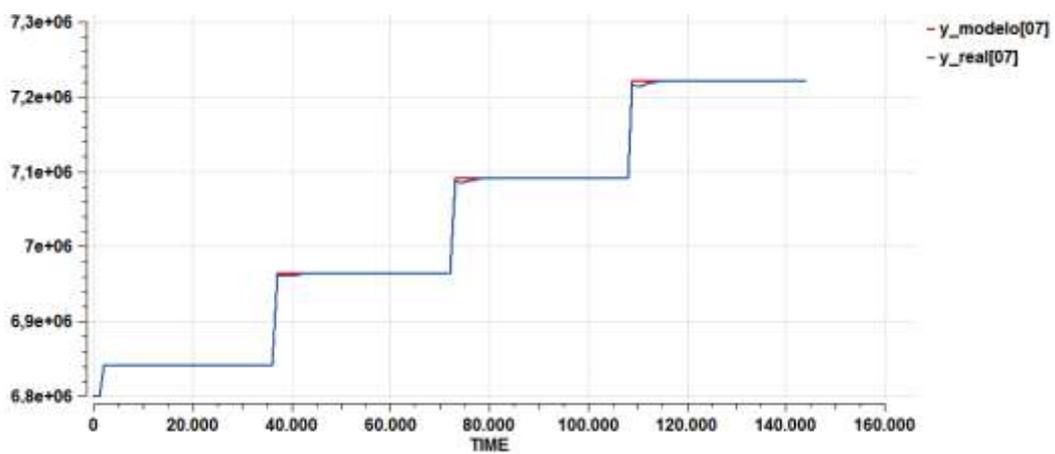
Figura 74. Caudal de gas medido en las estaciones de medida a) EM\_1, b)EM\_2, c)EM\_3, d)EM\_4 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).



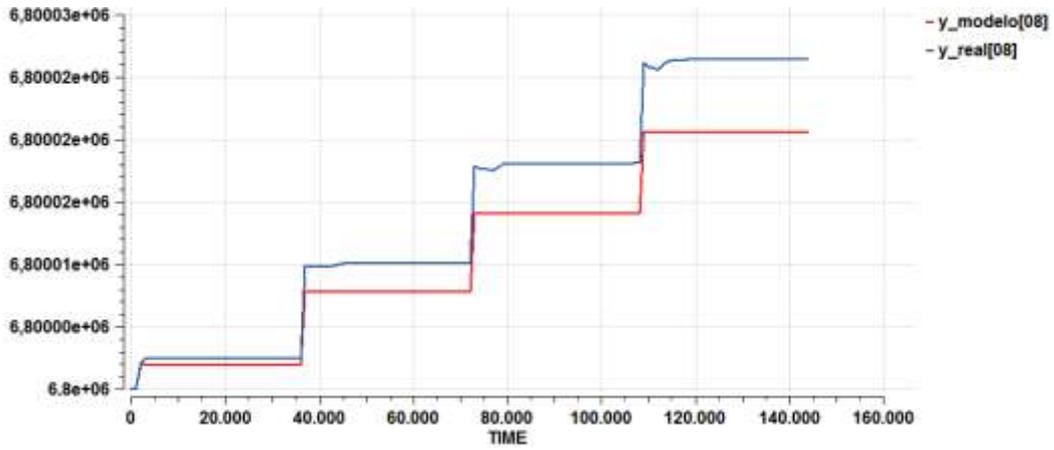
(a)



(b)

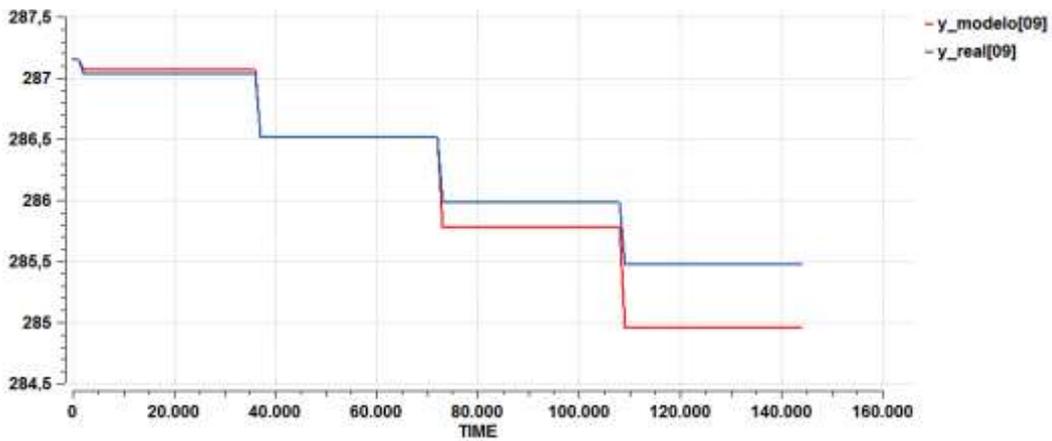


(c)

