



**UNIVERSIDAD DE
VALLADOLID**



**ESCUELA DE INGENIERIAS
INDUSTRIALES**

**MÁSTER EN INVESTIGACIÓN EN INGENIERÍA DE PROCESOS Y SISTEMAS
INDUSTRIALES**

PROYECTO DE FIN DE MÁSTER

SECUENCIAMIENTO ÓPTIMO DEL PROCESO DE CRISTALIZACIÓN DE UNA AZUCARERA

AUTOR:

JOSE ADILIO AGUIRRE JARQUIN

DEPARTAMENTO:

INGENIERÍA DE SISTEMAS Y AUTOMÁTICA

TUTORES:

DR. CESAR DE PRADA MORAGA
DRA. GLORIA GUTIÉRREZ RODRIGUEZ

08 DE JULIO DEL 2015

I. AGRADECIMIENTOS

A Dios: Rey de reyes y Señor de señores, por haberme dado la vida, la salud, sabiduría, la paz en momentos de extrema tribulación y el conocimiento, haciendo emerger los dones, como un fogón apagado que sólo esperaba que sea encendida la llama que los consumirá, transformándolo en obras maravillosas en beneficio de la humanidad.

A mis padres y hermanas: Que con mucho esfuerzo y esmero me apoyaron no importando la distancia, motivándome día a día a seguir adelante, aprendiendo de ellos que la vida es un desafío que debemos de enfrentar para poder experimentar los sabores y sin sabores en el arduo camino, diciéndome que es la única herencia que me pueden dejar, que aproveche los años de la juventud para no arrepentirme más tarde, para que los recuerdo en el futuro, tengan gusto de victoria y no de frustración por haber dejado la vida sin aprovecharla.

Al programa de becas Europeas ERASMUS MUNDUS - Eurica (Europa _ América), que gracias a su patrocinio y confianza ha sido posible hacer realidad este maravilloso sueño del conseguir un master europeo.

Al personal docente: Que compartió con cada uno de nosotros en aulas y laboratorios durante todo el periodo de formación científica y técnica para coronar nuestra carrera, transmitiéndonos el don del conocimiento, por desarrollar la noble labor de enseñar, compartiendo el saber para lograr frutos, en especial a mis tutores Dr. Cesar de Prada, Dra. Gloria Gutiérrez y la coordinadora del master Dra. María Jesús de la fuente Aparicio.

A mis compañeros de piso: Miguel Tómalá, Gonzalo Troya, Jorge Maradiaga por ser mi familia, por el disfrute y no disfrute de cada momento en este país extranjero.

A todos mis amigos, familiares y hermanos en la fe: Que en todo momento me brindaron su apoyo incondicional, sus consejos y sus palabras de aliento.

II. RESUMEN

En los últimos 20 años ha habido un avance significativo en el área de la planificación de la producción a corto plazo de procesos por lotes, que en conjunto con la secuenciación de tareas han sido herramientas útiles en la toma de decisiones para maximizar un beneficio o minimizar costos.

En este proyecto se desarrolla el modelo matemático para el secuenciamiento óptimo de las tachas de primera, segunda, de tercera del cuarto de cristalización de una industria azucarera, sujeto a una serie de restricciones como; capacidad de los equipos, almacenamientos, tiempo de proceso, también se introduce los valores de Brix, de pureza, se busca maximizar una función de costo que relaciona la máxima cantidad de licor a procesar para obtener la máxima cantidad de azúcar y garantizar el aprovechamiento óptimo de los equipos dentro de los intervalos de tiempo, se usa con el software GAMS el método de optimización la programación mixta entera no lineal (MINLP).

Para la comprensión de los conceptos y términos usados se introduce someramente la teoría relacionados a planificación de la producción, plantas multiproductos, secuenciamiento de procesos Batch (lotes), optimización, lenguaje GAMS, balances de materia, descripción del proceso de fabricación de azúcar, y secuenciamiento o receta de una tacha del cuarto de cristalización.

El fin del presente trabajo de master es; a través de la optimización lograr identificar cual debe ser el secuenciamiento óptimo de las tachas del cuarto de azúcar para obtener el máximo beneficio económico y ser punto de partida para futuras líneas de investigación.

III. INDICE

CAPITULO 1	7
1.1 INTRODUCCION.....	7
1.2 DESCRIPCION DEL PROBLEMA	8
1.3 ESTADO DEL ARTE.....	10
1.4 OBJETIVOS	13
1.4.1 Objetivos Específicos.	13
1.4.2 Objetivos Generales.	13
1.5 ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA	14
1.5.1 Capítulo I : Introducción.....	14
1.5.2 Capitulo II: Marco teórico.....	14
1.5.3 Capitulo III: Planteamiento y formulación matemática del problema. ...	14
1.5.4 Capitulo IV: Resultados óptimos del secuenciamiento con GAMS	14
1.5.5 Capítulo V: Conclusiones y líneas futuras de investigación	14
CAPITULO 2	15
2.1 PLANIFICACION DE LA PRODUCCION Y SECUENCIAMIENTO POR LOTE. 15	
2.1.1 Elementos del problema de secuenciación de tareas.....	16
2.2 PROCESO DISCONTINUO DE INSTALACIONES MULTIPRODUCTOS.....	17
2.3 HISTORIA DE LA INDUSTRIA AZUCARERA	18
2.4 COMPOSICION DE LA REMOLACHA.....	20
2.5 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE EXTRACCION DE AZÚCAR.	21
2.5.1 En el cuarto de remolacha, sus etapas son:.....	21
2.5.2 El cuarto de azúcar.	25
2.5.3 Cristalizador o tacha discontinua	28
2.5.4 Descripción de una unidad de cristalización (tacha)	28
2.5.5 Secuencia del proceso de una tacha discontinua.....	30
CAPITULO 3	32
3.1 NOMENCLATURA.....	32
3.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.	38
3.3 BALANCES DE MATERIA.....	40

3.4	DEFINICION DE LA FUNCION OBJETIVO	40
3.5	FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE PRIMERA.....	41
3.6	FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE SEGUNDA	56
3.7	FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE TERCERA.....	61
3.8	OPTIMIZACIÓN.....	66
3.8.1	Métodos de optimización.....	70
3.8.2	Programación no lineal mixta entera	73
CAPÍTULO 4	76
4.1	DESCRIPCION DEL SOFTWARE GAMS	76
4.1.1	Bloques obligatorio de GAMS.	77
4.1.2	Bloques optativos de GAMS.	78
4.1.3	Compilación del algoritmo en GAMS.....	80
4.2	RESULTADOS	82
4.2.1	Algoritmo de GAMS	82
4.2.2	Función de Coste.	84
4.2.3	Valores de las variables.	84
4.2.4	Secuencia óptima de las tachas y volumen en los equipos.....	86
4.2.4.1	Tachas de primera.....	86
4.2.4.2	Tachas de segunda.....	90
4.2.4.3	Tachas de tercera.....	92
CAPITULO 5	96
5.1	CONCLUSIONES.....	96
5.2	LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN.....	96
5.3	REFERENCIAS.....	97

IV. INDICE DE FIGURAS

<i>Ilustración 1: Descripción del cuarto de cristalización</i>	8
<i>Ilustración 2 : Composición de la remolacha</i>	20
<i>Ilustración 3 : Composición de la pulpa</i>	23
<i>Ilustración 4 : Cuarto de remolacha</i>	24
<i>Ilustración 5: Cuarto de Azúcar</i>	27
<i>Ilustración 6 : Tacha o cristizador de azúcar</i>	29
<i>Ilustración 7: Secuenciamiento en Gantt para las tachas de primera</i>	31
<i>Ilustración 8 : Tachas de primera</i>	37
<i>Ilustración 9: Caso de estudio del cuarto de cristalización</i>	39
<i>Ilustración 10 : Variables de la refundidora</i>	45
<i>Ilustración 11: El azúcar que entra a la tacha, es el azúcar que sale en la masa cocida</i>	47
<i>Ilustración 12: Variables de las tachas.</i>	47
<i>Ilustración 13: Flujo de vapor que llega a la tacha durante la cocción</i>	48
<i>Ilustración 14: Vapor total usado en cada periodo</i>	49
<i>Ilustración 15: Balance de materia en las tachas</i>	49
<i>Ilustración 16: Volumen de la masa cocida en la tacha</i>	50
<i>Ilustración 17: Comprobación de los balances de masas</i>	51
<i>Ilustración 18: Balances de materia a la descarga de la tacha</i>	52
<i>Ilustración 19: Variables en el malaxador</i>	53
<i>Ilustración 20: Variables de la centrifuga</i>	54
<i>Ilustración 21: Variables del depósito intermedio de segunda</i>	57
<i>Ilustración 22: Variables de las tachas de segunda</i>	58
<i>Ilustración 23: Variables del malaxador de segunda</i>	59
<i>Ilustración 24: Variables de la centrifuga de segunda</i>	60
<i>Ilustración 25: Variables del depósito de tercera</i>	62
<i>Ilustración 26: Variables de las tachas de tercera</i>	63
<i>Ilustración 27: Variables del malaxador de tercera</i>	64
<i>Ilustración 28: Variables de la centrifuga de tercera</i>	65
<i>Ilustración 29: Tipos de soluciones de una función</i>	67
<i>Ilustración 30: Máximos y mínimos de una función</i>	68
<i>Ilustración 31: Óptimos locales y globales</i>	69
<i>Ilustración 32: Tipos de problemas</i>	70
<i>Ilustración 33: Bloque de variables en GAMS</i>	77
<i>Ilustración 34: Bloque de ecuaciones en GAMS</i>	77
<i>Ilustración 35 : Bloque del modelado en GAMS</i>	78
<i>Ilustración 36: Bloque de solución en GAMS</i>	78
<i>Ilustración 37: Bloque de conjuntos en GAMS</i>	78
<i>Ilustración 38: Bloque de datos en GAMS</i>	79
<i>Ilustración 39: Bloque de visualización en GAMS</i>	79
<i>Ilustración 40: líneas de comentarios.</i>	79
<i>Ilustración 41: Listado de columnas o variables en GAMS en el fichero LST</i>	80
<i>Ilustración 42: Estadísticas del modelo en el fichero LST</i>	80
<i>Ilustración 43: Resumen de solución en el fichero LST de GAMS</i>	81
<i>Ilustración 44: Informe del resumen de la optimización en el fichero LST de GAMS</i>	81

<i>Ilustración 45: Resumen del origen y final del fichero LST e GAMS</i>	<i>81</i>
<i>Ilustración 46: Respuesta de la compilación del algoritmo en GAMS</i>	<i>82</i>
<i>Ilustración 47 : Magnitud del problema MINLP resuelto en GAMS</i>	<i>83</i>
<i>Ilustración 48: Valor de la función Objetivo.....</i>	<i>83</i>
<i>Ilustración 49: Valores de las variables que determina el valor de la función objetivo.....</i>	<i>84</i>
<i>Ilustración 50: Secuenciamiento óptimo para las tachas de primera.....</i>	<i>87</i>
<i>Ilustración 51: Volumen en la refundidora, malaxador y secuencia de las tachas de primera.....</i>	<i>88</i>
<i>Ilustración 52: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de primera</i>	<i>88</i>
<i>Ilustración 53: Flujos máxicos en la tachas durante el secuenciamiento</i>	<i>89</i>
<i>Ilustración 54 : Secuenciamiento óptimo de las tachas de segunda</i>	<i>90</i>
<i>Ilustración 55: Volumen en el depósito, malaxador y secuencia de las tachas de segunda</i>	<i>90</i>
<i>Ilustración 56: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de segunda</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 57 : Flujos máxicos en la tachas de segunda durante el secuenciamiento</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 58: Secuenciamiento óptimo de las tachas de tercera</i>	<i>92</i>
<i>Ilustración 59: Volumen en el depósito, malaxador y secuencia de las tachas de tercera</i>	<i>92</i>
<i>Ilustración 60: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de tercera</i>	<i>93</i>
<i>Ilustración 61: Flujos máxicos en la tachas de segunda durante el secuenciamiento</i>	<i>93</i>
<i>Ilustración 62: Vapor en las tachas de primera</i>	<i>94</i>
<i>Ilustración 63: Vapor en las tachas de segunda.....</i>	<i>94</i>
<i>Ilustración 64: Vapor en las tachas de tercera</i>	<i>95</i>
<i>Ilustración 65 : Secuenciamiento óptimo de las tachas del cuarto de cristalización de una azucarera</i>	<i>95</i>

V. INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1: Nombre de las variables usadas en el modelo matemático.....</i>	<i>37</i>
<i>Tabla 2: Tipos de problemas de optimización</i>	<i>71</i>
<i>Tabla 3: Bloques obligatorio de GAMS.....</i>	<i>77</i>
<i>Tabla 4: Bloques optativos de GAMS</i>	<i>78</i>
<i>Tabla 5: Valores de las variables positivas obtenidos durante la optimización</i>	<i>86</i>

CAPITULO 1

1.1 INTRODUCCION

Los procesos discontinuos batch o semibatch, según la definición del estándar ISA-S88 (1995), son aquellos procesos que conducen a la producción de cantidades finitas de producto a partir de una cantidad de materiales de entrada. Estos materiales de entrada pasan por un conjunto de actividades de procesamiento en un período de tiempo finito utilizando para ello una o más parte del equipamiento. La diferencia entre proceso batch o semibatch está en función de si se mantiene a lo largo del lote, la entrada de producto. En el caso semibatch hay alimentación de entrada durante el lote y en el batch, no, [1].

Años atrás la fabricación continua resultaba prometedora, en la actualidad la fabricación por lotes está tomando mayor importancia, debido a la aparición de productos con alto valor añadido que se fabrican en cantidades pequeñas, mayor incertidumbre de los mercados a la demanda de los productos tradicionales, y a la necesidad de constar con sistemas de producción flexibles, plantas capaces de producir diversos productos, con especificaciones diferentes para clientes diferentes.

El proceso de cristalización de las tachas en un cuarto de azúcar es discontinuo, semibatch (Por lotes), de un solo producto (mono producto), aunque se obtienen diferentes productos en diferentes etapas, el fin de la azucarera es producir azúcar de primera o azúcar comercial con buena calidad, cristales de tamaño uniforme con alto valor económico. Para lograr este fin es necesario programar las diferentes secuencias de las tachas en cada una de las etapas para procesar la mayor cantidad de licor estándar que es la materia prima, sujeto a los recursos disponibles en la planta.

En este trabajo se formula y resuelve el problema de secuenciamiento óptimo del cuarto de cristalización de una azucarera concretamente de las tachas, malaxadores, centrifugas, refundidora y depósitos intermedios, utilizando métodos de programación matemática para resolver el modelo que describe el problema. En el primer apartado se introduce el caso de estudio, en el segundo se define la planificación de la producción y el secuenciamiento por lotes, el proceso del azúcar se detalla en el tercero, en el cuarto se describe el modelo matemático de la azucarera y se resuelve, se explican los resultados en el quinto, y en el último se dan las conclusiones y líneas futuras de investigación.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Una azucarera típica consta de 2 etapas principales: “El cuarto de remolacha” que se encarga de extraer de la remolacha un jugo azucarado denominado jarabe y el “Cuarto de azúcar o de cristalización”. En el cuarto de cristalización se debe de identificar el secuenciamiento óptimo de los equipos, y está compuesta por 3 tachas de primera, 2 tachas de segunda y 2 tachas de tercera con depósitos, refundidoras malaxadores y centrifugas intermedias distribuidas en todo el proceso donde los balances de materia son indispensables.

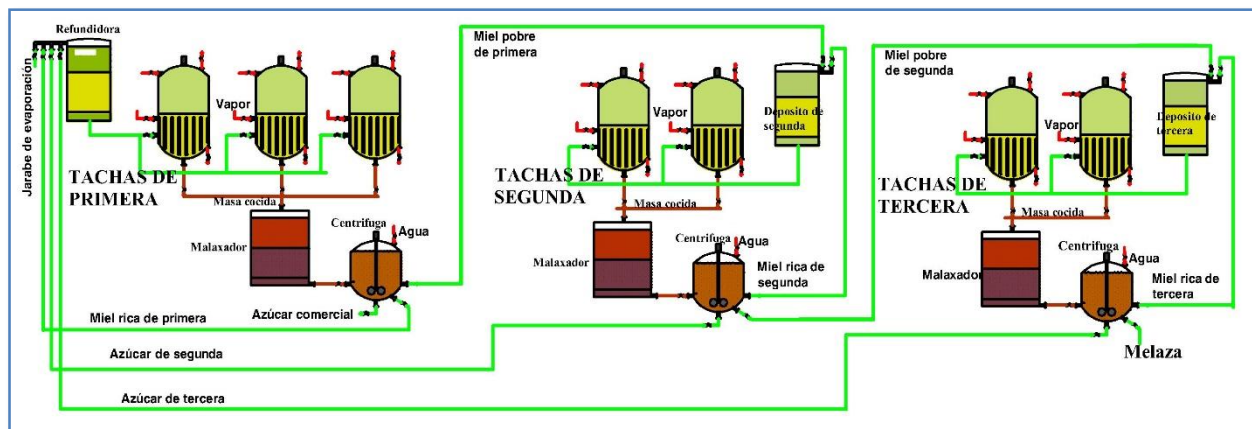


Ilustración 1: Descripción del cuarto de cristalización

Operar el conjunto de equipos del cuarto de cristalización para alcanzar la máxima producción de azúcar y por ende el máximo beneficio económico es muy complejo, ya que se presentan dos problemas principales como: La asignación y secuencia óptimo de las tachas semibatch de primera, segunda y tercera, Así como el cumplimiento de los balances de materia en todos los equipos. Para resolver el problema de este tipo se debe de formular matemáticamente el modelo que describa el proceso de la etapa de cristalización, con una serie de restricciones como son: capacidad de los depósitos, la refundidoras, tachas, malaxadores y centrifugas, tiempos de carga, cocción y descarga de las tachas. También se debe de definir el conjunto de ecuaciones para garantizar los balances de materia en cada período de tiempo, para determinar los grados Brix ($^{\circ}$ Brix) y purzas en las soluciones, se debe de formular la función de coste que maximice el beneficio económico y por último definir las variables positivas, continuas, discretas, reales, binarias para describir el modelo. Este modelo matemático se deberá formular y optimizar en GAMS usando programación no lineal mixta entera.

Para analizar la dificultad del problema se describe a continuación los aspectos que se deben de cumplir para una secuencia óptima en las tachas de primera.

Para secuenciar las 3 tachas de primera se debe considerar que: La refundidora tiene una capacidad de 2200 kg, tiene límite inferior de 220 Kg y superior de 1980 Kg para que no quede vacío, y tampoco para que se rebalse, por lo que se debe arrancar cada tacha en momentos específicos para garantizar que la refundidora se mantenga en los parámetros establecidos. Otro problema sería el descargue ya que tenemos malaxadores con una capacidad de 2000 kg, límite inferior 200 kg, límite superior 1980, si este descarga 100 kg constante a la centrifuga continua, se debe descargar cada tacha de tal manera que evite que se vacíe o que se rebalse, otro detalle dentro de la secuenciación son los valores de Brix y pureza ya que en base a ellos se consumirá más o menos vapor dentro de las tachas y habrán flujos con mayor o menor sacarosa dentro del proceso que impactaran de forma positiva o negativa a la producción de azúcar, lo que si es necesario garantizar es que el subproducto final la llamada melaza debe de contener una pureza de 58 – 60 % y 80 – 82 grados Brix para garantizar que no hay demasiada perdida de sacarosa. Este problema de secuenciamiento explicado para las tachas de primera es paralelo a las tachas de segunda y tercera donde las capacidades y tiempos de producción de los equipos varían.

El problema de secuenciamiento óptimo radica en decidir cuál es el orden apropiado de arranque de cada una de las unidades, en que tiempo inicio la primera tacha y después de cuánto tiempo debo iniciar la segunda, luego la tercera y así sucesivamente, considerar el tiempo de carga, cocción, descarga, disponibilidad de jarabe en la refundidora y capacidad de los malaxadores, Para ello se debe formular un modelo matemático de asignación y secuenciamiento, que describa el proceso y usando optimización garantice maximizar la producción de azúcar, procesar más jarabe en 750 minutos (50 periodos), considerando que los equipos tienen límites de capacidad y que existen costos de operación donde el beneficio estará determinado por lo que se produzca en azúcar de primera, segunda, tercera y melaza menos los costos de operación de la centrifuga y costos de vapor en la tachas.

Es un problema donde las variables continuas, discretas, binarias, se hacen necesarias, y las no linealidades en las ecuaciones hacen que sea un problema de programación no lineal mixta entera (MINLP) bastante complejo de resolverse.

1.3 ESTADO DEL ARTE

Ha habido un progreso significativo en el área de planificación a corto plazo de los procesos por lotes en las plantas discontinuas, incluyendo la solución de problemas de tamaño industrial, en los últimos 20 años, [2]. Desde un punto académico, resulta sorprendente constatar que a pesar de la importancia obvia a corto y largo plazo del proceso discontinuo este modo de operación ha recibido solo una atención modesta en la bibliografía dedicada a la ingeniería de procesos asistida por ordenador. Hasta hace poco que ha surgidos estudios dedicados al problema de planificación de plantas hacia finales de los noventa, pero es a principios de este siglo cuando aparecen soluciones de soporte a la decisión capaces de abordar problemas complejos reales.

Para los años ochenta Reklaitis en Purdue University, Indiana, EEUU, Rippin de ETH Zúrich, Suiza, y Puigjaneer en la UPC, España, centraron su atención a la optimización de plantas discontinuas. Sparrow y Rippin desarrollaron en 1974 la primera heurística sistemática para la simulación y diseño de plantas multiproductos considerando cuatro niveles; selección de líneas de producción alternativas, Balances de materia y energía, dimensionado del equipo, análisis de inversión de capital y coste de equipo. Un avance cualitativo importante se encuentra en el trabajo de Yeh y Reklaitis (1985) que determina; El número de etapas y asignación de tareas a cada una de ellas, localización de almacenaje intermedio, equipos en paralelo en cada etapa, tamaño y capacidades de los equipos y tanque de almacenaje que minimizan una función de coste.

La simulación y la optimización de plantas multipropósito tiene lugar el mismo año en el trabajo de Lazaro y Puigjaneer (1985). A partir de esta época, el diseño y la operación de plantas discontinuas aparecen vinculadas y para garantizar la robustez y la flexibilidad en la plantas se procede a la incorporación de la planificación en la etapa de diseño, [3].

Históricamente, los trabajos de optimización y secuenciación para planificación a corto plazo de los procesos por lotes y la simulación de planta flexibles se agrupan a partir de los años 90 en las siguientes formulaciones:

- A base de STN (State Task Network) formulación discreta: La contribución más relevante es la propuesta por Kondili, Pantelides, y Sargent (1993) y Shah, Pantelides, y Sargent (1993) (véase también Rodrigues, Latre, y Rodrigues, 2000). Donde los modelos de las operaciones individuales discontinuas (tareas) y los productos intermedios finales y materias primas (estados) se representan explícitamente en una red [2], este problema se resuelve mediante programación matemática MILP, [3].

- Formulación continua basada en STN: Algunos de los trabajos que entran en esta categoría está representada por los enfoques propuestos por Giannelos y Georgiadis (2002), Lee, Park y Lee (2001), Maravelias y Grossmann (2003), Mockus y Reklaitis (1999a, b), Schilling y Pantelides (1996), Zhang y Sargent (1996). La formulación por Maravelias y Grossmann (2003), es capaz de manejar la mayoría de los aspectos que se encuentran en procesos por lotes estándar, este enfoque se basa en la definición de una cuadrícula de tiempo común que es variable y válida para todos los recursos compartidos.
- RTN (Resource Task Network) basado formulación continúa. La más reciente formulación ha sido propuesta por Pantelides (1994). El trabajo desarrollado por Castro, Barbosa-P'ovoa y Matos (2001), que luego fue mejorado en Castro, Barbosa-Póvoa, Matos y Novais (2004) Los principales supuestos de este enfoque son: Las unidades de procesamiento son considerados individualmente, es decir, se define un recurso para cada unidad disponible, y una sola tarea puede ser realizada en algún equipo (recurso unitarios). Estos supuestos aumentan el número de tareas y recursos para ser definidos, pero al mismo tiempo permiten reducir la complejidad del modelo.
- Unidad-Tiempo específico del evento: Con el fin de obtener una mayor flexibilidad en las decisiones de sincronización sin aumentar el número de puntos de tiempo a definir, un concepto original de los puntos de evento fue presentado por Ierapetritou y Floudas (1998), que relaja la representación global de tiempo al permitir que diferentes tareas que comienzan en diferentes momentos en diferentes unidades para el mismo punto de evento. Posteriormente, la idea original fue implementada en el trabajo presentado por Lin, Floudas, Modi, y Juhasz (2002) y Vin y Ierapetritou (2000) y ampliada recientemente por Janak, Lin y Floudas (2004).
- Los intervalos de tiempo: Una de las primeras contribuciones se centraron en procesos por lotes se basa en el concepto de ranuras de tiempo (time slots), lo que significa un conjunto de intervalos de tiempo predefinidos con duraciones desconocidos (Pinto y Grossmann, 1995). Un conjunto de intervalos de tiempo se postula para cada unidad de procesamiento con el fin de destinarlos a los lotes para ser procesados. Trabajos pertinentes en esta área está representada por las formulaciones desarrolladas por Chen, Liu Feng, y Shao (2002), Lim y Karimi (2003), Pinto y Grossmann (1995, 1996). Más recientemente, se ha desarrollado una nueva formulación a base de STN que se basa en la definición de intervalos de tiempo sincrónicas y una idea novedosa de varios Balances para tratar también con los procesos por lotes de

red (Sundaramoorthy y Karimi, 2005). Con el fin de describir las principales limitaciones modelo y variables, consideremos el modelo basado en la ranura original propuesto en Pinto y Grossmann (1995), suponiendo un problema de programación secuencial de múltiples etapas con varios equipos trabajando en paralelo en cada etapa.

- Precedencia inmediata-unidad específica: El concepto de precedencia de lote puede ser aplicado en general al lote inmediato o al predecesor. Para este caso particular, la variable binaria $W(i,t)$ se hace igual a 1 siempre que el lote está en carga y 0, si en la secuencia de procesamiento la unidad no está en carga. Cabe señalar que las decisiones de asignación y secuenciación son modelados a través de esta variable. Estas formulaciones ha sido desarrolladas por Cerda, Henning, y Grossmann (1997).
- Prioridad inmediata: Las decisiones de asignación y secuenciación se dividen en dos conjuntos diferentes de variables binarias. Esto se ilustra en el trabajo de Méndez, Henning y Cerda (2000), donde se supone que una planta de dosificación de una sola etapa con varios equipos en paralelo. Una labor pertinente a este sentido se puede encontrar también en Gupta y Karimi (2003), [2].

Todas estas formulaciones y aportes han sido aplicados a trabajos de programación y secuenciamiento de lotes como; La industria de polímeros estudiado por Schulz, Engell, y Rudolf (1998) y Wang, Löh, Stobbe y Engell (2000). La programación de la producción de una planta de colada continua de fundición de acero estudiada por Harjunkoski y Grossman, 2001; Pacciarelli y Pranzo, 2004, [2]. En tesis doctorales como; Técnicas de optimización basadas en lógica para problemas discretos/continuos en ingeniería de procesos dirigida por Grossmann (2000), [4]. En proyectos como: Algoritmo de dispatching para la programación de la producción en una planta de fabricación y en muchos artículos e informes [5]. A pesar de mucha bibliografía revisada es muy escaso encontrar trabajos específicos enfocados al secuenciamiento óptimo de tachas del cuarto de azúcar por lo que este informe sería uno de los pocos que aborda este tema de gran importancia en la planificación de la producción.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivos Específicos.

- Identificar la asignación y secuenciamiento óptimo de las tachas de del cuarto de cristalización de una azucarera para obtener el máximo beneficio haciendo uso de GAMS.

1.4.2 Objetivos Generales.

- Formular el modelo matemático para la asignación y secuenciamiento de las tachas que describa el proceso del cuarto de cristalización.
- Desarrollar en GAMS el algoritmo matemático para identificar el secuenciamiento óptimo de las tachas.
- Optimizar la función de coste para obtener el máximo beneficio haciendo uso de la programación no lineal mixta entera (MINLP).
- Estudiar diversos casos de asignación y secuenciamiento de las tachas desde el más sencillo al más complejo.
- Representar gráficamente los resultados obtenidos del secuenciamiento óptimo, como son; capacidades en los depósitos intermedios, carga, cocción y descarga de las tachas, capacidades de malaxadores y centrifugas, así como el análisis de los valores de Brix, pureza y vapor.
- Describir los fundamentos teóricos y técnicos que sirven de base para la comprensión del proyecto.
- Escribir un informe que sirva de punto de partida para futuras investigaciones o mejora del mismo.

1.5 ORGANIZACIÓN DE LA MEMORIA

1.5.1 Capítulo I: Introducción

En este capítulo aborda la temática del proyecto, descripción del problema, investigación y aportes relacionados al tema, los objetivos generales y específicos.

1.5.2 Capítulo II: Marco teórico

Se detallan y explican los conceptos y fundamentos teóricos necesarios para la comprensión del informe como; planificación de la producción, plantas multiproductos y discontinuas, Secuenciamiento por lote, historia de la industria azucarera, su proceso y receta o secuenciamiento de una tacha discontinua.

1.5.3 Capítulo III: Planteamiento y formulación matemática del problema.

Este capítulo se define los parámetros, ecuaciones, balances de materia, restricciones, conceptos de optimización, para el planteamiento y la formulación matemática de un problema de programación no lineal mixta entera con el fin identificar la asignación y secuenciamiento óptimo de las tachas de azúcar.

1.5.4 Capítulo IV: Resultados óptimos del secuenciamiento con GAMS

Se exponen aspectos generales de las características y funcionamiento del software GAMS, así también como los resultados obtenidos de la función de coste, la asignación y secuenciación optima de las tachas.

1.5.5 Capítulo V: Conclusiones y líneas futuras de investigación

Por último se exponen las conclusiones obtenidas y las posibles líneas futuras en este campo de investigación

CAPITULO 2

2.1 PLANIFICACION DE LA PRODUCCION Y SECUENCIAMIENTO POR LOTE

El problema de secuenciación de tareas (traducción anglosajona de *sheduling*, también se utiliza la expresión *programación de operaciones*) puede considerarse como complementario al problema de diseño: los equipos y sus capacidades están fijados y se trata de determinar el orden con que los diversos lotes de los diferentes productos utilizaran los recursos de la planta, así como los intervalos de tiempo en los cuales ocurrirá dicha utilización de manera que se optimice cierta función de rendimiento o coste.

La secuenciación de tareas se requiere siempre que se trate de producir productos múltiples que comparten el tiempo de producción. El problema queda definido por la estructura de la red productiva, los tiempos de proceso que requiere cada producto en cada operación, la presencia o ausencia de almacenaje intermedio, el coste asociado a cambios de productos, tiempos de limpieza y otros costos de penalización, así como también las fechas de entregas asignadas a cada producto.

El problema de secuenciamiento de tareas (lotes) excluye factores importantes de producción como son; suministros de materia prima e inventarios, inventarios de productos intermedios y finales, tiempo de lanzamiento de la producción, ignora limitación en recursos como disponibilidad de mano de obra, niveles de *stock* y pérdidas de producción, así como la previsión en la ejecución de la secuenciación de tareas a fin de obtener un plan de producción óptimo.

Por lo tanto la planificación tomas decisiones sobre:

- ¿Cuáles son los productos a fabricar?
- ¿En qué cantidad deben producirse?
- ¿Cómo deben fabricarse?
- ¿Qué recursos requieres?

Y se trata de un problema de asignación de recursos productivos para satisfacer la demanda en un periodo de tiempo a largo plazo.

En cambio la solución del problema de secuenciamiento responde a corto plazo a:

- ¿Qué unidades se requieren para que productos?
- ¿En qué orden se deben producir los diversos productos?
- ¿Cuándo se debe procesar cada etapa?

