Universidad de Valladolid

Facultad de Ciencias
Económicas y Empresariales

Grado en FBS

SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN DE PRÉSTAMOS CON CUOTA CONSTANTE

Presentado por:

Alfonso Pérez Sacristán

Valladolid, 25 de Junio de 2015

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Las operaciones de préstamo eran de uso frecuente en los pueblos y civilizaciones antiguas, aún antes de que el uso de la moneda fuera generalizado. El préstamo era un contrato por el cual una persona daba a otra una cosa, con la condición de que esta última persona se obligara, en un cierto período de tiempo, a restituir dicha cosa.

Existían dos tipos de préstamos, por un lado los préstamos de consumo, que eran aquellos en los que se intercambiaban bienes consumibles (bienes que se pueden pesar, medir, contar...), y por otro lado estaban los préstamos de uso, que eran los préstamos en los que se trataba otro tipo de bienes diferentes a los de los préstamos de consumo.

A medida que fue pasando el tiempo, el préstamo fue una operación que cada vez se utilizaba más. Además de prestar objetos, se empezó a prestar dinero. El funcionamiento seguía siendo el mismo, el prestamista entregaba dinero al prestatario con la condición de que este último se obligara a devolver la cantidad recibida además del pago de unos intereses. Los préstamos de dinero solían ser de grandes magnitudes y con vencimientos largos, Martínez (2008).

Las sociedades financieras han ido evolucionando a la par que las nuevas tecnologías y alguna entidad de crédito se ha dedicado a aportar soluciones a la demanda realizada por los ciudadanos, de pequeñas cantidades de dinero. Lo que hacen es prestar poco dinero y exigir pocos requisitos al prestatario, de esta forma han conseguido un gran crecimiento de negocio frente a los bancos tradicionales, Portero (2014).

En la actualidad y debido a la crisis en la que estamos inmersos, la concesión de préstamos se ha visto muy reducida debido a que las entidades bancarias desconfían de las posibilidades de los prestatarios para poder devolver el capital e intereses en los plazos fijados. Las entidades exigen más garantías a los prestatarios, tales como avales, para poder garantizar que el prestatario vaya a poder hacer frente a la devolución del capital junto con los intereses correspondientes.

El objetivo de este trabajo es conocer cuáles son las principales diferencias y similitudes que existen, entre el cuadro de amortización de un préstamo obtenido con el sistema de amortización francés, y el calculado con el sistema de amortización alemán. Para ello, en las Secciones 2 y 3 definimos qué es un préstamo, cuáles son sus principales magnitudes y la forma de confeccionar un cuadro de amortización. En la Sección 4, mostramos los sistemas de amortización más conocidos en la literatura y en las Secciones 5 y 6 detallamos los sistemas de amortización francés y alemán, respectivamente. Finalmente en la Sección 7 utilizamos el programa *Microsoft Excel 2007* para comparar los cuadros de amortización obtenidos para un ejemplo de préstamo. El cuadro de amortización para el sistema de amortización francés lo obtenemos con las funciones que *Microsoft Excel* posee. Sin embargo, para el caso del sistema de amortización alemán programamos las funciones con el programador de *Visual Basic* contenido en *Microsoft Excel*.

2. ¿QUÉ SON LOS PRÉSTAMOS?

Son una operación en la que intervienen dos partes, por un lado está el prestamista o acreedor, que es aquella persona que entrega un capital a la otra parte denominada prestatario o deudor, la cual se compromete a devolver una cantidad equivalente en uno o más pagos escalonados a lo largo de la duración de la operación.

Para el prestatario supone una operación de financiación ya que éste recibe en primer lugar la cantidad que necesita y después lo devuelve en un único pago o en sucesivos pagos. Para el prestamista supone una operación de crédito unilateral.

Por lo general, los préstamos son operaciones compuestas de prestación única (la entrega del capital se hace de una vez) y contraprestación múltiple (la devolución del capital equivalente se hace en más de un pago). Cabe destacar que en alguna ocasión, los préstamos son una operación simple en la que el prestatario devuelve el capital prestado inicialmente en un solo pago.

La operación tiene como origen el momento en que el prestamista entrega el capital, y tiene como final, el período en que el prestatario entrega el último desembolso y queda saldada la deuda.

Los capitales que entrega la contraprestación se denominan términos amortizativos o cuotas de cancelación. Las cuotas pueden pagarse cada año (anualidades), cada semestre (semestralidades), etc, ver De Pablo (2012).

La *Circular 5/2012* del Banco de España, en la norma sexta, punto 1, indica que toda entidad financiera está obligada a entregar al prestatario el documento contractual de cualquier operación que contraten. Además también recoge los extremos que deben aparecer recogidos de forma clara y explícita en el documento contractual:

- Tipo de interés anual.
- Periodicidad del devengo de intereses.
- Las comisiones aplicables.
- Los devengos que corresponden a la entidad debido a la modificación de los intereses pactados.
- Los derechos del cliente en cuanto al posible reembolso anticipado de la operación.

En general, la ley financiera que se suele utilizar para su valoración es la ley de capitalización compuesta, ya que suelen ser operaciones a largo plazo.

Un caso especial de préstamos son los préstamos hipotecarios, que son aquellos en los que el prestatario hipoteca bienes inmuebles como garantía de la operación. Esto reduce el riesgo de impago para el prestamista y por tanto el tipo de interés es menor que en otras operaciones equivalentes en cuanto a duración y cuantía, en las que no se incluye dicha garantía. Este tipo de préstamo tiene gran relevancia en el ámbito económico financiero.

3. NOTACIÓN Y MAGNITUDES DE UN PRÉSTAMO

Las magnitudes más importantes, Bonilla e Ivars (2006), que se utilizan para la valoración de los préstamos son:

C_0 = capital prestado al inicio de la operación.

i = tanto de valoración. Tipo de interés efectivo por período.

$U = (1 + i)$, factor de capitalización por período.

$V = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{u}$, factor de descuento por período.

I_t = cuota de interés pagadera en el período t y generada por la deuda pendiente hasta ese momento.

R_t = cuota de amortización en el período t, destinada a amortizar el capital prestado.

X_t = término amortizativo o cuota de cancelación en el período t:

$$X_t = I_t + R_t\ .$$

n = número de cuotas de cancelación o términos amortizativos.

E_t = capital total amortizado al final del período t, $\forall t\colon 1, \dots, n$:

$$E_t = R_1 + \cdots + R_t = \sum_{j=1}^{t} R_j$$

Además se cumple que:

$$C_0 = E_n = \textstyle\sum_{j=1}^{n} R_j.$$

M_t = capital pendiente de amortizar, o capital vivo, al final de cada período t, $\forall t\colon 0, \dots, n$:

$$M_t = C_0 - \textstyle\sum_{j=1}^{t} R_j = C_0 - E_t.$$

Existen otras formas de calcular el capital pendiente de amortizar:

- Método Prospectivo:

  Con este método, M_t es el valor actual en t de todos los términos amortizativos pendientes de pago

  $$M_t = X_{t+1}V^{t+1} + \cdots + X_n V^{n-t}.$$

- Método Retrospectivo:

  Si miramos al pasado de la operación, el prestamista ha entregado C_0 y el prestatario ha pagado los t primeros términos amortizativos, por tanto M_t es la diferencia entre ambas cuantías, valoradas en t.

  $$M_t = C_0(1+i)^t - X_1 U^{t-1} + \cdots + X_t.$$

- Método Recurrente:

  Consiste en calcular el capital pendiente por amortizar en t como la diferencia entre el capital vivo en el período t-1 capitalizado, menos la cuota de amortización del período t.

$$M_t = M_{t-1}(1+i) - X_t.$$

3.1. CUADRO DE AMORTIZACIÓN

El cuadro de amortización de un préstamo es una tabla de doble entrada, donde se recogen los valores que toman las diferentes magnitudes de un préstamo descritas anteriormente. Es el calendario de pagos al que hará frente un cliente cuando una entidad financiera le haya concedido un préstamo.