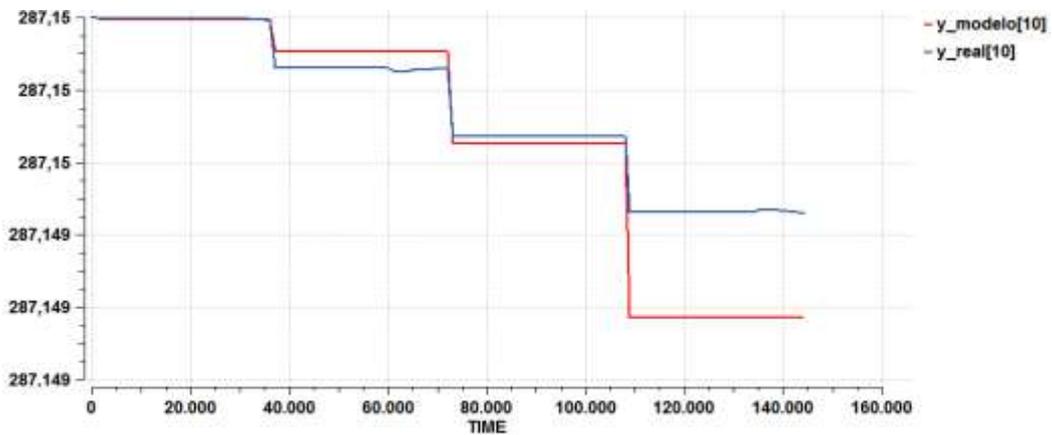


(d)

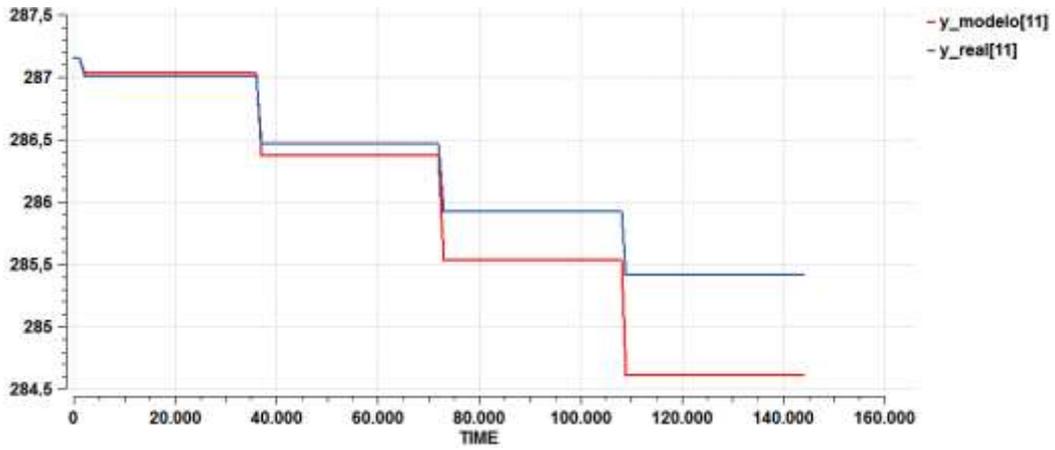
Figura 75. Presión medida en las estaciones de medida a) EM\_1, b)EM\_2, c)EM\_3, d)EM\_4 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).



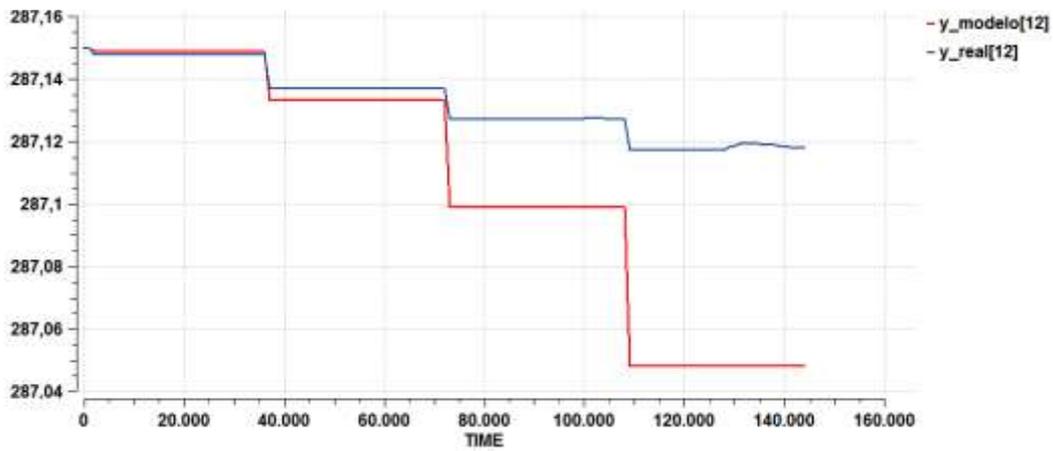
(a)



(b)