En la práctica la secuenciación de tareas se lleva de forma jerarquizada en la que la planificación de la producción y asignación de recursos se lleva a un nivel superior, mientras que en la secuenciación de tareas y programación detallada las operaciones tiene lugar a nivel inferior. Esta descomposición a dos niveles de agrupación del conocimiento puede ocasionar dificultades de coordinación, de forma que las soluciones cuantitativas al problema de planificación de la producción pueden ser variadas dependiendo del número de niveles en que se descompone el problema.

2.1.1 Elementos del problema de secuenciación de tareas

El problema de secuenciación de tareas debe contemplar:

- Recursos compartidos
 - ✓ Tiempo
 - ✓ Equipos
- Tareas
 - ✓ Fabricación de I productos en J equipos.
 - ✓ En cantidades especificadas por la demanda
 - ✓ Para fechas de entrega especificadas
- Criterios de rendimiento:
 - ✓ Función objetivo Z.
- Restricciones:
 - ✓ Tiempo de proceso T_{ij}
 - ✓ Utilidades, mano de obra, etc.
 - ✓ Orden de fabricación de los productos.
 - ✓ Almacenaje intermedio
 - ✓ Capacidad de los equipos.

Es decir, llevar a cabo la asignación de los recursos productivos para satisfacer la demanda del mercado para cada producto en un periodo de tiempo especificado, de tal forma que se optimice un criterio de rendimiento o función de costo bajo ciertas restricciones.

La necesidad de programación de tareas no se desprende directamente del modo de operación del proceso: discontinuo, semicontinuo o continuo, ni es dictada por la naturaleza de los procesadores o de las propiedades de los materiales procesados. La secuenciación se requiere únicamente porque es necesario asignar el tiempo de producción disponible en los equipos entre los diversos productos. La secuenciación es consecuencia de la fabricación de productos múltiples, [3].

2.2 PROCESO DISCONTINUO DE INSTALACIONES MULTIPRODUCTOS.

Las plantas multiproducto de modo de operación discontinuo has sido empleadas por la industria de proceso durante siglos y continuaran siéndolo en el futuro previsible. Su utilización es predominante en la fabricación de productos químicos de alto valor añadido que requieren tecnologías avanzadas, productos cuyos procesos de elaboración suponen complejas recetas que contemplan múltiples pasos de síntesis y separación. Por ejemplo productos bioquímicos derivados, farmacéuticos, de alimentación, polímeros especiales y productos químicos para la industria electrónica. Tales tipos de productos configuran de forma prominente los planes futuros de la industria de proceso químico (CPI) y asumirán un papel creciente en la medida en que los productos de base y la industria petroquímica continúan su desplazamiento hacia regiones productoras de gas y petróleo. De forma incuestionable, este cambio estratégico provocara la necesidad acentuada de un diseño y operación competitiva de plantas de fabricación flexible.

Adicionalmente, los patrones de demanda de productos contemplados se han vuelto impredecibles como resultado de la incertidumbre creciente en los mercados. A menudo la predicción de la demanda tiene tal grado de incertidumbre que la rentabilidad se obtiene únicamente a ciertos niveles de capacidad de producción, que dependen de circunstancias específicas inherentes a la flexibilidad de la planta, el tipo de equipo discontinuo o semidiscontinuo empleado, la secuenciación de las tareas y la optimización global de la planificación de la producción.

Todos estos cambios exigen una mayor flexibilidad a todos los niveles de la producción, es por ello que existe una tendencia a construir plantas con modo de operación discontinuo y capacidades multiproductos y multipropósitos que permiten hacer frente a las características de mercado como: Variabilidad en el suministro de materiales primas, Elaboración de los productos que requieren la utilización de los mismo equipos, Incertidumbre en la demanda del mercado, breve tiempo de almacenaje de algunos equipos.

A pesar de la importancia a corto y largo plazo del proceso discontinuo la bibliografía ha sido modesta, es hasta finales de los años 90 cuando se habla de una explosión de estudios dedicados a problemas de diseño y planificación de plantas de fabricación flexibles, pero es hasta inicios de este siglo cuando aparecen soluciones integradas de soporte a la decisión capaces de abordar la complejidad a problemas reales presentes en la industria.

Dentro del tipo de plantas de modo de operación discontinuo existe una gran variedad en cuanto a su forma de trabajar, como utiliza el equipo disponible y los

factores económicos y en dependencia a estas características el planteamiento del problema y su resolución requieren diferentes procedimientos. Además cuando se contemplan varios productos, la variedad potencial de operación de la planta crece considerablemente según; el número de productos y su interrelación, la demanda de cada producto, el equipo disponible, la tarea asignada a cada equipo, la estructura de la línea de producción.

Por consiguiente las plantas de fabricación discontinua se clasifican en:

- Plantas monoproductos: Plantas de fabricación para un solo producto.
- Plantas multiproductos con o sin interrelación entre productos: las líneas de producción siempre son las mismas para cada producto.
- Plantas de fabricación con demanda determinada.
- Plantas de fabricación discontinua con demanda sujeta a incertidumbre.
- Estructuras de las líneas de producción.
- Plantas flexibles por el tipo y número de equipo disponible (discontinuo semidiscontinuo).
- Plantas flexibles por asignación de tareas a equipos (fija o flexible).
- Plantas multipropósito: las líneas de producción puede ser diversas para un mismo producto.
- Multiplanta: Estructuras de planta multiproducto trabajando en paralelo.

En este contexto existen dos problemas básicos:

- Problema de diseño: determinar el dimensionado considerando que los costes de capital sean mínimo, este problema no se aborda en este trabajo.
- Problema de la planificación de la producción y secuenciación de tareas: Conociendo las especificaciones de la planta y ciertos requisitos de producción hay que determinar cuánto y en qué cantidades se deben fabricar los diversos productos (problema de planificación de la producción), decidir en qué equipos se deben llevar a cabo las diversas tareas del proceso de producción y en qué preciso momento deben comenzar y finalizar las tareas (problema de asignación y secuenciamiento de tareas) [3]. Este último es el caso de estudio que se aborda en este proyecto, la asignación y secuencia de las tachas del cuarto de cristalización de una azucarera.

2.3 HISTORIA DE LA INDUSTRIA AZUCARERA

Históricamente en el mundo occidental y hasta la edad media se utilizaba miel de abeja para endulzar los alimentos (Van der Poel, Schiweck, Schwartz, 1998).

Antiguamente la india ya dominaba el cultivo de la caña de azúcar, esta gramínea se usaba mascándola, pero rápidamente se logró extraer su jugo mediante prensas para posteriormente concentrarlo en un jarabe espeso que lo conservaba más tiempo. Este cultivo para los años 600DC paso a Persia donde se perfecciono el proceso depositando el jarabe en un cono que permitía el drenaje del agua hasta lograr una pasta sólida. Desde Persia se expandió por todo el mundo medio oriental, Siria, Palestino, Egipto hasta extenderse por la cuenca del sur del mar mediterráneo para llegar a marruecos y desde ahí al sur de España. Loas árabes lograron la purificación del jugo usando cal y los primeros en conseguir cristales de azúcar. Gracias a las cruzadas el mundo occidental alcanzo un mejor conocimiento de este endulzante.

En el siglo IV el cultivo de la caña de azúcar se llevó hacia las islas españolas del atlántico y posteriormente colon hacia las islas de cuba y La Española. Con el tiempo la industria del azúcar se desarrolló en México, Venezuela, Brasil, y por todo el continente americano. La cosecha de caña fue asumida por la población indígena y posteriormente por esclavos traídos de áfrica este esfuerzo humano provoco un impulso decisivo en la industria azucarera para esta etapa se introdujeron nuevas mejoras y variedades de caña.

En el siglo XVII hubo un aumento substancial del azúcar en Occidente gracias a los hábitos de consumo del café, él te y el cacao. A principios del siglo XIX, en 1801 se establece en Prusia, la primera fábrica de azúcar que utiliza como materia prima la remolacha, posteriormente Alemania, Rusia y Francia. Gracias a las guerras napoleónicas en 1806 y del corte de flujo de caña, políticas de precios y aduanales permitió al azúcar de remolacha un desarrollo sobre la más económica alternativa de la caña de azúcar, pero para 1814 la competencia con la fabricación colonial americana aumento. Para 1830 Francia toma el mando de la producción azucarera europea ayudada por las políticas tarifarias y los avances tecnológicos, paralelamente en Norteamérica comienzan los primeros desarrollos de la fabricación de azúcar, este siglo es el escenario de la lucha entre la producción de azúcar en base a remolacha y de caña, obteniendo el primer lugar al fin de siglo XIX la remolacha.

En 1812 Edward Charles Howard crea el primer cristalizador al vacío que permitió la cristalización del azúcar a temperaturas entre 55 a 60 °C. En 1850 Forentin Robert invento el primer evaporador de tubo vertical, y en 1866 se creó el primer difusor para la extracción de jugo azucarado de la remolacha por Julius Robert.

La invención de los evaporadores de múltiples efectos, la aplicación de la física, la química sustituyo el empirismo inicial y para 1867 se crea el primer laboratorio dedicado a los estudios azucareros, y en 1897 surge ICUMSA como una

organización internacional dedicada a la comparación y a la estandarización de los métodos de análisis y medición del azúcar.

En la actualidad el mercado azucarero libre es inestable, con notables fluctuaciones de precios y a la fecha no ha sido posible la regulación completa del mercado internacional sobre la base de grandes acuerdos aceptados por todos. El consumo del azúcar ha cambiado de ser directo en los hogares al consumo indirecto a través de dulces, caramelos entre otros. Un estudio científico realizado por la Administración Federal de Alimentos y Medicinas de Estado Unidos en 1986 afirma, que excepto en lo relativo a algún acreditado impacto negativo en la salud dental, el consumo de azúcar no significan ningún riesgo a la salud humana, [6].

2.4 COMPOSICION DE LA REMOLACHA

La raíz de la remolacha tiene una armadura celulósica, elemento principal de las membranas celulares, que constituye del 4.5% al 5% de la remolacha, que se denomina “marco”. El extracto seco de la raíz representa alrededor del 25% del peso de ésta y lo componen el propio marco y otras materias tanto orgánicas como inorgánicas. El agua constituye el otro 75%. Los constituyentes minerales, potasio (K), sodio (Na), magnesio (Mg), etc., se encuentran combinados con aniones minerales, cloruros (Cl), sulfatos (SO₄), etc., y aniones orgánicos. Los constituyentes orgánicos son azúcares, principalmente sacarosa, y otro tipo de sustancias como materias pécticas, ácidos orgánicos, compuestos nitrogenados, etc., que forman la parte llamada “no azúcar”.

La azúcar contenida en la remolacha es la sacarosa, un disacárido constituido por dos moléculas de hexosa (monosacárido) unidas mediante un puente de oxígeno. Su fórmula química responde C₁₂H₂₂O₁₁. La densidad de las soluciones de azúcar se mide en grados Brix (determinada por el aerómetro Brix) y representa el peso en gramos de materia seca contenida en 100 gramos de solución, [7].

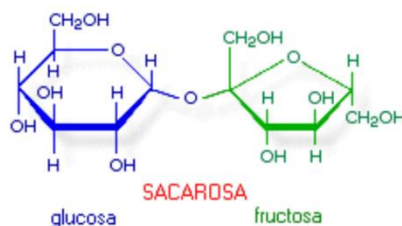


Ilustración 2 : Composición de la remolacha

El procesamiento industrial de las soluciones contaminadas con impurezas conocidas como soluciones técnicas para la obtención de cristales de sacarosa de alto nivel de pureza, del tamaño adecuado y de uniformidad aceptable es el objetivo de las fábricas de azúcar de remolacha.

2.5 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE EXTRACCIÓN DE AZÚCAR.

El objetivo de la industria azucarera es la extracción de la sacarosa o del azúcar de la remolacha. Las factorías no pueden considerarse como los fabricantes del azúcar, ya que la planta es la que la elabora realmente y las factorías se limitan a extraerlo y cristalizarlo para su comercialización.

Una factoría azucarera consta de 2 fases bien definidas, cuarto de remolacha cuarto de azúcar.

2.5.1 En el cuarto de remolacha, sus etapas son:

- **Recepción:** La remolacha llegan descoronadas (cortadas las hojas) en vehículos, es pesada y se toman muestras para determinar el nivel de impurezas y contenido de azúcar.
- **Almacenamiento:** Los vehículos vuelcan la carga a las tolvas de descarga, por cintas transportadoras son llevadas a los silos de almacenamiento donde se le insufla aire ambiente para su conservación.
- **Trasporte:** va desde los silos hasta la fábrica, se realiza por arrastre con agua a lo largo de un canal provisto de equipos de separación de piedras.
- **Lavado:** Se realizan en lavaderos, existen diferentes tecnologías (tamices vibrantes, tambor giratorios) el agua utilizada es tratada y reutilizada. La tara de tierra en las remolachas a la entrada es de 3% y a la salida del 0.5%.
- **Cortado o troceado de la remolacha:** una vez lavadas pasan a la tolva de alimentación de corta raíces con el objeto de trocearlas en tiras denominadas cosetas de sección triangular y de un espeso de 2 a 3 mm.
- **Difusión:** Es la extracción del azúcar de la remolacha, mediante la acción de agua en contracorriente, en difusores continuos en cuyo interior avanza la cosetas en tornillos sin fin inclinados, al extremo opuesto del difusor se descarga las cosetas agotada denominada pulpa esta pasa por una prensa luego al secadero para obtener pulpa seca. La célula de la remolacha está compuesta por una membrana celulósica que rodea el ectoplasma, y este cubre el protoplasma, y que rodea la vacuola que es la que contiene la sacarosa que es una composición de glucosa y fructuosa. La difusión provoca una modificación en las células de la remolacha donde el protoplasma rodeado por el ectoplasma se contrae situándose en el centro,

en tanto que la vacuola se pone en contacto con la pared celular permitiendo así la difusión de la sacarosa a exterior de la célula y alguno componente nitrogenados, salinos, aminoácidos que no son deseables ya que hacen la solución impura. El líquido azucarado procedente de la difusión constituye el llamado jugo con unos 16° Brix y una pureza del 85%.

- Prensado, secado y granulado de la pulpa: EL prensado se hace para recuperar el agua caliente con alto contenido de azúcar que contiene la pulpa que sale del difusor, esta agua retorna al proceso de difusión y la pulpa pasa al proceso de secado provisto de un horno de gas natural o fuel-oíl y un tambor rotativo donde la pulpa se voltea y en contacto con vapor pierde la mayor parte de su humedad (penacho de vapor característico de las azucareras) ya seca la pulpa es llevada a una maquinas especiales para obtener gránulos de pulpa llamados pellets para su posterior venta, [1].
- Depuración de jugo: El jugo bruto procedente de la difusión contiene partículas en suspensión, es ácido lo que puede provocar la descomposición de la sacarosa en su posterior procesamiento (inversión), contiene una gran cantidad de no azúcares disueltos y sustancias coloidales extraídas de la remolacha. El objetivo de la depuración es separar las partículas en suspensión, proporcionar un PH adecuado y eliminar los coloides. Esto se logra fundamentalmente mediante la adición de lechada de cal (se obtiene de piedra caliza que pasa por un horno de cal) y anhídrido carbónico, a esta operación se le da el nombre de encalado o defecación. La depuración se realiza, en varias etapas y en la secuencia siguiente: Precalentado, encalado, primera carbonatación, primera filtración, segunda carbonatación, y segunda filtración, sin embargo la depuración no se completa totalmente únicamente se logra elevar la pureza desde unos 85% a un 91%. A los residuos de la primera filtración se le llaman fangos de carbonatación que son llevados a piscinas para su desecación natural o bien modernamente se están produciendo fangos secos que son evacuado en camiones.
- Obtención de cal y Anhídrido Carbónico: Se obtiene en una planta en la misma azucarera, el proceso consiste en la calcinación de piedra caliza en un horno por combustión de carbón de cok. La piedra caliza y el carbón se dosifican para introducirlas en el horno y se obtiene en la parte superior gas y cal viva en la parte inferior. La cal viva se apaga en un tambor rotativo mediante la adición de jugo y aguas dulces, con lo que se obtiene la lechada de cal y por otra parte el gas pasa por un lavadero que separa las

partículas en suspensión que por medio de bombas es impulsado a la planta.

- Evaporación: El jugo proveniente de la depuración posee una gran cantidad de agua y baja contenido de materia seca (Brix), tiene una densidad aproximada de 15° Brix. Este es el objeto de la evaporación incrementar la materia seca a un 60° o 70° Brix evaporando agua hasta concentrarlo, esto se hace en un sistema multiefecto en varias cajas o evaporadores, donde el vapor del primer efecto es utilizado por el segundo y así sucesivamente, donde 1kg de vapor elimina 4 kg de agua contenida en el jugo, el jugo saliente de la evaporación recibe el nombre de jarabe con un 65° Brix y una pureza del 91 – 93 %. La evaporación es el centro neurálgico de producción y distribución de vapor [7], [8].

2.5.1.1 Subproductos

- La pulpa - Prensado y secado: Se debe de reducir el contenido de agua en la pulpa hasta que alcance uno del 90% de materia seca. Esto se logra por los procesos de prensado y secado. La presión es un proceso mecánico menos costoso que el secado, pero solo reduce el contenido de agua hasta un 22% de materia seca. Por ello, después del, la pulpa pasa a secaderos rotativos con aire caliente, que permiten alcanzar el 90% de materia seca. La pulpa, al salir de la difusión, tiene un contenido medio en materia seca del 6%. La reducción del contenido en agua hasta un 22% de materia seca por presión y posterior reducción hasta un 90% de materia seca por secado dará lugar al siguiente balance para 100 kilos de pulpa inicial:

	Agua eliminada	Pulpa obtenida
Presión (paso del 6 al 22 por 100 de materia seca)	72,7 kg	27,3 kg
Secado (paso del 22 al 90 por 100 de materia seca)	20,7 kg	6,6 kg

Ilustración 3 : Composición de la pulpa

En España la pulpa se seca y modernamente se peletiza para su comercialización en el sector ganadero, al igual que en algunos países del norte de Europa (Dinamarca, Holanda, etc), [7].

Esquema general del proceso en el cuarto de remolacha

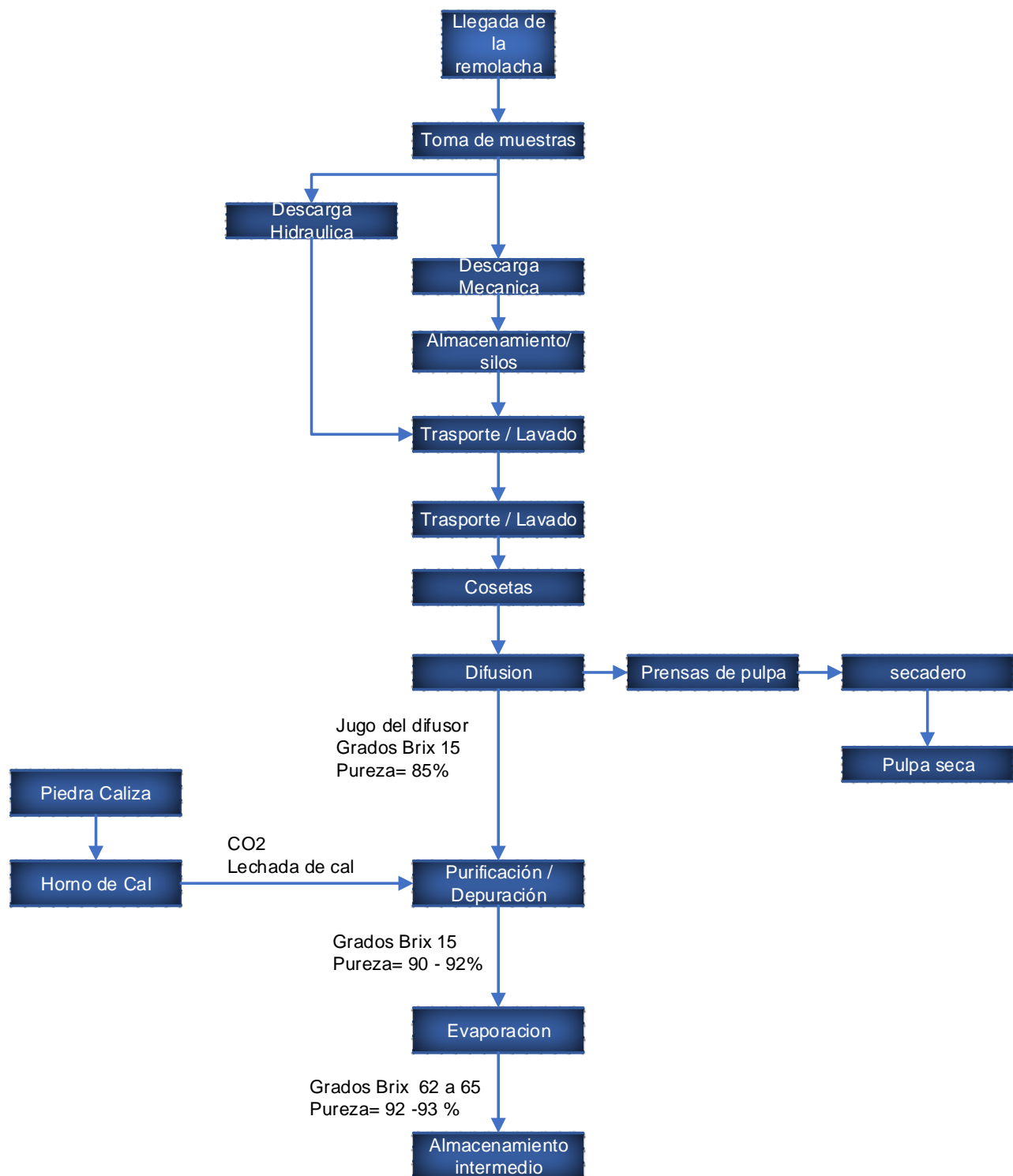


Ilustración 4 : Cuarto de remolacha

2.5.2 El cuarto de azúcar.

La cristalización se lleva a cabo en el cuarto de azúcar y se compone de; refundidoras, tachas de 1ra, 2da, 3era, (denominadas A, B, C), los malaxadores, las centrifugas, la refundidora, los depósitos y las conducciones necesarias, [9].

- 1ra Cristalización (Tachas 1ra): Tiene el objetivo de cristalizar la sacarosa disuelta en el jarabe con una pureza de 92 -93 %, °Brix 65 - 70 y de esta manera obtener azúcar sólido cristalizado es un proceso complejo con sucesivas cristalizaciones y refundiciones para obtener un producto de alta calidad, a la vez que se reutilizan al máximo las soluciones de sacarosa (mieles). La cristalización se realiza en unos evaporadores denominados tachas mediante el proceso de cocción donde este se concentra hasta conseguir una solución saturada controlada, en este punto se siembran unos cristales de azúcar de aproximadamente 5 micras y que deberá crecer hasta 500 micras. La viscosidad del jarabe aumenta rápidamente al aumentar los grados Brix, por lo tanto el jarabe pierde fluidez en estas condiciones y a la masa pasa a llamarse masa cocida y la solución miel madre, para que la temperatura de ebullición no sean altas este proceso se hace al vacío con una presión de 0.18 bar absoluto y donde el jarabe alcanza los 91 a 93 ° Brix y una pureza del 92%, los cristales empiezan a aparecer al llegar a los 77 u 80 ° Brix, [6],[7],[8].
- Malaxadores: La masa cocida se descarga en los malaxadores y la cristalización continua por enfriamiento pasa de 70 y 75 °C a 41 a 43 °C. Los malaxadores por medio de unos agitadores mantiene la homogeneidad de la masa cocida (Slurry), estos son depósitos "Buffer" que almacenan provisionalmente.
- Centrifugación del 1er producto: Las centrifugas continuas son muchos más simples estructuralmente y el procedimiento para su operación es más sencillo al no requerir por ejemplo de una secuenciación como el caso batch, la productividad tiende a ser mayor ya que no existen tiempos muertos y dado que solo tienen un punto de operación hace que este tipo de turbinas manejen mayores masas de mayor viscosidad. Presentan las desventajas asociadas a las unidades que funcionan en régimen estacionario, y requieren una porción mayor de agua o vapor para alcanzar la pureza en los granos que se logra en el caso batch, [6].
La centrifuga separa los cristales de la solución (miel madre que los envuelve), por fuerzas de centrifugado esta operación se realiza en 2

etapas: En la primera queda retenida la sacarosa (cristales) en la tela metálica de la centrifuga y se obtiene miel pobre que es el líquido que sale de la centrifuga por las fuerzas centrípetas con una pureza de 86% y ° Brix 75, en la segunda los cristales son sometido a un proceso de lavado de los cristales con agua caliente y vapor a presión este líquido del beneficiado se le denomina miel rica que retorna a la 1era cristalización, con pureza 90 % y ° Brix 67, el azúcar comercial tiene pureza 99.99% y ° Brix 1.00% .

- Secado y acondicionamiento del azúcar: El azúcar que se obtiene de la primera cristalización se le denomina azúcar blanquilla, este se somete a un proceso de secado, enfriamiento y posterior cribado para su acondicionamiento antes de almacenarlo en el silo de azúcar para su posterior empaquetado y comercialización.
- 2da cristalización (Tachas 2da): Se alimentan con la mezcla de miel pobre de primera y miel rica de segunda su pureza es de 85- 86% y ° Brix 65 -70 y se someten a un proceso análogo al de 1era en las llamadas tachas de segunda por medio de un proceso continuo o discontinuo. El producto obtenido en estas tachas se conoce como masa cocida de 2da con una pureza de 84 %, ° Brix 91-93 y se descarga a los malaxadores de 2da.
- Centrifugación del 2do producto. Por el proceso de centrifugado se obtiene el azúcar de 2da con pureza de 98.8% y ° Brix 98.8 que se disuelve en el depósito junto con el jarabe de evaporación obteniéndose el producto que hemos mencionado como jarabe estándar, la miel rica de segunda que retorna a la 2da cristalización con pureza de 84 -86 %, ° Brix 65 – 70 y la miel pobre de 2da que se envía directamente a la 3er cristalización con pureza de 83-86% y ° Brix 62 – 65.
- 3era cristalización (Tachas de 3era). Se alimentan con miel pobre de segunda y la miel rica de tercera esta combinación tiene una pureza de 84 % y ° Brix 65 - 70. En estas tachas se obtiene la masa cocida de tercera, con una pureza del 76 % y ° Brix 91 cuya cristalización prosigue en los malaxadores horizontales y verticales para conseguir mediante enfriamiento un mejor agotamiento de la masa.
- Centrifugado del 3er producto: El centrifugado de la masa cocida de 3era da lugar a azúcar de 3era con pureza de 94.1 % y ° Brix 97.83, miel rica de 3ra con pureza de 0.84% y ° Brix 0.67 que retorna a la 3er cristalización y a una solución no cristalizable conocida como melaza.

Esquema general del cuarto de azúcar.

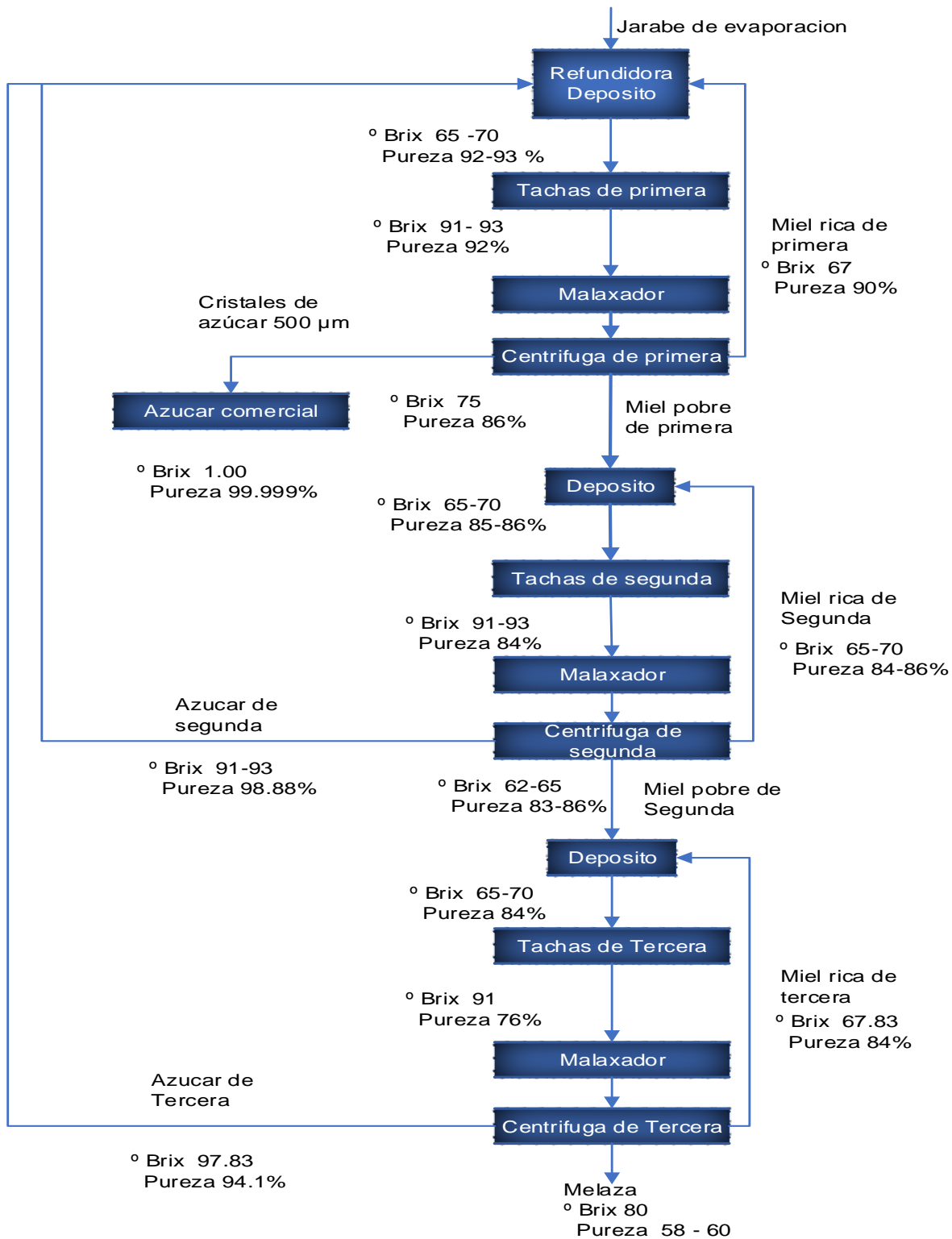


Ilustración 5: Cuarto de Azúcar

2.5.2.1 Subproductos.

- La melaza: La melaza es la miel saliente de la centrifugación de los productos más pobres. La melaza es, consecuencia, el subproducto final que lleva consigo, entre otros componentes, la sacarosa que no ha sido posible cristalizar. La melaza tiene, aproximadamente, 80° Brix y pureza del 58 al 60 %. Se utiliza para producción de alcohol etílico, levadura, ácido cítrico u otros usos industriales [7], [8].

2.5.3 Cristalizador o tacha discontinua

El azúcar comercial se produce fundamentalmente en cristalizadores de funcionamiento discontinuo o por lotes. Las garantías para el logro de la calidad del producto final, mayor control del proceso de cristalización hace que sea preferible su utilización aun en presencia de las importantes desventajas de este régimen de funcionamiento.

La operación de las tachas discontinuas resulta más compleja, a diferencia de las unidades continuas en la que se puede establecer un punto de operación más o menos fijo. En las tachas Batch se producen variaciones importantes en el transcurso del procesamiento del lote por ejemplo, en cuanto a la masa total del azúcar, el tamaño promedio de los granos y el área disponible para la cristalización, en lo que respecta a la sobresaturación necesaria o la que es posible lograr en cada momento, cambios en la pureza y la concentración, etc.

Esto hace que la conducción de la tacha discontinua por parte de los operarios de la sala de control una tarea compleja, que aunque resulta asistida por procedimientos semiautomáticos, exige del personal técnico una continua vigilancia para intervenir modificando los parámetros necesarios en el programa que guía el funcionamiento etapa por etapa de la tacha.