Los cuadros de amortización suelen estar habitualmente compuestos de seis magnitudes, aunque no existe una regla que impida otra forma de realizar el cuadro:

- t: período de valoración en el que nos encontramos.
- R_t: la cuota de amortización.
- I_t: la cuantía de intereses a pagar.
- X_t: la cuantía de los términos amortizativos.
- E_t: capital total amortizado al final del período t.
- M_t: capital pendiente de amortizar al final del período t.

En consecuencia, y tras la consulta del cuadro de amortización, el cliente puede comprobar:

- En qué fecha debe realizar cada uno de los pagos.
- La cuantía total a pagar en cada fecha.
- Lo que corresponde a intereses y a capital en cada momento.
- Lo que falta aún por pagar.
- La cuantía total amortizada hasta una fecha concreta.

En las Secciones 5 y 6 mostraremos como obtener el cuadro de amortización para los diferentes sistemas de amortización utilizando el programa *Microsoft Excel*.

3.2. COSTE EFECTIVO

Es el tanto efectivo en capitalización compuesta de una operación financiera que iguala la prestación real del prestamista y la contraprestación real del prestatario en un determinado instante de tiempo. Es decir, es el tipo de interés que verifica la siguiente igualdad:

Prestación real recibida por el prestamista = Contraprestación real entregada por el prestatario.

En términos matemáticos:

$$C_0 - G_0 = \sum_{t=1}^{n} \left(X_t + G_p\right) (1+i)^{-t} + G_f (1+i)^{-n},$$

donde G_0, G_f y G_p son los gastos iniciales, finales y periódicos a cargo del prestatario, respectivamente.

4. MÉTODOS O SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

Cuando se concede un préstamo, se debe concretar el método de amortización que se va a utilizar para su devolución. Un método de amortización es la manera por la que el prestatario va a llevar a cabo la devolución del préstamo y como se van a calcular los intereses a pagar. Existen diferentes sistemas de amortización de un préstamo, a continuación mostraremos los más conocidos; ver Miner (2008) para más información.

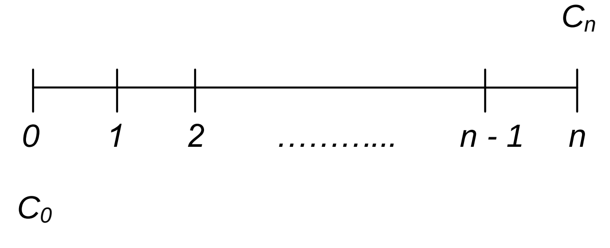
4.1. REEMBOLSO ÚNICO DE CAPITAL

En esta modalidad de amortización el capital recibido se devuelve de una sola vez. En cuanto al pago de intereses puede realizarse también mediante un solo pago o mediante pagos periódicos.

4.1.1. Préstamo simple

En estos préstamos la prestación y la contraprestación están formadas por un solo capital. En el origen, el prestamista entrega al prestatario una cantidad C_0 y el prestatario debe devolver al final de la operación una cantidad C_n, que consta de la cuantía prestada más los intereses convenidos.

El gráfico que representa la operación es el siguiente:

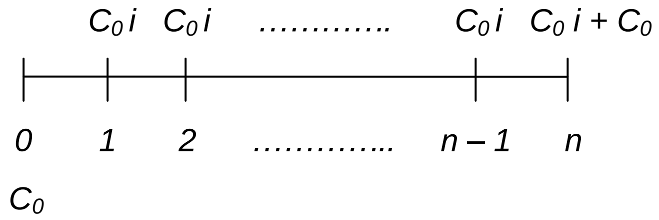


El capital a reembolsar al vencimiento de la operación cumple la siguiente ecuación de equivalencia financiera:

$$C_n = C_0(1+i)^n = C_0 + I_n \, .$$

4.1.2. Préstamo americano

En éste tipo de préstamos el prestatario debe abonar periódicamente los intereses y pagar de una sola vez el capital inicial al final de la operación. Por tanto, cada pago periódico constará solo de intereses, excepto el último que incluirá intereses y capital.



$$X_1 = \cdots = X_{n-1} = C_0 i,$$

$$X_n = C_0 i + C_0 \, .$$

4.2. REEMBOLSO PERIÓDICO DE CAPITAL E INTERESES

En estos sistemas de amortización se produce un fraccionamiento del principal en varios pagos parciales con vencimientos periódicos, que se pagan conjuntamente con los intereses devengados, formando así los términos amortizativos. A continuación detallamos los más conocidos.

4.2.1. Sistema de Amortización francés

Este tipo de contrato consiste en amortizar al final de cada período el capital prestado mediante cuotas de cancelación constantes, es decir la contraprestación es una renta de cuantía constante, temporal y pospagable.

Las cuotas de cancelación de cada período deben ser de cuantía suficiente para ir amortizando parte del capital prestado e ir pagando los intereses de la deuda pendiente.

Sea C_0 el importe del préstamo, n el número de pagos en los cuales se amortizará el préstamo, i el tipo de interés efectivo aplicable para cada período de pago y X las cuotas de cancelación constantes pagaderas al final de cada período.

El gráfico de esta operación es el siguiente:

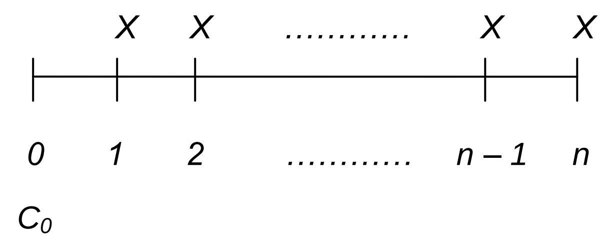


Figura 4.1

Por el principio de equivalencia financiera:

$$C_0 = X_1 V + X_2 V^2 + \cdots + X_n V^n = X a_{\overline{n|}\, i}. \qquad (1)$$

4.2.2. Sistema de amortización alemán ó *“Anticipativen Zinsen”*

Este sistema consiste en amortizar el capital prestado al inicio de la operación a partir de un pago de intereses en el momento inicial y una serie de cuotas de cancelación constantes al final de cada período. Éste préstamo tiene como peculiaridad que la cuantía correspondiente a intereses es prepagable, es decir que los intereses se pagan al principio de cada período y no al final como ocurre en los préstamo descritos anteriormente. Por tanto, con este sistema de amortización la última cuota de cancelación está formada tan solo por la parte del capital que quede por amortizar, ya que la cuantía de intereses de ese periodo se paga por anticipado al comienzo del periodo. El gráfico de esta operación es el siguiente:

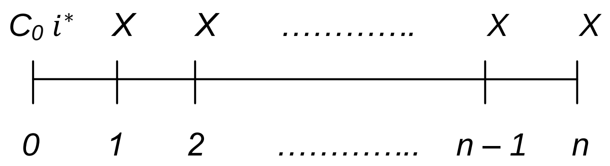


Figura 4.2

La ecuación de equivalencia financiera, establecida en el origen, debe verificar:

$$C_0^*(1 - i^*) = X[(1 - i^*) + (1 - i^*)^2 + \cdots + (1 - i^*)^n] \qquad (2)$$

donde i^* es el tanto de valoración anticipado, y C_0^* es el capital nominal prestado, que es el que figura en el contrato del préstamo.

4.2.3. SISTEMA DE AMORTIZACIÓN UNIFORME

En este sistema de amortización el prestatario amortiza el capital prestado al inicio a partir de cuotas de amortización iguales en cada uno de los períodos $(R_t = R,\ t: 1,2,\dots,n)$. Como la cuota de interés se obtiene a partir del capital pendiente de amortizar al comienzo de cada período, las cuotas de cancelación decrecerán, ya que son suma de una cuantía decreciente (los intereses) y otra constante (la amortización).