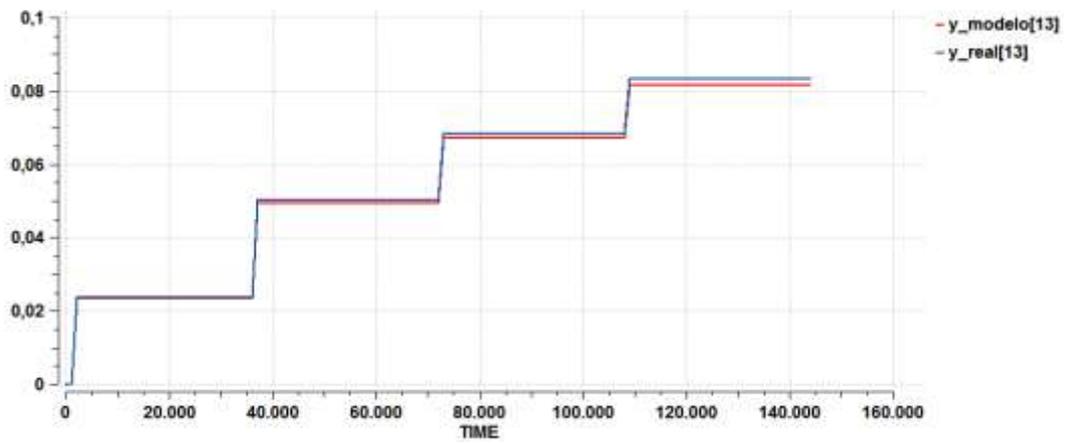


(c)

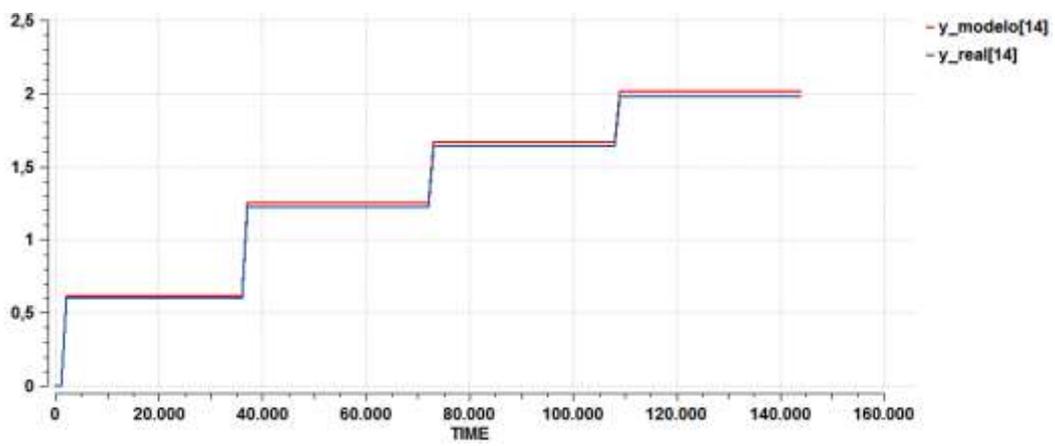


(d)

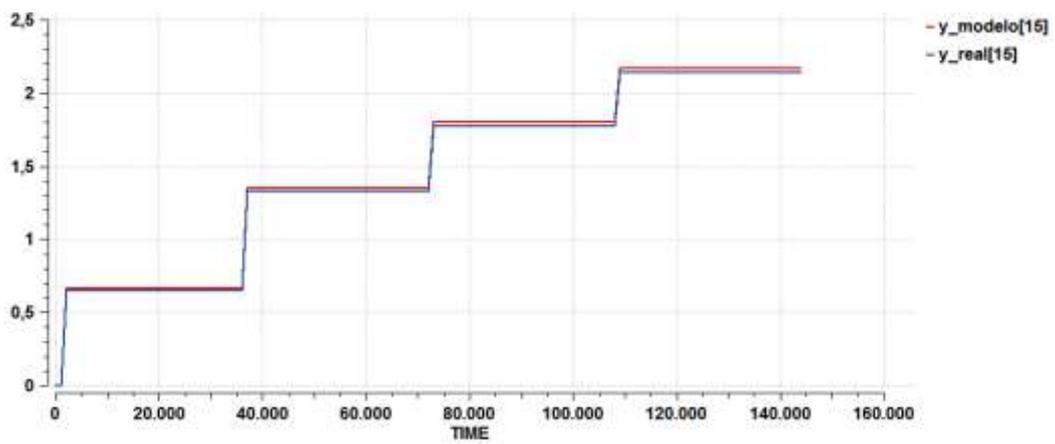
Figura 76. Temperatura de gas medida en las estaciones de medida a) EM\_1, b)EM\_2, c)EM\_3, d)EM\_4 con el modelo dinámico (línea azul) y con el estacionario (línea roja).



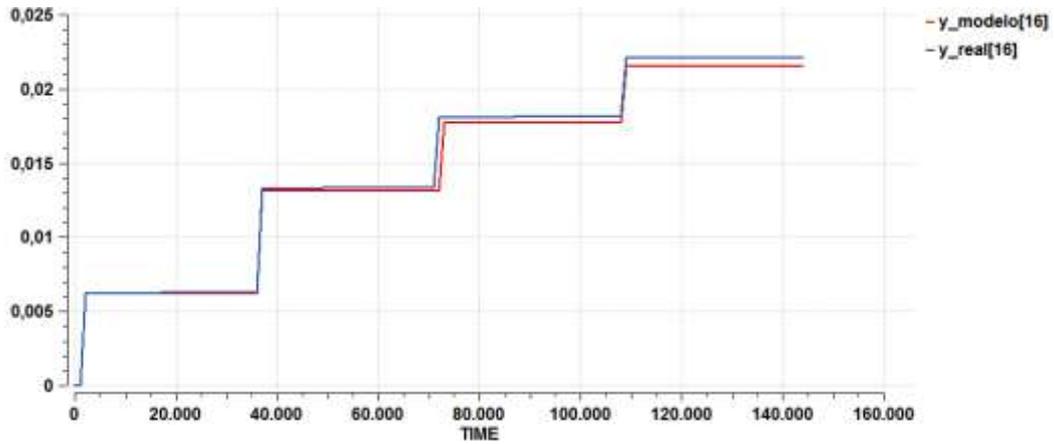
(a)