2.5.4 Descripción de una unidad de cristalización (tacha)

La tacha está constituida por un cilindro vertical de altura similar a su diámetro. En la parte inferior está provista de un calefactor (o calandria) de vapor del tipo de tubos y carcasa, cuyo objetivo es el de transferir el calor latente de la condensación del vapor que fluye en la carcasa del intercambiador hacia la masa cocida que lo hace dentro de los tubos. La presión de vapor proviene de los vahos producidos por el tercer o cuarto efecto de la sección de evaporación, El jarabe procedente de la etapa de evaporación se envía al refundidor y en él se disuelve el azúcar de segunda y el azúcar de afinado, obteniéndose una solución que se

denomina jarabe o licor estándar y que, tras un proceso de filtrado, se envía a las tachas de primera. Es importante que el Brix (contenido de sólidos) y la pureza del jarabe que sale de la refundidora se mantenga en un valor prefijado y constante pues la concentración del jarabe con que se alimentan las tachas de 1ª ha de mantenerse dentro de unos márgenes muy estrechos si se pretende obtener regularidad y azúcar de buena calidad. Seguidamente en las tachas de primera se cristaliza parte de la sacarosa disuelta en el jarabe estándar, mediante evaporación del agua que contiene el jugo.

Cuando se ha conseguido llenar una tacha se tiene en su interior un producto denominado masa cocida de primera formado por sacarosa cristalizada, sacarosa y no-azúcares disueltos en una solución llamada miel madre. Todas las tachas operan bajo condiciones de vacío, con objeto de rebajar el punto de ebullición y así evitar la descomposición térmica de la sacarosa (pérdida de sacarosa). Cuando se alcanza la condición de sobresaturación en el jugo, se siembran pequeños cristales de azúcar y se les hace crecer añadiendo nuevo jarabe, manteniendo en todo momento las condiciones de sobresaturación. Cuando se ha conseguido un tamaño adecuado de los cristales y se ha llenado la tacha completamente se tiene en su interior un producto denominado masa cocida de primera, formado por sacarosa cristalizada (azúcar), sacarosa y no-azúcares disueltos en una solución llamada miel madre, es entonces cuando la tacha se descarga y se limpia. La miel madre es enviada a los malaxadores, los cuales almacena la miel madre para luego enviarla a las centrifugas, [9].

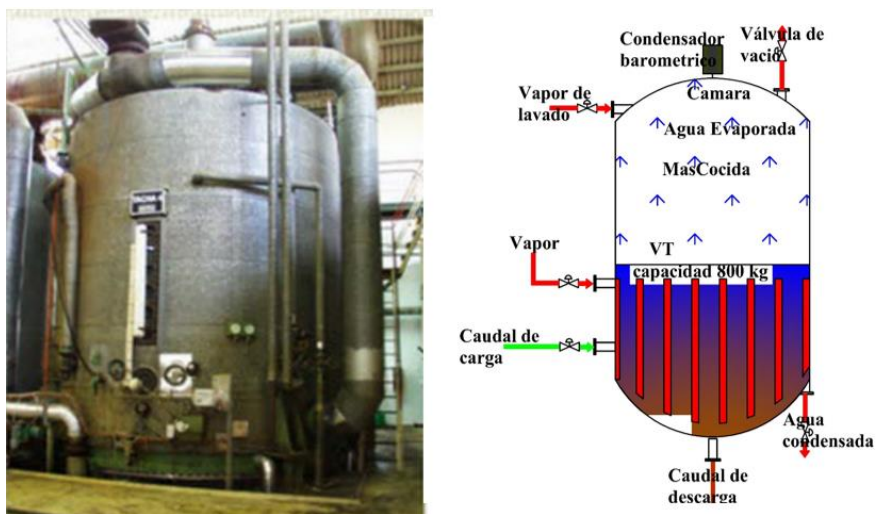


Ilustración 6 : Tacha o cristizador de azúcar

2.5.5 Secuencia del proceso de una tacha discontinua.

- Etapa de espera: se espera hasta que se recibe la señal de carga.
- Creación de vacío: esto se logra mediante la regulación de la presión en la cámara.
- Etapa de carga: Se llena la cámara de la tacha con jarabe estándar hasta alcanzar un determinado nivel llamado pie de tacha que se corresponde aproximadamente con el 50% del nivel de la tacha y el 35% del volumen máximo del jarabe en ella (en esta zona se encuentra la calandria que ocupa un determinado volumen). Al mismo tiempo que entra jarabe estándar en la tacha se abre la válvula de suministro de vapor de calefacción aumentando la temperatura del jarabe. Al comenzar la evaporación de parte del agua del jarabe, la presión en la cámara aumenta. La válvula de entrada y la de suministro de vapor están totalmente abiertas, y se pone en marcha el agitador.
- Etapa de concentración: El objetivo es alcanzar una sobresaturación adecuada para la siembra. Para calentar el jugo y provocar la evaporación de parte del agua, las tachas constan de un elemento calefactor, por el que discurre vapor a presión y que al condensarse cede calor a la masa cocida en la tacha. Evidentemente la evaporación provoca una disminución del nivel de la tacha por lo que es necesario mantenerlo mediante un control on/off que introduce licor estándar. Cuando se llega al Brix adecuado, es decir se ha alcanzado la sobresaturación deseada, se introduce la siembra.
- Etapa de siembra: se abre la válvula de siembra un tiempo prefijado y se introducen cristales microscópicos de unas pocas micras de diámetro, que son los núcleos de cristalización sobre los que crecerán los cristales de azúcar.
- Etapa de crecimiento: se continúa concentrando hasta que la sobresaturación llegue a un valor prefijado.
- Etapa de aclarado: se debe eliminar el polvo de azúcar o falso grano que haya podido surgir durante la etapa anterior, para ello se disminuye la concentración para disolver estos cristales mediante la introducción de licor estándar y si no fuera suficiente, añadiendo también jugo de ante vaporación.
- Etapa de cocción: es una de las etapas más importantes y consiste en hacer crecer los granos de azúcar hasta el tamaño apropiado manteniendo la uniformidad en su tamaño (no permitiendo el surgimiento de nuevos granos). Se logra manteniendo la sobresaturación entre límites bien definidos. En la medida en que la sacarosa en disolución va disminuyendo hay que reponerla añadiendo licor estándar. Se pretende que el tamaño

deseado del grano se alcance cuando el nivel en la tacha llegue al máximo permitido (tacha llena). El principal problema de operación está ligado al hecho de que la sobresaturación no se mide directamente. En los sistemas modernos la sobresaturación se controla indirectamente a través del brix. La referencia del Controlador se escoge mediante una tabla que depende del nivel actual de la cocida.

- Etapa de espera: la tacha está llena y se espera hasta que se reciba la señal de descarga.
- Compactación final.
- Etapa de descarga: Se abre la válvula de ruptura de vacío y cuando la presión en la cámara alcance la presión atmosférica se abre la válvula de descarga, vaciándose completamente la unidad.
- Etapa de lavado: se introduce vapor de limpieza mediante la apertura durante un tiempo prefijado de la válvula de limpieza.
- Descarga final: se abre nuevamente la válvula de descarga y se vacía completamente la tacha, pasando a la primera etapa: espera antes de la carga, quedando así lista para comenzar un nuevo lote, [9].

Para representar la secuencia de las tachas se usa el diagrama de Gantt, así para las tachas de primera, la secuencia a programar sería. El tiempo de carga en las tachas de primera es de 15 minutos (1 periodo), 120 minutos el tiempo de cocción o proceso (8 periodos) y 15 minutos para la descarga (1 periodo). Si una tacha está en carga no puede estar en cocción y si está en cocción no está en carga, para el secuenciamiento se definen variables binarias para definir la carga y la descarga. La formulación matemática para desarrollar el secuenciamiento de las tachas de primera, segunda y tercera se explica en el siguiente capítulo.

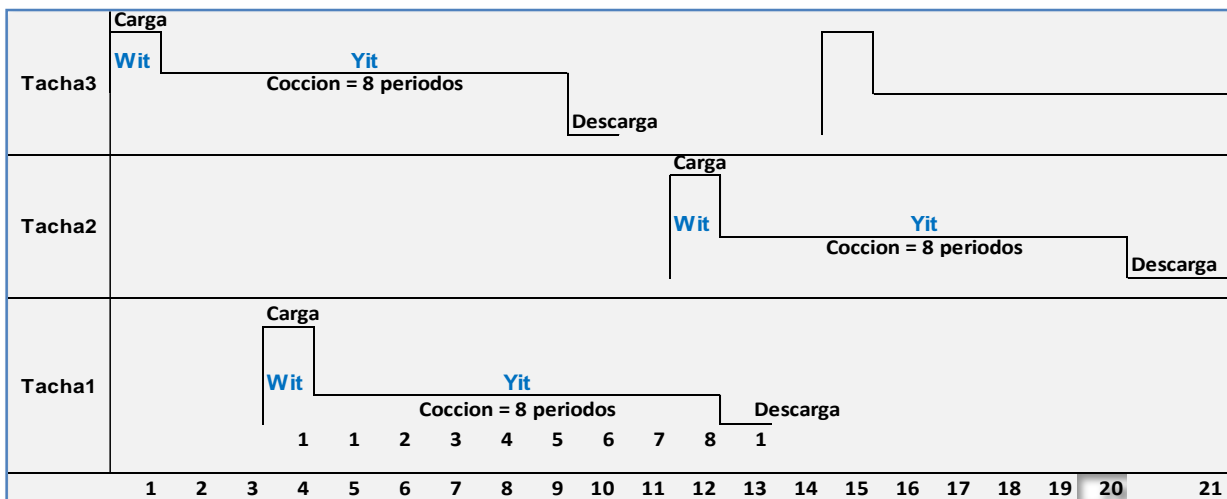


Ilustración 7: Secuenciamiento en Gantt para las tachas de primera

CAPITULO 3

3.1 NOMENCLATURA

Símbolo	Definición	Valor	Uds
	Escalares		
	Tachas de primera		
<i>BFe</i>	Grados Brix del jarabe que llega a la refundidora	0.62	Kg/T
<i>PFe</i>	Pureza del jarabe que llega a la refundidora	0.93	Kg/T
<i>Vdep</i>	Capacidad del depósito de jarabe de la refundidora	2200	Kg
<i>BQdep</i>	Brix en la salida del caudal del depósito de la refundidora	0.69	°Brix
<i>PQdep</i>	Pureza en la salida del caudal del depósito de la refundidora	0.925	%
<i>Temp</i>	Temperatura de evaporación del licor	100	°C
<i>Tsat</i>	Temperatura de saturación	70	°C
<i>Qc1</i>	Carga inicial en las tachas	320	Kg
<i>Qc2</i>	Carga en cocción en las tachas	60	Kg
<i>Qd</i>	Descarga de las tachas de primera	800	Kg
<i>BQd</i>	Grados Brix en la masa cocida en la tacha al descargue	0.93	°Brix
<i>PQd</i>	Pureza de la masa cocida en la tacha al descargue	0.92	%
<i>Vmal</i>	Capacidad del malaxador	2000	Kg
<i>QM</i>	Caudal de salida del malaxador	100	Kg/T
<i>QCmp</i>	Caudal de miel pobre que sale de la centrifuga	22	Kg/T
<i>BCmp</i>	Grados Brix en la miel pobre que sale de la centrifuga	0.63	°Brix
<i>PCmp</i>	Pureza en la miel pobre que sale de la centrifuga	0.85	%
<i>PORmr</i>	Porción que sale de la centrifuga sin agua	16	Kg
<i>PORagu</i>	Porcentaje de vapor de agua que entra a la centrifuga	0.07	%
<i>PCmr</i>	Pureza en la miel rica que sale de la centrifuga	0.85	%
<i>BCazu</i>	Grados Brix en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	1.00	°Brix
<i>PCazu</i>	Pureza en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	0.999	%
	Tachas de segunda		
<i>S_Vdep</i>	Capacidad del depósito de jarabe	2000	Kg
<i>S_Qc1</i>	Carga inicial en las tachas	120	Kg
<i>S_Qc2</i>	Carga en cocción en las tachas	24	Kg
<i>S_Qd</i>	Descarga de las tachas	600	Kg
<i>S_BQd</i>	Grados Brix en la masa cocida en la tacha al descargue	0.93	°Brix
<i>S_PQd</i>	Pureza de la masa cocida en la tacha al descargue	0.84	%
<i>S_Vmal</i>	Capacidad del malaxador	1800	Kg
<i>S_QM</i>	Caudal de salida del malaxador	40	Kg/T
<i>S_QCmp</i>	Caudal de miel pobre que sale de la centrifuga	12	Kg/T

Continuación...			
<i>S_BCmp</i>	Grados Brix en la miel pobre que sale de la centrifuga	0.85	°Brix
<i>S_PCmp</i>	Pureza en la miel pobre que sale de la centrifuga	0.85	%
<i>S_PORmr</i>	Porción que sale de la centrifuga sin agua	10	Kg
<i>S_PORagu</i>	Porcentaje de vapor de agua que entra a la centrifuga	0.07	%
<i>S_PCmr</i>	Pureza en la miel rica que sale de la centrifuga	0.86	%
<i>S_BCazu</i>	Grados Brix en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	0.988	°Brix
<i>S_PCazu</i>	Pureza en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	0.988	%
Tachas de Tercera			
<i>T_Vdep</i>	Capacidad del depósito de jarabe	1700	Kg
<i>T_Qc1</i>	Carga inicial en las tachas	80	Kg
<i>T_Qc2</i>	Carga en cocción en las tachas	16.25	Kg
<i>T_Qd</i>	Descarga de las tachas	600	Kg
<i>T_BQd</i>	Grados Brix en la masa cocida en la tacha al descargue	0.91	°Brix
<i>T_PQd</i>	Pureza de la masa cocida en la tacha al descargue	0.76	%
<i>T_Vmal</i>	Capacidad del malaxador	1600	Kg
<i>T_QM</i>	Caudal de salida del malaxador	25	Kg/T
<i>T_QCme</i>	Caudal de melaza que sale de la centrifuga	10.20	Kg/T
<i>T_BCmp</i>	Grados Brix en la melaza que sale de la centrifuga	0.8039	°Brix
<i>T_PCmp</i>	Pureza en la miel pobre que sale de la centrifuga	0.5936	%
<i>T_PORmr</i>	Porción que sale de la centrifuga sin agua	7.5	Kg
<i>T_PORagu</i>	Porcentaje de vapor de agua que entra a la centrifuga	0.07	%
<i>T_PCmr</i>	Pureza en la miel rica que sale de la centrifuga	0.84	%
<i>T_BCazu</i>	Grados Brix en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	0.978	°Brix
<i>T_PCazu</i>	Pureza en el azúcar comercial que sale de la centrifuga	0.941	%
Costos y beneficios			
<i>CosVap</i>	Costo de 1 kg de vapor que entra a las tachas	0.1	€
<i>CosCen</i>	Costo de operación de la centrifuga por periodo	1.2	€
<i>FeVal</i>	Valor por procesar 1 kg de jarabe	0.15	€
<i>QCAzuVal</i>	Valor de 1 kg de azúcar comercial	0.75	€
<i>S_QCAzuVal</i>	Valor de 1 kg de azúcar de segunda	0.2	€
<i>T_QCAzuVal</i>	Valor de 1 kg de azúcar de tercera	0.15	€
<i>T_QCmeVal</i>	Valor de 1 kg de melaza	0.1	€
Parámetros (1 T = 15 minutos)			
<i>Tp_i</i>	Periodos(T) de proceso de las tachas de primera	8 T	Mins
<i>S_Tp_{S,i}</i>	Periodos(T) de proceso de las tachas de segunda	20 T	Mins
<i>T_Tp_{T,i}</i>	Periodos(T) de proceso de las tachas de tercera	32 T	Mins

Continuación...			
Variable libre o continua			
<i>Ben</i>	Beneficio	--	€
Variables binarias			
W_{it}	1 si la tacha de primera está en carga, 0 no lo esta	--	Adim
Y_{it}	1 si la tacha de primera está en cocción, 0 no lo esta	--	Adim
$S_{W_{S_{it}}}$	1 si la tacha de segunda está en carga, 0 no lo esta	--	Adim
$S_{Y_{S_{it}}}$	1 si la tacha de segunda está en cocción, 0 no lo esta	--	Adim
$T_{W_{T_{it}}}$	1 si la tacha de tercera está en carga, 0 no lo esta	--	Adim
$T_{Y_{T_{it}}}$	1 si la tacha de tercera está en cocción, 0 no lo esta	--	Adim
Variables positivas			
Tachas de primera			
<i>Fe</i>	Caudal de entrada de jarabe al depósito	--	Kg/T
<i>FeTotal</i>	Caudal total que recibe el deposito	--	Kg/T
VD_t	Cantidad de jarabe que hay en el deposito	--	Kg
<i>BQdepos</i>	Brix en el caudal de salida del deposito	--	°Brix
<i>PQdepos</i>	Pureza en el caudal de salida del deposito	--	%
$Qcarga_{it}$	Caudal de carga	--	Kg/T
$QcargaAzuSec_{it}$	Contenido de azúcar que entra a la tacha	--	Kg
$QcargaConAgu_{it}$	Contenido de agua que entra a la tacha	--	Kg
$Qdesc_{it}$	Caudal de descarga de la tacha	--	Kg
$QdescAzuSec_{it}$	Azúcar global que se descarga de la tacha	--	Kg
$QdescConAgu_{it}$	Agua global que se descarga de la tacha	--	Kg
VT_{it}	Cantidad de licor estándar en la tacha		Kg
<i>Hv</i>	Entalpia del vapor a la temperatura T^0	--	KJ / Kg
<i>Hc</i>	Calor de cambio de estado a la T^0 de saturación		KJ / Kg
<i>Ctevap</i>	Constante de evaporación	--	--
$FTVagu_{it}$	Caudal de entrada de vapor a las tachas		Kg/T
$FTVaguAcum_t$	Vapor acumulado		Kg/T
<i>Vaporusado</i>	Vapor usado en las 3 tachas		Kg
$QTVaguC_{it}$	Caudal de salida de agua condensada		Kg/T
$AguEvaTac_{it}$	Agua evaporada en la tacha en cada T		Kg/T
$MasCocTac_{it}$	Masa cocida en la tacha en cada T		Kg/T
$AzuSecTac_{it}$	Azúcar en la masa cocida en la tacha en cada T		Kg/T
$ConAguTac_{it}$	Agua en la masa cocida en la tacha en cada T		Kg/T
$AguEvapTacDesc_{it}$	Cantidad total de agua evaporada		Kg
$MasCocTacDesc_{it}$	Masa cocida total que se descarga		Kg
$AzusecTacDesc_{it}$	Azúcar total en la masa cocida que se descarga		Kg

	Continuación...		
$ContAguTacDesc_{it}$	Agua total en la masa cocida que se descarga	--	Kg
VM_t	Cantidad de masa cocida en el malaxador	--	Kg/T
$AzuSecQM$	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$ConAguQM$	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$ConAgump$	Cantidad de agua que sale en la miel pobre	--	Kg/T
$AzuSecmp$	Cantidad de azúcar en la miel pobre	--	Kg/T
$FCVagu$	Vapor de agua que entra a la centrifuga	--	Kg/T
$QCmr$	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$AzuSecmr$	Azúcar contenida en la miel rica	--	Kg/T
$BCmr$	Grados Brix en la miel rica	--	Brix
$QCAzu$	Azúcar comercial que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$AzuSecAzu$	Azúcar seca contenida en el azúcar comercial	--	Kg/T
	Tachas de segunda		
$S_{FeTotal}$	Caudal total que recibe el deposito	--	Kg/T
S_{VD_t}	Cantidad de jarabe que hay en el deposito	--	Kg
$S_{BQdepos}$	Brix en el caudal de salida del deposito	--	°Brix
$S_{PQdepos}$	Pureza en el caudal de salida del deposito	--	%
$S_{Qcarga_{S_{it}}}$	Caudal de carga	--	Kg/T
$S_{QcargaAzuSec_{S_{it}}}$	Contenido de azúcar que entra a la tacha	--	Kg
$S_{QcargaConAgu_{S_{it}}}$	Contenido de agua que entra a la tacha	--	Kg
$S_{Qdesc_{S_{it}}}$	Caudal de descarga de la tacha	--	Kg
$S_{QdescAzuSec_{S_{it}}}$	Azúcar global que se descarga de la tacha	--	Kg
$S_{QdescConAgu_{S_{it}}}$	Agua global que se descarga de la tacha	--	Kg
$S_{VT_{S_{it}}}$	Cantidad de licor estándar en la tacha	--	Kg
$S_{FTVagu_{S_{it}}}$	Caudal de entrada de vapor a las tachas	--	Kg/T
$S_{FTVaguAcum_t}$	Vapor acumulado	--	Kg/T
$S_{Vaporusado}$	Vapor usado en las 2 tachas	--	Kg
$S_{QTVaguC_{S_{it}}}$	Caudal de salida de agua condensada	--	Kg/T
$S_{AguEvaTac_{S_{it}}}$	Agua evaporada en la tacha en cada T	--	Kg/T
$S_{MasCocTac_{S_{it}}}$	Masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$S_{AzuSecTac_{S_{it}}}$	Azúcar en la masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$S_{ConAguTac_{S_{it}}}$	Agua en la masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$S_{AguEvapTacDesc_{it}}$	Cantidad total de agua evaporada	--	Kg
$S_{MasCocTacDesc_{S_{it}}}$	Masa cocida total que se descarga	--	Kg
$S_{AzusecTacDesc_{S_{it}}}$	Azúcar total en la masa cocida que se descarga	--	Kg
S_{VM_t}	Cantidad de masa cocida en el malaxador	--	Kg/T
$S_{AzuSecQM}$	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$S_{ConAguQM}$	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$S_{ConAgump}$	Cantidad de agua que sale en la miel pobre	--	Kg/T

	Continuación...		
$S_{AzuSecmp}$	Cantidad de azúcar en la miel pobre	--	Kg/T
S_{FCVagu}	Vapor de agua que entra a la centrifuga	--	Kg/T
S_{QCmr}	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$S_{AzuSecmr}$	Azúcar contenida en la miel rica	--	Kg/T
S_{BCmr}	Grados Brix en la miel rica	--	Brix
S_{QCAzu}	Azúcar comercial que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$S_{AzuSecAzu}$	Azúcar seca contenida en el azúcar comercial	--	Kg/T
	Tachas de primera		
$T_{FeTotal}$	Caudal total que recibe el deposito	--	Kg/T
T_{VD_t}	Cantidad de jarabe que hay en el deposito	--	Kg
$T_{BQdepos}$	Brix en el caudal de salida del deposito	--	°Brix
$T_{PQdepos}$	Pureza en el caudal de salida del deposito	--	%
$T_{Qcarga_{T_{it}}}$	Caudal de carga	--	Kg/T
$T_{QcargaAzuSec_{T_{it}}}$	Contenido de azúcar que entra a la tacha	--	Kg
$T_{QcargaConAgu_{T_{it}}}$	Contenido de agua que entra a la tacha	--	Kg
$T_{Qdesc_{T_{it}}}$	Caudal de descarga de la tacha	--	Kg
$T_{QdescAzuSec_{T_{it}}}$	Azúcar global que se descarga de la tacha	--	Kg
$T_{QdescConAgu_{T_{it}}}$	Agua global que se descarga de la tacha	--	Kg
$T_{VT_{T_{it}}}$	Cantidad de licor estándar en la tacha	--	Kg
$T_{FTVagu_{T_{it}}}$	Caudal de entrada de vapor a las tachas	--	Kg/T
$T_{FTVaguAcum_t}$	Vapor acumulado	--	Kg/T
$T_{Vaporusado}$	Vapor usado en las 2 tachas	--	Kg
$T_{QTVaguC_{T_{it}}}$	Caudal de salida de agua condensada	--	Kg/T
$T_{AguEvaTac_{T_{it}}}$	Agua evaporada en la tacha en cada T	--	Kg/T
$T_{MasCocTac_{T_{it}}}$	Masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$T_{AzuSecTac_{T_{it}}}$	Azúcar en la masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$T_{ConAguTac_{T_{it}}}$	Agua en la masa cocida en la tacha en cada T	--	Kg/T
$T_{AguEvapTacDesc_{T_{it}}}$	Cantidad total de agua evaporada	--	Kg
$T_{MasCocTacDesc_{T_{it}}}$	Masa cocida total que se descarga	--	Kg
$T_{AzusecTacDesc_{T_{it}}}$	Azúcar total en la masa cocida que se descarga	--	Kg
T_{VM_t}	Cantidad de masa cocida en el malaxador	--	Kg/T
$T_{AzuSecQM}$	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$T_{ConAguQM}$	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	--	Kg/T
$T_{ConAgume}$	Cantidad de agua que sale en la melaza	--	Kg/T
$T_{AzuSecme}$	Cantidad de azúcar en la melaza	--	Kg/T
T_{FCVagu}	Vapor de agua que entra a la centrifuga	--	Kg/T
T_{QCmr}	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$T_{AzuSecmr}$	Azúcar contenida en la miel rica	--	Kg/T
T_{BCmr}	Grados Brix en la miel rica	--	Brix

T_QCAzu	Azúcar comercial que sale de la centrifuga	--	Kg/T
$T_AzuSecAzu$	Azúcar seca contenida en el azúcar comercial	--	Kg/T

Conjuntos y Alias			
t, p	Periodos de 1 hasta 50	50	mins
i, u	Tachas de primera	3	Adim
S_{-i}, S_{-c}	Tachas de segunda	2	Adim
T_{-i}, T_{-c}	Tachas de tercera	2	Adim

Tabla 1: Nombre de las variables usadas en el modelo matemático.

La figura siguiente tiene una visión general de la aplicación de las variables en las distintas partes del proceso. Esta imagen corresponde a las tachas de primera, algo parecido se aplica para las tachas de segunda y tercera.

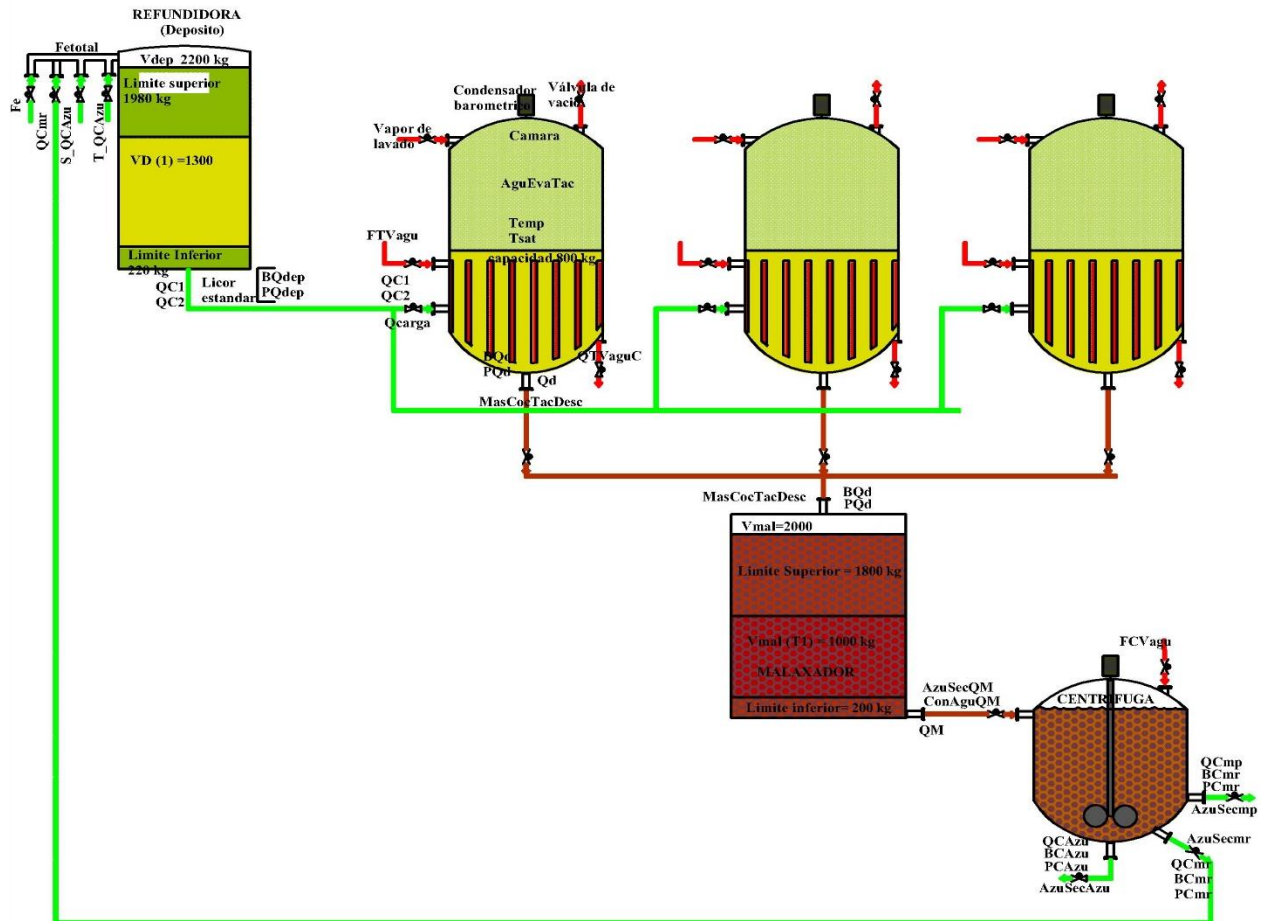


Ilustración 8 : Tachas de primera

3.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

La refundidora y los dos depósitos intermedios, son almacenamiento en etapa (FIS) están sujetos a restricciones de capacidad y a límites de operación inferior y superior, lo que se exige que los depósitos no deben quedarse vacíos, pero tampoco deben de rebalsarse. Este equilibrio se debe de lograr a través del arranque de las tachas y de la regulación de jarabe de entrada que están recibiendo los depósitos. Otro aspecto importante son los valores de pureza y de Brix, se sabe que si entran dos o más flujos volumétricos a un depósito con diferentes Brix y pureza, el caudal de salida tendrá Brix y pureza directamente proporcional al balance de los flujos de entrada.

Las tachas siguen un almacenamiento limitado y son equipos sin almacenamiento en etapa (ZW), al momento que termina la etapa de cocción la tacha se debe descargar. Una vez que las tachas se cargan y ha alcanzado el punto de saturación la masa cocida, es necesario mantener un flujo constante de licor para que continúe la cristalización. En esta etapa es importante mantener los niveles de los depósitos de jarabe y de los malaxadores, no se puede arrancar todas las tachas al mismo tiempo porque se quedaría vacío el depósito o viceversa, o descargarlas todas al mismo tiempo porque se rebalsaría el malaxador o lo contrario. Por lo que deben de existir ciertas restricciones de arranque, carga y descarga para las tachas. La cantidad de vapor que se necesita en la tacha para llevar el licor al punto de saturación (mayor grados Brix), está en relación al Brix de entrada, a mayor Brix en el licor que entra a la tacha menor vapor se necesitara, en la etapa de cocción la pureza disminuye levemente esto ocurre por la concentración de ciertas impurezas. Y por último garantizar el balance de materia, todo lo que entra de licor debe ser igual a; el agua que sale en forma de vapor y a la masa cocida que se descarga, donde el azúcar que esta contiene debe ser igual al azúcar que inicialmente entro en el licor. Los tres malaxadores son deposito buffer, son un tipo de almacenamiento limitado en etapa (FIS), su dinámica depende de las descargas de las tachas, estos no pueden estar vacíos, ni se pueden rebalsar, para ello se debe declarar límites de capacidad y operación. Las centrifugas, son de tipo continuas, lo que entra es igual a lo que sale, se deben de garantizar los balances en los caudales de azúcar, miel pobre y rica para mantener los valores de Brix y pureza. Constantemente reciben masa cocida de los malaxadores y vapor de agua para la limpieza de los cristales.

Para lograr estos aspectos se debe resolver el problema de asignación y secuenciamiento, encontrar el modelo matemático definido por las restricciones, ecuaciones, aplicar los conceptos de STN en tiempo discreto, y optimización MINLP, para conseguir un secuenciación optima que maximice la producción y se logren los máximos beneficios.