El esquema de esta operación es el siguiente:

X_1 X_2 .... X_{n-1} X_n

0 1 2 .... $n-1$ n

C_0

Las cuotas de amortización constantes son:

$$R = \frac{C_0}{n}\ ,$$

y las cuotas de amortización se obtienen de la siguiente forma:

$$X_t = R_t + I_t = R + i\,E_{t-1} = R + i(t-1)R = R(1 + i(t-1)).$$

4.3. OTROS MÉTODOS DE AMORTIZACIÓN

Además de los sistemas de amortización descritos anteriormente, existen otros métodos de amortización de préstamos menos conocidos y en ocasiones algunos de ellos se combinan con los anteriormente citados. Se describen a continuación:

- Sistemas de amortización con cuotas de cancelación variables que siguen una relación
  En estos sistemas de amortización las cuotas de cancelación siguen una relación conocida: progresión aritmética, progresión geométrica…
- Sistema de amortización con fraccionamiento de intereses
  En estos casos, el pago de intereses en vez de realizarse al final de cada período se fracciona a lo largo de su duración. Por ejemplo ante un préstamo en el que la cuota se paga anualmente, los intereses en vez de pagarse anualmente se pagan en varios períodos. La cuota

de interés que correspondería abonar en caso de que no hubiera fraccionamiento debe coincidir con los diferentes pagos de intereses valorados al final del año.

- Sistemas de amortización con períodos de carencia

  La carencia consiste en que las cuotas de amortización de los primeros períodos son nulas y únicamente se pagan intereses. Este sistema se suele utilizar en casos en los que no interesa devolver nada del préstamo al inicio y hacerlo con más fuerza en los períodos siguientes.

- Préstamos que se valoran a más de un tanto

  El tipo de interés fijado cambia en los diferentes períodos.

5. SISTEMA DE AMORTIZACIÓN FRANCÉS

Este sistema de amortización, también conocido como progresivo, es el más utilizado en nuestro país y tiene las siguientes características, ver De Pablo (2012):

- Las cuotas de cancelación son constantes y pospagables durante toda la vida del préstamo, $X_t = X$.
- El tanto de valoración (*i*) también permanece constante a lo largo de la vida del préstamo.

Por tanto la contraprestación es una renta de cuantía constante, temporal y pospagable, ver Figura 4.1.

Así, a partir de la ecuación de equivalencia financiera (1), la cuota de cancelación constante que amortiza el préstamo es:

$$X = \frac{C_0}{a_{\overline{n|}i}}.$$

donde *n* e *i* tienen que estar en la misma unidad de tiempo: mensuales, anuales…

Los pagos constantes que se realizan a lo largo de la vida del préstamo están formados por el coste que supone el aplazamiento (cuota de interés) y la devolución de una parte de la deuda (cuota de amortización).

El capital pendiente de amortizar M_t, coincide en el momento inicial con el importe del préstamo, mientras que en el momento final es cero, pues la operación se cancela con el pago de la última cuota.

Podemos calcularlo a partir de los tres métodos detallados en la sección 3 y siguiendo De Pablo (2012):

- Método Prospectivo:

$$M_t = X a_{\overline{n-t|}i}.$$

- Método Retrospectivo:

$$M_t = C_0(1+i)^t - X\, S_{\overline{t|}i}.$$

- Método Recurrente:

$$M_t = M_{t-1}\,(1+i) - X\ .$$

La cuota de interés I_t, es la cuantía que entrega el prestatario en concepto de intereses por el capital devengado. Por tanto, la cuota de interés de cada período se calcula a partir del capital pendiente de amortizar al principio de dicho período, multiplicado por el tanto efectivo de la operación.

$$I_t = M_{t-1}\, i\ .$$

La cuota de amortización R_t, es la cantidad que se destina a amortizar la deuda pendiente en cada período t y podemos calcularla aplicando el método recurrente en dos períodos consecutivos:

$$M_t = M_{t-1}\,(1+i) - X \qquad (3)$$

$$M_{t+1} = M_t\,(1+i) - X\ . \qquad (4)$$

Si restamos las expresiones anteriores (3) – (4) obtenemos el siguiente resultado:

$$M_t - M_{t+1} = (M_{t-1} - M_t)(1+i).$$

A partir de esta expresión obtenemos la siguiente relación de recurrencia:

$$R_{t+1} = R_t(1+i) = \cdots = R_1(1+i)^t\ . \qquad (5)$$

Esta relación nos permite calcular las cuotas de amortización en cualquier período, conocida la primera cuota de amortización (R_1). Esta cuota de amortización R_1 se puede obtener mediante dos procedimientos:

- Si se conoce el término amortizativo:

$$R_1 = X - C_0\, i\ .$$

- Si no se conoce el término amortizativo:

$$R_1 = \frac{C_0}{s_{\overline{n}|\,i}}\ .$$

El capital total amortizado E_t, hace referencia al capital amortizado al final del período *t* y podemos obtenerlo de dos maneras diferentes:

- Por diferencia entre el importe del préstamo C_0 y la cuantía pendiente de amortizar en ese período:

$$E_t = C_0 - M_t.$$

- A partir de la suma de las cuotas de amortización ya realizadas hasta la fecha:

$$E_t = \sum_{j=1}^{t} R_j = R_1[1 + (1+i) + \cdots + (1+i)^{s-1}] = R_1\, S_{\overline{t}|i}.$$

5.1. OBTENCIÓN DEL CUADRO DE AMORTIZACIÓN UTILIZANDO MICROSOFT EXCEL

Una forma muy sencilla de obtener un cuadro de amortización es utilizar las funciones financieras que proporciona *Microsoft Office Excel* en cualquiera de sus versiones. Estas funciones proporcionan siempre valores negativos, por ello siempre las escribiremos precedidas de un signo negativo.

A continuación mostramos su obtención utilizando *Microsoft Excel 2007,* McFedries (2007) y el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 5.1:

“Un préstamo de cuantía 100.000€, se amortiza en 1 año mediante el sistema de amortización francés, con pagos mensuales. La operación se valora al tipo de interés nominal del 10%.”

En primer lugar trasladamos los datos del préstamo a una sencilla tabla como la siguiente dentro de una hoja de cálculo:

C_0 = Capital	*100.000,00 €*
n = Vencimiento (Años)	*1*
m = Nº pagos al año	*12*
$i^{(m)}$ = T.I. Nominal	*10,00%*

Como hemos mencionado anteriormente, el cuadro de amortización se compone de seis columnas: el instante de valoración (t), las cuotas de amortización (R_t), las cuotas de interés (I_t), el término amortizativo o cuota de cancelación (X_t), el capital total amortizado (E_t) y el capital pendiente de amortizar o capital vivo (M_t).

t	Rt	It	Xt	Et	Mt
0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	0,00 €	100.000,00 €
1	7.958,26 €	833,33 €	8.791,59 €	7.958,26 €	92.041,74 €
2	8.024,57 €	767,01 €	8.791,59 €	15.982,83 €	84.017,17 €
3	8.091,45 €	700,14 €	8.791,59 €	24.074,28 €	75.925,72 €
4	8.158,87 €	632,71 €	8.791,59 €	32.233,15 €	67.766,85 €
5	8.226,86 €	564,72 €	8.791,59 €	40.460,01 €	59.539,99 €
6	8.295,42 €	496,17 €	8.791,59 €	48.755,44 €	51.244,56 €
7	8.364,55 €	427,04 €	8.791,59 €	57.119,99 €	42.880,01 €
8	8.434,26 €	357,33 €	8.791,59 €	65.554,24 €	34.445,76 €
9	8.504,54 €	287,05 €	8.791,59 €	74.058,78 €	25.941,22 €
10	8.575,41 €	216,18 €	8.791,59 €	82.634,20 €	17.365,80 €
11	8.646,87 €	144,72 €	8.791,59 €	91.281,07 €	8.718,93 €
12	8.718,93 €	72,66 €	8.791,59 €	100.000,00 €	0,00€

Tabla 5.1: Cuadro de amortización del préstamo Ejemplo 5.1

En el Ejemplo 5.1 existen doce períodos ya que es un préstamo con vencimiento a un año y pagadero mensualmente. Por tanto, el cuadro de amortización tiene seis columnas y trece filas, una más que los períodos ya que en $t = 0$, instante en el que se concede el préstamo, el capital pendiente de amortizar M_0, coincide con el capital prestado.