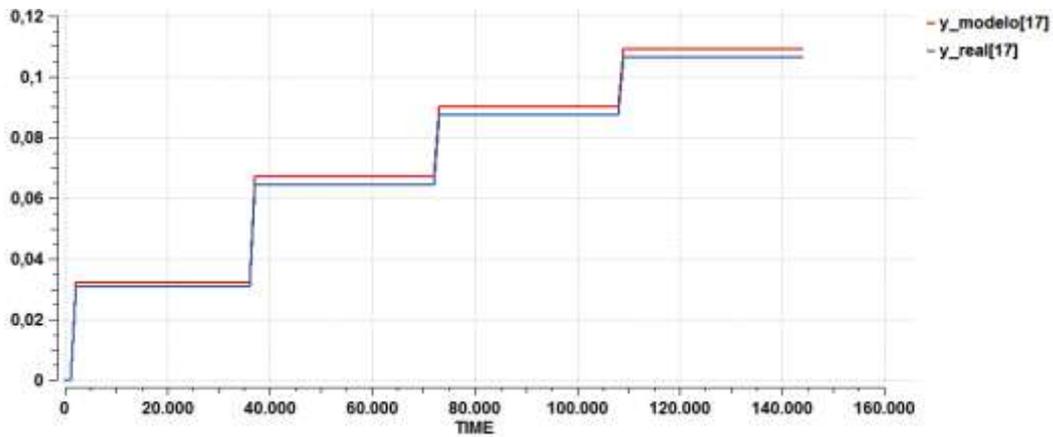
(b)



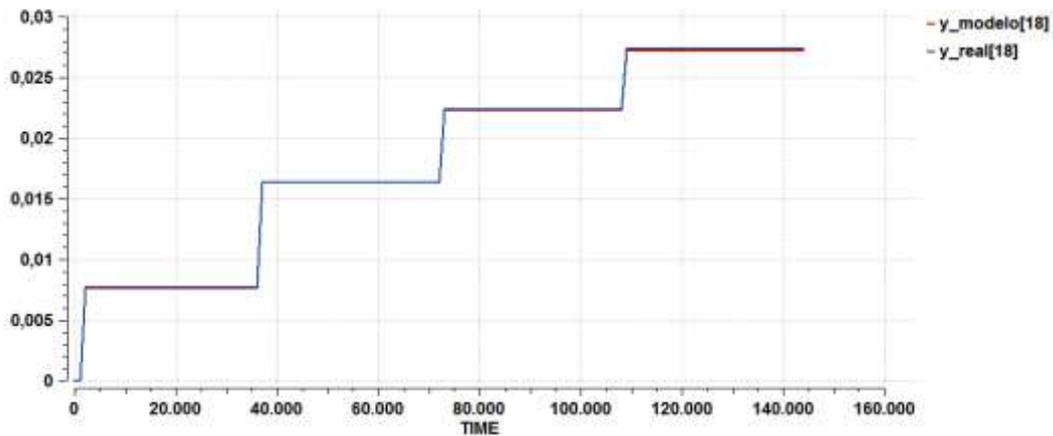
(c)



(d)

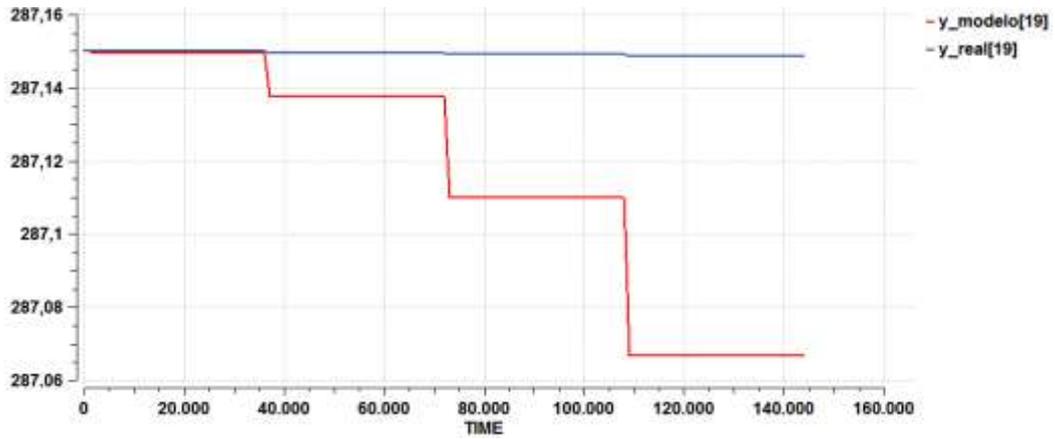


(e)