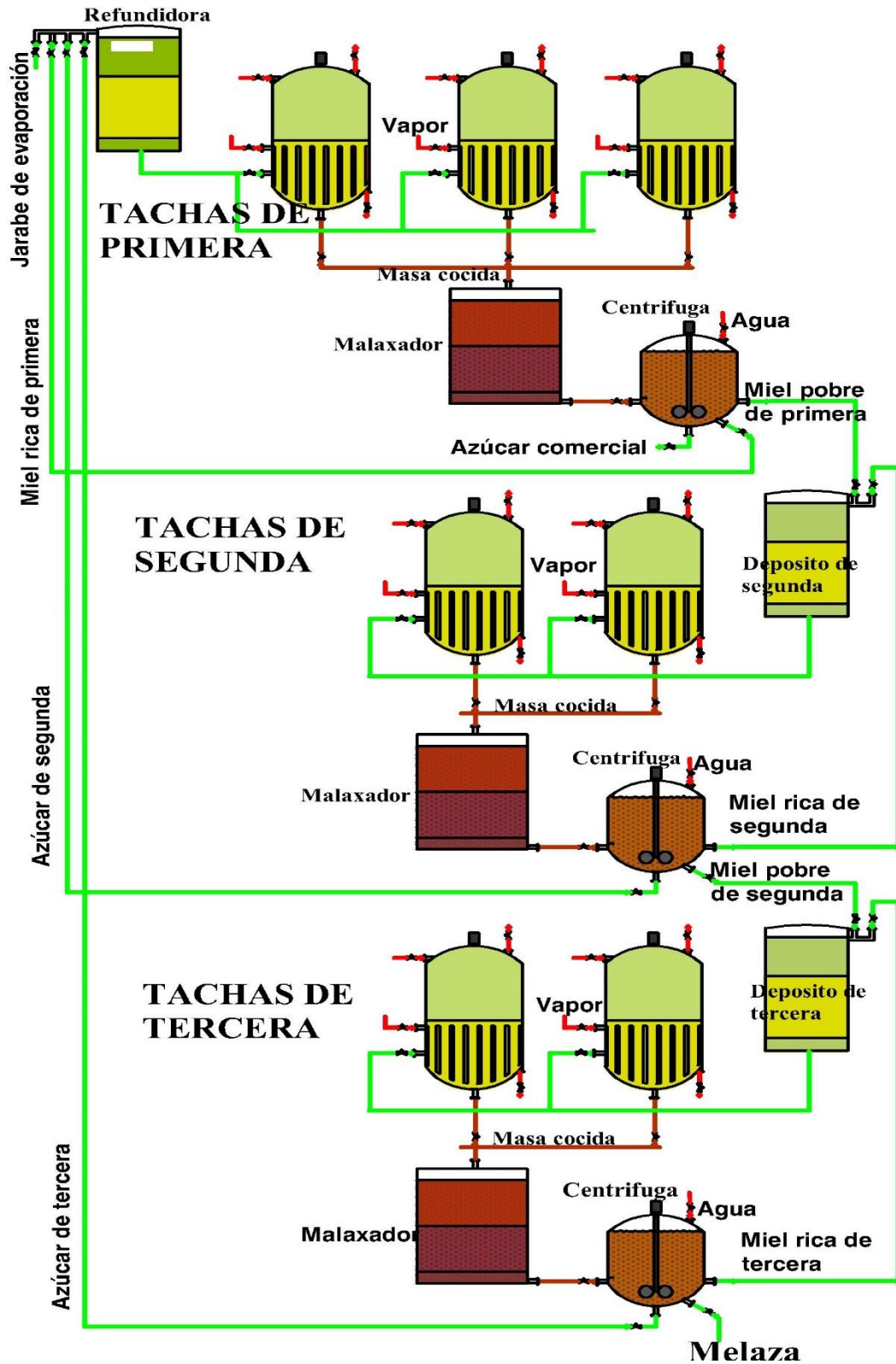


Ilustración 9: Caso de estudio del cuarto de cristalización

3.3 BALANCES DE MATERIA

El balance de materia es un método matemático utilizado principalmente en Ingeniería Química. Se basa en la ley de conservación de la materia (la materia ni se crea ni se destruye, solo se transforma), que establece que la masa de un sistema cerrado permanece siempre constante, la cual, rigurosamente hablando, hay que aplicarla al conjunto materia-energía, y no a la materia o energía por separado. Sin embargo, en las condiciones que se dan en los procesos industriales como es nuestro caso de estudio para la secuenciación de las tachas al no abordarse el caso de los reactores nucleares, no existe transformación de materia en energía o viceversa, con lo que la forma general del balance de materia total a un sistema, será: [10]

$$[Entrada\ de\ materia] - [salida\ de\ materia] = 0$$

$$[Entrada\ de\ materia] - [salida\ de\ materia] = [Acumulacion\ de\ materia]$$

3.4 DEFINICION DE LA FUNCION OBJETIVO

Se busca maximizar el beneficio que está determinado por la producción del azúcar comercial, azúcar de segunda, tercera, la melaza y de la cantidad que se procesa de jarabe proveniente de la etapa de evaporación, menos el costo de operación de las tachas que básicamente el costo de operarlas está determinado por la cantidad de vapor que usan en cada secuencia y del costo de operación de las centrifugas, donde en cada periodo hay un costo de operación, así que en las tres tachas suman 150 periodos de trabajo (1).

$$\begin{aligned} \text{Max } & \sum_p QCazu * QCAzuVal + \sum_p S_QCazu * S_QCAzuVal + & (1) \\ & \sum_p T_QCazu * T_QCAzuVal + \sum_p T_QCme * T_QCmeVal + \sum_p Fe * FeVal \\ & -150 * CosCen - Vaporusado * CosVap \\ & -S_Vaporusado * CosVap - T_Vaporusado * CosVap \end{aligned}$$

Sujeto a las siguientes restricciones.

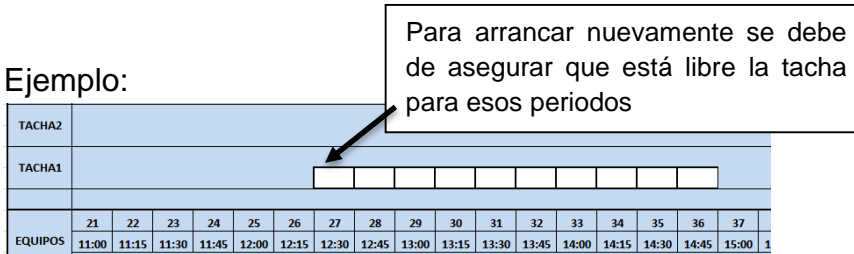
3.5 FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE PRIMERA

3.5.1 Restricciones para la asignación y arranque de las tachas.

Si se ha arrancado una tacha en un periodo, no se puede arrancar otra tacha, en periodos equivalentes al tiempo proceso anteriores más uno ($Tp+1$), en otras palabras dentro de un intervalo de 9 periodos solo se puede arrancar una tacha.

$$\sum_p W_{ip} \leq 1, \quad p \geq (\max(1, t - Tp_i - 1)), \quad p \leq t, \quad \forall i, t \in p, \quad (2)$$

Ejemplo:



De todas las posibilidades que hay entre el periodo 27 y el 36, solo en un periodo se puede arrancar la tacha, o no arrancar ya que $w(i, p)$ es binaria, así que si arranca en 27 ya no habrá otra posibilidad de arranca entre estos intervalos. Las palabras que se leen en los ejemplos como “*Cons*” son las respuestas de las restricciones obtenidas del software GAMS y el numero seguido el orden en el código.

$$Cons1(Tacha1,36).. (Tacha1,27) + (Tacha1,28) + (Tacha1,29) + (Tacha1,30) + (Tacha1,31) + (Tacha1,32) + (Tacha1,33) + (Tacha1,34) + (Tacha1,35) + (Tacha1,36) \leq 1 \quad (2.1)$$

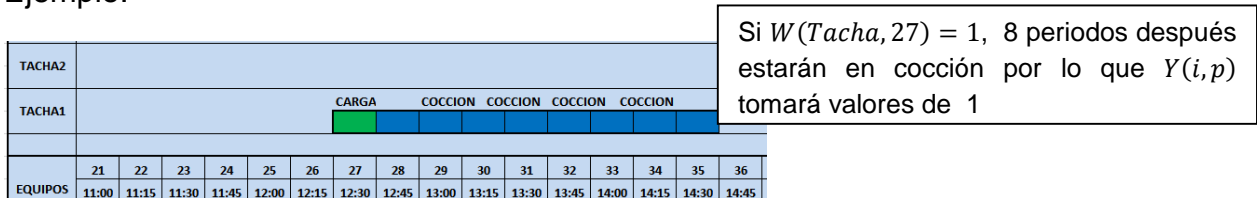
$$Cons1(Tacha1,36).. 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 1 \quad (2.2)$$

Si se ha arrancado una tacha en un periodo, estará en cocción periodos de procesos después.

$$\sum_p Y_{ip} \geq \min [(Tp_i, 50 - t) * W_{it}], \quad p \geq (t + 1), \quad (3)$$

$$p \leq \min(50, t + Tp_i), \quad \forall i, t \in p,$$

Ejemplo:



$$Cons2(Tacha1,27).. Y(Tacha1,28) + Y(Tacha1,29) + Y(Tacha1,30) + Y(Tacha1,31) + Y(Tacha1,32) + Y(Tacha1,33) + Y(Tacha1,34) + Y(Tacha1,35) \geq 8 * W(Tacha1,27) \quad (3.1)$$

$$Cons2(Tacha1,27).. 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \geq 8 \quad (3.2)$$

3.5.2 Restricciones para la secuencia de tareas.

Una tacha no puede estar en carga y en cocción al mismo tiempo, esta restricción de asignación se define.

$$Y_{it} \leq 1 - W_{it} , \quad \forall i, t \tag{4}$$

Ejemplo:

TACHA2																
TACHA1	CARGA COCCION COCCION COCCION COCCION															
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45

$$Cons3(Tacha1,27).. W(Tacha1,27) + Y(Tacha1,27) \leq 1 \tag{4.1}$$

$$Cons3(Tacha1,27).. 1 + 0 = 1 \tag{4.2}$$

Si se arranca una tacha en el instante de tiempo t, entonces en el tiempo anterior no está en cocción.

$$Y_{it-1} \leq 1 - W_{it} , \quad t \geq 2, \quad \forall i, t \tag{5}$$

Ejemplo:

Si $W(Tacha, 27) = 1$, entonces $Y(Tacha, 26) = 0$, no está en cocción

TACHA2																	
TACHA1	CARGA COCCION COCCION COCCION COCCION																
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45	15:00
	Jueves 4 de junio								Jueves 4 de junio								

$$Cons4(Tacha1,27).. W(Tacha1,27) + Y(Tacha1,26) \leq 1 \tag{5.1}$$

$$Cons4(Tacha1,27).. 1 + 0 \leq 1 \tag{5.2}$$

Si arranca una tacha en un periodo, el periodo siguiente cuando termina la etapa de cocción no está en cocción.

$$Y(i, t + (Tp_i + 1)) \leq 1 - W_{it} , \quad t \leq (50 - Tp_i), \quad \forall i, t \tag{6}$$

Ejemplo:

Si $W(Tacha, 27) = 1$, entonces $(Tp_i + 1) = 0$, no está en cocción

TACHA2																	
TACHA1	CARGA COCCION COCCION COCCION COCCION																
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45	15:00

$$Cons5(Tacha1,27).. W(Tacha1,27) + Y(Tacha1,36) \leq 1 \quad (6.1)$$

$$Cons5(Tacha1,27).. 1 + 0 \leq 1 \quad (6.2)$$

3.5.3 Restricciones para la cocción.

Para garantizar que los periodos de cocción se cumplan por completo en cada secuencia, se debe definir que si la tacha está en cocción en un periodo cualquiera debió haber arrancado como máximo T_p periodos antes.

$$\sum_p W_{ip} \geq Y_{it}, \quad p \geq (\max(1, t - T_p_i)), \quad p \leq t, \quad \forall i, t \in p, \quad (7)$$

Ejemplo:

TACHA2																
TACHA1	CARGA COCCION COCCION COCCION COCCION															
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45

Si $Y(Tacha,35) = 1$, entonces (T_p_i) antes arranco como máximo.

$$Cons6(Tacha1,35).. W(Tacha1,27) + W(Tacha1,28) + W(Tacha1,29) \quad (7.1)$$

$$+ W(Tacha1,30) + W(Tacha1,31) + W(Tacha1,32) + W(Tacha1,33) + (Tacha1,34) + (Tacha1,35) \geq Y(Tacha1,35)$$

$$Cons1(Tacha1,36).. 1 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 \geq 1 \quad (7.2)$$

Se definen los caudales para el proceso de cristalización, si está en arranque es el caudal Q_{c1} de 320 kg/periodo y si está en cocción es el caudal Q_{c2} de 60 kg/periodo, y se asignan a la secuencia por medio de las variables binarias.

$$Q_{c1} * W_{it} + Q_{c2} * Y_{it} \leq Q_{carga_{it}}, \quad \forall i, t \quad (8)$$

$$Q_{carga_{it}} \leq Q_{c1} * W_{it} + Q_{c2} * Y_{it}, \quad \forall i, t \quad (9)$$

Ejemplo para el periodo 27:

TACHA2																	
TACHA1	CARGA COCCION COCCION COCCION COCCION																
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45	15:00

$$Cons7(Tacha1,27).. 320 * W(Tacha1,27) + 60 * W(Tacha1,27) \leq Q_{carga}(Tacha1,27) \quad (8.1)$$

$$Cons7(Tacha1,27).. 320 * 1 + 60 * 0 \leq 320 \quad (8.2)$$

$$Cons8(Tacha1,27).. Qcarga(Tacha1,27) \leq 320 * W(Tacha1,27) + 60 * W(Tacha1,27) \quad (9.1)$$

$$Cons8(Tacha1,27).. 320 \leq 320 * 1 + 60 * 0 \quad (9.2)$$

3.5.4 Restricciones para la descarga.

Se define el caudal de descarga en la tacha, para ello se considera que si está en carga ($W_{it} = 1$), entonces pasados lo periodos de cocción estará en descarga, se asigna el escalor Qd a la variable binaria de carga.

$$Qd * W_{it} \leq Qdesc(i, t + Tp_i + 1), \quad t \leq (50 - Tp_i - 1), \quad \forall i, t \quad (10)$$

$$Qdesc(i, t + Tp_i + 1) \leq Qd * W_{it}, \quad t \leq (50 - Tp_i - 1), \quad \forall i, t \quad (11)$$

Ejemplo:

TACHA2																		
TACHA1	CARGA COCCION																	
																		DESCARGA
																		800
EQUIPOS	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
	11:00	11:15	11:30	11:45	12:00	12:15	12:30	12:45	13:00	13:15	13:30	13:45	14:00	14:15	14:30	14:45	15:00	

Caudal de descarga

$$Cons9(Tacha1,36).. 800 * W(Tacha1,27) \leq Qdesc(Tacha1,36) \quad (10.1)$$

$$Cons9(Tacha1,36).. 800 * 1 \leq 800 \quad (10.2)$$

$$Cons10(Tacha1,36).. Qdesc(Tacha1,36) \leq 800 * W(Tacha1,27) \quad (11.1)$$

$$Cons10(Tacha1,36).. 800 \leq 800 * 1 \quad (11.2)$$

3.5.4.1 Descarga inicial de la tacha.

En un caso que una tacha arranca el periodo uno, la tacha debe de descargar en el periodo nueve, en el primero arranca, en los próximos ocho es cocción, por ello en el nueve descarga

Ejemplo:

$$Qdesc_{it} = 0, \quad t \leq 9, \quad \forall it \quad (12)$$

$$descarga(tach1,1).. Qdesc(Tacha1,1) = 0 \quad (12.1)$$

$$descarga(tach1,2).. Qdesc(Tacha1,2) = 0$$

$$descarga(tach1,3).. Qdesc(Tacha1,3) = 0$$

$$descarga(tach1,4).. Qdesc(Tacha1,4) = 0$$

$$descarga(tach1,5).. Qdesc(Tacha1,5) = 0$$

$$descarga(tach1,6).. Qdesc(Tacha1,6) = 0$$

$$descarga(tach1,7).. Qdesc(Tacha1,7) = 0$$

$$descarga(tach1,8).. Qdesc(Tacha1,8) = 0$$

$$descarga(tach1,9).. Qdesc(Tacha1,9) = 0$$

3.5.5 Restricciones para la refundidora y balances de materia.

La Cantidad de jarabe en la refundidora (básicamente es un tipo de depósito) en cada periodo, depende de lo que recibe de jarabe Fe , miel rica de primera $QCmr$, azúcar de segunda S_QCAzu , y azúcar de tercera T_QCAzu menos todo lo que se envía a las tachas en cada periodo, (13). En la ecuación (14) – (15) se define las restricciones de capacidad y en la (16) la cantidad inicial de jarabe en el depósito.

$$VD_t = VD_{t-1} + Fe + QCmr + S_QCAzu + T_QCAzu - \sum_u Qcarga_{ut}, \quad t \geq 2, \forall t \quad (13)$$

Ejemplo:

$$Const14(2).. 1300 + 105.384 + 23 + 18 + 7.3 - 60 = VD(1) \quad (13.1)$$

El depósito intermedio tiene una capacidad de 2200 kg, pero este no debe de quedarse sin jarabe, ni tampoco debe de rebalsarse es por ello que se establecen los Límites; límite inferior (11) y superior (12) de operación de depósito de jarabe.

$$0.1 * Vdep \leq VD_t, \quad \forall t \quad (14)$$

$$0.9 * Vdep \geq VD_t, \quad \forall t \quad (15)$$

$$VD_1 = 1300 \quad (16)$$

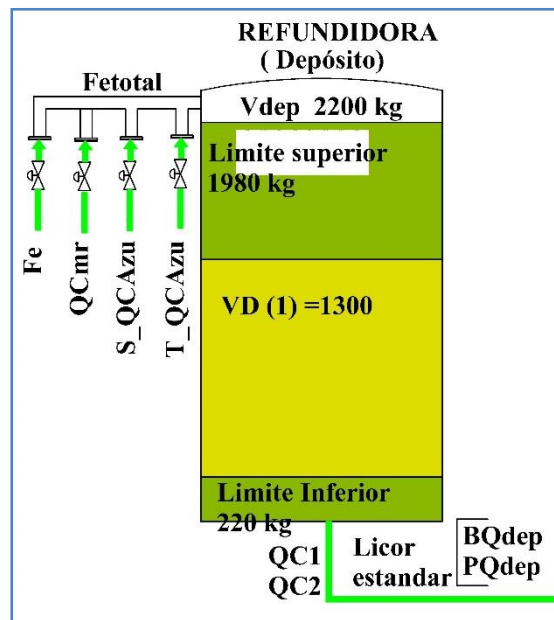


Ilustración 10 : Variables de la refundidora

Ejemplo

$$Const\ 11\ (1).. \quad 220 \leq 1300 \quad (14.1)$$

$$Const\ 12\ (1).. \quad 1980 \geq 1300 \quad (15.1)$$

Que es igual a: $220 \leq 1300 \leq 1980$

$$volumenIniJarabe.. \quad VD(1) = 1300 \quad (16.1)$$

3.5.5.1 Ecuaciones para los °Brix y la pureza en la refundidora.

La refundidora recibe el jarabe, la miel rica de primera, el azúcar se segunda y tercera (17) con diferentes Brix y purezas, esta mezcla genera valores distintos de Brix (18) y pureza (19) en el licor que sale de la refundidora.

$$FeTotal = Fe + QCmr + S_QCAzu + T_QCAzu \quad (17)$$

$$BQdepos = \frac{Fe*BFe+QCmr*BCmr+S_QCAzu*S_BCAzu+T_QCAzu*T_BCAzu}{Fe+QCmr+S_QCAzu+T_QCAzu} \quad (18)$$

$$PQdepos = \frac{Fe*PFe+QCmr*PCmr+S_QCAzu*S_PCAzu+T_QCAzu*T_PCAzu}{Fe+QCmr+S_QCAzu+T_QCAzu} \quad (19)$$

Ejemplo:

$$Const20.. \quad FeTotal = 105.384 + 23 + 18 + 7.3 \quad (17.1)$$

$$Const21.. \quad BQdepos = \frac{105.384*0.62+23*0.604+18*0.988+7.3*0.9783}{153.684} \quad (18.1)$$

$$Const22.. \quad BQdepos = \frac{105.384*0.93+23*0.85+18*0.988+7.3*0.9413}{153.684} \quad (19.1)$$

3.5.6 Balance de materia en las tachas durante la cristalización

3.5.6.1 Materia que entra la tacha.

El contenido de azúcar que entra en la tachas es conocido por la multiplicación del flujo de entrada multiplicado por su °Brix y pureza (20), lo que no es azúcar es agua más otras sustancias en el licor de entrada (21), lo que entra de azúcar a la tacha es lo que debe de salir al momento de su descarga (22), igual con lo que no es azúcar, agua más impurezas (23). Para ilustrar este balance se muestra el siguiente caso.

Considerando que se tiene una solución de 320 kg con 67.8 ° Brix y 92.5 de pureza ¿Cuántos kg de azúcar tiene? $R = 320 * 0.678 * 0.925 = 200.688$ kg

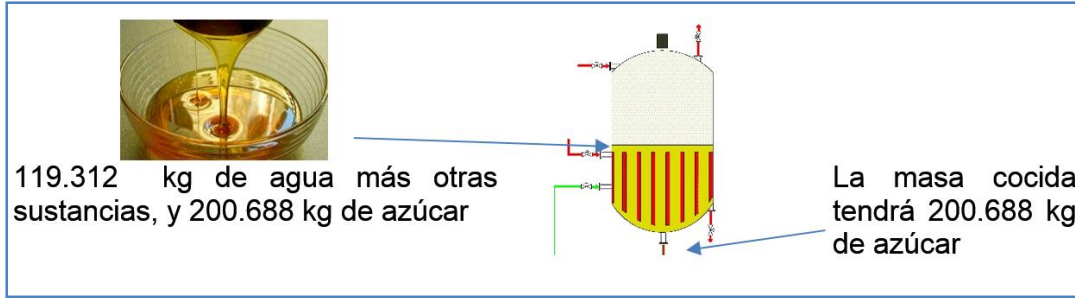


Ilustración 11: El azúcar que entra a la tacha, es el azúcar que sale en la masa cocida

$$QcargaAzuSec_{it} = Qcarga_{it} * BQdep * PQdep , \forall i, t \quad (20)$$

$$QcargaConAgu_{it} = Qcarga_{it} - QcargaAzuSec_{it} , \forall i, t \quad (21)$$

Ejemplo:

Considerando que el caudal de carga de la tacha 1 en el periodo 27 es 320 kg

$$Const23.. QcargaAzuSec(Tacha1,27) = 320 * 0.678 * 0.925 \quad (20.1)$$

$$Const24.. QcargaConAgu(Tacha1,27) = 320 - 200.688 \quad (21.1)$$

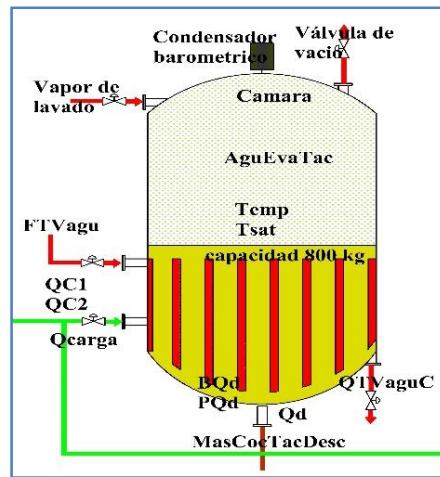


Ilustración 12: Variables de las tachas.

3.5.6.2 Materia que sale de tacha.

$$BQdep * PQdep * Qd * W_{it} = QdescAzuSec (i, t + Tp_i + 1) \quad (22)$$

$$, t \leq (50 - Tp_i - 1), \quad \forall i, t$$

$$(1 - (BQdep * PQdep)) * Qd * W_{it} = QdescConAgu (i, t + Tp_i + 1) \quad (23)$$

$$, t \leq (50 - Tp_i - 1), \quad \forall i, t$$

Ejemplo:

Si arranca en el periodo 27 se descarga en el periodo 36 (27 + Tp_i + 1)

$$Const25.. 0.678 * 0.925 * 800 * (Tacha1,27) = QdescAzuSec(Tacha1,36) \quad (22.1)$$

$$Const26.. (1 - (0.678 * 0.925)) * 800 * (Tacha1,27) = QdesConAgu(Tacha1,36) \quad (23.1)$$

3.5.6.3 Balance de materia en el vapor que entra a la tacha.

Para calcular el vapor se aplica ecuación de Antoine donde Hc el calor de cambio de estado (25) y Hv es la entalpia del vapor (26), con este valor se calcula la constante de evaporación que determina cuanto vapor se necesita para evaporar 1kg de agua (24). Se determina cuanto vapor se necesita en cada periodo (27) y el total usado (28)-(29), y la consecuente salida del agua condensada (30).

$$Ctevap = \frac{Hv}{Hc} \quad (24)$$

Donde: $Hc =$ (25)

$$5.9893 \times 10^2 + Tsat \{-6.19 \times 10^{-1} + Tsat[6.82 \times 10^{-4} + Tsat * (-4.86 \times 10^{-6})]\} * 4.184$$

$$Hv = 4.18 * Temp + Hc \quad (26)$$

$$FTVagu_{it} = AguEvaTac_{it} * Ctevap \quad , \forall i, t \quad (27)$$

$$FTVaguAcum_t = \sum_u FTVagu_{ut} + FTVagu_{t-1} \quad , \forall t \quad (28)$$

$$Vaporusado = FTVaguAcum_{50} \quad (29)$$

$$QTaguC = FTVagu_{it} \quad , \forall i, t \quad (30)$$

Ejemplo:

Por solución de GAMS se conoce que $Ctevap = 1.179$, que significa que para eliminar 1 kg de agua necesito 1.179 kg de vapor.

Para saber el caudal de vapor que entra a la tacha 1 cuando está en proceso (periodos 4 al 12), es aplicar la ecuación (29).

$$Const29.. FTVagu(Tacha1,4) = AguEvaTac(Tacha1,4) * 1.179 \quad (27.1)$$

$$FTVagu(Tacha1,5) = AguEvaTac(Tacha1,5) * 1.179$$

Esto se va repitiendo hasta el periodos 12 que es el último periodo de proceso.

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
Tacha1.1	.	.	+INF	.
Tacha1.2	.	.	+INF	.
Tacha1.3	.	.	+INF	.
Tacha1.4	.	50.380	+INF	.
Tacha1.5	.	9.446	+INF	.
Tacha1.6	.	9.446	+INF	.
Tacha1.7	.	9.446	+INF	.
Tacha1.8	.	9.446	+INF	.
Tacha1.9	.	9.446	+INF	.
Tacha1.10	.	9.446	+INF	.
Tacha1.11	.	9.446	+INF	.
Tacha1.12	.	9.446	+INF	.
Tacha1.13	.	.	+INF	.
Tacha1.14	.	.	+INF	.

Ilustración 13: Flujo de vapor que llega a la tacha durante la cocción

Esta figura 13 muestra la cantidad de vapor que van usando las tres tachas en cada periodo, hasta llegar al periodo 50 (aplicación de la ecuación 30), se aprecia el total de vapor usado durante todo el secuenciamiento para las tres tachas en el periodo 50.

40	.	922.577	+INF	.	
41	.	941.469	+INF	.	
42	.	1001.295	+INF	.	
43	.	1020.187	+INF	.	
44	.	1039.079	+INF	.	
45	.	1057.972	+INF	.	
46	.	1076.864	+INF	.	
47	.	1095.756	+INF	.	
48	.	1114.649	+INF	.	
49	.	1124.095	+INF	.	
50	.	1133.541	+INF	.	
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	VAR Vaporusado	.	1133.541	+INF	.

Ilustración 14: Vapor total usado en cada periodo

3.5.6.4 Balance de materia en las tachas en cada periodo.

Se debe de garantizar los balances de materia en cada periodo de la secuencia, todo lo que entra tiene que ser igual a todo lo que sale, que se divide en; una porción de agua que es evaporada (31), la masa cocida que queda en la tacha (32) que está compuesta por azúcar (33) más agua e impurezas (34).

Para conocer la cantidad de masa cocida que hay en las tachas en cada periodo (35) se le suma la masa cocida que tenía en el periodo anterior y se le resta la masa cocida total de descarga.

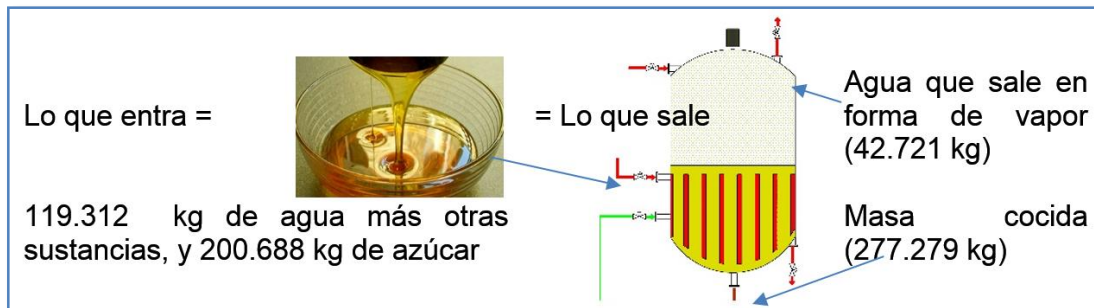


Ilustración 15: Balance de materia en las tachas

$$AguEvaTac_{it} = MasCocTac_{it} - \frac{AguSecTac_{it}}{BQd * PQd}, \forall i, t \quad (31)$$

$$MasCocTac_{it} = Qcarga_{it} - AguEvaTac_{it}, \forall i, t \quad (32)$$

$$AzuSecTac_{it} = QcargaAzuSec_{it}, \forall i, t \quad (33)$$

$$ConAguTac_{it} = MasCocTac_{it} - AzuSecTac_{it}, \forall i, t \quad (34)$$

$$VT_{it} = MasCocTac_{it} + VT_{it-1} - MasCocTacDesc_{it}, \forall i, t \quad (35)$$

Ejemplo:

TACHA1				CAR	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	DESC				
				320	60	60	60	60	60	60	60	60	500	
EQUIPOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

Estas ecuaciones se resuelven para cada tacha (l) y para cada periodo (t), se procede a explicar para la tacha 1 en el periodo 4, los balances corresponden.

$$Const33(Tacha1,4)..AguEvaTac(Tacha1,4) = MasCocTac(Tacha1,4) - \frac{AzuSecTac(Tacha1,4)}{BQd * PQd} \quad (31.1)$$

$$AguEvaTac(Tacha1,4) = 277.279 - \frac{200.688}{0.93 * 0.92}$$

$$Const34(Tacha1,4)..MasCocTac(Tacha1,4) = Qcarga(Tacha1,4) - AguEvaTac(Tacha1,4) \quad (32.2)$$

$$MasCocTac(Tacha1,4) = 320 - 42.721$$

$$Const35(Tacha1,4)..AzuSecTac(Tacha1,4) = QcargaAzuSec(Tacha1,4) \quad (33.1)$$

$$AzuSecTac(Tacha1,4) = 200.688$$

$$Const36(Tacha1,4)..ConAguTac(Tacha1,4) = MasCocTac(Tacha1,4) - AzuSecTac \quad (34.1)$$

$$ConAguTac(Tacha1,4) = 277.279 - 200.688$$

$$Const27..Vt(Tacha1,4) \quad (35.1)$$

$$= MasCosTac(Tacha1,4) + VT(Tacha1,3) - MasCosTacDesc(Tacha1,4)$$

$$..Vt(Tacha1,5)$$

$$= MasCosTac(Tacha1,5) + VT(Tacha1,4) - MasCosTacDesc(Tacha1,5) \dots$$

Y así sucesivamente hasta llegar al periodo de descarga, la respuesta en GAMS es:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
Tacha1.1	.	.	+INF	.
Tacha1.2	.	.	+INF	.
Tacha1.3	.	.	+INF	.
Tacha1.4	.	277.279	+INF	.
Tacha1.5	.	329.269	+INF	.
Tacha1.6	.	381.259	+INF	.
Tacha1.7	.	433.249	+INF	.
Tacha1.8	.	485.238	+INF	.
Tacha1.9	.	537.228	+INF	.
Tacha1.10	.	589.218	+INF	.
Tacha1.11	.	641.208	+INF	.
Tacha1.12	.	693.198	+INF	.
Tacha1.13	.	.	+INF	.
Tacha1.14	.	.	+INF	.