La cuota de amortización, R_t, es la parte del préstamo que devolvemos en cada período y la calculamos utilizando la función financiera *PAGOPRIN,* Cabello González (2008). Ésta función se compone de seis argumentos:

- *Tasa:* Recoge el tipo de interés efectivo de la operación. Lo calculamos dividiendo el tipo de interés nominal, que es el que nos proporciona el prestamista en el contrato, entre el número de pagos al año. En nuestro ejemplo:

$$Tasa = \frac{i^{(m)}}{m} = \frac{0.1}{12} = 0.008333$$

- *Período:* número de período *t* al que nos referimos. Debe encontrarse en el rango comprendido entre 1 y el número total de pagos.
- *Nper:* Es el número total de pagos que se van a realizan. En nuestro ejemplo:

$$Nper = mn = 12$$

- *Va:* Cantidad total prestada, es decir el importe del préstamo.
- *Vf*: es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago. Este argumento no se utiliza para el sistema de amortización francés, por tanto lo ignoramos.
- *Tipo*: es un valor lógico, 0 ó 1. En el sistema de amortización francés los pagos son pospagables, por tanto no rellenaremos este último argumento o le asignaremos un valor 0.

Para el cálculo de la cuota I_t, utilizamos la función financiera *PAGOINT.* Esta función financiera, se compone de los seis mismos argumentos que la función *PAGOPRIN* comentada anteriormente.

El término amortizativo *X,* lo calculamos con la función financiera de *Excel*: *PAGO.* Esta función incorpora cinco de los seis argumentos descritos anteriormente y que son *tasa, Nper, Va, Vf* y *tipo.* Al igual que en las dos funciones anteriores, los argumentos *Vf* y *tipo* no se rellenan.

El capital total amortizado E_t, y el capital pendiente de amortizar M_t se calculan con la función *PAGO.PRINC.ENTRE,* Cabello González (2008). Esta función incorpora seis argumentos: *tasa, Nper, Va, Período_inicial, Período_final* y *tipo*. Todos los argumentos coinciden con los de las funciones anteriores excepto:

- *Período_inicial:* es el primer período de la suma de las cuotas de amortización.
- *Período_final:* es el último período de la suma de las cuotas de amortización.

Si queremos calcular E_t, rellenamos los tres primeros argumentos (*tasa, Nper y Va)* de la misma manera que con las funciones anteriores. En el argumento *Período_inicial* escribiremos un 1, dado que queremos calcular lo que llevamos amortizado desde $t = 1$ y en *Período_final* el período *t* en el cual queremos saber lo que llevamos amortizado. Por ejemplo, si queremos calcular el capital total amortizado en el período cinco, $E_5 = \sum_{t=1}^{5} R_t$, escribimos un 5.

Por último en el argumento *tipo,* escribimos un 0, ya que el sistema de amortización francés es pospagable y en esta función este argumento es obligatorio.

Por otro lado, si queremos calcular el capital pendiente de amortizar M_t, solo modificamos con respecto del cálculo de E_t, el *período inicial* y el *período final.* En el argumento *Período_inicial* seleccionamos la celda correspondiente al período posterior al que queremos calcular y el argumento *Período_final* se corresponde con el número total de pagos. Por tanto en este caso coincide con el valor del argumento *Nper.* Por ejemplo, si queremos saber la cantidad pendiente de amortizar en $t = 1$, M_1, rellenamos los tres primeros argumentos de la misma manera que en las funciones anteriores. En el argumento *Período_inicial* escribimos un 2, en el argumento *Período_final* el número total de pagos, y por último en el argumento *tipo* escribimos un 0, haciendo referencia a que el sistema de amortización es pospagable.

De esta manera obtenemos el cuadro de amortización con el sistema de amortización francés para el Ejemplo 5.1. Para más ejemplos, ver Sovad y San Millán (2007) y Cabello González (2008).

6. SISTEMA DE AMORTIZACIÓN ALEMÁN

El sistema de amortización alemán se utiliza fundamentalmente en los países centroeuropeos, De Pablo (2012). Los rasgos que caracterizan a este sistema de amortización son los siguientes:

- Cuotas de cancelación constantes.
- El tipo de interés utilizado para su valoración es el tipo de interés anticipado i^*.
- Los intereses se pagan al principio de cada período.

Para poder entender el sistema de amortización alemán necesitamos definir precisamente dos nuevas magnitudes:

- Tipo de interés anticipado, i^*. La relación entre el tipo de interés anticipado y el tipo de interés efectivo se obtiene de la siguiente manera:

$$1 - i^* = (1 + i)^{-1}.$$

  Es decir, el tipo i^* e i han de ser tales que si se descuenta 1 u.m. a un tanto i^* y el resultado se capitaliza a un tanto i durante el mismo tiempo el resultado seguirá siendo la unidad monetaria inicial, De Pablo (2012). Por tanto i^* coincide con el tanto de descuento de la ley de descuento compuesto y verifica:

$$i^* = 1 - \frac{i}{1+i}\,. \tag{6}$$

- Capital nominal prestado, C_0^*. Es el capital que figura en el contrato del préstamo. Sin embargo, el capital neto se obtiene deduciendo los intereses del primer período, es decir,

$$C_0 = C_0^* - C_0^* i = C_0^*(1 - i^*).$$

El esquema de esta operación viene recogido en la Figura 4.2. y la ecuación de equivalencia en (2).

Para obtener el capital nominal prestado, sacamos factor común a $(1 - i^*)$, simplificamos y sumamos los términos que varían en progresión geométrica de razón $(1 - i^*)$:

$$C_0^* = X\,\frac{1-(1-i^*)^n}{i^*}. \tag{7}$$

Los pagos constantes que se realizan al final de cada período y a partir del primer pago, ya que en el momento inicial la cuantía es igual a la cuota de interés, están formados por el coste que supone el aplazamiento (cuota de interés) y por la devolución de una parte de la deuda (cuota de amortización). Por tanto, son de cuantía suficiente para ir amortizando parte del capital prestado y hacer frente a los intereses de la deuda pendiente. A partir de (7) obtenemos la cuota constante de cancelación pagadera al final de cada período:

$$X = \frac{C_0^* i^*}{1-(1-i^*)^n}. \tag{8}$$

En el momento inicial, el capital pendiente de amortizar es igual a la cuantía del préstamo y en el momento final, es cero. En el resto de los períodos podemos calcular esta magnitud de diferentes maneras:

Si aplicamos el método prospectivo obtenemos

$$M_t = X(1 + (1 - i^*) + \cdots +) \tag{9}$$

Los términos de la expresión (9) siguen una progresión geométrica de razón $(1 - i^*)$. Por tanto,

$$M_t = X \frac{1-(1-i^*)^{n-t}}{i^*} \, . \tag{10}$$

Si aplicamos el método recurrente,

$$M_t = (M_{t-1} - X)(1 - i^*)^{-1}. \tag{11}$$

La cuota de interés, I_t , pagadera en cada período se calcula a partir del capital pendiente de amortizar en ese período multiplicado por el tanto de valoración anticipado:

$$I_t = M_t i^*.$$

La cuota de amortización R_t, la podemos obtener a partir del capital pendiente de amortizar en *t* y en *t*+1. Aplicando el método recurrente,

$$M_{t+1} = (M_t - X)(1 - i^*)^{-1}. \tag{12}$$

Si restamos las expresiones (11) – (12) obtenemos:

$$M_t - M_{t+1} = (M_{t-1} - M_t)(1 - i^*)^{-1} \, ,$$

como $M_t = M_{t+1} = R_{t+1}$, entonces:

$$R_t = R_{t+1}(1 - i^*) = \cdots = R_n(1 - i^*)^{n-t}. \tag{13}$$

A partir de esta relación de recurrencia podemos obtener todas las cuotas de amortización de cada período, ya que se verifica que:

$$R_n = X = M_{n-1}.$$

En resumen, las cuotas de amortización en cada período se calculan a través de la relación de recurrencia (13).