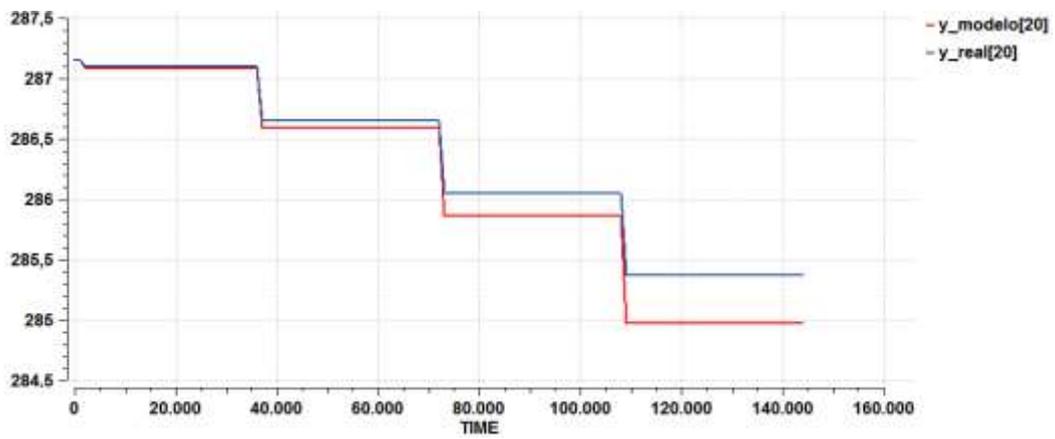


(f)

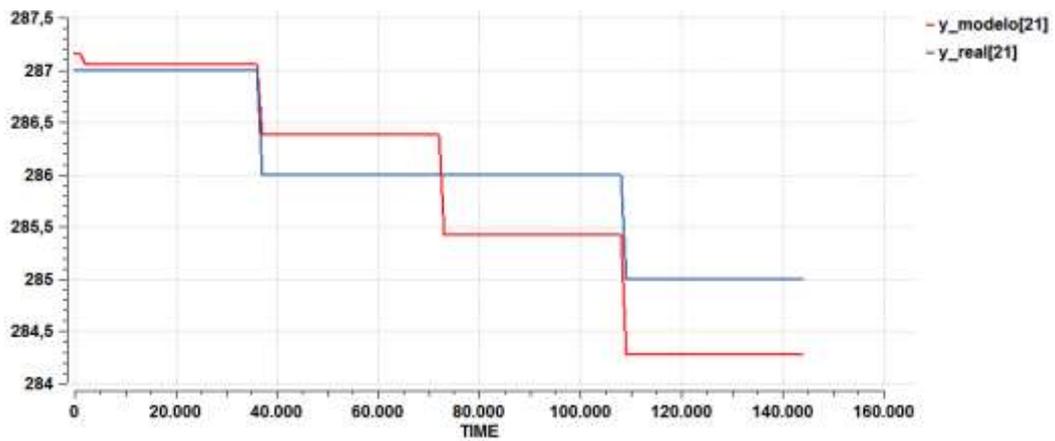
Figura 77. Caudal de gas en cada salida de la red: a)P<sub>6</sub>, b)P<sub>11</sub>, c)P<sub>18</sub>, d)P<sub>21</sub>, e)P<sub>22</sub>, f)P<sub>23</sub>.



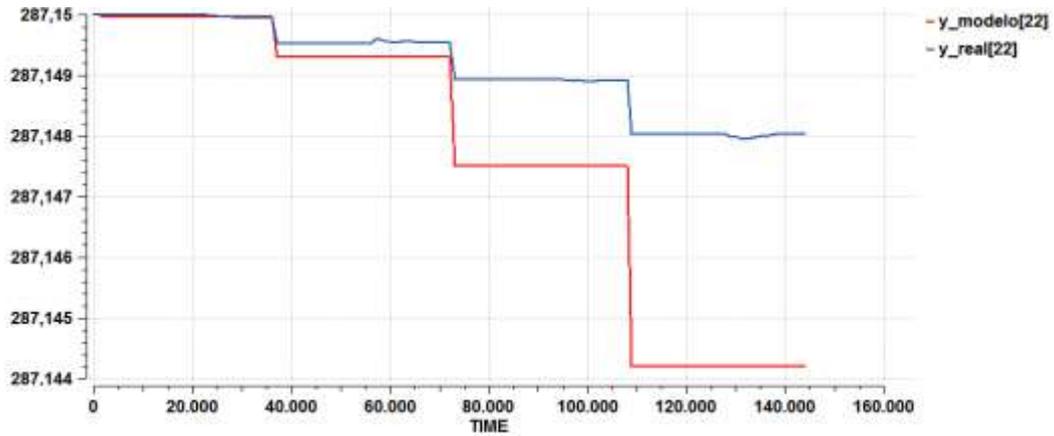
(a)



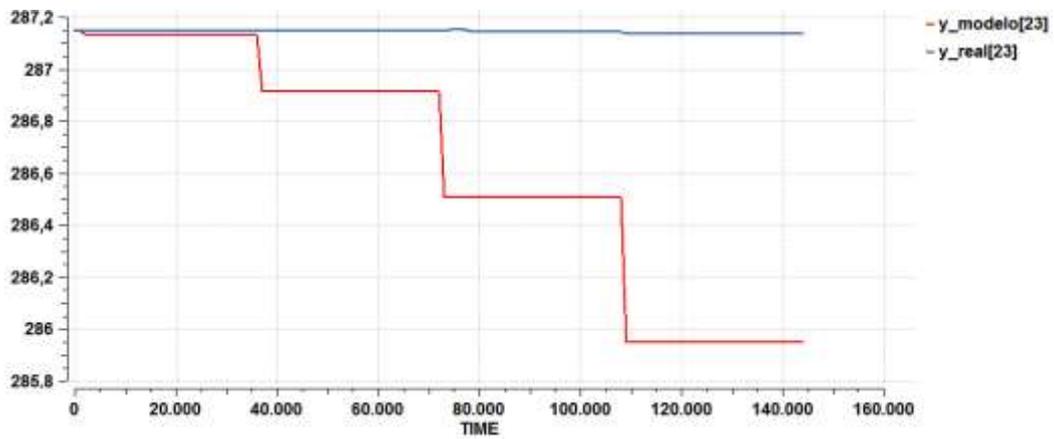
(b)