Ilustración 16: Volumen de la masa cocida en la tacha

El mayor problema que existe es resolver la ecuación no lineal para encontrar la masa cocida en la tacha ($MasCocTac_{it}$), no lineal porque la cantidad de masa cocida depende de la cantidad de agua que se evapora ($AguEvaTac_{it}$) y el agua que se evapora depende de la masa cocida, pero gracias GAMS es fácil determinarlo usando un modelo MINLP y porque se conoce el °Brix y pureza a la que se descarga la masa cocida.

Si se comprueba el balance de masas se cumple que lo que entra = lo que sale

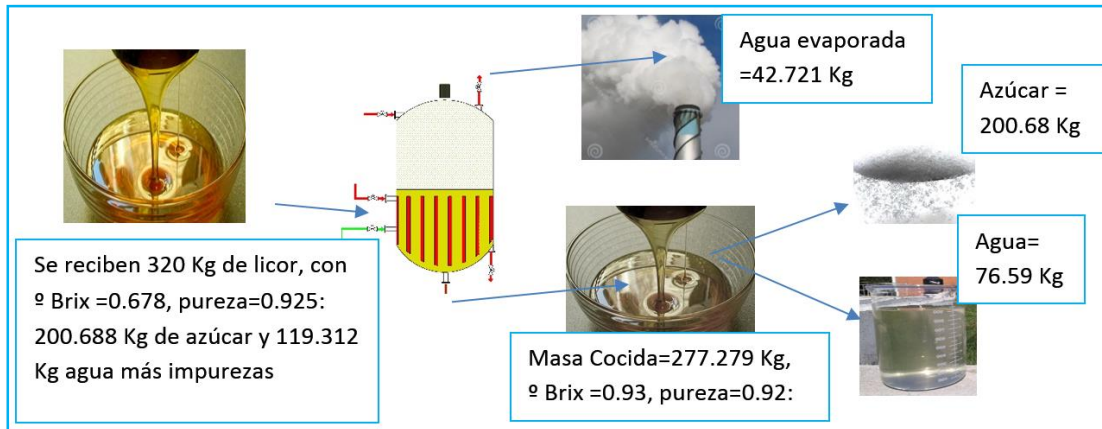


Ilustración 17: Comprobación de los balances de masas

3.5.6.5 Balance de materia en la tacha en la descarga

La formulación anterior es para conocer la dinámica de las variables en cada periodo. Para conocer los valores totales a la descarga de la tacha, como es la cantidad de agua que se evaporó durante toda la cocción (36), la masa cocida total descargada (37), el total de agua en la masa cocida (39) y el azúcar total contenida en la masa cocida (38), que debe de ser igual a todo el azúcar que entro a la tacha. La siguiente formulación es análoga a la que se ha definido para cada periodo, solo que se enfoca en la descarga.

$$AguEvaTacDesc_{it} = MasCocTacDesc_{it} - \frac{AguSecTacDesc_{it}}{BQd * PQd} \quad , \forall i, t \quad (36)$$

$$MasCocTacDesc_{it} = Qcarga_{it} - AguEvaTacDesc_{it} \quad , \forall i, t \quad (37)$$

$$AzuSecTacDesc_{it} = QcargaAzuSec_{it} \quad , \forall i, t \quad (38)$$

$$ConAguTacDesc_{it} = MasCocTacDesc_{it} - AzuSecTacDesc_{it} \quad , \forall i, t \quad (39)$$

Ejemplo:

Como ya se ha explicado cómo se resuelven este tipo de ecuaciones en GAMS, se muestran las respuestas y se puede comprobar una vez más que el balance de materia es correcto, nuestra descarga es en el periodo 13.

TACHA1	CAR	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	COCCION	DESC			
	320	60	60	60	60	60	60	60	60	60	800			
EQUIPOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

AguEvaTacDesc_{it}

	LOWER	LEVEL	UPPER
Tachal.1	.	.	+INF
Tachal.2	.	.	+INF
Tachal.3	.	.	+INF
Tachal.4	.	.	+INF
Tachal.5	.	.	+INF
Tachal.6	.	.	+INF
Tachal.7	.	.	+INF
Tachal.8	.	.	+INF
Tachal.9	.	.	+INF
Tachal.10	.	.	+INF
Tachal.11	.	.	+INF
Tachal.12	.	.	+INF
Tachal.13	.	106.802	+INF
Tachal.14	.	.	+INF

AzuSecTacDesc_{it}

	LOWER	LEVEL	UPPER
Tachal.1	.	.	+INF
Tachal.2	.	.	+INF
Tachal.3	.	.	+INF
Tachal.4	.	.	+INF
Tachal.5	.	.	+INF
Tachal.6	.	.	+INF
Tachal.7	.	.	+INF
Tachal.8	.	.	+INF
Tachal.9	.	.	+INF
Tachal.10	.	.	+INF
Tachal.11	.	.	+INF
Tachal.12	.	.	+INF
Tachal.13	.	501.720	+INF

MasCocTacDesc_{it}

	LOWER	LEVEL	UPPER
Tachal.1	.	.	+INF
Tachal.2	.	.	+INF
Tachal.3	.	.	+INF
Tachal.4	.	.	+INF
Tachal.5	.	.	+INF
Tachal.6	.	.	+INF
Tachal.7	.	.	+INF
Tachal.8	.	.	+INF
Tachal.9	.	.	+INF
Tachal.10	.	.	+INF
Tachal.11	.	.	+INF
Tachal.12	.	.	+INF
Tachal.13	.	693.198	+INF
Tachal.14	.	.	+INF

ConAguTacDesc_{it}

	LOWER	LEVEL	UPPER
Tachal.1	.	.	+INF
Tachal.2	.	.	+INF
Tachal.3	.	.	+INF
Tachal.4	.	.	+INF
Tachal.5	.	.	+INF
Tachal.6	.	.	+INF
Tachal.7	.	.	+INF
Tachal.8	.	.	+INF
Tachal.9	.	.	+INF
Tachal.10	.	.	+INF
Tachal.11	.	.	+INF
Tachal.12	.	.	+INF
Tachal.13	.	191.478	+INF
Tachal.14	.	.	+INF

Ilustración 18: Balances de materia a la descarga de la tacha

3.5.7 Restricciones para el malaxador y balances de materia.

La ecuación (40) calcula la variación de la cantidad de masa cocida en el malaxador debido a las descargas de las tachas “*MasCocTacDes*” y a los flujos másicos de salida “*QM*” a la centrifuga continua.

$$VM_t = VM_{t-1} - QM + \sum_u MasCocTacDes_{ut} \quad , \quad \forall t \quad (40)$$

Ejemplo:

$$Const19(2).. 1000 - 100 + 0 = VM(1) \quad (40.1)$$

El malaxador tiene una capacidad de 2000 kg, pero este no debe de quedarse sin masa cocida, ni tampoco debe de rebalsarse es por ello que se establecen los Límites de operación; límite inferior (41) y superior (42) de operación de depósito de jarabe. En la ecuación (43) se define la cantidad inicial de masa cocida en el malaxador.

$$0.1 * Vmal \leq VM_t \quad , \forall t \quad (41)$$

$$0.9 * Vmal \geq VM_t \quad , \forall t \quad (42)$$

$$VM_1 = 1000 \quad (43)$$

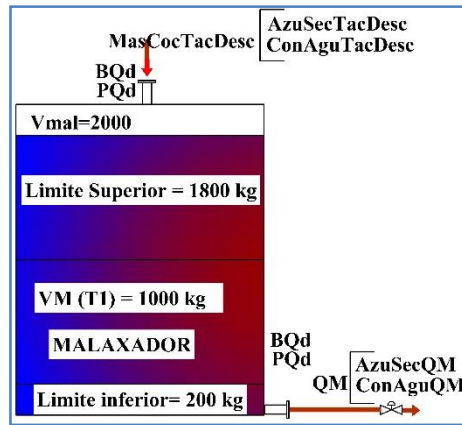


Ilustración 19: Variables en el malaxador

Ejemplo

$$\text{Const 16 (1).. } 200 \leq 1000 \quad (41.1)$$

$$\text{Const 17 (1).. } 1800 \geq 1000 \quad (42.1)$$

$$\text{Que es igual a: } 200 \leq 1000 \leq 1800$$

$$\text{volumenIniMalaxa.. } VM(1) = 1000 \quad (43.1)$$

3.5.7.1 Balances de agua y azúcar en el caudal de descarga del malaxador

El malaxador de primera tiene una descarga “ QM ” constante de 100 kg/periodo, por lo que es fácil determinar cuanta azúcar (39) hay en ese flujo másico de salida y cuanto de agua más otras sustancias (40) como impurezas que no se detallan en este trabajo.

$$\text{AzuSecQM} = QM * BQd * PQd \quad (44)$$

$$\text{ConAguQM} = QM - \text{AzuSecQM} \quad (45)$$

Ejemplo:

$$\text{Const41.. } \text{AzuSecQM} = 100 * 0.93 * 0.92 \quad (44.1)$$

$$\text{Const42.. } \text{ConAguQM} = QM - 85.560 \quad (45.1)$$

3.5.8 **Balances de materia en la centrifuga**

3.5.8.1 Miel pobre

La centrifuga es continua separa la masa cocida proveniente del malaxador en; Miel pobre “QCmp”, que contiene una porción de agua (46) y de azúcar que se determina por la pureza “PCmp” y el ° Brix “BCmp” (47).

$$ConAgump = QCmp - AzuSecmp \quad (46)$$

$$Azusecnp = QCmp * BCmp * PCmp \quad (47)$$

Ejemplo:

$$Const43.. ConAgump = 22 - AzuSecmp \quad (46.1)$$

$$Const44.. Azusecnp = 22 * 0.63 * 0.85 \quad (47.1)$$

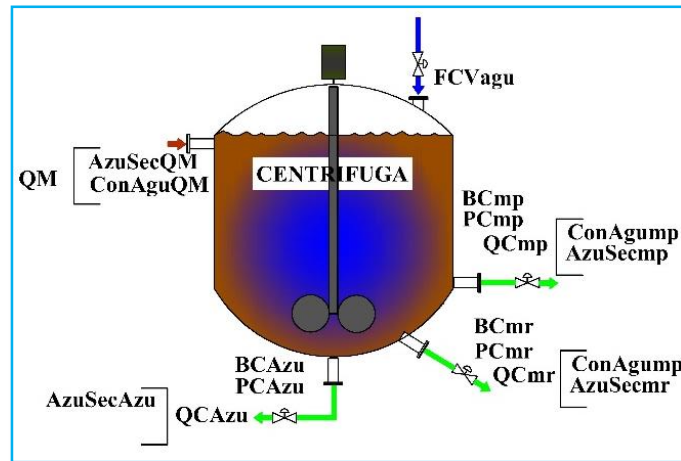


Ilustración 20: Variables de la centrifuga

3.5.8.2 Miel rica

La Miel rica “QCmr” (49) se genera al limpiar el azúcar con agua o vapor de agua “FCVagu” (48). El vapor de agua que entra a la centrifuga depende de la cantidad de masa cocida que llega, a mayor masa cocida mayor vapor y viceversa. Los grados °Brix “BCmr” (50), se determinan por la cantidad de azúcar en la miel rica “AzuSecmr”, este azúcar se obtiene por balances de materia (51), la pureza es conocida “PCmr”.

$$FCVagu = QM * PORagu \quad (48)$$

$$QCmr = PORmr + FCVagu \quad (49)$$

$$BCmr = \frac{AzuSecmr}{(PORmr + FCVagu) * PCmr} \quad (50)$$

$$AzuSecmr = AzuSecQM - AzuSecmp - AzuSecAzu \quad (51)$$

Ejemplo:

$$\text{Const45.. } FCVagu = 100 * 0.07 \quad (48.1)$$

$$\text{Const46.. } QCmr = 16 + 7 \quad (49.1)$$

$$\text{Const47.. } BCmr = \frac{11.810}{(16 + 7) * 0.85} \quad (50.1)$$

$$\text{Const48.. } AzuSecmr = 85.560 - 11.781 - 61.969 \quad (51.1)$$

3.5.8.3 Azúcar blanquilla o azúcar comercial

El flujo de azúcar comercial “QCAzu” será la diferencia de todo lo que entra menos la miel pobre y rica que salen, un balance de materia (52), la pureza “PCAzu” y ° Brix “BCAzu” son conocidos y muy altos por lo que la cantidad de azúcar comercial en el flujo de azúcar es prácticamente lo mismo (53), la mínima diferencia sería la humedad.

$$QCAzu + QCmp + QCmr = QM + FCVagu \quad (52)$$

$$AzuSecAzu = QCAzu * BCAzu * PCAzu \quad (53)$$

Ejemplo:

$$\text{Const49.. } QCAzu + 22 + 23 = 100 + 7 \quad (52.1)$$

$$\text{Const50.. } AzuSecAzu = 62 * 1.00 * 0.9995 \quad (53.1)$$

Las ecuaciones y restricciones que se han explicado detalladamente corresponden a las tachas de primera, para las tachas de segunda y tercera se mencionan a continuación, no se describen a detalle debido a que la explicación es una analogía a las tachas de primera.

3.6 FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE SEGUNDA

La explicación de la formulación matemática de las tachas de segunda es básicamente la misma que para las tachas de primera que ya se ha explicado en el apartado anterior, la diferencia radica en los nombres de las variables, ecuaciones, restricciones y subíndices. Es por ello que solo se mencionan.

3.6.1 Restricciones para la asignación y arranque de las tachas.

$$\sum_p S_{W_{S_{ip}}} \leq 1, \quad p \geq (\max(1, t - S_{Tp_{S_i}} - 1)) \quad , \quad p \leq t \quad , \quad \forall S_{i,t} \in p \quad (54)$$

$$\sum_p S_{Y_{S_{ip}}} \geq \min [(S_{Tp_{S_i}}, 50 - t) * S_{W_{S_{it}}}] \quad , \quad p \geq (t + 1), \quad (55)$$

$$p \leq \min(50, t + S_{Tp_{S_i}}) \quad , \quad \forall S_{i,t} \in p$$

3.6.2 Restricciones para la secuencia de tareas.

$$S_{Y_{S_{it}}} \leq 1 - S_{W_{S_{it}}} \quad , \quad \forall S_{i,t} \quad (56)$$

$$S_{Y_{S_{it}}} \leq 1 - S_{W_{S_{it}}} \quad , \quad \forall S_{i,t} \quad (57)$$

$$S_{Y_{S_{it}}} (S_{i,t} + (S_{Tp_{S_i}} + 1)) \leq 1 - S_{W_{S_{it}}} \quad , \quad t \leq (50 - S_{Tp_{S_i}}) \quad , \quad \forall S_{i,t} \quad (58)$$

3.6.3 Restricciones para la cocción.

$$\sum_p S_{W_{S_{ip}}} \geq S_{Y_{S_{it}}}, \quad p \geq (\max(1, t - S_{Tp_{S_i}})) \quad , \quad p \leq t \quad , \quad \forall S_{i,t} \in p \quad (59)$$

$$S_{Qc1} * S_{W_{S_{ip}}} + S_{Qc2} * S_{Y_{S_{it}}} = S_{Qcarga_{S_{it}}} \quad , \quad \forall S_{i,t} \quad (60)$$

3.6.4 Restricciones para la descarga.

$$S_{Qd} * S_{W_{S_{it}}} = S_{Qdesc} (S_{i,t} + S_{Tp_{S_i}} + 1), \quad t \leq (50 - S_{Tp_{S_i}} - 1) \quad , \quad \forall S_{i,t} \quad (61)$$

3.6.4.1 Descarga inicial de la tacha.

El tiempo de procesamiento en las tachas de segunda es más lento (62), se ha determinado un tiempo de proceso de 5 horas (20 periodos), por esto si la tacha arranca en el periodo 1, como mínimo debe de descargarse en el periodo 21.

$$S_{Qdesc_{S_{it}}} = 0 \quad , \quad t \leq 21, \quad \forall S_{i,t} \quad (62)$$

3.6.5 Restricciones para el depósito intermedio y balances de materia.

El deposito intermedio de las tachas de segunda reciben el caudal de la miel pobre de la centrifuga de primera “QCmp” y la miel rica de la centrifuga de segunda “S_QCmr”. Este depósito alimenta las tachas de segunda (63).

$$S_VD_t = S_VD_{t-1} + QCmp + S_QCmr - \sum_{S_u} S_Qcarga_{S_{ut}}, \quad t \geq 2, \forall t \quad (63)$$

$$0.1 * S_Vdep \leq S_VD_t, \quad \forall t \quad (64)$$

$$0.9 * S_Vdep \geq S_VD_t, \quad \forall t \quad (65)$$

$$S_VD_1 = 1300 \quad (66)$$

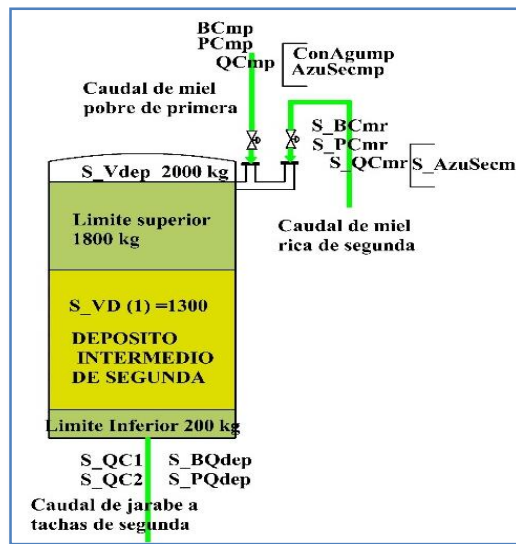


Ilustración 21: Variables del depósito intermedio de segunda

3.6.6 Ecuaciones para los °Brix y la pureza en el depósito intermedio.

$$S_FeTotal = QCmp + (S_PORmr + (S_QM * S_PORagu)) \quad (67)$$

$$S_BQdepos = \frac{QCmp * BCmp + (S_PORmr + (S_QM * S_PORagu)) * S_BCmr}{QCmp + (S_PORmr + (S_QM * S_PORagu))} \quad (68)$$

$$S_PQdepos = \frac{QCmp * PCmp + (S_PORmr + (S_QM * S_PORagu)) * S_PCmr}{QCmp + (S_PORmr + (S_QM * S_PORagu))} \quad (69)$$

3.6.7 Balances de materia en las tachas durante la cristalización.

3.6.7.1 Materia que entra la tacha.

$$S_QcargaAzuSec_{S_it} = S_Qcarga_{S_it} * S_BQdep * S_PQdep , \forall S_i, t \quad (70)$$

$$S_QcargaConAgu_{S_it} = S_Qcarga_{S_it} - S_QcargaAzuSec_{S_it} , \forall S_i, t \quad (71)$$

3.6.7.2 Materia que sale la tacha.

$$S_BQdep * S_PQdep * S_Qd * S_W_{S_it} = S_QdescAzuSec (S_i, t + S_Tp_{S_i} + 1) \quad (72)$$

$$, t \leq (50 - S_Tp_{S_i} - 1) , \forall S_i, t$$

$$(1 - (S_BQdep * S_PQdep)) * S_Qd * S_W_{S_it} = S_QdesConAgu (S_i, t + S_Tp_{S_i} + 1) \quad (73)$$

$$, t \leq (50 - S_Tp_{S_i} - 1) , \forall S_i, t$$

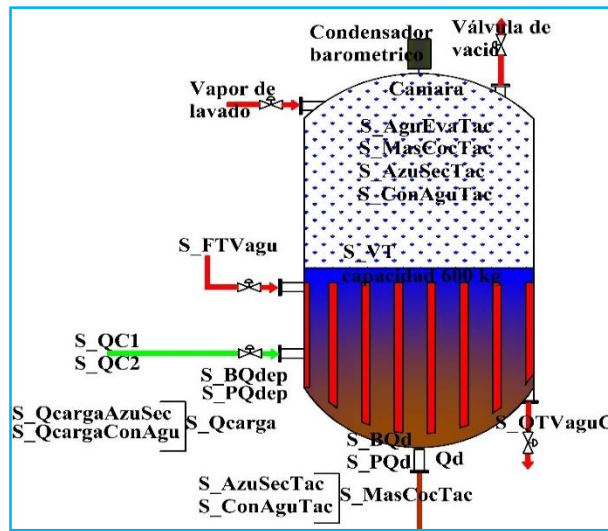


Ilustración 22: Variables de las tachas de segunda

3.6.7.3 Balances de materia en el vapor que entra a la tacha.

$$S_FTVagu_{S_it} = S_AguEvaTac_{S_it} * Ctevap , \forall S_i, t \quad (74)$$

$$S_FTVaguAcum_t = \sum_{S_u} S_FTVagu_{S_ut} + S_FTVagu_{t-1} , \forall t \quad (75)$$

$$S_Vaporusado = S_FTVaguAcum_{50} \quad (76)$$

$$S_QTaguC = S_FTVagu_{S_it} , \forall i, t \quad (77)$$

3.6.7.4 Balances de materia en la tacha en cada periodo.

$$S_AguEvaTac_{S_it} = S_MasCocTac_{S_it} - \frac{S_AguSecTac_{S_it}}{S_BQd * S_PQd} , \forall S_i, t \quad (78)$$

$$S_MasCocTac_{S_it} = S_Qcarga_{S_it} - S_AguEvaTac_{S_it} , \forall S_i, t \quad (79)$$

$$S_AzuSecTac_{S_it} = S_QcargaAzuSec_{S_it} , \forall S_i, t \quad (80)$$

$$S_ConAguTac_{S_it} = S_MasCocTac_{S_it} - S_AzuSecTac_{S_it} , \forall S_i, t \quad (81)$$

$$S_VT_{S_it} = S_MasCocTac_{S_it} + S_VT_{S_it-1} - S_MasCocTacDesc_{S_it} , \forall S_i, t \quad (82)$$

3.6.7.5 Balace de materia en la tacha en la descarga.

$$S_{AguEvaTacDesc_{S_{it}}} = S_{MasCocTacDesc_{S_{it}}} - \frac{S_{AguSecTacDesc_{S_{it}}}}{S_{BQd} * S_{PQd}}, \quad \forall S_{i,t} \quad (83)$$

$$S_{MasCocTacDesc_{S_{it}}} = S_{Qcarga_{S_{it}}} - S_{AguEvaTacDesc_{S_{it}}}, \quad \forall S_{i,t} \quad (84)$$

$$S_{AzuSecTacDesc_{S_{it}}} = S_{QcargaAzuSec_{S_{it}}}, \quad \forall S_{i,t} \quad (85)$$

$$S_{ConAguTacDesc_{S_{it}}} = S_{MasCocTacDesc_{S_{it}}} - S_{AzuSecTacDesc_{S_{it}}}, \quad \forall S_{i,t} \quad (86)$$

3.6.8 **Restricciones de capacidad del malaxador**

Se muestra en la ecuación (87) el balance de materia y de las ecuación (88) - (90) las restricciones de capacidad.

$$S_{VM_t} = S_{VM_{t-1}} - S_{QM} + \sum_{S_{it}} S_{MasCocTacDes_{S_{iit}}}, \quad \forall t \quad (87)$$

$$0.1 * S_{Vmal} \leq S_{VM_t}, \quad \forall t \quad (88)$$

$$0.9 * S_{Vmal} \geq S_{VM_t}, \quad \forall t \quad (89)$$

$$S_{VM_1} = 1000 \quad (90)$$

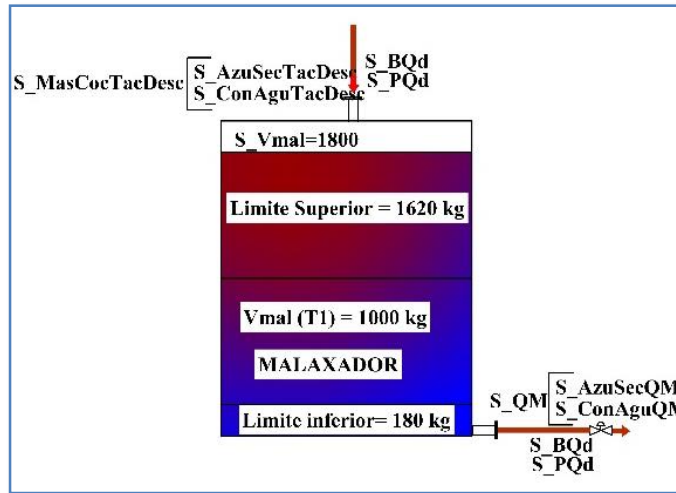


Ilustración 23: Variables del malaxador de segunda

3.6.8.1 Balances de agua y azúcar en el caudal de descarga del malaxador

El malaxador de primera tiene una descarga “S_QM” constante de 40 kg/periodo.

$$S_{AzuSecQM} = S_{QM} * S_{BQd} * S_{PQd} \quad (91)$$

$$S_{ConAguQM} = S_{QM} - S_{AzuSecQM} \quad (92)$$

3.6.9 Balances de materia en la centrifuga

3.6.9.1 Miel pobre

$$S_{ConAgump} = S_{QCmp} - S_{Azusecump} \quad (93)$$

$$S_{Azusecump} = S_{QCmp} * S_{BCmp} * S_{PCmp} \quad (94)$$

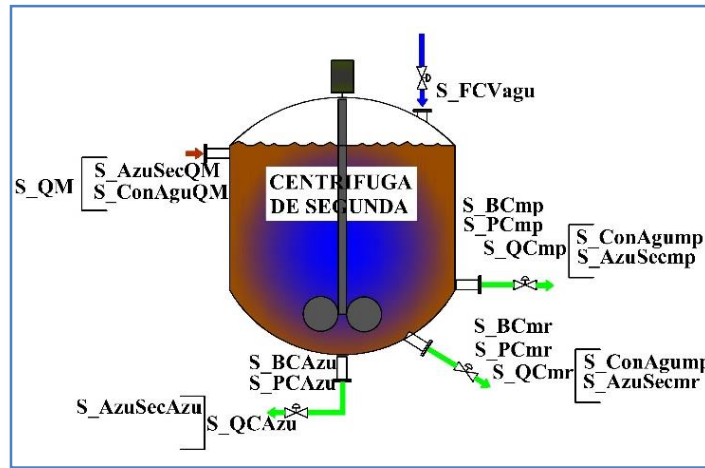


Ilustración 24: Variables de la centrifuga de segunda

3.6.9.2 Miel rica

$$S_{FCVagu} = S_{QM} * S_{PORagu} \quad (95)$$

$$S_{QCmr} = S_{PORmr} + S_{FCVagu} \quad (96)$$

$$S_{BCmr} = \frac{S_{Azusecmr}}{(S_{PORmr} + (S_{QM} * S_{PORagu})) * S_{PCmr}} \quad (97)$$

$$S_{Azusecmr} = S_{AzusecQM} - S_{Azusecump} - S_{AzusecAzú} \quad (98)$$

3.6.9.3 Azúcar de segunda.

$$S_{QCAzu} + S_{QCmp} + S_{QCmr} = S_{QM} + S_{FCVagu} \quad (99)$$

$$S_{AzusecAzú} = S_{QCAzu} * S_{BCAzu} * S_{PCAzu} \quad (100)$$

3.7 FORMULACION MATEMATICA PARA LAS TACHAS DE TERCERA

La explicación de la formulación matemática de las tachas de tercera es básicamente la misma que para las tachas de primera que ya se ha explicado en el apartado anterior, la diferencia radica en los nombres de las variables, ecuaciones, restricciones y subíndices. Es por ello que solo se mencionan.