Por último, el capital total amortizado, E_t, podemos obtenerlo de dos maneras diferentes, al igual que ocurre en el sistema de amortización francés.

- Mediante la diferencia entre el importe del préstamo y el capital pendiente de amortizar en ese período:

$$E_t = C_0 - M_t.$$

- A través de las cuotas de amortización realizadas hasta el instante *t:*

$$E_t = R_1 + R_2 + \cdots + R_t = \sum_{j=1}^{t} R_t.$$

6.1. OBTENCIÓN DEL CUADRO DE AMORTIZACIÓN UTILIZANDO MICROSOFT EXCEL

Para confeccionar el cuadro de amortización con el sistema de amortización alemán utilizamos Mic*rosoft Office Excel 2007* y el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 6.1:

"Un préstamo de cuantía 100.000€, se amortiza en 1 año, con pagos mensuales y se valora al tipo de interés nominal del 10%."

En primer lugar trasladamos los datos del Ejemplo 6.1 a una hoja de *Excel*, de la siguiente manera:

C = Capital	100.000,00 €
n = Vencimiento (Años)	1
m = Nº pagos al año	12
$i^{(m)}$ = T.I. Nominal	10,00%
i* = tanto anticipado	0,8264463%

Tabla 6.1: Datos del préstamo del Ejemplo 6.1

En la Tabla 6.1 hemos obtenido el tipo de interés anticipado utilizando (6) porque el sistema de amortización alemán se basa en este tipo de interés.

El cuadro de amortización se compone de las seis columnas descritas en la subsección 5.1 y viene recogido en la Tabla 6.2.

En la primera columna, *t*, de la Tabla 6.2 aparece el número de períodos que conforman el préstamo. En este ejemplo $t = 1,2,\dots,12$ pues su vencimiento es un año y hay 12 pagos mensuales.

t	Rt	It	Xt	Et	Mt
0	0,00 €	826,45 €	826,45 €	0,00 €	100.000,00 €
1	7.958,26 €	760,68 €	8.718,93 €	7.958,26 €	92.041,74 €
2	8.024,57 €	694,36 €	8.718,93 €	15.982,83 €	84.017,17 €
3	8.091,45 €	627,49 €	8.718,93 €	24.074,28 €	75.925,72 €
4	8.158,87 €	560,06 €	8.718,93 €	32.233,15 €	67.766,85 €
5	8.226,86 €	492,07 €	8.718,93 €	40.460,01 €	59.539,99 €
6	8.295,42 €	423,51 €	8.718,93 €	48.755,44 €	51.244,56 €
7	8.364,55 €	354,38 €	8.718,93 €	57.119,99 €	42.880,01 €
8	8.434,26 €	284,68 €	8.718,93 €	65.554,24 €	34.445,76 €
9	8.504,54 €	214,39 €	8.718,93 €	74.058,78 €	25.941,22 €
10	8.575,41 €	143,52 €	8.718,93 €	82.634,20 €	17.365,80 €
11	8.646,87 €	72,06 €	8.718,93 €	91.281,07 €	8.718,93 €
12	8.718,93 €	0,00 €	8.718,93 €	100.000,00 €	0,00 €

Tabla 6.2: Cuadro de amortización del préstamo del Ejemplo 6.1.

En la primera fila del cuadro de amortización (Tabla 6.2), recogemos los valores de las magnitudes en $t = 0$, la cuota de amortización vale 0, pues no se amortiza capital hasta el final del primer mes. En el préstamo alemán, los intereses se pagan de forma prepagable sobre el capital pendiente de amortizar al comienzo del período. Por tanto, en el período inicial, $I_0 = C_0^* i^*$. El término amortizativo en este período se considera que vale cero, ya que como hemos comentado anteriormente no se amortiza capital hasta el final del primer período.

Finalmente, el capital total amortizado es 0 y por tanto, el capital pendiente de amortizar en *t* = 0 coincide con el capital prestado.

El programa *Microsoft Office Excel 2007* no posee ninguna función financiera para poder obtener los elementos del cuadro de amortización con el sistema alemán. Sin embargo, a través del programador *Visual Basic* que incorpora *Excel*, podemos crear nuestras propias funciones para calcular los diferentes términos del cuadro de amortización.

A continuación, siguiendo Jacobson (2008), detallamos los pasos a seguir para construir una función y utilizando el programa *Visual Basic* de *Microsoft Excel*.

En primer lugar, es necesario abrir el programador *Visual Basic* que incorpora *Excel.* Cada función que elaboremos se crea en un módulo diferente. En la primera línea del módulo abierto escribimos la palabra "*Function*", a continuación el nombre que elegimos para nuestra función y seguido, y entre paréntesis, los argumentos que forman la función.

En la segunda línea, y siguientes, escribimos de nuevo el nombre de la función y la fórmula que nos permite obtener el resultado deseado. Por último escribimos *"End Function"*, para informar al programador que hemos terminado de introducir la función.

Inicialmente creamos una función que nos devuelve el valor del tipo de interés anticipado (6), que es el tanto de valoración utilizado por el sistema de amortización alemán para el cálculo de las diferentes magnitudes. Para ello, creamos en el módulo 1 una función llamada *IntsAntAlemán*, que estará compuesta de dos argumentos: tipo de interés nominal (i) y número de pagos totales al año (m).

El esquema de esta función es el siguiente:

Function IntsAntAlemán$(\boldsymbol{i}, \boldsymbol{m})$

IntsAntAlemán = $(\boldsymbol{i} \,/\, \boldsymbol{m}) \,/\, \left(\mathbf{1} + (\boldsymbol{i} \,/\, \boldsymbol{m})\right)$

End Function

En el módulo 2, calculamos el término amortizativo, *X*, recogido en (8). Le asignaremos el nombre *TérmAmortAlemán* y consta de cuatro argumentos: el capital que nos prestan (C), el tanto de valoración anticipado $(Iant)$, vencimiento de la operación (n) y número de pagos totales (m).

Su programación en *Visual Basic* es la siguiente:

Function TérmAmortAlemán $(\boldsymbol{C}, \boldsymbol{iant}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m})$

TérmAmortAlemán = $(\boldsymbol{C} * \boldsymbol{iant})/(\mathbf{1} - (\mathbf{1} - \boldsymbol{iant})\text{^}(\boldsymbol{n} * \boldsymbol{m}))$

End Function

En el módulo 3 del programador creamos una función para obtener el valor del capital pendiente de amortizar o capital vivo, M_t, utilizando (8). A esta nueva función la denominamos *CapVivoAlemán.*

Esta función se compone de cinco argumentos: $(C, iant, n, m \text{ y } t)$. Los cuatro primeros son comunes a la función *TermAmortAlemán* y el quinto argumento, *t,* expresa el período al que nos referimos.