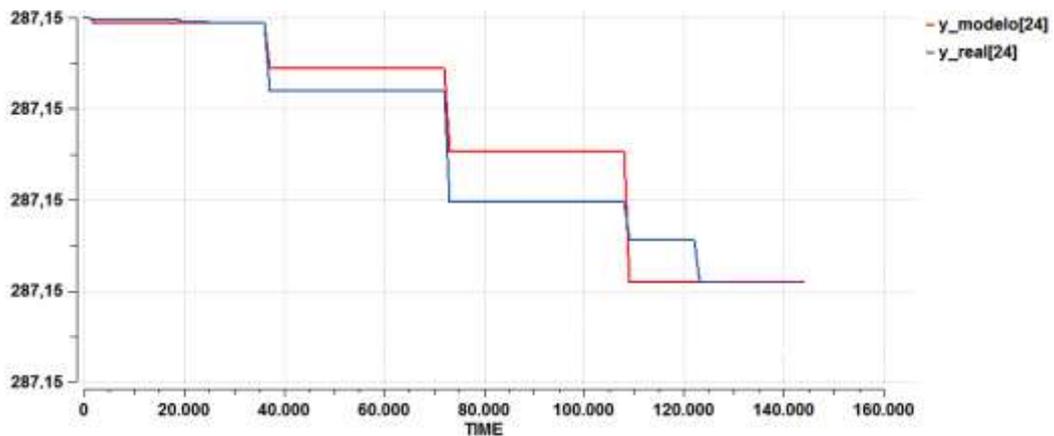
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 78. Temperatura del gas en las salidas de la red: a)P<sub>6</sub>, b)P<sub>11</sub>, c)P<sub>18</sub>, d)P<sub>21</sub>, e)P<sub>22</sub>, f)P<sub>23</sub>.

Tabla 15. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (I).

	Salto 1			Salto 2		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{EM_1}(m^3/s)$	0.61	0.62	1.64	1.22	1.24	1.64
$Q_{EM_2}(m^3/s)$	$7.60 \cdot 10^{-3}$	$7.60 \cdot 10^{-3}$	0	$1.63 \cdot 10^{-2}$	$1.63 \cdot 10^{-2}$	0
$Q_{EM_3}(m^3/s)$	0.70	0.71	1.43	1.39	1.42	2.16
$Q_{EM_4}(m^3/s)$	$2.35 \cdot 10^{-2}$	$2.35 \cdot 10^{-2}$	0	$5.02 \cdot 10^{-2}$	$4.95 \cdot 10^{-2}$	1.41
$T_{EM_1}(K)$	287.03	287.06	0.01	286.51	286.51	0
$T_{EM_2}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.15	0
$T_{EM_3}(K)$	287.00	287.04	0.01	286.46	286.37	0.03
$T_{EM_4}(K)$	287.15	287.15	0	287.14	287.13	0
$P_{EM_1}(Pa)$	$6.84 \cdot 10^6$	$6.84 \cdot 10^6$	0	$6.96 \cdot 10^6$	$6.96 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_2}(Pa)$	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_3}(Pa)$	$6.84 \cdot 10^6$	$6.84 \cdot 10^6$	0	$6.96 \cdot 10^6$	$6.96 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_4}(Pa)$	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0

Tabla 16. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (II).

	Salto 3			Salto 4		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{EM_1}(m^3/s)$	1.60	1.62	1.25	1.89	1.92	1.58
$Q_{EM_2}(m^3/s)$	$2.23 \cdot 10^{-2}$	$2.23 \cdot 10^{-2}$	0	$2.74 \cdot 10^{-2}$	$2.72 \cdot 10^{-2}$	0.73
$Q_{EM_3}(m^3/s)$	1.83	1.86	1.63	2.16	2.19	1.38
$Q_{EM_4}(m^3/s)$	$6.82 \cdot 10^{-2}$	$6.71 \cdot 10^{-2}$	1.63	$8.33 \cdot 10^{-2}$	$8.17 \cdot 10^{-2}$	1.95
$T_{EM_1}(K)$	285.98	285.78	0.06	285.47	284.96	0.17
$T_{EM_2}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.15	0
$T_{EM_3}(K)$	285.92	285.53	0.13	285.41	284.61	0.28
$T_{EM_4}(K)$	287.13	287.10	0.01	287.12	287.05	0.02
$P_{EM_1}(Pa)$	$7.08 \cdot 10^6$	$7.08 \cdot 10^6$	0	$7.21 \cdot 10^6$	$7.21 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_2}(Pa)$	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_3}(Pa)$	$7.09 \cdot 10^6$	$7.09 \cdot 10^6$	0	$7.22 \cdot 10^6$	$7.22 \cdot 10^6$	0
$P_{EM_4}(Pa)$	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0	$6.80 \cdot 10^6$	$6.80 \cdot 10^6$	0

Tabla 17. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (III).