3.7.1 Restricciones para la asignación y arranque de las tachas.

$$\sum_p T_{W_{T_{ip}}} \leq 1, \quad p \geq (\max(1, t - T_{Tp_{T_i}} - 1)) \quad , \quad p \leq t, \quad \forall T_{i,t} \in p \quad (101)$$

$$\sum_p T_{Y_{T_{ip}}} \geq \min [(T_{Tp_{T_i}}, 50 - t) * T_{W_{T_{it}}}] \quad , \quad p \geq (t + 1), \quad (102)$$

$$p \leq \min(50, t + T_{Tp_{T_i}}) \quad , \quad \forall T_{i,t} \in p,$$

3.7.2 Restricciones para la secuencia de tareas.

$$T_{Y_{T_{it}}} \leq 1 - T_{W_{T_{it}}} \quad , \quad \forall T_{i,t} \quad (103)$$

$$T_{Y_{T_{it-1}}} \leq 1 - T_{W_{T_{it}}} \quad , \quad t \geq 2, \quad \forall T_{i,t} \quad (104)$$

$$T_Y (T_{i,t} + (T_{Tp_{T_i}} + 1)) \leq 1 - T_{W_{T_{it}}} \quad , \quad t \leq (50 - T_{Tp_{T_i}}), \quad \forall T_{i,t} \quad (105)$$

3.7.3 Restricciones para la cocción.

$$\sum_p T_{W_{T_{ip}}} \geq T_{Y_{T_{it}}}, \quad p \geq (\max(1, t - T_{Tp_{T_i}})), \quad p \leq t, \quad \forall T_{i,t} \in p, \quad (106)$$

$$T_{Qc1} * T_{W_{T_{ip}}} + T_{Qc2} * T_{Y_{T_{it}}} = T_{Qcarga_{T_{it}}}, \quad \forall T_{i,t} \quad (107)$$

3.7.4 Restricciones para la descarga.

$$T_{Qd} * T_{W_{T_{it}}} = T_{Qdesc} (T_{i,t} + T_{Tp_{T_i}} + 1), \quad t \leq (50 - T_{Tp_{T_i}} - 1), \quad \forall T_{i,t} \quad (108)$$

3.7.5 Descarga inicial de la tacha.

El tiempo de procesamiento en las tachas de tercera es el más lento todos (106), se ha determinado un tiempo de proceso de 8 horas (32 periodos), por esto si la tacha arranca en el periodo 1, como mínimo debe de descargarse en el periodo 33.

$$T_{Qdesc_{T_{it}}} = 0, \quad t \leq 33, \quad \forall T_{it} \quad (109)$$

3.7.6 Restricciones para el depósito intermedio y balances de materia.

El deposito intermedio de las tachas de tercera reciben el caudal de la miel pobre de segunda “S_QCmp” proveniente de las tachas de segunda y la miel rica de la centrifuga de tercera “T_QCmr”. Este depósito alimenta las tachas de tercera (107). Se muestra en las ecuación (108) - (110) las restricciones de capacidad.

$$T_VD_t = T_VD_{t-1} + S_QCmp + T_QCmr - \sum_{T_u} T_Qcarga_{T_ut}, \quad t \geq 2, \forall t \quad (110)$$

$$0.1 * T_Vdep \leq T_VD_t, \quad \forall t \quad (111)$$

$$0.9 * T_Vdep \geq T_VD_t, \quad \forall t \quad (112)$$

$$T_VD_1 = 1300 \quad (113)$$

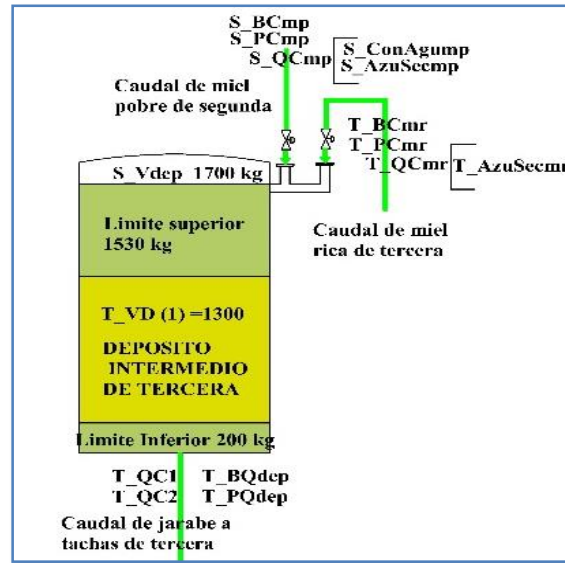


Ilustración 25: Variables del depósito de tercera

3.7.6.1 Ecuaciones para los °Brix y la pureza en el depósito intermedio.

$$T_FeTotal = S_QCmp + (T_PORmr + (T_QM * T_PORagu)) \quad (114)$$

$$T_BQdepos = \frac{S_QCmp * S_BCmp + (T_PORmr + (T_QM * T_PORagu)) * T_BCmr}{S_QCmp + (T_PORmr + (T_QM * T_PORagu))} \quad (115)$$

$$T_PQdepos = \frac{S_QCmp * S_PCmp + (T_PORmr + (T_QM * T_PORagu)) * T_PCmr}{S_QCmp + (T_PORmr + (T_QM * T_PORagu))} \quad (116)$$

Se define la ecuación para determinar el total de producto que ha llegado al depósito de tercera desde el periodo 1 hasta el periodo 50.

$$T_ProRecdepos = \sum_p S_QCmp + \sum_p T_QCmr \quad (117)$$

3.7.7 Balances de materia en las tachas durante la cristalización.

3.7.7.1 Materia que entra la tacha.

$$T_QcargaAzuSec_{T_it} = T_Qcarga_{T_it} * T_BQdep * T_PQdep , \quad \forall T_i, t \quad (118)$$

$$T_QcargaConAgu_{T_it} = T_Qcarga_{T_it} - T_QcargaAzuSec_{T_it} , \quad \forall T_i, t \quad (119)$$

3.7.7.2 Materia que sale la tacha.

$$T_BQdep * T_PQdep * T_Qd * T_W_{T_it} = T_QdescAzuSec (T_i, t + T_Tp_{T_i} + 1) \quad (120)$$

$$, t \leq (50 - T_Tp_{T_i} - 1), \quad \forall T_i, t$$

$$(1 - (T_BQdep * T_PQdep)) * T_Qd * T_W_{T_it} = T_QdesConAgu (T_i, t + T_Tp_{T_i} + 1) \quad (121)$$

$$, t \leq (50 - T_Tp_{T_i} - 1), \quad \forall T_i, t$$

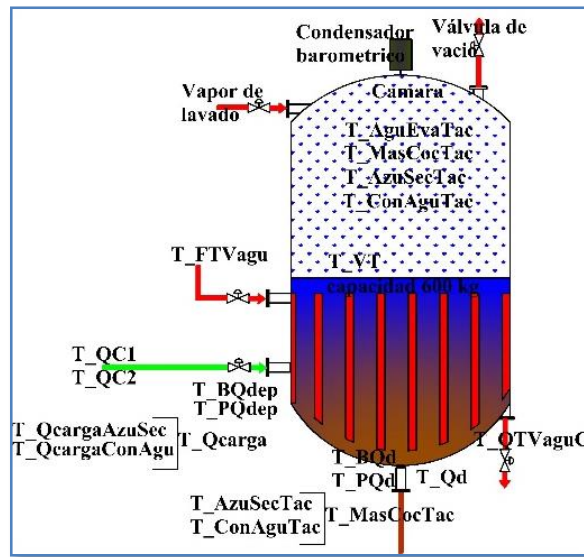


Ilustración 26: Variables de las tachas de tercera

3.7.7.3 Balances de materia en el vapor que entra a la tacha.

$$T_FTVagu_{T_it} = T_AguEvaTac_{T_it} * Ctevap , \quad \forall T_i, t \quad (122)$$

$$T_FTVaguAcum_t = \sum_{T_ii} T_FTVagu_{T_iit} + T_FTVagu_{t-1} , \quad \forall t \quad (123)$$

$$T_Vaporusado = T_FTVaguAcum_{50} \quad (124)$$

$$T_QTaguC = T_FTVagu_{T_it} , \quad \forall i, t \quad (125)$$

3.7.7.4 Balances de materia en la tacha en cada periodo.

$$T_AguEvaTac_{T_it} = T_MasCocTac_{T_it} - \frac{T_AguSecTac_{T_it}}{T_BQd * T_PQd} , \quad \forall T_i, t \quad (126)$$

$$T_MasCocTac_{T_it} = T_Qcarga_{T_it} - T_AguEvaTac_{T_it} , \quad \forall T_i, t \quad (127)$$

$$T_AzuSecTac_{T_it} = T_QcargaAzuSec_{T_it} , \quad \forall T_i, t \quad (128)$$

$$T_ConAguTac_{T_it} = T_MasCocTac_{T_it} - T_AzuSecTac_{T_it} , \quad \forall T_i, t \quad (129)$$

$$T_VT_{T_it} = T_MasCocTac_{T_it} + T_VT_{T_it-1} - T_MasCocTacDesc_{T_it} , \quad \forall T_i, t \quad (130)$$

3.7.7.5 Balance de materia en la tacha en la descarga.

$$T_{AguEvaTacDesc_{T_{it}}} = T_{MasCocTacDesc_{T_{it}}} - \frac{T_{AguSecTacDesc_{T_{it}}}}{T_{BQd} * T_{PQd}}, \quad \forall T_{i,t} \quad (131)$$

$$T_{MasCocTacDesc_{T_{it}}} = T_{Qcarga_{T_{it}}} - T_{AguEvaTacDesc_{T_{it}}}, \quad \forall T_{i,t} \quad (132)$$

$$T_{AzuSecTacDesc_{T_{it}}} = T_{QcargaAzuSec_{T_{it}}}, \quad \forall T_{i,t} \quad (133)$$

$$T_{ConAguTacDesc_{T_{it}}} = T_{MasCocTacDesc_{T_{it}}} - T_{AzuSecTacDesc_{T_{it}}}, \quad \forall T_{i,t} \quad (134)$$

3.7.8 **Restricciones de capacidad del malaxador**

Se muestra en la ecuación (87) el balance de materia y de las ecuación (88) - (90) las restricciones de capacidad.

$$S_{VM_t} = T_{VM_{t-1}} - T_{QM} + \sum_{T_u} T_{MasCocTacDes_{T_{ut}}}, \quad \forall t \quad (135)$$

$$0.1 * T_{Vmal} \leq T_{VM_t}, \quad \forall t \quad (136)$$

$$0.9 * T_{Vmal} \geq T_{VM_t}, \quad \forall t \quad (137)$$

$$S_{VM_1} = 1000 \quad (138)$$

3.7.8.1 Balances de agua y azúcar en el caudal de descarga del malaxador

El malaxador de tercera tiene una descarga "T_QM" constante de 25 kg/periodo,

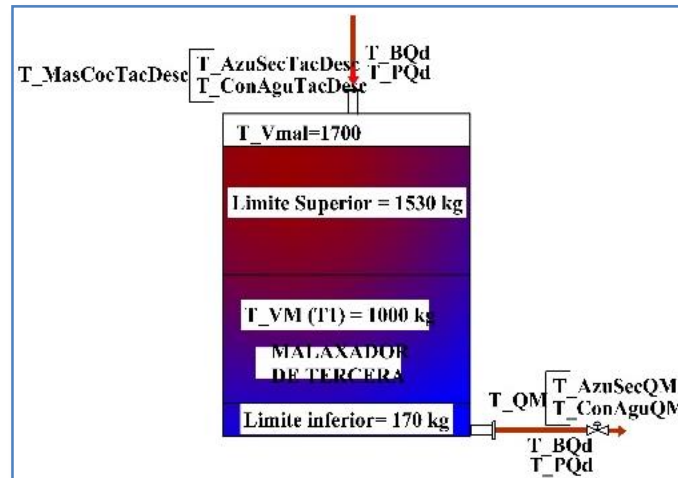


Ilustración 27: Variables del malaxador de tercera

$$T_{AzuSecQM} = T_{QM} * T_{BQd} * T_{PQd} \quad (139)$$

$$T_{ConAguQM} = T_{QM} - T_{AzuSecQM} \quad (140)$$

3.7.9 Balances de materia en la centrifuga

3.7.9.1 Miel pobre

$$T_{ConAgump} = T_{QCmp} - T_{Azusecump} \quad (141)$$

$$T_{Azusecump} = T_{QCmp} * T_{BCmp} * T_{PCmp} \quad (142)$$

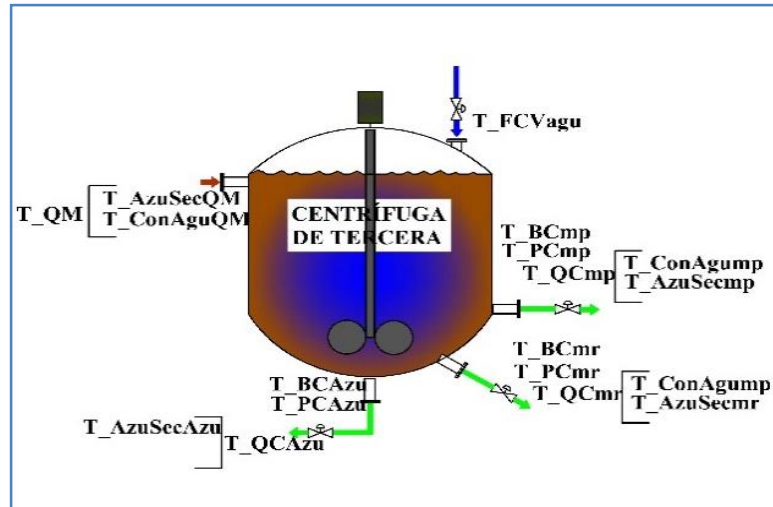


Ilustración 28: Variables de la centrifuga de tercera

3.7.9.2 Miel rica

$$T_{FCVagu} = T_{QM} * T_{PORagu} \quad (143)$$

$$T_{QCmr} = T_{PORmr} + T_{FCVagu} \quad (144)$$

$$T_{BCmr} = \frac{T_{Azusecmr}}{(T_{PORmr} + (T_{QM} * T_{PORagu})) * T_{PCmr}} \quad (145)$$

$$T_{Azusecmr} = T_{AzusecQM} - T_{Azusecump} - T_{AzusecAzu} \quad (146)$$

3.7.9.3 Azúcar blanquilla o azúcar comercial

$$T_{QCAzu} + T_{QCmp} + T_{QCmr} = T_{QM} + T_{FCVagu} \quad (147)$$

$$T_{AzusecAzu} = T_{QCAzu} * T_{BCAzu} * T_{PCAzu} \quad (148)$$

3.8 OPTIMIZACIÓN.

La optimización requiere determinar un modelo de programación matemática (Este se ha introducido y explicado en el apartado anterior) que debe ser especificado por:

- Las variables principales del modelo: Son las variables para las que queremos encontrar el mejor valor posible. Para nuestro caso de estudio Fe, QCAzu, S_QCAzu, T_QCAzu.

Se dice que una variable Fe es no negativa si en el modelo se exige explícitamente que cumpla $Fe \geq 0$.

Se dice que es no positiva si se exige explícitamente que cumpla $Fe \leq 0$.

Si no se exige nada sobre su signo se dice que es libre.

Se dice que una variable Fe es entera si en el modelo se exige que solo pueda tomar valores enteros, ($Fe \in \mathbb{Z}$).

Cuando solo se admite que tome los valores 0 o 1 se dice que la variable es binaria (de modo que una variable binaria es un tipo particular de variable entera) $W_{it} = \{0,1\}$.

Cuando a una variable no se le pone ninguna condición de este tipo, es decir, sobre la clase de números en la que puede variar, se dice que es una variable continua.

- La función objetivo: Es la función que queremos maximizar o minimizar. Para determinar un modelo no solo hemos de especificar una función objetivo, sino también si hay que maximizarla o minimizarla. Cuando no queremos especificar si buscamos el máximo o el mínimo, hablamos de optimizar la función objetivo, "Obj".

En un problema de maximizar, los óptimos de la función objetivo son sus máximos, mientras que en un problema de minimizar son sus mínimos.

- Las restricciones: son las condiciones que hemos de imponer a las variables para que una solución sea admisible como tal.

En general consideraremos tres tipos de restricciones: restricciones de menor o igual (\leq), restricciones de mayor o igual (\geq) y restricciones de igualdad (=). Por razones técnicas nunca consideraremos desigualdades estrictas ($<$, $>$).

Las restricciones $Fe \geq 0$, se llaman condiciones de no negatividad y, más en general, a las restricciones de la forma $Fe \geq 0$, o $Fe \leq 0$, se las llama condiciones de signo. En ciertos contextos convendrá tratar las condiciones de signo como a las demás restricciones, pero en otros contextos convendrá tratarlas aparte.

A cada restricción de desigualdad se le puede asociar una variable de holgura, que representa la diferencia entre el valor que toma la restricción (su miembro izquierdo) y el valor máximo o mínimo que puede tomar (su término independiente). Así, la restricción;

$$0.1 * Vdep \leq 1300, \quad 0.9 * Vdep \geq 1300,$$

Es equivalente a;

$$0.4 * Vdep + A = 1300, \quad 0.4 * Vdep - D = 1300, \quad A, D \geq 0$$

Donde A es una variable de holgura. Notemos que las variables de holgura se introducen siempre de modo que sean no negativas. Esto significa que se introducen sumando en las restricciones de \leq y restando en las restricciones de \geq .

En estos términos podemos decir que resolver un problema de programación matemática es buscar unos valores para las variables principales que cumplan las restricciones y donde la función objetivo alcance su valor óptimo.

En realidad la programación matemática aborda problemas que se consideran simultáneamente varias funciones objetivo, problemas en los que las funciones dependen del tiempo, etc.,

- Soluciones: Una solución de un problema es cualquier valor posible para sus variables principales.

Soluciones factibles/infactible: Una solución factible de un problema es una solución que satisface todas sus restricciones. En caso contrario se dice que es una solución infactible. Si un problema no tiene restricciones entonces todas las soluciones son factibles.

Soluciones interiores/de frontera: Una solución factible de un problema es una solución de frontera si cumple alguna de las restricciones con igualdad (y en tal caso se dice que satura la restricción, o que la restricción esta activa en dicha solución). En caso contrario, es decir, si la solución cumple todas las restricciones con desigualdad estricta se dice que es una solución interior.

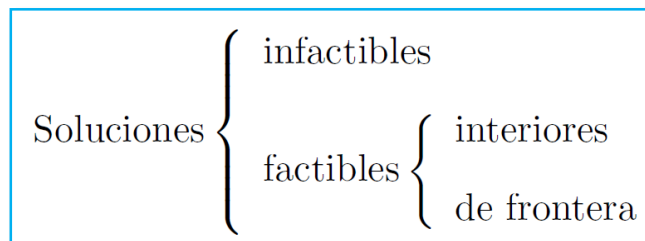


Ilustración 29: Tipos de soluciones de una función.

- Soluciones óptimas: Una solución factible es un máximo global de un problema si en ella la función objetivo toma un valor mayor o igual que en cualquier otra solución factible (pero puede haber otras igual de buenas). Será un máximo global estricto si en ella la función objetivo es mayor que en cualquier otra solución factible (de modo que no hay ninguna otra igual de buena).

Análogamente, una solución factible es un mínimo global de un problema si en ella la función objetivo toma un valor menor o igual que en cualquier otra solución factible (pero puede haber otras igual de buenas). Será un mínimo global estricto si en ella la función objetivo es menor que en cualquier otra solución factible (de modo que no hay ninguna otra igual de buena).

Así, los óptimos globales o soluciones óptimas de un problema de optimización son sus máximos globales si el problema es de maximizar o sus mínimos globales si el problema es de minimizar. En principio, un problema puede tener varias soluciones óptimas (máximos o mínimos no estrictos).

Cuando solo hay una solución máxima o mínima, de modo que cualquier otra solución factible es peor, tenemos un máximo o mínimo estricto.

- Óptimos locales: Un máximo local de un problema de optimización es una solución factible \bar{x} , en la que la función objetivo es mayor o igual (o siempre mayor, en cuyo caso el máximo local se dice estricto) que sobre cualquier otra solución factible \bar{y} que este suficientemente próxima a \bar{x} , es decir, que cumpla $\| \bar{x} - \bar{y} \| < \epsilon$ para cierto $\epsilon > 0$. Análogamente se definen los mínimos locales estrictos o no estrictos.

En figura siguiente se representa una función objetivo sobre un conjunto de soluciones factibles, en ella vemos señalado un máximo global que es no estricto, porque, aunque la función objetivo no toma un valor mayor en ninguna otra solución, hay otra un poco más a la izquierda donde toma el mismo valor (y es, por lo tanto, otro máximo global no estricto). En cambio el mínimo global señalado es estricto, porque no hay otra solución factible donde la función objetivo tome un valor menor aun.

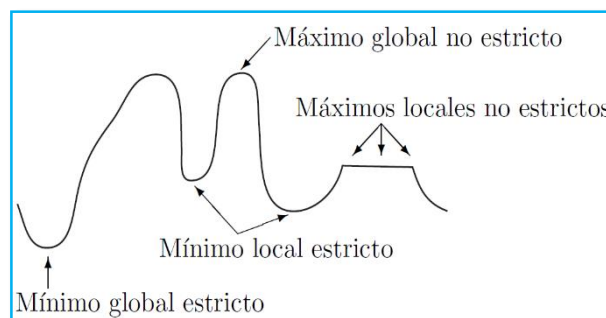


Ilustración 30: Máximos y mínimos de una función

Resolver un problema de optimización es encontrar los óptimos globales de la función objetivo sobre el conjunto de oportunidades (Conjunto formado por todas las soluciones factibles), de modo que, en el ejemplo correspondiente a la gráfica anterior, tendríamos dos soluciones óptimas si el problema fuera de maximizar (los dos máximos globales no estrictos) y una única solución óptima si el problema fuera de minimizar (el mínimo global estricto). La única razón por la se habla de óptimos locales es porque, en ocasiones, las técnicas para resolver problemas de optimización, no garantizan que los óptimos que proporcionan sean globales, y entonces se tienen que emplear técnicas adicionales para asegurarse de que no estamos tomando erróneamente un óptimo local que no es el óptimo global como solución del problema considerado. Se presenta otro ejemplo para una función objetivo de dos variables.

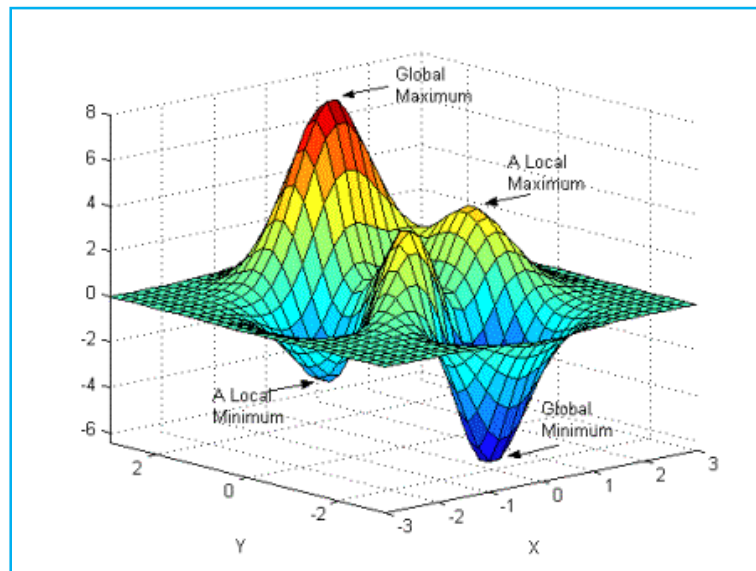


Ilustración 31: Óptimos locales y globales

Es importante ser consciente de que no todos los problemas de optimización tienen solución óptima. En principio los problemas de optimización se podrían dividir en; problemas con solución óptima y problemas sin solución óptima, pero dentro del segundo tipo hay en realidad dos casos muy diferentes entre sí, por lo que en total existen tres posibilidades para un problema según su solución:

- Problemas con solución óptima: Se refiere a problemas con solución óptima global.
- Problemas infactibles: Un problema infactible es un problema para el que todas las soluciones son infactibles, es decir, tal que no existe ninguna solución que satisfaga las restricciones o, también un problema cuyo conjunto de oportunidades es vacío.

- Problemas no acotados: Un problema es no acotado si es factible pero no tiene solución óptima, es decir, si toda solución factible puede ser mejorada por otra.

En resumen los problemas pueden ser, [11]:

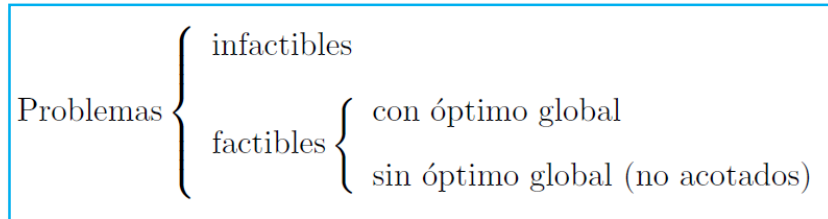


Ilustración 32: Tipos de problemas

3.8.1 Métodos de optimización.

Resolver un problema de optimización consiste en encontrar el valor que deben tomar las variables para hacer óptima la función objetivo satisfaciendo el conjunto de restricciones.

Los métodos de optimización los podemos clasificar en: Métodos clásicos (Algoritmos que habitualmente se explican en los libros de optimización) y los metaheurísticos (Aparecieron ligados a la inteligencia artificial e imitan fenómenos sencillos observados en la naturaleza).

Dentro de los primeros se encuentra la optimización lineal, lineal mixta entera, no lineal, estocástica, dinámica, etc. En el segundo se incluyen los algoritmos evolutivos (genéticos entre otros). De forma muy general y aproximada se puede decir que los métodos clásicos buscan y garantizan un óptimo local mientras que los métodos metaheurísticos tiene mecanismos específicos para alcanzar un óptimo global aunque no garantizan su alcance.

En la siguiente tabla se muestran las expresiones matemáticas generales de los tipos de problemas de optimización más comunes dentro de los métodos clásicos. Los problemas se distinguen por el carácter de las funciones que intervienen (lineales o no lineales) y de las variables (reales/continuas o enteras/discretas), [12].

<p>Programación lineal (linear programming) LP</p>	$\min_x c^T x$ $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, b \in \mathbb{R}^m$
<p>Programación lineal entera (Integer linear programming) ILP</p>	$\min_x c^T x$ $Ax = b$ $x \in \mathbb{Z}^n$
<p>Programación lineal mixta entera. (mixed integer programming) MIP</p>	$\min_x c^T x + d^T y$ $Ax + By = b$ $x, y \geq 0$ $x \in \mathbb{Z}^n, y \in \mathbb{R}^l, c \in \mathbb{R}^n, d \in \mathbb{R}^l$ $A \in \mathbb{R}^{m \times n}, B \in \mathbb{R}^{m \times l}, b \in \mathbb{R}^m$
<p>Programación no lineal (nonlinear programming) NLP</p>	$\min_x f(x)$ $g(x) = 0$ $h(x) \leq 0$ $l \leq x \leq u$ $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ $g, h: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$
<p>Programación no lineal mixta entera (Mix integer Non linear programming) MINLP</p>	$\min_{x,y} J(x, y)$ $g(x, y) \leq 0$ $h(x, y) = 0$ $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{Z}$
<p>Programación cuadrática (quadratic programming) QP</p>	$\min_x c^T x + \frac{1}{2} x^T Q x$ $Ax = b$ $x \geq 0$ $x \in \mathbb{R}^n, c \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^m$

Tabla 2: Tipos de problemas de optimización

A continuación se explica una visión global de las técnicas de optimización más utilizadas.

- Programación lineal (LP): Tanto la función objetivo como las restricciones son lineales. Tiene una solución única, que en la mayoría de las ocasiones se obtiene utilizando el método simplex, o los métodos del punto interior permiten resolver problemas de gran tamaño (algunos con miles o millones de variables y decenas de miles de restricciones).
- Programación lineal entera (ILP): Los modelos de programación lineal entera son una extensión de los modelos lineales en los que algunas variables toman valores enteros.
- Programación lineal mixta entera (MIP): En este tipo de problemas sus variables son enteras, variables binarias (0,1) y variables continuas, el solver más utilizado para este tipo de problemas es el CPLEX.
- Programación lineal mixta entera (MILP): Es la extensión de los problemas de programación lineal, incluyendo variables discretas. Por lo tanto la MILP permite formular problemas basados en decisiones (que se le asigna valores 0 o 1) o donde el número de posibilidades es finita. Las técnicas para resolver este problema más utilizadas son: Branch and bound (ramificación y acotamiento), Descomposición de Benders (Sahinidis y Grossmann, 1991), Método de plano de corte, Métodos basados en la lógica.
- Programación no lineal (NLP) : Estos tipos de problemas son muy comunes en la ingeniería química, puesto que en la mayoría de los modelos algunas funciones son no lineales y la mayoría de las variables son continuas, por lo que la resolución del problema es más complejo debido a la posibilidad que existan mínimos locales. El algoritmo de programación cuadrática sucesiva (SQP, sequential quadratic programming) es el más utilizado.
- programación no lineal mixta entera (MINLP): Incorpora variables discretas (binaria o enteras) a las NLP. Normalmente el problema original se descompone en varios subproblemas de NLP que se resuelven dentro de una MILP.
- Programación Cuadrática: trata el problema en el que la función objetivo es cuadrática, y las restricciones son lineales.

3.8.2 Programación no lineal mixta entera

Para realizar el secuenciamiento óptimo de las tachas del cuarto de cristalización de una azucarera se utiliza programación no lineal mixta entera, por lo que se explica en más detalle en que consiste la MINLP.

Un problema de optimización MINLP se puede expresar de la forma:

$$\text{Min } f(x, y) \quad \text{o} \quad \text{Max } f(x, y)$$

$$g_i(x, y) \leq 0$$

$$h_i(x, y) = 0$$

Donde la función objetivo $f(x, y)$ está sujeta a un cierto número de restricciones, expresadas en forma de desigualdad $g_i(x, y)$, o igualdad $h_i(x, y)$.

El problema se plantea de forma que alguna variables se puedan modificar (variables independientes o grados de libertad), mientras que el resto de variables (variables dependientes), se calculan a partir de estas hasta lograr el objetivo (maximizar o minimizar).

Las variables (x, y) pueden ser continuas o discretas (que, a su vez pueden ser binarias o enteras). En la mayoría de las ocasiones las variables binarias se asocian a decisiones (1= si, 0 = no).

Para que un problema sea más sencillo de resolver tanto la función objetivo como las restricciones deben ser convexas esto hace que su convergencia presente pocas dificultades. Para los problemas no lineales, si todas las funciones son convexas, se puede garantizar que el óptimo obtenido es el óptimo global. Por el contrario resolver problemas no convexas supone la aparición de dificultades en su resolución (convergencia y robustez), así como la imposibilidad de discernir si un óptimo es local o global. Si la función $f(x, y)$ está totalmente acotada por restricciones convexas $g_i(x, y) \leq 0$ se forma una región convexa. Los métodos de solución para problemas no lineales como el gradiente reducido y el de programación cuadrática sucesiva (SQP) que se derivan al aplicar el método de Newton a las condiciones de optimalidad de Karush-Kunh-Tucker solo garantizan su convergencia a un óptimo local.

Demostrar la convexidad de un problema no lineal es una tarea compleja por lo que encontrar un óptimo local se considera una solución satisfactoria, sobre todo si significa una mejora.

La programación no lineal mixta entera es una extensión de la programación no lineal que involucra variables discretas, variables binarias y variables continuas, [13].

Las variables binarias permiten a los modelos de programación no lineal que se resuelvan como tal. El buen uso de las variables binarias se convierte en una poderosa herramienta matemática para plantear problemas más complejos que los que habitualmente se resuelven acudiendo a las variables continuas. Como su nombre lo indica una variable binaria es aquella que puede tomar valores ya sea de cero (0) o uno (1), esta idea tan simple puede convertirse en una ayuda fundamental tanto para la modelación como para la resolución de los problemas. Un ejemplo de ello puede ser el caso que una tacha arranque o no, o está en carga o descarga.

El fundamento económico que más se presta para ser resuelto mediante el uso de variables binarias es el de Costo Fijo, el cual es fijo por cantidad y variable por unidad pero depende si el recurso relacionado al costo se usa ó no, por ejemplo si la tacha esa en cocción se usa vapor que tiene un determinado costo.

Otra aplicación de las variables binarias es cuando en el sistema existen restricciones excluyentes (condicionadas la una de la otra), es decir, que a partir de la satisfacción de una condición no se hace necesario el cumplimiento de la otra condición, por ejemplo si la tacha está en carga, no puede estar en cocción al mismo tiempo, ambas restricciones son excluyentes, es decir solo se aplicará una de las dos, [14].

Para resolver un problema MINLP el procedimiento de cálculo es el siguiente: El problema original se descompone en una secuencia de problemas NLP y MILP, donde el primero optimiza las variables continuas y el segundo las discretas (Kallrath, 2000; Floudas, 1995). Los algoritmos más utilizados son:

- Métodos de descomposición: Son las técnicas más efectivas, en particular la aproximación exterior (outer approximation, Duran y Grossmann, 1986).

Otras técnicas son la descomposición de Benders generalizada (Geofrion, 1972) donde se explota la estructura del modelo a través del particionado de las variables y la noción de dualidad, aplicando métodos de relajación, la otra técnica de descomposición es la extensión del plano de corte (Westerlund y Petersen, 1995), donde la región factible no se divide en subdominios, si no que se añaden nuevas restricciones (“cortes”) que reducen la región factible hasta obtener el óptimo.

- Branch and bound (ramificación y acotamiento); Consiste en resolver un subconjunto de problemas de programación lineal que se incluyen en un árbol de decisiones obtenido a partir de las variables binarias. La convergencia a una óptima global solo se puede garantizar si los problemas NLP son convexos. El objetivo de este método es evitar la enumeración exhaustiva de las combinaciones existentes. Una forma muy común de enfocar el problema es resolver, en primer lugar, el modelo “relajado” (en el cual las variables binarias se toman como variables continuas, entre 0 y 1).

Una vez retirado este paso, se deciden que variables se fijan como uno y cuales como cero (normalmente se toma como variable entera aquella más próxima a uno), obteniéndose el caso base. A partir de este momento hay dos estrategias para explorar el espacio base de soluciones:

- 1) LIFO (last in first out): expande el nodo más reciente y vuelve hacia atrás por el mismo camino.
- 2)
- 3) Mejor cota (breadth first): expande el nodo con la mejor cota inferior.

Las principales dificultades de este método son el elevado número de variables enteras (que están relacionado con las alternativas a evaluar) y la posibilidad de que la solución del problema relajado sea un límite inferior, [13].

CAPÍTULO 4

4.1 DESCRIPCION DEL SOFTWARE GAMS

El programa GAMS (General Algebraic Modeling Systems) es un software desarrollado por A. Brooke, D.Kendrick y A.Meeraus. A diferencia de otros paquetes de software de implementación de algoritmos matemáticos que permiten resolver los problemas de optimización, el programa GAMS presenta la ventaja de plantear un lenguaje de modelización que permite el poder escribir en un editor la formulación matemática del problema y posteriormente aplicarle una serie de “solvers” o programas de resolución.

Este programa fue desarrollado a finales del al década de los años 80 en el world bank por un grupo de economistas, aprovechando la experiencia de su trabajo sobre programas de desarrollo económico, y posteriormente la aplicación de los correspondientes programas de optimización para poder hallar la solución a los modelos propuestos.

Este software lo encontramos en la versión profesional o en la versión estudiante, que contiene todos los solvers disponibles, pero está limitada por el número de variables o elementos distinto de cero. Se puede descargar la última versión en la siguiente dirección, <http://www.gams.com/download/>.

Su instalación es muy fácil solo basta seguir el asistente. En esta instalación se crean el fichero de ayuda necesarias, así como una serie de manuales de ayuda (todos ellos en formato PDF). Estos manuales incluyen una guía de usuario de casi 300 páginas, Además incluye un “tutorial” de 30 páginas, y una referencia en la ayuda del programa. Pero no solo tiene ayuda sobre el programa, si no también tiene referencias y guías sobre los solvers que se usan como MINOS, CPLEX; OSL, etc. Una vez ya instalado se puede ejecutar alguno de los métodos de la librería de programas, ya sea lineal, no lineal, entero, PLN no diferenciable, programación complementaria, etc.