Su programación en Visual Basic la realizarnos utilizando (10) y es la siguiente:

```
Function CapVivoAlemán (C, iant, n, m, t)
CapVivoAlemán = (C * iant) / (1 − (1 − iant)^(n * m)) * ((1 − (1 − iant)^((n * m) − t))/iant)
End Function
```

La cuota de interés a pagar en cada período, I_t, la programamos en el módulo 4, y la denominaremos el nombre *CuotaIntsAlemán.* Esta función tiene los mismos componentes que la función *CapVivoAlemán* y su programación es la siguiente:

```
Function CuotaIntsAlemán (C, iant, n, m, t)
CuotaIntsAlemán =((C * iant) / (1 − (1 − iant)^(n * m)) * ((1 − (1 − iant)^((n * m) − t)) /
iant) * iant)
End Function
```

En el módulo 5 creamos la función que proporciona la cuota de amortización, R_t, en los diferentes períodos. Esta función está formada por los cinco mismos argumentos que la función *CuotaIntsAlemán* y se estructura de la siguiente manera:

```
Function CuotaAmortAlemán(C, iant, n, m, t)
CuotaAmortAlemán = ((C * iant) / (1 − (1 − iant)^(n * m))) * ((1 − iant)^((n * m) − t))
End Function
```

Finalmente, en el módulo 6 creamos la función que calcula el capital total amortizado, E_t, en los diferentes períodos. Esta función está formada por los mismos cinco argumentos utilizados en las funciones anteriores y su estructura es la siguiente:

Function CapTotalAmortAlemán$(\boldsymbol{C}, \boldsymbol{iant}, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}, \boldsymbol{t})$

CapTotalAmortAlemán = $\boldsymbol{C} - \left((\boldsymbol{C} * \boldsymbol{iant}) \,/\, \left(\mathbf{1} - (\mathbf{1} - \boldsymbol{iant})\hat{}(\boldsymbol{n} * \boldsymbol{m})\right)\right) * \left((\mathbf{1} - \boldsymbol{iant})\hat{}\left((\boldsymbol{n} * \boldsymbol{m}) - \boldsymbol{t}\right)\right)$

End Function

Una vez creadas todas las funciones en el programador de *Visual Basic* las utilizamos en las celdas correspondientes del cuadro de amortización, al igual que las funciones que incorpora *Excel*. El resultado para el Ejemplo 6.1. se recoge en la Tabla 6.2.

7. COMPARACIÓN: SISTEMA DE AMORTIZACIÓN FRANCÉS *VS* SISTEMA DE AMORTIZACIÓN ALEMÁN

En esta sección realizamos una comparación entre el sistema de amortización francés y el sistema de amortización alemán. Esta comparación la hacemos utilizando los siguientes criterios:

- El mismo tipo de interés nominal cuando se amortiza con el sistema francés y con el sistema alemán.
- El tipo de interés efectivo utilizado con el sistema francés coincide con el tipo de interés anticipado del sistema alemán.

7.1. EL TIPO DE INTERÉS NOMINAL ES IGUAL CON AMBOS SISTEMAS

Para realizar esta primera comparación consideramos los ejemplos 5.1 y 6.1 cuyos cuadros de amortización son la Tabla 5.1 y la Tabla 6.2, respectivamente.

En primer lugar observamos que en cada período se amortiza la misma cantidad de capital, es decir que la cuota de amortización coincide en cada período con ambos sistemas de amortización. Además, dicha cuota de amortización va aumentando en la misma cuantía con ambos sistemas de amortización a medida que pasa el tiempo.

Sin embargo la cuota de interés que se paga en cada período es diferente con ambos sistemas y por tanto, la cuota de cancelación también es diferente. Esto se debe a que con el sistema de amortización francés los intereses son pospagables, mientras que con el sistema de amortización alemán son prepagables. Por esta razón en el cuadro de amortización del préstamo con el sistema de amortización francés (Tabla 5.1.) observamos que se pagan intereses desde el final del primer período hasta el final del último período. Sin embargo, con el sistema de amortización alemán (Tabla 6.2.) se pagan intereses desde el comienzo del primer período hasta el comienzo del último período. Es decir, la última cuota de cancelación con el sistema de amortización francés no lleva cuota de interés, pero con el sistema de amortización alemán hay una cuota de interés adicional al comienzo del primer año, en $t = 0$.

Al principio, con ambos sistemas de amortización, la cuantía destinada a intereses es mayor y luego decrece progresivamente. Esto es así porque los intereses se calculan sobre el capital pendiente de amortizar. Al principio, el capital vivo es mayor y por tanto, los intereses correspondientes también serán mayores. Dicha proporción de intereses va disminuyendo a medida que transcurre el tiempo y el capital se va amortizando.

Con el sistema de amortización alemán se paga una cantidad total de intereses algo menor que con el sistema de amortización francés (sistema alemán = 5.453,45€, sistema francés = 5.499,06€), pero hay que tener en cuenta que con el sistema de amortización alemán se paga un desembolso de intereses en el momento cero y con el sistema de amortización francés no se empiezan a pagar intereses hasta el final del primer período. En el Gráfico 7.1. se muestra una comparativa de los intereses pagados con el sistema alemán y con el sistema francés, tomando como datos los obtenidos de los Ejemplos 5.1. y 6.1.

Los términos amortizativos con los dos sistemas de amortización son constantes y ligeramente diferentes (sistema francés = 8.791,59€, sistema alemán = 8.718,93€). Esto se debe a que aunque en cada período tenemos la misma cuota de amortización, la cuota de interés es ligeramente menor con el sistema de amortización alemán que con el sistema de amortización francés.

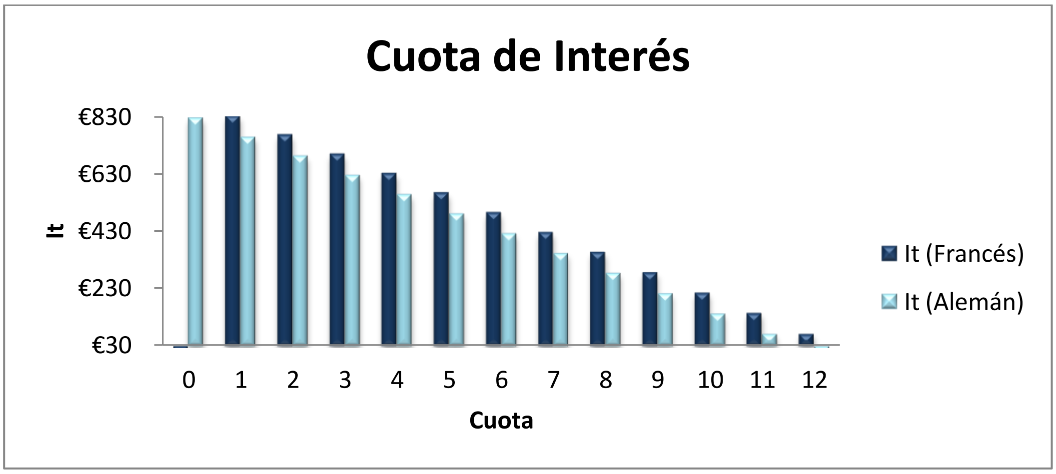


Gráfico 7.1: Cuota de interés obtenida para el primer año de amortización con los Ejemplos 5.1. y 6.1.

Para calcular el coste efectivo con ambos sistemas de amortización utilizamos la herramienta *Buscar Objetivo* que incluye el programa *Microsoft Office Excel 2007*. El uso de esta herramienta de *Excel* viene recogido en McFedries (2007) y Cabello (2008).

Este coste efectivo es el mismo para ambos sistemas de amortización ya que todos los términos se han calculado con tipos de interés equivalentes, partiendo del mismo tipo de interés nominal. Así aunque las cuotas de interés son diferentes, también se pagan en diferentes instantes de tiempo.

Por tanto, de forma general podemos afirmar:

- Con ambos sistemas de amortización se amortiza la misma cantidad de capital en cada período.
- Con el sistema de amortización francés se paga una cantidad total de intereses algo mayor que con el sistema de amortización alemán, pero en instantes de tiempo posteriores.
- El término amortizativo constante que se paga al final de cada período es ligeramente mayor con el sistema de amortización francés, pero hay que tener en cuenta que con el sistema de amortización alemán se paga una cuota de interés adicional en el origen.
- Ambos sistemas de amortización tienen el mismo coste efectivo.

7.2. EL TIPO DE INTERÉS EFECTIVO CON EL SISTEMA DE AMORTIZACIÓN FRANCÉS ES IGUAL AL TIPO DE INTERÉS ANTICIPADO CON EL SISTEMA DE AMORTIZACIÓN ALEMÁN

El objetivo de esta segunda comparación es ver las similitudes y diferencias que existen entre ambos sistemas de amortización partiendo de que el tipo de interés efectivo utilizado con el sistema de amortización francés (i) va a ser igual al tipo de interés anticipado del sistema de amortización alemán (i^*).