	Salto 1			Salto 2		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{out1}(m^3/s)$	$2.36 \cdot 10^{-2}$	$2.36 \cdot 10^{-2}$	0	$5.01 \cdot 10^{-2}$	$4.95 \cdot 10^{-2}$	1.21
$Q_{out2}(m^3/s)$	0.60	0.60	0	1.22	1.25	2.45
$Q_{out3}(m^3/s)$	0.65	0.66	1.53	1.32	1.34	1.51
$Q_{out4}(m^3/s)$	$6.23 \cdot 10^{-3}$	$6.23 \cdot 10^{-3}$	0	$1.33 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{-2}$	1.52
$Q_{out5}(m^3/s)$	$3.08 \cdot 10^{-2}$	$3.24 \cdot 10^{-2}$	0.01	$6.45 \cdot 10^{-2}$	$6.69 \cdot 10^{-2}$	0
$Q_{out6}(m^3/s)$	$7.60 \cdot 10^{-3}$	$7.60 \cdot 10^{-3}$	0	$1.63 \cdot 10^{-2}$	$1.63 \cdot 10^{-2}$	0
$T_{out1}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.14	0
$T_{out2}(K)$	287.09	287.09	0	286.65	286.60	0
$T_{out3}(K)$	287.09	287.05	0	286.78	286.38	0
$T_{out4}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.15	0
$T_{out5}(K)$	287.15	287.13	0	287.14	286.92	0
$T_{out6}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.15	0

Tabla 18. Comparación numérica del modelo dinámico con el estacionario (IV).

	Salto 3			Salto 4		
	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %	Modelo dinámico	Modelo estacionario	Diferencia en %
$Q_{out1}(m^3/s)$	$6.82 \cdot 10^{-2}$	$6.71 \cdot 10^{-2}$	0	$8.33 \cdot 10^{-2}$	$8.17 \cdot 10^{-2}$	0
$Q_{out2}(m^3/s)$	1.63	1.67	0	1.97	2.01	0
$Q_{out3}(m^3/s)$	1.77	1.80	0	2.14	2.16	0
$Q_{out4}(m^3/s)$	$1.81 \cdot 10^{-2}$	$1.77 \cdot 10^{-2}$	0	$2.21 \cdot 10^{-2}$	$2.16 \cdot 10^{-2}$	0
$Q_{out5}(m^3/s)$	$8.74 \cdot 10^{-2}$	$9.01 \cdot 10^{-2}$	0.01	0.10	0.10	0
$Q_{out6}(m^3/s)$	$2.23 \cdot 10^{-2}$	$2.23 \cdot 10^{-2}$	0	$2.74 \cdot 10^{-2}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	0
$T_{out1}(K)$	287.15	287.11	0	287.15	287.07	0
$T_{out2}(K)$	286.05	285.87	0	285.38	284.98	0
$T_{out3}(K)$	286.27	285.42	0	285.69	284.30	0
$T_{out4}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.14	0
$T_{out5}(K)$	287.14	286.50	0	287.13	285.95	0
$T_{out6}(K)$	287.15	287.15	0	287.15	287.15	0

## 8 CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El gas natural es una de las fuentes de energía más limpias y respetuosas con el medio ambiente ya que es la que contiene menos dióxido de carbono y la que lanza menores emisiones a la atmósfera. Es por ello, que el consumo de gas natural, tanto para uso doméstico como industrial, ha aumentado considerablemente en los últimos años. Para que el gas natural llegue a todos los usuarios existen redes de transporte de gas natural, formadas principalmente por gasoductos de alta presión y estaciones de compresión que se utilizan para recuperar la pérdida de carga que experimenta el gas a lo largo de la red.

Para poder analizar correctamente la red de transporte, es decir determinar el estado real de la red, hacer predicciones de su respuesta a cambios en las variables de operación, y poder hacer una gestión óptima de la red es necesario realizar un modelo completo de la red de gas junto con técnicas de optimización.

El principal inconveniente en redes de distribución largas y complejas de usar modelos dinámicos rigurosos del comportamiento de fluidos en tuberías, es la gran carga computacional que conllevan, sobre todo cuando se utilizan técnicas de optimización no lineal, lo que hace necesario el uso de modelos más sencillos.

En este trabajo se presenta un modelo estacionario del comportamiento del gas natural en tuberías y que ha sido utilizado para la estimación de ciertos parámetros de las redes, que habitualmente son desconocidos o difieren de los valores iniciales diseñados debido al uso, eficiencias, ensuciamientos, etc. El problema de estimación de parámetros se ha planteado para tres casos: una sola tubería estacionaria, tres tuberías estacionarias conectadas a través de dos estaciones de medida y en una red de transporte de gas real basada en la topología de la red gestionada por la empresa Reganosa. Dados los buenos resultados del ajuste de parámetros se concluye que el modelo estacionario es una buena simplificación del modelo dinámico más completo y que puede ser utilizado tanto para la simulación de redes de gas como para realizar una gestión óptima de la red.