GAMS, presenta la ventaja de la potencia de este lenguaje de modelización, así como la capacidad de resolver problemas lineales, enteros y no lineales, sin olvidar las posibilidades de crecimiento del mismo programa como modelización. Para poder ejecutar el programa de GAMS es necesario crear un fichero de datos donde es necesario recoger la información del problema, aunque todo ello introducido en formato particular.

4.1.1 Bloques obligatorio de GAMS.

Variables	VARIABLES
Ecuaciones	EQUATIONS
Modelo	MODELS
Solución	SOLVE

Tabla 3: Bloques obligatorio de GAMS

Bloque de variables: Este bloque debe comenzar con la palabra VARIABLE. Dentro de este bloque se han de definir las variables que se van a usar en el modelo, indicando de que clases son (positive, negative, binary, etc) que tipo de restricciones presentan, sin tienen cotas o no.

```
VARIABLES
Ben          Beneficios ;

Binary variables
W(i,t)      1 si la unidad i esta en etapa de carga   y "0" no lo esta
Y(i,t)      1 si la unidad esta en la etapa de coccion y "0" no lo esta

*****TACHAS DE PRIMERA*****
*****TACHAS DE PRIMERA*****

Positive variables
*DEPOSITO
Fe          Caudal de entrada de jarabe al deposito
FeTotal    Caudal total que recibe el deposito [Fe + QCmdr + S_QCAzu + T_QCAzu]
VD(t)      Cantidad de Jarabe que hay en el deposito en el instante t
```

Ilustración 33: Bloque de variables en GAMS

Bloque de ecuaciones: Este bloque ha de comenzar con el título de EQUATIONS. En este bloque hay que declarar y definir las ecuaciones que se van a usar en el modelo.

```
EQUATIONS
****Carga****
Const1 (i,t) Si se ha arrancado una tacha en t no se puede arrancar otra en tp periodos antes
Const2 (i,t) Si se ha arrancado una tacha en t esta en coccion Tp periodos despues
Const3 (i,t) Si arranca en t no esta en coccion en t
Const4 (i,t) Si arranca en t no esta en coccion en t-1
Const5 (i,t) Si arranca en t no esta en coccion en t+Tp
****Coccion****
Const6 (i,t) Si esta en coccion en t debio haber arrancado como maximo TP periodos atras
Const7 (i,t) Caudal de carga si esta en coccion
Const8 (i,t) Caudal de carga si esta en coccion
****Descarga****
Const9 (i,t) Caudal de descarga si esta en carga
Const10(i,t) Caudal de descarga si esta en carga
```

Ilustración 34: Bloque de ecuaciones en GAMS

Bloque de modelado: En este grupo se han de definir las ecuaciones que componen el modelo: No es obligatorio incluir todas las ecuaciones utilizadas: Este Bloque tiene que comenzar con el nombre de Model.

```

MODEL ScheduleTachas/All/;

Option OPTCR = 0.0;
Option MIP = CPLEX;
Option MINLP = DICOPT;
Option NLP = SNOPT;
Option LIMCOL = 800;
Option LIMROW = 800;
Option LIMROW = 800;
Option SOLPRINT = ON;
    
```

Ilustración 35 : Bloque del modelado en GAMS

Bloque de solución: En este bloque hay que indicar que tipo de algoritmo deseamos usar para poder resolver el modelo que se ha definido previamente, si maximizamos o minimizamos. A la hora de iniciar este bloque ha de aparecer la palabra SOLVE.

```

*****
*****
SOLVE ScheduleTachas MAXIMIZING BEN Using MINLP;
*****
*****
    
```

Ilustración 36: Bloque de solución en GAMS

4.1.2 Bloques optativos de GAMS.

Conjuntos	SET
Datos	DATA
Visualización	DISPLAY

Tabla 4: Bloques optativos de GAMS

Bloque de conjuntos, SET. Consiste en definir una serie de conjuntos, por lo general índices y asignarles unos valores a estos conjuntos, se inicia con la palabra SET.

```

*****TACHAS DE PRIMERA, SEGUNDA Y TERCERA*****
Set
t      Periodos /1*50/
i      Unidades /Tacha1, Tacha2, Tacha3/
s_i    Unidades /S Tacha1, S Tacha2/
T_i    Unidades /T Tacha1, T Tacha2/

Alias(t,p);
Alias(i,u);
Alias(s_i,s_u);
Alias(T_i,T_u);
    
```

Ilustración 37: Bloque de conjuntos en GAMS

Bloque de Datos, DATA. No se trata de un único bloque, sino que puede contener diferentes grupos. Se usa para definir una serie de datos fijos dentro del modelo, así podemos definir parámetros (PARAMETERS), tablas (TABLES) y escalares (SCALARS).

```
Scalars
***DEPOSITO

Vdep  Capacidad del deposito de jarabe           /2200/
Bqdep  Brix en la salida del caudal del deposito /0.678/
Pqdep  Pureza en la salida del caudal del deposito /0.925/

Parameter
*Tachas de primera 2 hora de proceso ( Cada periodo = 15 minutos)
Tp(i)   Periodos de proceso de las unidades i   /Tacha1=8
                                                Tacha2=8
                                                Tacha3=8/
```

Ilustración 38: Bloque de datos en GAMS

Bloque de visualización, DISPLAY. Este bloque permite indicar la clase de salida de datos y formato que deseamos para el problema.

```
DISPLAY
```

Ilustración 39: Bloque de visualización en GAMS

Líneas de comentarios: Es conveniente introducir líneas de comentario en el modelo, que si bien no forman parte de él y por lo tanto no van a ser compiladas, nos pueden facilitar la lectura posterior tanto del fichero de datos como el de la solución. Los comentarios pueden ser introducidos de dos formas; comenzando cada línea con un asterisco (*), están prohibidos los acentos y la letra ñ, y utilizando los comandos \$ONTEXT y \$OFFTEXT, entre estos dos comandos se puede escribir tantas líneas queramos, no tiene limitantes.

```
$ONTEXT
SECUENCIAMIENTO TACHA
$OFFTEXT
* Definicion de conjuntos y parametros correspondientes a las tareas

$TITLE [[[[[[[[[ SECUENCIAMIENTO DE TACHAS DE UNA AZUCARERA ]]]]]]]]
$TITLE [[[[[[[[[ CUARTO DE AZUCAR ]]]]]]]]
$TITLE [[[[[[[[[ TACHAS DE PRIMERA,SEGUNDA, TERCERA ]]]]]]]]
$ OFFLISTING

$Eolcom !
```

Ilustración 40: líneas de comentarios.

4.1.3 Compilación del algoritmo en GAMS.

Cuando hemos compilado el problema, para analizar la solución se debe abrir el fichero LST, este fichero de salida contiene varias partes.

Compilación: Es la transformación de las instrucciones originales en código legible del solver.

Listado de ecuaciones: Muestra todas las ecuaciones del modelo que se han escrito.

Listado de columnas o variables: Aparecen relacionadas todas las variables y los coeficientes que incorporan en cada ecuación. Cota inferior (Lo=0), punto de partida (L=0), y cota superior (Up=1)

```

---- W 1 si la unidad i esta en etapa de carga y "0" no lo esta
W(Tachal,1)
      (.LO, .L, .UP, .M = 0, 0, 1, 0)
      1 Const1(Tachal,1)
      1 Const1(Tachal,2)
      1 Const1(Tachal,3)
      1 Const1(Tachal,4)
      1 Const1(Tachal,5)
      1 Const1(Tachal,6)
      1 Const1(Tachal,7)
      1 Const1(Tachal,8)
    
```

Ilustración 41: Listado de columnas o variables en GAMS en el fichero LST

Estadísticas del modelo: Señalan el número de variables y ecuaciones que contienen el modelo.

```

MODEL STATISTICS
BLOCKS OF EQUATIONS      146   SINGLE EQUATIONS      9,006
BLOCKS OF VARIABLES     112   SINGLE VARIABLES     7,011
NON ZERO ELEMENTS      37,331  NON LINEAR N-Z      1,859
DERIVATIVE POOL         10   CONSTANT POOL        24
CODE LENGTH             4,268  DISCRETE VARIABLES   700

GENERATION TIME        =      0.218 SECONDS      6 MB  24.3.3 r48116 WIN-VS8
EXECUTION TIME         =      0.218 SECONDS      6 MB  24.3.3 r48116 WIN-VS8
GAMS 24.3.3 r48116 Released Sep 19, 2014 WIN-VS8 x86 32bit/MS Windows 06/23/15 12:13:27
    
```

Ilustración 42: Estadísticas del modelo en el fichero LST

Resumen de la solución: Se distinguen dos partes: a) referida al proceso de solución y b) la referida al valor de las variables y al comportamiento de las ecuaciones. El cuadro de “solve summary” nos señala que el modelo MINLP y queremos maximizar la función objetivo “Ben” y el solver que se utiliza es DICOPT. Nos da información que se ha encontrado una solución óptima con un valor de 3067.49 y en cuantas iteraciones fueron ejecutadas. En el segundo cuadro nos muestra las existencias de cotas, comportamiento de la restricción

(saturada o no), para las saturadas no muestra el valor multiplicativo o marginal (indica cuanto variaría el valor de la función, al variar el termino independiente).

```

      S O L V E      S U M M A R Y

MODEL  ScheduleTachas      OBJECTIVE  Ben
TYPE   MINLP                DIRECTION  MAXIMIZE
SOLVER DICOPT                FROM LINE  1312

**** SOLVER STATUS      1 Normal Completion
**** MODEL STATUS      8 Integer Solution
**** OBJECTIVE VALUE    3067.4937

RESOURCE USAGE, LIMIT      429.252      1000.000
ITERATION COUNT, LIMIT    1277650      2000000000
EVALUATION ERRORS        0              0

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL
Tachal.1      .          .          +INF      .
Tachal.2      .          .          +INF      .
Tachal.3      .          .          +INF      .
Tachal.4      .          320.000  +INF      .
Tachal.5      .          60.000   +INF      .
Tachal.6      .          60.000   +INF      .
Tachal.7      .          60.000   +INF      .
Tachal.8      .          60.000   +INF      .
Tachal.9      .          60.000   +INF      .
Tachal.10     .          60.000   +INF      .
Tachal.11     .          60.000   +INF      .
Tachal.12     .          60.000   +INF      .
    
```

Ilustración 43: Resumen de solución en el fichero LST de GAMS

Informe resumen: Todas las instrucciones que tengas cuatro asteriscos (****) son muy importantes. Para este caso no hay soluciones no óptimas, ni infactibles, ni no acotadas, en otras palabras es una solución normal y óptima.

```

**** REPORT SUMMARY :      0      NONOPT
                          0      INFEASIBLE
                          0      UNBOUNDED
                          0      ERRORS

EXECUTION TIME      =      0.032 SECONDS      3 MB      24.3.3 r48116 WIN-VS8

USER: Dpt. of Systems Engineering and Automatic Contrs141002:0739AO-WIN
      University of Valladolid      DC4416
      License for teaching and research at degree granting institutions
    
```

Ilustración 44: Informe del resumen de la optimización en el fichero LST de GAMS

Resumen de origen y final de los ficheros: Presenta el nombre de los ficheros de entrada y salida, así como su localización, [15].

```

**** FILE SUMMARY

Input      D:\jose\MIS DATOS\Gams\SECUENCIAMIENTO-DE-TACHAS-J-Adilio.gms
Output     D:\jose\Documents\gamsdir\projdir\SECUENCIAMIENTO-DE-TACHAS-J-Adilio.
           lst
    
```

Ilustración 45: Resumen del origen y final del fichero LST e GAMS

4.2 RESULTADOS

4.2.1 Algoritmo de GAMS

Se ha logrado optimizar el secuenciamiento de las tachas de primera de segunda y de tercera. Para la función objetivo se ha maximizado los beneficios principalmente la producción de azúcar y el procesado de jarabe. El óptimo alcanzado es un local, que por ser un problema mixto entero no lineal (MINLP) es un óptimo muy bueno ya que supone una mejora significativa al problema de secuenciamiento. Se ha conseguido una respuesta para todas las variables principales (continuas y discretas) del modelo, así como el cumplimiento de las restricciones de igualdad y desigualdad y se han resuelto todas las ecuaciones tanto lineales como no lineales. Por lo tanto la solución es factible de frontera con un máximo local estricto (ver optimización).

GAMS usa el algoritmo Branch and Bound (ramificación y acotamiento) subdivide el problema MINLP en subproblemas MIP y NLP. La mejor solución sería un óptimo global que el optimizador no consigue encontrar por un deterioro en la solución de uno de los subproblemas NLP, por ende el óptimo es local. El solver de GAMS seleccionado para el MINLP es el DICOPT, para el MIP el CPLEX y para le NLP SNOPT.

Major Step	Major Iter	Objective Function	CPU time (Sec)	Iterations	Evaluation Errors	Solver
NLP	1	3288.70948	11.97	11282	0	snopt
MIP	1	3067.65417	40.47	85382	0	cplex
NLP	2	3066.79837<	0.50	794	0	snopt
MIP	2	3067.49371	75.52	238440	0	cplex
NLP	3	3067.49371<	0.61	957	0	snopt
MIP	3	3067.49371	109.36	407734	0	cplex
NLP	4	3067.49371<	0.55	874	0	snopt
MIP	4	3067.49371	93.24	247795	0	cplex
NLP	5	3067.49371<	0.58	915	0	snopt
MIP	5	3067.49371	98.08	282684	0	cplex
NLP	6	3067.49371	0.50	793	0	snopt
--- DICOPT: Terminating...						
--- DICOPT: Stopped on NLP worsening						
The search was stopped because the objective function of the NLP subproblems started to deteriorate.						
--- DICOPT: Best integer solution found: 3067.493711						
--- Restarting execution						
--- SECUENCIAMIENTO-DE-TACHAS-J-Adilio.gms (1312) 2 Mb						
--- Reading solution for model ScheduleTachas						
--- SECUENCIAMIENTO-DE-TACHAS-J-Adilio.gms (1312) 3 Mb						
*** Status: Normal completion						
--- Job SECUENCIAMIENTO-DE-TACHAS-J-Adilio.gms stop 06/23/15 12:20:39 elapsed 0:07:12.023						

Ilustración 46: Respuesta de la compilación del algoritmo en GAMS

EL problema matemático que se ha planteado y se ha resuelto tiene un alto grado de complejidad. Se ha resuelto 146 bloques de ecuaciones (incluidas restricciones) escritas en GAMS, estas son las que describen el problema matemático que ya se han explicado en el capítulo anterior. 112 bloques de variables (positivas, continuas), 37,331 elementos distintos de cero, 9,006 ecuaciones individuales., 1859 entradas no lineales, 4,268 ecuaciones no lineales complejas, 700 variables discretas (binarias). El “derivate pool” igual a 4 y la “constant pool” igual 24 no indica la complejidad del modelo matemático, mientras más altos son estos valores el problema no lineal es más complejo y difícil de resolver. El tiempo de generación del código y revisión de la sintaxis fue de 0.234 segundos, [16].

MODEL STATISTICS			
BLOCKS OF EQUATIONS	146	SINGLE EQUATIONS	9,006
BLOCKS OF VARIABLES	112	SINGLE VARIABLES	7,011
NON ZERO ELEMENTS	37,331	NON LINEAR N-Z	1,859
DERIVATIVE POOL	10	CONSTANT POOL	24
CODE LENGTH	4,268	DISCRETE VARIABLES	700
GENERATION TIME	=	0.234 SECONDS	6 MB 24.3.3 r48116 WIN-VS8
EXECUTION TIME	=	0.234 SECONDS	6 MB 24.3.3 r48116 WIN-VS8
GAMS 24.3.3 r48116 Released Sep 19, 2014 WIN-VS8 x86 32bit/MS Windows 06/12/15 00:3			

Ilustración 47 : Magnitud del problema MINLP resuelto en GAMS

En resumen se ha maximizado la función objetivo “Ben”, del modelo “SheduleTachas”, el problema matemático es tipo MINLP, el solver usado es DICOPT y se ha completado normalmente. Se realizaron 8 soluciones o ejecuciones enteras del algoritmo para encontrar de todas ellas el valor óptimo, que es 3067.4937. De los recursos disponibles del solver se usaron 429.252 de 1000, y en las 8 ejecuciones del algoritmo se produjeron 1, 277,650 iteraciones de 2, 000, 000,000 posibles.

S O L V E S U M M A R Y			
MODEL	ScheduleTachas	OBJECTIVE	Ben
TYPE	MINLP	DIRECTION	MAXIMIZE
SOLVER	DICOPT	FROM LINE	1312
**** SOLVER STATUS	1	Normal Completion	
**** MODEL STATUS	8	Integer Solution	
**** OBJECTIVE VALUE		3067.4937	
RESOURCE USAGE, LIMIT	429.252	1000.000	
ITERATION COUNT, LIMIT	1277650	2000000000	
EVALUATION ERRORS	0	0	

Ilustración 48: Valor de la función Objetivo.

4.2.2 Función de Coste.

Para la función de costo desde el punto de vista económico, se ha maximizado el procesado de jarabe, por cada 15 minutos (1 periodo) se procesa 105.384 kg. Una producción de azúcar blanquilla o azúcar comercial de 62 kg por cada periodo, 18 kg de azúcar de segunda por periodo, 7.3 kg de azúcar de tercera por periodo, y 10.20 kg/t de melaza, para un beneficio económico de 3067.49 euros en todo el secuenciamiento, en la siguiente tabla se muestran los detalles.

Produccion						
Símbolo	Definición	Cantidad por periodo (Kg/T)	Cantidad por 50 periodos (Kg/ 50T)	valor (€* kg)	SubTotal (€)	Total (€)
Fe	Caudal de entrada	105,384	5269,2	0,15	790,38	3401,13
QCAzu	Azucar comercial	62,00	3100	0,75	2325	
S_QCAzu	Azucar de segunda	18,00	900	0,2	180	
T_QCAzu	Azucar de tercera	7,30	365	0,15	54,75	
T_Qcme	Melaza	10,20	510	0,1	51	
Costos de produccion						
Vaporusado	vapor usado en las tachas de primera	-	1133,541	0,1	113,3541	333,6379
S_Vaporusado	vapor usado en las tachas de segunda	-	314,449	0,1	31,4449	
T_Vaporusado	vapor usado en las tachas de tercera	-	88,39	0,10	8,8389	
		1 uso por periodo	veces usada en los 50 T	Costo por 1 T	SubTotal (€)	
centrifuga	Uso de la centrifuga de primera	1,00	50,00	1,20	60	
S_centrifuga	Uso de la centrifuga de segunda	1,00	50,00	1,20	60	
T_centrifuga	Uso de la Centrifuga de tercera	1,00	50,00	1,20	60	
					Beneficio (€)	3067,4921

Ilustración 49: Valores de las variables que determina el valor de la función objetivo

4.2.3 Valores de las variables.

A continuación se muestran los valores óptimos que alcanzaron las variables positivas durante la optimización.

Símbolo	Definición	Valor	Uds
	Tachas de primera		
<i>Ben</i>	Beneficio	3,067.494	€
<i>Fe</i>	Caudal de entrada de jarabe a la refundidora	105.384	Kg/T
<i>FeTotal</i>	Caudal total que recibe la refundidora	153.684	Kg/T
<i>BQdepos</i>	Brix en el caudal de salida de la refundidora	0.678	°Brix
<i>PQdepos</i>	Pureza en el caudal de salida de la refundidora	0.925	%
<i>QdescAzuSec_{it}</i>	Azúcar global que se descarga de la tacha	501.720	Kg
<i>QdescConAgu_{it}</i>	Agua global que se descarga de la tacha	298.280	Kg
<i>Hv</i>	Entalpia del vapor a la temperatura T ^o	2749.6378	KJ /

SECUENCIAMIENTO ÓPTIMO DEL PROCESO DE CRISTALIZACION DE UNA AZUCARERA

			Kg
<i>Hc</i>	Calor de cambio de estado a la T° de saturación	2331.6378	KJ / Kg
<i>Ctevap</i>	Constante de evaporación	1.179	--
<i>Vaporusado</i>	Vapor usado en las 3 tachas	1133.541	Kg
<i>AguEvapTacDesc_{it}</i>	Cantidad total de agua evaporada	106.802	Kg
<i>MasCocTacDesc_{it}</i>	Masa cocida total que se descarga	693.198	Kg
<i>AzusecTacDesc_{it}</i>	Azúcar total en la masa cocida que se descarga	501.720	Kg
<i>ContAguTacDesc_{it}</i>	Agua total en la masa cocida que se descarga	191.478	Kg
<i>AzuSecQM</i>	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	85.560	Kg/T
<i>ConAguQM</i>	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	14.440	Kg/T
<i>ConAgump</i>	Cantidad de agua que sale en la miel pobre	10.219	Kg/T
<i>AzuSecmp</i>	Cantidad de azúcar en la miel pobre	11.781	Kg/T
<i>FCVagu</i>	Vapor de agua que entra a la centrifuga	7	Kg/T
<i>QCmr</i>	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	23	Kg/T
<i>AzuSecmr</i>	Azúcar contenida en la miel rica	11.81	Kg/T
<i>BCmr</i>	Grados Brix en la miel rica	0.604	Brix
<i>QCAzu</i>	Azúcar comercial que sale de la centrifuga	62	Kg/T
<i>AzuSecAzu</i>	Azúcar seca contenida en el azúcar comercial	61.969	Kg/T
Tachas de segunda			
<i>S_FeTotal</i>	Caudal total que recibe el deposito	34.8	Kg/T
<i>S_BQdepos</i>	Brix en el caudal de salida del deposito	0.644	°Brix
<i>S_PQdepos</i>	Pureza en el caudal de salida del deposito	0.854	%
<i>S_QdescAzuSec_{s_it}</i>	Azúcar global que se descarga de la tacha	329.851	Kg
<i>S_QdescConAgu_{s_it}</i>	Agua global que se descarga de la tacha	270.149	Kg
<i>S_Vaporusado</i>	Vapor usado en las 2 tachas	314.449	Kg
<i>S_AguEvapTacDesc_{it}</i>	Cantidad total de agua evaporada	88.882	Kg
<i>S_MasCocTacDesc_{s_it}</i>	Masa cocida total que se descarga	511.118	Kg
<i>S_AzusecTacDesc_{s_it}</i>	Azúcar total en la masa cocida que se descarga	329.851	Kg
<i>S_ConAguTacDesc_{s_it}</i>	Agua total en la masa cocida que se descarga	181.267	Kg
<i>S_AzuSecQM</i>	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	31.248	Kg/T
<i>S_ConAguQM</i>	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	8.752	Kg/T
<i>S_ConAgump</i>	Cantidad de agua que sale en la miel pobre	5.676	Kg/T
<i>S_AzuSecmp</i>	Cantidad de azúcar en la miel pobre	6.324	Kg/T
<i>S_FCVagu</i>	Vapor de agua que entra a la centrifuga	2.8	Kg/T
<i>S_QCmr</i>	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	12.80	Kg/T
<i>S_AzuSecmr</i>	Azúcar contenida en la miel rica	7.353	Kg/T
<i>S_BCmr</i>	Grados Brix en la miel rica	0.668	Brix
<i>S_QCAzu</i>	Azúcar de segunda que sale de la centrifuga	18	Kg/T
<i>S_AzuSecAzu</i>	Azúcar seca contenida en el azúcar de segunda	17.571	Kg/T

Tachas tercera			
$T_{FeTotal}$	Caudal total que recibe el deposito	21.250	Kg/T
$T_{BQdepos}$	Brix en el caudal de salida del deposito	0.669	°Brix
$T_{PQdepos}$	Pureza en el caudal de salida del deposito	0.846	%
$T_{QdescAzuSec_{T_{it}}}$	Azúcar global que se descarga de la tacha	339.675	Kg
$T_{QdescConAgu_{T_{it}}}$	Agua global que se descarga de la tacha	260.325	Kg
$T_{Vaporusado}$	Vapor usado en las dos tachas	88.389	Kg
$T_{AguEvapTacDesc_{T_{it}}}$	Cantidad total de agua evaporada	54.428	Kg
$T_{MasCocTacDesc_{T_{it}}}$	Masa cocida total que se descarga	545.572	Kg
$T_{AzusecTacDesc_{T_{it}}}$	Azúcar total en la masa cocida que se descarga	339.675	Kg
$T_{ConAguTacDesc_{T_{it}}}$	Agua total en la masa cocida que se descarga	205.897	Kg
$T_{AzuSecQM}$	Azúcar en la masa cocida que descarga el malaxador	17.290	Kg/T
$T_{ConAguQM}$	Agua en la masa cocida que descarga el malaxador	7.710	Kg/T
$T_{ConAgume}$	Cantidad de agua que sale en la melaza	5.333	Kg/T
$T_{AzuSecme}$	Cantidad de azúcar en la melaza	4.867	Kg/T
T_{FCVagu}	Vapor de agua que entra a la centrifuga	1.750	Kg/T
T_{QCmr}	Miel rica con agua que sale de la centrifuga	9.250	Kg/T
$T_{AzuSecmr}$	Azúcar contenida en la miel rica	5.7	Kg/T
T_{BCmr}	Grados Brix en la miel rica	0.734	Brix

Tabla 5: Valores de las variables positivas obtenidos durante la optimización

4.2.4 Secuencia óptima de las tachas y volumen en los equipos.

4.2.4.1 Tachas de primera

Las tachas de primera son una batería de 3 tachas en paralelo, tienen un tiempo de 2 horas de proceso que es equivalente a 8 periodos de 15 minutos. Para la tacha 1 comienza la carga (color verde) en el periodo 4, con una flujo másico de 320 kg, en el periodo 5 inicia la cocción (color azul) el flujo másico ahora es de 60 kg/ periodo, este flujo es constante hasta que termine el proceso de cocción que ocurre en el periodo 12. La descarga (color rojo) de la masa cocida es en el periodo 13, un periodo después de que termine el periodo de cocción. Las tachas de primera descargan 693.198 kg a los malaxadores de primera en cada vez que finaliza una secuencia.

La tacha uno realiza tres secuencias completas. La tacha dos, completa dos secuencias, quedando la tercera secuencia en la etapa de cocción. La tacha tres completa también 3 secuencias.

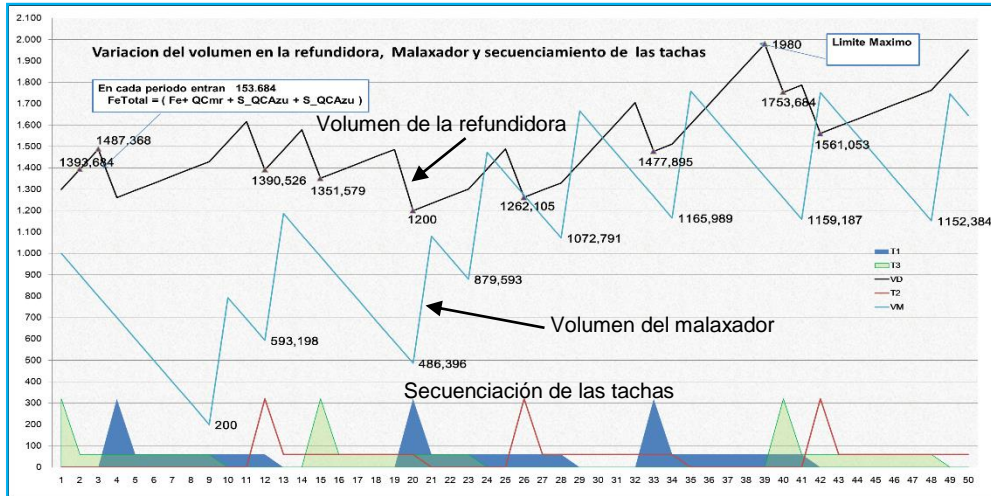


Ilustración 51: Volumen en la refundidora, malaxador y secuencia de las tachas de primera

- Volumen en las tachas

La cantidad de la masa cocida en el interior de la tachas aumenta a medida que pasa el tiempo, debido al flujo másico constante que está recibiendo del depósito intermedio. En color azul es la tacha uno, en rojo la tacha dos, en verde la tacha tres. La masa cocida de descarga es de 693.20 kg.

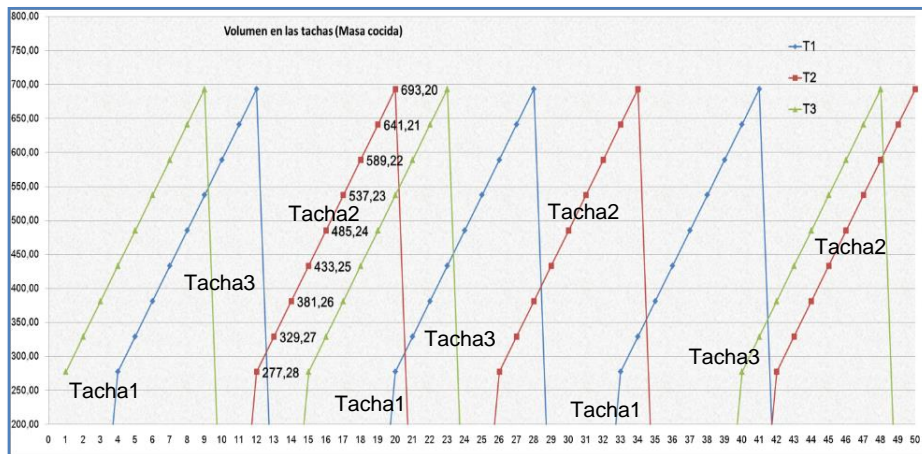


Ilustración 52: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de primera

- Flujos másicos en cada periodo para la tacha uno, dos y tres.

Cuando a la tacha le llega un flujo másico, por ejemplo 60 kg al momento de la cocción, esta cantidad de jarabe es procesado y se obtiene 8.01 kg que sale de la tacha en forma de vapor de agua, 51.99 kg de masa cocida que está compuesta por: 37.629 kg de azúcar y 14.361 kg de agua, estas cantidades son las mismas

para las tachas de primera dos y tres. Y como ya se ha explicado la tacha uno arranca en el periodo cuatro, veinte y veinte y tres. La tacha dos arranca en el periodo doce, veinte y seis, cuarenta y dos. Se muestran los flujos másicos en cada periodo. La tacha tres arranca en el periodo uno, quince y cuarenta. Se muestran los flujos másicos en cada periodo.