Para realizar esta comparación, nos basamos en el Ejemplo 7.1 que detallamos a continuación:

EJEMPLO 7.1:

"Un préstamo de cuantía 100.000,00€, se amortiza en 1 año, con pagos mensuales. La operación se valora al tipo de interés mensual efectivo del 1% con el sistema de amortización francés y al tipo de interés anticipado del 1% con el sistema de amortización alemán".

C = Capital	100.000,00 €
n = Vencimiento (Años)	1
m = Nº pagos al año	12
I_m = t.i. efectivo	1%
i* = tanto anticipado	1%

Las Tablas 7.1 y 7.2 recogen los cuadros de amortización del Ejemplo 7.1 con el sistema de amortización francés y con el sistema de amortización alemán, respectivamente.

Si observamos estos cuadros de amortización, Tabla 7.1 y Tabla 7.2 vemos que la cuota de amortización es diferente en cada uno de los períodos. La parte de capital que se amortiza cada período durante los primeros años es superior en el préstamo francés, pero posteriormente sucede lo contrario. Esto se debe a que la cuota de amortización del sistema francés crece en menor proporción que la cuota con el sistema de amortización alemán. La Gráfica 7.1 muestra este comportamiento.

t	Rt	It	Xt	Et	Mt
0	0,00 €	0,00 €	0,00 €	0,00 €	100.000,00 €
1	7.884,88 €	1.000,00 €	8.884,88 €	7.884,88 €	92.115,12 €
2	7.963,73 €	921,15 €	8.884,88 €	15.848,61 €	84.151,39 €
3	8.043,36 €	841,51 €	8.884,88 €	23.891,97 €	76.108,03 €
4	8.123,80 €	761,08 €	8.884,88 €	32.015,77 €	67.984,23 €
5	8.205,04 €	679,84 €	8.884,88 €	40.220,81 €	59.779,19 €
6	8.287,09 €	597,79 €	8.884,88 €	48.507,89 €	51.492,11 €
7	8.369,96 €	514,92 €	8.884,88 €	56.877,85 €	43.122,15 €
8	8.453,66 €	431,22 €	8.884,88 €	65.331,51 €	34.668,49 €
9	8.538,19 €	346,68 €	8.884,88 €	73.869,70 €	26.130,30 €
10	8.623,58 €	261,30 €	8.884,88 €	82.493,28 €	17.506,72 €
11	8.709,81 €	175,07 €	8.884,88 €	91.203,09 €	8.796,91 €
12	8.796,91 €	87,97 €	8.884,88 €	100.000,00 €	0,00 €
	100.000,00 €	**6.618,55 €**	**106.618,55 €**		

Tabla 7.1.: Cuadro de amortización con el sistema de amortización francés correspondiente al Ejemplo 7.1.

t	Rt	It	Xt	Et	Mt
0	0,00 €	1.000,00 €	1.000,00 €	0,00 €	100.000,00 €
1	7.880,45 €	921,20 €	8.801,64 €	7.880,45 €	92.119,55 €
2	7.960,05 €	841,60 €	8.801,64 €	15.840,50 €	84.159,50 €
3	8.040,45 €	761,19 €	8.801,64 €	23.880,95 €	76.119,05 €
4	8.121,67 €	679,97 €	8.801,64 €	32.002,62 €	67.997,38 €
5	8.203,71 €	597,94 €	8.801,64 €	40.206,33 €	59.793,67 €
6	8.286,57 €	515,07 €	8.801,64 €	48.492,91 €	51.507,09 €
7	8.370,28 €	431,37 €	8.801,64 €	56.863,18 €	43.136,82 €
8	8.454,82 €	346,82 €	8.801,64 €	65.318,01 €	34.681,99 €
9	8.540,23 €	261,42 €	8.801,64 €	73.858,23 €	26.141,77 €
10	8.626,49 €	175,15 €	8.801,64 €	82.484,73 €	17.515,27 €
11	8.713,63 €	88,02 €	8.801,64 €	91.198,36 €	8.801,64 €
12	8.801,64 €	0,00 €	8.801,64 €	100.000,00 €	0,00 €
	100.000,00 €	**6.619,74 €**	**106.619,74 €**		

Tabla 7.2.: Cuadro de amortización con el sistema de amortización alemán correspondiente al Ejemplo 7.1.

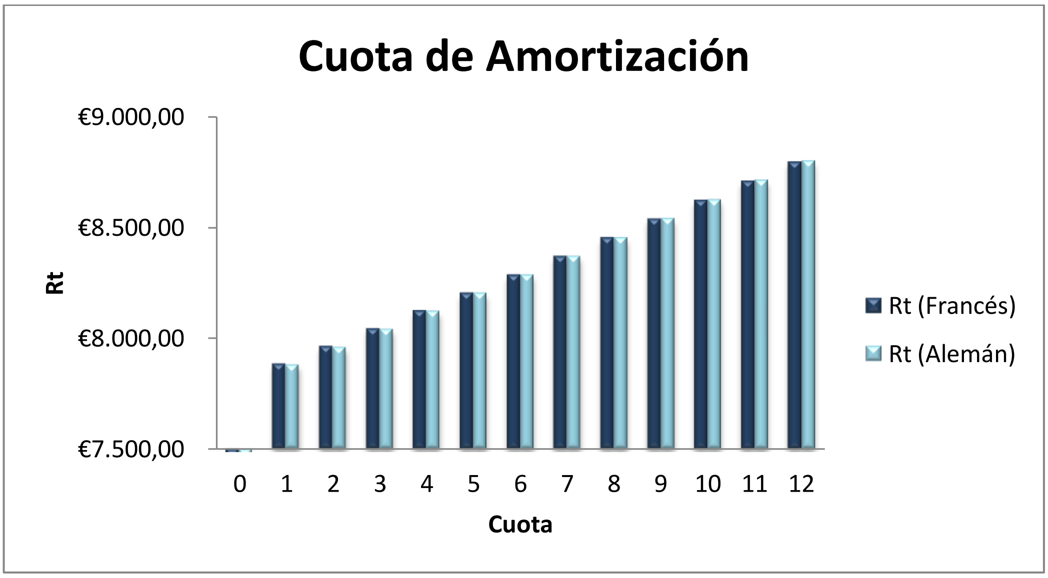


Gráfico 7.2: Cuota de amortización durante el primer año de amortización del Ejemplo 7.1 con el sistema de amortización francés y el sistema de amortización alemán.

Respecto a la cuota de interés, con ambos métodos la cantidad a pagar en concepto de intereses disminuye plazo a plazo, ver Tabla 7.1 y Tabla 7.2, ya que el capital pendiente de amortizar también disminuye. La cantidad de intereses que se paga al final de cada período es muy similar con ambos métodos, siendo ligeramente superior con el sistema de amortización francés, tal y como se muestra en el Gráfico 7.3 Finalmente observamos que con el sistema de amortización alemán se paga una cantidad total de intereses algo mayor que con el sistema de amortización francés. Esto no es contradictorio con lo anteriormente expuesto ya que se debe a la cuota adicional inicial pagada en $t = 0$ con el sistema de amortización alemán.

Los términos amortizativos que se pagan al final de cada mes son diferentes según el método que empleemos. Con el sistema de amortización francés se amortiza mayor cuantía de capital cada período y además se paga más cuantía en concepto de intereses. Por tanto el término amortizativo constante utilizando el sistema de amortización francés (8.884,88€) es superior que si se utiliza el sistema alemán (8.801,64€), además de la cuota inicial de interés que se paga en $t = 0$ con este sistema (1.000,00€).

Para calcular el coste efectivo de este préstamo usamos la herramienta *Buscar Objetivo* del programa *Microsoft Office Excel 2007*, ver McFredies (2007) y Cabello (2008).

Con el sistema de amortización francés, el coste anual efectivo es de 12.682%, mientras que con el sistema de amortización alemán es ligeramente mayor y el resultado es 12.8178%.