Además también se muestra el modelado de las estaciones de compresión, constituidas normalmente por compresores centrífugos, por ello se ha desarrollado el modelo dinámico y detallado de un compresor centrífugo y de todos los elementos y componentes auxiliares, turbina de gas, válvulas, etc. Así como el sistema de control de la presión de descarga y del sistema de control anti-bombeo necesarios para poder operar el compresor de manera segura. También se ha descrito el sistema de control para regular la presión de descarga cuando han sido instalados más de un compresor en paralelo permitiendo asignar una carga diferente a cada compresor.

Finalmente, se han mostrado tres ejemplos de uso de los compresores centrífugos: a) simulación de una red sencilla de distribución de gas natural que incorpora un compresor, b) simulación de una red real (red de Reganosa) y c) simulación de dos compresores en paralelo para gestionar diferentes cargas a cada uno.

Todos los modelos y las simulaciones forman parte de una librería de modelos más compleja para modelar redes de gas natural desarrollados en la herramienta de simulación y modelado EcosimPro.

El fin último es alcanzar niveles de eficiencia técnica y económica adecuados, por ello este proyecto servirá de base para un trabajo futuro en el que se estudiarán métodos de optimización de la distribución de gas para:

- Redistribución del flujo de gas en caso de avería en algún ramal.
- Planificación óptima de forma que se satisfaga la demanda de todos los usuarios
- Determinar la producción diaria de las plantas de regasificación.
- Minimizar el coste del transporte de gas (por ejemplo, minimizar el gas consumido por las estaciones de compresión).
- Minimizar la diferencia entre la producción planificada y la demandada por los usuarios.

Esta optimización de la distribución / gestión óptima de la red se realizará utilizando el modelo estacionario cuyos parámetros serán ajustados cuando se disponga de datos reales de una red de distribución de gas, de modo que el modelo refleje fielmente la realidad.

## 9 CONTRIBUCIONES REALIZADAS

El trabajo realizado ha sido presentado en forma de póster en el congreso EGATEC 2013 (European Gas Technology Conference) que se celebró en París los días 30 y 31 de Mayo de 2013.

Además se ha realizado un artículo “Simulación y control de compresores centrífugos usando EcosimPro” admitido para su presentación en las XXXIV Jornadas de Automática que tendrán lugar en Terrassa (Barcelona) entre el 4 y 6 de Septiembre de 2013.

## 10 REFERENCIAS

- 1- EcosimPro. (2013). Empresarios Agrupados. Versión 5.0.6, <http://www.ecosimpro.com/>
- 2- [http://www.cne.es/cne/contenido.jsp?id\\_nodo=50&&&keyword=&auditoria=F](http://www.cne.es/cne/contenido.jsp?id_nodo=50&&&keyword=&auditoria=F)
- 3- <http://www.enagas.es/>
- 4- Enagás. Procedimiento para el Cálculo de la Capacidad de la Estación de Compresión de Córdoba. PF-105-DGOS 07/2006.
- 5- <http://www.reganosa.com/>
- 6- J.C. Morud and A. Simonsen. Heat transfer from partially buried pipes.
- 7- Pitzer, K.S. y otros: The Volumetric and Thermodynamic Properties of Fluids, Journal of American Chemical Society, Vol 77, No. 13, July 1955, p. 3427-3440.
- 8- Hildebrand, J.H. and Scott, R.L. The Solubility of Nonelectrolytes, 3". Ed., Reinhold Publishing Co., 1950.
- 9- Redlich, O and Kwong, J.N.S. The Thermodynamics of Solutions, V, An Equation of State. Fugacities of Gaseous Solutions, Chem. Rev. No. 44, 1944, p. 233-244.
- 10- R. Perez Palacio, M. J. Martínez. Ingeniería de gas natural. Características y comportamientos de los hidrocarburos, 1994.

- 11- Cox, E.R.: Ind. Eng. Chem, Vol.15, 1923, p. 592.
- 12- Donald W. Schroeder, Jr. A tutorial on pipe flow equations
- 13- Andrzej J. Osiadacz, Maciej Chaczykowski. Comparison of isothermal and non-isothermal pipeline gas flow models.
- 14- <http://materias.fi.uba.ar/6720/unidad3.PDF>
- 15- Ministerio de industria,turismo y comercio. Dirección general de política energética y minas. Protocolo de detalle PD-10: “Cálculo de capacidades de las instalaciones”.
- 16- Pitzer, K.S. y otros: The Volumetric and Thermodynamic Properties of Fluids, Journal of American Chemical Society, Vol 77, No. 13, July 1955, p. 3427-3440
- 17- Bathod P. & all. “Process component design”. Capítulo 7: pumps and compressors. Universidad de Tulsa. Oklahoma
- 18- A. Ramírez. “La estación de compresión de Córdoba y el desdoblamiento del gasoducto Huelva-Sevilla-Córdoba-Madrid”. Revista Ingeniería Química. ISSN 0210-2064, N°. 421, 2005 , págs. 65-69
- 19- Acedo Sánchez, J., “Instrumentación y control avanzado de procesos (Teoría y Práctica)”, 2003.
- 20- SIEMENS. Application data 353-123: Procidia control solutions Parallel Compressor control.
- 21- Philip E. Gill, Walter Murray, Michael A. Saunders. SNOPT:An SQP Algorithm for Large-Scale Constrained Optimization.