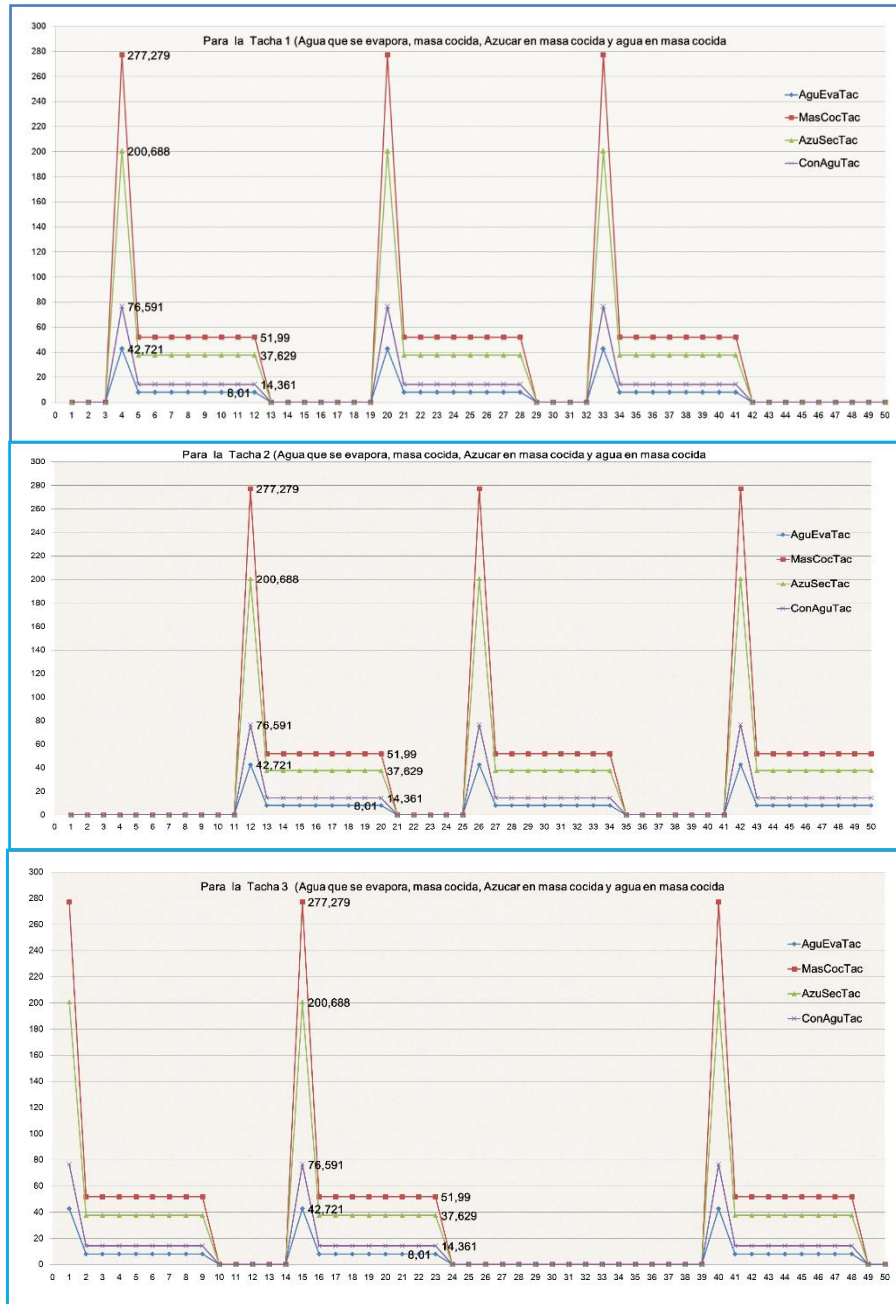


Ilustración 53: Flujos másicos en la tachas durante el secuenciamiento

4.2.4.2 Tachas de segunda

Las tachas de segunda son una batería de 2 tachas en paralelo, tienen un tiempo de 5 horas de proceso que es equivalente a 20 periodos de 15 minutos. Para la tacha 1 comienza la carga (color verde) en el periodo 1, con una flujo másico de 120 kg, en el periodo 2 inicia la cocción (color azul) el flujo másico ahora es de 24 kg/ periodo, este flujo es constante hasta que termine el proceso de cocción que ocurre en el periodo 21. La descarga (color rojo) de la masa cocida es en el periodo 22, un periodo después de que termine el periodo de cocción. Las tachas de segunda descargan 511.118 kg a los malaxadores de segunda cada vez que finaliza una secuencia. La tacha uno realiza solo una secuencia. La tacha dos, completa dos secuencias, completas.



Ilustración 54 : Secuenciamiento óptimo de las tachas de segunda

- Volumen del depósito, malaxador y tachas.

Debido al arranque de las dos tachas de segunda el volumen en la refundidora de segunda disminuye a medida que pasa el tiempo. Cuando solo está en cocción la tacha dos, del periodo veinte y tres en adelante, la cantidad de jarabe en la refundidora aumenta. Se puede notar que debido a que tarda más tiempo el descargue de las tachas, el volumen en el malaxador llega a su límite inferior. En el periodo veinte y dos se descargan las dos tachas y la cantidad de masa cocida de segunda en el malaxador aumenta comprobándose así que la respuesta para el secuenciamiento de la tachas de segunda es correcto.

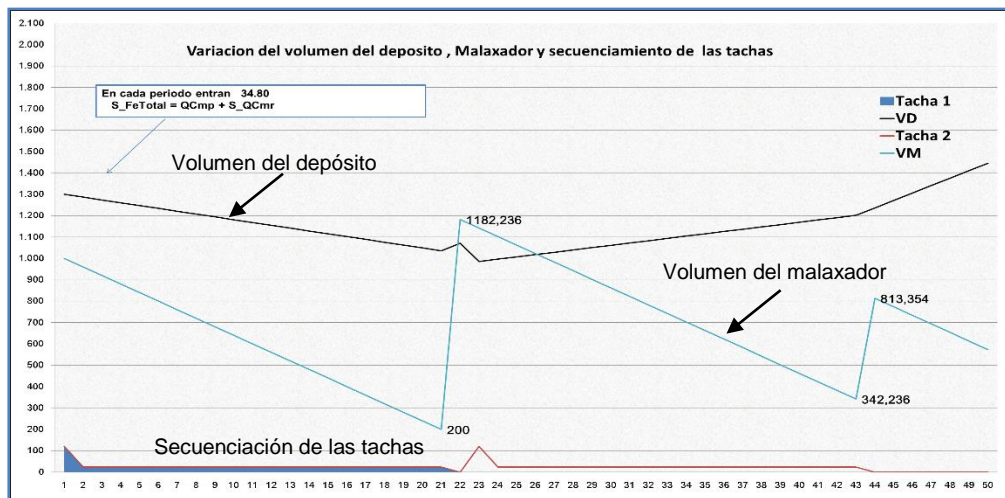


Ilustración 55: Volumen en el depósito, malaxador y secuencia de las tachas de segunda

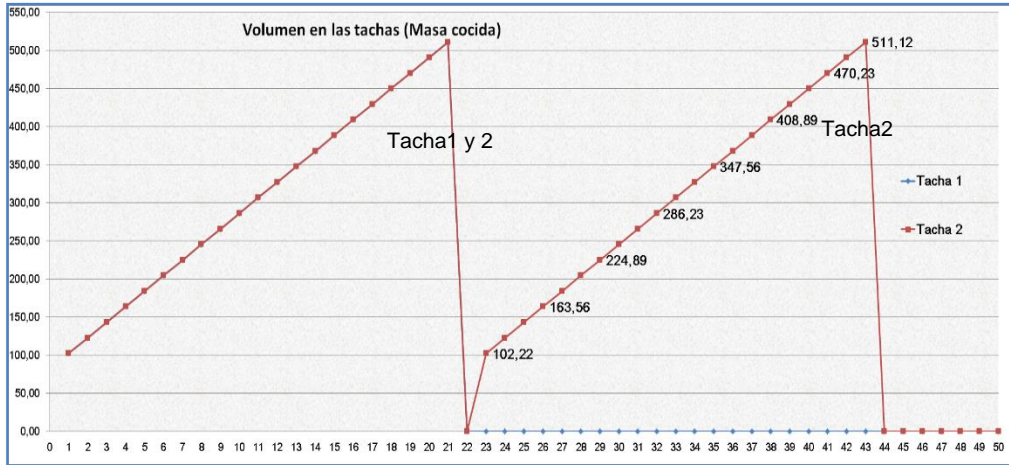


Ilustración 56: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de segunda

- Flujos másicos en cada periodo para la tacha uno, dos.

Esta graficas muestra para cada periodo, la cantidad de agua que se evapora, la masa cocida que se descarga, el azúcar y el agua contenida en la masa cocida.

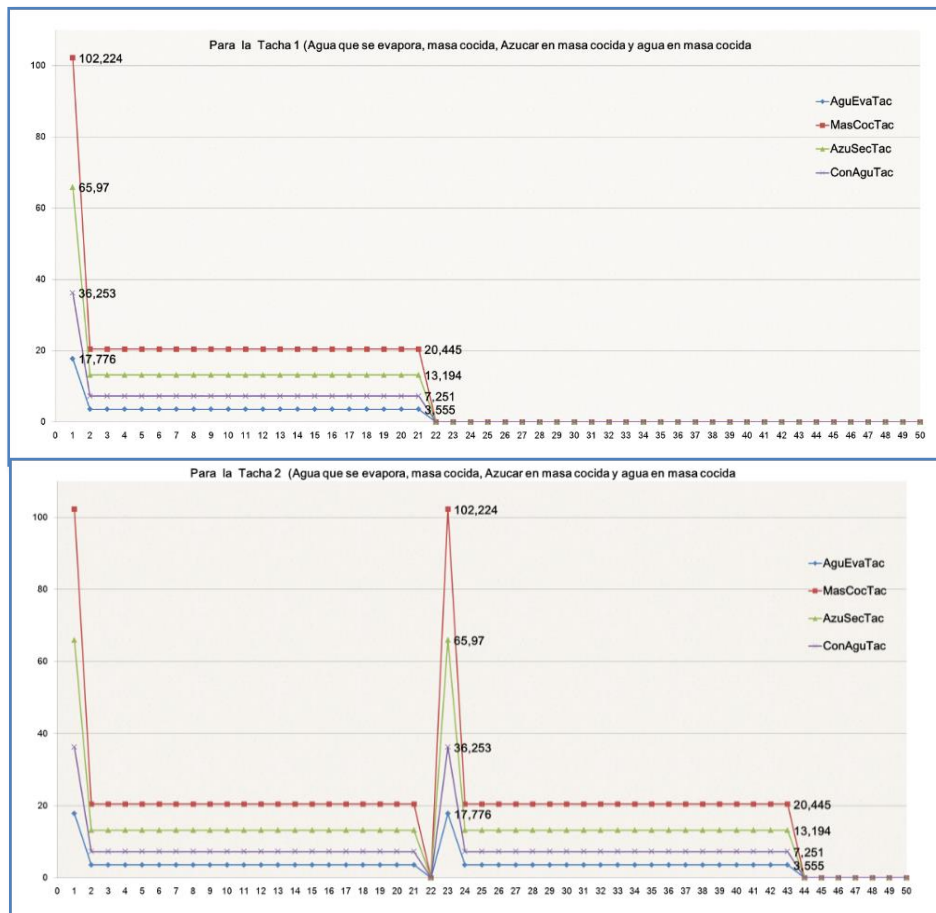


Ilustración 57: Flujos másicos en la tachas de segunda durante el secuenciamiento

4.2.4.3 Tachas de tercera

Las tachas de tercera son una batería de 2 tachas en paralelo, tienen un tiempo de 8 horas de proceso que es equivalente a 32 periodos de 15 minutos. Para la tacha 2 comienza la carga (color verde) en el periodo 2, con una flujo másico de 80 kg, en el periodo 3 inicia la cocción (color azul) el flujo másico ahora es de 16.25 kg/ periodo, este flujo es constante hasta que termine el proceso de cocción que ocurre en el periodo 34. La descarga (color rojo) de la masa cocida es en el periodo 35. Las tachas de tercera descargan 545.572 kg a los malaxadores de segunda cada vez que finaliza una secuencia. La tacha uno carga e inicia el proceso de cocción, pero no completa ninguna secuencia, la tacha dos completa solo una secuencia. En esta etapa el proceso es más lento ya que la masa cocida es más viscosa.

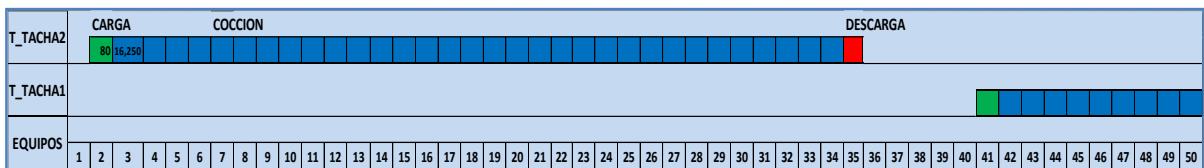


Ilustración 58: Secuenciamiento óptimo de las tachas de tercera

- Volumen del depósito, malaxador y tachas.

La cantidad de jarabe en el depósito de tercera, disminuye un poco en el periodo dos y después empieza a ascender esto porque solo está en cocción la tacha dos y porque la demanda es de 16.25 y el depósito está recibiendo 21.25. En el periodo 41 arranca la tacha uno y se aprecia un leve descenso en el volumen del depósito. El malaxador llega al límite inferior de operación en el periodo treinta y cuatro, pero en el periodo veinte y cinco se descarga la tacha dos aumentando la cantidad de masa cocida en el malaxador.

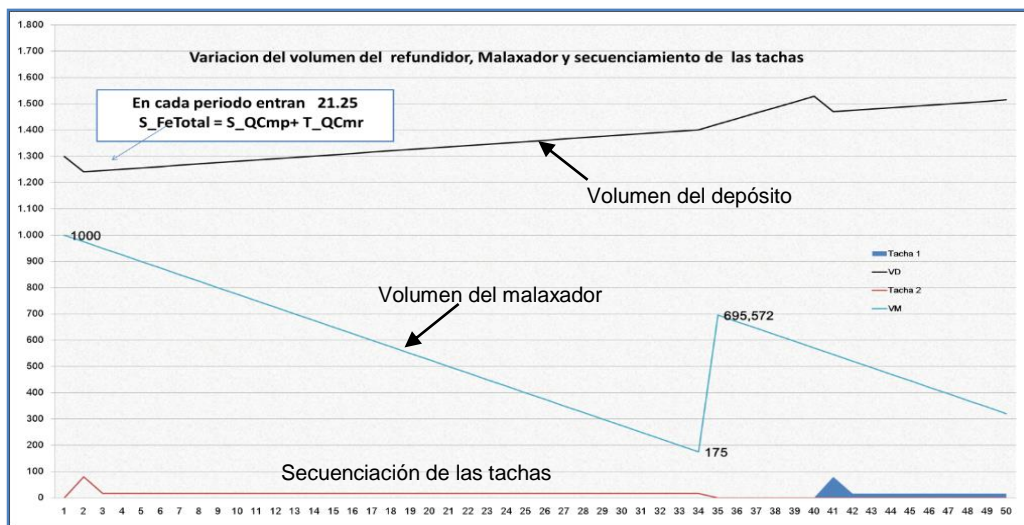


Ilustración 59: Volumen en el depósito, malaxador y secuencia de las tachas de tercera

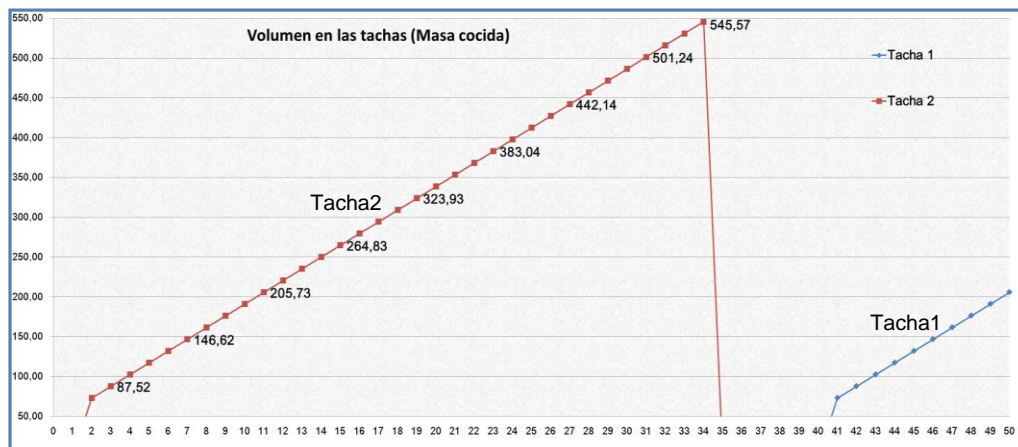


Ilustración 60: Cantidad de masa cocida en cada periodo en las tachas de tercera

- Flujos máxicos en cada periodo para la tacha uno, dos.

Los caudales de licor estándar que llegan a las tachas de tercera son muy pequeños, se puede notar en la figura 60 que para una entrada de 80 kg en el periodo uno por ejemplo corresponde 7.257 kg de agua que se evapora, 72.743 kg de masa cocida con un contenido de 45.29 kg de azúcar y 27.453 kg de agua.

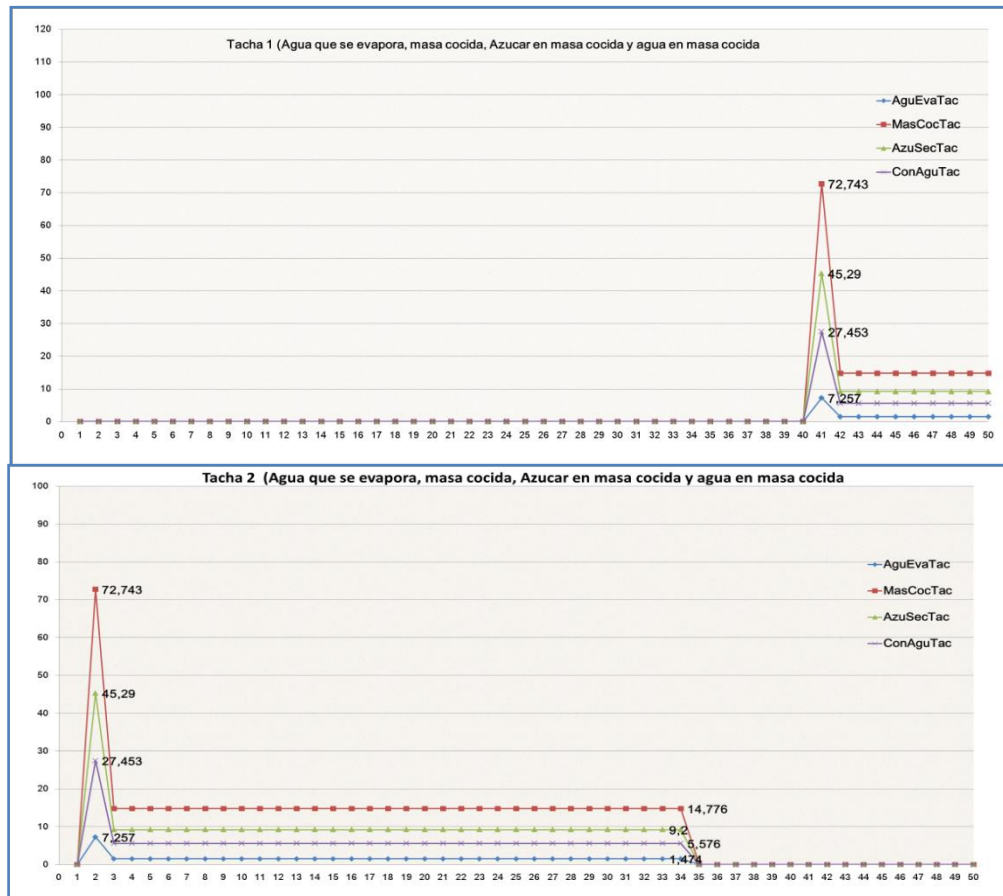


Ilustración 61: Flujos máxicos en la tachas de segunda durante el secuenciamiento

- Flujo total de vapor (kg/t) que se usa en cada periodo en las tachas de primera

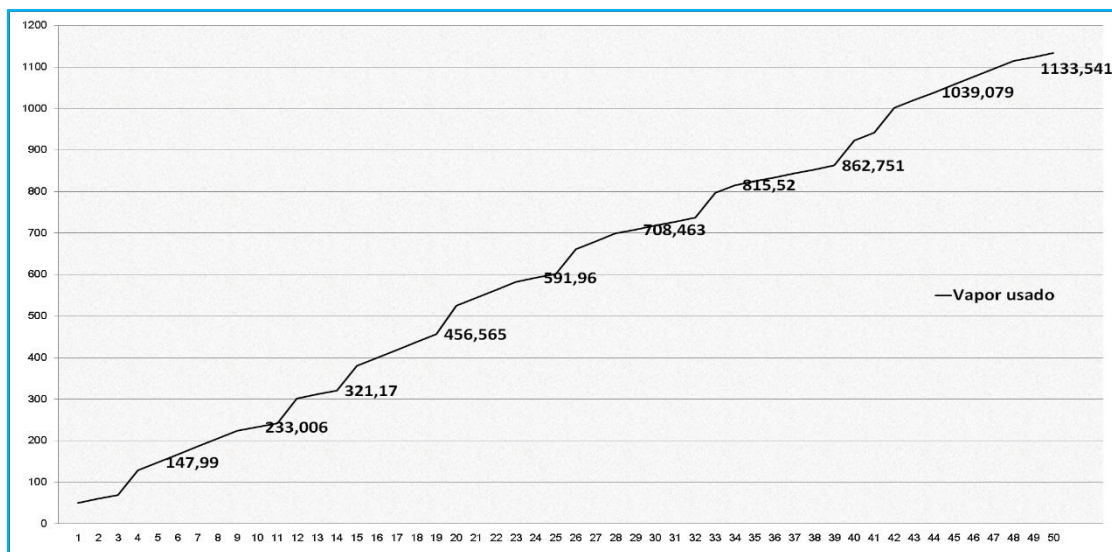


Ilustración 62: Vapor en las tachas de primera

- Flujo total de vapor (kg/t) que se usa en cada periodo en las tachas de segunda

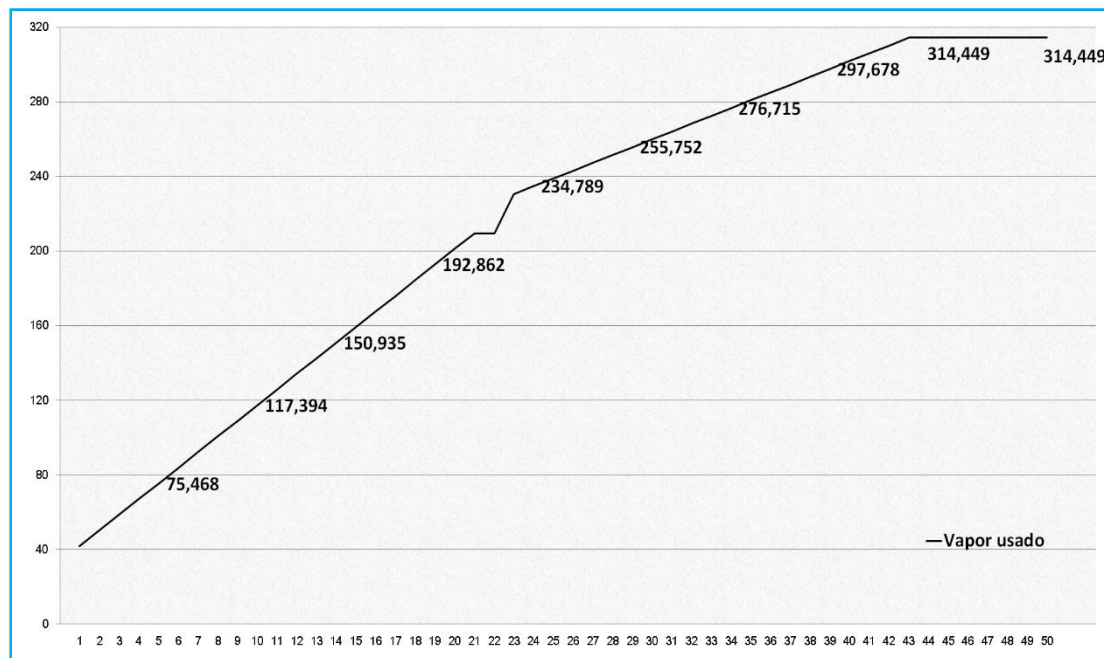


Ilustración 63: Vapor en las tachas de segunda

- Flujo total de vapor (kg/t) que se usa en cada periodo en las tachas de tercera

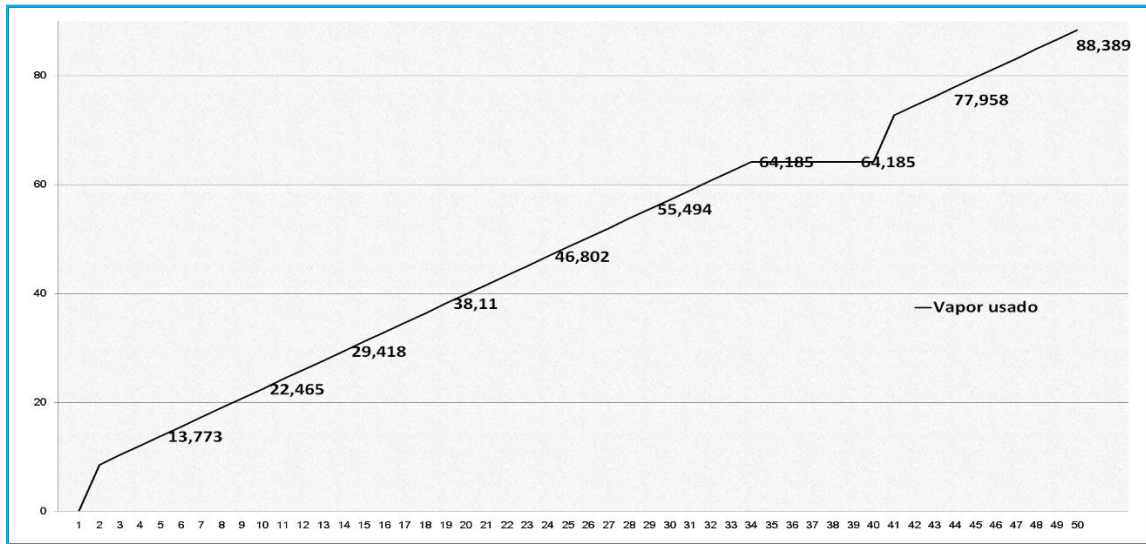


Ilustración 64: Vapor en las tachas de tercera

En la siguiente figura se puede apreciar el secuenciamiento óptimo de las tres secciones del cuarto de cristalización que se ha obtenido por programación matemática MINLP y por optimización usando el lenguaje de optimización GAMS.

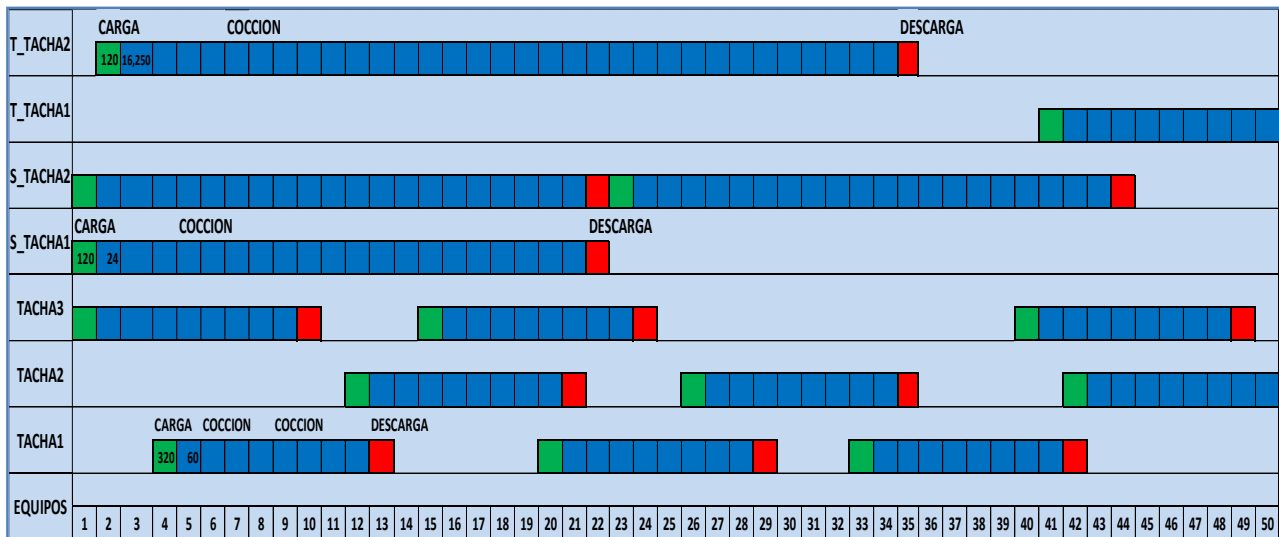


Ilustración 65 : Secuenciamiento óptimo de las tachas del cuarto de cristalización de una azucarera

CAPITULO 5

5.1 CONCLUSIONES

Se ha logrado identificar el correcto secuenciamiento de las tachas del cuarto de cristalización de una azucarera típica, a través de la resolución del modelo matemático usando la programación no lineal mixta entera (MINLP).

Se ha formulado el modelo matemático para la asignación y secuenciamiento de las tachas que describe el proceso del cuarto de cristalización.

Se ha programado el algoritmo matemático en GAMS para identificar el secuenciamiento óptimo de las tachas.

La función de coste se ha optimizado obteniendo el máximo beneficio de 3067.494 euros, para ello se usó programación no lineal mixta entera (MINLP).

Para lograr el secuenciamiento final se ha estudiado y programado diversos casos de asignación y secuenciamiento de las tachas desde el más sencillo al más complejo.

Usando Excel se han representado los resultados obtenidos del secuenciamiento óptimo, como son; capacidades en los depósitos intermedios, carga, cocción y descarga de las tachas, capacidades de malaxadores y centrifugas, así como el análisis de los valores de Brix, pureza y vapor.

Se ha descrito los fundamentos teóricos y técnicos que sirven de base para la comprensión de la memoria.

Se ha escrito informe o memoria para que sirva de punto de partida para futuras investigaciones.

5.2 LÍNEAS FUTURAS DE INVESTIGACIÓN

Algunas líneas de investigación que se pueden trabajar son:

- Comprobación del secuenciamiento óptimo usando el software de simulación ecosimpro.
- Optimización del makespan.
- Secuenciamiento del cuarto de cristalización de una azucarera real, considerando las tachas semibatch y continuas de segunda y tercera.

5.3 REFERENCIAS.

- [1] García García, Anabel, «*Modelado y Simulación de Procesos Batch: Sección de Cristalización de una Azucarera*» pp. 1-1, Centro de tecnología Azucarera, Valladolid 2001.
- [2] Carlos A. Méndez, Jaime Cerdá, Ignacio E. Grossmann, Liro Harjunoski, Marco Fahl «*State of the art review of optimization methods for short term scheduling of Batch processes*» pp. 914-927, Computers & Chemical Engineering, 2006.
- [3] Luis Puigjaner, Pedro Ollero, Cesar de Prada, Laureano Jiménez, «*Diseño y planificación de la producción de plantas flexibles*» de Estrategias de modelado, simulación y optimización de procesos químicos, Madrid, Vallehermoso, pp. 288-250.
- [4] Aldo Vecchietti, Ignacio E. Grosmann, Jaime Cerdá, «*Técnicas de optimización basados en lógica para problemas discretos / Continuos en ingeniería de procesos* », Tesis doctoral, junio 2000.
- [5] <http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/9097/1/MEMORIA.pdf>
- [6] Mazaeda, R, «*Introducción*» de Librería del Modelos del cuarto de azúcar de la industria azucarera para simuladores de entrenamiento de operarios, Tesis doctoral, Valladolid, 2010, pp.1-22.
- [7] Jose Barquero Franco, «*La industria del Azúcar de la remolacha*» Madrid, Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación, 1989.
- [8] ACOR_Sociedad Cooperativa, General Agropecuria, «*Proceso de Fabricación del azúcar*» Diciembre 2000.
- [9] Alexander Rodríguez, Luis Felipe Acebes, Cesar de Prada, «*Modelado y simulación de la unidad de cristalización de la industria azucarera con ecosimpro*» pp. 1-7.

- [10] <http://www.ugr.es/~aulavirtualpfcicq/BMyBE.html>
- [11] Carlos Ivorra, «*Introducción a la optimización*» de Matemáticas II, Universidad de Valencia, 2012-13, pp. 1-10.
- [12] Andrés Ramos, Pedro Sánchez, Jose María Ferrer, Julián Barquín, Pedro Inares, «*Optimización*» de Modelos Matemáticos de Optimización, Madrid, Universidad Pontificia de Comillas 2010, pp. 1-10.
- [13] Luis Puigjaner, Pedro Ollero, Cesar de Prada, Laureano Jiménez, «Optimización de procesos químicos» de Estrategias de modelado, simulación y optimización de procesos químicos, Madrid, Vallehermoso, pp. 300-320.
- [14] <http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/variables-binarias-el-caso-de-la-bauxita/>
- [15] <http://www.uv.es/~sala/gams/14.PDF>
- [16] Richard E. Rosenthal , «GAMS – A User’s Guide» pp. 90-102.
- [17] https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_de_Antoine
- [18] <http://www.isa.cie.uva.es/~prada/Scheduling.pdf>
- [19] R.Mazaeda, C. De Prada, «Optimización económica en línea de una fábrica de azúcar», pp. 1 – 6.
- [19] Rogelio Mazaeda, Cesar de Prada, Alejandro Merino, Luis F. Acebes, «Librería de Modelos Orientada a Objetos para la simulación del cuarto de azúcar: Cristalizador Continuo por evaporación al vacío », pp. 1-12.