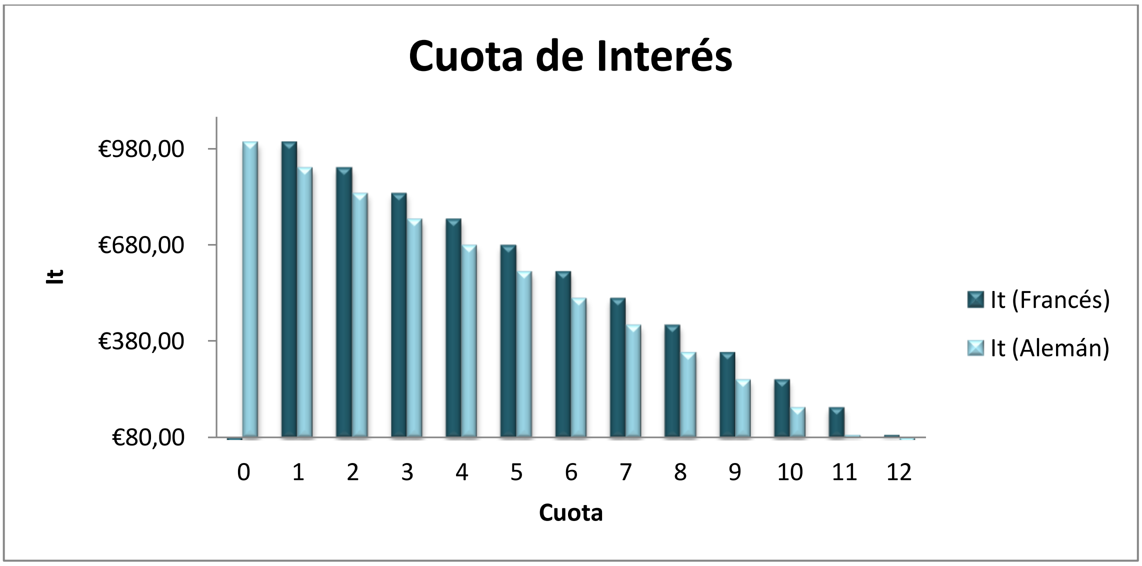


Gráfico 7.3: Cuota de interés del Ejemplo 7.1 con el sistema de amortización francés y el sistema de amortización alemán.

Por tanto, si analizamos un préstamo con el sistema alemán y ese mismo préstamo con el sistema de amortización francés a un tipo de interés efectivo $i = i^*$, obtenemos las siguientes conclusiones:

- La cuota de amortización que se paga en cada período con el sistema de amortización francés es mayor que la que se paga con el sistema de amortización alemán.
- Con el sistema de amortización alemán se paga una cantidad total de intereses ligeramente mayor que con el sistema de amortización francés y en períodos anteriores.
- La cuota de cancelación constante que se paga cada período es mayor cuando se utiliza el sistema de amortización francés.

- El coste anual efectivo de la operación es ligeramente mayor cuando se utiliza el sistema de amortización alemán que cuando se utiliza el sistema de amortización francés.

8. CONCLUSIONES

Los préstamos no son algo que se haya creado en la actualidad sino que existen y se han utilizado desde la antigüedad. La concesión de préstamos es una actividad importante para las economías actuales ya que permite poder disponer de dinero que en el presente no se tiene, obligando a su devolución junto con el pago de unos intereses, al final de la vida del préstamo.

Debido a la actual crisis financiera, la concesión de préstamos a empresas y familias se ha visto reducida considerablemente debido a que las entidades bancarias dudan de la posibilidad de que los prestatarios puedan hacer frente a la devolución de capital e intereses en los plazos acordados. Esto ha dado lugar a importantes problemas de financiación y en consecuencia, ralentización de las economías mundiales. Sin embargo, actualmente se están desarrollando numerosas políticas monetarias para la incentivación de la concesión de préstamos.

En este trabajo estudiamos qué son los préstamos, detallamos sus diferentes magnitudes y explicamos qué es, para que sirve y como se confecciona un cuadro de amortización. Además definimos que es el coste efectivo para su posterior cálculo.

En la literatura financiera existen muchos métodos de amortización de préstamos, pero en este trabajo nos centramos en los sistemas de amortización con cuota constante más conocidos: sistema francés y sistema alemán. El sistema francés se caracteriza porque las cuotas de cancelación son pospagables y su valoración se realiza a un tanto constante. El sistema de amortización alemán se caracteriza porque las cuotas de cancelación son también pospagables y constantes, pero el tanto utilizado para su valoración es un tipo de interés anticipado y los intereses se pagan al inicio de cada período.

A continuación describimos cómo obtener las magnitudes fundamentales para estos dos sistemas de amortización e ilustramos cómo obtener los cuadros de amortización utilizando el programa *Microsoft Excel*. Para el método francés empleamos las funciones que *Microsoft Excel* posee incorporadas. Sin embargo debido a que este programa no contiene funciones similares para el método alemán, las programamos con el *Editor de Visual Basic* mediante *UDF*s (User Defined Functions o Funciones Definidas por el Usuario).

Finalmente, realizamos una comparación de ambos sistemas de amortización utilizando una operación de préstamo con idénticas características pero amortizable con ambos sistemas. En general, podemos afirmar que si nos fijamos en el coste financiero del préstamo con ambos sistemas de amortización la diferencia es muy pequeña, siendo el sistema alemán el que reporta un coste ligeramente superior. En cuanto al término amortizativo que se paga en cada período es muy similar con ambos métodos, siendo ligeramente superior con el sistema de amortización francés. Sin embargo, también debemos considerar que con el sistema de amortización alemán se paga una cuota de interés en el momento de la concesión del préstamo, lo que es equivalente a la obtención de un menor capital prestado en el origen. Por tanto nuestra preferencia por uno u otro sistema va a depender más de cuando prefiramos o tengamos mayor capacidad para hacer frente a las cuotas de amortización e interés, si al principio (método alemán) o al final (método francés) de la vida del préstamo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bonilla Musoles, M. y A. Ivars (2006): *Matemáticas de las Operaciones Financieras*: *Teoría y Práctica*. Editorial Thompson, D.L. 2006.

Cabello González, J.M. (2008): *Valoración Financiera*: *Teoría y Práctica con Excel*. Editorial Delta, D.L. 2008.

De Pablo López, A. (2012): *Valoración Financiera*. Editorial Centro de Estudios Ramón Areces S.A. 3ª ed. 6ª reimpr.

España. Circular 5/2012, de 27 de Junio, del Banco de España, a entidades de crédito y proveedores de servicios de pago, sobre transparencia de los servicios bancarios y responsabilidades en la concesión de préstamos. *BOE*, 6 de Julio de 2012, núm 161, p. 48855 - 48906.

Jacobson, R. (2008): *Excel 2007 Visual Basic para Aplicaciones: Paso a Paso*. Editorial Anaya Multimedia, 2008.

Mailasca Martínez, Olga (2008): El préstamo de géneros en la sociedad romana, visigoda y en algunos reinos cristianos de la Alta Edad Media. *Anuario de Facultades de Dereito da Universidade da Coruña,* 12, p. 599 - 613. http://hdl.handle.net/ 2183/7488/

McFedries, P. (2007): *Excel 2007*: *Fórmulas y Funciones*. Editorial Anaya Multimedia, 2007.

Miner, J. (2008): *Curso de Matemática Financiera*. Editorial Mc Graw Hill, 2008.

Portero (2014). La nueva tendencia de los préstamos en el siglo XXI. Recuperado de http://portero.blogs.uv.es/economia-y-finanzas/la-nueva-tendencia-de-los-prestamos-en-el-siglo-xxi/

Souad, H. y A. San Millán (2004): *Finanzas con Excel*. Editorial Mc Graw Hill, 2004.

Tovar Jiménez (2013): *Operaciones Financieras. Teoría y Problemas Resueltos. CEF.* 4ª edición.